

## 摘 要

旋转机械在机械、动力、交通、航空航天及空间技术领域占有极其重要的地位,也是国民经济支柱产业的关键装备之一。随着生产与科学技术的发展,对于转子系统非线性动力学行为的研究,已经发展成为当前相关研究领域的一个热点。本文利用通过变分方法得到的有限宽轴承非定常油膜力的解析公式,以有限宽轴承—刚性 Jeffcott 转子为研究对象,用数值模拟研究系统的非线性动力学行为,借助相图、分岔图、Poincare 映射图及频谱图分析系统的运动形态。研究结果表明,随着系统参数的变化,在特定的参数组合下出现了复杂的非线性动力学现象,为解决实际工程系统中遇到的问题,如故障诊断等提供了一定的理论依据。

本文首先引入了由变分方法得到的有限宽轴承非定常油膜力的解析公式,然后介绍了用于分析转子—轴承系统非线性因素作用下运动形态的方法。

其次在上面提供的理论基础上,建立有限宽轴承—刚性 Jeffcott 转子系统动力学模型,采用龙格—库塔算法来求解系统的运动微分方程,得到了不同宽径比下转子涡动关于无量纲转速、无量纲质量偏心及综合参数的分岔图以及部分相图、Poincare 映射图和频谱图,结果显现系统中存在丰富的周期、概周期甚至混沌运动。

第三,在研究有限宽轴承—刚性 Jeffcott 转子的运动特性时,除考虑油膜力外,还考虑碰摩。将这两种非线性因素综合起来,仍然利用龙格—库塔算法求解并作出了关于各参数的分岔图、部分相图及 Poincare 映射图。

最后,对本文中所取得的结果进行了总结,同时指出了本文的创新之处及存在的不足。

关键词: 转子, 有限宽轴承, 碰摩, 油膜力, 变分方法, 分岔, 混沌, 非线性动力学

## ABSTRACT

Rotating machinery has a very important position in machinery, power, communication, aerospace, space technology and so on. And it is also one of main equipment of pillar industries in national economy. Along with the development of production and the progress of science and technology, research on some problem of nonlinear dynamical behaviors of a rotor system has evolved to be a top point in related fields nowadays. In this thesis, the analytical formula of the unsteady oil-film force of the finite journal bearing is obtained by variational approach. The nonlinear dynamical behaviors of the finite journal bearing-rotor are studied by using numerical simulations.

The motion characteristics are analyzed by phase diagram, bifurcation diagram, Poincare maps and spectrum analysis. Results show that at a specific parameter combinations, complexed nonlinear dynamical phenomena appear with the variation of system parameter, which may serve as a reference to solve the problems in the practical engineering systems.

Firstly, the analytical formula of the unsteady oil-film force of the finite journal bearing, is cited in this thesis. In addition, the methods for the research of the motion characteristics of system are introduced.

Secondly, based on the theories above, the dynamical model of the finite journal bearing-rotor system is established, and the motion differential equation of the system is solved by using the Runge-kutta method, and in the different length to diameter ratio, bifurcation diagram, as well as partial phase diagram, Poincare maps and spectrum analysis about dimensionless rotating speed, dimensionless mass eccentricity and synthetical parameter are obtained. Results show the various forms of periodic, quasi-periodic and chaotic motions.

Thirdly, the motion characteristics of the finite journal bearing-rotor are investigated under the consideration of oil-film force, together with rub-impact, and its motion differential equation is solved by the Runge-Kutta method. In the end, bifurcation diagram, partial phase diagram and Poincare maps about every parameter concerned are plotted.

Finally, the results we've obtained are summarized in the end of this thesis. Also

some creativities as well as existing problems are pointed out.

**Key words:** rotor, finite journal bearing, rub-impact, oil-film force, variational method, bifurcation, chaos, nonlinear dynamics

## 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学位保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权江苏大学可以将本学位论文的全部内容或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保 密 ，在      年解密后适用本授权书。

本学位论文属于

不保密 。

学位论文作者签名：席慧玲

2005年3月30日

指导教师签名：孙保卷

2005 年 3 月 30 日

本人郑重声明：所提交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已注明引用的内容以外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：席慧玲

日期： 2005 年 3 月 30 日

# 第一章 绪 论

## 1.1 本课题的提出及研究目的和意义

转子系统在机械、动力、航空、航天等领域有着广泛的应用，是机器设备的重要组成部分，转子系统能否正常工作直接关系到整个系统的设备安全，对于转子系统的动力学行为国内外学者已进行了大量的研究。绝大多数的转子动力学问题就其本质而言都是属于非线性的，而过去对于转子系统的研究手段主要是将非线性问题转化为线性问题，这是因为绝大多数非线性问题难以精确求解，在一些情况下用线性理论进行简化处理可以获得近似的结果，但在很多情况下，用线性化方法研究非线性问题，不仅会有量的误差，而且会产生质的错误。近几十年来，随着生产与科学技术的发展，转子向大型化、高转速及轻型化和自动化的方向发展，转子的动力学行为就变得日趋复杂化了，运转中出现的故障越来越引起人们的关注，事后事故调查表明这些故障很多属于非线性动力学问题，因此，对转子动力学非线性问题的研究也越来越引起人们的重视，经过近十几年的研究非线性转子动力学问题已发展为当前相关研究领域的一个热点<sup>[8][51-53]</sup>。

1869年 Rankine 的题为“On the Centrifugal of Rotating Shaft”的论文是关于转子动力学的最早文献。该文研究了一根两端刚支的无阻尼均匀轴在其初始位置受扰后的平衡条件，并提出了临界转速的概念。但由于忽略了哥氏力的影响，Rankine 的结论是：转子不可能工作在一阶临界转速以上。1919年，Jeffcott<sup>[1]</sup>研究了一个两端刚支的单质量弹性转子，阐述了当转子处于超临界运行状态下时不平衡转子的自动对中效应，从而使转子的工作转速可以设计在超临界转速区。这一观念的改变，使得设计和制造转速和效率都更高的旋转机械成为可能。到二十世纪八十年代，基于线性系统理论的转子动力学获得了很大的发展。比如八个非线性线性化刚度与阻尼系数的线性化油膜力模型的研究，涉及的主要问题（不平衡响应计算、临界转速确定、运转稳定性、参数辨识以及转子平衡）至今在理论上已较为成熟，在实践中也获得了成功的应用，并且拓展了新的应用领域。随着旋转机械运转速度的日益提高和新型材料、新型结构的推广应用，

旋转机械中出现的复杂的非线性动力学行为日益引起关注。导致转子系统非线性的主要因素有：轴和支承材料本身的非线性应力应变关系、滚动轴承刚度、滑动轴承刚度和挤压油膜阻尼器的油膜力、间隙和碰摩、裂纹、参数(质量或刚度)时变等。由于这些因素不可避免地存在，准确描述转子系统真实动力学行为的微分方程是非线性的。在不少实际问题的处理中，合理的线性化自然能显著地减少分析和计算工作量，降低理论上和技术上的难度，且所得结果与对真实系统的观测基本相符，因而基于线性系统理论的转子动力学得到了充分的发展和广泛的应用，并显示出强大的生命力，然而当真实转子系统的非线性较为显著时，如果仍采用近似的线性化模型和线性系统的分析方法，将不可避免地“过滤”掉许多系统固有的非线性动力学现象，如稳态响应对初始条件的依赖性、解的多样性与稳定性、振动状态突变、超谐波次谐波共振、混沌振动以及系统长期性态(吸引子)对参数的依赖性等，其主观分析结果与真实系统的客观动力学行为之间必然存在不可忽视的定性和定量上的差异。在大型旋转机械监测与故障诊断实践中，人们时常面临转子动力学传统理论难以做出准确阐释的异常振动现象，这说明开展转子系统非线性振动的研究，不仅是转子动力学学科自身不断深化的必然结果，更是源于工业实践的迫切需求<sup>[2][3]</sup>。

非线性因素普遍存在于各类转子系统范畴的工程实际问题中，他们来自于转子系统材料的、几何的、结构的、耗散的、运动的、以及耦合的等各种力学因素，加上油膜力、密封力、不均匀蒸汽间隙力、碰摩等严重非线性激振源的存在，导致转子系统从整体上说是非线性的。过去，由于旋转机械的设计主要采用线性动力学理论，同时数学模型不够完善，导致旋转机械系统中各种异常振动的存在，低频分量过大，振动幅值超标，甚至毁机的恶性事故。国内外发生的多起汽轮机失稳事故<sup>[4-7]</sup>表明，对转子一轴承系统非线性动力学行为的进一步深入研究是非常必要的。转子动力学的非线性问题种类常见的有<sup>[8]</sup>：(1)具有气弹效应的转子；(2)内腔积液的转子；(3)具有裂纹的转子；(4)转子系统中的动静件碰摩；(5)机器或基础某些部件松动；(6)具有非线性轴承油膜力的转子系统；(7)系统阻尼、刚度、激振力随时间慢变的转子系统。由以上原因所引起的转子的非线性振动，可能呈现为以下三种不同的形式：1)振动主要是以 $1X$ 频率分量的形式出现的，这类故障占大多数。它主要与转子存在着显著的不平衡量

有关, 这种振动主要是强迫振动。2)主要是以  $2X$ 、 $3X$  或其他整数倍的主频分量的频率形式出现的, 它主要是由转子或轴承特性等的非线性所引起的, 是一种非线性振动。3)次谐波振动, 它主要是以低于主频的频率成分出现, 这类振动一般是一种自激振动, 也是非线性振动, 如  $1/2X$ 、 $1/3X$  等。它具有不稳定的性质, 可以在短期内快速增长而使机组毁坏, 自激的原因可以是多种多样的。除上述三种以外, 还可能出现功率谱是连续的, 非平稳的确定性振动(即混沌), 正日益引起科学工作者的重视和深入研究。本课题将多个非线性因素综合起来研究转子系统的非线性动力学行为, 在考虑油膜力外, 还将考虑其他非线性因素, 如碰摩。

## 1.2 本课题的研究概况

对于一个转子系统, 油膜不仅起着承受载荷、降低摩擦、磨损的作用, 也起着非线性弹簧和阻尼的作用, 对转子系统的动力特性具有很大影响, 是造成转子动力失稳的重要因素之一。油膜力失稳的过程已基本清楚, 失稳的根本原因是涡动。在外部因素或油膜的动特性影响下, 转子开始运行时, 一般是振幅很小的同频涡动。当转速增至某一数值时, 将产生频率为角频率一半的半频涡动, 涡动是两者的综合。当转速升至第一阶临界转速时发生共振, 当转速达到第二阶临界转速时, 半频涡动的频率与第一阶临界转速相同, 涡动幅度急剧增大, 形成油膜振荡。转速进一步升高时, 振动频率基本不变, 由于非线性效应的作用, 涡动幅度并不无限增大, 而是形成一极限环。从力学机理上讲, 油膜失稳的根本原因是交叉刚度和交叉阻尼的存在。

文献[60]采用张文给出的较精确的油膜力模型研究了一刚性转子的分岔和混沌行为, 在特定的参数下将呈周期涡动、倍周期分岔、概周期运动、混沌运动交替出现的现象。文献[61-63]采用中心流形法结合奇异性理论、快速 Galerkin 方法对转子系统在较宽的参数范围内进行了研究, 得出了在某些参数的情况下存在倍周期分岔和 hopf 分岔。文献[64]通过数据库方法研究了椭圆轴承在较宽参数范围内的非线性动力学行为, 得出了和文献[60]相近的结论。文献[65]通过理论分析和实验研究并应用分岔理论, 系统地研究了油膜失稳的物理机理。文献[66]在考虑油膜惯性力的情况下提出一种判别轴承稳定性的方法, 并提出一种轴承优化设



计新方法。文献[71]在计及基础垂直变形的情况下,通过分析油膜力,建立了转子-轴承-基础非线性动力学模型,得出当基础刚度变到一定值时,系统中存在内共振现象,结合数值方法,该文还研究了临界点附近的复杂动力学行为。文献[67-69]研究了多转子轴承系统非线性数学模型,分析了支承结构特性对转子系统非线性特性的影响,针对高速涡轮机转子进行了非线性分析,得出了不平衡质量的影响下短轴承对系统的稳定性有改进的结论。文献[36]将 Poincare 映射的思想与胞映射法相结合,提出了高维非线性动力系统全局稳定性分析的新方法-PCM 法,在此基础上,文献[37]提出了变胞映射法(APCM),并利用该法对具有非线性油膜力的转子系统进行了全局特性分析,解释了工程中的一些非线性现象。文献[70]研究了考虑轴本身弹性的情况,发现与不计轴弹性的影响时相比较,失稳区域将发生不小的变化。文献[34]引入模态综合技术,以转子-轴承系统为例,研究了局部具有非线性特征的动力学系统。

上述研究工作为进一步探讨转子的非线性行为奠定了一定的基础,但是存在一定的不足,比如模型过于简单,大都采用稳态的油膜力模型,利用经典的线性运动稳定性理论来计算失稳转速<sup>[46]</sup>,但随着转子的设计朝着高转速、轻结构及柔性方向的发展,这一线性分析结果与实际轴承结果又有很大出入。实际上转子常常做大范围的运动,不满足小扰动假设。国外对重要的旋转设备主要通过大量的实验进行研究,得到准确的结果。国内由于经费有限,以及试验条件限制,则更侧重于理论研究。转子-轴承系统的非线性分析需要提供油膜力的解析表达式,这就涉及到求解二维二阶变系数雷诺方程。由于流体膜动压理论中关于油膜破裂再形成边界问题一直没有很好地解决,所以很难提出恰当的数学模型来反映油膜破裂的物理本质<sup>[47]</sup>,到目前为止,通常采用的边界条件主要有三种: 1. Sommerfeld 条件: 它假设润滑油充满整个轴承间隙空间,这样由于轴承几何形状的对称性,油膜压力也是对称的,在收敛油楔中油膜压力为正值,在发散油楔中油膜压力为负值,这与液体不能承受拉力的物理事实不符。2. 半 Sommerfeld 条件: 即假设在收敛油楔部分存在压力分布,而在发散油楔部分是空穴区,压力为环境压力。这种假设在转子稳态运行时,可以给出近似正确的最大油膜压力值。然而对非稳态情况,上述假设是不正确的。3. 雷诺边界条件: 又分为(a)单雷诺边界条件,它假定在油膜破裂边界上压力梯度为零,压力为空

穴压力, 而将最大油膜厚度处作为油膜的形成边界。这种边界条件在应用中占多数, 因为一般圆轴承供油位置在最大油膜厚度处; (b) 双雷诺边界条件<sup>[48]</sup>, 即假设在边界上压力等于空穴压力, 破裂和再形成边界上均满足油膜梯度为零。一般认为雷诺边界条件比较准确。但由于雷诺边界条件是不可操作条件, 要正确确定边界条件位置很不容易。一种较简单的数值计算过程是利用流体不能承受负压的特点, 在用有限差分法迭代求解雷诺方程的过程中把出现的负压力用零值来代替, 这种方法也称为充零算法<sup>[49]</sup>。工程实践表明, 基于数值算法的有限轴承充零算法和实践结果比较一致, 但是充零算法不能提供解析的油膜力公式, 不便于进行全局非线性分析。非线性分析仍旧大多使用近似的油膜力分析模型。近似模型有无限短轴承油膜力模型和无限长轴承油膜力模型<sup>[50,51]</sup>。这时雷诺方程退化为常微分方程, 可给出解析解。最近的文献<sup>[10,11]</sup>在非稳态油膜力的建模方面取得了若干进展, 它从理论上证明了在零边界压力条件下, 非线性油膜力可以只用三个函数表达。这一重要结论大大减少了寻找油膜力计算公式的工作量, 并为寻找非稳态油膜力计算公式指明了方向。文献还对无限短轴承给出了非稳态油膜力的解析表达式, 在此基础上对转子-轴承系统作了非稳态分析。但工程实际应用的轴承都是有一定长径比的有限宽轴承, 为了使转子-轴承系统的非线性动力特性分析更具有工程应用价值, 必须使用有限宽轴承油膜力模型。

随着非线性理论的发展, 转子轴承系统的非线性稳态分析越来越受到重视。对转子-轴承系统进行动力学分析, 需要有解析的轴承油膜力公式。对线性系统, 只需要计算轴心在静平衡位置的油膜力和 8 个动特性系数, 因此当利用有限差分或有限元法配合互补算法<sup>[12]</sup>或充零算法<sup>[7]</sup>求得这些量之后, 便可一劳永逸的计算转子-轴承系统的动力特性。然而对于非线性系统, 在求解动力响应的每一步都需要重复计算油膜力, 如果仍然采用上述的数值方法, 则系统动力响应的计算量几乎为油膜力的计算所占据<sup>[13]</sup>。即使计算机的运行速度已极大的提高, 这一计算量也是难以容忍的。文献<sup>[14]</sup>把定常 *Gümbell* 油膜边界条件推广到非定常的情况, 使得短轴承方法被目前多数非线性转子动力学分析所采用, 短轴承模型在计算的过程中大大的简化了油膜力的计算, 但与有限宽轴承结果相去甚远(例如, 在长径比  $\lambda=0.6$ 、偏心位移  $\varepsilon=0.9$  的时候误差超过 200%)。在实际

的轴承动力分析中，其计算精度很难满足要求。文献[7,15]中介绍了油膜压力的级数解法，但是由于公式形式过于复杂不利于进行非线性动力学分析。因此，寻求有限宽轴承油膜力具有良好近似性的半解析快速算法仍然是非线性转子-轴承动力分析中的重要问题之一。而在文献[17]中对于有限宽圆柱轴承，在保持短轴承模型油膜压力分布的前提下，运用变分原理，首先将公式中的轴承压力分布修正为双曲函数，然后再对短轴承公式中周向压力分布的参数进行修正，即得到了有限宽圆柱轴承油膜力的近似公式。这一修正结果不仅保持了简洁的油膜压力分布形式，而且极大改善了短轴承公式的精度。计算结果表明，在大长径比和轴径大扰动情况下这一方法都是适用的。

在高速旋转机械中，为了提高机器的效率，转子与定子之间的间隙一般都留得比较小，但这样同时也带来了一些问题，当转子的涡动值较大或轴承润滑状况不良时，会引起转子与定子相互接触，发生碰撞与摩擦（简称碰摩）。碰撞作用使得转子在接触点受到横向力的作用，同时也表现为支承刚度的增加；而油膜力除使转子的切向速度发生改变外，还可能使转子因受到反向摩擦力矩的作用而产生反进动，促使振幅和摩擦力进一步增大。因而此时的摩擦力也是一种自激力，它在碰摩过程中起着重要作用。

