

摘要

随着微波集成电路日趋高频率、集成化方向发展, 电路器件间表现出严重的电磁干扰和辐射效应, 因此必须应用全波分析方法对有源器件进行建模。而时域有限差分法 (FDTD) 是最好的电磁场全波分析方法之一。本论文主要讨论了应用扩展 FDTD 算法对微波电路进行全域建模的一些相关技术。

首先, 对 FDTD 方法的发展历史进行了阐述。然后, 介绍了 FDTD 的基础知识及一些关键技术, 着重讨论了扩展 FDTD 算法的一些经典建模方法, 包括等效电流源法、等效电压源法、SPICE 子电路法以及有限带宽模型的建模方法。讨论了这些方法的不足之处, 论文在此基础上进行了探讨和改进。

论文首先提出了一种新的在微带线终端引入匹配负载的 FDTD 建模方法, 详细讨论了新方法的建模过程, 数值实验表明该方法可以有效减小反射, 改善匹配效果, 从而可以有效地应用端接匹配负载法提取电路的散射参数。

为了提高计算效率, 论文接着研究了扩展 ADI-FDTD 算法, 并从理论上系统地分析了该算法的数值稳定性和色散问题, 详细考察了三种常用的线性集总元件, 包括电阻、电容和电感, 并按三种差分格式进行考察。为扩展 ADI-FDTD 算法的数值稳定性和色散特性提供了理论依据。

为了分析任意线性电路网络, 论文将分段递推卷积技术 (PLRC) 引入到 FDTD 算法中, 并详细推导了任意线性单端口网络和双端口网络的 FDTD 迭代公式, 具有一般适用性。数值试验表明该方法与 Z 变换技术相比具备相同的精度, 但存储较少的变量。

接着, 基于矢量拟合技术 (Vector Fitting), 论文提出了三种将器件有限带宽模型引入到 FDTD 中的新方法。详细介绍了双端口器件有限带宽模型的建模方法。与早期方法相比, 论文提出的方法具有两个优点: 一、避免了繁琐的卷积运算; 二、避免了由逆傅立叶变换引起的非因果时域误差。为设计者全域分析微波有源电路带来很好的实用价值。

最后, 论文对 FDTD 算法应用于高功率脉冲对微波有源电路的电磁干扰问题进行了初步探讨, 介绍了 FDTD 建模过程。并通过数值试验显示了 FDTD 方法研究这类问题的有效性。它对于提高电子设备在复杂电磁环境下的生存能力具有一定实用价值。

关键词: 匹配负载 数值稳定性 分段递推卷积技术 有限带宽模型 高功率脉冲

Abstract

With the increasingly higher frequencies and higher density of the microwave integrated circuits, the use of the simulators able to combine the full-wave numerical method with the models of the active electronic devices is essential due to the fact that EMI and radiation effects in active circuits become significant. The finite-difference time-domain (FDTD) method is one of the best full-wave simulations. In this thesis, some approaches of modeling the microwave active circuits based on the FDTD method are discussed.

The dissertation firstly introduces the history of FDTD, and then introduces the fundamental knowledge and some key techniques of FDTD. An emphasis is placed on some classical modeling approaches of the extended FDTD algorithm, including equivalent current source approach, equivalent voltage source approach, SPICE sub-circuit approach and finite bandwidth device modeling approach. We illustrate the disadvantages of the available approaches, based on which some improved techniques are presented.

The thesis presents a novel FDTD model of matched load terminating a microstrip line and discusses the modeling process in detail. Numerical results demonstrate this proposed model can effectively decrease the reflection and improve the matching effect. With this proposed model, we can effectively extract the S-parameters of microwave circuits using the matched load extracting approach.

To increase the computational efficiency, then the extended ADI-FDTD approach is discussed in this thesis, and its numerical stability and numerical dispersion characteristic are theoretically studied for the first time. Three common lumped models are investigated: resistor, capacitor and inductor, and three difference schemes are discussed. It provides a theoretical proof to the numerical stability and dispersion of the extended ADI-FDTD approach.

To incorporate an arbitrary linear circuit network into FDTD, the piecewise linear recursive convolution (PLRC) technique is combined to the FDTD codes, and the FDTD iterative formulas of one-port linear network and two-port linear network are generally derived. Numerical results show that the proposed approach is of the same computational speed and accuracy compared with the Z-transform technique.

On the other hand, three novel techniques are proposed to analyze microwave active circuits including lumped devices characterized by finite bandwidth parameters

by combining the vector fitting technique into FDTD algorithm. Compared with the earlier approaches, there are two attracting advantages to be gained. One is that all the proposed schemes do not need the tedious time-domain convolution products. The other is that it avoids the time-domain non-causality brought by the inverse Fourier transform technique. It is useful for designer to analyze microwave active circuits in global-domain.

At last, how to apply FDTD to full-wave analyze the effect of high-power pulse on the microwave active circuits is fundamentally discussed, and global-domain modeling process is introduced. Numerical experiments show that the FDTD method is an efficient analyzing tool for this problem. It will be of practical value to enhance the survival ability of electronics equipments under the complicated electromagnetism environment.

Keyword: matched load, numerical stability, piecewise linear recursive convolution technique, finite bandwidth parameter model, high-power pulse

独创性声明

本人声明所呈交的论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢中所罗列的内容以外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果；也不包含为获得西安电子科技大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中做了明确的说明并表示了谢意。

本人签名： 陈智慧

日期 2007.12.11

关于论文使用授权的说明

本人完全了解西安电子科技大学有关保留和使用学位论文的规定，即：学校有权保留送交论文的复印件，允许查阅和借阅论文；学校可以公布论文的全部或部分内容，可以允许采用影印、缩影或其他复制手段保存论文。

本人签名： 陈智慧

日期 2007.12.11

导师签名： 

日期 2007.12.11

第一章 绪 论

1.1 研究背景和意义

1.1.1 数值分析微波电路

近年来随着移动通信与个人通信业务的飞速发展,通信电路朝着高频率、高度集成化的方向发展。这些电路集成在电路板上,由电阻、电容、电感、二极管和三极管、连接线等无源、有源部件组成。一个很好的例子就是计算机的电路板,该电路板由许多无源器件和有源器件组成,并包含多基片模块。由于工作频率的提高,电路系统几何尺寸与其工作波长相接近,甚至大于其工作频率波长,此时电路表现出越来越多的场效应。电路系统中,集总或分布器件间的电磁耦合和电磁干扰也将越来越严重。另外,在设计高频电路时,器件的封装类型、布局、放置方向、介质板的类型等都影响电路的性能^[1-6]。对于应用在微波电路的分布元件如传输线、谐振片等都直接制作在电路板上。这些元件在集总元件电路中没有与之对应的部件。从另外一个角度讲,也就是电子电路的功能不再仅仅是电压和电流在各个器件之间的流动,环绕在器件和系统中的电磁场同样也决定着系统的功能。

电路系统的日益高频复杂化,使得基于电路理论 CAD 软件的设计方法不再精确。因为在低频电路中,没有波长与物理尺寸的概念,任何相位的移动完全取决于电抗元件,而不是它的物理尺寸,并且低频模型也没有辐射的感念,功率完全耗散在电阻元件上。因此,对于低频电路,利用基于电路理论 CAD 软件,我们可以任意连接电感、电容、电阻和有源元件。大多数网络分析程序都会在内部生成一个导纳矩阵,并将其求逆获得精确解。但是,当频率超过 VHF 时,电路的分析必须采用分布参数理论。元件之间的连线成为传输线,许多元件本身也是基于传输线模型。对于微带传输线,在 CAD 软件内部,我们可以指定其相应的介质参数和几何参数,软件将利用解析方程式将指定的物理尺寸转化为阻抗和电长度。然后利用导纳矩阵、ABCD 矩阵或者散射矩阵对传输线进行分析。软件求解时间与波长尺寸无关。虽然有些软件甚至可以包含导体和衬底的损耗,但是仍没有反映辐射损耗的机制,没有将外壁的影响考虑进去,也不能反映各种元件之间的寄生耦合。因此,基于电路理论的 CAD 软件不太适合分析微波电路。

为了在分析微波电路时考虑到器件间电磁场的相互作用,传统的解决方法包括试验法和解析法。所谓试验法,即通过对实际电路进行测试而得到其特性的方

法。试验法具有较高的精度和可信度，但是存在测试成本高和研究周期长等缺点；而解析法可以通过理论分析得到电磁结构的理论解，但也只能对一些简单的电磁问题进行分析，又存在较大的局限性。为了解决复杂电磁场与微波工程问题，许多学者开始寻找电磁问题的数值解法，从而在电磁场与微波技术领域形成了一门重要学科——计算电磁学^[7-8]。数值算法完全从电磁场理论出发，借助于计算机技术，快速高效地求解得到电磁问题的数值解。数值算法可以考虑到器件之间的场效应，可以分析包括表面波和辐射在内的所有引起损耗的机理，可以考虑单元之间的寄生耦合，也可以考虑封装和屏蔽对电路性能的影响等。另外，利用数值算法可以直接观察电路上的场和电流，可以帮助我们更直观地理解电路地工作机理。然而，数值算法的计算量与物体相对于波长的几何尺寸成正比，这构成了计算电磁学的一大矛盾。但是随着计算机技术的快速发展，高速大容量的计算机已经相当普及，上述矛盾已经得到缓解。因此，数值方法已经成为分析电磁问题的更有效、更普遍的分析方法。

到目前为止，出现的电磁场数值分析方法可以归结为两大类^[7-8]：频域方法和时域方法。其中属于频域技术的有矩量法（MOM）、有限元法（FEM）等；属于时域技术的包括时域有限差分法^[9-16]（FDTD）、传输矩阵法（TLM）和时域积分方程法等。各种方法都具有自身的特点和局限性。自从计算电磁学问世以来，频域方法一直占据着主导地位。但是，随着研究的深入，我们面对的问题越来越复杂，而且分析对象的复杂性不仅表现在外形上，还可能包括多种材料成分，对于这些问题频域分析方法显得笨拙，有时甚至无能为力。频域技术的局限性和分析问题的复杂性构成了当代工程电磁学的又一大矛盾，这一矛盾和技术不断进步的需求推动了时域技术的发展和运用。时域数值技术的一个突出优点是可以给出关于问题空间丰富的时域信息，而且经过简单的时频变换，即可得到宽频带范围的频域信息，相对频域方法显著地节约了计算量。

为了使用方便，基于电磁场数值算法，人们编写了一些电磁场仿真软件^[17-21]。目前常用的电磁仿真软件包括基于有限元方法的 Ansoft HFSS^[17]，基于矩量法的 Microwave Office^[18]，IE3D^[19]，Sonnet 等，它们对不包含集总元件和有源器件等复杂结构的电磁结构可以进行精确分析和设计；而 Microwave Office^[18]和 Advance Design System^[20]采用电路理论，具有分析微波电路的功能，在频率较低，电路不是很紧凑的情况下，这些软件的模拟结果与实验结果可以有很好的近似，一旦这些条件不满足，它们就不再适合分析微波电路。因此，现有的电磁软件不能精确地仿真包含无源和有源器件的微波有源电路。我们必须选择一种合适的电磁场数值分析方法，利用这种方法可以对包含集总元件的微波电路进行全波分析，精确地考察器件间的电磁耦合和电磁干扰。

基于以上背景，本论文选择了时域有限差分法（FDTD）作为主要分析工具。

因为和其它电磁场数值计算方法相比,时域有限差分法直接从概括电磁场普遍规律的 Maxwell 方程出发^[22],不需要任何导出方程,使得它成为所有电磁场计算方法中最简单的一种。其次,FDTD 算法能够直接模拟电磁波的传播及其与物体的相互作用过程,使电磁波的时域特性被直接反映出来,可以精确地反映出器件间的电磁场相互作用。另外,FDTD 算法还具有适用范围广,计算程序通用性强、与频域的差分法相比所需内存较少,适合并行计算等特点。使得时域有限差分法 FDTD 算法成为电磁场数值分析的最重要方法之一,几乎被用到电磁问题的各个方面,成为目前研究电磁场数值算法的一个热点。因此,本论文的一个研究重点是利用 FDTD 算法对包含集总元件的微波电路进行全域建模和全波分析。

1.1.2 数值分析高功率微波照射下的微波电路

早在 70 年代中期,一个引起人们关注的问题是:飞行体(如飞机、导弹、航天器等)在高功率电磁脉冲的环境中,其内部电子设备可能受干扰或遭破坏的问题。这种高功率电磁脉冲可能起源于核爆炸、大气中的闪电雷击产生的电磁脉冲。这类电磁脉冲的持续器通常为几十至几百纳秒,其峰值电场强度高达数十千伏/米或更高。当飞机体周围出现这种电磁脉冲波源时,在飞机体上将产生电磁效应。如在飞机体金属外壳表面感应出电流和电荷,这种表面电流可能通过窗口或缝隙等耦合进入飞行器内部,加在电子设备上,或是为飞行体的天线(如微带天线)所接收,通过馈线透入到内部电路上。当进入内部的脉冲功率过大时,就可能干扰设备的工作,造成工作紊乱、失效,或直接损坏各种电子元器件等,无疑这些会影响飞行体运行的目标。

另外,近几年来高功率微波(HPM)已形成一门新技术,由于多种源的配合已使微波功率水平在量值上产生飞跃,而且 HPM 技术已经逐渐开始用于军事上,并导致了 HPM 武器代替物质打靶武器研究的广泛开展。大多数的 HPM 武器对目标攻击的主要成效是软杀伤,即 HPM 武器辐射的瞬变电场,通过天线、导线及缝隙产生感应电流,破坏各种敏感元器件,致使敌方的计算机以及各种电子通信设备瘫痪。当电磁波能量集中在窄波段内,对无屏蔽或有屏蔽但有缝隙的电子设备的破坏性极强。

另一方面,高频通信技术的飞速发展,使得微波电路在微波通信、卫星通信、雷达、导航、制导、电子对抗、微波遥感、测试仪器以及空间技术方面成为不可缺少的设备。它以体积小、重量轻、耗能少、可靠性高等优点在微波领域显示出强大的生命力。但是这种电路的小尺寸使它们易于受到小量微波能量的损害。因此,利用数值方法分析预测这种高压电磁环境对微波电路的影响,考察微波电路的失效机理,将对提高微波电路在复杂电磁环境下的生存能力具有一定的实际意

义和应用价值。

本论文同样选择 FDTD 数值算法作为主要研究手段。因为 FDTD 算法具有对复杂煤质进行建模和进行时域分析的能力,用于这类瞬态源激励下的电磁问题是很合适的,而且近年来也得到了初步研究。1978 年, K.S.Kunz 等人用 FDTD 法计算了停放于地面的 F-111 飞机,在电磁脉冲模拟器产生的电磁脉冲作用下,飞机表面若干指定位置上的电流和电荷分布^[23]。1991 年, J.R.Seaux 等人研究了电磁脉冲环境下通过微带天线的耦合问题^[24]。2000 年, M.D.Amore 等人研究了一个内部具有细线结构的合金封闭盒,在平面电磁波照射下的电磁特性^[25]。但是,利用数值算法考察电磁脉冲对微波有源电路的影响,尤其是高功率电磁脉冲造成微波有源电路的失效甚至损坏问题的研究,到目前为止尚未见报道。因此,本论文的另一个研究方向是利用 FDTD 算法对高功率脉冲照射下的微波有源电路进行全域建模和全波分析。

1.2 扩展 FDTD 算法研究概况

1966 年, Kane S.Yee 在他发表的著名论文“Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equation in Isotropic Media”中,用后来被称为 Yee 网格的空间离散方式,把带时间变量的 Maxwell 旋度方程转化为差分格式,并成功地模拟了电磁脉冲与理想导体作用的时域响应^[22]。这种新的电磁场时域计算方法后来被称作时域有限差分法 (Finite-Difference Time-Domain Method)。

最初 FDTD 方法用于分析电磁波散射和雷达截面测量^[26-27]。最近几年,焦点集中在模拟微波电路和印刷电路板上^[28-53]。1990 年, D.M.Sheen 等人将 FDTD 算法用于分析微带电路^[28]; 1992 年 W.Sui 等^[29]以及 1993 年 B.Toland、B.Houshmand^[30]通过器件伏安特性将器件电流直接引入到 Maxwell 方程中,提出了扩展 FDTD 方法,该方法使得 FDTD 法可以包含理想的集总元件如电阻、电容、电感和 PN 结。1994 年 M.P.May 等^[31]深化了扩展 FDTD 方法,并介绍了 Eber-Molls 晶体管模型和电阻性电压源。早期的这些方法基于器件的伏安特性,算法简单,可以直接得到电场的迭代公式,适用于简单的集总元件,对于稍微复杂的集总电路,由于电路的伏安特性不易获得或者比较复杂,上面方法不再适用。后来 C.N.Kuo 等先后提出了集总器件的等效电流源和等效电压源建模方法^[32-34],并在 1997 年发表了关于金属半导体场效应管 (MESFET) 的 FDTD 建模的方法^[35]。基于等效源的建模方法,基本思想是将集总器件作为等效源代入到 FDTD 算法中。只要推导出器件的伏安关系,利用这两种建模方法即可对器件进行建模。上面这些方法将集总器件视为无体积的并按细线处理,没有考虑器件的实际尺寸。为了更精确的分析集总

器件, 考虑到器件的实际物理结构, 2003 年, Chu Qingxin 等探讨了集总器件占据多个 FDTD 网格的处理技术^[40], 提出了改进的等效电流源和等效电压源建模方法。

以上建模方法都是利用器件的等效电路进行建模。当频率较低或者工作频带较窄时, 利用器件的等效电路模型可以获得足够的精度; 当这些条件不满足时, 等效电路模型的误差增大。另外一种可行的分析有源器件区域方法是直接使用器件的物理模型^[41-47]。1996 年, P.Ciampolini 等应用半导体漂移扩散模型获得二极管器件的端口特性, 耦合在 FDTD 法中模拟单刀双掷开关电路^[36]。1999 年, A.Witzig 等应用多维半导体器件和电路模拟器 DESSIS-ISE 模拟有源器件二极管和双极晶体管的特性并结合 FDTD 算法引擎 EMLAB-ISE 模拟微波有源电路^[37]。随后半导体的物理模型被应用于微波电路时域建模中^[45-47]。基于器件物理模型建模方法, 不需要知道器件的等效电路, 而通过使用更接近实际的器件物理参数, 可准确得到器件宽频带特性。但是, 由于实际器件的物理参数不易获得, 因此限制了这种方法的应用范围。

当器件内部结构过于复杂, 如多端口器件、集成电路模块等, 器件伏安关系难于获得或者非常复杂, 将不能直接利用等效电流源法和等效电压源法进行 FDTD 建模。为了对复杂器件进行建模, 1994 年, V.A.Thomas 等^[48]提出了 FDTD 结合 SPICE 电路软件共同对集总器件建模的方法。利用这种方法, 通过复杂器件的等效电路模型, 可以将其放在 SPICE 电路软件中建模, 甚至可以直接调用 SPICE 元件库, 而不必人为推导电路方程。在工作频带较窄时, 这种方法具有强大的建模能力。后来 G.Kobidze^[49], N.Matsui^[50]以及郑阳明^[98]等人在 FDTD 方法与 SPICE 软件的结合和应用方面又作了进一步的工作, 使其在复杂器件的建模方面得到了广泛应用。但是, 由于这种方法在每一计算时间步 FDTD 算法与 SPICE 软件之间必须进行一次数据交换, 因而影响了计算效率。

另外, 实际应用器件的等效电路往往不易获得, 生产商仅提供器件在有限带宽内测量得到的网络参数。为了对这种器件进行建模, 1997 年, Zhang Jiazong 提出了有限带宽模型的 FDTD 建模方法^[53], 这种方法首先将有限频段内的网络参数, 如散射网络参数, 转化成频域导纳矩阵, 并运用傅立叶反变换得到时域导纳参数, 再通过卷积计算得到器件模型的时域端口特性, 然后结合安培定理将其编入 FDTD 迭代公式中。这种方法可以方便地对实际器件进行建模, 不需要器件的等效电路模型, 但是该方法利用了逆傅立叶变换技术和卷积运算, 计算复杂。之后在 2001 年^[51]和 2002 年^[52], Ye Xiaoning 等在利用网络散射参数对二端口网络进行建模时, 应用笔形函数 (GPOF) 技术提高了计算效率。但是, 由于需要将有限带宽网络参数通过外推和共轭方法扩展至全频带, 由外推过程引起的误差, 通过逆傅立叶变换到时域, 可能产生非因果的时域网络参数序列, 因此这种有限带宽模型的建模方法可能造成较大的计算误差。

对于任何一种数值算法而言, 算法的稳定性和色散特性都是至关重要的^[70-76]。而 FDTD 算法是一种显式迭代计算方法, 因此其计算时间步长同样受到稳定性条件的限制。1975 年, A.Taflove 等利用本征值法首先给出了无器件区域 FDTD 法的数值稳定性判据^[70], 结果显示: 时间步长的选取与空间步长有关。2001 年, J.A.Pereda 利用 Von Neumann 方法和 Routh-Hurwitz 判定性准则重新考察了无器件区域 FDTD 算法的稳定性^[71], 得到了同样的结论。但是, 分析包含集总器件的微波电路时, 由于各种集总器件的加入, 尤其是微波有源器件, 算法的稳定性和色散特性必须重新考虑。2002 年, W.Thiel 等分析了包含电阻、电容和电感时扩展 FDTD 算法的稳定性和色散特性^[72], 分析结果显示: 时间步长不仅与空间步长有关, 有时还与器件的物理值相关。2003 年, F.Kung 等利用能量法首次考察了包含非线性器件如二极管和三级管时扩展 FDTD 算法稳定性。对于每一种新的数值算法而言, 其数值稳定性和色散特性是极其重要的研究方向, 为预测算法的稳定性和数值误差提供理论依据。

1.3 扩展 FDTD 算法最新进展

1.3.1 扩展 ADI-FDTD 方法

传统 FDTD 方法属于显式差分方法^[9-16], 因而具有显式差分方法的共同特性, 解的过程必须满足稳定性条件, 这使得 FDTD 方法的应用范围受到了限制。与显式差分方法相反, 隐式差分格式总是稳定的, 其时间步长仅受数值误差的限制, 但是, 隐式差分格式的缺点是需要通过矩阵求逆或迭代求解大型线性方程组, 计算复杂且量大。

期望的算法是即具有隐式差分格式的无条件稳定又具备显式差分格式计算相对简单的特点。1956 年, Peaceman 和 Rachford 提出了著名的交变隐式差分方向方法 (Alternating-Direction Implicit Method, 简称 ADI 方法)。其基本思想是: 对于空间变量为多维的偏微分方程, 如两个空间变量 (x, y) , 首先选取任一变量按隐式差分格式处理, 其它变量仍按显式差分格式处理。然后在下一个时间步交换隐式和显式差分格式处理的变量。对每一步来说解是条件稳定的, 但是两步复合的结果是无条件稳定的。

1999 年, T.Namiki 首先将 ADI 原理应用于 FDTD 算法中, 提出 ADI-FDTD 算法, 并将其应用于二维 TE 波问题的分析中^[56]。后来又将其推广到三维问题^[57], 之后 ADI-FDTD 算法得到了广泛应用^[58-60]。这种方法可以大幅度提高计算效率, 但是它的计算精度会降低。2001 年, F.H.Zhen 针对三维问题报道了一些数值结果, 并研究了解的稳定性和数值色散特性^[60], 数值结果显示: ADI-FDTD 算法是无条

件稳定的,但是其计算精度受数值色散的影响。2004年,W.Y.Wu通过将集总器件电流引入到Maxwell方程的电流项中,提出了扩展ADI-FDTD算法,从而可以分析包含集中器件的微波电路,尤其是用于分析高频微波有源电路时,可以有效提高计算效率^[68]。但是,到目前为止,扩展ADI-FDTD算法的数值稳定性和数值色散特性尚未见报道。

1.3.2 Z变换技术的应用

等效电流源和等效电压源建模方法可以有效地分析单个或简单的集总器件,如单个电阻、电感和电容或者二极管和三极管,但是不能分析由多个集总元件任意连接而成的复杂电路网络,因为复杂电路的伏安关系难于求得,或者非常复杂。而实际中复杂电路的应用是很常见的,所以必须寻找新的数值技术以便分析复杂电路网络。而数字信号处理中常用的Z变换技术,可以方便地将频域中复杂线性系统函数转变为简单的Z域代数表达式,因此在Z域内表示复杂电路的伏安关系将比较简单。

1992年,D.M.Sullivan首次将Z变换技术与FDTD方法结合起来,共同模拟色散材料结构^[76],接着在1995年^[77]和1996年^[78],对Z变换技术与FDTD的结合算法进行了完善,主要用于计算色散和非线性媒质。之后许多学者在这方面又做了大量工作^[79-83],并将其应用于集总网络的建模中。1999年,J.A.Pereda等人提出了利用Z变换技术在Yee网格中引入复杂电路的方法,它通过电路的拉普拉斯域导纳,利用信号处理技术求得电路的伏安差分关系式,然后代入到FDTD迭代方程中完成电路计算^[81]。2004年,H.E.Abd EI-Raouf等人利用Z变换技术将线性集总负载引入到FDTD算法中^[82],提出了LE-FDTD算法。2006年,O.Gonzalez等人在前人基础上,基于Z变换技术和微波网络理论,将线性二端口电路网络引入到FDTD方法中^[83],从而提出了TP-LE-FDTD算法。数值结果显示:基于Z变换技术,可以精确有效地对复杂线性集总网络进行FDTD建模。

1.4 论文主要研究成果

本文选题的目的在于应用扩展FDTD算法对微波电路进行时域建模。论文的主要贡献在于:

- 提出了一种在微带线终端引入匹配负载的新方法,该方法选取微带线的有效阻抗作为匹配负载的值,数值实验表明可以减小这种误差,改善匹配效果。另外,将匹配负载按适当的比例分布在端接面上,可以进一步改善匹配效果,从而可以有效的应用端接匹配负载法提取电路的S参数。
- 系统地分析了包含集总元件的扩展ADI-FDTD算法的稳定性问题,详细的

考察了三种常用的线性集总元件，包括电阻、电容和电感，并按显式、半隐式和隐式三种差分格式进行考察。为扩展 ADI-FDTD 算法的数值稳定性提供了理论依据。

- 影响 ADI-FDTD 算法精度的一个重要因素是算法的数值色散效应。本论文从等效电路的观点出发，系统地考察了扩展 ADI-FDTD 算法的数值色散效应，同样详细分析了三种常用线性集总元件在三种不同差分格式下扩展 ADI-FDTD 算法的数值色散特性。为扩展 ADI-FDTD 算法的误差分析提供了理论参考。
- 将分段递推卷积技术 (PLRC) 引入到 FDTD 算法中,提出了一种模拟任意线性负载的新方法,并将这种方法进一步扩展到线性多端口网络。详细推导了任意线性网络的建模方法,并得到了一般性的 FDTD 差分方程。数值试验结果表明该方法与 Z 变换技术相比具备相同精度,但只需存储较少的变量。
- 基于矢量拟合技术 (Vector Fitting),提出了三种将器件有限带宽模型引入到 FDTD 中的新方法。并分别推导了基于有限带宽模型的 FDTD 公式,详细介绍了双端口器件的建模方法。与传统的逆卷积技术相比,本论文提出的方法避免了繁琐的卷积运算,提高了计算效率。
- 利用 FDTD 方法全波分析了高功率脉冲照射下微波有源电路的失效问题。介绍了 FDTD 建模过程。它对于提高电子设备在复杂电磁环境下的生存能力具有实用价值。并通过分析微波二极管电路和微波放大器电路,有效地得到了电磁脉冲对微波电路的干扰效应,显示了 FDTD 方法研究这类问题的有效性。

1.5 内容安排

本论文共分为九章，具体安排如下：

- 第一章 作为绪论，简单讨论了微波有源电路时域建模的背景、发展历史、以及扩展 FDTD 算法的研究现状；
- 第二章 讨论了时域有限差分 Yee 算法的基本原理和数值理论，包括时域有限差分方程、稳定性条件、色散关系、吸收边界条件以及在使用 FDTD 法计算时的激励源设置；
- 第三章 主要讨论了传统扩展 FDTD 算法分析含有集总元件微波电路时的各种处理方法，包括基于集总元件伏安特性的的建模方法，等效电流源法和等效电压源法，FDTD 结合 SPICE 软件方法，以及网络参数法，比较详细地介绍了各种方法的原理和运算步骤，讨论了各种方法的应用范围和不足之处；
- 第四章 主要介绍一种新的微带线端接匹配负载模型，考察了两种提取微波

- 电路 S 参数的方法，对端接匹配负载提取 S 参数的方法做了详细地介绍和讨论，最后计算了两个实际的微带电路，验证了研究的结论；
- 第五章 介绍了扩展 ADI-FDTD 算法，包括基本方程，激励源设置，几种集总器件的 ADI-FDTD 差分公式。着重从理论上讨论了三种常用集总元件在三种不同差分格式下扩展 ADI-FDTD 算法的数值稳定性和数值色散特性，并通过几种数值算例验证了理论分析结果的有效性。
- 第六章 主要讨论了扩展 FDTD 算法结合分段递推卷积技术模拟任意线性集总器件的新方法。详细考察了单端口网络和多端口网络的建模方法，详细推导了该方法的一般性公式；
- 第七章 主要介绍了三种基于 Vector Fitting 技术将器件有限带宽模型引入到 FDTD 算法中的新方法。详细介绍了双端口器件有限带宽模型的 FDTD 建模方法；
- 第八章 应用 FDTD 算法分析了高功率脉冲照射下微波电路的失效问题。详细介绍了 FDTD 建模过程，并分析了微波二极管电路和微波 FET 放大器电路，讨论了电路的失效机理；
- 第九章 作为总结，该章归纳了本文的主要工作以及不足之处，以及对后续工作的展望。

第二章 时域有限差分法简介

2.1 引言

时域有限差分法 (Finite-Difference Time-Domain, FDTD) 是求解电磁问题的一种数值技术, 1966 年被 K.S.Yee 首次提出^[22]。FDTD 法以差分原理为基础, 直接从概括电磁场普遍规律的 Maxwell 方程出发, 将其转换为差分方程组, 在一定体积内和一段时间上对连续电磁场的数据进行采样。因此, 它是对电磁场问题最原始、最本质、最完备的数值模拟, 具有最广泛的适用性。近二十年来, FDTD 法得到了迅速发展, 其应用范围也越来越广^[9-16]。本章对 FDTD 方法作简单回顾, 主要是 FDTD 方程、数值色散、稳定性条件、边界条件等, 这些是任何一个完整 FDTD 计算都必须考虑到的基本因素, 为后续章节的讨论打下基础。

2.2 FDTD 方法的基本概念

FDTD 方法以差分原理为基础, 直接从概括宏观电磁场基本规律的 Maxwell 方程组出发, 充分利用有限差分的求解精度, 实现对电磁场问题的精确求解。FDTD 方法直接求解依赖时间的 Maxwell 旋度方程, 利用二阶精度的中心差分近似把旋度方程中的微分算符直接转换为差分形式, 这样达到在一定体积内和一段时间上对连续电磁场数据进行取样压缩。

2.2.1 Maxwell 方程

Maxwell 方程组由两个旋度方程

$$\nabla \times \vec{H}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \sigma \vec{E}(\mathbf{r}, t) \quad (2-1)$$

$$\nabla \times \vec{E}(\mathbf{r}, t) = -\mu \frac{\partial \vec{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \sigma^* \vec{H}(\mathbf{r}, t) \quad (2-2)$$

和两个散度方程

$$\nabla \cdot \vec{H}(\mathbf{r}, t) = \rho^* / \mu \quad (2-3)$$

$$\nabla \cdot \vec{E}(\mathbf{r}, t) = \rho / \varepsilon \quad (2-4)$$

构成。 \vec{E}, \vec{H} 分别是电场强度和磁场强度, ρ, ρ^* 分别是电荷密度和磁荷密度, 它们分别是空间和时间的函数。 μ, ε 分别是媒质的磁导率和电容率, σ^*, σ 分别是磁电阻

率和电导率。对于各向同性媒质，它们是标量，而对于各向异性媒质，则它们是张量；对于均匀媒质，它们是常量，而对于非均匀媒质，这些参量随空间位置而变化。

从本质上讲，两个旋度方程是基本的，因为两个散度方程可以由它们导出。因此，研究电磁场问题可以以两个旋度方程作为出发点。

假定研究空间是无源的，并且媒质参数 $\mu, \epsilon, \sigma, \sigma^*$ 不随时间而变化，且不随空间位置变化，在直角坐标系下，可以将 Maxwell 方程转化成六个标量方程：

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma E_x + \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \sigma E_y + \epsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \sigma E_z + \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{cases} \quad (2-5)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = \sigma^* H_x + \mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} = \sigma^* H_y + \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} = \sigma^* H_z + \mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{cases} \quad (2-6)$$

这六个耦合偏微分方程是 FDTD 算法的基础。

2.2.2 Yee 网格

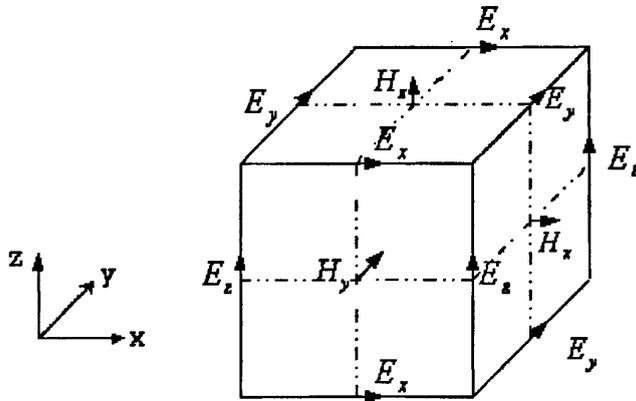


图 2.1 基本 Yee 网格以及电磁场量配置

FDTD 方法通过微分方程差分化建立 (2-5) 和 (2-6) 式的差分方程。为了建立差分方程，首要条件是建立合理的将连续变量离散化的网格空间剖分体系。Yee 首先将空间按立方体分割，提出了一种经典的网格体系，电磁场的六个分量在空

间的取样点分别放在立方体的边沿和表面中心点上，如图 2.1 所示。

Yee 网络的特点是：各个电磁分量配置在 Yee 网络的特殊位置上：电场分量位于网格棱边中心并且平行于棱边，每个电场分量环绕着四个磁场分量；磁场分量位于网格面中心并且垂直于这个面，每个磁场分量环绕着四个电场分量。在空间取样上，电场和磁场分量在任何方向上始终相差半个网格步长；在时间取样上，磁场分量与电场分量相互错开半个时间步。这种场量配置不仅允许旋度方程作中心差分近似，也满足在网格上的 Faraday 定律和 Ampere 定律的自然几何结构，因而能恰当地模拟电磁波传播，而且可以自然满足媒质边界面上连续性条件。时域有限差分实际上就是在空间和时间上离散取样电磁场。

2.2.3 FDTD 迭代方程

Yee 采用矩形网格进行空间离散，将每个节点进行编号，节点的编号与其空间坐标位置按照下面的方式对应起来

$$(i, j, k) \Leftrightarrow (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) \quad (2-7)$$

其中 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 分别表示在 x, y, z 方向上离散的空间步长， i, j, k 为整数。

在时间上，取 n 时刻的时间步为 $n\Delta t$ ， Δt 为时间步长。电场分量在 $t_n = n\Delta t$ 时刻取样，而磁场分量在与电场相差半个时间步长处取样，即磁场的取样点为 $t_n - 1/2\Delta t = (n-1/2)\Delta t$ 。根据时间和空间网格划分的规律，任意一个空间和时间的函数可表示为

$$F^n(i, j, k) = F^n(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) \quad (2-8)$$

于是我们可以得到，电场和磁场的取样值分别为 $H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j+1/2, k+1/2)$ ， $H_y^{n-\frac{1}{2}}(i+1/2, j, k+1/2)$ ， $H_z^{n-\frac{1}{2}}(i+1/2, j+1/2, k)$ 和 $E_x^n(i+1/2, j, k)$ ， $E_y^n(i, j+1/2, k)$ ， $E_z^n(i, j, k+1/2)$ 。考虑到时间上电场 E 和磁场 H 有半个时间步的变化，按照 Yee 网络上的电磁场量配置，采用中心差分近似来代替对时间和空间的微分，因此具有二阶精度。

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial x} = \frac{F^n\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right) - F^n\left(i-\frac{1}{2}, j, k\right)}{\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (2-9)$$

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial t} = \frac{F^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - F^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\Delta t} + O(\Delta t^2) \quad (2-10)$$

利用(2-9)和(2-10)作用于(2-5)和(2-6)标量方程中的电磁场时间和空间导数，得到各个电磁场分量的时域有限差分方程为

$$\begin{aligned}
E_x^{n+1}\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right) &= C_{i+1/2, j, k} \cdot E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right) + D_{i+1/2, j, k} \\
&\cdot \left\{ \left[H_z^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) - H_z^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}, k\right) \right] / \Delta y \right. \\
&\quad \left. - \left[H_y^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right) - H_y^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2}, j, k-\frac{1}{2}\right) \right] / \Delta z \right\}
\end{aligned} \quad (2-11)$$

$$\begin{aligned}
E_y^{n+1}\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right) &= C_{i, j+0.5, k} \cdot E_y^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right) + D_{i, j+0.5, k} \\
&\cdot \left\{ \left[H_x^{n+1/2}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) - H_x^{n+1/2}\left(i, j+\frac{1}{2}, k-\frac{1}{2}\right) \right] / \Delta z \right. \\
&\quad \left. - \left[H_z^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) - H_z^{n+1/2}\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) \right] / \Delta x \right\}
\end{aligned} \quad (2-12)$$

$$\begin{aligned}
E_z^{n+1}\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right) &= C_{i, j, k+0.5} \cdot E_z^n\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right) + D_{i, j, k+0.5} \\
&\cdot \left\{ \left[H_y^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right) - H_y^{n+1/2}\left(i-\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right) \right] / \Delta x \right. \\
&\quad \left. - \left[H_x^{n+1/2}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) - H_x^{n+1/2}\left(i, j-\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) \right] / \Delta y \right\}
\end{aligned} \quad (2-13)$$

$$\begin{aligned}
H_x^{n+1/2}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) &= C_{i, j+0.5, k+0.5}^* \cdot H_x^{n-1/2}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) + D_{i, j+0.5, k+0.5}^* \\
&\cdot \left\{ \left[E_y^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k+1\right) - E_y^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right) \right] / \Delta z \right. \\
&\quad \left. - \left[E_z^n\left(i, j+1, k+\frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right) \right] / \Delta y \right\}
\end{aligned} \quad (2-14)$$

$$\begin{aligned}
H_y^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right) &= C_{i+0.5, j, k+0.5}^* H_y^{n-1/2}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right) + D_{i+0.5, j, k+0.5}^* \\
&\cdot \left\{ \left[E_z^n\left(i+1, j, k+\frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right) \right] / \Delta x \right. \\
&\quad \left. - \left[E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j, k+1\right) - E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right) \right] / \Delta z \right\}
\end{aligned} \quad (2-15)$$

$$\begin{aligned}
H_z^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) &= C_{i+0.5, j+0.5, k}^* H_z^{n-1/2}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) + D_{i+0.5, j+0.5, k}^* \\
&\cdot \left\{ \left[E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j+1, k\right) - E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right) \right] / \Delta y \right. \\
&\quad \left. - \left[E_y^n\left(i+1, j+\frac{1}{2}, k\right) - E_y^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right) \right] / \Delta x \right\}
\end{aligned} \quad (2-16)$$

