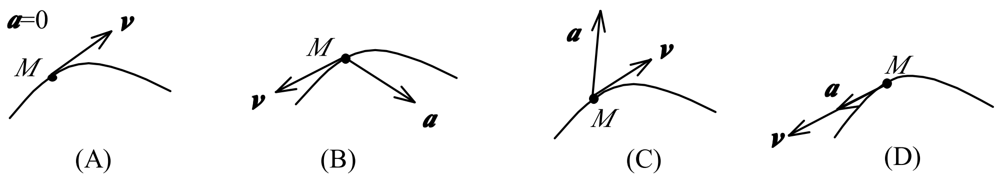
思 考 题

1-1 什么是矢径？矢径和对初始位置的位移矢量之间有何关系？怎样选取坐标原点才能够使两者一致？

答：矢径即位置矢量，是从坐标原点 O 指向质点所在处 P 的有向线段。位移 $\Delta\vec{r}$ 和矢径 $\vec{r}$ 不同，矢径确定某一时刻质点的位置，位移则描述某段时间内始末质点位置的变化。矢径是相对坐标原点的，位移矢量是相对初始位置的。对于相对静止的不同坐标系来说，位矢依赖于坐标系的选择，而位移则与所选取的坐标系无关。若取初始位置为坐标原点才能够使两者一致。

1-2　在下列各图中质点 M 作曲线运动，指出哪些运动是不可能的？



思考题 1-2 图

答：(A) 质点只要作曲线运动，肯定有法向加速度，不可能加速度为零。

(C) 在质点作曲线运动时，加速度的方向总是指向轨迹曲线凹的一侧。

(D) 质点只要作曲线运动，肯定有法向加速度，不可能只有切向加速度。

1-3　下列说法哪一条是正确的？

(A) 加速度恒定不变时，物体运动方向也不变.

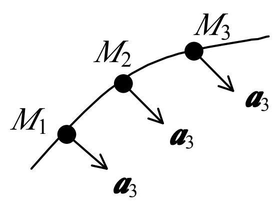
(B) 平均速率等于平均速度的大小.

(C) 不管加速度如何，平均速率表达式总可以写成 $v=(v_1+v_2)/2$，其中 v_1、v_2 分别为初、末速率.

(D) 运动物体速率不变时，速度可以变化.

答：加速度恒定不变时，意味着速度的大小和方向的变化是恒定的。不是物体运动方向不变。平均速率不等于平均速度的大小。若速率的变化是线性的（加速度恒定）平均速率表达式才可以写成 $v=(v_1+v_2)/2$，否则不可以。只有运动物体速率不变时，速度可以变化.才是正确的。

1-4　如图所示，质点作曲线运动，质点的加速度 a 是恒矢量 ($a_1=a_2=a_3=a$). 试问质点是否能作匀变速率运动?



思考题 1-4 图

答：质点作匀变速率运动要求切向加速度是恒量，如图所示，质点作曲线运动，质点的加速度 a 是恒矢量 ($a_1=a_2=a_3=a$) 则切向分量不一样，质点不能作匀变速率运动。

1-5　以下五种运动形式中，加速度 a 保持不变的运动是哪一

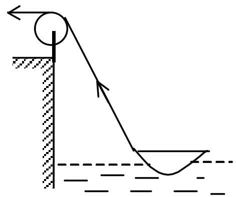
种或哪几种？

(A) 单摆的运动.　　(B) 匀速率圆周运动.

(C) 行星的椭圆轨道运动.　(D) 抛体运动.　(E) 圆锥摆运动.

答：加速度 a 保持不变（意味加速度 a 的大小和方向都保持不变）的运动是抛体运动。

1-6　如图所示，湖中有一小船，有人用绳绕过岸上一定高度处的定滑轮拉湖中的船向岸边运动．设该人以匀速率 v_0 收绳，绳不伸长、湖水静止，则小船的运动是



思考题 1-6 图

(A) 匀加速运动.　　(B) 匀减速运动.

(C) 变加速运动.　　(D) 变减速运动.

(D) 匀速直线运动.