一般地说，可能发生两种类型的碰摩。一种是部分碰摩，即转子在一个转动周期内和静子接触一次、两次或多次，或每两、三次转动周期内接触一次或两次。发生碰摩时，相当于转子增加了一个支承点，系统刚度提高，一旦脱离接触，系统刚度就恢复到碰摩前的水平，刚度的这种时变特性将引起转子的参数激振。另一种是全周碰摩，即一旦碰摩发生，转子和静子始终保持接触，产生所谓的“干摩擦”现象，从而引起自激振动，使转子涡动失稳。

诱发转子碰摩的因素大致可以分为两大类：即外部影响因素和内部影响因素。在通常情形下，转子的涡动幅值很小，一般不会发生碰摩。但如果受到外界干扰，如基础的振动、载荷的改变、外阻尼的变化等影响，转子的涡动幅值就可能大幅度增加而导致碰摩。同时，转子系统自身的许多因素也会诱发碰摩，如当转子与定子几何中心不对称时，转子的涡动幅值就很可能超过转子与定子间的最小距离而引发碰摩。油膜力是一种非线性运动耦合力，在某些转速条件下，油膜力也会激发涡动幅值的急剧增大，此外诸如内阻尼的变化，质量偏心

的改变等因素都会诱发碰摩。

类似于直线碰撞问题，对于转子系统碰摩问题的描述目前有两种不同形式的简化模型。第一种描述方法将机壳看作弹性支承，转子于定子发生碰摩时刚度将会增大，脱离后刚度减小。碰摩作用作为弹性力和摩擦力出现在转子运动方程中，此时的方程（向量场）是分段光滑的。这种模型由于理性意义明显而受到广泛采用。但该模型却因为求解过程比较复杂而不适合理论分析，一般只能采用数值方法进行研究。另一种描述方法忽略碰摩过程中的变形和时间，将其看作瞬间过程，碰摩作用作为法向和切向冲量将会改变转子的动量而不影响它的位置。此时的描述方程将是带有约束方程的微分方程，称为约束微分系统。这种模型适合于描述机壳刚度较大的转子系统，并且由于不考虑碰摩过程的具体情形，与第一种模型相比更简单，因而更适合进行理论分析。

目前对于碰摩转子系统的理论研究仍局限在单盘简单转子模型。对于实际中的多盘复杂的轴系系统，至今很少进行理论分析，一般都是采用实验的方法和数值的方法进行研究。

运用近似方法，Childs<sup>[54]</sup>对极坐标形式的 Jeffcott 模型进行研究，讨论了碰摩对转子系统在参数激励下次谐振动产生的影响。Begg<sup>[55]</sup>和张文<sup>[57]</sup>等分析了整圈碰摩时干摩擦对转子运动稳定性的影响。Goldman 和 Muszynska<sup>[56]</sup>运用不连续变量变换法和平均法分析了具有间隙和碰摩的转子结构的有序和混沌响应。张思进，陆启韶<sup>[58]</sup>通过建立转子系统碰摩的 Poincare 映射，将对非光滑碰摩系统的研究转化为对 Poincare 映射的分析。该文主要对转子碰摩当中一类特殊的运动形式—单点碰摩下的擦边现象进行了详细研究，并从序列的极限理论出发分析了该映射的周期不动点的稳定性及其吸引域，得到了转子系统在接近擦边运动时解随系统参数变化的分叉情形。自从 1990 年 OGY 混沌控制方法问世后，在很多领域都出现了混沌控制热，但对转子碰摩中的混沌进行控制的文章还比较鲜见。张思进等<sup>[59]</sup>将转子的碰摩映射在擦边轨道附近进行局部化，并通过实验数据拟合局部映射，然后采用变量延迟反馈控制法对该系统进行控制。通过选取合适的控制增益，将转子系统的碰摩运动镇定到周期 1 擦边轨道上，从而实现对碰摩转子系统混沌运动的控制。

由于数学工具的匮乏，使得理论分析困难重重，因而更多的工作在数值研

究方面。Choy 和 Padovan<sup>[16]</sup> 讨论了转子结构中转子与定子间的相互碰摩的作用。运用数值模拟方法揭示了摩擦力、能量大小、碰摩过程、碰撞分离角度和涡动开始之间的内在联系, 以及在连续碰摩时转子的轨迹。特别地, 讨论了定子刚度、摩擦系数、不平衡载荷与系统耗散的影响。张宇、陈予恕<sup>[18]</sup> 建立了转子碰摩的力学模型, 用数值分析的方法研究了产生碰摩机理, 指出高倍频振分量的出现是判断产生碰摩的必要条件, 可依之进行转子碰摩预测和诊断。

在碰摩转子系统中存在什么样的动力学现象是人们感兴趣的课题。Wu 等<sup>[19]</sup> 发现转子的碰摩会随转速的变化发生复杂的分岔现象并出现混沌。Li 和 Paidoussis<sup>[20]</sup> 考虑了一个蕴涵分岔和混沌等丰富动力学行为的简化转子-定子系统。孙政策等<sup>[21]</sup> 应用非线性动力学现代理论对一个带间隙转子系统的数学模型进行了研究, 通过以转速比变化为参数的分岔图发现: 在超临界转速下存在完整的间隙混沌、周期加分岔序列; 在转速小于临界转速时, 各个连续阶次谱运动的转换区分别都出现了经由一倍周期分岔直接导致的混沌频带, 后又直接由一个逆倍周期分岔转化为周期一的现象。

还有不少文献讨论了存在转定子偏心的 Jeffcott 转子模型的动力学行为。Enrich<sup>[22]</sup> 从数值计算中观测到超临界激励时系统的亚谐周期振动和混沌振动。基于同样的系统模型, Enrich<sup>[23]</sup> 在不同的系统参数下, 发现系统出现了亚临界激励的超谐周期振动和混沌振动。张思进等<sup>[24,25]</sup> 研究了一类转子刚性约束碰摩模型, 通过建立碰摩映射, 将对不连续流非光滑系统的研究转化为对映射的研究。从几何角度分析了转子碰摩的机理并用数值方法得到了该类转子碰摩的分岔和混沌等非线性结果。刘耀宗, 胡鸢庆<sup>[26]</sup> 基于线性碰摩力模型, 分析了转定子存在偏心时柔性 Jeffcott 转子的碰摩响应。通过数值仿真, 揭示了转子碰摩响应与系统参数之间的定性关系, 指出较小的定子刚度、较大的系统阻尼有利于抑制转子的混沌振动。

碰摩转子系统的碰摩分岔是非光滑系统所特有的现象, 它会产生复杂的动力学行为。褚福磊、唐云<sup>[27]</sup> 应用非线性动力学理论分析了这一现象。通过对运动微分方程的数值积分, 研究了转速比变化时系统所具有的各种形式的分岔。结果表明, 系统的运动具有周期与混沌运动交替、周期递增现象, 倍周期分岔, 以及随控制参数的减小运动从稳定的周期轨道分岔为混沌吸引子。系统的这些

非线性特征对于准确地诊断这一故障具有重要意义。

要建立更加接近工程实际的数学模型需要考虑更多的因素，如弹性约束、摩擦热效应等等，目前已有一些文献作了这方面的研究。陆启韶等<sup>[28]</sup>分别采用了两种不同的截面建立 Poincare 映射，对转子-弹性机壳系统工程的碰摩运动进行了研究，得到了该类分段光滑系统运动的一般特点和转子碰摩运动随碰摩刚度变化发生分岔的规律。研究表明，该系统的碰摩运动主要以混沌形式出现，但不同的周期窗口按一定规律嵌入混沌区内。随着定子碰摩刚度增加，碰摩运动将会加剧。最后由该系统导出了刚性转子碰摩的约束微分系统，从而将碰摩转子系统的两种不同描述形式统一起来。若考虑热效应的影响，Smalley<sup>[29]</sup>研究了在汽轮机转子加速或减速时由摩擦引入的热弯曲振动。利用相当简单的数值分析方法探索了速度对摩擦产生的同步振动的影响。研究表明：一般地，当摩擦发生时，若转子缓慢加速或减速通过临界值以及在趋于临界值时运转，将会使摩擦的影响加剧。Goldman 和 Muszynska<sup>[30]</sup>研究了在热弯曲、镜像载荷与不平衡力的作用下载子与定子发生碰摩现象的振动响应。

除了对单盘 Jeffcott 转子系统模型可以应用非线性动力学理论作一些分岔、混沌等的研究外，对较复杂的转子-轴承系统，则主要利用数值积分获得数值结果。数值积分是求解非线性转子动力学方程最直接的最方便的方法。文献[72]研究了具有非线性油膜力的流体动压滑动轴承-转子系统的振动特性，按单盘挠性转子-轴承系统模型，建立了非线性运动方程式，并发展了一个 RKP 程序，这个程序能够处理各向同性和各向异性轴承外弹性阻尼的影响，又能处理可能施加于轴承上的各种外界干扰，并能适应从圆柱轴承到特殊孔形固定瓦轴承油膜力的情况。数值积分的方法主要有直接数值积分<sup>[31,32]</sup>、打靶法<sup>[33,34,35]</sup>和各种胞映射法<sup>[36,37]</sup>。当研究单条轨线的动力学行为时，一般可用直接数值积分方法；若要寻找动力系统的周期轨道，则打靶法当推最佳选择。打靶法具有很好的收敛特性，其思想时基于 Poincare 映射的方法，用一个 $(n-1)$ 阶的离散时间系统来代替  $n$  阶连续时间系统，因而将求周期解的问题转化为求不动点的问题。当初值选取比较合适时，用打靶法寻找周期轨道可以取得较好的效果。如果打靶法同 Floquet 理论相结合，还可用于讨论动力系统周期轨道的稳定性。胞映射法是一种动力系统全局分析的数值计算方法，自从 Hsu<sup>[38,39]</sup>在点映射法的基础上提

出胞映射法以来,已经衍生出各种各样的胞映射方法。例如刘恒<sup>[36]</sup>将 Poincare 映射的思想与胞映射法相结合,提出了 Poincare-Cell-Mapping 法,而郭丹<sup>[37]</sup>在 Poincare 映射和胞映射法的基础上,提出了边胞映射法。运用这些数值研究方法可求出周期解及其稳定性,各种分岔现象如拟周期分岔、倍周期分岔和切分岔等,以及混沌运动。关于轴承-转子系统的最新研究成果,黄文虎等<sup>[40]</sup>作了比较好的综述。

### 1.3 本论文的主要研究内容

本论文运用数值模拟,探讨和分析了转子系统非线性动力学行为的若干问题,将油膜力及碰摩这两个非线性因素综合起来考虑转子系统的运动特性,揭示了转子系统具有周期、概周期甚至混沌等丰富的非线性动力学行为,论文的安排如下:

第一章为绪论,阐述了本论文的立项依据、研究概况及研究目的意义,并简要介绍了本论文研究的主要内容。

第二章是本论文的理论基础,引入了利用变分方法对非定常短轴承的油膜压力分布公式进行修正从而得到的具有足够精度的有限宽圆轴承非定常油膜力的解析公式。此外,还介绍了用于分析此模型非线性动力学特性的研究方法。

第三章是关于有限宽轴承-刚性 Jeffcott 转子的计算结果及分析。首先建立有限宽轴承-刚性 Jeffcott 转子系统动力学模型,采用龙格-库塔算法来求解所研究的转子系统的运动微分方程,然后利用第二章提出的研究方法分析此系统,得到了不同宽径比下转子涡动关于无量纲转速、质量偏心及综合参数的分岔图以及部分相图、频谱图和 Poincare 映射图,表明此系统具有丰富的非线性动力学特性。

第四章是将油膜与转子碰摩联系起来研究有限宽轴承-刚性 Jeffcott 转子的运动特性,仍然利用龙格-库塔算法求解并作出了关于各参数的分岔图、部分相图及 Poincare 映射图,显示了与以往油膜力模型显著不同的运动特性,对此还需要进一步通过实验或现场观察去证实。

最后对本文中所取得的结果进行了总结,同时指出了本文的创新之处及存在的不足,为今后继续工作提供了方向。

## 第二章 非定常短轴承油膜力公式的变分修正

短轴承模型油膜力公式具有形式简洁的特点,但适用范围较小,在文献[17]中利用变分方法对短轴承油膜力公式进行修正,找出了有限宽轴承油膜力公式,既保持短轴承油膜力公式的简洁形式,又适合于较大长径比和大扰动的情況。

### 2.1 理论基础

在极坐标下转子-轴承结构如图 2.1 所示,油膜区  $\Omega[0,2\pi] \times [-\lambda, \lambda]$  内的非定常压力分布满足下列无量纲雷诺方程:

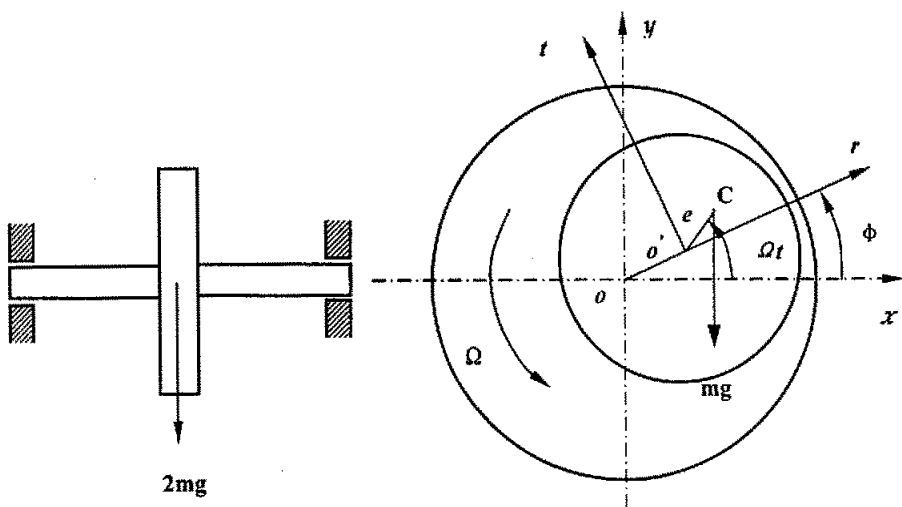


图 2.1 轴承-转子系统

Fig 2.1 Simple figure of journal bearing-rotor system

$$-\frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) - h^3 \frac{\partial^2 p}{\partial \zeta^2} = f(\theta)$$

$$p(0, \zeta) = p(2\pi, \zeta), p(\theta, -\lambda) = p(\theta, \lambda) = 0 \quad (2.1)$$

其中  $p$  为无量纲压力分布,  $\lambda$  为长径比,  $\varepsilon$  为径向位移,  $\dot{\varepsilon}$  和  $\varepsilon \dot{\phi}$  分别为径向速度和周向速度。油膜厚度为

$$h = 1 - \varepsilon \cos \theta \quad (2.2)$$

载荷函数为



## 第二章 非定常短轴承油膜力公式的变分修正

短轴承模型油膜力公式具有形式简洁的特点,但适用范围较小,在文献[17]中利用变分方法对短轴承油膜力公式进行修正,找出了有限宽轴承油膜力公式,既保持短轴承油膜力公式的简洁形式,又适合于较大长径比和大扰动的情况。

### 2.1 理论基础

在极坐标下转子-轴承结构如图 2.1 所示,油膜区  $\Omega[0,2\pi] \times [-\lambda, \lambda]$  内的非定常压力分布满足下列无量纲雷诺方程:

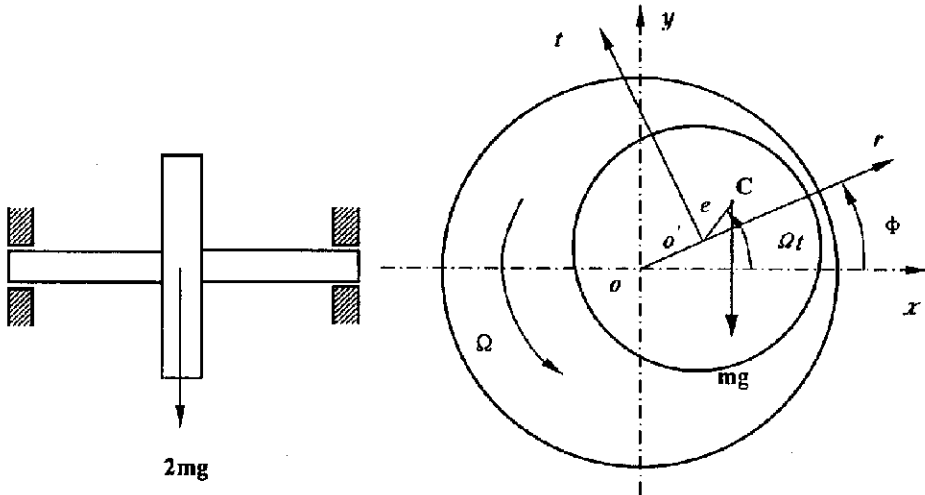


图 2.1 轴承-转子系统

Fig 2.1 Simple figure of journal bearing-rotor system

$$-\frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) - h^3 \frac{\partial^2 p}{\partial \zeta^2} = f(\theta)$$

$$p(0, \zeta) = p(2\pi, \zeta), p(\theta, -\lambda) = p(\theta, \lambda) = 0 \quad (2.1)$$

其中  $p$  为无量纲压力分布,  $\lambda$  为长径比,  $\varepsilon$  为径向位移,  $\dot{\varepsilon}$  和  $\varepsilon\dot{\phi}$  分别为径向速度和周向速度。油膜厚度为

$$h = 1 - \varepsilon \cos \theta \quad (2.2)$$

载荷函数为

载荷函数为

$$f(\theta) = \left(\dot{\phi} - \frac{1}{2}\right)\varepsilon \sin \theta + \dot{\varepsilon} \cos \theta = A \sin(\theta - \alpha) \quad (2.3)$$

其中

$$A = \sqrt{\dot{\varepsilon}^2 + \left(\dot{\phi} - \frac{1}{2}\right)^2 \varepsilon^2} \quad (2.4)$$

$$\alpha = \text{sign}(-\dot{\varepsilon}) \arccos \frac{\left(\dot{\phi} - \frac{1}{2}\right)\varepsilon}{A} \quad (2.5)$$