其中:

$$C_{i,j,k} = \frac{2\varepsilon(i,j,k) - \sigma(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k) + \sigma(i,j,k)\Delta t}$$

$$D_{i,j,k} = \frac{2\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k) + \sigma(i,j,k)\Delta t}$$

$$C_{i,j,k}^* = \frac{2\mu(i,j,k) - \sigma^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k) + \sigma^*(i,j,k)\Delta t}$$

$$D_{i,j,k}^* = \frac{2\Delta t}{2\mu(i,j,k) + \sigma^*(i,j,k)\Delta t}$$

上述时域有限差分方程表明,任何时刻的电磁场取决于上一时间步的电磁场,以及与此电磁场正交的面上前半个时间步相邻的磁电场和对应的媒质参数。由于采用了中心差分近似,时域有限差分方程在空间和时间上具有二阶精度。作为时域方法,时域有限差分法把目标的电磁问题作为初值问题,初始时刻模拟区域内的电磁场为零,在源激励下,以蛙跳的方式迭代时域有限差分方程,在时间上逐步向前推进电场和磁场。随着时间的发展,在有限计算区域内,时间和空间上离散取样电磁场量,数值模拟电磁波传播以及与媒质间的相互作用,近似实际连续的电磁波,获得整个计算区域内时域电磁信息。

2.3 FDTD 方法的数值理论

由于 FDTD 方法是以一组有限差分方程来代替 Maxwell 旋度方程,即以差分方程组的解来替代原来电磁场偏微分方程组的解,因此在计算中存在误差,这主要由数值色散造成的。同时,由于 FDTD 方法是一种迭代方法,为了使数值分析有意义,数值模拟必须收敛,即当空间步长和时间步长趋于零时,时域有限差分解必须趋于原问题的真实解,因此稳定性和收敛性对 FDTD 至关重要。

2.3.1 数值稳定性

以稳态电磁场为例,即

$$f(r,t) = f(r)\exp(j\omega t) \quad (2-17)$$

这种场量形式显然满足

$$\frac{\partial f}{\partial t} = j\omega f \quad (2-18)$$

在 FDTD 中,以差分形式代替左端的一阶导数,上面方程变为

$$\frac{f^{n+0.5} - f^{n-0.5}}{\Delta t} = j\omega f^n \quad (2-19)$$

上式中 $f^n = f(x,y,z,n\Delta t)$, Δt 为时间步长,当时间步足够小时,定义数值增长因

子 q 为

$$q = \frac{f^{n+0.5}}{f^n} = \frac{f^n}{f^{n-0.5}} \quad (2-20)$$

代入上式求解可以得到增长因子

$$q = j \frac{\omega \Delta t}{2} \pm \sqrt{1 - \left(\frac{\omega \Delta t}{2}\right)^2} \quad (2-21)$$

由(2-18)式可以解得

$$q = \frac{f^{n+0.5}}{f^n} = \exp\left(\frac{1}{2} j \omega \Delta t\right) \quad (2-22)$$

若令(2-22)中 $|q| \leq 1$ ，则(2-20)式必须满足

$$\frac{\omega \Delta t}{2} \leq 1 \quad (2-23)$$

但这仅仅是根据一阶差分得到的结果，以下采用二阶差分来说明更为严格的色散条件。从 Maxwell 方程可导出任意直角分量均满足齐次波动方程：

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 f = 0 \quad (2-24)$$

考虑平面波的解，即

$$f(r, t) = f_0 \exp[-j(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)] \quad (2-25)$$

FDTD 的二阶差分近似为

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \approx \frac{f(x + \Delta x) - 2f(x) + f(x - \Delta x)}{(\Delta x)^2} \quad (2-26)$$

将(2-25)和(2-26)代入(2-24)，整理可得

$$\frac{\sin^2(k_x \Delta x / 2)}{(\Delta x / 2)^2} + \frac{\sin^2(k_y \Delta y / 2)}{(\Delta y / 2)^2} + \frac{\sin^2(k_z \Delta z / 2)}{(\Delta z / 2)^2} - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = 0 \quad (2-27)$$

将(2-23)代入(2-27)式，任意 k 都要满足条件，故此可以推导出稳定性条件

$$c \Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}} \quad (2-28)$$

上式又称为 CFL 稳定性条件。式中 c 取工作模的最大相速值，这相当于按最坏条件选择时间步长 Δt 。时域有限差分法的稳定性条件是施于空间步长和时间步长上的约束关系，对于给定的空间步长，存在最大的时间步长。如果空间步长 $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$ ，稳定性条件就简化为 $c \Delta t / \Delta \leq 1 / \sqrt{3}$ 。

以上的稳定性条件，只适合于直角坐标系中基本 Yee 算法，当需要考虑与其他一些问题的相互作用时，例如边界条件，有耗色散非线性及增益材料时，上述

稳定性准则不一定成立。而且必须注意 CFL 稳定性条件只是充分条件，不是必要条件。换句话说，CFL 稳定性条件不满足时，数值解可能是稳定的。

2.3.2 数值色散

如果电磁波所在的媒质特性与频率有关，则电磁波的传播速度也将是频率的函数，这种现象成为色散，存在色散现象的媒质成为色散媒质。显然，非色散媒质中，电磁波的传播速度应与频率无关。然而采用 FDTD 算法在数值空间模拟这一电磁问题时，FDTD 算法所模拟的计算网格中的波模式会发生数值色散，也就是说 FDTD 网格中数值波模式的相速度可能不同于光速 c 。数字波模的传播速度不仅与频率有关，即与空间网格尺寸有关，还与波传播方向有关。这种色散不同于实际物理色散，仅由有限网格尺寸和数值效应引起的，称为数值色散，它将直接影响计算结果的精度，因此必须控制数值色散。

波动方程(2-24)的一般式为

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \quad (2-29)$$

将(2-25)形式的平面波代入，整理可得

$$\frac{\sin^2(k_x \Delta x / 2)}{(\Delta x / 2)^2} + \frac{\sin^2(k_y \Delta y / 2)}{(\Delta y / 2)^2} + \frac{\sin^2(k_z \Delta z / 2)}{(\Delta z / 2)^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\sin^2(\omega \Delta t / 2)}{(\Delta t / 2)^2} = 0 \quad (2-30)$$

上式就是 FDTD 方法中的数值色散关系的一般形式。它表明 FDTD 计算中波的传播速度与传播方向有关，这是离散后引起的各项异性特性。

为了减少数值色散误差对计算精度的影响，空间步长和所考虑电磁问题的最小波长之间必须满足制约关系，一般要求

$$\Delta_{\max} < \lambda_{\min} / 10 \quad (2-31)$$

实际上，时间步长和最大频率之间也必须满足一定的制约关系，然而由式(2-28)和式(2-30)决定的这两者关系已经满足遏制色散误差要求，因此一般不予考虑。

2.4 FDTD 法的吸收边界条件

时域有限差分最重要也是研究最多的问题之一是如何截断开域问题的计算区域。由于 FDTD 计算时，每个单元网格上的六个场分量均需在一时间步上存储起来供下一步时间计算之用。因此所取的问题空间愈大，要求存储量也愈大，很难想象计算机的存储量是无限的。因此问题空间是有限的，要求它能将被研究的模型“装入”，并实施 FDTD 的运算过程。为了让这种有限空间与无限空间等效，需对有限空间的周围边界进行处理，使得向边界面行进的波在边界处保持“外向

行进”的特征。1981年^[94]，Mur提出的吸收边界以其简单和易理解性在微带电路中得到了广泛应用。

本文主要讨论Mur吸收边界条件的应用。考虑直角坐标系中的三维波方程：

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0 \quad (2-32)$$

式中 U 为场分量， c 为边界面处波的相速，引入微分算子 L ，并令

$$L = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (2-33)$$

则式(2-32)可写为 $LU = 0$

将算子 L 进行因式分解

$$LU = L^* L U = 0 \quad (2-34)$$

其中

$$\begin{aligned} L^* &\equiv \partial x + \frac{1}{c} \partial t \sqrt{1 - S^2} \\ L &\equiv \partial x - \frac{1}{c} \partial t \sqrt{1 - S^2} \\ S &= \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial t/c}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial t/c}\right)^2} \end{aligned} \quad (2-35)$$

可以证明在网格边界(如 $x=0$)，将算子 L 作用于波函数 U ，可以得到精确的吸收边界条件，即以任意角相边界投射的平面波能全部“吸收”。同理 $L^*U=0$ ，在 $x=x_m$ 的边界上具有相同的功能。其他两个方向 y 和 z 上的边界条件可以类推得到。 L^* 和 L 可称作准微分算子，直接进行数值计算比较困难。若取根式的近似值，可进行数值计算。取Taylor级数近似：

$$\sqrt{1-S^2} = \begin{cases} 1 & \text{一阶近似} \\ 1 - \frac{1}{2}S^2 & \text{二阶近似} \end{cases} \quad (2-36)$$

取Taylor级数的一阶近似，可得 $x=0$ 边界上Mur一阶吸收边界条件为

$$U^{n+1}(0, j, k) = U^n(1, j, k) + \frac{\nu\Delta t - \Delta x}{\nu\Delta t + \Delta x} (U^{n+1}(1, j, k) - U^n(0, j, k)) \quad (2-37)$$

同理可得其他边界上的Mur一阶吸收边界FDTD差分表达式。

取Taylor级数的二阶近似可得在 $x=0$ 边界上Mur二阶吸收边界条件的FDTD差分格式，其方程为

$$\begin{aligned}
\varphi^{n+1}(0, j, k) = & -\varphi^{n-1}(1, j, k) + \frac{c\Delta t - \Delta x}{c\Delta t + \Delta x} [\varphi^{n+1}(1, j, k) + \varphi^{n-1}(0, j, k)] \\
& + \frac{2\Delta x}{c\Delta t + \Delta x} [\varphi^n(0, j, k) + \varphi^n(1, j, k)] \\
& + \frac{(c\Delta t)^2 \Delta x}{2\Delta y^2 (c\Delta t + \Delta x)} \left[\begin{aligned} & \varphi^n(0, j+1, k) - 2\varphi^n(0, j, k) + \varphi^n(0, j-1, k) + \\ & \varphi^n(1, j+1, k) - 2\varphi^n(1, j, k) + \varphi^n(1, j-1, k) \end{aligned} \right] \\
& + \frac{(c\Delta t)^2 \Delta x}{2\Delta z^2 (c\Delta t + \Delta x)} \left[\begin{aligned} & \varphi^n(0, j, k+1) - 2\varphi^n(0, j, k) + \varphi^n(0, j, k-1) + \\ & \varphi^n(1, j, k+1) - 2\varphi^n(1, j, k) + \varphi^n(1, j, k-1) \end{aligned} \right] \quad (2-38)
\end{aligned}$$

其它边界面上的二阶 Mur 吸收边界的差分方程同理可以推出。

2.5 FDTD 法激励源的设置

用时域有限差分数值法分析问题，无论是研究媒质的散射、吸收还是耦合问题等，除了在足够的网格空间中模拟被研究的媒质外，还需要模拟场的激励源。

在 FDTD 算法中，一种简便的方法是设置激励源为“硬”波源。所谓“硬”波源是指规定 FDTD 空间网格中电场或磁场分量满足所希望的时间函数。设在网格点 i ，建立 E_z 的硬源为：

$$E_z \Big|_i^n = E_0 f(n\Delta t), n \geq 0 \quad (2-39)$$

“硬”波源的缺点在于经过一段时间的后，该源点位置会对其它方向传播过来的场量造成寄生反射。解决的方法是，在波反射到源之前取消波源。

另外，在电路模拟中常用的几种激励源波形有：

- 随时间周期变化的正弦源

$$f(n\Delta t) = \sin(2\pi f_0 n\Delta t) \quad (2-40)$$

该时谐源提供了频率为 f_0 ，从 $n=0$ 时刻开始的正弦波。

- 高斯脉冲源

时域模拟时，一般采用高斯脉冲信号激励问题空间，以获得所分析电磁问题的宽频带特性。在时域高斯脉冲形式为，

$$g(t) = \exp(-(t-t_0)^2 / \sigma^2) \quad (2-41)$$

其中 t_0 为脉冲时延、 σ 为脉冲宽度。

- 调制高斯脉冲源

为了得到所需频段的频域特性，我们可以在激励源上同时加一个正弦函数，即：

$$f(t) = \sin(2\pi f_0 (t-t_0)) \cdot \exp(-(t-t_0)^2 / \sigma^2) \quad (2-42)$$

调制高斯脉冲源产生的波形，中心在 t_0 时刻。调制高斯脉冲的频谱以 f_0 为中心，没有直流分量。

除了上文介绍的“硬”波源外，现在常用的波源还有电流源和内阻性电压源：

● 电流源

在 Maxwell 方程中引入电流密度 J ，

$$\nabla \times H = \varepsilon \frac{\vec{E}}{\Delta t} + J \quad (2-43)$$

那么 FDTD 公式为，

$$E_z \Big|_{i,j,k}^{n+1} = E_z \Big|_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \nabla \times H \Big|_{i,j,k}^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x \Delta y} I \Big|_{i,j,k}^{n+1/2} \quad (2-44)$$

其中 $I \Big|_{i,j,k}^{n+1/2}$ 可以看作为一个源。电流源的好处在于不会引入寄生反射。

● 电阻性电压源。假定内阻为 R_s ，电压函数为 $V_s(t)$ ，那么

$$E_z \Big|_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1-a}{1+a} E_z \Big|_{i,j,k}^n + \frac{1}{1+a} \frac{\Delta t}{\varepsilon} \nabla \times H \Big|_{i,j,k}^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x \Delta y R_s (1+a)} V_s(\Delta t(n+1/2)) \quad (2-45)$$

其中 $a = \Delta t \Delta z / (2\varepsilon \Delta x \Delta y R_s)$ 。实际上，电阻性电压源是电流源中一种，因此，它也不会引入寄生反射。它常用于微波电路中作为匹配激励源。

2.6 本章小结

本章对 FDTD 方法的一些核心问题作了介绍，其目的是为了了解 FDTD 方法的基础理论，为后续工作打下基础。本章从时域 Maxwell 方程出发导出了时域有限差分方程，讨论了时域有限差分法的一些数值理论，包括算法稳定性，数值色散特性。稳定性条件保证了可行性，而减少色散则可提高准确性。截断边界条件和激励源在时域有限差分法中占有极其重要的地位，它是保证原物理问题被准确仿真的关键，本章对常用的吸收边界 Mur 吸收边界和一般的激励源类型作了简要的讨论。方程、边界和源构成了 FDTD 算法的框架。

第三章 传统扩展 FDTD 算法

3.1 引言

设计包含集总器件的微波电路时,通常应用电磁软件进行仿真,如 ADS、Ansoft HFSS、IE3D 等等^[17-21]。但是,常用的这些电磁软件不能直接将器件方程与电磁场方程结合起来,器件通常由其散射参数单独表示,然后利用 ABCD 矩阵法求得整个电路的散射参数。这种方法忽略了器件间的相互作用,不能精确地描述电路的实际物理结构。而扩展 FDTD 算法能够全波分析微波有源电路,可以精确地考虑器件间的相互作用,另外,近年来由于计算机技术的飞速发展使得扩展 FDTD 算法得到了广泛应用^[29-53]。

利用扩展 FDTD 算法模拟微波电路时,对于包含电尺寸相对小的集总元件的微波电路,可以利用集总元件的伏安特性和 Maxwell 方程之间的关系,直接把电路元件的支配方程代入 Maxwell 方程,把集总元件编入 FDTD 的迭代公式中^[29]。但是这种方法仅适用于简单的双端口集总元件,由于其电路简单,可以容易地写出电路的电压和电流之间的关系表达式,对于复杂的集总电路,用这种方法会非常繁琐,而且对于复杂的三端口集总元件已经不能处理,更一般的方法是用等效电流源^[33]或者等效电压源^[34]替代集总元件,等效电流源和电压源不仅表征了集总元件端口处的散射特性而且表征了集总元件的伏安特性,等效源在数值上代表了微波集总元件的电流和电压。这些复杂的集总元件的电路伏安特性需要用一套微分方程组(状态变量方程)来表示,我们就要通过联立 Maxwell 方程和电路的状态变量方程来模拟微波电路中的集总元件。在计算复杂电路时,电路的状态方程往往非常复杂,以上方法不太适用。一个简单的方法—FDTD 结合 SPICE 软件方法^[48-50],它将复杂集总器件或者电路直接放在 SPICE 软件中进行计算,甚至可以直接调用 SPICE 软件中的元件库,模拟一些复杂有源器件。而无源部分仍然放在 FDTD 中计算,通过与 SPICE 软件之间进行数据交换,从而可以共同分析复杂微波有源电路。另一种建模方法—网络参数法^[51],通过逆傅立叶变换技术将频域器件网络参数转换为时域参数,然后利用卷积运算得到器件各端口电流,代入到 Ampere 差分方程中,完成电路仿真。

本章首先介绍了将集总元件的伏安特性直接代入到 Maxwell 方程中的传统扩展 FDTD 算法,考察了几种常用线性集总元件。然后,介绍了等效电流源扩展 FDTD

算法、等效电压源扩展 FDTD 算法、FDTD 结合 SPICE 软件方法以及网络参数建模方法。详细介绍了各种方法的建模过程，讨论了扩展 FDTD 算法的不足之处，作为下面几章的研究方向。

3.2 基于器件伏安特性建模方法

以下假设集总元件尺寸小于一个 FDTD 元胞大小，无体积可当作细线处理。在磁场旋度方程中增加集总元件电流 J 代表集总元件的贡献^[29]，即

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + J \quad (3-1)$$

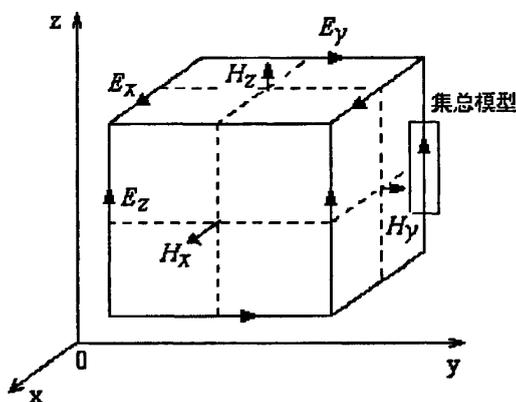


图 3.1 集总模型在 FDTD 网格中的位置

不失一般性，假设集总模型在 FDTD 网格中沿 $+z$ 方向放置，如图 3.1 所示，则 J 与元件电流 I 的关系为

$$J = \frac{I}{\Delta x \Delta y} \quad (3-2)$$

于是，加载位置电场的 FDTD 关系式为

$$\begin{aligned} E_z^{n+1} \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) &= E_z^n \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} (\nabla \times \vec{H})_z \Big|_{i, j, k + 1/2}^{n+1/2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x \Delta y} I^{n+1/2} \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (3-3)$$

下面讨论几种常见集总元件的 FDTD 迭代公式。

1. 电阻

假设图 3.1 中的集总元件为电阻，则流过电阻 R 的电流为

$$I = \frac{V}{R} \quad (3-4)$$

电流与 FDTD 电场的关系可写为

$$I^{n+1/2}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) = \frac{\Delta z}{2R} \left[E_z^{n+1}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) + E_z^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) \right] \quad (3-5)$$

将(3-5)代入(3-3)整理可得电阻的 FDTD 迭代公式:

$$E_z^{n+1}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 - \frac{\Delta t \Delta z}{2R\epsilon\Delta x\Delta y}}{1 + \frac{\Delta t \Delta z}{2R\epsilon\Delta x\Delta y}} E_z^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t/\epsilon}{1 + \frac{\Delta t \Delta z}{2R\epsilon\Delta x\Delta y}} (\nabla \times \vec{H})_z \Big|_{i, j, k+1/2}^{n+1/2} \quad (3-6)$$

2. 电容

假设图 3.1 中的集总元件为电容, 根据电容的伏安关系

$$I = C \frac{dV}{dt} \quad (3-7)$$

电流与 FDTD 电场的关系可写为

$$I^{n+1/2}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) = \frac{C\Delta z}{\Delta t} \left[E_z^{n+1}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) \right] \quad (3-8)$$

将(3-8)代入(3-3)整理可得电容的 FDTD 迭代公式:

$$E_z^{n+1}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) = E_z^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t/\epsilon}{1 + \frac{C\Delta z}{\epsilon\Delta x\Delta y}} (\nabla \times \vec{H})_z \Big|_{i, j, k+1/2}^{n+1/2} \quad (3-9)$$

3. 电感

假设图 3.1 中的集总元件为电感, 电感端电压与电流之间的关系为

$$V = L \frac{dI}{dt} \quad \text{或} \quad I = \frac{1}{L} \int_0^t V dt \quad (3-10)$$

设起始电流为零, 电流与 FDTD 中电场关系为

$$I^{n+1/2}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) = \frac{\Delta t \Delta z}{L} \sum_{m=1}^n E_z^m\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) \quad (3-11)$$

代入(3-3)整理可得

$$E_z^{n+1}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) = E_z^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\epsilon} (\nabla \times \vec{H})_z \Big|_{i, j, k+1/2}^{n+1/2} - \frac{(\Delta t)^2 \Delta z}{L\epsilon\Delta x\Delta y} \sum_{m=1}^n E_z^m\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) \quad (3-12)$$

上式即为电感所在位置的电场 FDTD 计算公式。

基于器件伏安特性的建模方法, 算法简单, 可以直接得到电场的迭代公式,

适用于简单的集总元件，如电阻、电感、电容、二极管以及三极管等。但是对于稍微复杂的集总电路，由于电路的伏安特性不易获得或者比较复杂，该方法将不再适用。

3.3 等效电流源法

假设一个集总元件镶嵌在 FDTD 的空间网格中，我们如何把集总元件的作用(由电压和电流组成的一套微分方程表示)和分布电磁场的作用(由 Maxwell 方程表示)连接起来。那么从集总元件处向 FDTD 的空间网格中来看，我们就可以用 Norton 等效电路来等效 FDTD 空间网格中电磁场的作用，最后整个问题就成为 Norton 等效电路加集总元件的电路问题。集总元件可以用等效电流源来替代^[33]。

三维的直角坐标下，单位网格记为 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ ，时间步长为 Δt 。我们假设一电路器件位于 FDTD 网格中电场 E_w (在 FDTD 中为 E_x, E_y, E_z 的任意一个)的位置上，从 Norton 等效电路的理论出发，FDTD 网格对于电路器件的作用归结于围绕电路器件的四个磁场的积分。由 Ampere 定理可得，总的 Norton 电流 $I_N(t)$ 就等于环路磁场的积分。

$$I_N(t) = \int_L \vec{H}(t) \cdot d\vec{L} \quad (3-13)$$

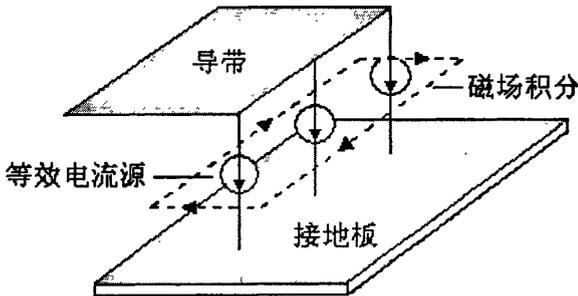


图 3.2 等效电流源代替微波器件

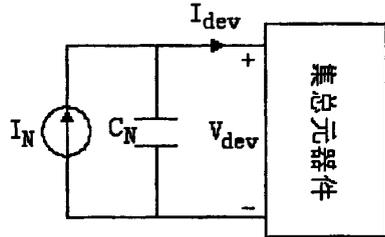


图 3.3 FDTD 等效电路模型

其中 L 为环绕放置电路器件的网格横截面 A 的周线。例如在一个网格中，Norton 电流 $I_N(t)$ 在直角坐标中的三个分量：

$$I_x \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = (H_y \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) \Delta y + (H_z \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}) \Delta z \quad (3-14a)$$

$$I_y \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = (H_x \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) \Delta x + (H_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}}) \Delta z \quad (3-14b)$$

$$I_z \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = (H_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}) \Delta x + (H_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}}) \Delta y \quad (3-14c)$$

Norton 电流 $I_N(t)$ 为流过加载网络的电流, 它由两部分组成: 位移电流 $I_{displacement}$ 和器件电流 I_{device} 。即:

$$I_N(t) = \int_L \vec{H}(t) \cdot d\vec{L} = I_{displacement}(t) + I_{device}(t) \quad (3-15)$$

$I_{device}(t)$ 就是替代集总元件的等效电流源。 $I_{displacement}(t)$ 为位移电流, 它垂直网格的横截面并跨越元件的两端, 与网格电场 E_w 的关系如下:

$$I_{displacement}(t) = \frac{d}{dt} \left(\iint_A \vec{D}(t) \cdot d\vec{A} \right) \cong \varepsilon A \frac{dE_w(t)}{dt} \quad (3-16)$$

在 FDTD 的算法中, 在加载网格中电场 E_w 为一个常数, 所以器件两端电压与电场有如下的关系:

$$E_w(t) = \frac{V_{device}(t)}{\Delta w} \quad (3-17)$$

其中 Δw 为跨越器件两端的方向的网格尺寸, 把式(3-17)代入式(3-16)可得:

$$I_{displacement}(t) = \varepsilon A \frac{d}{dt} \left[\frac{V_{device}(t)}{\Delta w} \right] = \frac{\varepsilon A}{\Delta w} \frac{dV_{device}(t)}{dt} \equiv C \frac{dV_{device}}{dt} \quad (3-18)$$

其中 C 为 FDTD 网格的等效电容。把式(3-18)代入(3-15)得:

$$I_N(t) = C \frac{dV_{device}(t)}{dt} + I_{device}[V_{device}(t)] \quad (3-19)$$

其中 $I_{device}[V_{device}(t)]$ 为电路器件的终端伏安特性, 网格电容 C 被看作为模型中的 Norton 等效导纳, 在此记为 C_N 。

我们看到式(3-19)是关于 $V_{device}(t)$ 的微分方程, 在已知初始条件 $V_{device}(t_0)$, 激励函数 $I_N(t)$ 以及器件的伏安特性 $I_{device}[V_{device}(t)]$ 的情况下, 我们可以对式(3-19)从时刻 t_0 到时刻 $t_0 + \Delta t$ 进行积分:

$$V_{device}(t_0 + \Delta t) = V_{device}(t_0) + \frac{1}{C_N} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \{I_N(t) - I_{device}[V_{device}(t)]\} dt \quad (3-20)$$

式(3-15)和式(3-20)给出了 FDTD 计算电磁场和集总电路器件求解之间的联系关系。对于没有器件的区域, 电磁场的迭代更新由传统的 Yee 算法来实现, 对于器件位于电场 E_w 所在位置的网格, 我们通过下面的步骤来实现电磁场的迭代更新, 时刻为 $t_0 + \Delta t$, 该时刻的磁场和器件的终端伏安特性已知:

1. 由式(3-13)求得 $t_0 + \Delta t/2$ 时刻的 $I_N(t)$, 具体的实现利用式(3-2), 这样就把集总元件和邻近的磁场联系起来;
2. 由 1 得到的 $I_N(t_0 + \Delta t/2)$ 和器件的终端伏安特性 $I_{device}[V_{device}(t)]$ 来利用公式 (3-20)来求得 $V_{device}(t_0 + \Delta t)$, 接着由式(3-17)求得 $E_w(t_0 + \Delta t)$, 这就得到了集总元件处的电场, 从而整个空间的电磁场 FDTD 迭代得以连续;

- 利用普通的 FDTD 公式迭代更新所有区域 $t_0 + 3\Delta t/2$ 时刻的磁场以及无集总元件处 $t_0 + 2\Delta t$ 时刻的电场，然后重复 1, 2。

3.4 等效电压源法

对偶于 3.3 节的方法，基于等效电压源法的 FDTD 算法就是用等效电压源代替集总元件，同时该电压源满足器件的伏安特性和散射特性。从集总元件处向 FDTD 的空间网格中来看，我们就可以用 Thevenin 等效电路来等效 FDTD 的空间网格中电磁场对集总元件的作用，最后整个问题就成为 Thevenin 等效电路加集总元件的电路问题^[34]。

我们假设一电路器件位于 FDTD 网格中电场 E_w （在 FDTD 中为 E_x, E_y, E_z 的任意一个）的位置上，从 Thevenin 等效电路理论出发，FDTD 网格对于电路器件的作用归结于 E_w 周围的四个电场积分，总的 Thevenin 电压 $V_\theta(t)$ 等于四个环电压之和。

$$V_\theta(t) = L_\theta \sum_{i=1}^4 \frac{V_{loop,i}(t)}{L_i} \quad (3-21)$$

其中

$$V_{loop,i}(t) = -\oint_{\Gamma_i} \vec{E} \cdot d\vec{\Gamma}_i, \quad i=1,2,3,4 \quad (3-22)$$

Γ_i 为第 i 个电场积分的周线，该积分周线为除了等效源处的那个边外的三个边。

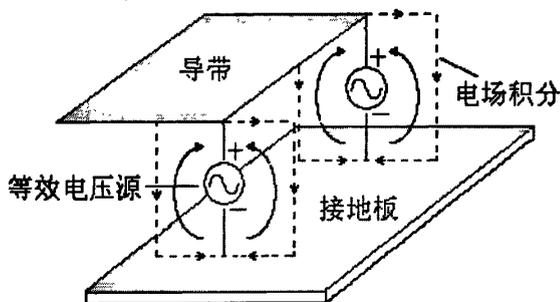


图 3.4 等效电压源代替微波器件

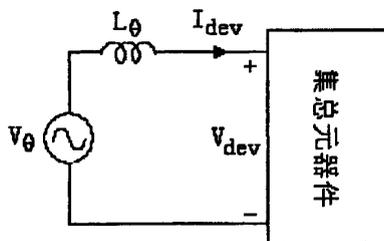


图 3.5 FDTD 等效电路模型

$$L_i = \frac{\mu A_i}{\Delta w} \quad (3-23)$$

L_i 为 FDTD 网格的等效电感， A_i 为电路器件附近的第 i 个网格横截面， Δw 为跨越电路器件两端的距离。最后我们定义模型中的 Thevenin 等效源电感：

$$L_{\theta} = \left(\sum_{i=1}^4 \frac{1}{L_i} \right)^{-1} \quad (3-24)$$

已知式(3-22), (3-23)和(3-24), 我们可以得到与式(3-19)对偶的等式:

$$V_{\theta}(t) = L_{\theta} \frac{dI_{device}(t)}{dt} + V_{device}[I_{device}(t)] \quad (3-25)$$

式(3-25)是关于 $I_{device}(t)$ 的微分方程, 在已知初始条件 $I_{device}(t_0)$, 激励函数 $V_{\theta}(t)$ 和器件的伏安特性 $V_{device}(I_{device})$, 对式(3-25)从时刻 $t_0 - \Delta t/2$ 到时刻 $t_0 + \Delta t/2$ 积分:

$$I_{device}(t_0 + \Delta t/2) = I_{device}(t_0 - \Delta t/2) + \frac{1}{L_{\theta}} \int_{t_0 - \Delta t/2}^{t_0 + \Delta t/2} \{V_{\theta}(t) - V_{device}[I_{device}(t)]\} dt \quad (3-26)$$

式(3-21)和式(3-26)给出了 FDTD 电磁场计算和集总电路器件求解之间的联系关系。对于没有器件的区域, 电磁场的迭代更新由传统的 Yee 算法来实现, 对于器件位于电场 E_w 所在位置的网格, 我们通过下面的步骤来实现电磁场的迭代更新, 时刻为 t_0 , 该时刻的电场分布和器件的终端伏安特性已知:

1. 由式(3-21)求得 t_0 时刻的 V_{θ} , 这样就把集总元件和邻近的电场联系起来;
2. 利用 1 求得的 $V_{\theta}(t_0)$ 和已知的集总元件终端伏安特性 $V_{device}(I_{device})$, 从时刻 $t_0 - \Delta t/2$ 到时刻 $t_0 + \Delta t/2$ 积分式(3-26), 我们可得到 $I_{device}(t_0 + \Delta t)$;
3. 由 2 所得 $I_{device}(t_0 + \Delta t)$ 再根据伏安特性求得 E_w 的步进式, 然后重复 1, 2。

等效电流源法和等效电压源法是一对互偶方法, 基本思想都是将集总元件作为等效源代入到 FDTD 算法中。只要推导出器件的伏安关系, 利用这两种建模方法即可对器件进行建模, 具有一般适用性。但是, 对于复杂电路, 其伏安关系难于求得或者过于复杂, 这种方法也不能胜任。

3.5 FDTD 结合 SPICE 软件法

SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis)是由美国加州大学伯克利分校于 1972 年开发的电路仿真程序。它能对模拟电路、数字电路和模拟数字混合电路进行仿真, 并且可以对电路进行直流分析、交流小信号分析、瞬态分析、蒙特卡罗分析和最坏情况分析。SPICE 中, 可以采用图形方式描述需要仿真的电路或文本形式应用 SPICE 语言规范直接编写。电路中用到的元器件、电源和信号源可从 SPICE 提供的库中直接调用。

在实际的电路中, 我们经常会用到大量的器件, 这些器件结构复杂, 如果用前面讲到的方法将不容易直接编程或者编程非常麻烦, 但是我们可以将器件部分放到 SPICE 软件里仿真, 或者直接通过器件型号在 SPICE 软件模型库中调用模型,

而电路的其它部分仍用 FDTD 方法进行模^[48-50]。因此，对于复杂电路而言，利用这种方法将大幅度的减少编程的工作量。在用 FDTD 结合 SPICE 方法模拟电路时，集总元器件部分我们把它做成 cir 电路文件，并放到 SPICE 软件中进行计算，计算的结果再返回到 FDTD 程序中。

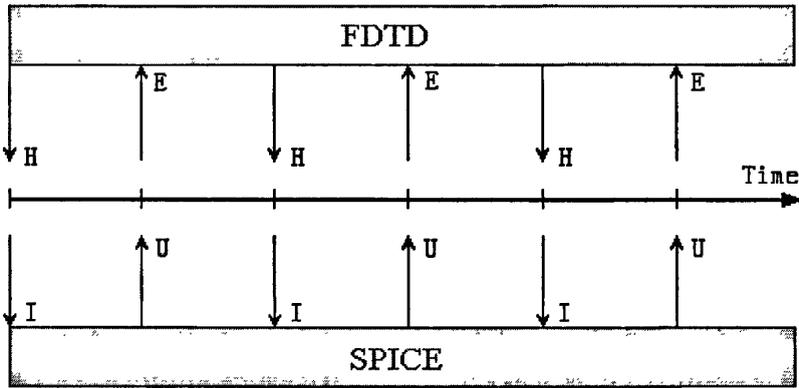


图 3.6 FDTD 方法与 SPICE 软件结合示意图

假设电路模块的端口数为 N ，那么每个端口的电流可以表示为：

$$I_i = f(V_1, V_2, \dots, V_N), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3-27)$$

即端口电流由加载在端口的所有电压决定；同理，每个端口的电压也可以表示为：

$$V_i = f(I_1, I_2, \dots, I_N), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3-28)$$

即每个端口的电压由所有端口的电流决定。

为了将 FDTD 算法和 SPICE 软件结合起来，可以采用等效电流源法和等效电压源法对器件端口进行建模。当采用等效电流源法建模时，第 i 端口处的 FDTD 公式如下：

$$\oint_a \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_a \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{s} + I_i \quad (3-29)$$

根据第 3.3 节介绍的等效电流源法，上式可以写成 Nordon 等效电路的形式：

$$I_{total} = C_{total} \frac{\partial V_i}{\partial t} + I_i \quad (3-30)$$

上式的等效电路如图 3.3 所示，在实际的应用中，我们可以直接在 SPICE 电路模块中为每个端口添加上图 3.3 所示的 Nordon 等效电路，然后调用 SPICE 软件计算端口电流 I_i ，最后将其代入(3-29)式即可得到每个端口相应的电场分量，再利用传统 FDTD 算法完成一个时间步的迭代运算，其计算过程如图 3.6 所示。

同理，利用等效电压源法为端口建模时，根据第 3.4 节介绍的等效电压源建模方法，第 i 个端口处的 FDTD 公式为

$$\oint_i \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{s_i} \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \cdot d\vec{s} \quad (3-31)$$

上式也可以写成 Thevenin 等效电压源电路的形式，即：

$$V_{total} = L_{total} \frac{\partial I_i}{\partial t} + V_i \quad (3-32)$$

上式的等效电路如图 3.5 所示。同理，每个端口添加如图 3.5 所示的 Thevenin 等效电路，然后调用 SPICE 软件可计算出端口电压 V_i ，再将其代入 FDTD 算法中，完成一个时间步的迭代运算。

为了验证 FDTD 法结合 SPICE 软件方法的有效性，我们首先应用该方法分析了一个终端接集总元件的微带线，其结构如图 3.7 所示。微带线介质板厚度为 $0.794mm$ ，相对介电常数为 2.2，长度为 $10mm$ 。微带线一端接一个幅度为 $10V$ ，频率为 $1GHz$ ，内阻为 50Ω 激励电压源，另一端接集总元件。我们利用等效电流源法将集总元件放在 SPICE 进行建模，其 SPICE 等效电路如图 3.8 所示。集总元件分为电阻、电容和电感三种情况进行考察。为了比较 FDTD 法结合 SPICE 软件建模的精度，我们选择集总元件直接在 FDTD 中建模的方法作为参考。三种集总元件的计算结果分别如图 3.9~3.11 所示，可以看到：在三个例子中，两种方法的计算结果均吻合很好，从而验证了该建模方法的有效性。

FDTD 结合 SPICE 软件建模方法，最大的优点是可以对复杂集总器件进行建模。当器件内部结构过于复杂，如多端口器件、集成电路模块等，而工作频段窄时，可以考虑应用器件的等效电路模型，并将其放在 SPICE 软件中进行仿真。但是，由于等效电路的窄带特性，该方法不适合宽带分析；另外，由于仿真时 FDTD 算法在中每一时间步都需要与 SPICE 软件进行数据交换，影响了计算速度；而且这种方法的稳定性也有待考察。

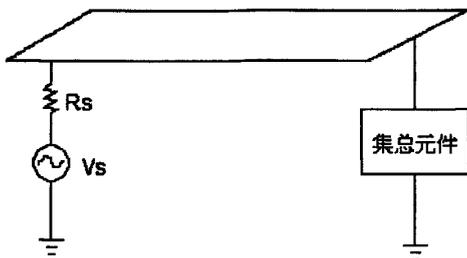


图 3.7 微带线终端接集总元件结构图

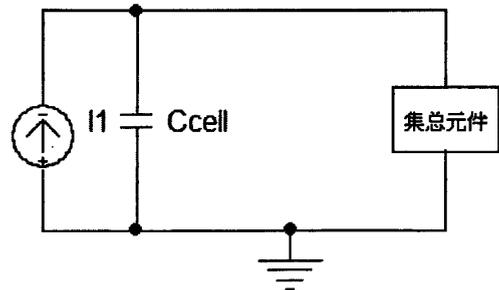


图 3.8 集总元件 SPICE 等效电路

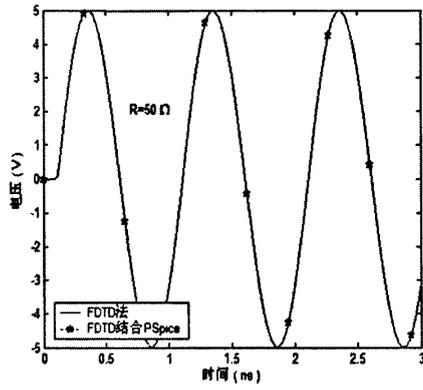


图 3.9 电阻端电压计算结果

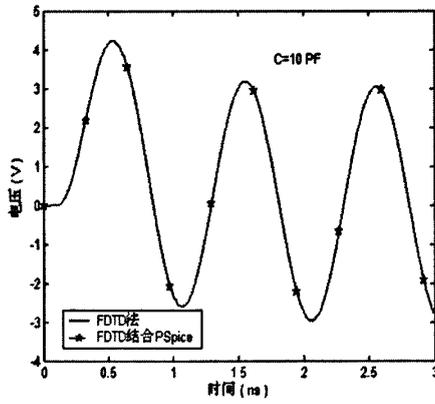


图 3.10 电容端电压计算结果

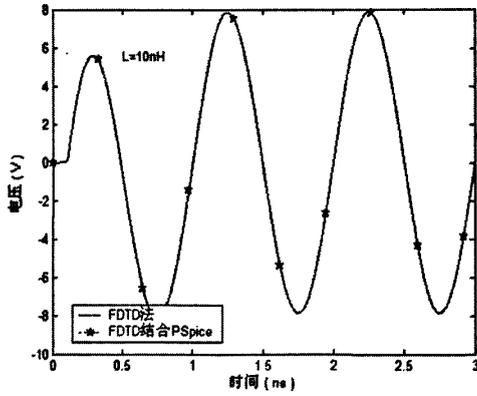


图 3.11 电感端电压计算结果

3.6 网络参数法

本节介绍另一种集总器件的 FDTD 建模方法。根据器件等效电路得到其网络参数 (S 参数、Y 参数、Z 参数等), 然后将网络参数引入到 FDTD 方法中^[51]。不失一般性, 我们讨论 S 参数模型的建模方法。