答：

$$h^2+x^2=l^2 \qquad 2x\frac{dx}{dt}=2l\frac{dl}{dt}$$

$$v(x)=\frac{dx}{dt}=\frac{l}{\sqrt{l^2-h^2}}\frac{dl}{dt}=\frac{\sqrt{h^2+x^2}}{x}\frac{dl}{dt}=-v_0\frac{\sqrt{h^2+x^2}}{x}$$

习　题

1-1　一人自原点出发，25 s 内向东走 30 m，又 10 s 内向南走 10 m，再 15 s 内向正西北走 18 m．求在这 50 s 内，(1) 平均速度的大小和方向；(2) 平均速率的大小． m/s，方向东偏北 8.98°；1.16 m/s]

解：
$$\Delta\vec{r}=(30-18\cos\frac{\pi}{4})\vec{i}+(18\sin\frac{\pi}{4}-10)\vec{j}=17.27\vec{i}+2.73\vec{j}$$

$$|\Delta\vec{r}|=17.48m \qquad |\vec{\bar{v}}|=\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=\frac{17.48}{50}=0.35m/s$$

$$tg\alpha=\frac{2.73}{17.27} \qquad \alpha=8.98^0$$ 方向东偏北 8.98°

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{58}{50}=1.16m/s$$

1-2　一质点沿直线运动，其运动学方程为 $x=6t-t^2$ (SI)．求：(1) 在 t 由 0 至 4s 的时间间隔内，质点的位移大小；(2) 在 t 由 0 到 4s 的时间间隔内质点走过的路程．

解：

$$x=6t-t^2 \quad \text{(SI)} \qquad \Delta x=(24-16)-(0)=8m$$

$$v=\frac{dx}{dt}=6-2t \qquad \Delta s=(18-9)+|(8-9)|=10m$$

1-3　一质点沿直线运动，其坐标 x 与时间 t 有如下关系：

$$x = Ae^{-\beta t}\cos\omega t \quad (\text{SI}) \qquad (A、\omega、\beta \text{ 皆为常数})$$

求：（1）t 时刻质点的加速度；（2）质点通过原点的时刻．

解：
$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left[-\beta Ae^{-\beta t}\cos\omega t + Ae^{-\beta t}(-\omega\sin\omega t)\right]$$

$$a = Ae^{-\beta t}\left[\left(\beta^2-\omega^2\right)\cos\omega t + 2\beta\omega\sin\omega t\right]$$

质点通过原点的时刻　x=0　　则 $\cos\omega t = 0$

$$t = \frac{(2n+1)\pi}{2\omega}$$，其中 n = 0，1，2，…

1-4　在 x-y 平面内有一运动质点，其运动学方程为 $\boldsymbol{r} = 10\cos 5t\,\boldsymbol{i} + 10\sin 5t\,\boldsymbol{j}$（SI）．

求：（1）t 时刻的速度 v；（2）切向加速度的大小 a_t；（3）质点运动的轨迹．

解：
$$\boldsymbol{x} = 10\cos 5t$$
$$y = 10\sin 5t \qquad \vec{\boldsymbol{r}} = 10\cos 5t\,\vec{\boldsymbol{i}} + 10\sin 5t\,\vec{\boldsymbol{j}}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{\boldsymbol{r}}}{dt} = -50\sin 5t\,\vec{\boldsymbol{i}} + 50\cos 5t\,\vec{\boldsymbol{j}}\ \boldsymbol{m/s}$$

$$v_\tau = \frac{dr}{dt} = \boldsymbol{0\ m/s}；$$　　$$\boldsymbol{x}^2 + y^2 = 100$$　（轨迹是 圆）

1-5 在一个转动的齿轮上，一个齿尖 P 沿半径为 R 的圆周运动，其路程 S 随时间的变化规律为 $S = v_0 t + \frac{1}{2}bt^2$，其中 v_0 和 b 都是正的常量．求 t 时刻齿尖 P 的速度、加速度的大小．

解：$v = \dfrac{\boldsymbol{ds}}{\boldsymbol{dt}} = \upsilon_0 + bt$　　$a = \sqrt{\left(\dfrac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{v^2}{R}\right)^2} = \sqrt{b^2 + (v_0+bt)^4/R^2}$