以上诸量的无量纲化因子请参阅文献[14]。

Reynolds 方程 (2.1) 在压力非负条件下 (等价于 Reynolds 边界条件) 的泛函变分为:

$$J(p) = \min_{q \in K} J(q) \quad (2.6)$$

其中

$$J(q) = \frac{1}{2} a(q, q) - f(q) \quad (2.7)$$

$$a(\cdot, \cdot) = \iint_{\Omega} h^3 \left( \frac{\partial \cdot}{\partial \theta} \frac{\partial \cdot}{\partial \theta} + \frac{\partial \cdot}{\partial \zeta} \frac{\partial \cdot}{\partial \zeta} \right) d\theta d\zeta \quad (2.8)$$

$$f(\cdot) = \iint_{\Omega} (f) d\theta d\zeta \quad (2.9)$$

$$K = \{p \in H_0^1(\Omega); p \geq 0 \text{ in } \Omega\} \quad (2.10)$$

$$H_0^1 = \{q \in C^1(\Omega) | q(0, \zeta) = q(2\pi, \zeta); q(\lambda, \theta) = q(-\lambda, \theta) = 0\} \quad (2.11)$$

此处  $a(\cdot, \cdot): H_0^1(\Omega) \times H_0^1(\Omega) \rightarrow R$  是一个连续对称正定双线性形,  $f: H_0^1(\Omega) \rightarrow R$  是一个连续线性泛函。K 是  $H_0^1(\Omega)$  的非负函数闭凸子集,  $H_0^1(\Omega)$  是 Sobolev 空间。

## 2.2 非定常短轴承油膜压力分布的变分修正

设有限长油膜压力符合下式分布:

$$q = B \cdot g(\zeta) \cdot r(\theta) \quad (2.12)$$

在  $\pi$  油膜条件下, 当  $\lambda \ll 1$ , 可知对无限短轴承有:

$$B = \frac{A}{2};$$

$$\begin{aligned} g(\zeta) &= (\lambda^2 - \zeta^2); \\ r(\theta) &= h^{-n} \sin(\theta - \alpha) \end{aligned} \quad (2.13)$$

其中  $A$  和  $\alpha$  由公式 (2.4) 和 (2.5) 给出。仍取  $\pi$  油膜假设, 保留短轴承周向压力分布的形式, 并修正为

$$r(\theta) = h^{-n} \sin(\theta - \alpha) \quad (2.14)$$

其中, 对给定的长径比,  $n$  为待定常数。将 (2.12) 代入 (2.7) 可得

$$J(g) = \frac{1}{2} \int_{-\lambda}^{\lambda} (d_1 g^2(\zeta) + d_2 g'^2(\zeta)) d\zeta - d_3 \int_{-\lambda}^{\lambda} g(\zeta) d\zeta \quad (2.15)$$

其中

$$\begin{aligned} d_1 &= \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} h^3 \cdot r'^2(\theta) d\theta \\ d_2 &= \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} h^3 \cdot r^2(\theta) d\theta \\ d_3 &= \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} f \cdot r(\theta) d\theta \end{aligned} \quad (2.16)$$

泛函 (2.15) 的变分 Euler 方程为

$$\begin{aligned} d_2 g''(\zeta) - d_1 g(\zeta) &= d_3, \\ g(-\lambda) = g(\lambda) &= 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

其解为

$$g(\zeta) = b[\cosh(k\lambda) - \cosh(k\zeta)] \quad (2.18)$$

其中

$$\begin{aligned} k &= \sqrt{\frac{d_1}{d_2}}, \\ b &= -\frac{d_3}{d_1} \cosh(k\lambda) \end{aligned} \quad (2.19, 2.20)$$

将式 (2.14) 和式 (2.18) 代入式 (2.12), 并仍记  $B \Leftarrow B \cdot b$ , 有

$$q = B \cdot [\cosh(k\lambda) - \cosh(k\zeta)] \cdot h^{-n} \sin(\theta - \alpha) \quad (2.21)$$

其中常数  $B$  和  $n$  将再由如下变分过程确定。

将式 (2.21) 代入式 (2.7), 得

$$J(q) = \frac{C}{2} B^2 - B \cdot D \quad (2.22)$$

其中

$$\begin{aligned} C &= c_1 d_1 + c_2 d_2; \\ D &= c_3 d_3 \end{aligned} \quad (2.23)$$

其中  $d_1, d_2, d_3$  由式 (2.14) 代入式 (2.16) 给出, 它们与  $n$  有关, 而

$$\begin{aligned} c_1 &= \int_{-\lambda}^{\lambda} g^2(\zeta) d\zeta \\ c_2 &= \int_{-\lambda}^{\lambda} g'^2(\zeta) d\zeta \\ c_3 &= \int_{-\lambda}^{\lambda} g(\zeta) d\zeta \end{aligned} \quad (2.24)$$

显然,  $C > 0$ , 所以对于式 (2.22), 当

$$B = \frac{D}{C} \quad (2.25)$$

时, 取得极小值:

$$J(n) = \frac{D^2(n)}{2C(n)} \quad (2.26)$$

所以泛函极小化问题 (2.6) 转换为代数极小化问题:

求  $n$  使

$$\min_n J(n) \quad (2.27)$$

将式 (2.25) 和式 (2.27) 所求得得  $B$  和  $n$  代入式 (2.21) 即得假设函数式 (2.12) 意义下得最优化压力分布。为了避免求代数极小化问题, 从而直接获得压力分布得解析公式。对短轴承油膜压力分布易知  $n=3$ , 那么对有限长轴承设想  $n$  是长径比  $\lambda$  的函数。根据  $n$  与  $\lambda$  的关系曲线的形状进行二次拟合, 用最小二乘法求得

$$n = 0.5054\lambda^2 - 1.5609\lambda + 3.1143 \quad (2.28)$$

这样油膜压力分布函数中的  $n$  也得到了。于是, 得到了雷诺边界条件下有限长轴承压力分布的近似的解析形式 (2.21), 式中  $B, n$  分别由 (2.25)、(2.28) 解出。

油膜力可由下式积分得出:

$$\begin{Bmatrix} f_r \\ f_t \end{Bmatrix} = \iint_{\Omega} p \begin{Bmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{Bmatrix} d\Omega = c_3 B \int_{-\alpha}^{\alpha+\pi} h^{-n} \sin(\theta - \alpha) \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} d\theta \quad (2.29)$$

油膜力也可以写成下面形式:

$$\begin{Bmatrix} f_r \\ f_t \end{Bmatrix} = - \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{12} & c_{22} \end{pmatrix} \left\{ \left( \dot{\phi} - \frac{1}{2} \right) \varepsilon \right\} \quad (2.30)$$

通过对式(2.29)进行变换,我们可以得出三个参数的表达形式。上式中:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{12} & c_{22} \end{pmatrix} = c_3 B \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} h^{-n} \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} d\theta \quad (2.31)$$

### 2.3 本课题采用的研究方法

转子一轴承系统非线性因素作用下会呈现出倍周期分岔、概周期甚至混沌运动等丰富的动力学行为,对于这些动力学行为的研究方法可以分为数值方法和解析方法两大类。解析方法对于Halmiton系统主要有KAM环面破损,同宿和异宿不动点,多自由度系统的Arnold扩散等。对于耗散系统主要有奇怪吸引子, Melnikov方法, Smale马蹄映射等。但由于解析方法需要大量复杂高深的数学工具往往难以应用于工程问题。因此工程上一般较多应用数值方法。数值方法根据不同的动力学行为,得到各种不同的表征图形。每一种图形从不同角度描述与揭示了动力学特征但又不是全面的。这些图形中有的往往不能区分拟周期运动和混沌运动或随机运动,有的不能区分周期K数等,这时需要几种不同方法的相互验证补充。一般研究动力学行为的数值方法主要有:

#### 2.3.1 相图

对于n维常微分方程表示的动力系统,相图即系统的解曲线在相空间的投影。对于确定性运动的定常运动状态,只有3种情况:静止(平衡),周期运动和拟(准)周期运动。在相图上表现为,经过一定长时间以后,周期1或周期K运动对应于1条或K条连续的封闭曲线。但相图往往不能区分随机运动和混沌运动及拟周期运动。

#### 2.3.2 Poincare映射和Poincare截面

连续系统的Poincare截面可以表示系统相轨线的拓扑性质。Poincare截面上的孤立点或有限个(K)孤立点,闭曲线和分布在一定区域上的不可数点集分别表示系统的周期或周期K运动,拟周期运动和混沌运动。对于Poincare图,每隔一

个周期提取系统响应的位移和速度值,分别作为横纵坐标,得到Poincare截面上的一个点。如果系统响应为周期解,相应的Poincare图为孤立的点。当系统作严格的同步周期运动时,Poincare截面上的所有点均重合为一个点。当系统作周期 $K$ 运动时,Poincare图上为 $K$ 个孤立的点,周期数与孤立点数一致。如果系统作概周期运动时,Poincare图呈现为封闭曲线。如果系统响应为混沌运动,Poincare图可能呈现为分散性堆积的散点图,也可能呈现类似云图状的复杂图形。

### 2.3.3 分叉图

分叉图是以状态变量和分叉参数构成图形空间,表示状态变量随参数的变化。选取系统频率比为连续变化的参数,并作为横坐标,取对应于每一参数值和系统响应的截面为纵坐标。当系统运动为周期运动时,分叉图上表现为对应一个参数出现许多点。但往往难以区分阵发性混沌和拟周期运动。

### 2.3.4 功率谱法

谱分析是研究混沌的一个重要手段。根据Fourier分析,任何一个周期为 $T$ 的周期运动 $X(t)$ 都可展成Fourier级数。在频谱图上表现为离散的分立谱线。而对于任何非周期运动的时间函数 $X(t)$ ,只能展为Fourier积分。其在频谱图上呈现为连续的谱线。对于混沌运动,因其具有内在随机性,其频谱是连续的,又因所研究的是确定性混沌,可以和随机过程相区别。因此由于概周期运动的谱线为离散谱线,所以功率谱图可以区分混沌运动和拟周期运动。

此外,还有时间历程波形图、Lyapunov指数、分数维数、测度熵或柯尔莫哥罗夫(kolmogorov)熵以及胞映射法等。

### 第三章 有限宽轴承—刚性 Jeffcott 转子的 计算结果及分析

在第二章中利用变分方法给出了有限宽轴承油膜力模型式 (2.29), 式 (2.30), 下面将采用此公式对有限宽轴承—刚性 Jeffcott 转子进行非线性分析。

#### 3.1 有限宽轴承—刚性 Jeffcott 转子系统的动力学模型

图 2.1 所示转子系统的运动微分方程为:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= me\Omega^2 \cos \Omega t + f_x \\ m\ddot{y} &= me\Omega^2 \sin \Omega t + f_y - mg \end{aligned} \quad (3.1)$$

式中:  $m$  为转子质量之半,  $e$  为转子质量偏心,  $\Omega$  为轴径的旋转绝对角速度, 转子受到的外力为油膜力  $f_x, f_y$  和转子重量  $W$ 。

为使结果不受量纲影响, 从而具有更为普遍的意义, 将方程 (3.1) 无量纲化。定义无量纲量如下:

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{\delta}, \quad Y = \frac{y}{\delta}, \quad \tau = \Omega t, \quad \dot{X} = \frac{\dot{x}}{\Omega\delta}, \quad \dot{Y} = \frac{\dot{y}}{\Omega\delta}, \\ \ddot{X} &= \frac{\ddot{x}}{\Omega^2\delta}, \quad \ddot{Y} = \frac{\ddot{y}}{\Omega^2\delta}, \quad F_x = \frac{f_x}{SW}, \quad F_y = \frac{f_y}{SW}, \\ \rho &= \frac{e}{\delta}, \quad \beta = \frac{\Omega^2\delta}{Sg}, \quad S = \frac{\mu\Omega RL}{W} \left(\frac{R}{\delta}\right)^2 \left(\frac{L}{2R}\right)^2, \\ \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} f_r \\ f_t \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi \cdot f_r - \sin\varphi \cdot f_t \\ \sin\varphi \cdot f_r + \cos\varphi \cdot f_t \end{pmatrix}, \\ \begin{Bmatrix} f_r \\ f_t \end{Bmatrix} &= -\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{12} & c_{22} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ (\phi - \frac{1}{2})\varepsilon \end{Bmatrix}, \\ \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{12} & c_{22} \end{pmatrix} &= c_3 B \int_{-\pi}^{\pi} h^{-n} \begin{pmatrix} \cos^2\theta & \sin\theta \cos\theta \\ \sin\theta \cos\theta & \sin^2\theta \end{pmatrix} d\theta, \\ \omega &= \sqrt{\frac{\Omega^2\delta}{g}} = \sqrt{\beta S}, \quad \sigma = \frac{\beta}{S} \end{aligned} \quad (3.2)$$

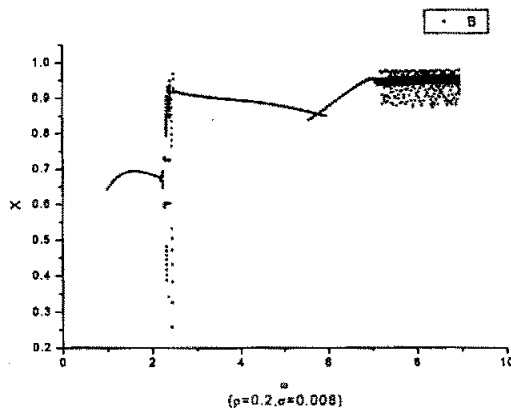
则方程 (3.1) 的无量纲形式为:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= \frac{F_x}{\beta} + \rho \cos \tau \\ \dot{Y} &= \frac{F_y}{\beta} + \rho \sin \tau - \frac{1.0}{\omega^2}\end{aligned}\quad (3.3)$$

其中  $\delta$  为油膜平均间隙,  $R$  为轴承半径,  $L$  为轴径长度,  $S$  为 Sommerfeld 数,  $\eta$  为润滑动力粘度,  $\omega$  为无量纲转速,  $\rho$  为无量纲质量偏心,  $\sigma$  为反映了润滑油粘度、轴承间隙及长径比等多种因素影响的一个综合参数。

### 3.2 特定宽径比下的计算结果及分析

鉴于方程 (3.3) 的强非线性特征, 本文采用龙格-库塔算法求解。取轴承的宽径比  $\lambda = 0.7$ , 时间步长为  $0.01\pi$ , 图 3.1~图 3.4 为关于  $X$  随无量纲转速  $\omega$ 、无量纲质量偏心  $\rho$  及综合参数  $\sigma$  的分岔图, 图 3.5 为部分相图、频谱图和 Poincare 映射图, 以便更清楚地说明系统的运动特性。





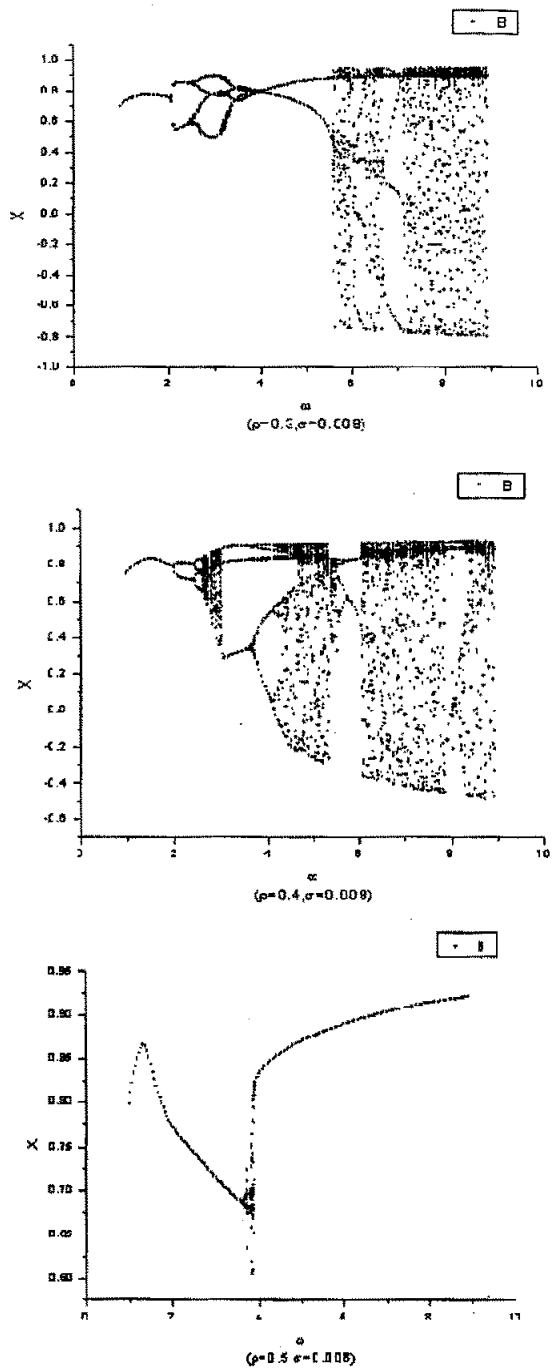
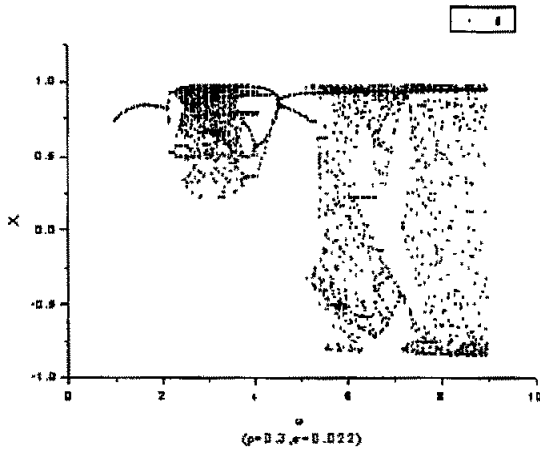
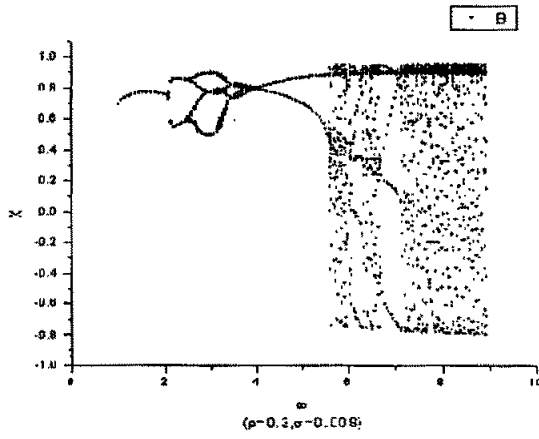
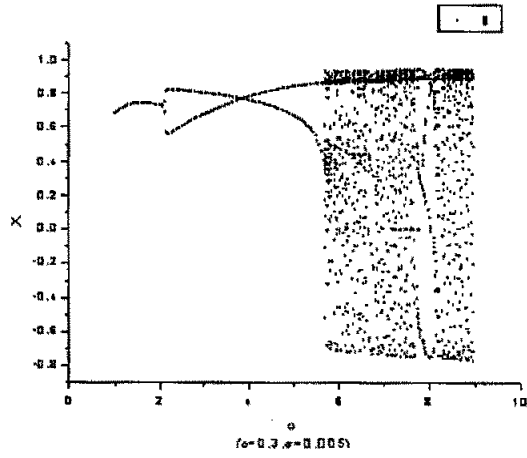