由 Ampere 定理可得

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}_{net} \quad (3-33)$$

\vec{J}_{net} 流过网络的电流密度。假设网络按+z 方向放置, 则电流密度与电流的关系为

$$J_{net} = \frac{I_{net}}{\Delta x \Delta y} \quad (3-34)$$

以双端口网络为例, 已知双端口网络的 S 参数

$$S(\omega) = \begin{bmatrix} s_{11}(\omega) & s_{12}(\omega) \\ s_{21}(\omega) & s_{22}(\omega) \end{bmatrix} \quad (3-35)$$

根据微波网络理论^[102], 由下式可以求得网络的导纳 Y 参数

$$Y(\omega) = \begin{bmatrix} Y_{11}(\omega) & Y_{12}(\omega) \\ Y_{21}(\omega) & Y_{22}(\omega) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} (1-s_{11}(\omega))(1+s_{22}(\omega))+s_{12}(\omega)s_{21}(\omega) & -2s_{12}(\omega) \\ -2s_{21}(\omega) & (1+s_{11}(\omega))(1-s_{22}(\omega))+s_{12}(\omega)s_{21}(\omega) \end{bmatrix}}{(1+s_{11}(\omega))(1+s_{22}(\omega))-s_{12}(\omega)s_{21}(\omega)} \quad (3-36)$$

对于双端口网络, Y 参数的定义为

$$\begin{bmatrix} I_{net1}(\omega) \\ I_{net2}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}(\omega) & Y_{12}(\omega) \\ Y_{21}(\omega) & Y_{22}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{net1}(\omega) \\ V_{net2}(\omega) \end{bmatrix} \quad (3-37)$$

利用逆傅立叶变换 (IFFT), 将频域 Y 参数变换到时域, 根据(3-37)式可以得到时域电流表达式

$$\begin{cases} I_{net1}(t) = Y_{11}(t) \otimes V_{net1}(t) + Y_{12}(t) \otimes V_{net2}(t) \\ I_{net2}(t) = Y_{21}(t) \otimes V_{net1}(t) + Y_{22}(t) \otimes V_{net2}(t) \end{cases} \quad (3-38)$$

其中, \otimes 代表卷积运算。

将(3-38)和(3-34)代入到(3-33)的差分方程中, 可以得到两端口处的电场迭代式:

$$E_{z1}^{n+1} = E_{z1}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon} [\nabla \times H]_z^{n+1/2} - \frac{\Delta t \Delta z}{\varepsilon \Delta x \Delta y} \left\{ \sum_{m=0}^n Y_{11}(m) \cdot E_{z1}^{n-m} + \sum_{m=0}^n Y_{12}(m) \cdot E_{z2}^{n-m} \right\} \quad (3-39)$$

$$E_{z2}^{n+1} = E_{z2}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon} [\nabla \times H]_z^{n+1/2} - \frac{\Delta t \Delta z}{\epsilon \Delta x \Delta y} \left\{ \sum_{m=0}^n Y_{21}(m) \cdot E_{z1}^{n-m} + \sum_{m=0}^n Y_{22}(m) \cdot E_{z2}^{n-m} \right\} \quad (3-40)$$

其中, E_{z1} 和 E_{z2} 代表两端口处的电场。另外, 利用笔形函数技术 (GPOF), 将卷积运算转换为递归迭代运算的形式, 从而减少了计算量, 提高了计算效率。

为了验证网络参数 FDTD 建模方法的有效性, 利用该方法计算了一个接有集总网络的微带线, 其结构如图 3.12 所示。微带线中两段导带尺寸相同, 长度为 6cm , 宽度为 2mm 。介质板介电常数为 $\epsilon = 4.2$, 高度为 1.5mm 。集总网络接在两段导带间占据 4mm , 其中 $L = 30\text{nH}$, $R = 5\Omega$, $C = 22\text{pF}$ 。FDTD 计算时网格尺寸为 $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z = 1\text{mm} \times 1\text{mm} \times 0.5\text{mm}$, 时间步为 $\Delta t = 1.3\text{ps}$ 。

FDTD 计算结果如图 3.13 所示, 为了验证网络参数法的正确性, 其计算结果与等效电流源法得到的结果进行比较, 从图 3.13 中可以看到, 两种方法得到的 S_{21} 曲线吻合很好。

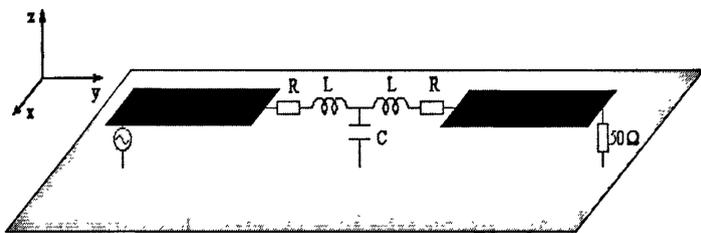


图 3.12 微带接集总网络结构图

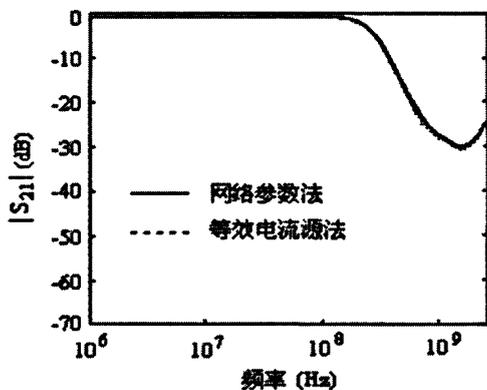


图 3.13 S_{21} 参数计算结果

网络参数法通过将器件的网络参数如 S 参数、Y 参数等引入到 FDTD 算法中, 可以方便地对多端口集总网络进行建模, 但是该方法利用了逆傅立叶变换技术和卷积运算, 计算复杂; 而且由于网络参数是从等效电路直接得到, 因而是全频带的, 如果对器件的有限带宽网络参数模型进行建模, 该方法需要改进。

另外, 以上所有方法, 都是基于集总器件的等效电路模型。但是, 实际应用

的复杂集总器件，我们往往容易得到器件在有限带宽内的测量网络参数，而器件的等效电路模型很难或者不能获得，这样上面介绍的所有建模方法都将不再适用。为了对器件的有限带宽模型进行 FDTD 建模，传统做法是将有限带宽网络参数通过外推和共轭方法扩展至全频带，再利用网络参数方法完成器件的建模。由于频域网络参数由外推技术引起的误差，通过逆傅立叶变换到时域，可能产生非因果的时域网络参数，因此传统方法可能造成较大的计算误差。

3.7 本章小结

为了对微波电路中各种微波器件进行建模，本章讨论了几种传统的扩展 FDTD 建模方法。对于简单的集总元件，我们通过在 Maxwell 方程中磁场旋度方程中添加器件电流，把集总元件“嵌入”到 FDTD 公式中。对于电路较复杂的集总元件，我们可以将其等效为 Norton 等效电流源电路或者 Thevenin 等效电压源电路进行建模。对于更为复杂的电路集总元件，可以利用 FDTD 结合 SPICE 软件的方法，将复杂集总元件直接放在 SPICE 软件里仿真。对于多端口集总网络，则可以利用网络参数法对器件进行建模。另外，对于每一种建模方法均讨论了其适用范围及不足之处，为以后的工作铺垫。

第四章 微带线匹配负载的 FDTD 建模改进

4.1 引言

微带电路以其小型化、轻量化、易于集成、可靠性强以及生产成本低等优点，已经广泛地用于微波集成电路中，成为微波技术的重要发展方向之一。利用数值方法对微带电路进行分析考察，对于电路的设计者具有很大意义。而 FDTD 方法具有算法简单、适用性强、以及一次计算即可得到电路宽频带特性的特点^[9-16]，近年来已经被广泛应用于微带电路的分析和设计中^[28]。

众所周知，用测量法提取微带电路特性时，匹配负载具有关键性作用，因为许多电路参数，比如散射参数，必须使微带线终端处于匹配状态时才能获得。与测量法类似，利用 FDTD 方法提取电路参数时，也必须对微带线终端匹配负载进行建模，终端负载匹配能力的好坏直接影响到提取电路特性的准确性。

使微带线终端达到匹配状态的方法主要有两种，一是吸收边界匹配法^[28]，即把微带线终端延伸至吸收边界；二是负载匹配法^[54]，直接在微带线终端接集总负载。由于利用第一种方法提取电路参数时，必须要进行两次计算，所以本章主要讨论集总匹配负载的 FDTD 建模方法，并提出了一种新的微带线匹配负载模型。

4.2 匹配负载 FDTD 建模

4.2.1 负载的 FDTD 模型

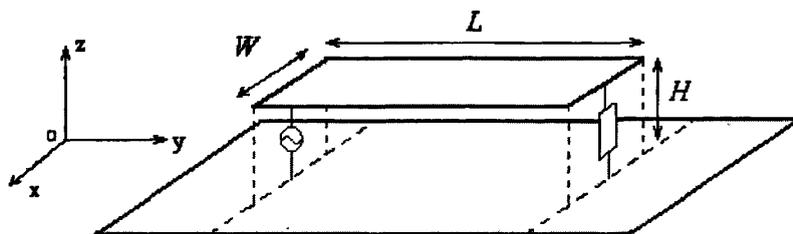


图 4.1 微带线端接匹配负载结构图

微带线端接负载的模型如图 4.1 所示。微带线导带的宽度和长度分别为 W 和 L ，介质基板的高度为 H 。用 FDTD 方法建模时，负载所占的网格区域为

$N_x \Delta x \times N_y \Delta y \times N_z \Delta z$ ， N_x 、 N_y 和 N_z 分别代表 x 、 y 和 z 三个方向的网格数， Δx Δy Δz 分别代表三个方向的空间步长。FDTD方法中处理负载电阻时有两种情况，一是电阻当作细线处理，如图4.2(a)所示，图中 $N_x=1$ ， $N_y=1$ ， $N_z=3$ ，假设负载电阻的阻值为 R ，则每个加载网格处的阻值为 $R_i=R/N_z$ ；二是电阻按一定比例分布在微带线端接面上，如图4.2(b)所示，图中以 $N_x=6$ ， $N_y=1$ ， $N_z=3$ 为例，电阻沿 x 方向的分布比例为 $n_3:n_2:n_1:n_0:n_1:n_2:n_3$ ，我们可以求出每个加载网格上的电阻值为

$$R_i = \left(\frac{1}{n_0} + \sum_{j=1}^{N_x/2} \frac{2}{n_j} \right) \frac{n_i}{N_z} R \quad (4-1)$$

利用扩展 FDTD 算法，计算加载网格处电场 E_z ，其 FDTD 计算公式为

$$E_z^{n+1}(i, j, k + 1/2) = \frac{1 - \Delta t \Delta z / 2R_i \epsilon_r \epsilon_0 \Delta x \Delta y}{1 + \Delta t \Delta z / 2R_i \epsilon_r \epsilon_0 \Delta x \Delta y} E_z^n(i, j, k + 1/2) + \frac{\Delta t / \epsilon_r \epsilon_0}{1 + \Delta t \Delta z / 2R_i \epsilon_r \epsilon_0 \Delta x \Delta y} (\nabla \times \vec{H})_z \Big|_{i, j, k + 1/2} \quad (4-2)$$

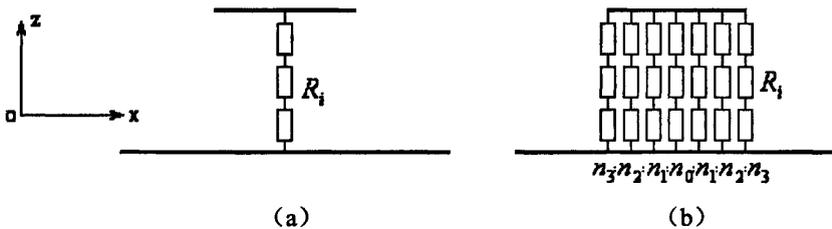


图 4.2 负载在 FDTD 网格中的分布 (a) 细线处理 (b) 按比例分布

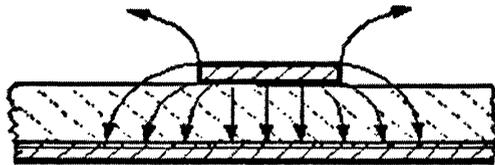


图 4.3 微带线横向电场分布图

第二个方案中如何选择电阻的分布比例至关重要。传统方法中负载均匀的分布于微带线终端，但是由于电场在微带线中沿横向分布是不均匀的，如图4.3所示，所以采用传统均匀分布的方案不是最好。因此，论文提出了匹配负载的非均匀分布模型，取得了较好的匹配效果。下面详细介绍新模型的 FDTD 建模方法。

4.2.2 非均匀分布模型

微带线的场分布与基片介电常数和导带尺寸密切相关，所以分布方案应该与基

片特性有关。实际应用中,特性阻抗为 50Ω 的微带线经常作为微带电路的端口。另外,实际设计中,设计者经常通过查表或者公式求解得到 50Ω 微带线的导带尺寸,为了方便起见,图 4.4 给出了 50Ω 微带线导带尺寸与介电常数之间的关系曲线。这里以两种常用的 50Ω 微带线端接匹配负载为例进行研究。

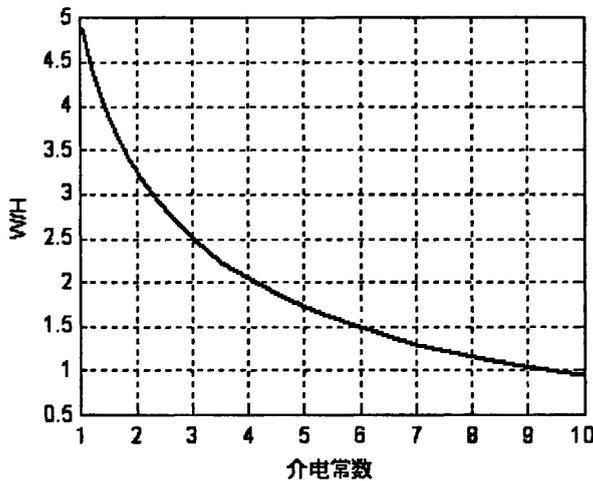


图 4.4 50Ω 微带线导带尺寸与介电常数关系曲线

第一种微带线的基片介电常数为 $\epsilon_r = 2.0$, $W/H = 3.28$ 。空间步长分别为 $\Delta x = 0.1389\text{mm}$, $\Delta y = 0.254\text{mm}$ 和 $\Delta z = 0.0847\text{mm}$, 时间步长 $\Delta t = 0.9\Delta t_{\max}$, 其中 Δt_{\max} 代表最大时间步长。整个计算网格域为 $35\Delta x \times 100\Delta y \times 25\Delta z$, $W = 6\Delta x$, $H = 3\Delta z$ 。除了 $z = 0$ 边界外其余边界均为 Mur 一阶吸收边界条件。使用高斯源激励微带线。电压参考面距离负载端 $20\Delta y$ 。

分别以微带线的特性阻抗 $R = 50\Omega$ 和有效阻抗作为匹配负载电阻进行计算。微带线的特性阻抗是根据微带线导带宽度和介质板高度的比值 W/H 计算得到的^[55]。有效阻抗是通过电压和电流的比值 V/I 得到的,其中 V 由导带下方的法向电场积分得到, I 由环绕导带的磁场积分得到。经计算可以得到微带线的有效阻抗为 $R = 47.8\Omega$ 。

图 4.5 和图 4.6 分别显示了两种情况下负载的反射波和 S_{11} 参数曲线。从这两幅图中可以明显的看到,使用特性阻抗作为匹配负载时,在低频段引起较大的反射。当使用有效阻抗作为匹配负载时,可以有效的减少负载的反射,尤其是在低频段效果更加明显。有效阻抗在不同横向分布情况下的反射特性如图 4.7 所示,从图中可以看到,有效电阻以 $n_3 : n_2 : n_1 : n_0 = \infty : 2 : 1 : 1$ 的比例分布(虚线)时匹配效果最好。

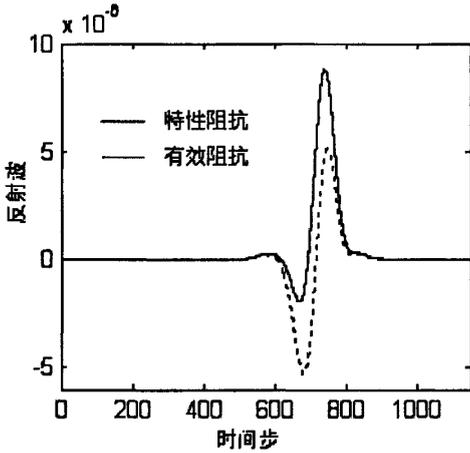


图 4.5 时域反射波形比较

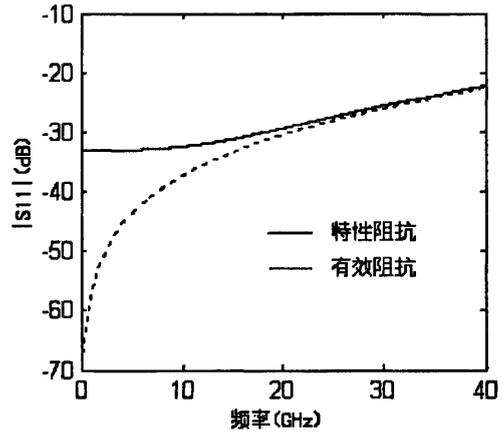


图 4.6 S11 参数比较

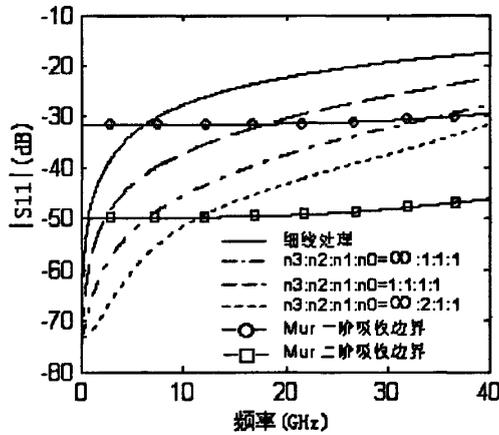


图 4.7 $\epsilon_r = 2.0$ 时 S_{11} 参数比较

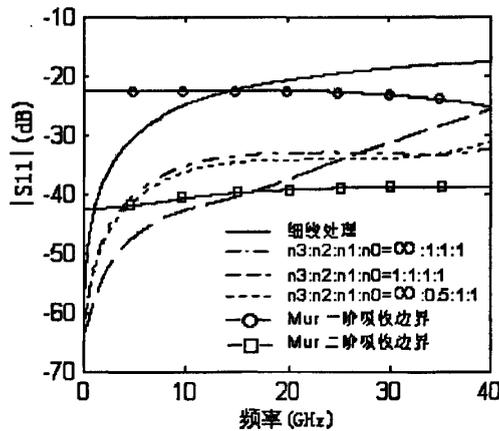


图 4.8 $\epsilon_r = 9.0$ 时 S_{11} 参数比较

第二种微带线的参数为 $\epsilon_r = 9.0$ ， $W/H = 1.05$ 。 $\Delta x = 0.0444\text{mm}$ ， $\Delta y = 0.1\text{mm}$ 和 $\Delta z = 0.0508\text{mm}$ ，时间步长 $\Delta t = 0.9\Delta t_{\max}$ ， $W = 6\Delta x$ ， $H = 5\Delta z$ 。有效

阻抗 $R = 49.7\Omega$, 其它参数和设置与第一种微带线相同。同样计算微带线有效阻抗在不同横向分布情况下的反射特性, 计算结果如图 4.8 所示。可以看出, 电阻按比例分布时, 以 $n_3:n_2:n_1:n_0 = \infty:0.5:1:1$ 的比例分布(虚线)匹配效果最好。同均匀分布时(点划线)相比略有改善, 但改善幅度不大。

从图 4.7 和图 4.8 中反射特性的比较结果可以看出, 阻抗按细线处理时效果最差, 按 $n_3:n_2:n_1:n_0 = 1:1:1:1$ 比例分布时(即阻抗均匀填充于负载端面上的全部网格)并不比 $n_3 = \infty$ (最外层开路)时的匹配效果好, 所以我们仅讨论 $n_3 = \infty$ 时的阻抗分布情况。根据电磁理论, 介电常数越大, 场在导带与接地板间分布越集中。所以 $\epsilon_r = 2.0$ 时, 阻抗按 $n_3:n_2:n_1:n_0 = \infty:2:1:1$ 比例分布时效果最好。随着介电常数的增加, 次外层 n_2 所占的比例将逐渐减小, 当 $\epsilon_r = 9.0$ 时, 电阻分布的最佳比例降为 $n_3:n_2:n_1:n_0 = \infty:0.5:1:1$ 。当介电常数为其它数时, 可以通过线性插值得到最佳比例关系。另外, 两图同时给出了 Mur 一阶和二阶吸收边界条件的结果。可以看出, 阻抗按最佳比例分布时, 在很宽的频带内吸收效果优于 Mur 吸收边界条件, 比按细线处理的效果提高了几乎 20dB, 很大程度上改善了匹配效果。

4.3 散射参数的提取

时域有限差分法中有两种提取散射参数的方法:

方法 1: 吸收边界匹配法。首先计算出参考面处的总场, 但是为了计算两端口之间的散射参数, 必须知道在参考面上时域入射和反射波, 具体做法是将输入端的微带线无限延伸或者直接延伸到吸收边界, 使其各端口满足匹配要求, 然后在参考面记下入射波, 根据傅立叶变换得到频域上的入射波。用总电压波减去入射波就可以得到反射波。另外在输出端口记下传输波。将这些时域的波形通过 Fourier 变换得到频域的电压波, 由此可得到散射参数^[28]。

$$\begin{cases} S_{11} = \frac{V_r(\omega, z_1)}{V_i(\omega, z_1)} \\ S_{21} = \frac{V_t(\omega, z_2)}{V_i(\omega, z_1)} \end{cases} \quad (4-3)$$

其中 $V_i(\omega, z_1), V_r(\omega, z_1)$ 分别为端口 1 的入射电压波和反射电压波, $V_t(\omega, z_2)$ 为端口 2 的总电压波。注意在求散射参数时参考面的选取应该离电路的不连续处足够远以减少凋落模的影响。这种方法的不足之处在于: 它需要进行两次 FDTD 计算, 分别计算出总场和入射场, 增加了计算量。

方法 2: 负载匹配法。不延伸微带线, 而在微带线输入和输出端口分别接上匹

配电阻性电压源和匹配负载，使各端口匹配。记下输入和输出端口处的电压，通过 Fourier 变换得到频域电压，然后利用下式，即可获得微带电路的散射参数^[54]。

$$\begin{cases} S_{11}(\omega) = 2 \frac{V_m(\omega)}{V_s(\omega)} - 1 \\ S_{ii}(\omega) = 2 \frac{V_{porti}(\omega)}{V_s(\omega)} \quad (i \neq 1) \end{cases} \quad (4-4)$$

其中， $V_m(\omega)$ 表示输入端口的频域电压， $V_s(\omega)$ 表示电压源的电压， $V_{porti}(\omega)$ 表示第 i 个端口的电压。这样，经一次 FDTD 计算就可以获得电路的反射与传输特性，节省了计算时间。但是这种方法的缺点是：源内阻和各端口负载必须与微带线匹配。如果匹配不佳，这种方法将造成很大的误差。因此，论文提出的匹配负载模型在散射参数的提取中具有实用意义，下面我们通过实际算例对各种加载方案的匹配效果进行比较。

4.4 计算实例

为了验证所提出匹配负载模型的实际应用效果，计算了两个实际微带电路，并利用上节介绍的提取散射参数的两种方法分别计算微带电路的散射参数。利用负载匹配法计算时，微带电路的输入端口均采用匹配电阻性电压源，其它端口按不同的匹配负载方案处理。

4.4.1 微带定向耦合器

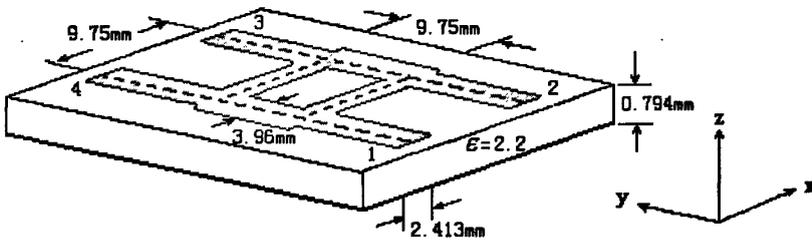
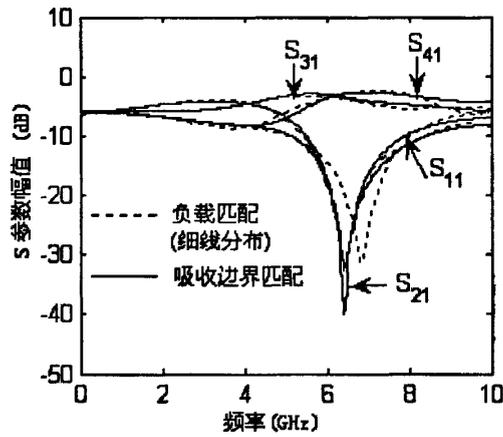


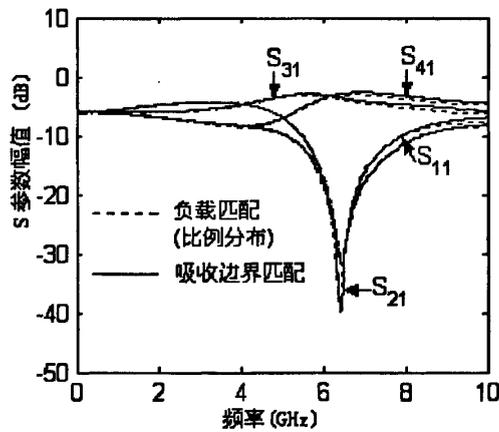
图 4.9 微带定向耦合器结构图

微带定向耦合器的结构尺寸如图 4.9 所示。其中 3、4 端口平分 1 或 2 端口输入的功率，耦合器的四条支线均为四分之一波长，而在工作频率 6.5GHz 处，3、4 端口间的相位差为 90 度。FDTD 计算网格尺寸 $\Delta x = 0.406mm$ ， $\Delta y = 0.406mm$ ， $\Delta z = 0.265mm$ ，时间步长 $\Delta t = 0.441ps$ ，计算网格域为 $60\Delta x \times 110\Delta y \times 16\Delta z$ 。输入输出端口传输线长均为 $30\Delta y$ ，各端口距离吸收边界 $10\Delta y$ 。电压源内阻和负载电阻取微带线的有效阻抗 $R = 47.8\Omega$ 。

我们利用上一节介绍的吸收边界匹配法和负载匹配法分别提取耦合器的散射参数。另外，为了比较提出匹配负载模型的准确性，应用负载匹配法时，匹配负载分两种情况进行计算，按细线处理和按比例分布。耦合器散射参数的计算结果如图 4.10 所示。其中图 4.10a 给出了负载按细线处理时负载匹配法与吸收边界匹配法得到的散射参数比较结果；而图 4.10b 比较了负载按比例非均匀分布时负载匹配法与吸收边界匹配法的计算结果。从图中可以看到，电阻非均匀分布时得到的散射参数与传统方法的结果吻合良好，而按细线处理时误差比较大。图 4.11 给出了几种方法中 3、4 端口相差的比较。同样显示了按比例分布方案的准确性。



(a)



(b)

图 4.10 负载匹配法与吸收边界匹配法提取的 S 参数结果比较

(a) 负载按细线分布 (b) 负载按比例分布

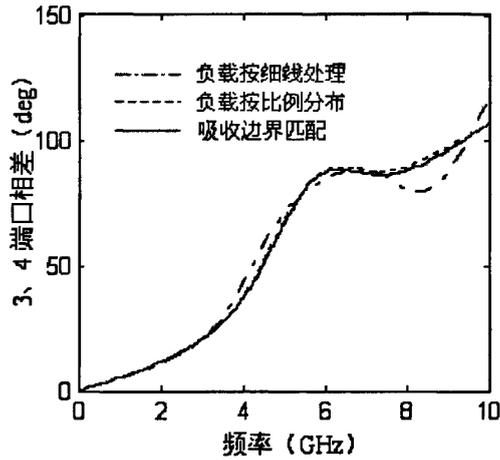


图 4.11 微带定向耦合器 3、4 端口相位比较

4.4.2 微带低通滤波器

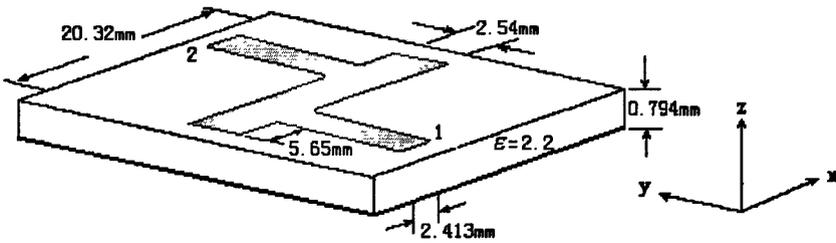


图 4.12 微带低通滤波器结构图

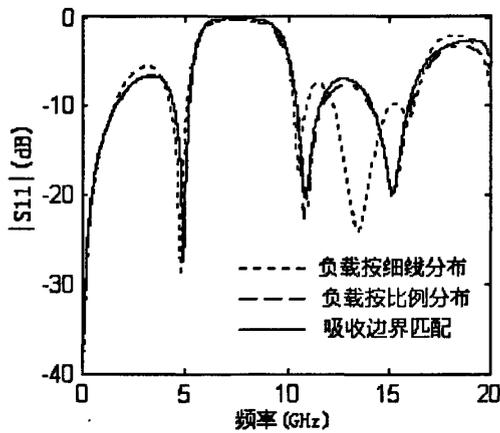
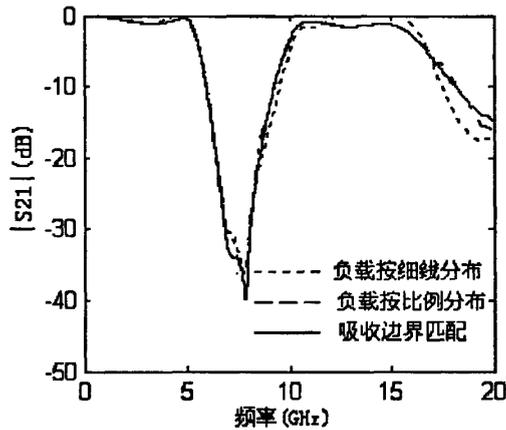


图 4.13 微带低通滤波器 S_{11} 参数比较

图 4.14 微带低通滤波器 S_{21} 参数比较

微带低通滤波器的结构尺寸如图 4.12 所示。利用 FDTD 方法计算时空网格尺寸分别取为 $\Delta x = 0.4064\text{mm}$ ， $\Delta y = 0.4233\text{mm}$ 和 $\Delta z = 0.265\text{mm}$ ，时间步长取为 $\Delta t = 0.441\text{ps}$ ，总的计算网格域为 $70\Delta x \times 86\Delta y \times 16\Delta z$ 。输入输出端口传输线长均为 $30\Delta y$ ，端口距离吸收边界 $10\Delta y$ 。电压源内阻和负载电阻 $R = 48.0\Omega$ 。

与上例计算过程相同，利用吸收边界匹配法和负载匹配法分别提取滤波器的散射参数。应用负载匹配法时，匹配负载同样分两种情况进行计算，按细线处理和按比例分布。微带低通滤波器 S_{11} 和 S_{21} 参数的计算结果分别如图 4.13 和图 4.14 所示。同样可以明显看出，利用负载匹配法并且负载按比例非均匀分布时得到的散射参数与传统的吸收边界匹配法得到的结果吻合良好，而负载按细线处理时的计算误差比较大，尤其在高频段误差更大。验证了新匹配负载模型的有效性。

4.5 本章小结

本章提出了一种新的微带线匹配负载的 FDTD 模型，详细介绍了微带线匹配负载的 FDTD 建模方法。通过将微带线的有效阻抗作为匹配负载的值，并把它按比例非均匀的分布于微带线终端，数值试验证明：与将微带线特性阻抗作为匹配负载值的传统做法相比，提出的模型可以有效地减少反射，改善匹配效果，尤其在低频端其匹配效果更加明显。而且将匹配负载按适当的比例非均匀分布于微带端口截面上，可以进一步改善匹配效果。另外，提出的模型在提取电路的散射参数时具有很好的应用价值，数值试验表明：利用负载匹配法提取电路的散射参数时，采用新模型提取的结果与传统吸收边界匹配法提取的结果吻合很好，但是只需要一次 FDTD 计算，节约了计算时间，提高了计算效率。

第五章 扩展 ADI-FDTD 算法数值特性研究

5.1 引言

时域有限差分法 (FDTD) 作为一种典型的全波时域分析算法, 因其算法简捷、适用面广, 一次时域计算就可以得到宽频带响应的特点, 近年来在众多领域的电磁问题中得到了广泛应用^[9-16]。然而, 传统的 FDTD 方法也有其自身的不足之处, 至少表现在两个方面, 一是数值色散条件的限制, 即为了控制数值色散必须要求空间步长取得足够小, 尤其是分析高频信号传输的情况时更是如此, 通常认为空间步长要小于波长的十分之一, 对于电大尺寸问题, 为了获得高精度和减少色散, 将不可避免地导致计算量和储存量的增加。二是时间稳定性条件的限制, 由于 FDTD 是由 Maxwell 方程组离散后得到的显式差分算法, 其时间步长受 CFL 稳定性条件的限制^[9-16], 也就是时间步长的取值由计算空间步长的最小值决定, 即时间步长的选择受到空间步长的限制。如果分析高频问题, 时间步长必须取得足够小, 使得迭代步数和运算时间大量增加, 这将需要大量的计算机内存和计算时间。为了消除传统 FDTD 算法 CFL 稳定性条件的限制, 一种方法是将隐式递推方案引入到 FDTD 算法中, 其中最著名的是无条件稳定的 ADI-FDTD 方法^[56-69]。

ADI (Alternative-Direction-Implicit) 方法指的是交替隐式差分法, 最早是应用于抛物线偏微分方程 (如热传导问题) 的求解, 后来其应用范围逐渐扩展。其基本思想是: 对于空间变量为多维的偏微分方程, 如两个空间变量 (x, y) , 首先选取任一变量按隐式差分格式处理, 其它变量仍按显式差分格式处理。然后在下一个时间步交换隐式和显式差分格式处理的变量。对每一步来说解是条件稳定的, 但是两步复合的结果是无条件稳定的。1999 年, T.Namiki 首先将 ADI 原理应用于 FDTD 方法中, 提出 ADI-FDTD 方法^[56]。

扩展 ADI-FDTD 算法将集总器件电流引入到 Maxwell 方程的电流项中, 从而可以分析微波有源电路问题, 尤其是用于分析高频微波有源电路时, 可以有效提高计算效率。虽然最近扩展 ADI-FDTD 算法已经用于分析包含集总模型的微波电路^[68-69], 但对算法的数值稳定性和数值色散的分析尚未见报道。本章利用 Von-Neumann 技术^[71]着重研究了集总模型包括电阻、电容和电感在显式、半隐式和隐式三种差分格式下扩展 ADI-FDTD 算法的数值稳定性和数值色散特性, 为扩展 ADI-FDTD 算法的数值特性提供了理论依据。

5.2 传统 ADI-FDTD 算法

5.2.1 ADI-FDTD 基本方程

本节讨论三维 ADI-FDTD 方程。ADI-FDTD 方法中电场和磁场的空间位置仍然与 FDTD 中一致。为方便起见，先写出 Maxwell 微分方程的基本形式。

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (5-1)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (5-2)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (5-3)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x \quad (5-4)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y \quad (5-5)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma E_z \quad (5-6)$$

按照 ADI 方法的思想，需要将一个时间步分成两个时间分步，两个时间分步内分别对变量采用显式差分 and 隐式差分。得到 ADI-FDTD 的基本方程为

第一时间分步 ($n \rightarrow n+1/2$)

$$E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k) = S_x^e(i+1/2, j, k)E_x^n(i+1/2, j, k) + T_x^e(i+1/2, j, k) \left[\begin{array}{l} H_z^n(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^n(i+1/2, j-1/2, k) \\ -H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) + H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k-1/2) \end{array} \right] \quad (5-7)$$

$$E_y^{n+1/2}(i, j+1/2, k) = S_y^e(i, j+1/2, k)E_y^n(i, j+1/2, k) + T_y^e(i, j+1/2, k) \left[\begin{array}{l} H_x^n(i, j+1/2, k+1/2) - H_x^n(i, j+1/2, k-1/2) \\ -H_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) + H_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2, k) \end{array} \right] \quad (5-8)$$

$$E_z^{n+1/2}(i, j, k+1/2) = S_z^e(i, j, k+1/2)E_z^n(i, j, k+1/2) + T_z^e(i, j, k+1/2) \left[\begin{array}{l} H_y^n(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^n(i-1/2, j, k+1/2) \\ -H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) + H_x^{n+1/2}(i, j-1/2, k+1/2) \end{array} \right] \quad (5-9)$$

$$\begin{aligned}
H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) &= S_x^h(i, j+1/2, k+1/2)H_x^n(i, j+1/2, k+1/2) \\
&\quad - T_x^h(i, j+1/2, k+1/2)\left[E_z^{n+1/2}(i, j+1, k+1/2) \right. \\
&\quad \left. - E_z^{n+1/2}(i, j, k+1/2) - E_y^n(i, j+1/2, k+1) \right. \\
&\quad \left. + E_y^n(i, j+1/2, k)\right] \quad (5-10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) &= S_y^h(i+1/2, j, k+1/2)H_y^n(i+1/2, j, k+1/2) \\
&\quad - T_y^h(i+1/2, j, k+1/2)\left[E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1) \right. \\
&\quad \left. - E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k) - E_z^n(i+1, j, k+1/2) \right. \\
&\quad \left. + E_z^n(i, j, k+1/2)\right] \quad (5-11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) &= S_z^h(i+1/2, j+1/2, k)H_z^n(i+1/2, j+1/2, k) \\
&\quad - T_z^h(i+1/2, j+1/2, k)\left[E_y^{n+1/2}(i+1, j+1/2, k) \right. \\
&\quad \left. - E_y^{n+1/2}(i, j+1/2, k) - E_x^n(i+1/2, j+1, k) \right. \\
&\quad \left. + E_x^n(i+1/2, j, k)\right] \quad (5-12)
\end{aligned}$$