1-6 质点 P 在水平面内沿一半径为 R=2 m 的圆轨道转动．转动的角速度 ω 与时间 t 的函数关系为 $\omega = kt^2$（k 为常量）．已知 $t = 2s$ 时，质点 P 的速度值为 32 m/s．试求 $t = 1$ s 时，质点 P 的速度与加速度的大小．

解：

$$v = R\omega = Rkt^2 \qquad a_\tau = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} \qquad a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{(R\omega)^2}{R} = R\omega^2$$

$$32 = Rk4$$

$$k = 4 \qquad a_\tau = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = 2ktR = 16m/s^2 \qquad a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{(8)^2}{2} = 32m/s^2$$

$$v_1 = 8m/s \qquad a = \sqrt{16^2+32^2} = 35.8m/s^2$$

1-7　一敞顶电梯以恒定速率 v=10 m/s 上升．当电梯离地面 h =10 m 时，一小孩竖直向上抛出一球．球相对于电梯初速率 $v_0 = 20$ m/s．求：

(1) 从地面算起，球能达到的最大高度；

(2) 抛出后再回到电梯上的时间．

解：(1)球相对于地面初速率　$V = v_0 + v = 30m/s$ ；　$V^2 = 2gh$ ；　$h = 45.9m$

从地面算起，球能达到的最大高度 $H = 45.9 + h = 55.9m$

(2)　$y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$　　联立可得 $t = 4.08s$

$y = vt$

1-8　一球从高 h 处落向水平面，经碰撞后又上升到 h_1 处，如果每次碰撞后与碰撞前速度之比为常数，球在 n 次碰撞后还能升多高？

解：$V = \sqrt{2gh}$　；　$V_1 = \sqrt{2gh_1}$　；$V_2 = \sqrt{2gh_2}$

又因为每次碰撞后与碰撞前速度之比为常数 k

$V_1 = kV$

$V_2 = kV_1 = k^2 V$

$$h_n = \frac{V_n^2}{2g} = \frac{(k^n V)^2}{2g} = (h_1/h)^n h = h_1^n / h^{n-1}$$

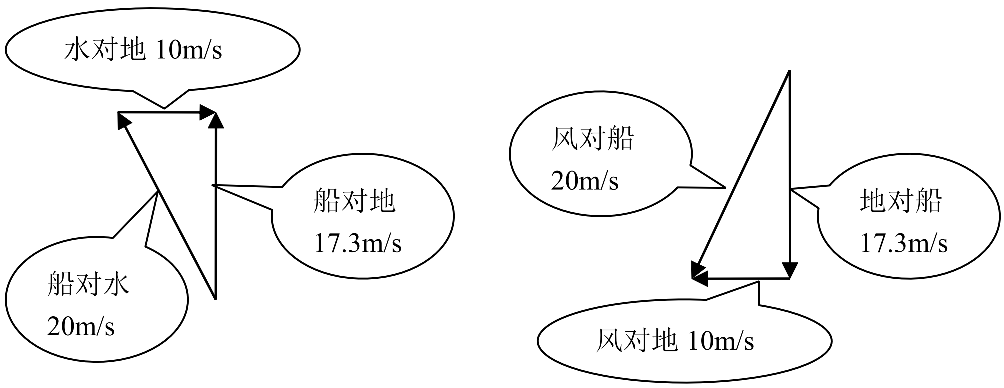
1-9　一艘正在沿直线行驶的电艇，在发动机关闭后，其加速度方向与速度方向相反，大小与速度平方成正比，即 $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = -Kv^2$，　式中 K 为常量，发动机关闭时的速度是 v_0．如果电艇在关闭发动机后又行驶 x 距离，求此时的速度．

解：$\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = -Kv^2$　　$-\frac{dv}{v^2} = Kdt$　　$-\frac{\mathrm{d}v}{v} = K\frac{dx}{1}$