图 3.1 关于转速的分岔图 ( $\sigma = 0.008$ )

Fig3.1 Diagram of bifurcation maps about rotating speed( $\sigma=0.008$ )



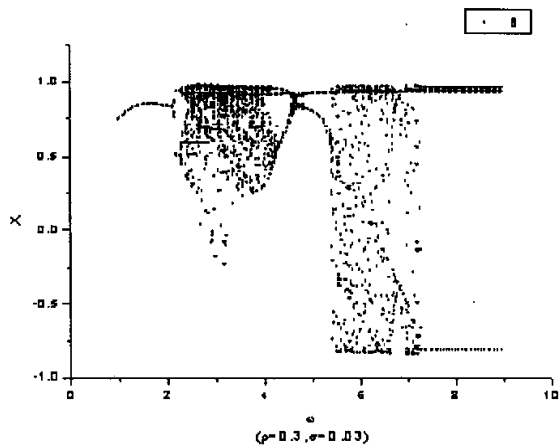
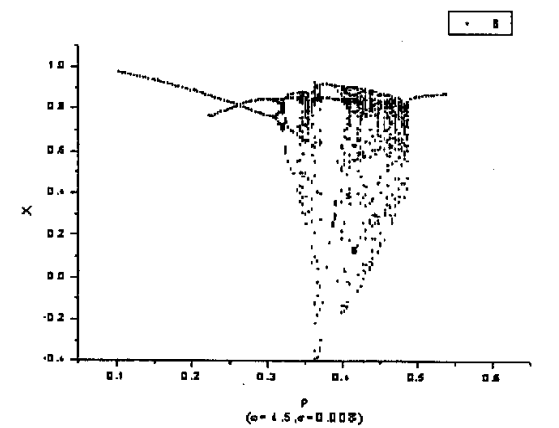
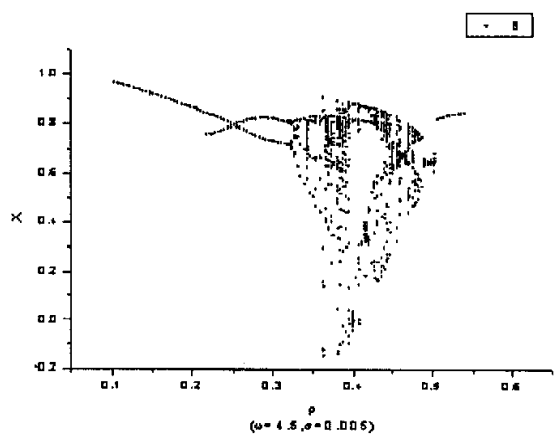


图 3.2 关于转速的分岔图 ( $\rho = 0.3$ )

Fig3.2 Diagram of bifurcation maps about rotating speed( $\rho=0.3$ )



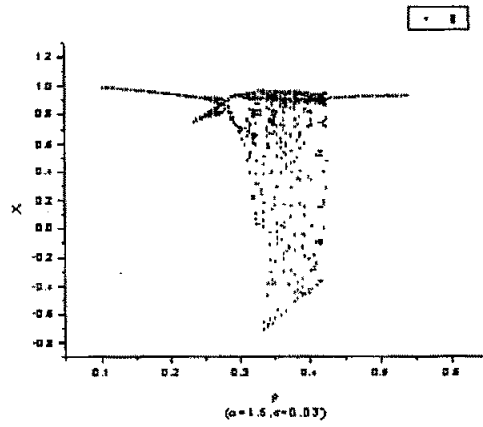
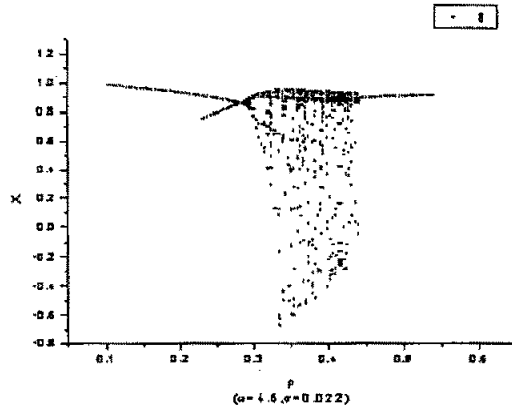
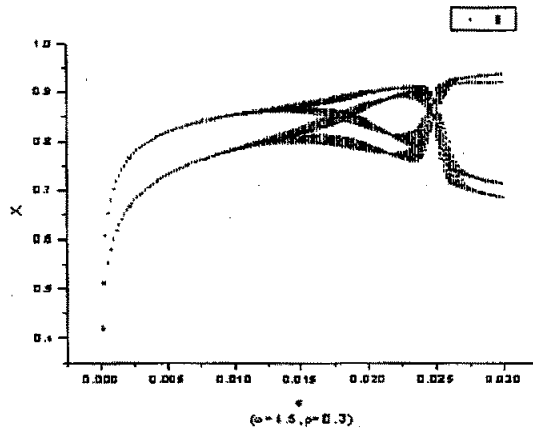


图 3.3 关于质量偏心的分岔图 ( $\omega = 4.5$ )

Fig3.3 Diagram of bifurcation maps about mass eccentricity( $\omega = 4.5$ )



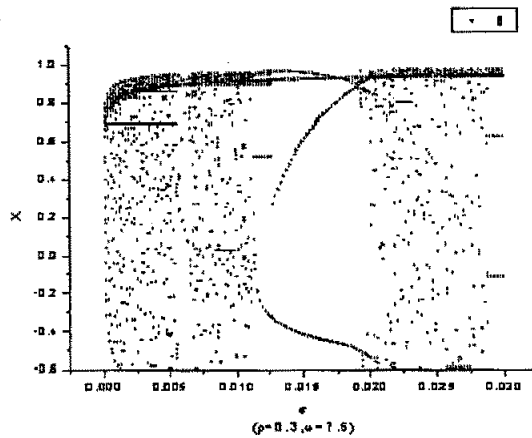
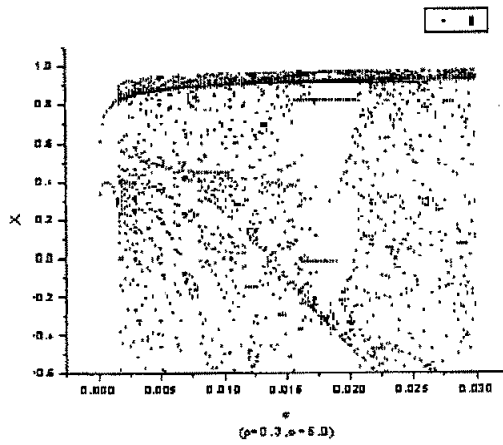
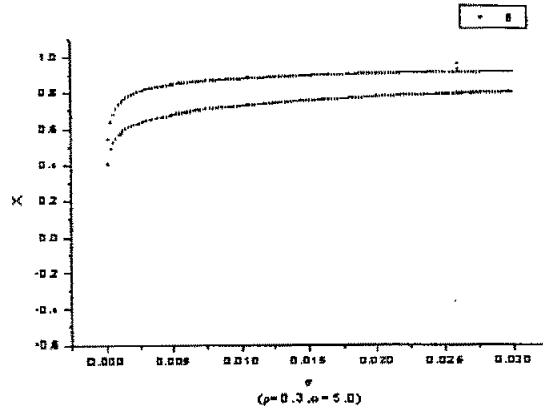
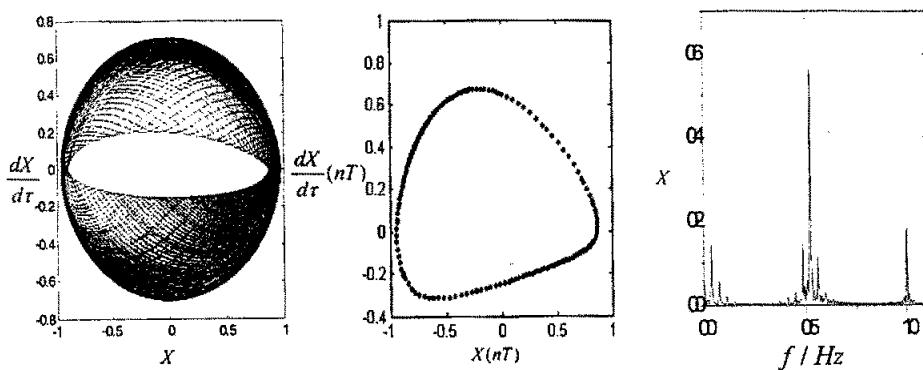


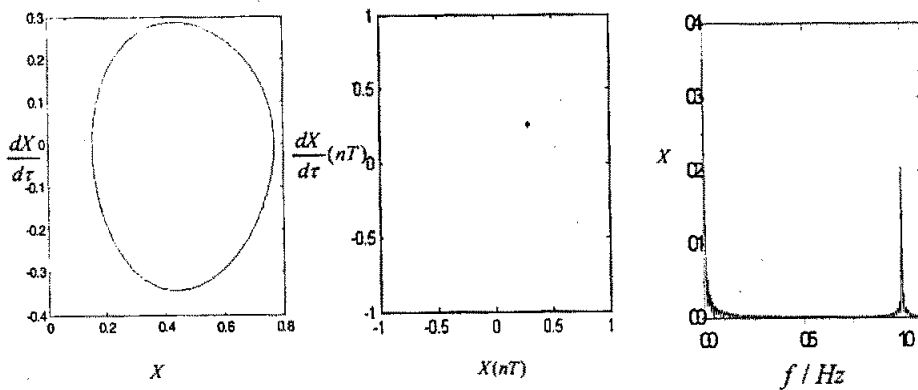
图 3.4 关于综合参数的分岔图 ( $\rho = 0.3$ )

Fig3.4 Diagram of bifurcation maps about synthetic parameter( $\rho=0.3$ )



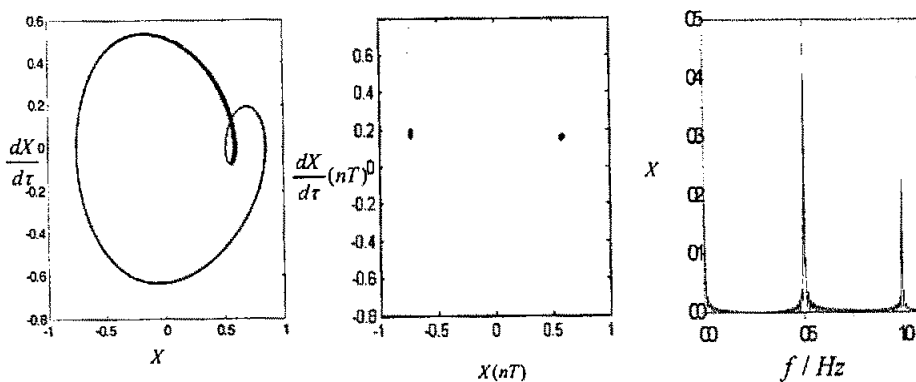
(a)  $\omega = 8.0, \rho = 0.2$  时相图、Poincare 图和频谱图

(a) Phase diagram, Poincaré map and spectrum analysis map at  $\omega = 8.0, \rho = 0.2$



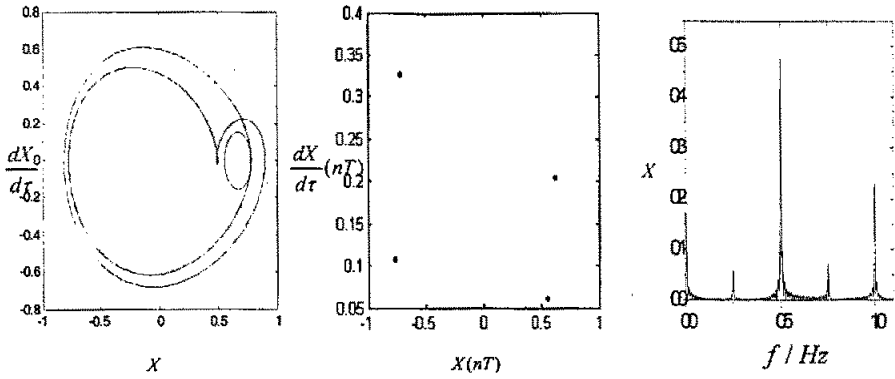
(b)  $\omega = 1.5, \rho = 0.3$  时相图、Poincare 图和频谱图

(b) Phase diagram, Poincaré map and spectrum analysis map at  $\omega = 1.5, \rho = 0.3$



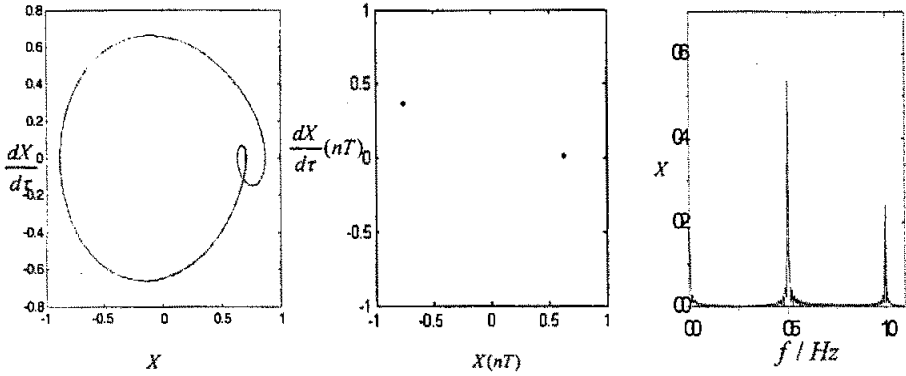
(c)  $\omega = 2.5, \rho = 0.3$  时相图、Poincare 图和频谱图

(c) Phase diagram, Poincaré map and spectrum analysis map at  $\omega = 2.5, \rho = 0.3$



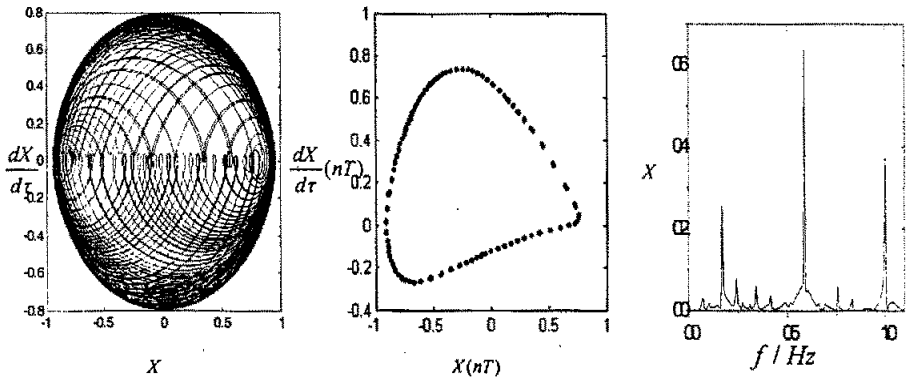
(d)  $\omega=3.0, \rho=0.3$  时相图、Poincare 图和频谱图

(d) Phase diagram, Poincaré map and spectrum analysis map at  $\omega=3.0, \rho=0.3$



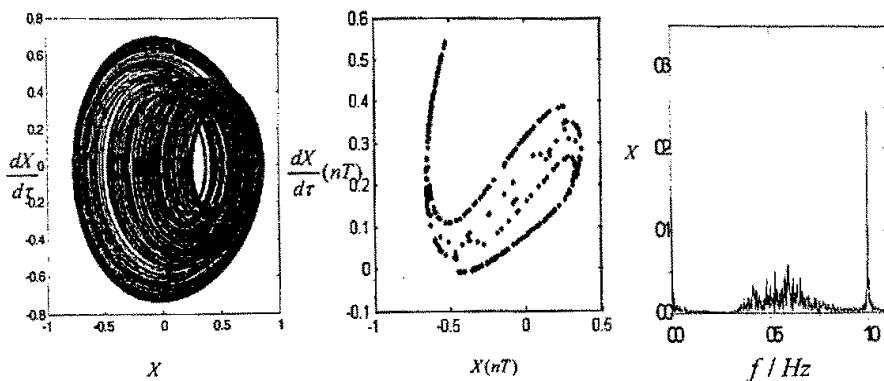
(e)  $\omega=5.0, \rho=0.3$  时相图、Poincare 图和频谱图

(e) Phase diagram, Poincaré map and spectrum analysis map at  $\omega=5.0, \rho=0.3$



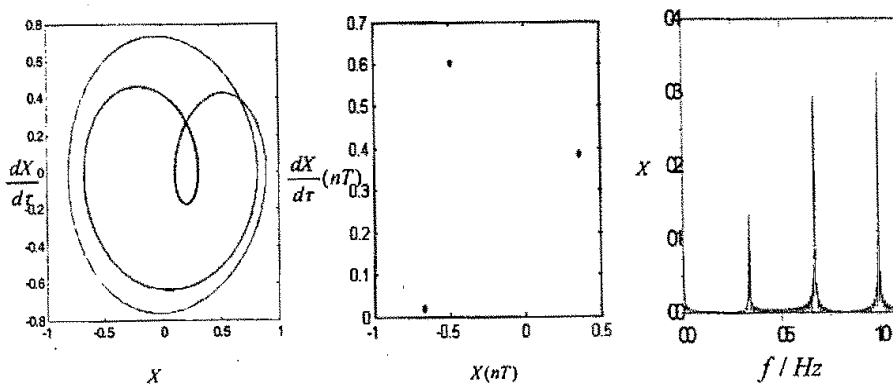
(f)  $\omega=8.0, \rho=0.3$  时相图、Poincare 图和频谱图

(f) Phase diagram, Poincaré map and spectrum analysis map at  $\omega=8.0, \rho=0.3$