第二时间分步 ($n+1/2 \rightarrow n+1$)

$$\begin{aligned}
E_x^{n+1}(i+1/2, j, k) &= S_x^e(i+1/2, j, k)E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k) + T_x^e(i+1/2, j, k) \\
&\quad \left[\begin{aligned} &H_z^{n+1}(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^{n+1}(i+1/2, j-1/2, k) \\ &- H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) + H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k-1/2) \end{aligned} \right] \quad (5-13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_y^{n+1}(i, j+1/2, k) &= S_y^e(i, j+1/2, k)E_y^{n+1/2}(i, j+1/2, k) + T_y^e(i, j+1/2, k) \\
&\quad \left[\begin{aligned} &H_x^{n+1}(i, j+1/2, k+1/2) - H_x^{n+1}(i, j+1/2, k-1/2) \\ &- H_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) + H_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2, k) \end{aligned} \right] \quad (5-14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_z^{n+1}(i, j, k+1/2) &= S_z^e(i, j, k+1/2)E_z^{n+1/2}(i, j, k+1/2) + T_z^e(i, j, k+1/2) \\
&\quad \left[\begin{aligned} &H_y^{n+1}(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^{n+1}(i-1/2, j, k+1/2) \\ &- H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) + H_x^{n+1/2}(i, j-1/2, k+1/2) \end{aligned} \right] \quad (5-15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_x^{n+1}(i, j+1/2, k+1/2) &= S_x^h(i, j+1/2, k+1/2)H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) \\
&\quad - T_x^h(i, j+1/2, k+1/2)\left[E_z^{n+1/2}(i, j+1, k+1/2) \right. \\
&\quad \left. - E_z^{n+1/2}(i, j, k+1/2) - E_y^{n+1}(i, j+1/2, k+1) \right. \\
&\quad \left. + E_y^{n+1}(i, j+1/2, k)\right] \quad (5-16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_y^{n+1}(i+1/2, j, k+1/2) &= S_y^h(i+1/2, j, k+1/2)H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) \\
&\quad - T_y^h(i+1/2, j, k+1/2)\left[E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1) \right. \\
&\quad \left. - E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k) - E_z^{n+1}(i+1, j, k+1/2) \right. \\
&\quad \left. + E_z^{n+1}(i, j, k+1/2)\right] \quad (5-17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_z^{n+1}(i+1/2, j+1/2, k) = & S_z^h(i+1/2, j+1/2, k)H_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) \\
& - T_z^h(i+1/2, j+1/2, k) \left[E_y^{n+1/2}(i+1, j+1/2, k) \right. \\
& - E_y^{n+1/2}(i, j+1/2, k) - E_x^{n+1}(i+1/2, j+1, k) \\
& \left. + E_x^{n+1}(i+1/2, j, k) \right]
\end{aligned} \quad (5-18)$$

其中

$$S_x^h(i, j+1/2, k+1/2) = S_y^h(i+1/2, j, k+1/2) = S_z^h(i+1/2, j+1/2, k) = 1 \quad (5-19)$$

$$T_x^h(i, j+1/2, k+1/2) = T_y^h(i+1/2, j, k+1/2) = T_z^h(i+1/2, j+1/2, k) = \frac{\Delta t}{2\mu\Delta s} \quad (5-20)$$

$$S_x^e(i+1/2, j, k) = \frac{1 - \sigma(i+1/2, j, k)\Delta t/4\varepsilon(i+1/2, j, k)}{1 + \sigma(i+1/2, j, k)\Delta t/4\varepsilon(i+1/2, j, k)} \quad (5-21)$$

$$S_y^e(i, j+1/2, k) = \frac{1 - \sigma(i, j+1/2, k)\Delta t/4\varepsilon(i, j+1/2, k)}{1 + \sigma(i, j+1/2, k)\Delta t/4\varepsilon(i, j+1/2, k)} \quad (5-22)$$

$$S_z^e(i, j, k+1/2) = \frac{1 - \sigma(i, j, k+1/2)\Delta t/4\varepsilon(i, j, k+1/2)}{1 + \sigma(i, j, k+1/2)\Delta t/4\varepsilon(i, j, k+1/2)} \quad (5-23)$$

$$T_x^e(i+1/2, j, k) = \frac{\Delta t/[2\varepsilon(i+1/2, j, k)\Delta s]}{1 + \sigma(i+1/2, j, k)\Delta t/4\varepsilon(i+1/2, j, k)} \quad (5-24)$$

$$T_y^e(i, j+1/2, k) = \frac{\Delta t/[2\varepsilon(i, j+1/2, k)\Delta s]}{1 + \sigma(i, j+1/2, k)\Delta t/4\varepsilon(i, j+1/2, k)} \quad (5-25)$$

$$T_z^e(i, j, k+1/2) = \frac{\Delta t/[2\varepsilon(i, j, k+1/2)\Delta s]}{1 + \sigma(i, j, k+1/2)\Delta t/4\varepsilon(i, j, k+1/2)} \quad (5-26)$$

这样将(5-11)代入(5-7)中，可以得到 E_x 在第一时间步的可执行方程

$$\begin{aligned}
A_x^e(i+1/2, j, k)E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k-1) + B_x^e(i+1/2, j, k)E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k) \\
+ C_x^e(i+1/2, j, k)E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1) = Fe_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k)
\end{aligned} \quad (5-27)$$

其中

$$A_x^e(i+1/2, j, k) = -T_x^e(i+1/2, j, k)T_y^h(i+1/2, j, k-1/2) \quad (5-28)$$

$$\begin{aligned}
B_x^e(i+1/2, j, k) = 1 + T_x^e(i+1/2, j, k) \cdot \\
\left[T_y^h(i+1/2, j, k+1/2) + T_y^h(i+1/2, j, k-1/2) \right]
\end{aligned} \quad (5-29)$$

$$C_x^e(i+1/2, j, k) = -T_x^e(i+1/2, j, k)T_y^h(i+1/2, j, k+1/2) \quad (5-30)$$

$$\begin{aligned}
R_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k) = & S_x^e(i+1/2, j, k)E_x^n(i+1/2, j, k) + T_x^e(i+1/2, j, k) \cdot \\
& \{H_z^n(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^n(i+1/2, j-1/2, k) \\
& - S_y^h(i+1/2, j, k+1/2)E_y^n(i+1/2, j, k+1/2) \\
& + S_y^h(i+1/2, j, k-1/2)E_y^n(i+1/2, j, k-1/2) \\
& - T_y^h(i+1/2, j, k+1/2)[E_z^n(i+1, j, k+1/2) \\
& - E_z^n(i, j, k+1/2)] + T_y^h(i+1/2, j, k-1/2) \\
& [E_z^n(i+1, j, k-1/2) - E_z^n(i, j, k-1/2)]\}
\end{aligned} \tag{5-31}$$

式(5-27)左边出现三个未知量, 考虑 x 方向计算域上下限分别为 i_{\min} 和 i_{\max} , 可按照 (5-27)的格式写出从 i_{\min} 到 i_{\max} 的所有方程, 再结合吸收边界条件, 如外壁为理想电壁, 其对应的电场为零, 可构成一三对角矩阵方程, 通过追赶法可有效求解。同理, 可以求得其余电磁场量。

5.2.2 激励源设置

与传统 FDTD 方法类似, 可以直接对相应网格点上的电场分量赋值。所不同的是 ADI-FDTD 算法中的时间步长比传统 FDTD 大。例如, 激励源加在分量 E_z 上, 所加激励源函数为 $E_x^n(\text{source})$, 如果 ADI-FDTD 算法中的时间步长 dt_A 三倍于 FDTD 算法中的时间步 dt , FDTD 算法时间步定义如下:

$$dt = \frac{1}{c \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta y}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}}$$

则 ADI-FDTD 运算中激励源处电场迭代为:

第一时间分步:

$$E_z^{n+1/2}(i, j, k) = E_z^{n+1/2}(i, j, k) + 3 \times \frac{E_z^{n+1/2}(\text{source})}{2} \tag{5-32}$$

第二时间分步:

$$E_z^{n+1}(i, j, k) = E_z^{n+1}(i, j, k) + 3 \times \frac{E_z^{n+1}(\text{source})}{2} \tag{5-33}$$

5.2.3 数值算例

下面应用 ADI-FDTD 算法分析一个微带贴片天线, 其计算结果与传统 FDTD 计算结果进行比较。

微带贴片天线的结构和尺寸如图 5.1 所示。FDTD 网格尺寸为 $\Delta x = 0.762\text{mm}$ 、 $\Delta y = 0.4075\text{mm}$ 和 $\Delta z = 0.2625\text{mm}$ 。除 $z = 0$ 边界外, 其余边界应用 Mur 一阶吸收边界条件。用高斯脉冲源激励, 脉冲宽度为 10ps 。ADI-FDTD 计算的时间步长为传

统 FDTD 计算时间步长的 4 倍。时域和频域计算结果分别如图 5.2 和图 5.3 所示。从两图中可以看出两种方法得到的结果吻合良好，但是 ADI-FDTD 算法增大了时间步长，缩短了计算时间，提高了计算效率。

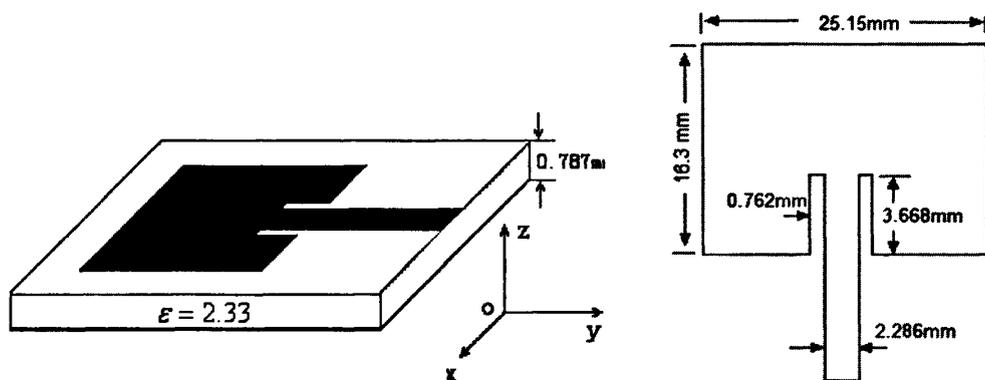


图 5.1a 微带贴片天线结构图

图 5.1b 贴片结构尺寸图

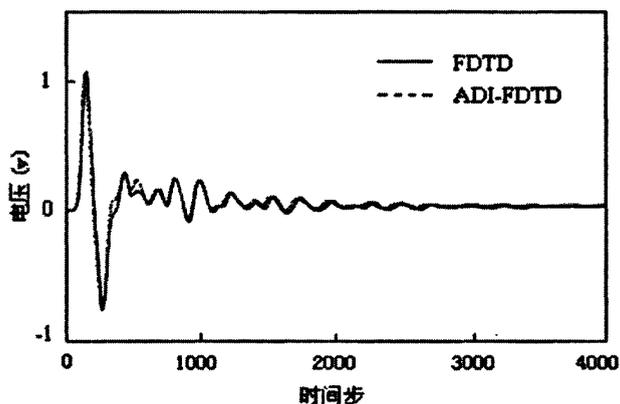


图 5.2 微带贴片天线端口电压波形比较

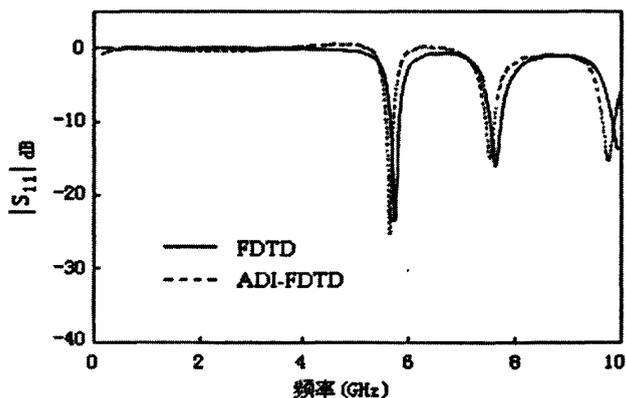


图 5.3 微带贴片天线 S11 参数比较

5.3 扩展 ADI-FDTD 算法

扩展 ADI-FDTD 算法通过在 Maxwell 旋度方程中引入电流密度, 从而可以分析集总元件。假设计算域内媒质各向同性且无耗($\sigma=0$), 集总模型在 FDTD 网格中沿+z 方向放置。扩展 ADI-FDTD 方程中 E_z 的微分公式为:

第一时间分步 ($n \rightarrow n+1/2$)

$$\frac{\partial E_z^{n+1/4}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y^{n+1/2}}{\partial x} - \frac{\partial H_x^n}{\partial y} \right) - \frac{1}{\varepsilon \Delta x \Delta y} I_L^{n+1/4} \quad (5-34)$$

第二时间分步 ($n+1/2 \rightarrow n+1$)

$$\frac{\partial E_z^{n+3/4}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y^{n+1/2}}{\partial x} - \frac{\partial H_x^{n+1}}{\partial y} \right) - \frac{1}{\varepsilon \Delta x \Delta y} I_L^{n+3/4} \quad (5-35)$$

其中, I_L 是流过集总模型的电流, ε 和 μ 分别代表媒质的介电常数和磁导率, Δx 、 Δy 和 Δz 分别代表 x 、 y 和 z 方向的空间步长。上两式中器件电流 I_L 分别取第 $n+1/4$ 和 $n+3/4$ 时刻的值, 该值可表示成电场 E_z 的半隐式形式。其余电磁场量可由传统 ADI-FDTD 算法求得。下面根据几种常用集总器件的伏安特性, 推导集总元件处电场 ADI-FDTD 迭代式。

5.3.1 电阻

在 $n+1/4$ 时刻, 电阻的伏安特性可表示为:

$$I_L^{n+1/4} = \frac{E_z^{n+1/4} \Delta z}{R} = \frac{\Delta z}{2R} (E_z^{n+1/2} + E_z^n) \quad (5-36)$$

可以推导出第一时间分布时的电场迭代式

$$\begin{aligned} & - \left(\frac{\Delta t^2}{4\mu\varepsilon\Delta x^2} \right) E_z^{n+1/2}(i-1, j, k+1/2) + \left(1 + \frac{\Delta t^2}{2\mu\varepsilon\Delta x^2} + \frac{\Delta t \Delta z}{4R\varepsilon\Delta x \Delta y} \right) E_z^{n+1/2}(i, j, k+1/2) \\ & - \left(\frac{\Delta t^2}{4\mu\varepsilon\Delta x^2} \right) E_z^{n+1/2}(i+1, j, k+1/2) = \left(1 - \frac{\Delta t \Delta z}{4R\varepsilon\Delta x \Delta y} \right) E_z^n(i, j, k+1/2) \\ & + \frac{\Delta t}{2\varepsilon\Delta x} [H_y^n(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^n(i-1/2, j, k+1/2)] - \frac{\Delta t}{2\varepsilon\Delta y} [H_x^n(i, j+1/2, k+1/2) \\ & - H_x^n(i, j-1/2, k+1/2)] - \frac{\Delta t^2}{4\mu\varepsilon\Delta x \Delta z} [E_x^n(i+1/2, j, k+1) - E_x^n(i+1/2, j, k) \\ & - E_x^n(i-1/2, j, k+1) + E_x^n(i-1/2, j, k)] \end{aligned}$$

同理可以得到第二时间分布时的电场迭代式, 这里不再赘述。

5.3.2 电容

在 $n+1/4$ 时刻, 电容的伏安特性可表示为:

$$I_L^{n+1/4} = C \frac{V^{n+1/2} - V^n}{\Delta t/2} = \frac{2C\Delta z}{\Delta t} (E_z^{n+1/2} - E_z^n) \quad (5-37)$$

可以推导出第一时间分布时的电场迭代式

$$\begin{aligned} & -\left(\frac{\Delta t^2}{4\mu\epsilon\Delta x^2}\right)E_z^{n+1/2}(i-1, j, k+1/2) + \left(1 + \frac{\Delta t^2}{2\mu\epsilon\Delta x^2} + \frac{C\Delta z}{\epsilon\Delta x\Delta y}\right)E_z^{n+1/2}(i, j, k+1/2) \\ & -\left(\frac{\Delta t^2}{4\mu\epsilon\Delta x^2}\right)E_z^{n+1/2}(i+1, j, k+1/2) = \left(1 + \frac{C\Delta z}{\epsilon\Delta x\Delta y}\right)E_z^n(i, j, k+1/2) \\ & + \frac{\Delta t}{2\epsilon\Delta x} [H_y^n(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^n(i-1/2, j, k+1/2)] - \frac{\Delta t}{2\epsilon\Delta y} [H_x^n(i, j+1/2, k+1/2) \\ & - H_x^n(i, j-1/2, k+1/2)] - \frac{\Delta t^2}{4\mu\epsilon\Delta x\Delta z} [E_x^n(i+1/2, j, k+1) - E_x^n(i+1/2, j, k) \\ & - E_x^n(i-1/2, j, k+1) + E_x^n(i-1/2, j, k)] \end{aligned}$$

5.3.3 电感

假设 E_z 的初始值为零。在 $n+1/4$ 时刻, 电感的伏安特性可表示为:

$$I_L^{n+1/4} = \frac{\Delta t \sum_{k=0}^{2n} V_z^{(2k+1)/4}}{L} = \frac{\Delta z\Delta t}{4L} \left(E_z^{n+1/2} + 2 \sum_{k=1}^{2n} E_z^{k/2} \right) \quad (5-38)$$

可以推导出第一时间分布时的电场迭代式

$$\begin{aligned} & -\left(\frac{\Delta t^2}{4\mu\epsilon\Delta x^2}\right)E_z^{n+1/2}(i-1, j, k+1/2) + \left(1 + \frac{\Delta t^2}{2\mu\epsilon\Delta x^2} + \frac{\Delta t^2\Delta z}{8L\epsilon\Delta x\Delta y}\right)E_z^{n+1/2}(i, j, k+1/2) \\ & -\left(\frac{\Delta t^2}{4\mu\epsilon\Delta x^2}\right)E_z^{n+1/2}(i+1, j, k+1/2) = E_z^n(i, j, k+1/2) + \frac{\Delta t}{2\epsilon\Delta x} [H_y^n(i+1/2, j, k+1/2) \\ & - H_y^n(i-1/2, j, k+1/2)] - \frac{\Delta t}{2\epsilon\Delta y} [H_x^n(i, j+1/2, k+1/2) - H_x^n(i, j-1/2, k+1/2)] \\ & - \frac{\Delta t^2}{4\mu\epsilon\Delta x\Delta z} [E_x^n(i+1/2, j, k+1) - E_x^n(i+1/2, j, k) - E_x^n(i-1/2, j, k+1) + E_x^n(i-1/2, j, k)] \\ & - \frac{\Delta t^2\Delta z}{4L\epsilon\Delta x\Delta y} \sum_{k=1}^{2n} E_z^{k/2}(i, j, k+1/2) \end{aligned}$$

5.4 扩展 ADI-FDTD 算法数值稳定性研究

同样假设集总模型在 FDTD 网格中沿 +z 方向放置, 并且计算区域无耗。为方便起见, 写出 ADI-FDTD 方程中 E_z 和 H_x 的微分公式为:

第一时间分步:

$$\frac{\partial E_z^{n+1/4}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y^{n+1/2}}{\partial x} - \frac{\partial H_x^n}{\partial y} \right) - \frac{1}{\varepsilon \Delta x \Delta y} I_L^{n+1/4} \quad (5-39)$$

$$\frac{\partial H_x^{n+1/4}}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y^{n+1/2}}{\partial z} - \frac{\partial E_z^n}{\partial y} \right) \quad (5-40)$$

第一时间分步:

$$\frac{\partial E_z^{n+3/4}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y^{n+1/2}}{\partial x} - \frac{\partial H_x^{n+1}}{\partial y} \right) - \frac{1}{\varepsilon \Delta x \Delta y} I_L^{n+3/4} \quad (5-41)$$

$$\frac{\partial H_x^{n+3/4}}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y^{n+1/2}}{\partial z} - \frac{\partial E_z^{n+1}}{\partial y} \right) \quad (5-42)$$

基于 Von-Neumann 技术^[71], 对 $t = n\Delta t$ 时刻各网格点处场的误差函数进行 Fourier 展开, 由于线性特性, 只有一项需要考察

$$f^n(i, j, k) = f_0 Z^n \exp \left[j(i\Delta x \tilde{k}_x + j\Delta y \tilde{k}_y + k\Delta z \tilde{k}_z) \right] \quad (5-43)$$

其中, f_0 是幅度; i, j, k 分别表示网格点位置; \tilde{k}_x 、 \tilde{k}_y 和 \tilde{k}_z 分别为三个方向的波数; Z 是复数变量, 代表放大因子, 即 $f^{n+1}(i, j, k) = Zf^n(i, j, k)$ 。

把各场的误差函数带入电场微分方程(5-39)和(5-41)式, 分别可得

$$\left(Z^{1/4} - Z^{-1/4} \right) E_{z0} = \frac{j\Delta t}{\varepsilon} \left[Z^{1/4} A_x H_{y0} - Z^{-1/4} A_y H_{x0} \right] - \frac{\Delta t}{2\varepsilon \Delta x \Delta y} I_{L0} \quad (5-44)$$

$$\left(Z^{1/4} - Z^{-1/4} \right) E_{z0} = \frac{j\Delta t}{\varepsilon} \left[Z^{-1/4} A_x H_{y0} - Z^{1/4} A_y H_{x0} \right] - \frac{\Delta t}{2\varepsilon \Delta x \Delta y} I_{L0} \quad (5-45)$$

其中 $A_x = \sin(\tilde{k}_x \Delta x / 2) / \Delta x$, $A_y = \sin(\tilde{k}_y \Delta y / 2) / \Delta y$ 。 E_{z0} , H_{x0} , H_{y0} 和 I_{L0} 分别表示场和电流的幅度。经数学变换可得到

$$\left(Z^{1/4} - Z^{-1/4} \right) E_{z0} = -\frac{j\Delta t}{\varepsilon} \left(Z^{1/4} + Z^{-1/4} \right) A_y H_{x0} - \frac{\Delta t}{2\varepsilon \Delta x \Delta y} I_{L0} \quad (5-46)$$

同理, 代入磁场微分方程可得

$$\left(Z^{1/4} - Z^{-1/4} \right) H_{x0} = -\frac{j\Delta t}{\mu} \left(Z^{1/4} + Z^{-1/4} \right) A_y E_{z0} \quad (5-47)$$

根据各集总模型的伏安特性, 带入误差函数可得到各差分格式下 I_{L0} 和 E_{z0} 间的关系式, 再与(5-46)和(5-47)联立组成线性方程组, 最终得到放大因子 Z 的表达式 $S(Z)$ 。

为了保证算法的稳定, 表达式 $S(Z)$ 的根必须全在单位圆内, 即 $|Z_i| \leq 1$ 。经分析 $S(Z)$ 是一个关于变量 $Z^{1/2}$ 的二阶多项式, 所以令 $r = Z^{1/2}$, 可得多项式 $S(r)$ 。稳定条件同样需满足 $|r_i| \leq 1$ 。令 $S(r) = a_2 r^2 + a_1 r + a_0$, 为了保证所有根 $|r_i| \leq 1$, 经分析必须同时满足下列不等式:

$$a_2 \geq |a_0|, \quad S(1) \geq 0, \quad S(-1) \geq 0 \quad (5-48)$$

下面我们讨论三种集总元件包括电阻、电容和电感, 在三种差分形式下扩展 ADI-FDTD 算法的数值稳定性。

5.4.1 电阻

在 $t = (n+1/4)\Delta t$ 时刻, 电阻 R 在显式、半隐式和隐式三种格式下的伏安特性分别为

$$\text{显式:} \quad I_L^{n+1/4} = \frac{V_z^n}{R} = \frac{\Delta z}{R} E_z^n \quad (5-49)$$

$$\text{半隐式:} \quad I_L^{n+1/4} = \frac{V_z^{n+1/4}}{R} = \frac{\Delta z}{2R} (E_z^{n+1/2} + E_z^n) \quad (5-50)$$

$$\text{隐式:} \quad I_L^{n+1/4} = \frac{V_z^{n+1/2}}{R} = \frac{\Delta z}{R} E_z^{n+1/2} \quad (5-51)$$

将电流和电场的误差函数代入上面三式, 分别得到

$$\text{显式:} \quad I_{L0} = Z^{-1/4} \frac{\Delta z}{R} E_{z0} \quad (5-52)$$

$$\text{半隐式:} \quad I_{L0} = \left(Z^{1/4} + Z^{-1/4} \right) \frac{\Delta z}{2R} E_{z0} \quad (5-53)$$

$$\text{隐式:} \quad I_{L0} = Z^{1/4} \frac{\Delta z}{R} E_{z0} \quad (5-54)$$

将(5-52)~(5-54)与(5-46)和(5-47)联立组成线性方程组, 可得到多项式 $S(r)$ 。

(i) 显式差分

多项式 $S(r)$ 的各项系数为

$$a_2 = 1 + v^2 w^2, \quad a_1 = v^2 (2w^2 + g_r) - 2, \quad a_0 = 1 + v^2 (w^2 - g_r)$$

其中, $v = \Delta t / \sqrt{\mu \varepsilon}$, $w = \sin(\tilde{k}_y \Delta y / 2) / \Delta y$, $g_r = \mu \Delta z / (2R \Delta x \Delta y \Delta t)$ 。检验不等式(5-48), 为保证算法稳定, 必须满足

$$\Delta t \leq 4RC_c \quad (5-55)$$

其中 $C_c = \varepsilon \Delta x \Delta y / \Delta z$ 为网格电容。因此，电阻按显式格式差分，扩展算法不是无条件稳定的。

(ii) 半隐式差分

多项式的各项系数为

$$a_2 = 1 + v^2(w^2 + g_r/2), \quad a_1 = 2(v^2 w^2 - 1), \quad a_0 = 1 + v^2(w^2 - g_r/2)$$

经分析，该多项式同时满足(5-48)中的不等式，所以扩展算法是无条件稳定的。

(iii) 隐式差分

同理，可得隐式差分格式的多项式 $S(r)$ 的各项系数为

$$a_2 = 1 + v^2(w^2 + g_r), \quad a_1 = v^2(2w^2 - g_r) - 2, \quad a_0 = 1 + v^2 w^2$$

经分析，此时算法也是无条件稳定的。

5.4.2 电感

在 $t = (n+1/4)\Delta t$ 时刻，电感 L 的伏安特性方程的三种差分格式分别为：

$$\text{显式:} \quad I_L^{n+1/4} = \left(\frac{\Delta t}{2L} \right) \sum_{k=0}^{2n} V_z^{k/2} = \left(\frac{\Delta t \Delta z}{2L} \right) \sum_{k=0}^{2n} E_z^{k/2} \quad (5-56)$$

$$\text{半隐式:} \quad I_L^{n+1/4} = \left(\frac{\Delta t}{2L} \right) \sum_{k=0}^{2n} V_z^{(2k+1)/4} = \left(\frac{\Delta t \Delta z}{4L} \right) \left(E_z^{n+1/2} + 2 \sum_{k=0}^{2n} E_z^{k/2} \right) \quad (5-57)$$

$$\text{隐式:} \quad I_L^{n+1/4} = \left(\frac{\Delta t}{2L} \right) \sum_{k=0}^{2n+1} V_z^{k/2} = \left(\frac{\Delta t \Delta z}{2L} \right) \sum_{k=0}^{2n+1} E_z^{k/2} \quad (5-58)$$

将电流和电场的误差函数代入(5-56)~(5-58)，分别得到

$$\text{显式:} \quad \left(Z^{1/4} - Z^{-1/4} \right) I_{L0} = \left(\frac{\Delta t \Delta z}{2L} \right) E_{z0} \quad (5-59)$$

$$\text{半隐式:} \quad \left(Z^{1/4} - Z^{-1/4} \right) I_{L0} = Z^{1/4} \left(Z^{1/4} + Z^{-1/4} \right) \left(\frac{\Delta t \Delta z}{4L} \right) E_{z0} \quad (5-60)$$

$$\text{隐式:} \quad \left(Z^{1/4} - Z^{-1/4} \right) I_{L0} = Z^{1/2} \left(\frac{\Delta t \Delta z}{2L} \right) E_{z0} \quad (5-61)$$

同理，将上面三式与(5-46)和(5-47)联立组成线性方程组，可得到多项式 $S(r)$ 。

(i) 显式差分

多项式 $S(r)$ 的各项系数为

$$a_2 = a_0 = 1 + v^2 w^2, \quad a_1 = v^2(2w^2 + g_l) - 2$$

其中， $g_l = \mu \Delta z / (4L \Delta x \Delta y)$ 。经检验，为保证算法稳定，必须满足

$$\Delta t \leq 4\sqrt{LC_c} \quad (5-62)$$

因此, 显式差分格式下, ADI-FDTD 扩展算法不是无条件稳定的。

(ii) 半隐式差分

多项式 $S(r)$ 的各项系数为

$$a_2 = 1 + v^2(w^2 + g_l/2), \quad a_1 = v^2(w^2 + g_l/2) - 2, \quad a_0 = 1 + v^2w^2$$

经分析, 该多项式同时满足(5-48)中的不等式, 所以算法是无条件稳定的。

(iii) 隐式差分

多项式 $S(r)$ 的各项系数为

$$a_2 = 1 + v^2(w^2 + g_l), \quad a_1 = 2(v^2w^2 - 1), \quad a_0 = 1 + v^2w^2$$

经分析, 该多项式也同时满足(5-48)式, 此时扩展算法也是无条件稳定的。

5.4.3 电容

由于包含了电场的时问求导, 所以电容的差分格式只有显式和隐式两种, 而显式差分时的多项式比较复杂, 所以只考虑电容的隐式差分格式。在 $t = (n+1/4)\Delta t$ 时刻, 电容 C 的伏安特性为:

$$I_L^{n+1/4} = C \frac{\partial V_z^{n+1/4}}{\partial t} = \frac{2C\Delta z}{\Delta t} (E_z^{n+1/2} - E_z^n) \quad (5-63)$$

代入电流和电场的误差函数可得

$$I_{L0} = \frac{2C\Delta z}{\Delta t} (Z^{1/4} - Z^{-1/4}) E_{z0} \quad (5-64)$$

将(5-64)与(5-46)和(5-47)联立组成线性方程组, 可得到多项式 $S(r)$ 的各项系数分别为:

$$a_2 = a_0 = v^2w^2 + C/C_c + 1, \quad a_1 = 2(v^2w^2 - C/C_c - 1)$$

上式中各项系数满足(5-48)中的不等式, 此时扩展算法是无条件稳定的。

5.4.4 数值验证

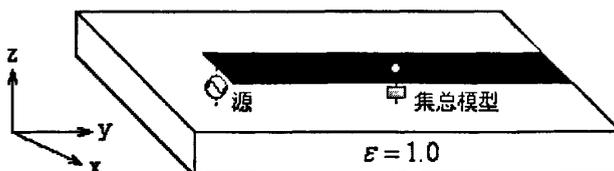


图 5.4 微带线接集总模型结构图

为了验证上述理论分析结果的正确性, 应用 ADI-FDTD 扩展算法分析包含集总模型的简单微带电路, 如图 5.4 所示。为了简单起见, 微带线设为空气微带线。

由于分析电容时只分析了其隐式差分格式，而且是稳定的，所以算例中集总模型不包括电容，只有电阻和电感两种情况。取空间步长为 $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.15\text{mm}$ ，总计算域为 $30\Delta x \times 100\Delta y \times 15\Delta z$ ，介质板厚度为 Δz ，导带尺寸为 $2\Delta x \times 90\Delta y$ 。计算域边界除接地板外，其余各边界均设为吸收边界，导带一端与吸收边界相连，另一端接电压源，并距边界 $10\Delta y$ 。在 $(15\Delta x, 50\Delta y)$ 处，导带与接地板之间接一个集总模型。其结构如图 5.4 所示。

首先，集总模型为阻值为 50Ω 的纯电阻。用三种差分格式分别计算集总模型两端电压。时间步取 $\Delta t = \Delta t_{\max}$ 和 $\Delta t = 1.01\Delta t_{\max}$ 两种，其中 $\Delta t_{\max} = 4RC_c$ ， C_c 为网格电容。计算结果如图 5.5 所示。从图中可以看出，利用显式差分格式计算时， $\Delta t = 1.01\Delta t_{\max}$ 时，计算结果发散，此时算法不稳定。而利用半隐式和隐式差分格式时，算法是稳定的。

然后，把集总模型换成电感，电感值 $L = 1\text{pH}$ 。重复上例计算过程，此时 $\Delta t_{\max} = 4\sqrt{LC_c}$ 。电感两端电压的计算结果如图 5.6 所示，同样从图中可以看到，显式差分格式下， $\Delta t = 1.01\Delta t_{\max}$ 时，计算结果发散。而半隐式和隐式差分格式下扩展算法是稳定的。验证了理论分析结果的正确性。

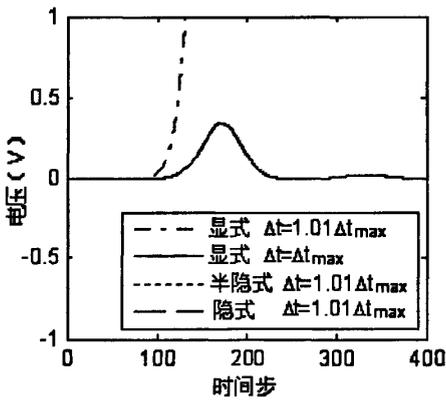


图 5.5 各差分格式下电阻电压计算结果

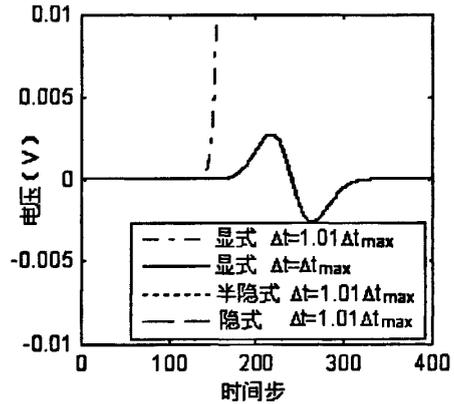


图 5.6 各差分格式下电感电压计算结果

5.5 扩展 ADI-FDTD 算法数值色散研究

我们用电路的观点研究色散特性。考察微分方程(5-39)和(5-41)的 Norton 等效电路形式：

$$\begin{cases} C_c \frac{\partial V_z^{n+1/4}}{\partial t} + I_L^{n+1/4} = I_{hy}^{n+1/2} - I_{hx}^n \\ C_c \frac{\partial V_z^{n+3/4}}{\partial t} + I_L^{n+3/4} = I_{hy}^{n+1/2} - I_{hx}^{n+1} \end{cases} \quad (5-65)$$

其中, 网格电容 $C_c = \frac{\varepsilon \Delta x \Delta y}{\Delta z}$, I_{hx} 和 I_{hy} 分别代表由磁场 H_x 和 H_y 产生的总电流。包含集总元件的扩展 ADI-FDTD 算法的计算流程如图 5.4 所示。

基于 Von-Neumann 技术, 将(5-43)式电压和电流误差函数带入(5-65), 并令总电流 $I_z = I_{hy} - I_{hx}$, 得到:

$$\begin{cases} \frac{2C_c}{\Delta t} \left(Z^{1/4} - Z^{-1/4} \right) V_{z0} + I_{L0} = Z^{1/4} I_{hy0} - Z^{-1/4} I_{hx0} \\ \frac{2C_c}{\Delta t} \left(Z^{1/4} - Z^{-1/4} \right) V_{z0} + I_{L0} = Z^{-1/4} I_{hy0} - Z^{1/4} I_{hx0} \end{cases} \quad (5-66)$$

将(5-66)中两式相加, 可得:

$$2 \left[\frac{2C_c}{\Delta t} \frac{Z^{1/4} - Z^{-1/4}}{Z^{1/4} + Z^{-1/4}} + \frac{I_{L0}}{V_{z0}} \frac{1}{Z^{1/4} + Z^{-1/4}} \right] V_{z0} = I_{hy0} - I_{hx0} = I_{z0} \quad (5-67)$$

其中, V_{z0} 、 I_{hx0} 、 I_{hy0} 和 I_{z0} 分别代表电压和各电流的幅度。令 $Z = e^{j\omega \Delta t}$ 带入上式得到频域时间差分形式:

$$I_{z0} = \left(\frac{1}{Z_c} + \frac{1}{Z_e} \right) V_{z0}$$

其中

$$\begin{aligned} Z_c &= \left[\frac{4j}{\Delta t} \tan(\omega \Delta t / 4) C_c \right]^{-1} \\ Z_e &= \frac{V_{z0}}{I_{L0}} \frac{Z^{1/4} + Z^{-1/4}}{2} \end{aligned} \quad (5-68)$$

数值阻抗 Z_c 和 Z_e 分别与网格电容和集总模型有关, 当 $\omega \Delta t \rightarrow 0$ 时 $Z_c = 1/j\omega C_c$, 即时间步越小越接近真实值, 色散越小。几种集总元件的数值解将在下面分别讨论。

5.5.1 电阻

在 $t = (n+1/4)\Delta t$ 时刻, 根据电阻 R 在显式、半隐式和隐式三种差分格式下的伏安特性方程, 将电流和电场的误差函数带入(5-49)~(5-51), 分别得到

$$\text{显式:} \quad I_{L0} = Z^{-1/4} \frac{V_{z0}}{R} \quad (5-69)$$

$$\text{半隐式:} \quad I_{L0} = \left(Z^{1/4} + Z^{-1/4} \right) \frac{V_{z0}}{2R} \quad (5-70)$$

$$\text{隐式:} \quad I_{L0} = Z^{1/4} \frac{V_{z0}}{R} \quad (5-71)$$

将上面三式带入(5-68)可得到各个集总模型在不同差分格式下的数值解。

1、显式差分

$$Z_e = \frac{Z^{1/4} + Z^{-1/4}}{2I_{L0}/V_{z0}} = \left(1 + Z^{1/2}\right) \frac{R}{2} = \cos^2(\omega\Delta t/4)R + j \sin(\omega\Delta t/2) \frac{R}{2} \quad (5-72)$$

显然, 阻抗公式包含实部电阻部分和虚部感抗部分, 因此 Z_e 可看成由电阻和一串联电感组成, 如图 5.7(a) 所示。随着 Δt 的增加, 电阻部分按余弦规律变化, 而虚部电感部分按正弦规律变化。另外, 当 $\omega\Delta t \rightarrow 0$ 时, 显然有 $Z_e = R$, 即时间步越小, 频率越低, 越接近于真实值。

2、半隐式差分

同理可得, 半隐式差分格式下

$$Z_e = \frac{Z^{1/4} + Z^{-1/4}}{2I_{L0}/V_{z0}} = R \quad (5-73)$$

可见, 在半隐式差分格式下, 数值电阻的值不随时间步长变化, 故数值色散最小。

3、隐式差分

隐式差分格式下, 数值电阻表示为

$$Z_e = \frac{Z^{1/4} + Z^{-1/4}}{2I_{L0}/V_{z0}} = \left(1 + Z^{-1/2}\right) \frac{R}{2} = \cos^2(\omega\Delta t/4)R - j \sin(\omega\Delta t/2) \frac{R}{2} \quad (5-74)$$

显然, 阻抗公式包含实部电阻部分和虚部容抗部分, 因此 Z_e 可看成由电阻和一串联电容组成, 如图 5.7(c) 所示。随着 Δt 的增加, 电阻部分按余弦规律变化, 而虚部电容部分按正弦规律变化。

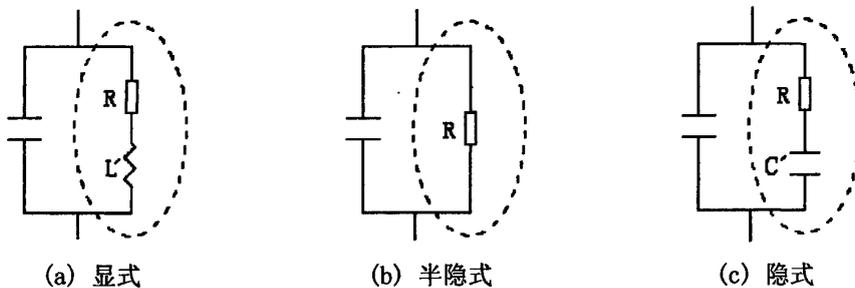


图 5.7 三种差分格式下集总电阻的等效电路

5.5.2 电感

同理, 在 $t = (n+1/4)\Delta t$ 时刻, 将电感 L 在显式、半隐式和隐式三种差分格式下的伏安特性方程, 将电流和电场的误差函数带入(5-56)~(5-58), 得到

$$\text{显式:} \quad \left(Z^{1/4} - Z^{-1/4}\right) I_{L0} = \left(\frac{\Delta t}{2L}\right) V_{z0} \quad (5-75)$$

$$\text{半隐式:} \quad \left(Z^{1/4} - Z^{-1/4}\right) I_{L0} = Z^{1/4} \left(Z^{1/4} + Z^{-1/4}\right) \left(\frac{\Delta t}{4L}\right) V_{z0} \quad (5-76)$$

$$\text{隐式:} \quad \left(Z^{1/4} - Z^{-1/4} \right) I_{L0} = Z^{1/2} \left(\frac{\Delta t}{2L} \right) V_{z0} \quad (5-77)$$

1、显式差分

数值电感表示为:

$$Z_e = \frac{L}{\Delta t} \left(Z^{1/2} - Z^{-1/2} \right) = \frac{2j}{\Delta t} \sin \left(\frac{\omega \Delta t}{2} \right) L \quad (5-78)$$

由此可见, 显式差分格式时电感值不包含实部, 随着 Δt 的增加, 其数值按正弦规律变化。当 $\omega \Delta t \rightarrow 0$ 时, 有 $Z_e = j\omega L$, 同样时间步越小, 频率越低, 色散就越小。

2、半隐式差分

同理可得, 半隐式差分形式下

$$Z_e = \frac{2L}{\Delta t} \left(1 - Z^{-1/2} \right) = \frac{4}{\Delta t} \sin^2 \left(\frac{\omega \Delta t}{4} \right) L + \frac{2j}{\Delta t} \sin \left(\frac{\omega \Delta t}{2} \right) L \quad (5-79)$$

显然 Z_e 由电感和一串联电阻 R_{si} 组成, 如图 5.8 所示, $R_{si} = \frac{4}{\Delta t} \sin^2 \left(\frac{\omega \Delta t}{4} \right) L$ 。

3、隐式差分

隐式差分形式下数值电感表示为:

$$Z_e = \frac{2L}{\Delta t} \left(1 - Z^{-1} \right) = \frac{2}{\Delta t} \sin^2 \left(\frac{\omega \Delta t}{2} \right) L + \frac{j}{\Delta t} \sin(\omega \Delta t) L \quad (5-80)$$

Z_e 也由电感和一串联电阻 R_i 组成, 如图 5.8 所示, $R_i = \frac{2}{\Delta t} \sin^2 \left(\frac{\omega \Delta t}{2} \right) L$ 。 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, R_{si} 和 R_i 均趋于零, 即时间步越小, 数值色散也越小。

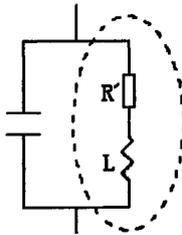


图 5.8 半隐式和隐式差分形式下
集总电感的等效电路

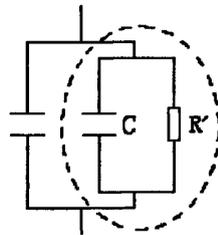


图 5.9 显式差分形式下集总电容
的等效电路

5.5.3 电容

我们考察电容的显式和隐式两种差分格式。在 $t = (n+1/4)\Delta t$ 时刻, 电容 C 的伏安特性方程的两种差分格式分别为:

$$\text{显式:} \quad I_L^{n+1/4} = C \frac{\partial V_z^{n+1/4}}{\partial t} = \frac{2C}{\Delta t} \left(V_z^n - V_z^{n-1/2} \right) \quad (5-81)$$

$$\text{隐式: } I_L^{n+1/4} = C \frac{\partial V_z^{n+1/4}}{\partial t} = \frac{2C}{\Delta t} (V_z^{n+1/2} - V_z^n) \quad (5-82)$$

带入电流和电场的误差函数可得

$$\text{显式: } I_{L0} = \frac{2C}{\Delta t} Z^{-1/2} (Z^{1/4} - Z^{-1/4}) V_{z0} \quad (5-83)$$

$$\text{隐式: } I_{L0} = \frac{2C}{\Delta t} (Z^{1/4} - Z^{-1/4}) V_{z0} \quad (5-84)$$

1、显式差分

数值电容表示为

$$Z_e = \frac{Z^{1/4} + Z^{-1/4}}{2I_{L0}/V_{z0}} = \left\{ \frac{4C}{\Delta t} \tan(\omega\Delta t/4) [\sin(\omega\Delta t/2) + j \cos(\omega\Delta t/2)] \right\}^{-1} \quad (5-85)$$

由于数值电容具有实部，所以存在数值损耗，损耗特性可等效为一个并联电阻，如图 5.9 所示，其导纳为

$$Y' = \frac{4C}{\Delta t} \tan(\omega\Delta t/4) \sin(\omega\Delta t/2) \quad (5-86)$$

可见时间步越大，损耗越大。

2、隐式差分

数值电容表示为：

$$Z_e = \frac{Z^{1/4} + Z^{-1/4}}{2I_{L0}/V_{z0}} = \left[j \frac{4C}{\Delta t} \tan(\omega\Delta t/4) \right]^{-1} \quad (5-87)$$

数值电容没有实部，所以是无耗的。当 $\omega\Delta t \rightarrow 0$ 时，有 $Z_e = 1/j\omega C$ ，即时间步越小，频率越低，数值色散就越小。随着 Δt 的增加，其数值按正切规律变化

5.5.4 数值验证

为了验证上述理论分析结果的正确性，应用 ADI-FDTD 扩展算法计算一个包含电感的微带电路，其结构如图 5.4 所示。导带与接地板之间接一个电感 $L = 1\text{pH}$ 。

直接从 FDTD 计算中提取 Z_e ，并与本文分析结果(5-78)~(5-80)比较。提取的过程可分为三步完成：

第一步：不接电感，计算电感所在网格处的电压 $V_z^{n+1/2}$ 和电流 $I_z^{n+1/2}$ ，然后可得到与网格电容有关的阻抗部分

$$Z_c = \frac{\tilde{V}_z}{\tilde{I}_z} = \frac{DFT(V_z^{n+1/2})}{DFT(I_z^{n+1/2})} \quad (5-88)$$

注意由于 ADI-FDTD 算法中电场和磁场不存在半时间步差距，所以上式不需要时间调整；

第二步：接入电感，与第一步同样的计算过程，得到总阻抗 Z_T ；

第三步：计算与电感相关的阻抗部分

$$Z_e = \left(\frac{1}{Z_T} - \frac{1}{Z_C} \right)^{-1} \quad (5-89)$$

分别比较 ADI-FDTD 计算结果和论文分析结果(5-78)~(5-80)中 Z_e 的实部和虚部。图 5.10、图 5.12 和图 5.14 分别给出了电感伏安特性方程在显式、半隐式和隐式差分格式下，通过 ADI-FDTD 计算和论文分析得到的 Z_e 实部的比较结果；而图 5.11、图 5.13 和图 5.15 分别给出了三种差分格式下 Z_e 虚部的比较结果。可以看出，三种差分格式下 Z_e 的数值计算和本文分析结果吻合较好，验证了理论分析结果的正确性；比较各差分格式下实部，可以看出显式差分阻抗实部近似为零，数值色散最小，算法最准确，但是这种算法时间步长受到限制，不再是无条件稳定了。半隐式和隐式差分格式下，由于数值色散效应 Z_e 存在实部，而且随着频率的升高，色散效应越严重，但是这两种差分格式下，扩展算法是稳定的。另外，比较图 5.12 和图 5.14 可知，隐式算法比半隐式算法的数值色散严重。

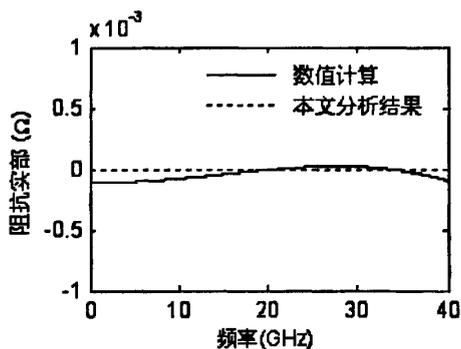


图 5.10 显式差分时的 Z_L 实部

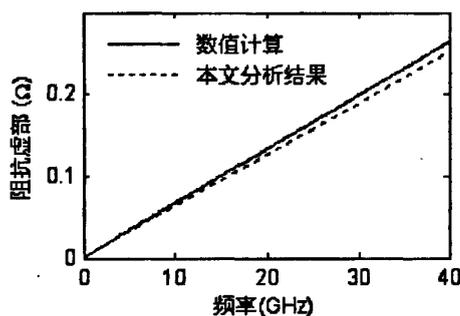


图 5.11 显式差分时的 Z_L 虚部

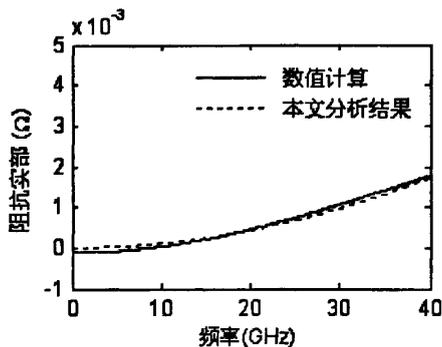


图 5.12 半隐式差分时的 Z_L 实部

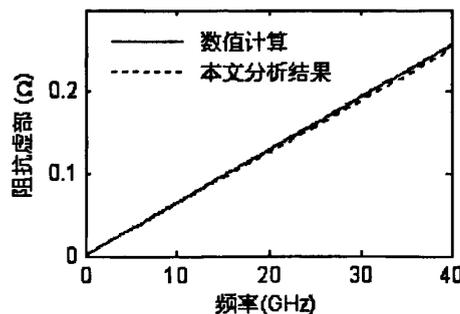
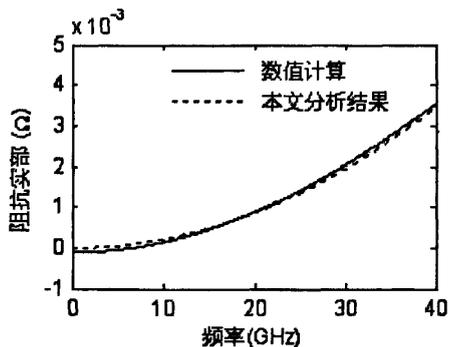
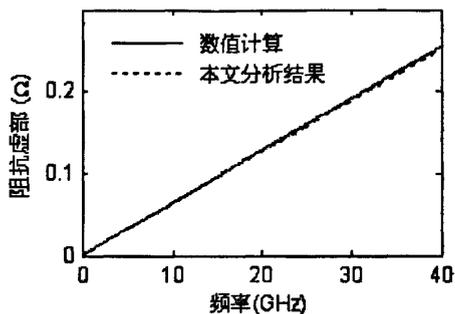


图 5.13 半隐式差分时的 Z_L 虚部

图 5.14 隐式差分时的 Z_L 实部图 5.15 隐式差分时的 Z_L 虚部

5.7 本章小结

本章首先考察了 ADI-FDTD 算法的基本知识，接着讨论了扩展 ADI-FDTD 算法，推导了几种常用器件的求解方程，最后分析了扩展 ADI-FDTD 算法的数值稳定性和色散特性，着重研究了三种线性集总器件：电阻、电容和电感，其伏安特性方程分别按显式、半隐式和隐式三种格式进行差分。

数值稳定性的研究表明，显式差分格式下，ADI-FDTD 扩展算法不是无条件稳定的，在半隐式和隐式差分格式下，扩展算法是无条件稳定的。数值色散特性的研究表明：电阻伏安特性方程按半隐式格式差分，其电阻值不受时间步长的影响，故这种格式下数值色散最小；而在显式和隐式差分格式下，电阻值随着时间步长的变化而变化，数值色散效应可分别等效为一个串联电感和串联电容。电感伏安特性方程按显式差分，ADI-FDTD 算法的数值色散最小，而在半隐式和隐式差分格式下，数值色散效应可等效为一个串连电阻，随着频率和时间步长的增大，数值色散效应将越严重。

第六章 线性集总网络的 FDTD 建模

6.1 引言

利用 FDTD 方法对微波有源电路进行全域建模仿真, 一直以来倍受关注, 因为常用的商业电磁软件很难应付这类问题。如何在 FDTD 的 Yee 网格中引入集总元件是这类问题的焦点。

论文在第三章介绍了几种扩展 FDTD 算法, 可以对集总元件进行建模, 但是每一种方法都有其局限性。其中, 基于等效电流源^[33]或等效电压源^[34]的扩展 FDTD 方法将集总元件看作等效源, 直接将集总元件的伏安关系编入 FDTD 差分方程中。这个方法可以有效地分析单个简单集总器件, 如电阻、电感和电容或者二极管和三极管, 但是不能分析由多个集总元件任意连接而成的复杂电路网络, 而实际中复杂电路的应用是很常见的。为了解决这个问题, 在扩展 FDTD 法的基础上提出了 FDTD 结合 SPICE 电路软件共同模拟有源电路的方法^[48-50], 它将复杂电路放在 SPICE 电路软件中进行分析, 然后利用其瞬态分析功能提取电路的端口电压或者电流, 引入到 FDTD 迭代中。这种方法可以有效地分析复杂电路, 但是 FDTD 程序必须不停地与 SPICE 电路软件进行数据交换, 影响了计算效率。而网络参数法通过将器件的网络参数如 S 参数、Y 参数等引入到 FDTD 算法中, 可以方便地对多端口集总网络进行建模, 但是该方法直接利用逆傅立叶技术和卷积运算, 计算复杂^[51]。

为了将复杂集总网络引入到 FDTD 算法中, 1999 年, J.A.Pereda 等人提出了利用 Z 变换技术在 Yee 网格中引入复杂电路的方法^[81], 它通过电路 s 域导纳, 利用信号处理技术求得伏安差分关系表达式, 代入到 FDTD 迭代方程中完成电路计算。这种方法将 s 域复杂的微分运算变换为 Z 域简单的代数运算, 简单而有效。而分段递推卷积技术(PLRC)与 FDTD 方法的结合同样显示出了良好的效果, 1996 年, D.F.Kelly 等人首次将分段递推卷积技术(PLRC)应用于 FDTD 中分析了两种色散媒质^[88]; 2006 年, J.Y.Lee 等人将 PLRC 技术应用于分析了几种典型的线性集总负载, 取得了较好的效果^[90]。论文在前人工作的基础上, 通过一些改进, 提出了基于 PLRC 技术将任意线性单端口集总网络加载到 FDTD 网格中的建模方法, 并将其扩展到多端口网络的建模中, 具有一般适用性。

本章首先介绍了基于 PLRC 技术的集总网络 FDTD 建模方法, 详细介绍了该

方法的建模过程, 包括单端口网络和多端口网络。然后, 介绍了基于 Z 变换技术的集总网络 FDTD 建模方法。最后为了验证所提出方法的有效性和精度, 利用这两种方法分析了几个微带电路, 对其计算结果进行了比较。

6.2 基于 PLRC 技术的 FDTD 建模

信号处理中, 频域信号的乘积经逆傅立叶变换到时域, 是一个卷积的形式。由卷积的定义可知, 信号在某个时刻的卷积运算需要用到前面所有时刻的值, 因此随着时间的推移, 计算机需要储存越来越多的值, 增加了计算机内存, 影响了计算速度。近年来, 提出了许多递推卷积技术 (RC), 它的最大优点是本次卷积运算只需用到前面几个时刻的值, 因此提高了计算效率。上世纪九十年代, RC 技术被用在 FDTD 算法中, 可以对色散媒质进行建模^[84-87]。而在 1996 年, D.F.Kelley 等人改进了 RC 算法, 提出了分段递推卷积技术 (PLRC), 并将它用于色散媒质的 FDTD 建模中^[88]。PLRC 技术与 RC 技术相比具有更高的精度。

6.2.1 PLRC 技术

首先定义一个时域卷积运算:

$$F(t) = \int_0^t E(t-\tau)\chi(\tau)d\tau \quad (6-1)$$

然后将上式离散化, 其中 $F^n = F(n\Delta t)$, $E^n = E(n\Delta t)$ 。上式可以写成:

$$F^n = \int_0^{n\Delta t} E(n\Delta t - \tau)\chi(\tau)d\tau \quad (6-2)$$

再将积分写成求和的形式, 上式进而改为

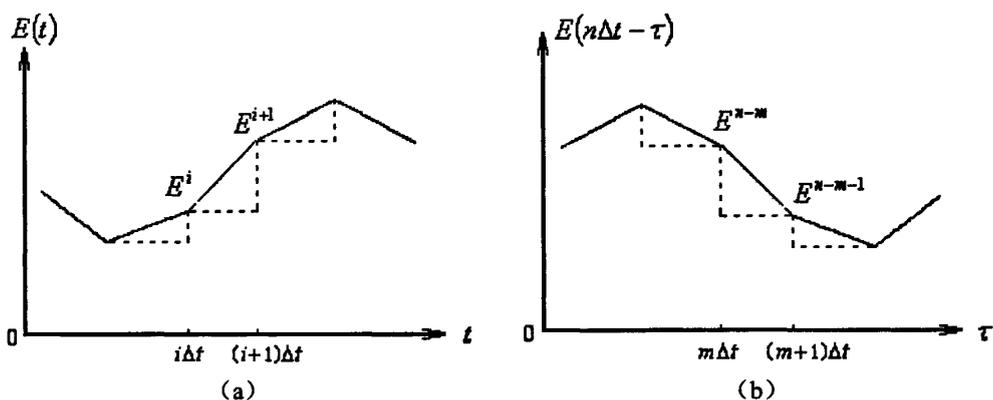
$$F^n = \sum_{m=0}^{n-1} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} E(n\Delta t - \tau)\chi(\tau)d\tau \quad (6-3)$$

为了求解(6-3)的积分, RC 技术假设 $E(t)$ 的值在 Δt 内保持不变, 而 PLRC 技术则假设 E 的值在 Δt 内线性变化, 如图 6.1a 所示。 $E(t)$ 在 $[i\Delta t, (i+1)\Delta t]$ 时间段内, 可以写成离散形式, 如下:

$$E(t) = E^i + \frac{(E^{i+1} - E^i)}{\Delta t}(t - i\Delta t) \quad (6-4)$$

因此, 如图 6.1b 所示, (6-3)中 $E(n\Delta t - \tau)$ 的值可表示如下:

$$E(n\Delta t - \tau) = E^{n-m} + \frac{(E^{n-m-1} - E^{n-m})}{\Delta t}(\tau - m\Delta t) \quad (6-5)$$

图 6.1 (a) E 值线性近似 (b) E 值的反转与偏移

将(6-5)代入(6-3)可得:

$$F^n = \sum_{m=0}^{n-1} \{ E^{n-m} \chi^m + (E^{n-m-1} - E^{n-m}) \xi^m \} \quad (6-6)$$

其中:

$$\chi^m = \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau \quad (6-7)$$

$$\xi^m = \frac{1}{\Delta t} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} (\tau - m\Delta t) \chi(\tau) d\tau \quad (6-8)$$

然后对(6-6)式进行一些数学恒等变形:

$$\begin{aligned} F^n &= (\chi^0 - \xi^0) E^n + \xi^0 E^{n-1} + \sum_{m=1}^{n-1} \{ E^{n-m} \chi^m + (E^{n-m-1} - E^{n-m}) \xi^m \} \\ &= (\chi^0 - \xi^0) E^n + \xi^0 E^{n-1} + \sum_{m=0}^{n-2} \{ E^{n-m-1} \chi^{m+1} + (E^{n-m-2} - E^{n-m-1}) \xi^{m+1} \} \\ &= (\chi^0 - \xi^0) E^n + \xi^0 E^{n-1} + \rho F^{n-1} \end{aligned} \quad (6-9)$$

显然, 上式第三步成立必须满足:

$$\rho = \frac{\chi^{m+1}}{\chi^m} = \frac{\xi^{m+1}}{\xi^m} \quad (6-10)$$

我们可以看到, (6-9)式是一个递推迭代式, 欲求 F^n 只需知道 E^n 、 E^{n-1} 和 F^{n-1} 三个值即可, 这样就提高了(6-3)卷积运算的计算效率。

6.2.2 单端口网络建模

考虑自由空间 Maxwell 旋度方程:

$$\begin{cases} \nabla \times \bar{E} = -\mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \bar{H} = \varepsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \end{cases} \quad (6-11)$$

根据 FDTD 算法, 上面两式可以写成差分形式:

$$\begin{cases} H_{\alpha}^{n+1/2} = H_{\alpha}^{n-1/2} - \frac{\Delta t}{\mu} [\nabla \times \bar{E}]_{\alpha}^n \\ E_{\alpha}^{n+1} = E_{\alpha}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon} [\nabla \times \bar{H}]_{\alpha}^{n+1/2} \end{cases} \quad (6-12)$$

其中, $\alpha = x, y, z$ 。上式详细的差分形式参见第二章。

根据扩展 FDTD 算法, 将电流密度代入 Ampere 定理中, 即可将集总元件引入到 FDTD 方程中:

$$\nabla \times \bar{H} = \varepsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + J \quad (6-13)$$

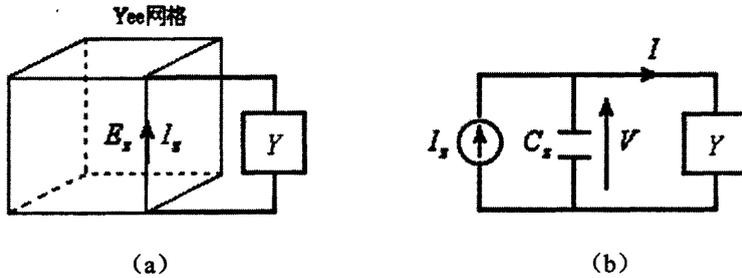


图 6.2 (a) 单端口集总网络在 FDTD 网格中的位置 (b) 等效电路

假设单端口集总元件放在 Yee 网格中 E_z 位置, 如图 6.2a 所示。根据 Ampere 定理, 在 $t = n + 1/2$ 时刻, 包含集总元件网格的电场 FDTD 迭代方程可写成:

$$\varepsilon \frac{E_z^{n+1} - E_z^n}{\Delta t} = [\nabla \times H]_z^{n+1/2} - J_z^{n+1/2} \quad (6-14)$$

其等效电路如图 6.2b 所示。 J_z 为流过器件的电流密度。如果集总负载的导纳为 Y , 则 s 域 (Laplace 域) 内电流和电压有如下关系:

$$I_z(s) = Y(s) \cdot V_z(s) \quad (6-15)$$

将上式变换到时域, 可得到如下卷积形式

$$I_z(t) = \int_0^t V_z(t-\tau) Y(\tau) d\tau \quad (6-16)$$

根据 PLRC 技术, 时域离散电流 I_z^n 可以写成递归迭代形式:

$$I_z^{n+1} = (\chi^0 - \xi^0) Y_z^{n+1} + \xi^0 V_z^n + \rho I_z^n \quad (6-17)$$

因此, 对于由电阻 R、电感 L 和电容 C 任意连接而成的线性负载, 我们可以将其

s 域导纳写成下面形式:

$$Y(s) = \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{s - a_i} + g + sh = \sum_{i=1}^N Y_i(s) + Y_o(s) \quad (6-18)$$

其中, g 和 h 是实数, a_i 和 c_i 为实数或者共轭复数。则总电流为:

$$I_z^{n+1/2} = \sum_{i=0}^N I_{zi}^{n+1/2} + I_{zo}^{n+1/2} \quad (6-19)$$

下面分别讨论上式右边两项。

1、若 a_i 和 c_i 为实数, 将 $Y_i(s) = \frac{c_i}{s - a_i}$ 由逆傅立叶变换到时域为:

$$Y_z(t) = c_i e^{a_i t} u(t) \quad (6-20)$$

上式代入(6-7)和(6-8), 分别可得到:

$$\chi_i^m = -\frac{c_i}{a_i} (1 - e^{a_i \Delta t}) e^{m a_i \Delta t} \quad (6-21)$$

$$\xi_i^m = -\frac{c_i}{a_i^2 \Delta t} [(1 - a_i \Delta t) e^{a_i \Delta t} - 1] e^{m a_i \Delta t} \quad (6-22)$$

显然:

$$\rho_i = \frac{\chi_i^m}{\chi_i^{m-1}} = \frac{\xi_i^m}{\xi_i^{m-1}} = e^{a_i \Delta t} \quad (6-23)$$

满足(6-10)式, 所以时域电流可以写成递推迭代形式:

$$I_{zi}^{n+1} = (\chi_i^0 - \xi_i^0) V_z^{n+1} + \xi_i^0 V_z^n + \rho_i I_{zi}^n \quad (6-24)$$

2、若 a_i 和 a_{i+1} , c_i 和 c_{i+1} 为共轭复数, (6-21)至(6-24)仍然成立, 但可以简化。从(6-7)

(6-8)和(6-10)的定义可以证明 χ_i^m 和 χ_{i+1}^m 、 ξ_i^m 和 ξ_{i+1}^m 、 ρ_i 和 ρ_{i+1} 均为共轭复数, 因此

I_{zi}^{n+1} 和 $I_{z(i+1)}^{n+1}$ 也是共轭复数, 所以 I_{zi}^{n+1} 与 $I_{z(i+1)}^{n+1}$ 之和为纯实数:

$$I_{zi}^{n+1} + I_{z(i+1)}^{n+1} = 2 \operatorname{Re}(I_{zi}^{n+1}) = 2 \{ \operatorname{Re}(\chi_i^0 - \xi_i^0) \cdot V_z^{n+1} + \operatorname{Re}(\xi_i^0) \cdot V_z^n + \operatorname{Re}(\rho_i I_{zi}^n) \} \quad (6-25)$$

因此, 只需将共轭复数对中的一个复数代入迭代式即可。换言之, 如果(6-25)中 a_i 和 c_i 均含有 $2N_g$ 个复数, 则计算机只需存储 N_g 个变量。

3、将 $Y_o(s) = g + sh$ 代入(6-12)式, 可得 $I_{zo}(s) = (g + sh) V_z(s)$, 由 $s \rightarrow \partial/\partial t$, 将其写成中心差分形式为:

$$I_{zo}^{n+1/2} = (g/2 + h/\Delta t) V_z^{n+1} + (g/2 - h/\Delta t) V_z^n \quad (6-26)$$

最后将(6-24)至(6-25)代入(6-19)式, 可以得到总电流的递归表达式。假设 a_i 和 c_i 包

含 N_r 个实数和 N_g 对共轭复数, 则 $N = N_r + 2N_g$ 。总电流递归式如下:

$$I_z^{n+1/2} = (\chi_i^0 - \xi_i^0 + g/2 + h/\Delta t)V_z^{n+1} + (\xi_i^0 + g/2 - h/\Delta t)V_z^n + I_z^n \quad (6-27)$$

其中:

$$\chi_i^0 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_r} \chi_i^0 + \sum_{i=N_r+1}^{N_r+N_g} \text{Re}(\chi_i^0) \quad (6-28)$$

$$\xi_i^0 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_r} \xi_i^0 + \sum_{i=N_r+1}^{N_r+N_g} \text{Re}(\xi_i^0) \quad (6-29)$$

$$I_i^n = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_r} (\rho_i + 1) I_{zi}^n + \sum_{i=N_r+1}^{N_r+N_g} \text{Re}[(\rho_i + 1) I_{zi}^n] \quad (6-30)$$

电压与电场、电流与电流密度的关系式如下:

$$V_z^n = \int E_z^n dz \approx E_z^n \Delta z \quad (6-31)$$

$$I_z^{n+1/2} = \iint J_z^{n+1/2} dx dy \approx J_z^{n+1/2} \Delta x \Delta y \quad (6-32)$$

将(6-31)和(6-32)代入(6-14), 最终得到加载位置的电场迭代方程:

$$E_z^{n+1} = \frac{(\varepsilon/\alpha + h)/\Delta t - (\xi_i^0 + g/2)}{(\varepsilon/\alpha + h)/\Delta t + (\chi_i^0 - \xi_i^0 + g/2)} E_z^n + \frac{1/\alpha}{(\varepsilon/\alpha + h)/\Delta t + (\chi_i^0 - \xi_i^0 + g/2)} \left\{ [\nabla \times \bar{H}]_z^{n+1/2} - \frac{1}{\Delta x \Delta y} I_i^n \right\} \quad (6-33)$$

其中 $\alpha = \Delta z / \Delta x \Delta y$ 。未加载位置的电磁场可由标准 FDTD 差分迭代计算求得。

6.2.3 多端口网络建模

不失一般性, 我们考察二端口网络的 FDTD 建模。假设网络的两个端口分别加在 FDTD 网格中 E_{z1} 和 E_{z2} 的位置, 如图 6.3 所示。根据扩展 FDTD 算法, 两端口处电场的 FDTD 差分公式为:

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{E_{z1}^{n+1} - E_{z1}^n}{\Delta t} = [\nabla \times \bar{H}]_{z1}^{n+1/2} - J_1^{n+1/2} \\ \varepsilon \frac{E_{z2}^{n+1} - E_{z2}^n}{\Delta t} = [\nabla \times \bar{H}]_{z2}^{n+1/2} - J_2^{n+1/2} \end{cases} \quad (6-34)$$

由微波网络理论可知, 任意二端口网络可由它的 Laplace 域的导纳矩阵来描述:

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & Y_{12}(s) \\ Y_{21}(s) & Y_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} \quad (6-35)$$

I_p 和 V_p ($p=1,2$) 分别代表第 p 端口的电流和电压。

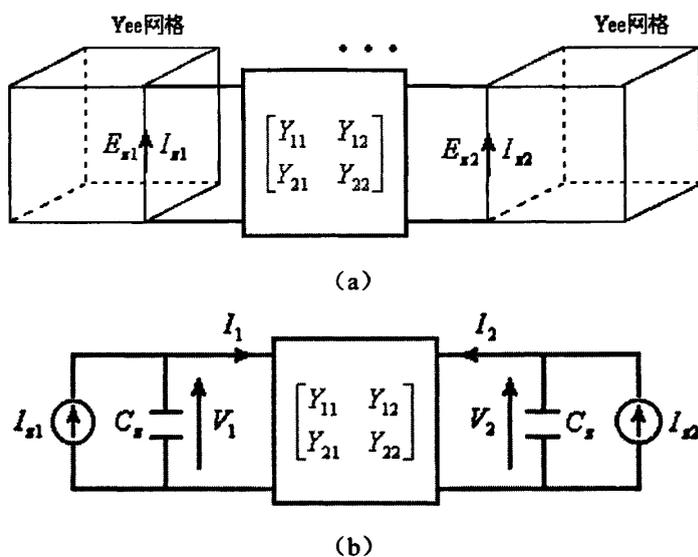


图 6.3 (a) 二端口集总网络在 FDTD 网格中的位置 (b) 等效电路

定义四个辅助电流，则各端口的电流可表示为

$$I_p(s) = \sum_{q=1,2} I_{pq}(s) \quad p=1,2 \quad (6-36)$$

$$\text{其中:} \quad I_{pq}(s) = Y_{pq}(s)V_q(s) \quad (6-37)$$

对于由电阻、电感和电容任意连接组成的线性二端口网络，导纳矩阵中每个元素可以写成下列有理分式之和的形式：

$$Y_{pq}(s) = \sum_{i=1}^{N_i^{(p,q)}} \frac{c_i^{(p,q)}}{s - a_i^{(p,q)}} + g^{(p,q)} + sh^{(p,q)} \quad (6-38)$$

其中 $c_i^{(p,q)}$ 和 $a_i^{(p,q)}$ 均为实数或者共轭复数， $g^{(p,q)}$ 和 $h^{(p,q)}$ 均为实数。

假设 $a_i^{(p,q)}$ 和 $c_i^{(p,q)}$ 包含 $N_r^{(p,q)}$ 个实数和 $N_g^{(p,q)}$ 对共轭复数，则 $N^{(p,q)} = N_r^{(p,q)} + 2N_g^{(p,q)}$ 。为了保持 FDTD 算法的二阶精度，电流采用时间平均形式，则(6-37)中时域电流和电压的递归关系式如下：

$$I_{pq}^{n+1/2} = A_{pq} V_q^{n+1} + B_{pq} V_q^n + I_{pq}^n \quad (6-39)$$

其中：

$$A_{pq} = (\chi_{0i}^{(p,q)} - \xi_{0i}^{(p,q)} + g^{(p,q)}/2 + h^{(p,q)}/\Delta t) \quad (6-40)$$

$$B_{pq} = (\xi_{0i}^{(p,q)} + g^{(p,q)}/2 - h^{(p,q)}/\Delta t) \quad (6-41)$$

$$\chi_{0i}^{(p,q)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_r^{(p,q)}} \chi_{0i}^{(p,q)} + \sum_{i=N_r^{(p,q)}+1}^{N_r^{(p,q)}+N_g^{(p,q)}} \text{Re}(\chi_{0i}^{(p,q)}) \quad (6-42)$$

$$\xi_{0i}^{(p,q)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_r^{(p,q)}} \xi_{0i}^{(p,q)} + \sum_{i=N_r^{(p,q)}+1}^{N_r^{(p,q)}+N_s^{(p,q)}} \operatorname{Re}(\xi_{0i}^{(p,q)}) \quad (6-43)$$

$$I_{pqi}^n = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_r^{(p,q)}} (\rho_i^{(p,q)} + 1) I_{pqi}^n + \sum_{i=N_r^{(p,q)}+1}^{N_r^{(p,q)}+N_s^{(p,q)}} \operatorname{Re}[(\rho_i^{(p,q)} + 1) I_{pqi}^n] \quad (6-44)$$

$$\chi_{0i}^{(p,q)} = -\frac{c_i^{(p,q)}}{a_i^{(p,q)}} (1 - e^{a_i^{(p,q)} \Delta t}) \quad (6-45)$$

$$\xi_{0i}^{(p,q)} = -\frac{c_i^{(p,q)}}{(a_i^{(p,q)})^2 \Delta t} \left[(1 - a_i^{(p,q)} \Delta t) e^{a_i^{(p,q)} \Delta t} - 1 \right] \quad (6-46)$$

$$\rho_i^{(p,q)} = e^{a_i^{(p,q)} \Delta t} \quad (6-47)$$

$$I_{pqi}^{n+1} = (\chi_{0i}^{(p,q)} - \xi_{0i}^{(p,q)}) V_q^{n+1} + \xi_{0i}^{(p,q)} V_q^n + \rho_i^{(p,q)} I_{pqi}^n \quad (6-48)$$

各端口电压与电场、电流与电流密度的关系式如下:

$$V_q^n = \int E_{zq}^n dz \approx E_{zq}^n \Delta z \quad (6-49)$$

$$I_p^{n+1/2} = \iint J_p^{n+1/2} dx dy \approx J_p^{n+1/2} \Delta x \Delta y \quad (6-50)$$

由(6-36)式, 各端口的时域电流为:

$$I_p^{n+1/2} = \sum_{q=1,2} I_{pq}^{n+1/2} \quad p=1,2 \quad (6-51)$$

将 (6-49)至(6-50)以及(6-39)代入(6-34)式可得两端口处电场的 FDTD 迭代方程:

$$\begin{bmatrix} E_{z1}^{n+1} \\ E_{z2}^{n+1} \end{bmatrix} = \frac{1}{\alpha} \begin{bmatrix} A_{11} + \varepsilon/\alpha \Delta t & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} + \varepsilon/\alpha \Delta t \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T_1^n \\ T_2^n \end{bmatrix} \quad (6-52)$$

其中:
$$\alpha = \frac{\Delta z}{\Delta x \Delta y},$$

$$T_p^n = \frac{\varepsilon}{\Delta t} E_{zp}^n + [\nabla \times \vec{H}]_{zp}^{n+1/2} - \sum_{q=1,2} \left(\alpha B_{pq} E_{zq}^n + \frac{1}{\Delta x \Delta y} I_{pqi}^n \right) \quad (6-53)$$

得到的电场迭代式(6-52)和传统 FDTD 算法一样是显式的, 且具有二阶精度。

最后, 利用该方法分析二端口集总网络时, 可总结为三步:

- 1、由标准 FDTD 算法求得 $t = n + 1/2$ 时刻的磁场值 $\vec{H}^{n+1/2}$;
- 2、通过(6-52)式, 求得 $t = n + 1$ 时刻两加载端口处的电场值 E_{z1}^{n+1} 和 E_{z2}^{n+1} ;
- 3、最后, 利用(6-44)和(6-48)式求得各辅助电流项 I_{pqi}^{n+1} 和 I_{pqi}^{n+1} 。

6.3 基于 Z 变换技术的 FDTD 建模

为了比较 PLRC 技术结合 FDTD 算法模拟集总网络的有效性, 本节介绍另一种可以有效模拟集总网络的技术—Z 变换技术。Z 变换技术可以将复杂的时域差分方程转换成 Z 域代数方程, 也可以使问题简化。1992 年, D.M.Sullivan 首次将 Z 变换技术应用到 FDTD 算法中^[76], 并对色散和非线性材料进行了分析。之后经过若干学者几年的研究, 逐步形成了一套完整的技术。Z 变换技术结合 FDTD 算法可以精确有效地分析线性集总网络和复杂媒质, 比如色散媒质、非线性媒质、左手媒质等^[76-83]。

6.3.1 单端口网络建模^[81]

假设单端口集总元件在 FDTD 网格中沿 z 方向放置, 则包含集总元件网络的电场 FDTD 迭代公式为:

$$E_z^{n+1} = E_z^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon} [\nabla \times \bar{H}]_z^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{2\varepsilon} (J_z^{n+1} + J_z^n) \quad (6-54)$$

为了保持 FDTD 算法的二阶精度, 上式中的电流密度采用时间平均值。

为了将集总网络引入到 FDTD 算法中, 首先考虑 Laplace 域内集总网络的伏安特性:

$$V_z(s) = Z(s) \cdot I_z(s) \quad (6-55)$$

其中, $Z(s)$ 代表集总网络的阻抗函数, 它可以表示成下面的有理分式:

$$Z(s) = \frac{\sum_{m=0}^M b_m s^m}{\sum_{m=0}^M a_m s^m} \quad (6-56)$$

上式中 M 代表阻抗函数的阶数, 即集总网络中电容和电感的数目。

为了将(6-55)式代入到 FDTD 算法中, 必须首先将电路特性与电磁场联系起来, 然后利用 Yee 算法进行时域离散, 得到 FDTD 迭代公式。根据扩展 FDTD 算法, 电压和电场、电流与电流密度之间的关系为:

$$\begin{cases} V_z = \Delta z E_z \\ I_z = \Delta x \Delta y J_z \end{cases} \quad (6-57)$$

这样将(6-56)代入(6-55)中可得:

$$J_z(s) = \sigma_z(s) E_z(s) \quad (6-58)$$

其中, σ_z 代表等效电导率, 且有以下关系:

$$\sigma_z(s) = \frac{\Delta z \sum_{m=0}^M a_m s^m}{\Delta x \Delta y \sum_{m=0}^M b_m s^m} \quad (6-59)$$

在 Laplace 域内利用双线性变换式, 即

$$s = \frac{2}{\Delta t} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad (6-60)$$

代入(6-58)式可得到电流密度的 Z 域表达式:

$$J_z(z) = \sigma_z(z) E_z(z) \quad (6-61)$$

其中:

$$\sigma_z(z) = \frac{1 + \sum_{k=1}^M c_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^M d_k z^{-k}} \quad (6-62)$$

上式中的系数 c_k 和 d_k 与 a_m 和 b_m 有关, 可以由下式求得:

$$\begin{cases} c_k = \frac{1}{c_0} \sum_{m=0}^M a'_m \sum_{i=i_{\min}}^{i_{\max}} p_{m,i} q_{M-m,k-i} & k=1, \dots, M \\ d_k = \frac{\Delta x \Delta y}{c_0 \Delta z} \sum_{m=0}^M b'_m \sum_{i=i_{\min}}^{i_{\max}} p_{m,i} q_{M-m,k-i} & k=0, \dots, M \end{cases} \quad (6-63)$$

其中, $i_{\min} = \max(0, k+m-M)$, $i_{\max} = \min(k, m)$ 。 c_0 是归一化常数, 可由下式求得:

$$c_0 = \sum_{m=0}^M a'_m p_{m,0} q_{M-m,0} \quad (6-64)$$

系数 a'_m 和 b'_m 计算式如下:

$$\begin{cases} a'_m = \frac{a_m}{2^{M-m} (\Delta t)^m} \\ b'_m = \frac{b_m}{2^{M-m} (\Delta t)^m} \end{cases} \quad (6-65)$$