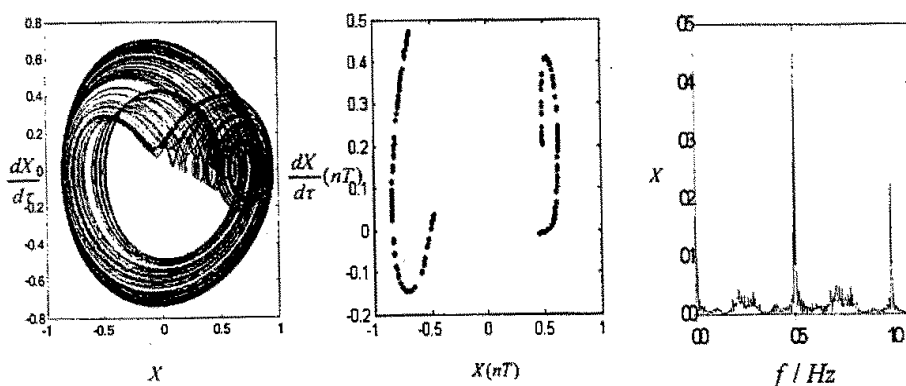
(g)  $\omega=2.95, \rho=0.4$  时相图、Poincare 图和频谱图

(g) Phase diagram, Poincaré map and spectrum analysis map at  $\omega=2.95, \rho=0.4$



(h)  $\omega=3.4, \rho=0.4$  时相图、Poincare 图和频谱图

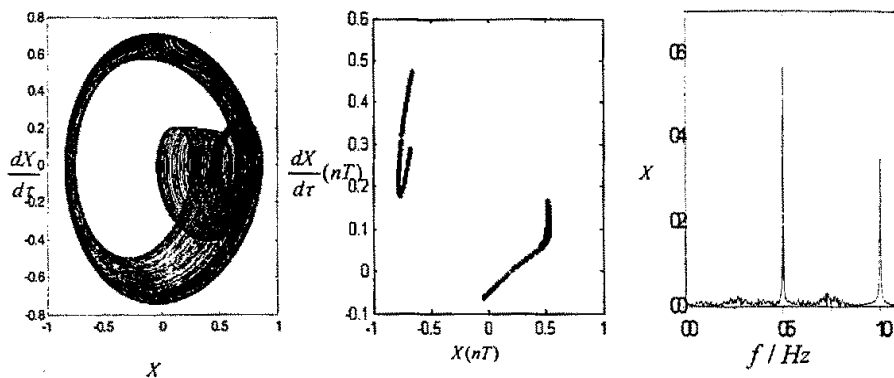
(h) Phase diagram, Poincaré map and spectrum analysis map at  $\omega=3.4, \rho=0.4$



(i)  $\omega=3.0, \sigma=0.022$  时相图、Poincare 图和频谱图

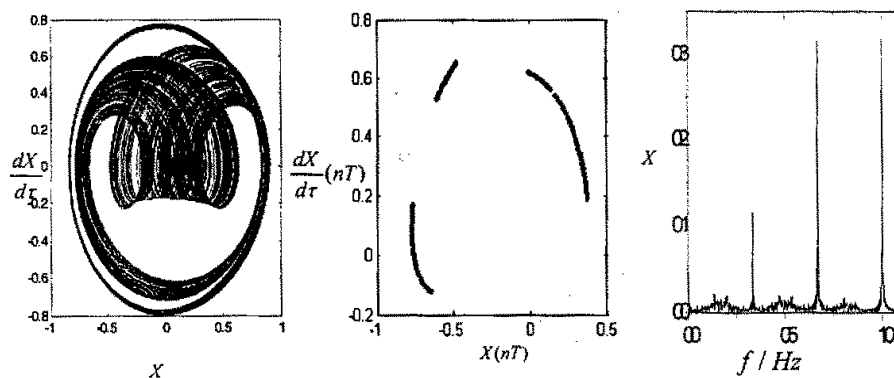
(i) Phase diagram, Poincaré map and spectrum analysis map at  $\omega=3.0, \sigma=0.022$





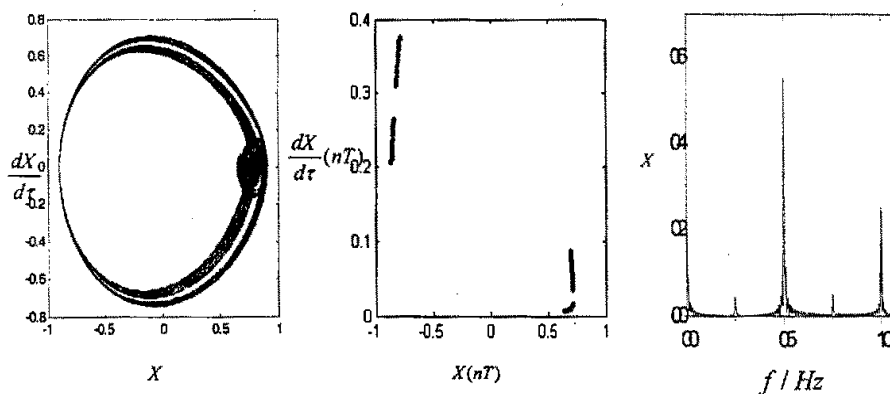
(j)  $\rho = 0.35, \sigma = 0.008$  时相图、Poincare 图和频谱图

(j) Phase diagram, Poincaré map and spectrum analysis map at  $\rho = 0.35, \sigma = 0.008$



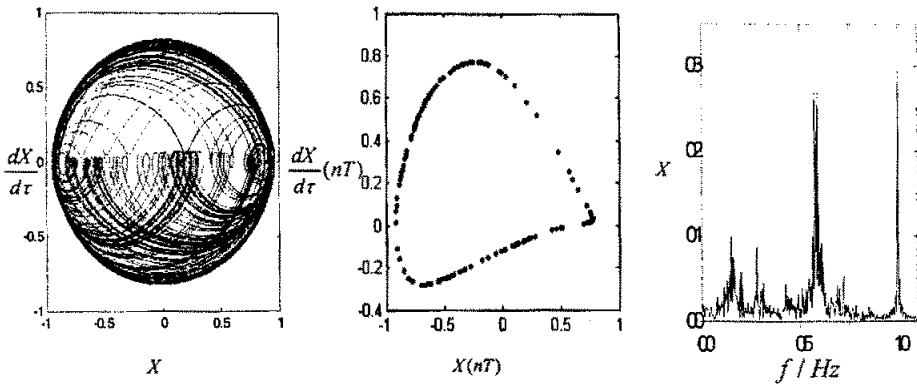
(k)  $\rho = 0.4, \sigma = 0.008$  时相图、Poincare 图和频谱图

(k) Phase diagram, Poincaré map and spectrum analysis map at  $\rho = 0.4, \sigma = 0.008$



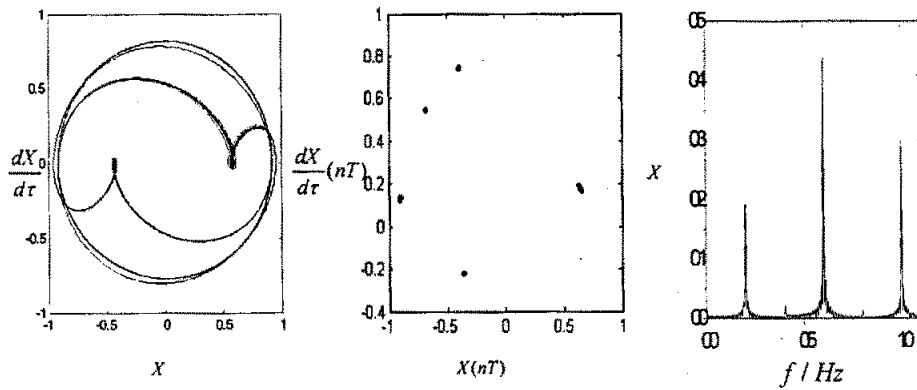
(l)  $\omega = 4.5, \sigma = 0.024$  时相图、Poincare 图和频谱图

(l) Phase diagram, Poincaré map and spectrum analysis map at  $\omega = 4.5, \sigma = 0.024$



(m)  $\omega = 6.0, \sigma = 0.025$  时相图、Poincare 图和频谱图

(m) Phase diagram, Poincaré map and spectrum analysis map at  $\omega = 6.0, \sigma = 0.025$



(n)  $\omega = 7.5, \sigma = 0.015$  时相图、Poincare 图和频谱图

(n) Phase diagram, Poincaré map and spectrum analysis map at  $\omega = 7.5, \sigma = 0.015$

图 3.5 相图、Poincare 图和频谱图

Fig3.5 Phase diagram, Poincaré map and spectrum analysis map

图 3.1 为  $\sigma = 0.008$  时系统关于无量纲转速  $\omega$  的分岔图。可见,  $\rho = 0.2$  时, 系统经历了同步周期运动  $\rightarrow 2T$  周期运动  $\rightarrow$  概周期运动  $\rightarrow$  解的跳跃  $\rightarrow$  倍周期运动  $\rightarrow$  概周期运动, 图 3.5 (a) 为  $\omega = 8.0$  时的相图、映射图以及频谱图, 此时系统所作运动为概周期运动;  $\rho = 0.3$  时, 系统经历了同步周期运动  $\rightarrow 2T$  周期运动  $\rightarrow 4T$  周期运动 (伴有混沌运动)  $\rightarrow 2T$  周期运动  $\rightarrow$  概周期运动的过程 (中间隐含若干  $KT$  周期运动窗口), 此图中指出,  $\omega \leq 2.04$  时转子作同步涡动,  $2.08 \leq \omega \leq 2.52$  时转子作半频涡动,  $2.56 \leq \omega \leq 4.0$  时转子作 4 周期运动同时还伴有混沌运动,  $4.04 \leq \omega \leq 5.56$  时转子又回到半频涡动,  $\omega \geq 5.6$  时系统作概周期运动。图 3.5 (b) ~ (f) 分别为上述区间当  $\omega = 1.5, 2.5, 3.0, 5.0, 8.0$

时对应的相图、映射图以及频谱图,更清楚地反映了对应运动特性; $\rho=0.4$ 时,系统经历了同步周期运动 $\rightarrow$ 不断倍周期分岔到混沌(中间隐含明显的周期3窗口),图3.5(g)、(h)分别为 $\omega=2.95, 3.4$ 时的相图、映射图以及频谱图,可以看出 $\omega=2.95$ 时是一分形结构,而 $\omega=3.4$ 时为周期3运动; $\rho=0.5$ 时,基本上是同步周期运动。

图3.2为 $\rho=0.3$ 时系统关于无量纲转速 $\omega$ 的分岔图。 $\sigma=0.008$ 时,系统的运动规律就是图3.1中 $\rho=0.3$ 的情况;而 $\sigma=0.005, 0.022, 0.03$ 时则是同步周期运动 $\rightarrow 2T$ 周期运动 $\rightarrow 4T$ 周期运动 $\rightarrow$ 混沌运动 $\rightarrow 4T$ 周期运动 $\rightarrow 2T$ 周期运动 $\rightarrow$ 概周期运动(中间隐含 $KT$ 周期运动窗口)的过程,且随着 $\sigma$ 的增大,混沌区变宽,发生概周期运动的转速提前,图3.5(i)为 $\omega=3.0, \sigma=0.022$ 时的相图、映射图以及频谱图,此时为一分形结构,对应混沌运动。

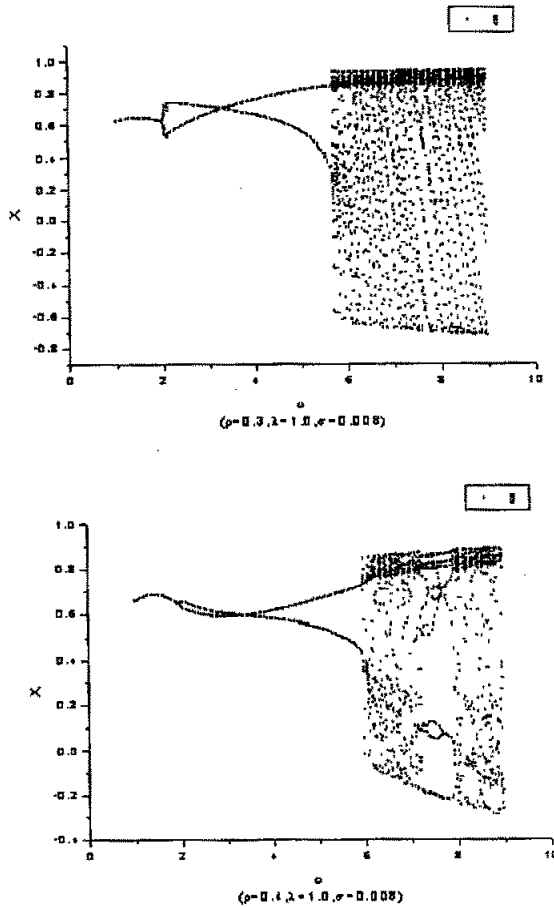
图3.3为 $\omega=4.5$ 时系统关于轴径偏心 $\rho$ 的分岔图。可以看出虽然 $\sigma$ 不同,但都是从同步周期运动到突发的半频涡动,再经不断的倍周期分岔到混沌再到同步周期运动的过程。中间隐含着明显的周期3窗口。但随着综合参数 $\sigma$ 的增加(或转子质量增加,或润滑油粘度下降等因素的影响),开始分岔时偏心量变小。图3.5(j)、(k)分别为 $\rho=0.35, 0.4$ 时的相图、映射图以及频谱图, $\rho=0.35$ 时为一分形结构,对应混沌运动, $\rho=0.4$ 时为周期3到混沌。

图3.4为 $\rho=0.3$ 时关于综合参数 $\sigma$ 的分岔图。在 $\omega=4.5, \rho=0.3$ 时为同步周期运动 $\rightarrow 2T$ 周期运动 $\rightarrow 4T$ 周期运动 $\rightarrow$ 混沌运动 $\rightarrow 4T$ 周期运动,图3.5(l)为 $\omega=4.5, \sigma=0.024$ 时的相图、映射图以及频谱图,此时对应为混沌运动; $\omega=5.0$ 时,在很大的范围内系统为倍周期运动(半频涡动); $\omega=6.0$ 时,运动规律为同步周期运动 $\rightarrow$ 倍周期运动 $\rightarrow$ 概周期运动,图3.5(m)为 $\omega=6.0, \sigma=0.025$ 时的相图、映射图以及频谱图,其映射图为极限环,对应概周期运动; $\omega=7.5$ 时为概周期运动(中间隐含 $KT$ 周期运动),图3.5(n)为 $\omega=7.5, \sigma=0.015$ 时的相图、映射图以及频谱图,此时对应周期5运动。

### 3.3 不同宽径比下的计算结果及分析

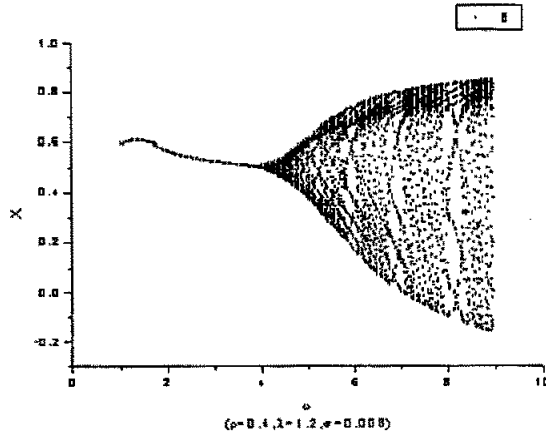
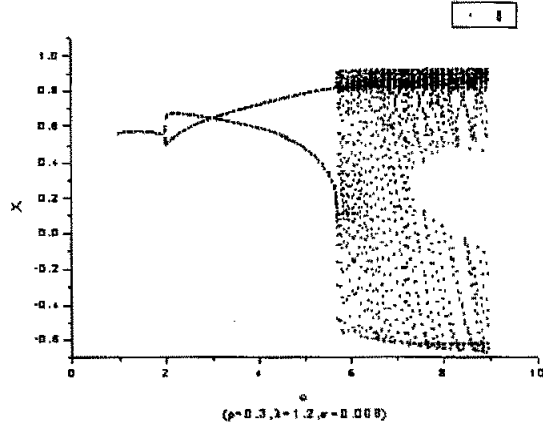
在上面的小节中对宽径比 $\lambda=0.7$ 时的有限宽轴承-刚性 Jeffcott 转子系统

的运动特性进行了分析，得出了和文献[44]以及[45]近似或者相同的结果，表明系统在不同参数影响下具有周期运动、概周期运动甚至混沌运动等丰富的非线性动力学特性。在本小节将对宽径比 $\lambda=1.0$ 、1.2、1.8以及2.0时系统的特性进行简单的研究。仍使用龙格-库塔算法并取时间步长为 $0.01\pi$ ，综合参数 $\sigma=0.008$ 有下面的结果：



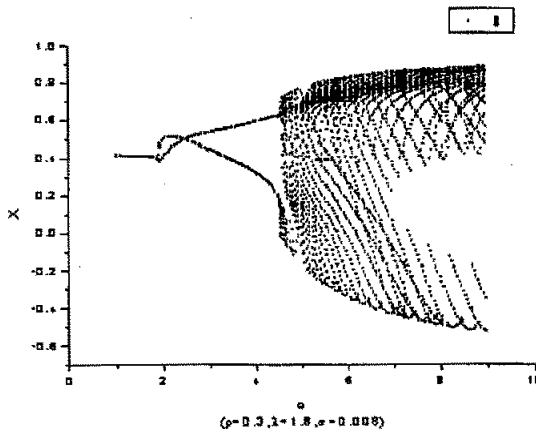
(a)  $\lambda = 1.0$  时  $\rho$  分别为 0.3、0.4 关于转速的分岔图

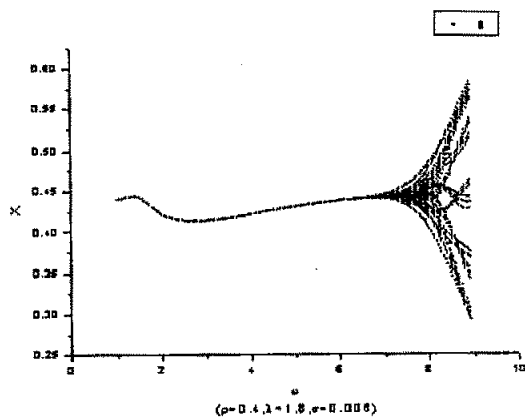
(a) Diagram of bifurcation maps about rotating speed at  $\lambda = 1.0$  ( $\rho = 0.3, 0.4$ )



(b)  $\lambda = 1.2$  时  $\rho$  分别为 0.3、0.4 关于转速的分岔图

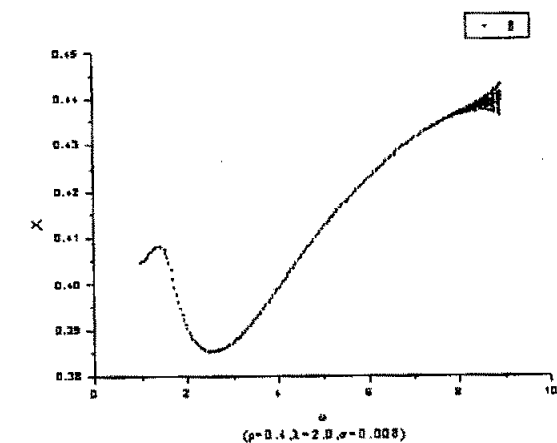
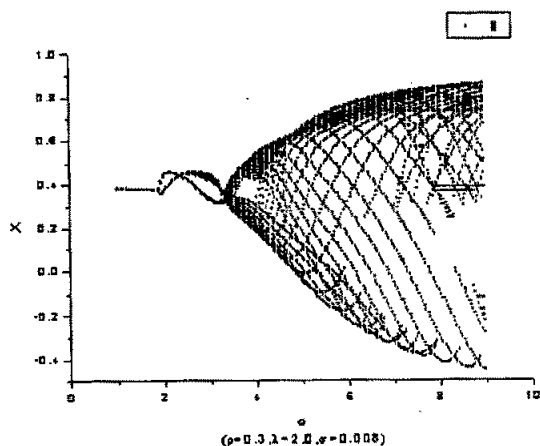
(b) Diagram of bifurcation maps about rotating speed at  $\lambda = 1.2$  ( $\rho = 0.3, 0.4$ )





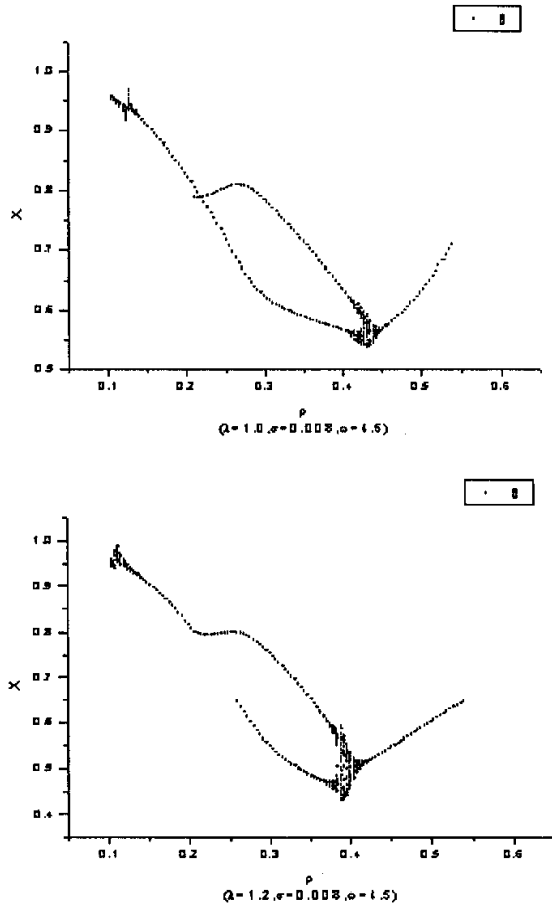
(c)  $\lambda = 1.8$  时  $\rho$  分别为 0.3、0.4 关于转速的分岔图

(c) Diagram of bifurcation maps about rotating speed at  $\lambda = 1.8$  ( $\rho = 0.3, 0.4$ )



(d)  $\lambda = 2.0$  时  $\rho$  分别为 0.3、0.4 关于转速的分岔图

(d) Diagram of bifurcation maps about rotating speed at  $\lambda = 2.0$  ( $\rho = 0.3, 0.4$ )



(e)  $\lambda = 1.0, 1.2$  时关于质量偏心的分岔图

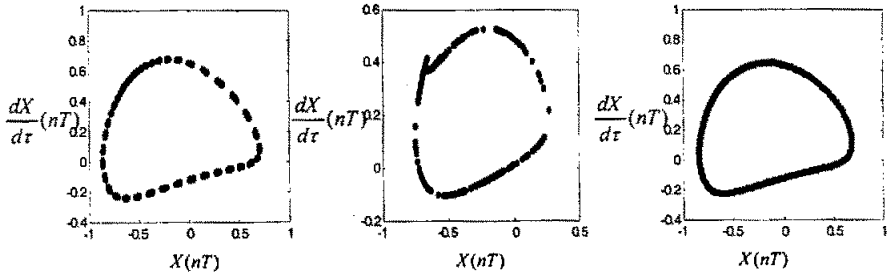
(e) Diagram of bifurcation maps about mass eccentricity at  $\lambda = 1.0, 1.2$

图 3.6 不同宽径比下的分岔图

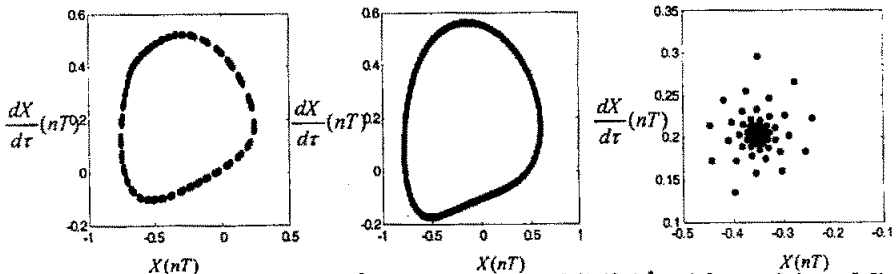
Fig3.6 Diagram of bifurcation maps at different length to diameter ratio

从图 3.6(a)、(b)、(c)、(d)中可以看出, 当  $\lambda = 1.0, 1.2, 1.8$  及  $2.0$ ,  $\rho = 0.3$  时系统经历的都是同步周期运动  $\rightarrow 2T$  周期运动  $\rightarrow$  概周期运动的过程 (中间隐含若干  $KT$  周期运动窗口), 而当  $\rho = 0.4$ ,  $\lambda = 1.0$  时系统的运动规律同  $\rho = 0.3$  时相同,  $\lambda = 1.2$  时系统经历了同步周期运动  $\rightarrow$  不断倍周期分岔到混沌的过程,  $\lambda = 1.8$  时系统经历了同步周期运动到混沌运动, 然后是概周期运动与混沌交替发生的运动,  $\lambda = 2.0$  时基本是同步周期运动, 出现混沌运动的转速比  $\lambda = 1.8$  推后; 图 3.6(e)中关于质量偏心的分岔图都是从同步周期运动到突发的半频涡动, 再经不断倍周期分岔到混沌再到同步周期运动的过程, 这个结果和  $\lambda =$

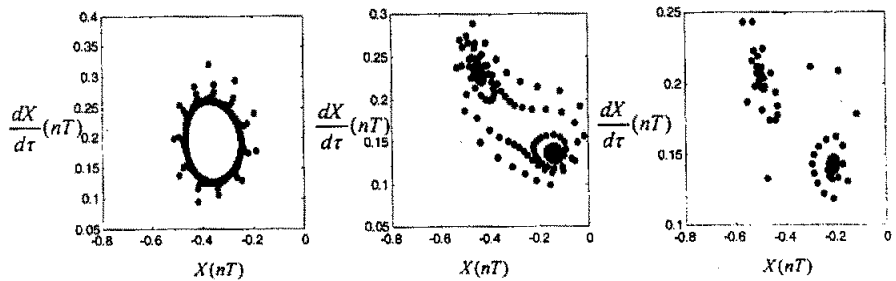
0.7 时类似。下面图 3.7 是与图 3.6 对应的部分 Poincare 映射图：



(a) ( $\lambda = 1.0, \rho = 0.3, \omega = 8.0$ ) (b) ( $\lambda = 1.0, \rho = 0.4, \omega = 6.5$ ) (c) ( $\lambda = 1.2, \rho = 0.3, \omega = 8.0$ )



(d) ( $\lambda = 1.2, \rho = 0.4, \omega = 8.0$ ) (e) ( $\lambda = 1.8, \rho = 0.3, \omega = 8.0$ ) (f) ( $\lambda = 1.8, \rho = 0.4, \omega = 8.0$ )



(g) ( $\lambda = 1.8, \rho = 0.4, \omega = 8.7$ ) (h) ( $\lambda = 1.2, \rho = 0.39, \omega = 4.5$ ) (i) ( $\lambda = 1.0, \rho = 0.43, \omega = 4.5$ )

图 3.7 与图 3.6 对应的部分 Poincare 映射图

Fig3.7 Partial Poincare maps correspondent with Fig3.6

### 3.4 结论

上面的计算结果表明，利用文献[17]给出的通过变分方法修正后的油膜力模型对有限宽轴承—刚性 Jeffcott 转子进行非线性分析，可以得到此系统存在着丰富的非线性动力学行为。

在特定宽径比下， $\rho = 0.2 \sim 0.5$  范围内转子的动力学行为最为复杂。在特定参数的变化范围内，系统具有周期、概周期甚至混沌运动。关于无量纲质量偏



心的分岔计算表明, 系统有突发的半频涡动出现。其余的计算结果还表明, 在较高偏心率的情况下( $\rho \geq 0.5$ ), 系统的运动为幅度渐增的同步周期运动。表明此时, 由油膜引起的自激振动影响较小。关于综合参数分岔的计算结果初步表明:  $\rho = 0.3$  时, 在转速较低的情况下( $\omega = 4.5$ ), 为同步周期运动  $\rightarrow 2T$  周期运动  $\rightarrow 4T$  周期运动  $\rightarrow$  混沌运动  $\rightarrow 4T$  周期运动;  $\omega = 5.0$  时, 在很大的范围内系统为倍周期运动(半频涡动);  $\omega = 6.0$  时, 运动规律为同步周期运动  $\rightarrow$  倍周期运动  $\rightarrow$  概周期运动, 而  $\omega = 7.5$  时为概周期运动(中间隐含  $KT$  周期运动)。因此, 适当调整综合参数  $\sigma$ , 有可能使转子避开概周期和混沌运动区域。

在不同宽径比下, 关于转速的分岔计算表明, 当  $\lambda = 1.0, 1.2, 1.8$  及  $2.0$ ,  $\rho = 0.3$  时系统经历的都是同步周期运动  $\rightarrow 2T$  周期运动  $\rightarrow$  概周期运动的过程(中间隐含若干  $KT$  周期运动窗口), 而当  $\rho = 0.4$ ,  $\lambda = 1.0$  时系统的运动规律同  $\rho = 0.3$  时相同,  $\lambda = 1.2$  时系统经历了同步周期运动  $\rightarrow$  不断倍周期分岔到混沌的过程,  $\lambda = 1.8$  时系统经历了同步周期运动到混沌运动, 然后是概周期运动与混沌交替发生的运动,  $\lambda = 2.0$  时基本是同步周期运动, 出现混沌运动的转速比  $\lambda = 1.8$  推后; 而关于质量偏心的分岔图都是从同步周期运动到突发的半频涡动, 再经不断倍周期分岔到混沌再到同步周期运动的过程, 这个结果和  $\lambda = 0.7$  时类似。

## 第四章 有限宽轴承—刚性 Jeffcott 转子系统碰摩的非线性动力学特性

在转子系统中, 转子相对于定子作高速转动, 如果任其直接接触必然会发生剧烈摩擦, 从而降低机器工作效率。为了减小摩擦, 在转子的轴承中充入高压润滑油以改善转子的运行状态。油膜振荡是当转速接近第一临界转速两倍时, 半频涡动的频率与转子系统临界角速度接近而发生共振, 使振幅急剧增大, 形成强烈的振荡。旋转机械中的油膜振荡不仅会使机器发生振动、产生噪音, 严重的还可能引发转子与定子间的碰摩, 产生破坏性后果。以近一、二十年来汽轮发电机组为例, 国内外电厂投运机组先后出现多次油膜失稳事故, 造成重大的经济损失。因此对于油膜振荡引起的失稳、分岔和碰摩问题的研究一直是学者们关注的重大课题。由于转子系统油膜振荡和失稳是高度非线性现象, 需要利用非线性动力学的理论和数值方法进行研究。目前只是对于一些如油膜轴承的动力学建模、油膜失稳和碰摩等这样的基本问题有很好的介绍, 但是将油膜失稳与转子碰摩联系起来进行分析的研究工作做的不多。为了更清楚地了解转子轴承系统丰富的非线性动力学行为, 有必要将多种因素结合起来, 而且所得结果与未考虑油膜力的碰摩结果有显著区别。这也表明在碰摩问题中非线性油膜力有着重要影响。

### 4.1 碰摩模型

对于碰摩模型采用文献[41]所介绍的碰摩模型, 此模型利用经典碰撞理论, 基于两个基本假设: 碰撞作用时间极短, 从而忽略碰撞过程中物体的位移; 其它力相对碰撞力来说很小, 而忽略不计。

假定: Jeffcott 转子的转轴无质量, 刚性系数为  $k$ ; 阻尼系数为  $c$ ; 转盘质量为  $M$ ; 转、静件碰撞时, 静子上与转子相接触部分的质量为  $m$ ; 静子上与转子相接触部分因碰撞而运动时受到弹性力、阻尼力, 对应的弹性系数、阻尼系数分别为  $k_c$  和  $d_c$ 。于是碰撞过程就可用如图 4.1 的弹簧—振子系统来描述, 质量块  $A$  的质量为  $M$ , 碰撞前后的速度分别为  $v_1$  和  $u_1$ , 质量块  $B$  的质量为  $m$ , 碰撞前后的速度分别为  $v_2$  和  $u_2$ ,  $v_2 = 0$ 。设碰撞的恢复系数为  $k^*$ ,  $1 > k^* > 0$ , 根据经典碰撞理论可得:

$$\begin{aligned} u_1 &= [(M - k^*m)v_1]/(M + m), \\ u_2 &= [M(1 + k^*)v_1]/(M + m) \end{aligned} \quad (4.1)$$

若假定  $B$  块本身的阻尼系数、弹性系数分别为  $K_f$  和  $D_f$  (与转静件碰摩情况相对应, 则

$$K_f = (k_1 k_2)/(k_1 + k_2)$$

和

$$D_f = c_1 + c_2,$$

$k_1$  和  $k_2$  分别为转、静件材料的弹性系数,  $c_1$  和  $c_2$  分别为转、静件材料的阻尼系数), 则恢复系数  $k_3$  可按文献[42]给出的公式计算。

若取  $M = nm$ , 在碰撞过程中  $A$  块受到的冲量则为:

$$F\tau = -Mv_1(1 + k^*)/(1 + n)$$

若碰摩前后转子和静子上那部分质量的法向速度分别为  $v_{1n}$ ,  $u_{1n}$  和  $v_{2n}$ ,  $u_{2n}$ ,  $v_{2n} = 0$ , 则有:

$$\begin{aligned} u_{1n} &= [(n - k^*)v_{1n}]/(1 + n), \\ u_{2n} &= [n(1 + k^*)v_{1n}]/(1 + n) \end{aligned} \quad (4.2)$$

若碰摩前后转子和静子上那部分质量的切向速度分别为  $v_{1r}$ ,  $u_{1r}$  和  $v_{2r}$  ( $v_{2r} = 0$ ),  $u_{1r}$ , 则利用切向的冲量定理有:

$$\begin{aligned} u_{1r} &= v_{1r}(1 + k^*)v_{1n}\mu/(1 + n), \\ u_{2r} &= n(1 + k^*)v_{1n}\mu/(1 + n) \end{aligned} \quad (4.3)$$

有了转子与静子碰撞过程完成后的速度, 结合它们的动力学方程, 可计算并判断出随后转子是脱离静子还是与静子继续接触, 若转子脱离静子, 则用不碰摩时的动力学方程描述其运动, 若与静子继续接触, 则碰摩力用以下第1种情况所述表示, 建立转子的动力学方程, 进而可研究它们随后的运动。下面对两种特殊情况进行讨论:

(1) 若  $n \gg k^*$ , 即转子的质量远大于与其接触的静子部分质量的碰摩情况, 根据(4.2)和(4.3)式可得:

$$\begin{aligned} u_{1n} &\approx v_{1n}, \quad u_{2n} \approx (1 + k^*)v_{1n}, \\ u_{1r} &\approx v_{1r}, \quad u_{2r} \approx (1 + k^*)v_{1n}\mu \end{aligned}$$

可见, 这两部分在碰撞完成后在法向具有同向速度, 且  $u_{2n} > u_{1n}$ , 但静子本身具有很大的刚度限制了该部分的运动, 从而使这两部分有合在一起在法向运动的趋势, 所以碰撞结束后转子受到静子作用的法向力近似为  $k_c \varepsilon$ ,  $k_c$  为静子刚度,  $\varepsilon$  为转子与静子相接触后一起沿法向的位移, 转子受到的切向力近似为  $\mu k_c \varepsilon$ 。本情况与文献[43]的模型相对应。

(2) 若  $m \gg M$ , 即  $n \rightarrow 0$ 、静子的质量远大于转子质量的转静件碰摩情况, 则由(4.2)和(4.3)式可得:

$$u_{1n} = (n - k^*)v_1 / (n + 1) \approx -k^*v_{1n}, \quad u_{2n} \approx 0,$$

$$u_{1r} \approx v_{1r} - \mu(1 + k^*)v_{1n}, \quad u_{2r} \approx 0$$



图4.1 弹簧振子系统

Fig4.1 Spring oscillator system

当转子的位移使其达到定子的表面, 亦即  $r = \sqrt{x^2 + y^2} \geq \delta$  时, 转子将与定子发生碰摩, 以下的研究采用第二种情况, 这里  $0 \leq k^* \leq 1$ ,  $\mu > 0$ 。可将此碰摩方程无量纲化得到:

$$\dot{X} = [1 + (1 + k)(-\cos \theta + \mu \sin \theta) \cos \theta] \dot{X}_0 + (1 + k)(-\cos \theta + \mu \sin \theta) \sin \theta \dot{Y}_0$$

$$\dot{Y} = -(1 + k)(\mu \cos \theta + \sin \theta) \cos \theta \dot{X}_0 + [1 - (1 + k)(\mu \cos \theta + \sin \theta) \sin \theta] \dot{Y}_0 \quad (4.4)$$