而 $p_{m,i}$ 和 $q_{m,i}$ 代表多项式 $P_m(z)$ 和 $Q_m(z)$ 的系数, 其中:

$$\begin{cases} P_m(z) = (1-z^{-1})^m = \sum_{i=0}^m p_{m,i} z^{-i} \\ Q_m(z) = (1+z^{-1})^m = \sum_{i=0}^m q_{m,i} z^{-i} \end{cases} \quad (6-66)$$

所以可以求得 $p_{m,i}$ 和 $q_{m,i}$ 的表达式为:

$$\begin{cases} p_{m,i} = (-1)^i \binom{m}{i} \\ q_{m,i} = \binom{m}{i} \end{cases} \quad (6-67)$$

为了得到(6-61)的差分形式, 利用 Z 变换特性 $z^{-k}F(z) \leftrightarrow F^{n-k}$, 可得:

$$E_z^{n+1} + \sum_{k=1}^M c_k E_z^{n-k+1} = \sum_{k=0}^M d_k J_z^{n-k+1} \quad (6-68)$$

值得注意的是: FDTD 计算时上式需要储存 $2M-1$ 个变量, 为了减少内存, 上式可以等效成下列迭代形式:

$$\begin{cases} J_z^{n+1} = (w_1^n - E_z^{n+1})/d_0 \\ w_k^{n+1} = w_{k+1}^n - c_k E_z^{n+1} + d_k J_z^{n+1} \\ w_M^{n+1} = d_M J_z^{n+1} - c_M E_z^{n+1} \end{cases} \quad (6-69)$$

其中, $k=1,2,\dots,M-1$ 。 w_k 为辅助变量。

上式第一个方程包含了两个未知量 E_z^{n+1} 和 J_z^{n+1} , 为了保持 FDTD 算法的显式递推特性, 联立(6-54)和(6-69)式最终可以求得集总网络处的电场 E_z^{n+1} 迭代式为:

$$E_z^{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta t}{2\epsilon d_0}} \left\{ E_z^n + \frac{\Delta t}{\epsilon} [\nabla \times \vec{H}]_z^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{2\epsilon} \left(J_z^n + \frac{w_1^n}{d_0} \right) \right\} \quad (6-70)$$

6.3.2 多端口网络建模^[63]

不失一般性, 我们考察二端口网络的 FDTD 建模。假设集总网络的两个端口沿 z 方向放置, 且分别加在 E_{z1} 和 E_{z2} 上, 由扩展 FDTD 算法可得两端口处电场的 FDTD 迭代式为:

$$\begin{cases} E_{z1}^{n+1} = E_{z1}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon} [\nabla \times \vec{H}]_{z1}^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{2\epsilon} (J_{z1}^{n+1} + J_{z1}^n) \\ E_{z2}^{n+1} = E_{z2}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon} [\nabla \times \vec{H}]_{z2}^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{2\epsilon} (J_{z2}^{n+1} + J_{z2}^n) \end{cases} \quad (6-71)$$

与单端口网络类似, 为了保持 FDTD 算法的二阶精度, 上式中电流密度均采用时间平均近似。

同样, 利用导纳矩阵描述任意二端口网络:

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & Y_{12}(s) \\ Y_{21}(s) & Y_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} \quad (6-72)$$

其中, I_p 和 V_p ($p=1,2$) 分别代表两端口的电流和电压。导纳矩阵中的每一项可表示成有理分式, 如下所示:

$$Y_{pq}(s) = \frac{\sum_{m=0}^{M_{pq}} a_m^{(p,q)} s^m}{\sum_{m=0}^{M_{pq}} b_m^{(p,q)} s^m} \quad (6-73)$$

其中, $a_m^{(p,q)}$ 和 $b_m^{(p,q)}$ 是实系数。 M_{pq} 代表网络的阶数。一般情况下, 导纳矩阵的每个元素具有不同的阶数和不同的分式系数。

引入四个辅助电流 $I_{pq}(s)$ ($p, q = 1, 2$), 表示如下:

$$I_p(s) = \sum_{q=1,2} I_{pq}(s), \quad p = 1, 2 \quad (6-74)$$

其中:

$$I_{pq}(s) = Y_{pq}(s) V_q(s) \quad (6-75)$$

为了得到(6-74)和(6-75)的时域离散形式, 同样我们首先利用 Z 变换技术将两式变换到 Z 域:

$$I_p(z) = \sum_{q=1,2} I_{pq}(z), \quad p = 1, 2 \quad (6-76)$$

$$I_{pq}(z) = Y_{pq}(z) V_q(z) \quad (6-77)$$

利用双线性变换式(6-60), 将(6-73)式变换到 Z 域

$$Y_{pq}(z) = \frac{\sum_{k=0}^{M_{pq}} c_k^{(p,q)} z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{M_{pq}} d_k^{(p,q)} z^{-k}} \quad (6-78)$$

其中, Z 域有理分式的系数 $c_k^{(p,q)}$ 和 $d_k^{(p,q)}$ 与 $a_m^{(p,q)}$ 和 $b_m^{(p,q)}$ 有关。

然后利用 Z 变换特性 $z^{-k} F(z) \leftrightarrow F^{n-k}$, (6-76)和(6-77)式可变为:

$$I_p^{n+1} = \sum_{q=1,2} I_{pq}^{n+1}, \quad p = 1, 2 \quad (6-79)$$

$$I_{pq}^{n+1} + \sum_{k=1}^{M_{pq}} d_k^{(p,q)} I_{pq}^{n-k+1} = \sum_{k=0}^{M_{pq}} c_k^{(p,q)} V_q^{n-k+1} \quad (6-80)$$

在各端口处, 电压与电场、电流与电流密度有如下关系:

$$\begin{cases} V_p^n = \int E_{zp}^n dz \approx E_{zp}^n \Delta z \\ I_p^n = \iint J_{zp}^n dx dy \approx J_{zp}^n \Delta x \Delta y \end{cases} \quad (6-81)$$

将(6-81)代入(6-79)和(6-80)式可得:

$$J_p^{n+1} = \sum_{q=1,2} J_{pq}^{n+1}, \quad p = 1, 2 \quad (6-82)$$

$$J_{z,pq}^{n+1} + \sum_{k=1}^{M_{pq}} d_k^{(p,q)} J_{z,pq}^{n-k+1} = \sum_{k=0}^{M_{pq}} \bar{c}_k^{(p,q)} E_{zq}^{n-k+1} \quad (6-83)$$

其中:

$$\bar{c}_k^{(p,q)} = \frac{\Delta z}{\Delta x \Delta y} c_k^{(p,q)} \quad (6-84)$$

(6-83)式的高阶差分方程可以写成多个一阶差分方程迭代的形式，如下所示：

$$\begin{cases} J_{z,pq}^{n+1} = w_{pq,1}^n + \bar{c}_0^{(p,q)} E_{zq}^{n+1} \\ w_{pq,k}^{n+1} = w_{pq,k+1}^n - d_k^{(p,q)} J_{z,pq}^{n+1} + \bar{c}_k^{(p,q)} E_{zq}^{n+1} \\ w_{pq,M_{pq}}^{n+1} = \bar{c}_{M_{pq}}^{(p,q)} E_{zq}^{n+1} - d_{M_{pq}}^{(p,q)} J_{z,pq}^{n+1} \end{cases} \quad (6-85)$$

其中， $m=1,2,\dots,M_{pq}-1$ 。 $w_{pq,k}^n$ ($m=1,\dots,M_{pq}$)为辅助变量。图 6.4 给出了上式中由 E_{zq}^{n+1} 计算出 J_{zq}^{n+1} 的计算过程。

最后，为了得到两端口处电场的 FDTD 显式迭代式，联立(6-71)和(6-85)的第一个方程可求得：

$$\begin{bmatrix} E_{z1}^{n+1} \\ E_{z2}^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{c}_0^{(1,1)} + \frac{2\epsilon}{\Delta t} & \bar{c}_0^{(1,2)} \\ \bar{c}_0^{(2,1)} & \bar{c}_0^{(2,2)} + \frac{2\epsilon}{\Delta t} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T_{z1}^n \\ T_{z2}^n \end{bmatrix} \quad (6-86)$$

其中：

$$T_{zp}^n = \frac{2\epsilon}{\Delta t} E_{zp}^n + 2[\nabla \times \bar{H}]_{zp}^{n+1/2} - \sum_{q=1,2} (J_{z,pq}^n + w_{pq,1}^n) \quad (6-87)$$

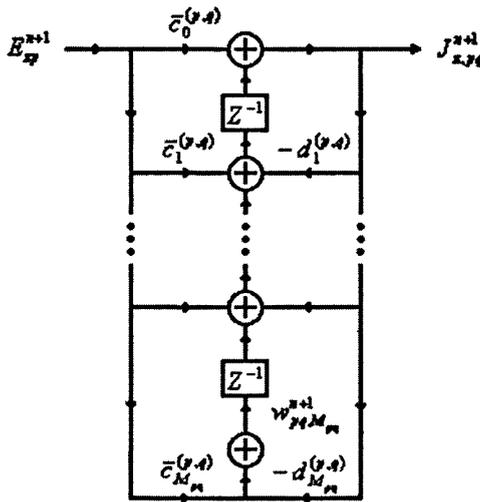


图 6.4 由 E_{zq}^{n+1} 计算 J_{zq}^{n+1} 的流程图

6.4 计算实例

为了验证基于 PLRC 技术集总网络 FDTD 建模方法的有效性和精度，本节利用该方法计算了几个微带电路，并分成两类进行建模计算，单端口网络和多端口网络，其计算结果与 Z 变换技术得到的结果进行了比较。

6.4.1 单端口网络

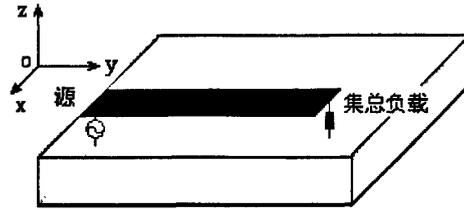


图 6.5 微带线端接集总负载结构图

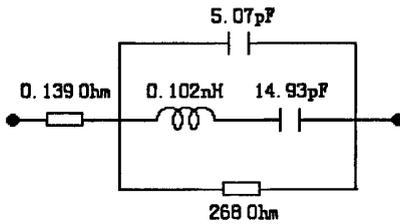


图 6.6 集总负载 a 电路图

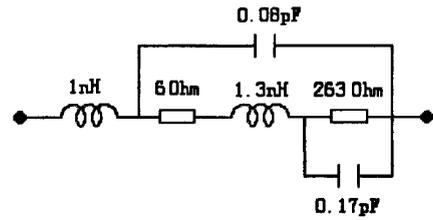


图 6.7 集总负载 b 电路图

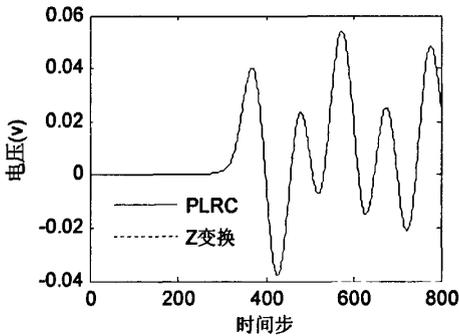


图 6.8 集总负载 a 两端电压波形

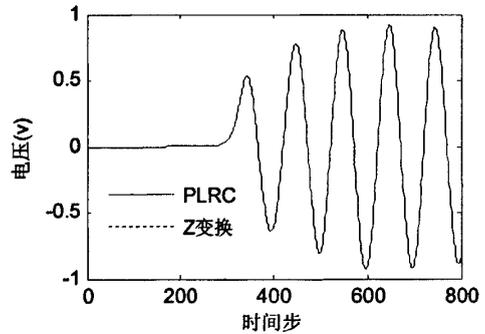


图 6.9 集总负载 b 两端电压波形

首先计算一个接有两种单端口集总网络负载的微带线。微带线结构如图 6.5 所示。介质板介电常数 $\epsilon = 2.2$ ，厚度为 0.81mm ；导带宽度为 2.4mm ，长度为 32mm ；微带线特性阻抗为 50Ω 。FDTD 计算时，空间步长取 $\Delta x = 0.4\text{mm}$ ， $\Delta y = 0.4\text{mm}$ 和 $\Delta z = 0.27\text{mm}$ ，时间步长取 $\Delta t = 0.5\text{ps}$ 。总的计算域为 $60\Delta x \times 90\Delta y \times 20\Delta z$ 。除 $z = 0$ 边界外，其余边界均为 Mur 一阶吸收边界。频率为 20GHz 、幅度为 1V 的正弦电压源激励在导带的一端，电压源内阻为 50Ω ；导带的另一端分别接两种不同的集总负载，其电路如图 6.6 和图 6.7 所示。两次模拟过程均为 800 时间步。

基于 PLRC 技术得到的两种集总负载端电压计算结果如图 6.8 和图 6.9 所示。为了验证计算结果的正确性，利用 Z 变换技术重新计算了这个微带电路，其结果分别显示在图 6.8 和图 6.9 中。由两图中可以看出，两种不同方法得到的计算结果吻合很好，看不出明显的差别，说明本文方法与 Z 变换法具有相同的精度。

6.4.2 多端口网络

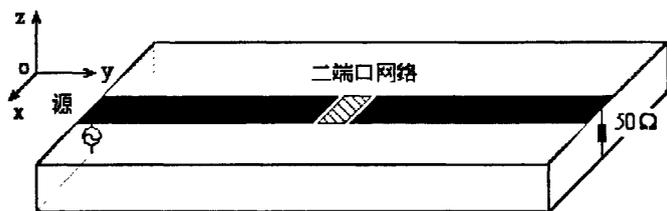


图 6.10 微带线接双端口网络结构图

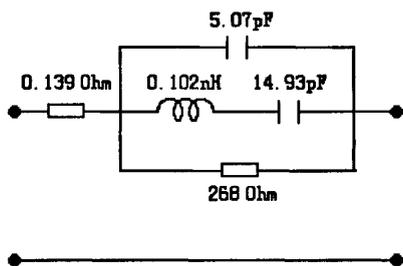


图 6.11 双端口网络 a 电路图

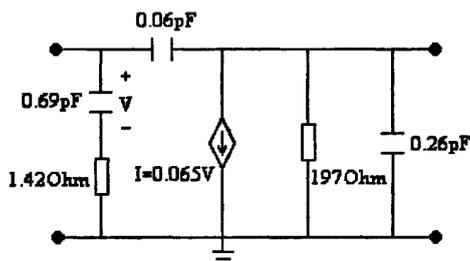


图 6.12 双端口网络 b 电路图

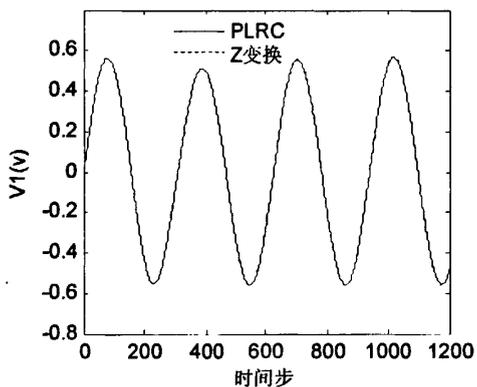


图 6.13 源端电压 (网络 a)

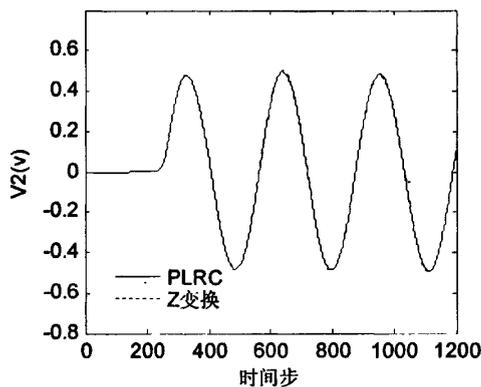


图 6.14 终端负载电压 (网络 a)

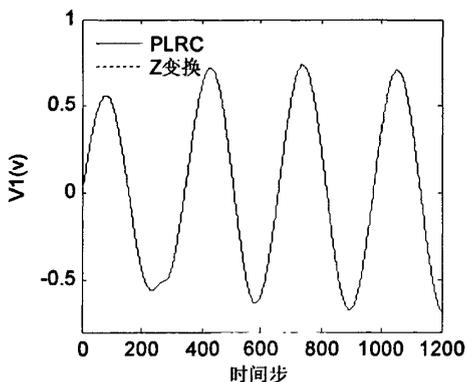


图 6.15 源端电压 (网络 b)

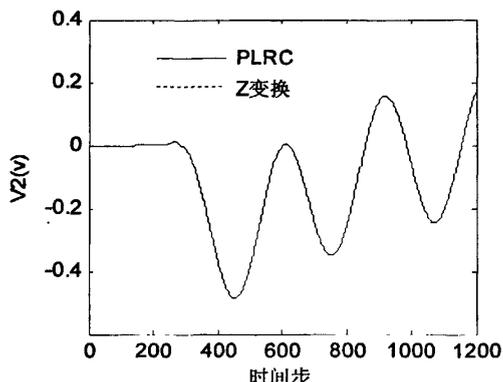


图 6.16 终端负载电压(网络 b)

下面计算一个接有双端口集总网络的微带线。微带线结构如图 6.10 所示。介质板介电常数 $\varepsilon = 2.17$ ，厚度为 0.254mm ；两条导带尺寸完全相同，宽度为 0.79mm ，长度为 4mm ，对应于微带线的特性阻抗为 50Ω 。FDTD 计算时，空间步长取 $\Delta x = 0.079\text{mm}$ ， $\Delta y = 0.1\text{mm}$ 和 $\Delta z = 0.0846\text{mm}$ ，时间步长取 $\Delta t = 0.16\text{ps}$ 。总的计算域为 $60\Delta x \times 105\Delta y \times 30\Delta z$ 。除 $z = 0$ 边界外，其余边界均为 Mur 一阶吸收边界。与上例相同，频率为 20GHz 、幅度为 1V 的正弦电压源激励在电路的一端，电压源内阻为 50Ω ；电路的终端接 50Ω 负载。两种不同的双端口集总网络 a 和 b 分别接在微带电路的中心位置，跨度为 0.5mm ，两种网络的电路图如图 6.11 和图 6.12 所示。进行两次 FDTD 计算，两次计算过程均为 1200 时间步。为了比较，两次计算均取源端和终端负载电压作为输出。

分别利用 PLRC 技术和 Z 变换技术对双端口网络建模，并通过 FDTD 算法对电路进行全波分析。集总网络 a 两端电压的计算结果如图 6.13 和图 6.14 所示，而集总网络 b 两端电压的计算结果如图 6.15 和图 6.16 所示。另外，从图 6.13 至图 6.16 中同样可以看出，两种建模技术得到的计算结果完全相同。

6.5 本章小结

对包含集总器件的微波网络进行全域建模分析，近年来已经成为热门研究领域，一直以来倍受人们关注。而 FDTD 方法是一种简单有效的全域建模时域分析方法，已经在全波分析微波电路领域得到了广泛研究。如何将集总网络引入到 FDTD 的 Yee 网格中，是研究的关键。论文借助分段递推卷积 (PLRC) 技术将任意线性集总负载加载到 Yee 网格中，取得了很好的效果，并将其扩展至多端口网络。这种方法的核心是将网络的 s 域导纳直接变换到时域，再利用分段递推卷积技术 (PLRC) 求得器件电流的迭代表达式，代入到 FDTD 方程中完成电路模拟。为了有效地运用 PLRC 技术，本文提出将集总网络的 s 域导纳写成有理多项式之和的形式。数值结果表明：所提出方法可以有效地分析任意线性集总网络，与 Z 变换法相比，具有相同的精度，但具有存储少许变量的优势。为以后全波时域分析包含集总网络的微波电路提供了又一个有效分析工具。

第七章 有限带宽模型的 FDTD 建模

7.1 引言

第三章介绍的几种扩展 FDTD 算法，都是基于集总器件的等效电路模型，但是，多数情况下生产商只提供有源器件在特定频带内的测量散射参数，实际设计中很难得到有源器件的等效电路模型，因此前面的方法不再适用。而网络参数法可以将器件的网络参数如 S 参数、Y 参数等引入到 FDTD 算法中，但是由于网络参数是从等效电路直接得到，因而是全频带的，对于有限带宽的网络参数，该方法也不再适用。

为了将有限带宽网络 S 参数引入到 FDTD 计算中，传统的方法是将有限带宽的网络参数通过外推技术扩展成全频带，然后再经逆傅立叶转换到时域，最后利用时域卷积技术计算器件电流，带入到 FDTD 迭代中^[53]。这种方法由于用到了卷积技术，必须存储前面所有时刻的场值，增加了计算机负担，而且计算时间越长负担越重。为了减轻这种负担，一些数值算法如 GPOF 技术，必须被用于卷积运算中^[51-52]。另外，由于这种方法直接将频域参数转换为时域数据，而逆傅立叶变换对频域数据非常敏感，即频域内的微小误差将可能引起严重的时域误差。

为了避免传统方法的缺点，本文提出了一种新的引入有限带宽网络 S 参数的方法。首先将测量得到的频域 S 参数转变为 Y 参数，再利用 Vector Fitting 技术^[91-92]将 Y 参数拟合成有理多项式，通过调整多项式的阶数可以得到满意的精度。然后利用三种不同的技术将 Y 参数 s 域多项式写成差分形式，即 PLRC 技术^[88-90]、Z 变换技术^[76-83]或者差分技术。最后将其带入到 Maxwell 方程中的电流项，完成 FDTD 迭代。这种方法的优点在于：1、完全在所需频带内操作，避免了外推技术带来的误差；2、避免了传统方法中繁琐的卷积运算；3、本次迭代只需用到前面几个时刻的场值，不需储存所有时刻的场值，减轻了计算机负担；4、不需知道器件的等效电路。

本章首先简单介绍了 Vector Fitting 拟合方法，然后讨论了将 S 域多项式引入到 FDTD 迭代中的三种方法。最后作为例子计算了两个微波电路，通过与 ADS 仿真结果或者文献中结果比较，验证了提出方法的精度和有效性。

7.2 Vector Fitting 技术

Vector Fitting 是一种有理多项式的拟合技术, 比较几种常用的多项式拟合技术, 该方法具有较好的精度^[93]。利用 Vector Fitting 方法可将一组频域数据拟合成下面有理多项式:

$$Y(s) = \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{s - a_i} + g + sh \quad (7-1)$$

其中, 极点 a_i 、余量 c_i 、 g 和 h 是我们需要拟合的量, 且 g 和 h 是实数, a_i 和 c_i 为实数或者共轭复数。Vector Fitting 方法的主要拟合过程如下^[90-91]:

1、设定一组起始极点 \bar{a}_i , 覆盖所需的频带, 得到一个未知的加权函数 $\sigma(s)$, 并对 $Y(s)$ 引入一个有理近似:

$$\sigma(s) = 1 + \sum_{i=1}^N \frac{\bar{c}_i}{s - \bar{a}_i} \quad (7-2)$$

$$\sigma(s)Y(s) \approx \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{s - \bar{a}_i} + g + sh \quad (7-3)$$

注意上面两式具有相同的极点 \bar{a}_i , $\sigma(s)$ 的零值点就是 $Y(s)$ 的极值点。

2、将(7-2)带入(7-3), 得到

$$\left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{\bar{c}_i}{s - \bar{a}_i}\right) Y(s) \approx \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{s - \bar{a}_i} + g + sh \quad (7-4)$$

将已知的数据 $Y(s_k)$, $k = 1, 2, \dots, m$, 带入上式可得到一个关于未知数 c_i 、 g 、 h 和 \bar{c}_i 的超定线性方程组。对于给定的频率点 s_k , 我们有

$$A_k x = b_k \quad (7-5)$$

其中,

$$A_k = \left[\frac{1}{s_k - \bar{a}_1} \dots \frac{1}{s_k - \bar{a}_N}, 1, s_k, \frac{-Y(s_k)}{s_k - \bar{a}_1} \dots \frac{-Y(s_k)}{s_k - \bar{a}_N} \right] \quad (7-6)$$

$$x = [c_1 \dots c_N, g, h, \bar{c}_1 \dots \bar{c}_N]^T, \quad b_k = Y(s_k)$$

如果极点为共轭复数对, 假设第 i 和 $i+1$ 项构成一组共轭复数, 即

$$\begin{aligned} \bar{a}_i &= \bar{a}' + j\bar{a}'', & \bar{a}_{i+1} &= \bar{a}' - j\bar{a}'' \\ c_i &= c' + jc'', & c_{i+1} &= c' - jc'' \end{aligned} \quad (7-7)$$

修改相应的项 $A_{k,i}$ 和 $A_{k,i+1}$ 为

$$A_{k,i} = \frac{1}{s_k - \bar{a}_i} + \frac{1}{s_k - \bar{a}_i^*}, \quad A_{k,i+1} = \frac{j}{s_k - \bar{a}_i} - \frac{j}{s_k - \bar{a}_i^*} \quad (7-8)$$

这样共轭复数对在未知数向量 x 中的对应项为 c' 和 c'' 。然后, 将(7-5)式分解为实部和虚部, 如下:

$$\begin{bmatrix} A' \\ A'' \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} b' \\ b'' \end{bmatrix} \quad (7-9)$$

最小二乘意义下求解方程组(7-5), 得到加权函数 $\sigma(s)$ 的余量 $\{\bar{c}_i\}$ 。

3、然后求解 $\sigma(s)$ 的零点。 $\sigma(s)$ 的零点可以通过求解下式的本征值得到:

$$H = A - b\tilde{c}^T \quad (7-10)$$

其中:

$$\begin{cases} A = \text{diag}(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_N) \\ b = [1, 1, \dots, 1] \\ \tilde{c}^T = [\bar{c}_1, \bar{c}_2, \dots, \bar{c}_N] \end{cases} \quad (7-11)$$

如果极点为共轭复数对, (7-11)式中对应项修改为:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} \bar{a}' & \bar{a}'' \\ -\bar{a}'' & \bar{a}' \end{bmatrix}, \quad \hat{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{c}^T = [\bar{c}' \quad \bar{c}''] \quad (7-12)$$

4、将得到的零点代替极点 \bar{a}_i 作为新的极点, 重复第 2 步计算过程, 经过几次迭代后即可得到原函数 $Y(s)$ 的极点 a_i 。

5、最后, 根据求得的极点 a_i , 将 $Y(s)$ 数据带入(7-1), 就可得到余量 c_i 、d 和 h。

7.3 散射参数模型的 FDTD 建模

以双端口网络为例, 假设已知网络的有限带宽散射参数。

$$S(\omega) = \begin{bmatrix} s_{11}(\omega) & s_{12}(\omega) \\ s_{21}(\omega) & s_{22}(\omega) \end{bmatrix} \quad \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2 \quad (7-13)$$

为了将网络参数与端口电压和电流联系起来, 我们首先利用(3-30)式将散射参数转变为导纳参数。由导纳矩阵的定义可知, s 域内端口电压和电流关系如下^[102]:

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & Y_{12}(s) \\ Y_{21}(s) & Y_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} \quad (7-14)$$

I_i 和 V_i ($i=1,2$) 分别代表第 i 端口的电压和电流。

然后, 利用 Vector Fitting 技术将全部 Y 参数拟合成为有理式。值得注意的是: 我们可以经过四次拟合得到全部导纳参数的有理多项式, 也可以将导纳参数写成

列向量形式 $Y(s) = [Y_{11}(s), Y_{12}(s), Y_{21}(s), Y_{22}(s)]^T$, 利用同一个加权函数 $\sigma(s)$, 经过一次拟合得到具有相同极点的全部导纳参数有理式。

最后, 将得到的导纳参数有理式引入到 FDTD 算法中。下面我们讨论将具有 (7-1) 形式的 s 域有理式引入到 FDTD 算法中的三种方法, 包括 PLRC 技术、Z 变换技术和差分技术。

假设网络的两个端口分别加在 FDTD 网格中 E_{z1} 和 E_{z2} 的位置。其 FDTD 电场迭代方程如下:

$$\begin{cases} E_{z1}^{n+1} = E_{z1}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon} [\nabla \times \bar{H}]_{z1}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{2\Delta x \Delta y} (I_{z1}^{n+1} + I_{z1}^n) \\ E_{z2}^{n+1} = E_{z2}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon} [\nabla \times \bar{H}]_{z2}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{2\Delta x \Delta y} (I_{z2}^{n+1} + I_{z2}^n) \end{cases} \quad (7-15)$$

7.3.1 PLRC 技术

首先, 将(7-14)式经逆 Laplace 变换到时域, 其时域电流可表示为卷积形式:

$$\begin{cases} I_1(t) = I_{11}(t) + I_{12}(t) = Y_{11}(t) \otimes V_1(t) + Y_{12}(t) \otimes V_2(t) \\ I_2(t) = I_{21}(t) + I_{22}(t) = Y_{21}(t) \otimes V_1(t) + Y_{22}(t) \otimes V_2(t) \end{cases} \quad (7-16)$$

其中, \otimes 表示卷积运算。

然后, 利用第六章中第 6.2 节介绍的 PLRC 技术, 将(7-16)式中的各卷积运算变换成下面递推迭代形式:

$$I_{pq}^{n+1/2} = A_{pq} V_q^{n+1} + B_{pq} V_q^n + I_{pqt}^n, \quad p, q = 1, 2 \quad (7-17)$$

最后, 将(7-17)式代入到(7-15)的电场迭代方程中, 可得到最终的加载端口处的电场迭代式:

$$\begin{bmatrix} E_{z1}^{n+1} \\ E_{z2}^{n+1} \end{bmatrix} = \frac{1}{\alpha} \begin{bmatrix} A_{11} + \varepsilon/\alpha\Delta t & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} + \varepsilon/\alpha\Delta t \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T_1^n \\ T_2^n \end{bmatrix} \quad (7-18)$$

具体的建模过程详见第 6.2.3 小节基于 PLRC 技术多端口网络的 FDTD 建模。

7.3.2 Z 变换技术

首先, 将形如(7-1)式的各 Y 参数有理式, 分别变成下面的有理分式:

$$Y(s) = \frac{\sum_{i=0}^{N+1} \alpha_i s^i}{1 + \sum_{i=1}^N \beta_i s^i} \quad (7-19)$$

然后, 应用双线性变换式:

$$s = \frac{2}{\Delta t} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (7-20)$$

可以将 s 域表达式转换到 z 域, 得到 z 域表达式 $Y(z)$:

$$Y(z) = \frac{\sum_{i=0}^{N+1} \gamma_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^N \zeta_i z^{-i}} \quad (7-21)$$

最后, 利用 Z 变换特性, $z^{n-m} f(z) = f^{n-m}$, 则最终的电流和电场的关系可表示为:

$$I^{n+1} = -\sum_{i=1}^N \zeta_i I^{n-i} + \gamma_0 \Delta z E_z^{n+1} + \Delta z \sum_{i=1}^{N+1} \gamma_i E_z^{n-i} \quad (7-22)$$

将上式代入(7-15)的 FDTD 方程, 即可得到加载端口处的电场迭代式:

$$\begin{bmatrix} E_{z1}^{n+1} \\ E_{z2}^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{c}_0^{(1,1)} + \frac{2\epsilon}{\Delta t} & \bar{c}_0^{(1,2)} \\ \bar{c}_0^{(2,1)} & \bar{c}_0^{(2,2)} + \frac{2\epsilon}{\Delta t} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T_{z1}^n \\ T_{z1}^n \end{bmatrix} \quad (7-23)$$

利用 Z 变换技术在 FDTD 算法中引入双端口网络的方法已经在第 6.3 节中得到了详细介绍。

7.3.3 差分技术

下面详细介绍基于差分技术二端口网络的 FDTD 建模方法。对于二端口网络, 由(7-14)可得:

$$I_p(s) = \sum_{q=1,2} I_{pq}(s) \quad p = 1, 2 \quad (7-24)$$

其中:
$$I_{pq}(s) = Y_{pq}(s) V_q(s) \quad (7-25)$$

将形如(7-1)式的各 Y 参数代入上式可得

$$I_{pq}(s) = Y_{pq}(s) V_q(s) = I_{pq,o}(s) + \sum_{i=1}^{N^{(p,q)}} I_{pq,i}(s) \quad (7-26)$$

其中:
$$I_{pq,i}(s) = \frac{c_i^{(p,q)}}{s - a_i^{(p,q)}} V_q(s) \quad i = 1 \dots N^{(p,q)} \quad (7-27)$$

$$I_{pq,o}(s) = (g^{(p,q)} + sh^{(p,q)}) V_q(s) \quad (7-28)$$

将(7-27)和(7-28)式, 写成一阶微分形式

$$\frac{dI_{pq,i}(t)}{dt} - a_i^{(p,q)} I_{pq,i}(t) = c_i^{(p,q)} V_q(t) \quad (7-29)$$

$$I_{pq,o}(t) = g^{(p,q)} V_q(t) + h^{(p,q)} \frac{dV_q(t)}{dt} \quad (7-30)$$

然后把上面两式写成中心差分形式，(7-29)式的差分形式如下：

$$I_{pq,i}^{n+1} = A_i^{(p,q)} I_{pq,i}^n + B_i^{(p,q)} (V_q^{n+1} + V_q^n) \quad (7-31)$$

其中：

$$A_i^{(p,q)} = \frac{1 + a_i^{(p,q)} \Delta t / 2}{1 - a_i^{(p,q)} \Delta t / 2}, \quad B_i^{(p,q)} = \frac{c_i^{(p,q)} \Delta t / 2}{1 - a_i^{(p,q)} \Delta t / 2}.$$

$c_i^{(p,q)}$ 和 $a_i^{(p,q)}$ 可能为实数或者共轭复数，假设 $i = 1 \dots N_1^{(p,q)}$ 时 $c_i^{(p,q)}$ 和 $a_i^{(p,q)}$ 为实数，其余的 $c_i^{(p,q)}$ 和 $a_i^{(p,q)}$ 均为 $N_2^{(p,q)}$ 个共轭复数对，则

$$N^{(p,q)} = N_1^{(p,q)} + 2N_2^{(p,q)} \quad (7-32)$$

当 $c_i^{(p,q)}$ 和 $a_i^{(p,q)}$ 为实数时，其中心差分格式同(7-31)。当 $c_i^{(p,q)}$ 和 $a_i^{(p,q)}$ 为复数时，假设 $c_k^{(p,q)}$ 和 $c_{k+1}^{(p,q)}$ ， $a_k^{(p,q)}$ 和 $a_{k+1}^{(p,q)}$ 为共轭复数。可以证明 $I_{pq,k}^{n+1}$ 和 $I_{pq,k+1}^{n+1}$ 共轭，所以可得

$$I_{pq,k}^{n+1} + I_{pq,k+1}^{n+1} = 2 \operatorname{Re} \{ I_{pq,k}^{n+1} \} \quad (7-33)$$

(7-30)式的中心差分形式如下：

$$I_{pq,o}^{n+1} = -I_{pq,o}^n + C^{(p,q)} V_q^{n+1} + D^{(p,q)} V_q^n \quad (7-34)$$

其中：

$$C^{(p,q)} = g^{(p,q)} + 2h^{(p,q)} / \Delta t$$

$$D^{(p,q)} = g^{(p,q)} - 2h^{(p,q)} / \Delta t$$

利用关系式 $V_q^n = \Delta z E_{zq}^n$ ，最终我们可以得到 $n+1$ 时刻电流与电场的表达式：

$$I_{pq}^{n+1} = I_{pq,o}^{n+1} + \sum_{i=1}^{N^{(p,q)}} I_{pq,i}^{n+1} = W_{pq}^n + Q_1^{(p,q)} E_{zq}^{n+1} + Q_2^{(p,q)} E_{zq}^n \quad (7-35)$$

其中：

$$W_{pq}^n = -I_{pq,o}^n + \sum_{i=1}^{N_1^{(p,q)}} A_i^{(p,q)} I_{pq,i}^n + 2 \sum_{i=N_1^{(p,q)}+1}^{N_1^{(p,q)}+N_2^{(p,q)}} \operatorname{Re} \{ A_i^{(p,q)} I_{pq,i}^n \}$$

$$Q_1^{(p,q)} = \left(C^{(p,q)} + \sum_{i=1}^{N_1^{(p,q)}} B_i^{(p,q)} + 2 \sum_{i=N_1^{(p,q)}+1}^{N_1^{(p,q)}+N_2^{(p,q)}} \operatorname{Re} \{ B_i^{(p,q)} \} \right) \Delta z$$

$$Q_2^{(p,q)} = \left(D^{(p,q)} + \sum_{i=1}^{N_1^{(p,q)}} B_i^{(p,q)} + 2 \sum_{i=N_1^{(p,q)}+1}^{N_1^{(p,q)}+N_2^{(p,q)}} \operatorname{Re} \{ B_i^{(p,q)} \} \right) \Delta z$$

最后，将(7-35)式代入到(7-15)式，可得加载两端口处的电场 FDTD 迭代式：

$$\begin{bmatrix} E_{z1}^{n+1} \\ E_{z2}^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + r_o Q_1^{(1,1)} & r_o Q_1^{(1,2)} \\ r_o Q_1^{(2,1)} & 1 + r_o Q_1^{(2,2)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T_{z1}^n \\ T_{z2}^n \end{bmatrix} \quad (7-36)$$

其中：
$$T_{z1}^n = (1 - r_o Q_2^{(1,1)}) E_{z1}^n - r_o Q_2^{(1,2)} E_{z2}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon} (\nabla \times \vec{H})_{z1}^{n+\frac{1}{2}} - r_o \sum_{q=1,2} (I_{1q}^n + W_{1q}^n)$$

$$T_{z1}^n = -r_o Q_2^{(2,1)} E_{z1}^n + (1 - r_o Q_2^{(2,2)}) E_{z2}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon} (\nabla \times \vec{H})_{z2}^{n+\frac{1}{2}} - r_o \sum_{q=1,2} (I_{2q}^n + W_{2q}^n)$$

然后将上式带入 FDTD 算法中，即可完成器件有限带宽模型的 FDTD 建模。

以上三种方法都是直接在频域内将导纳参数数据拟合成有理式，避免了传统方法中利用逆傅立叶变换技术将频域数据直接变换到时域时引起的误差。而且可以通过调整有理式的阶数达到满意的精度。最后，总结了器件有限带宽模型 FDTD 建模的流程，如图 7.1 所示。

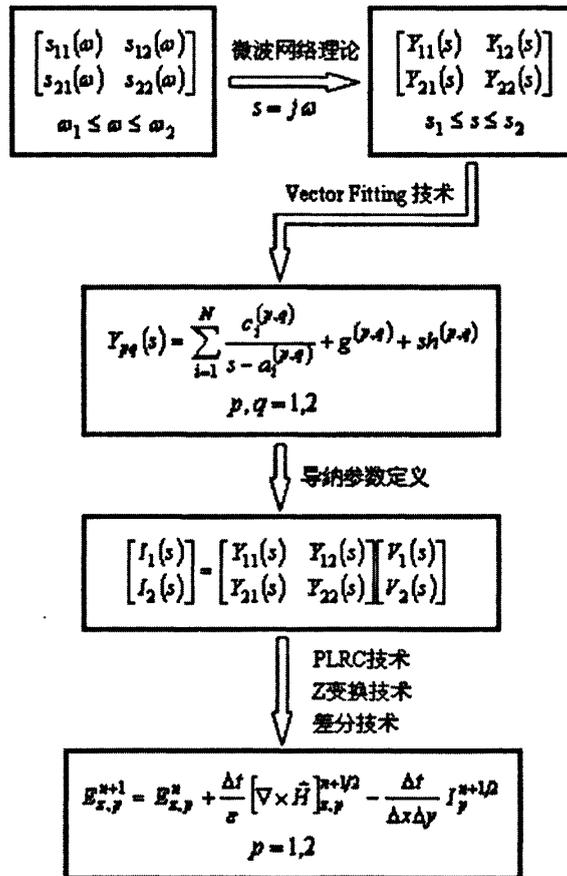


图 7.1 有限带宽模型的 FDTD 建模流程图

7.4 计算实例

为了验证本文方法的有效性, 利用以上方法分析了两个微波电路。算例中已知器件有限带宽的散射参数数据。由第六章可知 PLRC 技术和 Z 变换技术具有相同的精度, 因此这里只采用 Z 变换技术和差分技术进行计算比较。

7.4.1 简单微带电路

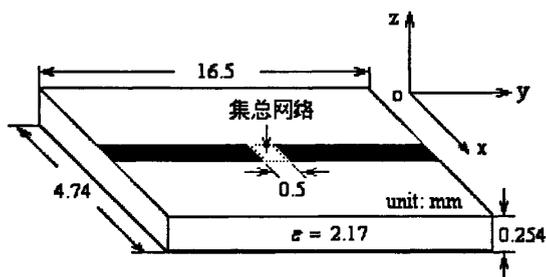


图 7.2 包含双端口集总网络的微带电路结构图

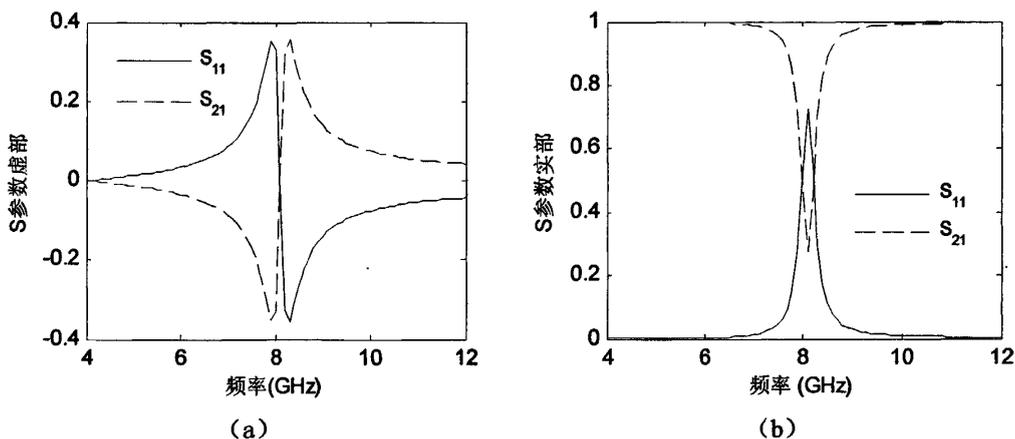


图 7.3 集总网络的散射参数 (a) 实部 (b) 虚部

微带电路结构和尺寸如图 7.2 所示。微带线的两条导带等长, 且宽度均为 0.79mm , 其特性阻抗为 50Ω 。FDTD 计算时, 空间步长为 $\Delta x = 0.079\text{mm}$ 、 $\Delta y = 0.1\text{mm}$ 和 $\Delta z = 0.0846\text{mm}$, 时间步长为 $\Delta t = 0.16\text{ps}$ 。一个集总对称互易网络接在两条导带之间。集总网络的 S 参数数据如图 7.3 所示, 图中只给了两条 S 参数曲线, 由于网络是对称互易的, 所以 $S_{11} = S_{22}$ 、 $S_{12} = S_{21}$ 。

首先将集总网络的 S 参数转化为 Y 参数数据, 利用 Vector Fitting 技术拟合出各 Y 参数有理式。取有理式的最高阶数 $N = 4$ 。由于 Y 参数的频带范围为

4~12GHz，所以在拟合过程中起始极点可定为 (4e9, 6.67e9, 9.33e9, 12e9)。拟合得到的有理式系数带入本文差分法和 Z 变换法中，就可以完成集总网络的迭代计算。利用两种方法求得的电路 S21 参数结果如图 7.4 所示，与 ADS 软件仿真结果比较可以看出，本文方法得到的结果与 ADS 仿真结果吻合较好，而且差分法和 Z 变换法具有相同的精度。

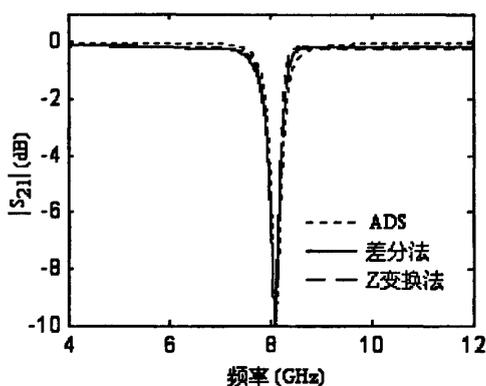


图 7.4 微带电路 S21 参数

7.4.2 微波 FET 放大器电路

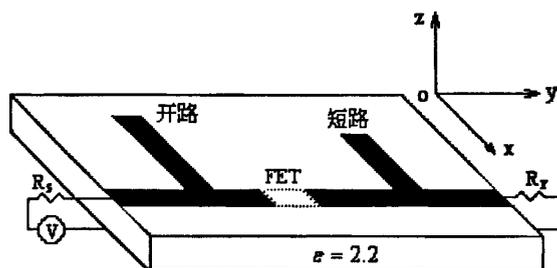


图 7.5 微波 FET 放大器结构图

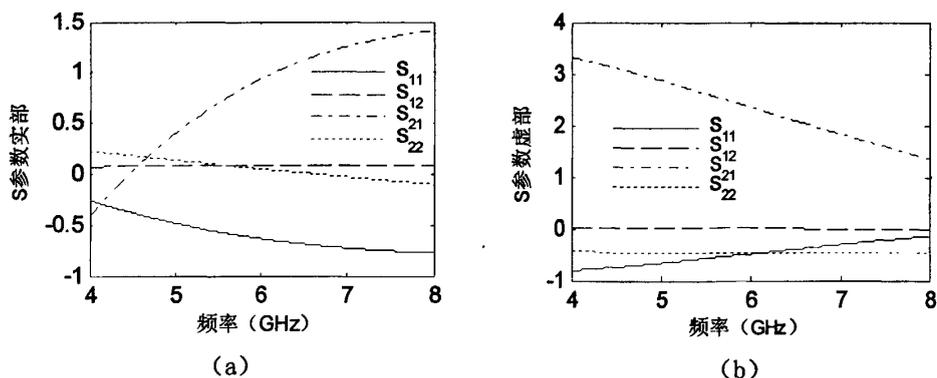


图 7.6 FET 散射参数 (a) 实部 (b) 虚部

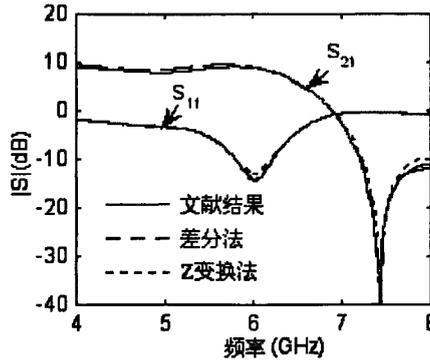


图 7.7 微波放大器 S 参数

放大器的结构如图 7.5 所示, 结构尺寸及原始计算结果参见文献^[37]。这里 FDTD 计算域为 $44\Delta x \times 102\Delta y \times 15\Delta z$, 其中空间步长 $\Delta x = 0.4\text{mm}$ 、 $\Delta y = 0.4\text{mm}$ 、 $\Delta z = 0.265\text{mm}$, 时间步长 $\Delta t = 0.6\text{ps}$ 。1 端口接电阻性电压源, 2 端口接匹配负载, $R_s = R_L = 50\Omega$ 。放大器包含一个集总元件 FET 和两个 T 型微带。集总元件 FET 的 S 参数实部和虚部如图 7.6 所示。把 S 参数转化为 Y 参数, 再将 Y 参数写成列向量形式 $[Y_{11}(s), Y_{12}(s), Y_{21}(s), Y_{22}(s)]$, 利用 Vector Fitting 拟合方法, 令 $h = 0$, 取最高阶数 $N = 4$, 起始极点设为 $(4e9, 5.33e9, 6.67e9, 8e9)$, 一次计算得到具有相同极点的各 Y 参数有理多项式。

利用本文提出的差分法或者 Z 变换法, 将 Y 参数有理多项式引入到 FDTD 迭代中, 得到的放大器 S 参数计算结果如图 7.7 所示, 其中长虚线和短虚线分别为差分法和 Z 变换法计算结果, 与文献^[37]中的结果 (实线) 比较, 可以看出本文方法得到的 S_{11} 和 S_{21} 参数曲线均与文献^[37]中结果吻合良好, 验证了本文引入有限带宽网络 S 参数方法的精度和有效性。

7.5 本章小结

扩展 FDTD 算法可以有效地将集总器件的电路模型引入到 FDTD 算法中, 但是, 实际工程应用的集总电子器件的等效电路往往不易获得, 大多情况下生产商只提供集总器件在特定偏置下有限频带内的网络 S 参数, 因此成功地将器件有限带宽网络参数模型引入 FDTD 算法中, 将为微波电子线路的设计带来方便, 具有很好的实用价值。本章提出了三种将器件的有限带宽网络 S 参数引入到 FDTD 中的新方法, 首先将测量得到的 S 参数转化为 Y 参数, 再利用 Vector Fitting 技术将 Y 参数转化为 s 域有理式, 然后通过 PLRC 技术、Z 变换技术或者差分技术将 s 域有理式转变成离散域的迭代形式, 代入到扩展 FDTD 算法中, 完成有源电路的时域模拟。和传统方法相比, 本文方法避免了繁琐的卷积运算, 提高了计算效率。

第八章 高功率脉冲照射微波电路的 FDTD 建模

8.1 引言

研究散射体对电磁脉冲的响应是电磁散射问题的一个重要方面^[6],其中对核爆炸产生的高压电磁脉冲如何透入各种军事设备破坏其内部电子设备,人们一直怀着浓厚的兴趣。而微波电路由于具有尺寸小重量轻等优点,在近代许多电子设备中得到了较广泛地应用。这种电路对于外界电磁干扰是很灵敏的,尤其是在高功率脉冲的照射环境下,在电路表面感应出电流和电荷,这种感应电流可能导致微波电路工作紊乱、失效,甚至损坏各种电子元器件。因此利用数值法探讨电路的失效机理以及如何加以防治将很有实用意义。

由于电磁脉冲对电路的电磁干扰和电磁耦合具有多种途径,因此为了全面精确地考察这类电磁问题,必须对电路进行全波分析。但是,现有的电磁场全波分析软件如 HFSS^[17],仅适合于分析无源电路或结构,不能有效地分析有源电路;而常用的分析电路的软件如 ADS^[20],在分析微波有源电路时,对分布元件采用其等效电路模型,不能对电路进行全域建模,而且也不能在电路周围引入电磁脉冲。因此必须寻找更有效的数值方法,即可以对电路中的无源器件全域建模又可以在电路中引入有源器件,全波分析这类电磁干扰问题。

近年来 FDTD 算法在电磁兼容预测领域和电路模拟计算中起着重要的作用,取得了大量成果^[23-26]。然而,现有的研究成果多是关于电磁脉冲对无源结构或无源器件的电磁耦合或干扰问题,有关高功率电磁脉冲对有源器件特别是微波有源电路的影响问题还没有涉及。

本章初步探讨了利用 FDTD 算法对高功率电磁脉冲影响下的微波电路进行全波时域分析,介绍了 FDTD 算法分析这类问题的电磁建模过程,并通过分析两个算例,有效地得到了电磁脉冲对微波电路的干扰效应,显示了 FDTD 算法研究这类问题的有效性。

8.2 FDTD 主要建模步骤

本节详细地介绍了 FDTD 法分析这类电磁干扰问题的建模过程,主要包括区域划分、入射波引入、吸收边界等。

8.2.1 网格区域划分

高功率脉冲源一般应在无穷远处，是具有特定传播和极化方向的平面电磁波。这类脉冲照射微波电路问题，其实是研究平面电磁波与物体的相互作用，我们可以仿照散射问题的处理方法^[14-16]，把计算网格区域分为总场区和散射场区，总场、散射场交界面处用连接条件进行处理，PML 吸收边界作用于散射场区外边界，在连接边界处引入高功率脉冲平面波，而微波电路位于总场区内，如图 8.1 所示。

和散射问题不同之处在于：处理散射问题时，为了得到散射体的散射特性，必须精确地知道散射场内的全部信息，所以为了减小吸收边界对散射场的影响，散射场区必须占据相当大的网格空间。而处理高功率脉冲照射电路问题时，我们的目标是得到电路的失效机理，关心的是电路中的电流电压响应，而散射区内的信息已不再重要，所以可以适当的减小散射区网格空间。

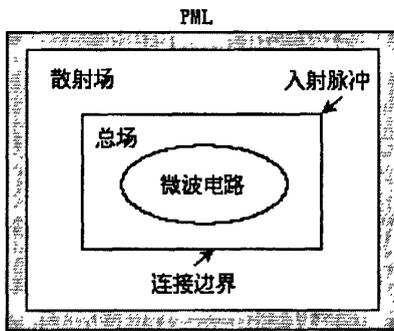


图 8.1 计算区域划分示意图

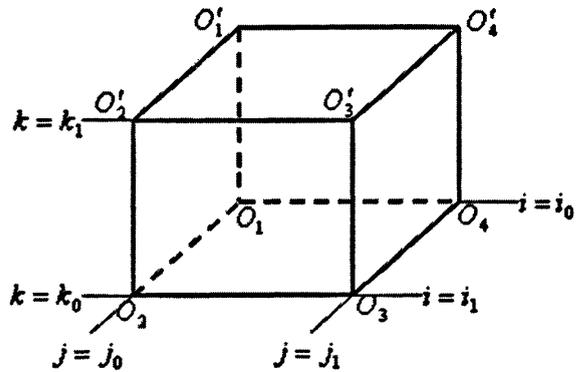


图 8.2 三维网格空间中的连接边界

8.2.2 高功率脉冲的引入

总场区中的所有网格点是用 Maxwell 方程的差分格式计算总场，因而计算机中只存储总场区中每一网格点在上一时间步所计算的总场值。同样在散射场区，计算机只存储该区域每一网格点在上一时间步所计算的散射场值。而在计算总场区边界点上的总场时需要属于散射场区边界网格点的总场值。类似地，在计算散射场区边界点上的散射场时需要属于总场区边界网格点的散射场值，这些值在计算中并不存在。为了解决这一问题，总场区和散射场区交接面处各网格点场的计算需要特别对待。我们把这些边界点场的特殊计算关系称为连接条件。

1. 电场分量的连接条件

对直角坐标的三维网格空间，总场区和散射场区的连接边界由六个坐标平面组成，如图 8.2 所示。以连接边界 $j = j_0$ 和 $j = j_1$ 两个面为例，在连接边界面上各场

分量的位置示于图 8.3。很显然，处于 $j = j_0$ 和 $j = j_1$ 两个面的电场是 E_x 和 E_z 两个分量，它们在两个面上的位置是相同的。

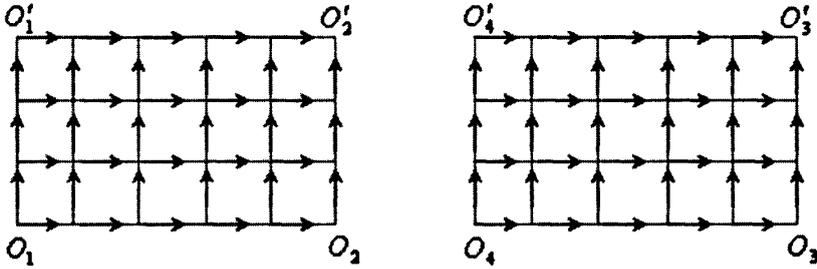


图 8.3 连接边界 $j = j_0$ 和 $j = j_1$ 两面上 $E_x(\rightarrow)$ 和 $E_z(\uparrow)$ 的位置

如果把上述边界归于总场区，则对它们的计算要用到属于散射区的磁场分量的值。我们可以适当地增加和减去相应分量地入射场值，得到完整地迭代公式，即连接条件。设激励连接面位于 $z = k_0 \Delta z$ 处，则连接平面上，电场的连接条件如下：

$$E_{i,x}^{n+1}\left(i + \frac{1}{2}, j, k_0\right) = E_{i,x}^n\left(i + \frac{1}{2}, j, k_0\right) + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta z} H_{in,y}^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k_0 - \frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left\{ \frac{H_{t,z}^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k_0\right) - H_{t,z}^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k_0\right)}{\Delta y} + \frac{H_{t,y}^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k_0 - \frac{1}{2}\right) - H_{t,y}^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k_0 + \frac{1}{2}\right)}{\Delta z} \right\} \quad (8-1)$$

$$E_{i,y}^{n+1}\left(i, j + \frac{1}{2}, k_0\right) = E_{i,y}^n\left(i, j + \frac{1}{2}, k_0\right) - \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta z} H_{in,x}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k_0 - \frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left\{ \frac{H_{t,x}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k_0 + \frac{1}{2}\right) - H_{t,x}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j - \frac{1}{2}, k_0 - \frac{1}{2}\right)}{\Delta z} + \frac{H_{t,z}^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k_0\right) - H_{t,z}^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k_0\right)}{\Delta x} \right\} \quad (8-2)$$

其中，下标“ t ”，“ s ”，“ in ”分别表示“总场”，“散射场”，“入射场”。类似地，我们可以得到其它边界面上电场分量满足的连接条件。在连接边界的十二个棱边上电场的计算要涉及到散射场的两个磁场分量，因此它们的连接条件略有不同。这里给出图中 $O_1 O_2$ 边的 E_x 分量的连接条件。

$$\begin{aligned}
E_{i,x}^{n+1}(i+\frac{1}{2}, j, k_0) &= E_{i,x}^n(i+\frac{1}{2}, j, k_0) \\
&+ \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta z} H_{i,y}^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j, k_0 - \frac{1}{2}) - \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta y} H_{i,z}^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j_0 - \frac{1}{2}, k_0) \quad (8-3) \\
&+ \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left\{ \frac{H_{i,z}^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k_0) - H_{i,z}^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}, k_0)}{\Delta y} + \right. \\
&\quad \left. \frac{H_{i,y}^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j, k_0 - \frac{1}{2}) - H_{i,y}^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}, k_0 + \frac{1}{2})}{\Delta z} \right\}
\end{aligned}$$

2. 磁场分量的连接条件

虽然处于连接边界上的磁场分量只由同场区的电场决定,但在边界外半空间步网格点上磁场分量的计算却遇到边界上电场所遇到的同样问题。在这些地方仍然需要使用连接条件。磁场连接条件的导出和电场的情形类似。采用同样的记述方法,可得到如下连接条件,仍以 $z = k_0 \Delta z$ 面处为例,在连接面向下半个步长的网格点上。

$$\begin{aligned}
H_{s,x}^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k_0 - \frac{1}{2}) &= H_{s,x}^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k_0 - \frac{1}{2}) - \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} E_{i,y}^n(i, j+\frac{1}{2}, k_0) \\
&+ \frac{\Delta t}{\mu} \left\{ \frac{E_{i,y}^n(i, j+\frac{1}{2}, k_0) - E_{s,y}^n(i, j+\frac{1}{2}, k_0 - 1)}{\Delta z} + \right. \quad (8-4) \\
&\quad \left. \frac{E_{s,z}^n(i, j, k_0 - \frac{1}{2}) - E_{s,z}^n(i, j+1, k_0 - \frac{1}{2})}{\Delta y} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_{s,y}^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j, k_0 - \frac{1}{2}) &= H_{s,y}^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j, k_0 - \frac{1}{2}) + \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} E_{i,x}^n(i+\frac{1}{2}, j, k_0) \\
&+ \frac{\Delta t}{\mu} \left\{ \frac{E_{s,z}^n(i+1, j, k_0 - \frac{1}{2}) - E_{s,z}^n(i, j, k_0 - \frac{1}{2})}{\Delta x} + \right. \quad (8-5) \\
&\quad \left. \frac{E_{s,x}^n(i+\frac{1}{2}, j, k_0 - 1) - E_{i,x}^n(i+\frac{1}{2}, j, k_0)}{\Delta z} \right\}
\end{aligned}$$

3. 入射平面波的设置与计算

由前面的讨论可知,为要把网格空间划分为总场区和散射场区,两区交界面上及其领域的电磁场必须由连接条件进行计算,这些条件中包括交界面上及其领域的入射电磁场。从另一方面看,入射电磁场正是通过连接条件引入到总场区。为了完成连接条件,也是为了把入射平面波设置到计算网格空间中,必须给出入射平面波在网格空间中的表示和计算方法,下面我们分别加以说明。

一个平面波的主要参量是它的波矢量和极化方向以及随时间的变化规律。为了使计算方法有尽量广泛的适用性，应尽量把入射平面波设置为一般的情况。若入射波的时间波形为任意的时间变量函数 $g(t)$ ，则一般地有

$$E_i(n\Delta t) = E_0 g(n\Delta t) \quad (8-6)$$

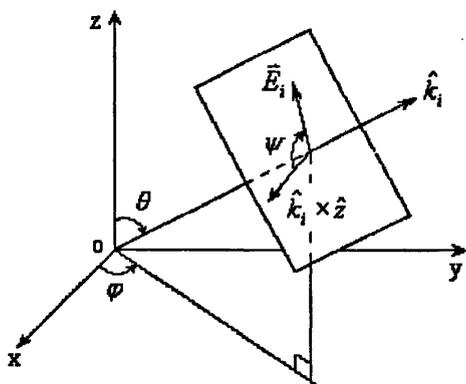


图 8.4 入射脉冲的表示法

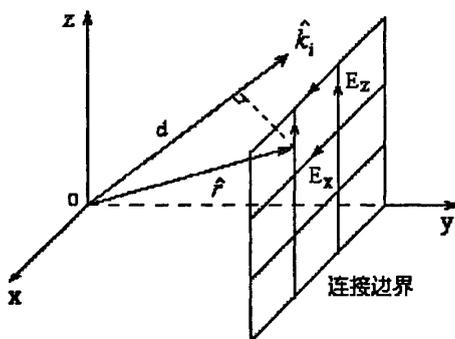


图 8.5 平面波的引入

如果考虑的入射平面波波矢的单位矢量为 \hat{k}_i ，它的方向可用球坐标表示出来。如图 8.4 所示。设 \hat{k}_i 与 z 轴正向的夹角为 θ ($0^\circ < \theta < 180^\circ$)，与 x 轴正向夹角为 φ ($0^\circ < \varphi \leq 360^\circ$)，为了标示入射平面波的极化方向，在等相面上规定一个参考矢量 $\hat{k}_i \times \hat{z}$ ，其中 \hat{z} 为 z 坐标的单位矢量。设入射平面波的电场矢量与参考矢量 $\hat{k}_i \times \hat{z}$ 之间的夹角为 ψ ，当 $\theta = 0^\circ$ 和 $\theta = 180^\circ$ 时，这种表示方法失效，这时就可以直接用 φ 表示极化方向。

对于直角坐标中的三维网格空间（如图 8.2 所示），当标志入射平面波传播方向的角度 θ 和 φ 取其所有可能值时，入射平面波的波前首先到达连接边界的点共有八个，它们是连接边界所围立方体的八个角点。为了计算入射平面波，需要知道参与计算的各网格点相对于参考原点的滞后距离 d ，对不同入射方向的入射平面波应取适当的连接边界顶点作为参考原点。若用 \hat{r} 表示以网格空间步长为单位的参考原点到所求点的矢径，如图 8.5 所示，则显然有

$$d = \hat{k}_i \cdot \hat{r} \quad (8-7)$$

$$\text{在三维空间中 } \hat{k}_i \text{ 应表示为 } \hat{k}_i = (\sin\theta \cos\varphi, \sin\theta \sin\varphi, \cos\theta) \quad (8-8)$$

\hat{r} 仍表示为从参考原点到所求点 (i_c, j_c, k_c) 的矢径。

当 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 时，图上的 O_1 、 O_2 、 O_3 和 O_4 有可能首先与入射平面波的波前相遇，究竟哪个点最先与入射波的波前相遇并选作参考原点，决定于 φ 的取值范围。

当 $0^\circ < \varphi \leq 90^\circ$ 时，选 O_1 作为参考原点，此时

$$\hat{r} = (i_c - i_0, j_c - j_0, k_c - k_0) \quad (8-9a)$$

当 $90^\circ < \varphi \leq 180^\circ$ 时, 选 O_2 作为参考原点, 此时

$$\hat{r} = (i_c - i_1, j_c - j_0, k_c - k_0) \quad (8-9b)$$

当 $180^\circ < \varphi \leq 270^\circ$ 时, 选 O_3 作为参考原点, 此时

$$\hat{r} = (i_c - i_1, j_c - j_1, k_c - k_0) \quad (8-9c)$$

当 $270^\circ < \varphi \leq 360^\circ$ 时, 选 O_4 作为参考原点, 此时

$$\hat{r} = (i_c - i_0, j_c - j_1, k_c - k_0) \quad (8-9d)$$

当 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ 时, 选择图上的 O'_1 , O'_2 , O'_3 和 O'_4 中的某一点作为参考原点, 由 φ 的取值范围来决定。

当 $0^\circ < \varphi \leq 90^\circ$ 时, 选 O'_1 作为参考原点, 此时

$$\hat{r} = (i_c - i_0, j_c - j_0, k_c - k_1) \quad (8-10a)$$

当 $90^\circ < \varphi \leq 180^\circ$ 时, 选 O'_2 作为参考原点, 此时

$$\hat{r} = (i_c - i_1, j_c - j_0, k_c - k_1) \quad (8-10b)$$

当 $180^\circ < \varphi \leq 270^\circ$ 时, 选 O'_3 作为参考原点, 此时

$$\hat{r} = (i_c - i_1, j_c - j_1, k_c - k_1) \quad (8-10c)$$

当 $270^\circ < \varphi \leq 360^\circ$ 时, 选 O'_4 作为参考原点, 此时

$$\hat{r} = (i_c - i_0, j_c - j_1, k_c - k_1) \quad (8-10d)$$

4. 入射平面波的计算格式

由于平面波的特点, 处于同一等相面上各点的场是相同的, 故只要求得了某一网格点的 d 值, 就很容易求得该点入射波的场值, 因为它就等于参考原点平面波沿入射方向传播距离 d 的结果。这样入射平面波可按一维问题来进行计算, 比起直接计算各点的入射波可大大减少计算量。

考虑平面波是在自由空间中传播, 其电场为 E_i , 磁场为 H_i , 则 E_i 和 H_i 可在一维空间单独进行计算。假设空间步长均为 Δs , 时间步长为 Δt 。则一维平面电磁波的差分格式如下

$$\begin{cases} E_i^{n+1}(m) = E_i^n(m) + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta s} \left[H_i^{n+1/2}(m - \frac{1}{2}) - H_i^{n+1/2}(m + \frac{1}{2}) \right] \\ H_i^{n+1/2}(m + \frac{1}{2}) = H_i^{n-1/2}(m + \frac{1}{2}) + \frac{\Delta t}{\mu \Delta s} [E_i^n(m) - E_i^n(m+1)] \end{cases} \quad (8-11)$$

其中 m 为一维网格数。一般波源设在参考原点外, 若参考原点在一维坐标中的网

格数记作 m_0 ，而波源置于 $m_0 - 2$ ，则源可设置为

$$E_i^n(m_0 - 2) = E_0 g(n\Delta t) \quad (8-12)$$

按式(8-11)计算的场是相隔一个网格长度 Δs 的网格点上的平面波，但 d 不总是 Δs 的整数倍，故有时所需要的入射波不在式(8-11)的计算之中，这样就要求出距参考原点 d 距离处入射波的近似值。如果采用直接插值近似，并用 $E_i(d)$ 和 $H_i(d)$ 表示距原点 d 处入射波的电场和磁场，则有

$$\begin{cases} E_i(d) = [d - \text{Int}(d)]E_i(m_0 + \text{Int}(d) + 1) \\ \quad + \{1 - [d - \text{Int}(d)]\}E_i(m_0 + \text{Int}(d)) \\ H_i(d) = [d' - \text{Int}(d')]H_i(m_0 - 0.5 + \text{Int}(d') + 1) \\ \quad + \{1 - [d' - \text{Int}(d')]\}H_i(m_0 - 0.5 + \text{Int}(d')) \end{cases} \quad (8-13)$$

其中 Int 表示取整， $d' = d + 0.5$ 。

以上的计算只求得入射平面波总得电场和磁场，而在连接边界中需要得是各分量得场值，因此需要把总场按坐标系进行分解，即

$$\begin{cases} E_{xi}(d) = E_i(d) \cdot (\cos\psi \sin\varphi - \sin\psi \cos\theta \cos\varphi) \\ E_{yi}(d) = E_i(d) \cdot (-\cos\psi \cos\varphi - \sin\psi \cos\theta \sin\varphi) \\ E_{zi}(d) = E_i(d) \cdot (\sin\psi \sin\theta) \end{cases} \quad (8-14)$$

$$\begin{cases} H_{xi}(d) = H_i(d) \cdot (\sin\psi \sin\varphi + \cos\psi \cos\theta \cos\varphi) \\ H_{yi}(d) = H_i(d) \cdot (-\sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \cos\theta \sin\varphi) \\ H_{zi}(d) = H_i(d) \cdot (-\cos\psi \sin\theta) \end{cases} \quad (8-15)$$

把由以上方法求得的入射波参与连接条件的计算，即保证了总场区与散射场区的划分，又将平面波按照所需要的波形及入射和极化方向设置，使之在总场区中按给定的规律传播，并与设置在总场区中的物体发生作用。

8.2.3 UPML 吸收边界条件

由于我们所考察问题的入射脉冲具有很高功率，因此 FDTD 建模时对吸收边界的要求很高，否则将有较大能量反射进入总场区，影响微波电路，对我们的分析带来误差。而到目前为止吸收效果最好的是理想匹配层 (PML) 吸收边界^[95-98]。

理想匹配层吸收边界条件首先由 Berenger 在 1994 年提出^[95]。它是以拆分电场强度和磁场强度为基础的。后来 Gedney 在前人工作的基础上^[97]，提出了单轴各向异性 PML 吸收边界条件，简称 UPML。UPML 不需要拆分电磁场，具有实际物理意义，而且它不仅能够吸收传输模，也能够同时吸收凋落模。

设单轴各向异性媒质的介电常数和磁导率为：

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \epsilon_0 \epsilon_r \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix} \quad \bar{\bar{\mu}} = \mu_0 \mu_r \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix} \quad (8-16)$$

已经证明：当一平面波入射由上式描述的单轴各向异性媒质时，如果 $a = c = b^{-1} = d^{-1}$ ，则平面波将无反射地进入该单轴各向异性媒质。这一条件不随入射角、极化、频率的变化而变化。为了有效的截断边界让该单轴媒质是高损耗的，这样电磁波将无反射地进入该媒质并且迅速的衰减，由于损耗很大，我们在该媒质的最外面可以用理想导体截断，所产生的反射场将微乎其微。于是我们可以取 $a = \zeta_z + \sigma_z / j\omega\epsilon_0$ （这里假设媒质和模拟内部空间的分界面为 $z = 0$ 平面，其它分界面与此相同）。其中 $\zeta_z \geq 1$ ，取值大于 1 时可以加速凋落模的衰减。

在角域 UPML 中的 FDTD 差分格式比较复杂，特别是在三维的情况下仿真区域需要在 6 个边界面上截断，角域的计算不能一步来完成。下面以有耗平面波入射到单轴媒质中角域的差分格式来说明 UPML 中的 FDTD 差分格式。而面或楞边上 UPML 的 FDTD 差分格式可以类似较为简单地获得。

单轴各向异性媒质中的 Maxwell 方程可写为：

$$\begin{cases} \nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon_0 \epsilon_r \bar{\bar{\epsilon}} \cdot \bar{E} \\ \nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu_0 \mu_r \bar{\bar{\mu}} \cdot \bar{H} \end{cases} \quad (8-17)$$

其中， $\bar{\bar{\epsilon}}$ ， $\bar{\bar{\mu}}$ 为张量

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \bar{\bar{\mu}} = \begin{bmatrix} \frac{s_y s_z}{s_x} & 0 & 0 \\ s_x & \frac{s_x s_z}{s_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s_x s_y}{s_z} \end{bmatrix} \quad (8-18)$$

$$s_i = \zeta_i + \frac{\sigma_i}{j\omega\epsilon_0}, \quad i = x, y, z \quad (8-19)$$

以 Ampere 定律为例，其矩阵形式可写为：

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{bmatrix} = j\omega\epsilon \begin{bmatrix} \frac{s_y s_z}{s_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s_x s_z}{s_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s_x s_y}{s_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (8-20)$$

其中， $\bar{\bar{\epsilon}} = \epsilon_0 \bar{\bar{\epsilon}}_r$ ，令

$$D_x = \varepsilon \frac{s_z}{s_x} E_x, \quad D_y = \varepsilon \frac{s_x}{s_y} E_y, \quad D_z = \varepsilon \frac{s_y}{s_z} E_z \quad (8-21)$$

式(8-19)可写为

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} s_y & 0 & 0 \\ 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & s_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} \quad (8-22)$$

把(8-19)式代入(8-22)式, 同时应用逆傅立叶变换式 $j\omega f(\omega) \rightarrow (\partial/\partial t)f(t)$, 可得

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \zeta_y & 0 & 0 \\ 0 & \zeta_z & 0 \\ 0 & 0 & \zeta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} + \frac{1}{\varepsilon} \begin{bmatrix} \sigma_y & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} \quad (8-23)$$

以 D_x 为例, 其 FDTD 离散格式为

$$D_x \Big|_{i+1/2,j,k}^{n+1} = \left(\frac{2\varepsilon\zeta_y - \sigma_y\Delta t}{2\varepsilon\zeta_y + \sigma_y\Delta t} \right) D_x \Big|_{i+1/2,j,k}^n + \left(\frac{2\varepsilon\Delta t}{2\varepsilon\zeta_y + \sigma_y\Delta t} \right) \left(\frac{H_z \Big|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_z \Big|_{i+1/2,j-1/2,k}^{n+1/2}}{\Delta y} - \frac{H_y \Big|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} - H_y \Big|_{i+1/2,j,k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} \right) \quad (8-24)$$

下面考虑(2-21)中的第一式

$$(\zeta_x + \frac{\sigma_x}{j\omega\varepsilon_0})D_x = \varepsilon(\zeta_z + \frac{\sigma_z}{j\omega\varepsilon_0})E_x \quad (8-25)$$

将上式转化到频域, 得到

$$\frac{\partial}{\partial t}(\zeta_x D_x) + \frac{\sigma_x}{\varepsilon} D_x = \varepsilon \left[\frac{\partial}{\partial t}(\zeta_z E_x) + \frac{\sigma_z}{\varepsilon} E_x \right] \quad (8-26)$$

利用中心差分法得到近似时间导数, 再在时间上取平均, 将得到一下二阶差分的精确表达式:

$$E_x \Big|_{i+1/2,j,k}^{n+1} = \left(\frac{2\varepsilon\zeta_z - \sigma_z\Delta t}{2\varepsilon\zeta_z + \sigma_z\Delta t} \right) E_x \Big|_{i+1/2,j,k}^n + \frac{1}{(2\varepsilon\zeta_z + \sigma_z\Delta t)\varepsilon} \left[(2\varepsilon\zeta_x + \sigma_x\Delta t)D_x \Big|_{i+1/2,j,k}^{n+1} - (2\varepsilon\zeta_x - \sigma_x\Delta t)D_x \Big|_{i+1/2,j,k}^n \right] \quad (8-27)$$

同理, 可以得到其它的电场和磁场差分格式。

8.3 应用实例

为了验证以上模拟方法的可行性和正确性，本文计算了高功率脉冲照射下的两个微波电路，微波二极管电路和微波 FET 放大器电路。入射脉冲的入射方向均为 $\theta = 2\pi/3$ 、 $\varphi = 4\pi/3$ ，极化方向 $\psi = \pi/6$ 。

8.3.1 微波二极管电路

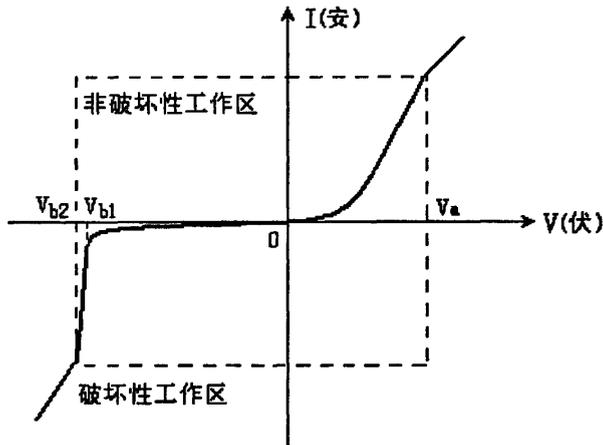


图 8.6 典型二极管伏安特性曲线

毫无疑问，半导体器件属于对高电平瞬时脉冲最为敏感的一种电子元器件。p-n 结所固有的各种特性，又使这种相对的敏感性更为严重。p-n 结在雪崩击穿时，有大量的能量在结的附近耗散。热从功率耗散区的扩散并不多，而是在器件内部形成很大的温度梯度。与器件结相接的局部区域，温度可达器件材料的熔点。这样，结终归会短路。这种现象称之为热二次击穿失效。二次击穿本身并不能使器件失效。器件处于这种二次击穿状态，仍有充分的电流极限而得以恢复，不致发生在电性上的性能恶化。不过，处于二次击穿状态，只要有很少一点附加能量，就可使元器件失效。由于大部分半导体器件在反向偏压瞬时过程下的失效发生在二次击穿之后，故二次击穿点就成为失效模型中便于应用的一个。所以，在许多材料中，就把二次击穿和失效看成一回事。

图 8.6 示出了典型 p-n 结的 $V-I$ 特性曲线。图内虚线框内所示为非破坏性工作区。p-n 结在此区内的响应很好理解，描述器件在每个区域内性状的为大家所熟知的各种方程。虚线框外所示为破坏性工作区，工作在此工作区内的元器件将失效或损坏，根据实验数据，p-n 结的 $V-I$ 特性可用恒阻线表示。实验表明半导

体器件处于反向偏压二次击穿（失效）状态所需的峰值功率或总能量，比正向时器件遭受损伤所需功率或能量要低很多，所以大部分失效数据集中在半导体器件的反偏压失效上。

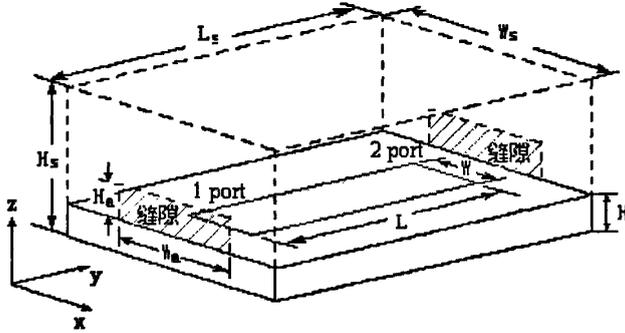


图 8.7 微波二极管电路结构图



图 8.8 两端口接入电阻性电压源和二极管

微带二极管电路的结构如图 8.7 所示。微带线特性阻抗为 50Ω 。1 端口与地之间接匹配电阻性电压源，2 端口接匹配负载，如图 8.8 所示。激励源是幅值为 $10V$ ，频率为 $200MHz$ 的正弦源。我们用下式近似模拟二极管的伏安特性：

$$\begin{cases} I = V/R_f & V > 2 \\ I = I_s(e^{\frac{qV}{kT}} - 1) & 0 \leq V \leq 2 \\ I = V/RI & -20 \leq V < 0 \\ I = I_b e^{-\frac{qV}{kT}} & -20.1 \leq V < -20 \\ I = I_0 + \frac{V + 20.1}{R_r} & V < -20.1 \end{cases} \quad (8-28)$$