这里  $\theta$  为涡动角位移,  $\tan \theta = Y/X$ ,  $\dot{X}, \dot{Y}$  和  $\dot{X}_0, \dot{Y}_0$  分别为碰摩前后转盘在  $x$  和  $y$  方向上的无量纲速度分量。

## 4.2 油膜力作用下转子系统的碰摩运动微分方程及数值模拟结果与分析

本节讨论油膜力作用下刚性转子碰摩系统的动力学形态。由于该系统太复杂, 难以直接进行理论分析, 只好对其进行数值模拟。当  $r < \delta$  时, 不发生碰摩, 其无量纲方程由

$$\ddot{X} = \frac{F_x}{\beta} + \rho \cos \tau$$

$$\ddot{Y} = \frac{F_y}{\beta} + \rho \sin \tau - \frac{1.0}{\omega^2} \quad (3.3)$$

给出；当  $r \geq \delta$  时，碰摩发生，碰摩运动微分方程由上面的式 (4.4) 给出。

下面讨论在油膜力作用下有限宽刚性转子碰摩系统 (3.3)、(4.4) 的动力学形态。由于该系统的复杂性难以直接进行理论分析，仍采用数值模拟对其进行研究。碰摩前，用方程 (3.3) 来计算转子的运动轨迹；碰摩时，用方程 (4.4) 确定速度的变化；碰摩后，仍然用方程 (3.3) 确定以后的运动，但此时的初始速度应是碰摩后的速度，初始位置不变。

计算中所取的参数为： $\sigma = 0.008$ ， $\rho = 0.4$ 、 $0.3$ ， $\omega = 4.5$ ，在考虑某个参数影响时，其它参数不变。

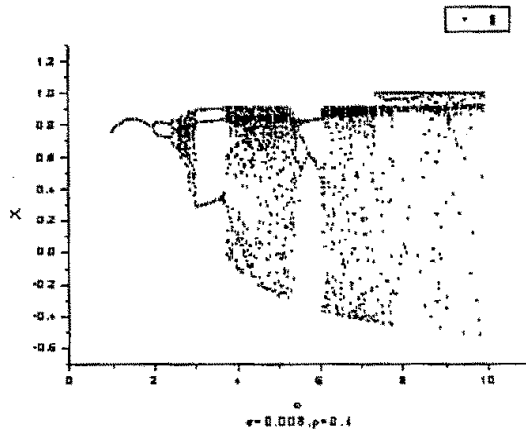
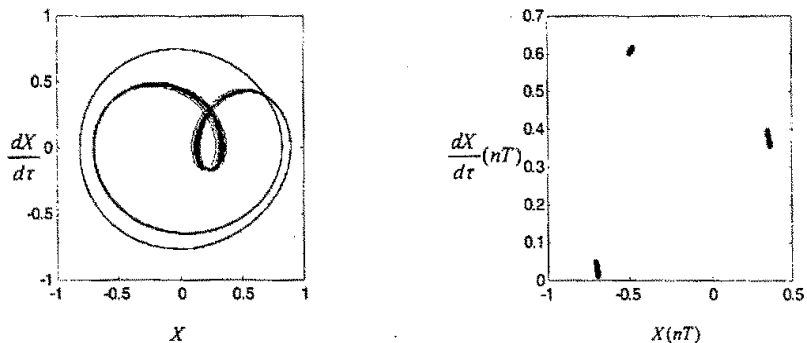


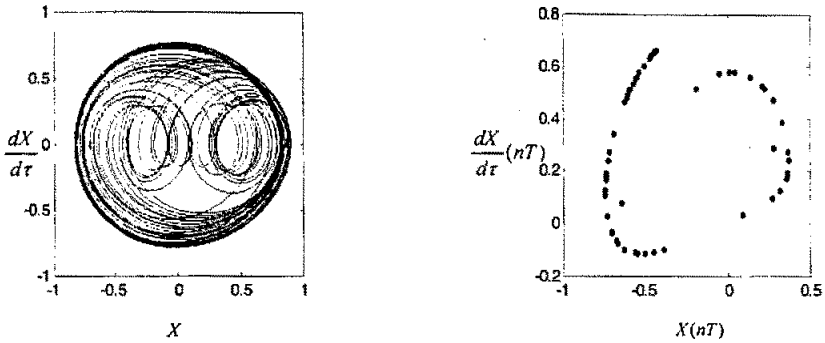
图 4.2 系统关于无量纲转速  $\omega$  的碰摩分岔图

Fig4.2 Diagram of rub-impact bifurcation map of dimensionless rotating speed  $\omega$



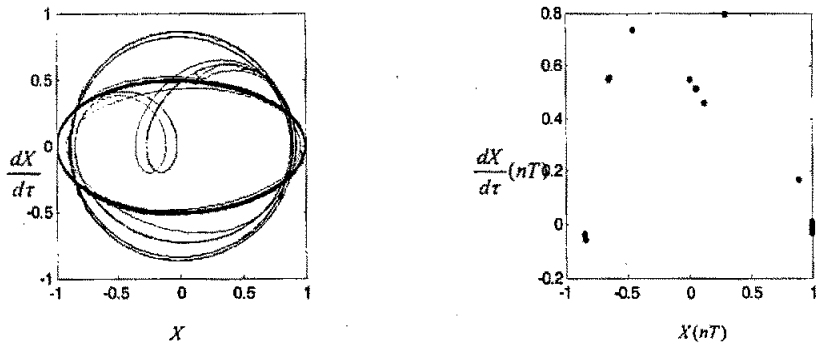
(a)  $\sigma = 0.008$ ， $\rho = 0.4$ ， $\omega = 3.6$  时的相图和 Poincaré 映射图

(a) Phase diagram and Poincaré map at  $\sigma = 0.008$ ， $\rho = 0.4$ ， $\omega = 3.6$



(b)  $\sigma = 0.008, \rho = 0.4, \omega = 4.0$  时的相图和 Poincaré 映射图

(b) Phase diagram and Poincaré map at  $\sigma = 0.008, \rho = 0.4, \omega = 4.0$



(c)  $\sigma = 0.008, \rho = 0.4, \omega = 8.0$  时的相图和 Poincaré 映射图

(c) Phase diagram and Poincaré map at  $\sigma = 0.008, \rho = 0.4, \omega = 8.0$

图 4.3 关于转速的部分相图及 Poincaré 映射图

Fig4.3 Partial phase diagram and Poincaré maps of rotating speed

#### 4.2.1 转子转速的影响

当综合参数  $\sigma$  和质量偏心  $\rho$  (0.4) 固定时, 系统关于无量纲转速  $\omega$  的分岔图如图 4.2 所示。在  $\omega \leq 2$  时, 发生同步周期运动, 即同频振动, 在 Poincaré 映射图上表现为单个的点, 在  $2.04 \leq \omega \leq 2.4$  时, 同频振动分裂为周期为 2 的分频振动, 在 Poincaré 映射图上表现为两个孤立的点。随后又继续分解为周期 4、周期 8、周期 16、……的分频振动。其中每次分裂都是一个点一分为二, 新分离出的两个点的距离逐渐拉开, 然后又进行新的分解。这是典型的倍周期分岔, 所有这些发生在非常窄的范围内, 并随着转速的进一步增加, 倍周期分岔导致了混沌的发生。在  $3.04 \leq \omega \leq 3.72$  时, 混沌运动突然变为规则的周期 3 分频振动。在  $3.76 \leq \omega \leq 6.04$

这个复杂运动区域是以倍周期分岔的途径进入混沌状态而以混沌—周期突发的途径离开混沌区域。如图 4.3 (a) 为  $\omega = 3.6$  时周期 3 分频振动相图和 Poincare 映射图。当  $\omega$  接近 3.76 时, 转速升至第一阶临界转速, 发生主共振, 转子涡动的振幅随着  $\omega$  增大而急剧增大, 此时转子与定子开始发生接触并导致碰摩, 转子的涡动轨迹图及 Poincare 映射图 4.3 (b) 表明此时的运动是非周期的, 不过轨线仍然集中在周期轨道附近, 转子的碰摩运动是混沌的。在  $6.08 \leq \omega \leq 7.36$  时转子为拟周期运动, 然后在  $\omega \geq 7.4$  时, 转子的涡动幅度急剧增大, 转子与定子表面接触, 碰摩运动发生, 此时的转子涡动轨迹及 Poincare 映射图如图 4.3 (c) 所示,  $\omega = 8.0$  为 KT 周期运动, 转子与定子剧烈碰撞, 碰摩极具破坏性。

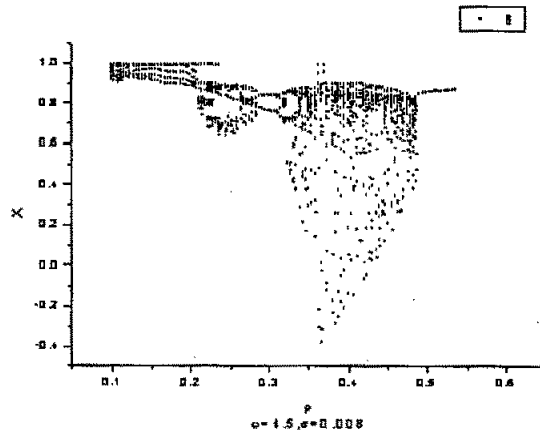
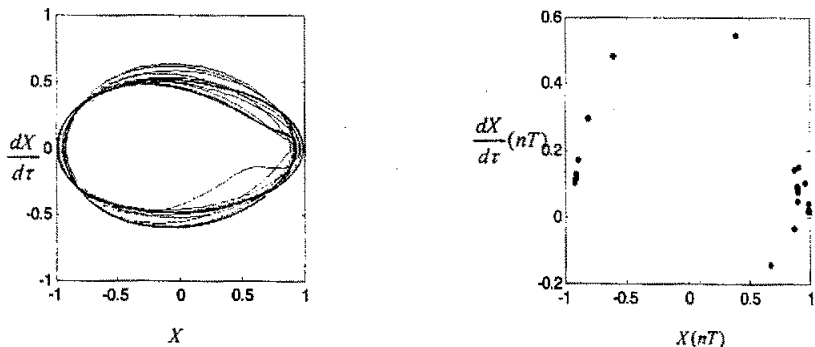


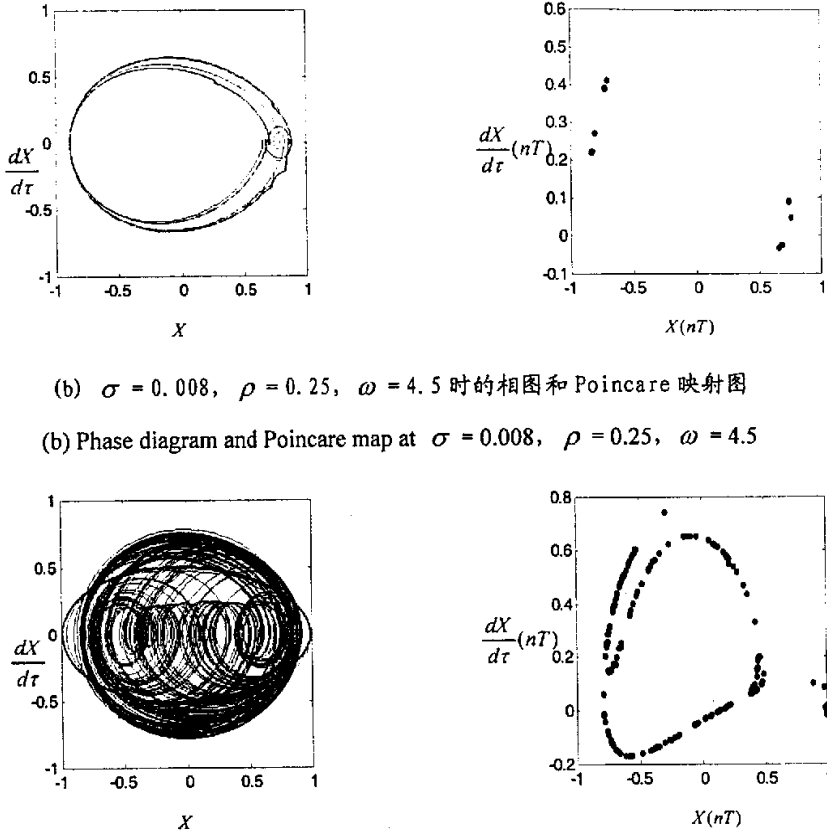
图 4.4 系统关于质量偏心  $\rho$  的碰摩分岔图

Fig4.4 Diagram of rub-impact bifurcation maps of mass eccentricity  $\rho$



(a)  $\sigma = 0.008$ ,  $\rho = 0.15$ ,  $\omega = 4.5$  时的相图和 Poincare 映射图

(a) Phase diagram and Poincare map at  $\sigma = 0.008$ ,  $\rho = 0.15$ ,  $\omega = 4.5$



(b)  $\sigma = 0.008$ ,  $\rho = 0.25$ ,  $\omega = 4.5$  时的相图和 Poincare 映射图

(b) Phase diagram and Poincare map at  $\sigma = 0.008$ ,  $\rho = 0.25$ ,  $\omega = 4.5$

(c)  $\sigma = 0.008$ ,  $\rho = 0.37$ ,  $\omega = 4.5$  时的相图和 Poincare 映射图

(c) Phase diagram and Poincare map at  $\sigma = 0.008$ ,  $\rho = 0.37$ ,  $\omega = 4.5$

图 4.5 关于质量偏心  $\rho$  的部分相图及 Poincare 映射图

Fig4.5 Partial phase diagram and Poincare maps of mass eccentricity  $\rho$

#### 4.2.2 质量偏心的影响

当综合参数  $\sigma$  和转速  $\omega$  固定时,系统关于质量偏心  $\rho$  的分岔图如图 4.4 所示。未碰摩时,在  $\rho \leq 0.28$  时系统运动是同频振动,在  $0.376 \leq \rho \leq 0.388$  时为周期 3 分频振动,而在碰摩时,当  $\rho \leq 0.28$  时,转子与定子发生急剧的碰撞,  $\rho \leq 0.208$  时转子的运动为混沌运动,  $\rho = 0.15$  时相图及 Poincare 映射图如图 4.5 (a) 所示,当  $0.212 \leq \rho \leq 0.28$  时,转子的运动为 KT 周期运动,如图 4.5 (b) 为  $\rho = 0.25$  时的相图和 Poincare 映射图。然后到突发的半频涡动,再经不断的倍周期分岔到混沌再到同频振动,其中在  $\rho = 0.37$  时的相图及 Poincare 映射图如图 4.5 (c) 所示



为混沌运动。

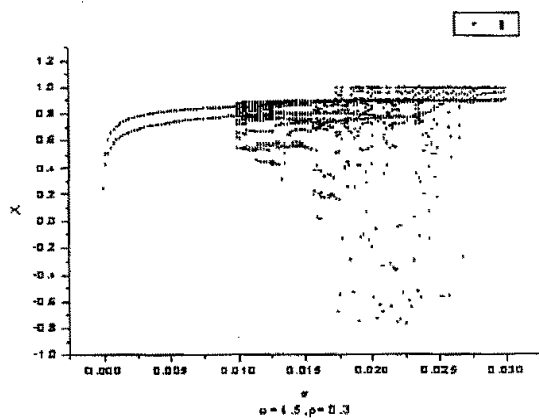
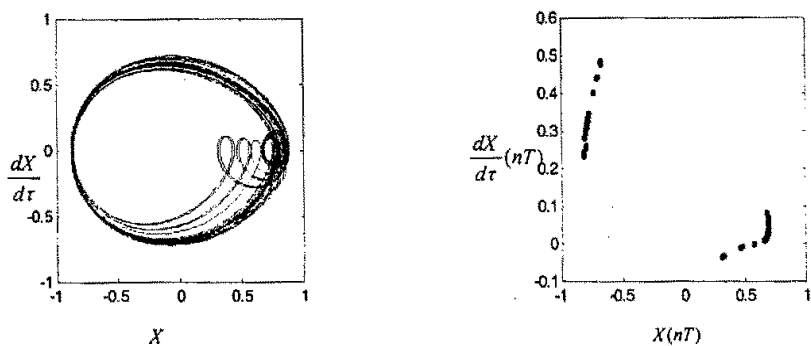


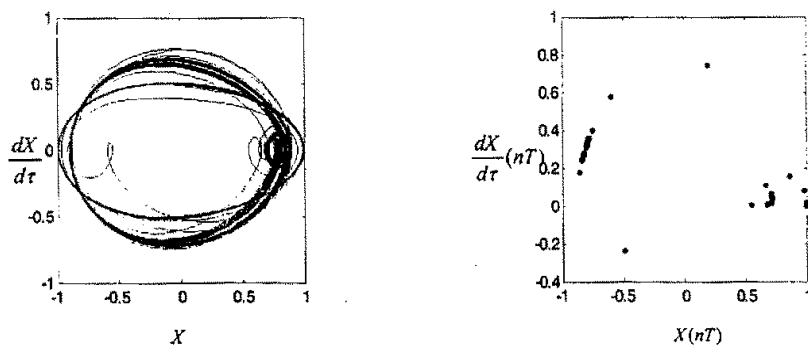
图 4.6 系统关于综合参数  $\sigma$  的碰摩分岔图

Fig4.6 Diagram of rub-impact bifurcation maps of synthetic parameter  $\sigma$



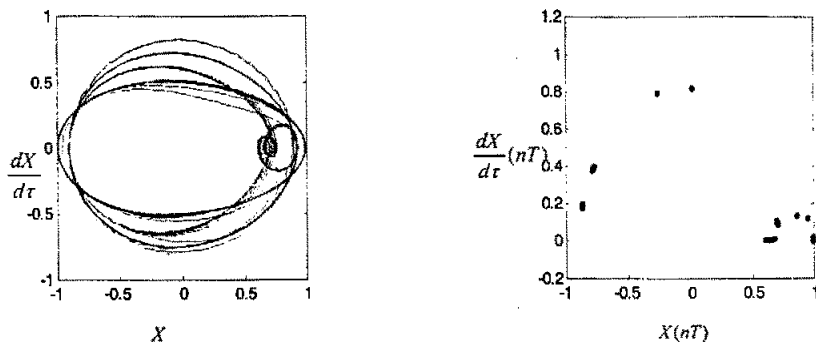
(a)  $\sigma = 0.0125$ ,  $\rho = 0.3$ ,  $\omega = 4.5$  时的相图和 Poincaré 映射图

(a) Phase diagram and Poincaré map at  $\sigma = 0.0125$ ,  $\rho = 0.3$ ,  $\omega = 4.5$



(b)  $\sigma = 0.02$ ,  $\rho = 0.3$ ,  $\omega = 4.5$  时的相图和 Poincaré 映射图

(b) Phase diagram and Poincaré map at  $\sigma = 0.02$ ,  $\rho = 0.3$ ,  $\omega = 4.5$

(c)  $\sigma = 0.028$ ,  $\rho = 0.3$ ,  $\omega = 4.5$  时的相图和 Poincaré 映射图(c) Phase diagram and Poincaré map at  $\sigma = 0.028$ ,  $\rho = 0.3$ ,  $\omega = 4.5$ 图 4.7 关于综合参数  $\sigma$  的部分相图及 Poincaré 映射图Fig4.7 Partial phase diagram and Poincaré maps of synthetic parameter  $\sigma$ 

#### 4.2.3 综合参数的影响

当转速  $\omega$  和质量偏心  $\rho$  (0.3) 固定时, 系统关于综合参数  $\sigma$  的分岔图如图 4.6 所示。在  $\sigma \leq 0.00981$  时系统由同频振动分裂为周期为二的分频振动, 在  $0.01001 \leq \sigma \leq 0.01721$  时, 转子的运动突然变为混沌运动, 如图 4.7 (a) 为  $\sigma = 0.0125$  时的相图和 Poincaré 映射图, 转子与定子发生碰摩, 是以混沌一周期突发的途径进入混沌的; 在  $0.01741 \leq \sigma \leq 0.02601$  时, 转子涡动的振幅随  $\sigma$  的增大而急剧增大, 此时转子的运动为混沌运动, 图 4.7 (b) 所示为  $\sigma = 0.02$  时的相图及 Poincaré 映射图; 在  $0.02621 \leq \sigma \leq 0.03001$  时转子的运动为周期运动,  $\sigma = 0.028$  时的相图及 Poincaré 映射图如图 4.7 (c) 所示, 此阶段以混沌一周期途径离开混沌区域。

#### 4.2.4 结论

本章用数值模拟研究了有限宽轴承—Jeffcott 刚性转子系统在考虑油膜力外还考虑其它非线性因素如碰摩影响的非线性动力学行为, 讨论了无量纲转速  $\omega$ 、轴径偏心  $\rho$  及综合参数  $\sigma$  对于此碰摩系统运动特性的影响。分析表明, 随着转速、轴径偏心及综合参数的变化系统具有非常丰富的周期运动、概周期运动与混沌运动, 本文所涉及的通向、离开混沌的道路为倍周期分岔和周期—混沌突发途径。碰摩转子系统具有的这些混沌运动及各种非线性现象, 对于碰摩故障的诊断有重要意义。

## 第五章 结束语

作者通过阅读大量国内外专家相关的科技文献资料,选取适当的模型然后建立适合本课题研究的有限宽轴承非线性油膜力模型,最后利用数值模拟对系统的非线性动力学行为进行研究,还进行了深入的理论分析。

由于所研究的系统具有强非线性特征,本论文采用常微分方程的数值解法思想—龙格-库塔算法,编制 Fortran 语言程序,作出了系统在不同参数影响下的相图、Poincare 映射图、功率谱图及分岔图,表明系统具有周期运动、概周期运动甚至混沌运动等丰富的非线性动力学特性,另外文中还涉及到通向、离开混沌的道路有倍周期分岔和周期—混沌突发途径。碰摩转子系统具有的这些混沌运动及各种非线性现象,对于碰摩故障的诊断有重要意义。

本论文的创新之处在于:

1. 采用了有限宽轴承非线性油膜力模型来研究 Jeffcott 转子系统在不同宽径比下的非线性动力学特性。由于在工程实际中主要应用的是有一定长径比的有限宽轴承,因此更具有工程实际意义。

2. 目前对于一些如油膜轴承的动力学建模、油膜失稳和碰摩等这样的基本问题有很好的介绍,但是将油膜失稳与转子碰摩联系起来进行分析的研究工作做的不多。本论文将两种非线性因素结合起来对有限宽轴承—Jeffcott 转子系统进行了研究,表明在碰摩问题中非线性油膜力有着重要影响。

但是由于经验、基础理论、研究方法和时间等多方面的原因,本文的工作只是取得了阶段性的研究成果,今后还有大量值得深入的问题有待进一步的研究,在很多方面还需要引起足够的重视:

1. 目前大量的研究都采用的是单盘转子,对于多盘转子的研究不是很深入。
2. 影响转子系统运动特性的因素有很多,而将好多因素综合起来对系统进行研究的工作做的不是很多。
3. 复杂的转子系统具有更加复杂的动力学行为,比如裂纹转子,要了解其动力学行为还需要进一步的探索符合实际的研究方法和分析方法。
4. 由于条件的限制,对于转子系统进行实验研究也就存在一定的困难,现在研究大多停留在数值模拟和理论分析阶段。

## 参考文献

- [1] Jeffcott H H, The Lateral Vibration of Loaded Shafts in the Neighborhood of a Whirling Speed—the Effect of Want of Balance, *Phil, Mag.*, 1919, 37.
- [2] G.Genta, C.Delprete and E.Busa. Some considerations on the Basic Assumptions in Rotor dynamics. *Journal of Sound and Vibration*. 1999, 227(3): 611-645.
- [3] Yukio Ishida. Nonlinear Vibration and chaos in Rotor-dynamics, *JSME International Journal Series C*. 1994, 37(2): 237-245.
- [4] 当今大型汽轮发电机组的油膜振荡及其研究. 江苏省电力试验研究所, 1987.
- [5] 朱均. 摩擦学设计在大型汽轮发电机组轴系中的应用. *中国机械工程*. 1992, 3(2).
- [6] Baxter N L. Case study of rotor in stability in the utility industry, *Public Service, U. S. A*, 1984.
- [7] 米劳纳克斯 A.等, Lavrion 电厂一台 300MW 汽轮机的低压转子振动——一台尚未查明振动之真正原因的机组. 国外透平, 1987.
- [8] 闻邦椿, 顾家柳, 夏松波等. 高等转子动力学—理论、技术与应用. 北京: 机械工业出版社, 2001. 1.
- [9] 崔升, 张文, 徐小峰等. 无限长圆柱轴承非稳态完整油膜边界的确定. *复旦学报*, Vol 38, No.2, 1999.
- [10] 徐小峰, 张文. 非稳态短轴承非线性油膜力模型研究. *振动与冲击*, 16(增刊): 30-33.
- [11] 张慧生, 张文, 裘祖干等. 有限长轴承非线性油膜力导数的计算方法与性质. *应用力学学报*, 第 13 卷, 增刊, 1996 年, 21-27.
- [12] Tiesheng Zheng, Norio Hasebe. Calculation of Equilibrium Position and Dynamic Coefficients of a Journal Bearing Using Free Boundary Theory. *Transactions of the ASME*. Vol 122, July, 2000: 616-621.
- [13] Zheng T S, Hasebe N. Nonlinear dynamic behaviors of a complex rotor-bearing system [J]. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 2000, 67(3): 485-495.
- [14] Zhang Wen, Xu Xiaofeng. Modeling of nonlinear oil-film force acting on a journal with unsteady motion and nonlinear instability analysis under the model [J]. *Int Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, 2000, 1(3): 179-186.
- [15] 孙大成(美国). 润滑力学讲义[M]. 中国: 友谊出版公司, 1991. (Sun Dacheng. Teaching Materials of Lubricative Mechanics[M]. China: Publication of Friendship, 1991. (in Chinese)).
- [16] Choy F K, Padovan J. Nonlinear transient analysis of rotor-casing rub events. *J. Sound Vib*. 1987, 113(3): 529-545.
- [17] 郑铁生, 陈龙, 杨树华等. 非定常短轴承油膜力公式的变分修正. *计算力学学报*, 2003:

- 20(4): 451-455.
- [18] 张宇, 陈子恕. 某电厂转子碰摩机理分析. 非线性动力学学报, 1997, 4(1): 62-68.
- [19] Wu X.-F., and Wang D. Irregular period-doubling to chaos to period-decreasing bifurcation in a rotor casing dynamical system. Trans. Tsinghua Uni., Tsinghua Sci. and Tech., 1997, 2(3): 21-29.
- [20] Li G.-X., Paidoussis M P. Impact phenomena of Rotor-casing Dynamical Systems. Nonlinear Dynamics, 1994, 5(1): 53-70.
- [21] 孙政策, 徐健学, 龚璞林. 转子系统碰摩行为的研究. 振动工程学报, 2000, 13(3): 474-480.
- [22] Ehrich F. Some observation of chaotic vibration phenomena in high-speed rotor-dynamics. ASME J. of Vibration and Acoustics, 1991, 113(1): 50-57.
- [23] Ehrich F. Observations of subcritical superharmonic and chaotic response in rotor-dynamics. ASME J. Vibration and Acoustics, 1992, 114(1): 93-100.
- [24] 张思进, 陆启韶, 王琪. 转子与定子几何不对中引起的碰摩分析. 振动工程学报, 1998, 11(4): 492-496.
- [25] 张思进, 陆启韶, 王琪. 一类刚性约束转子碰摩的非光滑分析. 非线性动力学学报. 1998, 5(4): 312-316.
- [26] 刘耀宇, 胡葛庆. 系统参数对碰摩转子稳态响应的影响. 非线性动力学学报, 1999, 6(4): 332-337.
- [27] 褚福磊, 唐云. 碰摩转子系统的碰摩分岔现象. 非线性动力学学报, 1998, 5(2): 177-180.
- [28] 陆启韶, 张思进, 王士敏. 转子-弹性机壳系统碰摩的分段模型分析. 振动工程学报, 2000, 13(2): 178-187.
- [29] Smalley A J. The dynamic response of rotors to rubs during startup. ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, 1989, 111, 226-233.
- [30] Goldman P, Muszynska A. Rotor-to-Stator, rub-related, thermal/mechanical effects in rotating machinery. Chaos, Solitons & Fractals, 1995, 5(9): 1579-1601.
- [31] Adiletta G, Guido A R, Rossi C. Chaotic motions of a rigid rotor in short journal bearings. Nonlinear Dynamics, 1996, 10: 251-269.
- [32] Chen C L, Yan H T. Chaos in the imbalance response of a flexible rotor supported by oil film bearings with non-linear suspension. Nonlinear Dynamics, 1998, 16: 71-90.
- [33] 张家忠, 许庆余, 郑铁生. 一种分析具有局部非线性多自由度动力系统特性的方法. 计算力学学报, 1999, 16(1): 74-78.
- [34] 张家忠, 许庆余, 郑铁生. 具有局部非线性动力学系统周期解及稳定性方法. 力学学报, 1998, 30(5): 572-579.
- [35] 袁小阳, 朱均. 不平衡转子-滑动轴承系统稳定性的非线性研究. 振动与冲击, 1996, 15(1): 71-76.

- [36] 刘恒, 陈绍汀. 非线性系统全局动态特性分析 PCM 法及其在转子轴承系统中得应用. 应用力学学报, 1995, 12(3): 7-15.
- [37] 郭丹, 陈绍汀. 非线性动力系统全局分析得变胞映射法与转子一轴承系统得全局稳定性. 应用力学学报, 1996, 13(4): 8-15.
- [38] Hsu C S. A theory of cell-to-cell mapping dynamical systems. J.Appl.Mech., 1980, 47: 931-939.
- [39] Hsu C S. An unraveling algorithm for global analysis of dynamical systems-an application of cell-to-cell mapping. J.Appl.Mech., 1980, 47: 940-948.
- [40] 黄文虎, 武新华, 焦映厚等. 非线性转子动力学研究综述. 振动工程学报, 2000, 13(4): 479-509.
- [41] 刘献栋, 李其汉. 转静件摩擦模型及不对中转子局部摩擦的混沌特性. 航空动力学报, 1998, 13(4): 361-456.
- [42] Golsman P, Muszynska A. Dynamic Effects in Mechanical Structure with Gaps and Impacting. Order and Chaos, ASME Journal of Vibration and Acoustics, 1994, 116: 541-547.
- [43] John L Isaksson. Dynamics of a Rotor with Anunular Rub. Proceedings of the Fourth International Conference on Rotor Dynamics, Chicago, USA, 1994: 85-90.
- [44] 郭建萍, 邱鹏庆, 崔生等. 有限长轴承非稳态油膜力建模及非线性油膜失稳. 振动工程学报, 2001, 14(1): 8-12.
- [45] 孙保苍, 周传荣. 不平衡转子一轴承系统非线性行为研究. 振动与冲击, 2003, 22(2): 85-89.
- [46] 张文. 转子动力学理论基础. 北京: 科学出版社, 1990: 172.
- [47] Zhang W, Zhang H S, Xu X F. Study of general nonlinear formula of oil-film force acting on a journal with unsteady motion. Proceedings of Asia-pacific Vibration Conference, 1997: 824-829.
- [48] Paranjpe, R.S.Goenka, P.K. Analysis of Crankshaft Bearings Using a Mass Conserving Algorithm. Tribology Transactions STLE, 1996, 33(3): 333-344.
- [49] 张直明等编. 滑动轴承的流体动力润滑理论. 北京: 高等教育出版社, 1987.
- [50] 徐小峰, 崔升, 张文等. 再附着边界条件下无限长轴承非线性油膜力的计算. 复旦学报, Vol 38, No.2, 1999.
- [51] 钟一谔, 何衍宗, 王正等. 转子动力学. 北京: 清华大学出版社, 1987.
- [52] 刘士学, 方先清等. 透平压缩机强度与振动, 北京: 机械工业出版社, 1997.
- [53] 晏砺堂, 朱梓根, 李其汉等. 高速旋转机械振动. 北京: 国防工业出版社, 1994.
- [54] Childs D W. Rub induced parametric excitation in rotors. ASME J.Of Mechanical Design, 1979, 10: 640-644.

- [55] Begg I C. Friction induced rotor whirl—a study in stability. *J. of Engineering for Industry*, 1974, 96(2): 450-454
- [56] Goldman P, Muszynska A. Dynamic effects in mechanical structures with gaps and impacting: order and chaos. *ASME Journal Vibration and Acoustics*, 1994, 116: 541-547.
- [57] 张文. 转子系统的干摩擦回旋失稳. *振动工程学报*, 1988, 1(3): 80-84.
- [58] 张思进, 陆启韶. 碰摩转子系统的非光滑分析. *力学学报*, 2000, 32(1): 59-69.
- [59] 张思进, 陆启韶. 碰摩转子映射系统的延迟反馈混沌控制. *固体力学学报*, 2001, 22(1): 89-94.
- [60] 徐小峰, 张文. 一种非稳态油膜力刚性转子的分岔和混沌特性. *振动工程学报*, 2000, 13(2): 247-253.
- [61] 陈予恕, 孟泉. 非线性转子—轴承系统的分叉. *振动工程学报*, 1996, 9(3): 266-275.
- [62] 陈予恕, 丁千, 孟泉. 非线性转子的低频失稳机理分析. *应用力学学报*, 1998, 15(1): 113-117.
- [63] 孟泉, 陈予恕. 非线性转子—轴承系统油膜失稳新机理研究. *非线性动力学学报*, 1995, 2(3): 189-197.
- [64] 焦映厚, 陈照波, 夏松波等. 转子—非圆轴承系统非线性动力学行为的研究. *航空动力学报*, 2000, 15(4): 413-418.
- [65] 沐华平. 转子—轴承系统油膜失稳机制的研究[博士论文]. 北京, 清华大学, 1994.
- [66] 武新华, 刘荣强, 夏松波. 非线性油膜力作用下滑动轴承涡动轨迹及稳定性分析. *振动工程学报*, 1996, 9(3): 302-307.
- [67] Kicinski J., Drozdowski R., Materny P. The Nonlinear Analysis of the effect of Support Construction Properties on the Dynamics properties of Multi-support Rotor Systems. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, 206(4): 523-539.
- [68] Ding J., Krodskieski J. M.. Inclusion of Static Indetermination in the Mathematical Modal for Nonlinear Dynamic Analysis of Multi-bearing Rotor Systems, *Journal of Sound and Vibration*, 1993, 164(2): 267-280.
- [69] Chan D. S. H.. Nonlinear Analysis of Rotor Dynamic Instabilities in High-Speed Turbomachinery. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1996, 118: 122-129.
- [70] 丁千, 陈予恕. 弹性转子—滑动轴承系统稳定性分析. *应用力学学报*, 2000, 17(3): 111-116.
- [71] 张宇, 陈予恕, 毕勤胜. 转子—轴承—基础非线性动力学研究. *振动工程学报*, 1998, 11(1): 24-30.
- [72] 谢友柏, 汤玉涕. 具有非线性油膜力的滑动轴承转子系统振动特性研究. *西安交通大学学报*, 1987; 21(4): 93-104

## 致 谢

感谢江苏大学人才基金的资助。

本文是在导师孙保苍副教授的悉心指导下完成的，衷心感谢孙老师三年来的谆谆教诲。从论文开题到中期评定再到最后总结，孙老师一直对我进行着认真的指导，关心着论文的结构，思路，进度，其深厚的理论功底，渊博的知识和作为一名科学工作者严谨求实的工作态度给我留下了深刻的印象，将激励我在科学研究的道路上努力前进。此外，在生活上也给了我无私的关怀，从导师身上我学到的不仅是专业知识，还有治学的态度和做人的道理。

感谢毕勤胜教授对本文提出的宝贵意见。两年多来，攻读硕士学位的艰难历程中，得到了研究生宗德才，寝室舍友的帮助和鼓励，在此表示由衷的感谢！

最后衷心感谢我的父母多年来对我的支持和鼓励，是他们默默的为我解决后顾之忧，让我能安心的学习和工作；也是他们时刻督促着我，让我不断进步。

席慧玲

2004.11



## 在学期间发表论文

- [1] 孙保苍,席慧玲,周传荣.有限宽轴承—转子系统非线性行为研究.力学与实践,2004,26(1):53-56.
- [2] 孙保苍,席慧玲.有限宽轴承—裂纹转子非线性行为的研究.动力工程,2004,24(5):655-680.
- [3] 席慧玲,孙保苍.转子系统振动的灰色预测.煤矿机械,2004,6:23-24.