其中 $kT/q = 26mV$ ， $R_f = 2.13 \times 10^{-19} \Omega$ ， $RI = 2 \times 10^4 \Omega$ ， $R_r = 1000 \Omega$ ， $I_s = 1 \times 10^{-14} A$ ， $I_b = -1 \times 10^{-3} A$ ， $I_0 = -0.0468 A$ ，这里不考虑高功率脉冲的热效应，即 T 为常数。

用 FDTD 建模计算时，空间步取 $\Delta x = 5.25mm$ ， $\Delta y = 7.5mm$ ， $\Delta z = 7.5mm$ ，时间步取 $10ps$ ，计算域为 $50\Delta x \times 60\Delta y \times 30\Delta z$ （不包括 PML 吸收边界），连接边界距

吸收边界 5 个单元网格, 微带电路尺寸 $30\Delta x \times 40\Delta y \times 1\Delta z$, 导带尺寸为 $4\Delta x \times 30\Delta y$, 介质板介电常数 $\epsilon_r = 2.55$ 。入射波为高斯脉冲, 其最高频率可达 20GHz 。

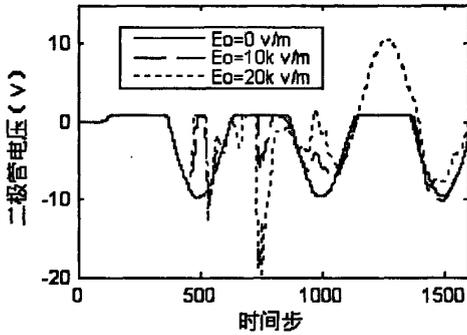


图 8.9 不加屏蔽时二极管两端电压

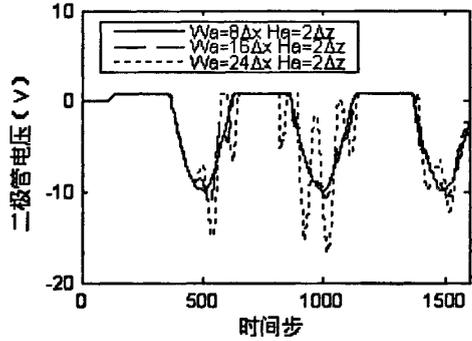


图 8.10 加屏蔽时二极管两端电压

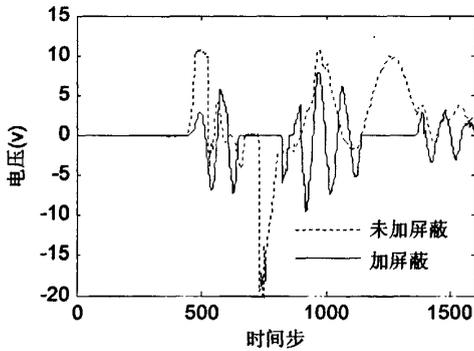


图 8.11 脉冲在二极管两端产生的电压

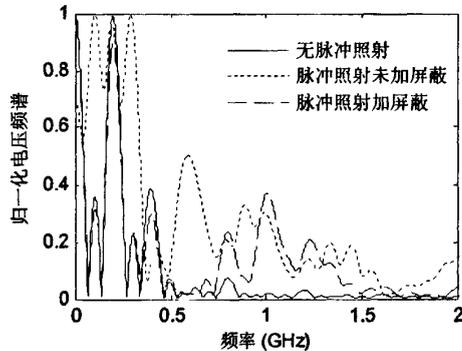


图 8.12 不同情况下二极管两端电压的频谱

我们分两种情况加以讨论。

第一种情况: 微带电路不加任何屏蔽。入射脉冲幅值 E_0 分别取 10kV/m 和 20kV/m 。计算结果如图 8.9 所示。从图中可以看到: 当没有脉冲照射时, 二极管工作正常, 具有整流效应。当幅值 10kV/m 的脉冲照射二极管时, 在一定时间内, 二极管电压杂乱无章, 发生严重的失真, 同时, 在 500 时间步左右二极管发生了反转, 但随着时间的推移, 二极管工作逐渐趋于正常。而当脉冲幅值升高至 20kV/m 时, 可以明显看出: 脉冲对二极管的干扰程度进一步加大, 在 1200 时间步左右二极管被击穿, 此时二极管可近似看成电阻。

第二种情况: 微带电路加上理想屏蔽盒, 屏蔽盒上接近端口处开两个缝隙, 如图 8.7 所示。其中屏蔽盒尺寸 $W_s \times L_s \times H_s = 30\Delta x \times 50\Delta y \times 10\Delta z$ 。改变缝隙尺寸 W_a 和 H_a 进行计算。此时入射脉冲的幅值取 $E_0 = 20\text{kV/m}$ 。计算结果如图 8.10 所示, 从图中可以看出, 微带电路加上屏蔽盒时, 将会大幅度减小入射脉冲对电路的影响。但由于电磁脉冲对缝隙的耦合, 将有小部分能量通过缝隙进入壳体内部, 影

响内部电路。另外，图 8.11 给出了加与不加屏蔽时脉冲在二极管两端产生的电压波形比较，可以明显看出，加屏蔽时脉冲在屏蔽盒内发生了谐振。图 8.12 示出了三种情况下二极管两端电压的频谱比较，由图中可以看出，未加屏蔽时（虚线）电压频谱杂乱无章，在工作频率 200MHz 附近已经受到脉冲的强烈干扰。加上屏蔽后（短线），在工作频率附近耦合脉冲对二极管的干扰显著减少，在工作频率 200MHz 附近电路受脉冲的影响较小；但是，从图中可以看到由于耦合脉冲在屏蔽盒内发生了谐振，脉冲主要在谐振频率 $f = 1.035\text{GHz}$ 附近影响电路。而该理想腔体主模 TE_{101} 的谐振频率 f_0 可以用下式计算：

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2} \quad (8-29)$$

其中， c 为真空中的光速， $m=1$ ， $n=0$ ， $p=1$ 。如图 8.7 所示， a 、 b 和 l 分别表示腔体 x 、 z 和 y 三边的长度。经计算得到 $f_0 = 1.033\text{GHz}$ ，与上面的结果比较吻合。所以屏蔽盒的尺寸对耦合脉冲的频率影响较大，当电路的工作频率接近于屏蔽盒的主模谐振频率时，脉冲也将对电路产生较大的干扰。

8.3.2 微波 FET 放大器电路

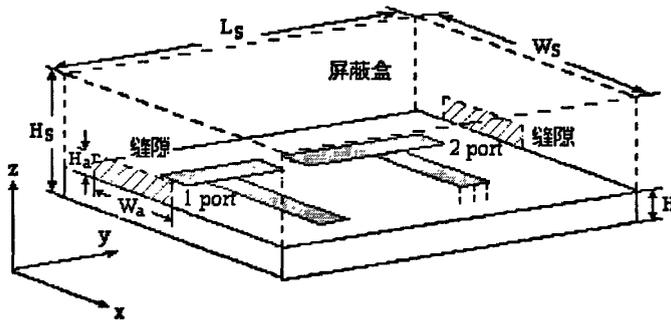


图 8.13 微波 FET 放大器结构图

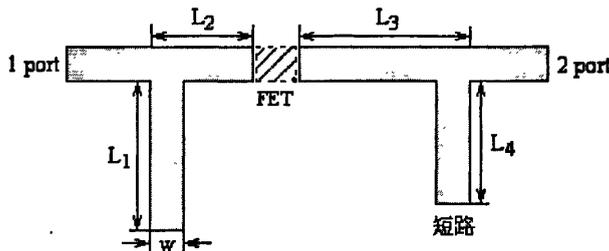


图 8.14 放大器导带结构及 FET 位置

微波 FET 放大器的结构如图 8.13 所示，其中基片介电常数 $\epsilon_r = 2.2$ ，厚度 $H = 0.795\text{mm}$ 。各条微带线的特性阻抗均为 50Ω 。型号为 JS8851-AS 的线性 FET

放置在图 8.14 中所示位置。FDTD 计算时，空间网格尺寸为 $\Delta x = 0.4mm$ ， $\Delta y = 0.4mm$ ， $\Delta z = 0.265mm$ ，时间步长 $\Delta t = 0.53ps$ 。计算域（不包括 PML 吸收边界）为 $74\Delta x \times 112\Delta y \times 50\Delta z$ ，屏蔽盒尺寸 $W_s \times L_s \times H_s = 44\Delta x \times 82\Delta y \times 18\Delta z$ ，缝隙尺寸 $W_a \times H_a = 26\Delta x \times 8\Delta z$ 。微带电路导带尺寸为 $L_1 = 17\Delta x$ 、 $L_2 = 10\Delta y$ 、 $L_3 = 22\Delta y$ 、 $L_4 = 14\Delta x$ 、 $W = 6\Delta x$ 。FET 纵向尺寸 $L_f = 10\Delta y$ ，横向与导带同宽。1 端口接匹配电阻性电压源，2 端口接匹配负载。由于 FET 两端伏安特性比较复杂，我们用第三章介绍的 FDTD 结合 SPICE 软件法共同模拟该放大器电路。正常工作时，放大器的工作频率在 $6GHz$ 。入射高斯脉冲的最高频率为 $30GHz$ 。

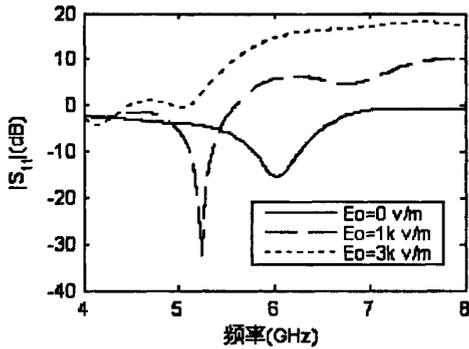


图 8.15 不加屏蔽时放大器的 S11 参数

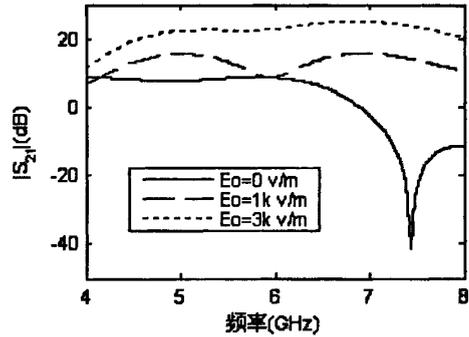


图 8.16 不加屏蔽时放大器的 S21 参数

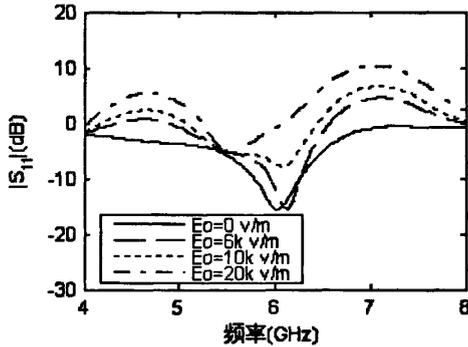


图 8.17 加屏蔽时放大器的 S11 参数

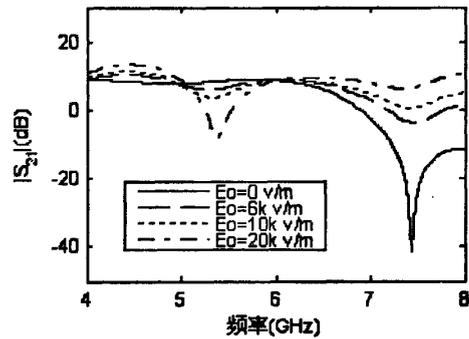


图 8.18 加屏蔽时放大器的 S21 参数

同样分两种情况加以讨论。

第一种情况：放大器不加屏蔽盒，完全裸露在脉冲照射下。设置脉冲的电场幅度为 $1k v/m$ 和 $3k v/m$ ，计算放大器的 S_{11} 和 S_{21} 参数，其计算结果如图 8.15 和图 8.16 所示。可以看出，由于放大器两端受到了脉冲照射的影响，使得端口的反射特性和传输特性急剧恶化。由图 8.15 的反射特性曲线可以看出，由于 1 端口接收了多余的脉冲能量，使得反射系数大于 1；而且在工作频率 $6GHz$ 附近，放大器由于受到了严重干扰而不能正常工作。同样由图 8.16 的传输特性曲线可以看出，脉冲严重影响了正常信号的传输，接收的信号由于包含了大量的脉冲信号，使得传输系

数远大于正常情况。

第二种情况：放大器受到屏蔽盒的保护，但是部分脉冲仍能通过屏蔽盒两端缝隙耦合进入内部电路。设置脉冲的电场幅度为 $6k$ 、 $10k$ 和 $20k$ v/m，同样计算放大器的 S_{11} 和 S_{21} 参数，其计算结果如图 8.17 和图 8.18 所示。可以看出，由于受到了耦合脉冲能量的干扰，放大器同样受到了影响，但是同第一种情况相比，这种影响已经明显减小。由图 8.17 和 8.18 的反射和传输特性曲线可以看出，当脉冲的电场幅度为 $6k$ v/m 时，放大器的性能已经开始恶化，在工作频率 $6GHz$ 处，放大器受到干扰而发生了频偏；随着脉冲能量的提高，其性能将逐渐恶化，从图中可以看出其性能恶化的趋势。比较两种情况可知，由于屏蔽盒对电路的屏蔽效应，加屏蔽时放大器在幅度为 $20k$ v/m 的脉冲照射下的性能比不加屏蔽时放大器在 $1k$ v/m 的脉冲照射下的性能要好。

8.4 本章小结

本章研究了高功率脉冲对微波电路的影响问题。由于电磁脉冲对电路的电磁干扰和电磁耦合具有多种途径，而且现有的电磁软件不能对脉冲照射下的微波电路进行全域建模，论文利用 FDTD 全波分析方法对这类电磁干扰问题进行全域建模和时域分析。详细介绍了 FDTD 方法的建模过程，最后通过两个算例说明了 FDTD 方法研究这类问题的有效性，它对以后研究如何提高电子设备在复杂电磁环境下的生存能力具有一定实用价值。

第九章 结 论

9.1 论文总结

FDTD 算法是一种强大的时域求解电磁问题的数值算法,它具有算法简单、适用面广、全域建模、一次时域计算即可获得宽频带电磁场信息的优点,自提出以来,已经得到了快速发展。在过去的十几年中,伴随着电子计算机的蓬勃发展,FDTD 正成为分析电磁问题的强有力工具,自上世纪九十年代开始,已经被越来越多地应用于微波电路的分析中。

论文首先对研究背景、FDTD 算法最新进展等作了简单介绍,然后对传统 FDTD 算法作了必要的阐述和回顾,介绍了几种能够对集总元件建模的传统扩展 FDTD 算法,并对算法进行了总结,指出了它们的不足之处,为论文工作的展开埋下了伏笔。

由于微带线匹配负载在微带电路中的广泛应用,为了得到更精确的匹配负载模型,论文提出了一种新的微带线匹配负载建模方法。该方法选取微带线的有效阻抗作为匹配负载的值,并将其按适当的比例分布在端接面上,数值实验表明可以减小这种误差,改善匹配效果。利用该模型一次 FDTD 计算即可精确地提取微波电路的散射参数。

最近提出的扩展 ADI-FDTD 算法可以高效地分析包含集总元件的微波电路,然而算法的稳定性以及影响算法精度的数值色散特性还未得到研究。本论文从理论上考察了扩展 ADI-FDTD 算法的数值特性,详细分析了三种常用线性集总元件在三种不同差分格式下扩展 ADI-FDTD 算法的稳定性和数值色散特性。为扩展 ADI-FDTD 算法的数值特性提供了理论依据。

为了将复杂线性集总网络引入到 FDTD 算法中,本论文提出了基于分段递推卷积技术(PLRC)的建模方法,并将这种技术进一步扩展到线性多端口网络,得到了一般性的 FDTD 迭代方程。数值试验结果表明该方法与基于 Z 变换技术的建模方法具有相同的精度,但只需存储较少的变量。

传统的扩展 FDTD 算法都是基于器件的等效电路模型,然而实际电子器件的等效电路不易获得,器件往通常由其有限带宽内测量得到的散射参数来描述。为了将器件有限带宽模型引入到 FDTD 算法中,本论文基于矢量拟合技术(Vector Fitting),提出了三种将器件有限带宽模型引入到 FDTD 中的新方法。与传统的逆卷积技术相比,新方法避免了繁琐的卷积运算,提高了计算效率,为微波有源电路的设计带来了方便。

集成小型化的微波有源电路容易受到电磁干扰的影响,对复杂电磁环境下微波有源电路的失效问题进行分析是一项非常有意义的课题。本论文对高功率脉冲照射下的微波有源电路进行 FDTD 全域建模分析,它对于提高电子设备在复杂电磁环境下的生存能力具有实用价值。但是,本论文所做的工作只是一些初步尝试,未来的工作将更加复杂且更有现实意义。

9.2 后续工作及展望

FDTD 算法由于具有独特的算法优点和强大的实用功能,使其在计算电磁领域得到了广泛应用。随着计算机的发展和 FDTD 算法本身的不断完善,相信在不久的将来,FDTD 方法将会赢得更多电磁领域的关注和青睐。限于时间和作者的水平,论文还有很多不足之处,需要进一步研究。下面对将来有价值的研究方向作一个总结:

- 扩展 ADI-FDTD 算法摆脱了 CFL 稳定性条件的限制,能够高效分析微波电路,所以可以进一步对扩展 ADI-FDTD 算法进行误差修正研究;
- 基于 PLRC 技术和 Z 变换技术的集总网络建模方法,受到比 CFL 稳定性条件更严格的限制,所以可以研究更稳定的建模方法,或者将上述技术用于一些无条件稳定的 FDTD 算法中;
- 非线性集总网络的 FDTD 建模以及其数值稳定性和色散的研究一直是个难点,在这方面进行研究,可以使扩展 FDTD 算法在微波有源电路领域得到更广泛的应用。
- 应用 FDTD 算法进一步对高功率脉冲照射下的微波有源电路进行建模分析,数值考察有源器件的电磁能量耦合、电流流动和温度变化,以及电磁能量在电路中的多种耦合途径和多端口之间的反馈关系。

致 谢

经过不懈的努力，本人的博士生学习阶段就要结束了。论文能够顺利完成，离不开良师益友的指导与帮助、离不开家人的支持和鼓励，在此我衷心地向他们表示深深的谢意！

首先衷心感谢我的导师褚庆昕教授，论文的工作从选题到研究的每一个阶段都得到了褚老师的悉心指导和帮助，我取得的每一点进步都是和褚老师分不开的。褚老师渊博的理论知识，丰富的阅历和经验、开放的思维方式、不断进取的创新精神以及对前沿科研动态的准确把握，使我在研究工作中受益匪浅，也将使我受益终生。再次感谢褚老师多年来对我学习上的教导、生活上的关心与帮助。

感谢实验室里的所有师弟师妹，在和他们的学术讨论中，我得到了很多启发和帮助，使我在课题研究过程中不断开阔视野、丰富知识。

感激魏文博、刘子梁等同学，在学习和生活中为我提供了各种各样的帮助。

特别感谢我最亲爱的父母，这么多年来他们在精神上、生活上和经济上都给了我无私的支持和关怀，使我能够安心于学业。同时，也特别感谢我的妻子，感谢她一贯的支持和理解。她们永远是最坚实的后盾。

最后，向所有关心、支持和帮助过我的人们表示最诚挚的谢意！

参考文献

- [1] F. Kung, Modeling of High-speed Printed Circuit Board, Master thesis, Faculty of Engineering, University of Malaya.1997.
- [2] K. J. Scott, Practical Simulation of Printed Circuit Boards and Related Structures. John-Wiley & Sons Inc., 1994.
- [3] K. Naishadham, J. B. Berry, Hejase H., Full-wave Analysis of Radiated Emission from Arbitrary Shaped Printed Circuit Traces. IEEE Trans. EMC, 1993. Vol.35, pp. 366-377.
- [4] D. G Swanson, J. Wolfgang, J. R. Hoefer, Microwave Circuit Modeling Using Electromagnetic Field Simulation, Artech House, 2003.
- [5] R. Koga, Radiation from Packaged Integrated Circuits, Proceedings of the 1994 IEEE International Symposium on EMC, 1994, pp.581-584.
- [6] R. E. Collins, Foundations for Microwave Engineering. McGraw-Hill.1993.
- [7] 王秉中, 计算电磁学, 科学出版社, 2002.
- [8] T. Itoh, Numerical Techniques for Microwave and Milimeter-wave Passive Structures, John Wiley & Sons.1989.
- [9] K. S. Kunz, R. J. Luebbers, The Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetics, CRC Press, 1993.
- [10] A. Taflove, Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method, Artech House, 1995.
- [11] A. Taflove, Advances in Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method, Artech House, 1998.
- [12] A. Taflove, Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method, Artech House, 2000.
- [13] D. M. Sullivan, Electromagnetic Simulation Using the FDTD Method, IEEE Press, 2000.
- [14] 葛德彪, 闫玉波, 电磁波时域有限差分法, 西安电子科技大学出版社, 2002.
- [15] 王长清, 祝西里, 电磁场计算中的时域有限差分法, 北京大学出版社, 1994.
- [16] 高本庆, 时域有限差分法, 国防工业出版社, 1995.
- [17] Ansoft Corporation, Getting started with HFSS, Version 10.0.
- [18] Applied Wave Research, Inc., MWO/VSS Getting Started Guide, Oct.2003.

-
- [19] Zeland Software Inc., IE3d Manual, Fidelity Manual, Version 9.0.
- [20] Agilent Technologies, Design Guides of Advanced Design System 2005A.
- [21] Remcom, Inc., Reference Manual of XFDTD, Version 6.0.
- [22] K. S. Yee, Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1966, 14(3): 302-307.
- [23] K. S. Kunz, K. M. Lee, A Three-Dimensional Finite-Difference Solution of External Response of an Aircraft to a Complex Transient EM Environment, *IEEE Trans. on EMC*, 1978, 20(2): 328-333.
- [24] J. R. Seaux, A. Reineix, B. Jecko, "Transient Analysis of a Space-Born Microstrip Patch Antenna Illuminated by an Electromagnetic Pulse" *IEEE Trans. on EMC*, 1991, 33(3): 224-233.
- [25] M. D. Amore, M. S. Sarto, Theoretical and Experimental Characterization of the EMP-Interaction with Composite-Metallic Enclosures, *IEEE Trans. Electronmagn. Compat.*, 2000, 42(1): 152-163.
- [26] Taflove A., Brodwin M. E., Numerical solution of steady-state electromagnetic scattering problems using the time-dependent Maxwell's equations. *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, 1975, 23(8): 888-896.
- [27] K. R. Umashankar, A. Taflove, A Novel Method of Analyzing Electromagnetic Scattering of Complex Objects, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 1982, 24(4): 397-405.
- [28] D. M. Sheen, S. M. Ali Mohamed etc, Application of the Three-Dimensional Finite-Difference Time-Domain Method to the Analysis of Planar Microstrip Circuits, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1990, 38(7):849-857.
- [29] W. Sui, D. A. Christensen, C. H. Durney, Extending the Two-Dimensional FDTD Method to Hybrid Electromagnetic Systems with Active and Passive Lumped Elements, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1992, 40(4):724-730.
- [30] B. Toland, B. Houshmand, Modeling of Nonlinear Active Regions with FDTD Method. *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, 1993, 3(9): 333-335.
- [31] M. P. May, A. Taflove, J. Baron, FD-TD Modeling of Digital Signal Propagation in 3-D Circuits With Passive and Active Loads, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1994, 42(8): 1514-1523.
- [32] C. N. Kuo, V. A. Thomas, S. T. Chew, B. Houshmand, T. Itoh, "Small Signal Analysis of Active Circuits Using FDTD Algorithm" *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, 1995, 5(7): 216-218.

-
- [33] C. N. Kuo, B. Houshmand, T. Itoh, FDTD Analysis of Active Circuits with Equivalent Current Source Approach, IEEE AP-S Int. Symp. Dig., 1995, 3: 1510-1513.
- [34] C. N. Kuo, R. B. Wu, B. Houshmand, T. Itoh, "Modeling of Microwave Active Devices Using the FDTD Analysis Based on the Voltage-Source Approach" IEEE Microwave Guided Wave Lett., 1996, 6(5): 199-201.
- [35] C. N. Kuo, B. Houshmand, T. Itoh, Full-Wave Analysis of Packaged Microwave Circuits with Active and Nonlinear Devices: An FDTD Approach, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1997, 45(5):819-826.
- [36] P. Ciampolini, P. Mezzanotte, L. Roselli, R. Sorrentino, Accurate and Efficient Circuit Simulation with Lumped-Element FDTD Technique, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1996, 44(12): 2207-2215.
- [37] V. S. Reddy, R. Garg, An Improved Extended FDTD Formulation for Active Microstrip Circuits, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1999, 47(9): 1603-1608.
- [38] W. Yu, R. Mittra, S. Chakravarty, Stability Characteristics of Absorbing Boundary Conditions in Microwave Circuit Simulations, IEEE Trans. Antennas Propagat., 2001, 49(9): 1347-1349.
- [39] F. Alimenti, L. Roselli, On the Numerical Errors Induced by the Space-Time Discretization in the LE-FDTD Method, IEEE Microwave Wireless Comp. Lett. 2003, 13(3): 131-133.
- [40] Chu Q. X., Hu X. J., K.T. Chan, Models of Small Microwave Devices in FDTD Simulation, IEICE Trans. Electronics, 2003, E86(2):120-125.
- [41] P. Ciampolini, L. Roselli, G. Stopponi, Integrated FDTD and Solid-State Device Simulation, IEEE Microwave Guided Wave Lett., 1996, 6(11): 419-421.
- [42] A. Witzig, C. Schuster, P. Regli, Global Modeling of Microwave Applications by Combining the FDTD Method and a General Semiconductor Device and Circuit Simulator, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1999, 47(6): 919-928.
- [43] D. L. Scharfetter, H. K. Gummel, Large-Signal Analysis of a Silicon Read Diode Oscillator, IEEE Trans. on Electron Devices, 1969, 16(1): 64-77.
- [44] S. M. S. Imtiaz, Samir M. El-Ghazaly, Global Modeling of Millimeter-Wave Circuits: Electromagnetic Simulation of Amplifiers, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1997, 45(12): 2208-2216. _____
- [45] P. J. Hum, M. S. Leong, H. C. Leong, Integrated FDTD Analysis of Active

- Microwave Circuits and Solid State Devices, Asia Pacific Microwave Conference, 1999, 2: 405-408.
- [46] P. Ciampolini, L. Roselli, G. Stopponi, etc., Global Modeling Strategies for the Analysis of High-Frequency Integrated Circuits, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1999, 47(6): 950-955.
- [47] Y. M. Zheng, Q. X. Chu, Integrated FDTD Analysis of Microwave Solid-State Circuit, 4th International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology Proceedings, 2004: 750-752.
- [48] V. A. Thomas, M. E. Jones, M. P. May., the Use of SPICE Lumped Circuits as Sub-grid Models for FDTD Analysis, *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, 1994, 4(5): 141-143.
- [49] G. Kobidze, Incorporating SPICE into an FDTD code, *IEEE Int. Symp. Electromagn. Compat.*, 1999: 377- 380.
- [50] N. Matsui , N. Orhanovic, H. Wabuka, FDTD-SPICE Analysis of EMI and SSO of LSI ICs Using a Full Chip Macro Model, *IEEE Int. Symp. Electromagn. Compat.*, 2002: 99-105.
- [51] X. N. Ye, J. L. Drewniak, Incorporating Two-Port Networks with S-parameters into FDTD, *IEEE Microwave Wireless Comp. Lett.*, 2001, 11(2): 77-79.
- [52] X. N. Ye, J. L. Drewniak, FDTD Modeling Incorporating a Two-Port Network for I/O Line EMI Filtering Design, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 2002, 44(1): 175-181.
- [53] J. Z. Zhang, Y. Y. Wang, FDTD Analysis of Active Circuits Based on the S-Parameters, Asia Pacific Microwave Conference, 1997: 1049-1053.
- [54] J. S. Juntunen, Note on the S11-parameter and Input Impedance Extraction in Antenna Simulations Using FDTD," *Microwave and Optical Tech. Lett.*, 2001, 28(1): 8-11.
- [55] A. P. Zhao and P. Alinikula, Investigation of the Performance of the Resistive Voltage Source Used for the FDTD Analysis of Microstrip Circuits, *Microwave and Optical Tech. Lett.*, 2001, 30(6): 378-381.
- [56] T. Namiki, A New FDTD Algorithm Based on Alternating Direction Implicit Method. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1999, 47(10): 2003-2007.
- [57] T. Namiki, 3-D ADI-FDTD Method-Unconditionally Stable Time-Domain Algorithm for Solving Full Vector Maxwell's Equations, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 2000, 48(10): 1743-1748.
- [58] F. H. Zhen, Z. Z. Chen, J. Z. Zhang, A Finite-Difference Time-Domain Method

- Without the Courant Stability Conditions. *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, 1999, 9(11): 441-443.
- [59] F. H. Zhen, Z. Z. Chen, J. Z. Zhang, Toward the Development of a Three Dimensional Unconditionally Stable Finite-Difference Time-Domain Method, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 2000, 48(9): 1550-1558.
- [60] F. H. Zhen, Z. Z. Chen, Numerical Dispersion Analysis of the Unconditionally Stable 3-D ADI-FDTD Method, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 2001, 49(5): 1006-1009.
- [61] A. P. Zhao, Analysis of the Numerical Dispersion of the 2-D Alternating-Direction Implicit FDTD Method, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 2002, 50(4): 1156-1164.
- [62] A. P. Zhao, The Influence of the Time Steps on the Numerical Dispersion Error of an Unconditionally Stable 3-D ADI-FDTD Method: A Simple and Unified Approach to Determine the Maximum Allowable Time Step Required by a Desired Numerical Dispersion Accuracy, *Microwave Opt. Technol. Lett.*, 2002, 35: 60-65.
- [63] T. Namiki, K. Ito, Investigation of Numerical Errors of the Two-Dimensional ADI-FDTD Method, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 2000, 48(11): 1950-1956.
- [64] S. G. Garcia, T. W. Lee, S. C. Hagness, On the Accuracy of the ADI-FDTD Method, *IEEE Antenna Wireless Propag. Lett.*, 2002, 1(1): 31-34.
- [65] 刘波, 高本庆, 薛正辉等, 无条件稳定的交替方法隐式 FDTD 算法, *电波科学学报*, 2002, 17(5): 437-440.
- [66] S. Wang, On the Current Source Implementation for the ADI-FDTD Method, *IEEE Microwave Wireless Comp. Lett.*, 2004, 14(11): 513-515.
- [67] B. Donderici, F. L. Teixeira, Symmetric Source Implementation for ADI-FDTD, *IEEE Antennas and Propagation Society Int. Symp.*, 2004, 1: 57-60.
- [68] W. Y. Wu, C. W. Kuo, The ADI-FDTD Algorithm for Planar Circuits Containing Passive and Active Elements, In *Proc. IEEE Antennas and Propagation Society Int. Symp.*, 2004, 1(20):69-72.
- [69] W. L. Yuan, E. P. Li, A Stable Algorithm for Interfacing Active and Nonlinear Devices with the ADI-FDTD Method, *IEEE Microwave Wireless Comp. Lett.*, 2005, 15(12): 895-897.
- [70] A. Taflove, M. E. Brodwin, Numerical Solution of Steady-State Electromagnetic

- Scattering Problems Using the Time-Dependent Maxwell's Equations. *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, 1975, 23(8): 888-896.
- [71] J. A. Pereda, A. Vegas, A. Prieto, Analyzing the Stability of the FDTD Technique by Combining the von Neumann Method with the Routh-Hurwitz Criterion, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 2001, 49(2): 377-381.
- [72] W. Thiel, L. P. B. Katehi, Some Aspects of Stability and Numerical Dissipation of the Finite-Difference Time-Domain(FDTD) Technique Including Passive and Active Lumped Elements, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 2002, 50(9): 2159-2165.
- [73] F. Kung, H. T. Chuah, Stability of Classical Finite-Difference Time-Domain (FDTD) Formulation with Nonlinear Elements-A New Perspective, *Progress Electromagn. Res.*, 2003, PIER 42: 49-89.
- [74] J. A. Pereda, A. Vegas, A. Prieto, Study on the Stability and Numerical Dispersion of the FDTD Technique Including Lumped Inductors, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 2004, 52(3): 1052-1058.
- [75] C. N. Ma, Z. Z. Chen, Stability Analysis of the CE-FDTD Method, *IEEE Microwave Wireless Comp. Lett.*, 2004, 14(5): 243-245.
- [76] D. M. Sullivan, Frequency-Dependent FDTD Methods Using Z Transforms, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1992, 40(10): 1223-1230.
- [77] D. M. Sullivan, Nonlinear FDTD Formulations Using Z Transforms, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1995, 43(3): 676-682.
- [78] D. M. Sullivan, Z-Transform Theory and the FDTD Method, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1996, 44(1): 28-34.
- [79] W. H. Weedon, C. M. Rappaport, A General Method for FDTD Modeling of Wave Propagation in Arbitrary Frequency-Dispersive Media, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1997, 45(3): 401-410.
- [80] K. Abdijalilov, H. Grebel, Z-Transform Theory and FDTD Stability, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 2004, 52(11): 2950-2954.
- [81] J. A. Pereda, F. Alimenti, P. Mezzanotte, L. Roselli, R. Sorrentino, A New Algorithm for the Incorporation of Arbitrary Linear Lumped Networks into FDTD Simulators, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1999, 47(6): 943-949.
- [82] H. E. Abd EI-Raouf, W. Yu, R. Mittra, Application of Z-Transform Technique to Modeling Linear Lumped Loads in the FDTD, *IEE Proc. Microw. Antennas Propagat.*, 2004, 151(1): 67-70.
- [83] O. Gonzalez, J. A. Pereda, A. Herrera, A. Vegas, An Extension of the

- Lumped-Network FDTD Method to Linear Two-Port Lumped Circuits, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 2006, 54(7): 3045-3051.
- [84] R. J. Luebbers, F. P. Hunsberger, K. S. Kunz, R. B. Standler, M. Schneider, A Frequency-Dependent Finite-Difference Time-Domain Formulation for Dispersive Materials, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 1990, 32: 222-227.
- [85] R. J. Luebbers, F. P. Hunsberger, FDTD for Nth-order Dispersive Media, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1992, 40: 1297-1301.
- [86] M. D. Bui, S. S. Stuchly, G. I. Costache, Propagation of Transients in Dispersive Dielectric Media, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1991, 39: 1165-1171.
- [87] J. W. Schuster, R. J. Luebbers, T. G. Livernois, Application of the Recursive Convolution Technique to Modeling Lumped-Circuit Elements in FDTD Simulations, *IEEE Antennas and Propagat. Int. Symp.*, 1998, 4: 1792-1795.
- [88] D. F. Kelley, R. J. Luebbers, Piecewise Linear Convolution for Dispersive Media Using FDTD, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 1996, 44(6): 792-797.
- [89] J. Y. Lee, J. H. Lee, S. H. Hwang, H. K. Jung, Numerical Analysis of CRLH Transmission Line Using Lumped Element FDTD Method, 2006, 4615-4618.
- [90] J. Y. Lee, J. H. Lee, H. K. Jung, Linear Lumped Loads in the FDTD Method Using Piecewise Linear Recursive Convolution Method, *IEEE Microwave Wireless Compon. Lett.*, 2006, 16(4): 158-160.
- [91] B. Gustavsen, A. Semlyen, Rational Approximation of Frequency Responses by Vector Fitting, *IEEE Trans. Power Delivery*, 1999, 14(3): 1052-1061.
- [92] 魏琰, 郭裕顺, 沈建国, 网络函数有理逼近的向量拟合法, *杭州电子科技大学学报*, 2006, 26(2): 5-8.
- [93] A. C. S. Lima, A. B. Fernandes, S. C. Jr, "Rational Approximation of Frequency Domain Responses in the S and Z Planes," *Power Engineering Society General Meeting*, 2005, 1: 126-131.
- [94] G. Mur, Absorbing Boundary Conditions for the Finite-difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic Field Equations, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 1981, 23(4): 377-382.
- [95] J. P. Berenger, A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves, *J. Corp. Phys.*, 1994, 114(2): 185-200.
- [96] Z. S. Sacks, D. M. Kingsland, and R. Lee, A Perfectly Matched Anisotropic Absorber for Use as Absorbing Boundary Condition, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1995, 43: 1460-1463.

-
- [97] S. Gedney, An Anisotropic Perfectly Matched Layer-Absorbing Medium for the Truncation of FDTD Lattices, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1996, 44(12): 1630-1639.
- [98] J. D. Moerlose, M. Stuchly, Behavior of Berenger's ABC for Evanescent Waves, *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, 1995, 5: 344-346.
- [99] 郑阳明, 微波有源电路的时域建模, 西安电子科技大学博士论文, 2005.
- [100] 徐士良, C常用算法程序集, 清华大学出版社, 1996.
- [101] R. F. Harrington, 正弦电磁场, 上海科技出版社, 1968.
- [102] 吴万春, 梁昌洪, 微波网络及其应用, 国防工业出版社, 1980.

在读期间的研究成果

一. 发表论文情况

1. Qing-Xin Chu, Zhi-Hui Chen, Y.P. Zhang, "FDTD Modeling of Matched Impedance Terminating a Microstrip Line", RF and Microwave Computer-Aided Engineering, 2005.5, 15(3): 325-328 (SCI: 000228410600011)
2. Zhi-Hui Chen, Qing-Xin Chu, "FDTD modeling of arbitrary linear lumped Networks using piecewise linear recursive Convolution technique", Progress In Electromagnetics Research, 2007.05, PIER 73: 327-341 (SCI: 000246722900016)
3. 陈智慧, 褚庆昕, 郑阳明, "微带线匹配负载的 FDTD 建模", 电波科学学报, 2005.12, 20(6): 729-732 (EI: 06129772790)
4. Zhi-Hui Chen, Qing-Xin Chu, "A Novel FDTD Matched Load Model of Microstrip Line", Asia-Pacific Microwave Conference Proceedings, 2005, vol.3, 1606670 (EI: 070910449053)
5. Zhi-Hui Chen, Qing-Xin Chu, "Numerical Dispersion of the ADI-FDTD Technique Including Lumped Models", IEEE MTTs International Microwave Symposium, 2007, WE3D-06: 729 - 732
6. Qing-Xin Chu, Zhi-Hui Chen, "Stability of the Extended ADI-FDTD Technique Including Lumped Models", IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, 2007
7. Qing-Xin Chu, Yang-Ming Zheng, Zhi-Hui Chen, "Analysis of Microwave Circuits by Incorporating SPICE into FDTD Code", Asia-Pacific Microwave Conference Proceedings, 2005, vols:1-5, 1862-1865
8. Qing-Xin Chu, Zhi-Hui Chen, Guo-Dong. Liu, "A New Method for Analyzing Large Size Parabolic Cylindrical Reflector Antenna," IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, Albuquerque, July 2006: 4421-4424.
9. Qing-Xin Chu, Zhi-Hui Chen, "Analysis of the Effects of High Power Pulse on Active Microwave Circuits", IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, 2005, vol. 4A

10. 褚庆昕, 郑阳明, 陈智慧, “包含有限带宽模型的微波电路 FDTD 建模”, 全国微波毫米波会议, 2005, 3D08: 1241-1244
11. 郑阳明, 褚庆昕, 陈智慧, “结合 SPICE 的微波电路 FDTD 建模”, 全国微波毫米波会议, 2005, 3D08: 1273-1276
12. 陈智慧, 褚庆昕, “包含集总模型的 ADI-FDTD 扩展算法的数值稳定性”, 中国科学学报, 已录用
13. 陈智慧, 褚庆昕, “基于测量 S 参数的有源器件 FDTD 建模方法”, 电子与信息学报, 已录用
14. 陈智慧, 褚庆昕, “基于分段递推卷积技术任意线性集总网络 FDTD 建模”, 西电学报, 已录用

二. 参加科研情况

1. 基于物理结构的微波有源电路 FDTD 模拟与设计, 国家自然科学基金项目
2. 微波封装器件的全域建模, 国家自然科学基金项目
3. SPCA 偏馈抛物柱面天线设计, 783 合作项目