两边积分得　　$v = v_0 \exp(-Kx)$

1-10　河水自西向东流动，速度为 10 km/h．一轮船在水中航行，船相对于河水的航向为北偏西 30°，相对于河水的航速为 20 km/h．此时风向为正西，风速为 10 km/h．试求在船上观察到的烟囱冒出的烟缕的飘向．设烟离开烟囱后很快就获得与风相同的速度．[南偏西 30°]

解：　如图所示：



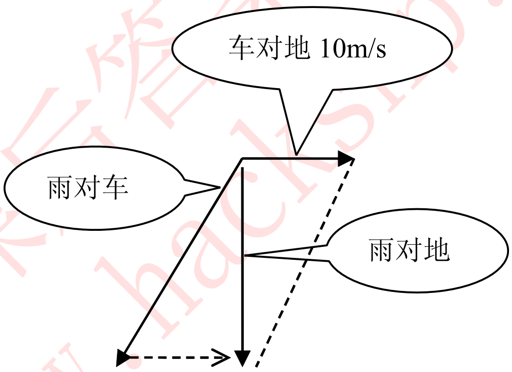
先分析船、水、地三者，由 $\vec{v}_{船对地}=\vec{v}_{船对水}+\vec{v}_{水对地}$ 得到船对地的速度为 17.3m/s,方向是正北。再分析船、风、地三者，由 $\vec{v}_{风对船}=\vec{v}_{船对地}+\vec{v}_{地对船}$，风对地是正西方向，速度大小为 10m/s.地对船是正南方向（因为船对地正北），速度大小为 17.3m/s,所以可以知道风对船的方向为南偏西 30°（速度大小为 20m/s）

1-11　当一列火车以 10 *m/s* 的速率向东行驶时，若相对于地面竖直下落的雨滴在列车的窗子上形成的雨迹偏离竖直方向 30°，则雨滴相对于地面、列车的速率分别是多大？

[17.3 *m/s*；20 *m/s*]

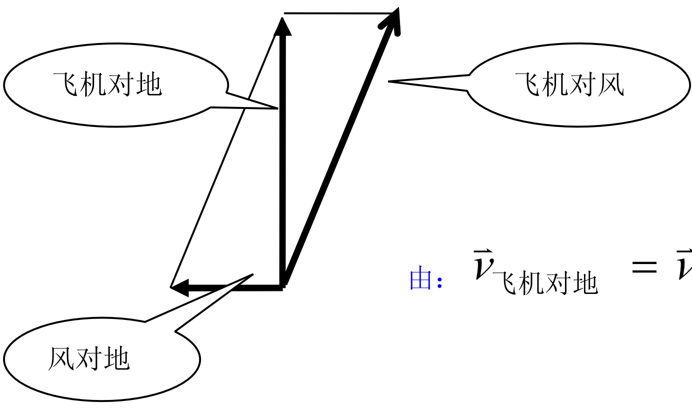
解：如图所示,

由 $\vec{v}_{雨对地}=\vec{v}_{雨对车}+\vec{v}_{车对地}$，$\vec{v}_{车对地}=10\,m/s$ 可以得到雨对地的速度为 17.3m/s,雨对列车的速度为 20m/s.



1-12　　一飞机驾驶员想往正北方向航行，而风以 60 km/h 的速度由东向西刮来，如果飞机的航速（在静止空气中的速率）为 180 km/h，试问驾驶员应取什么航向？飞机相对于地面的速率为多少？试用矢量图说明. [170 km/h；取向北偏东 19.4°]

解：如图所示



由：$\vec{v}_{飞机对地}=\vec{v}_{飞机对风}+\vec{v}_{风对地}$

得：$$V=\sqrt{180^{2}-60^{2}}=169.7km/h$$

思 考 题

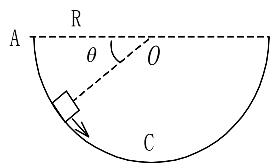
2-1　判断下列说法是否正确？说明理由.

(1) 质点作圆周运动时受到的作用力中，指向圆心的力便是向心力，不指向圆心的力不是向心力.

答：正确！向心力的定义为物体作圆周运动时受到的指向圆心的力。

(2) 质点作圆周运动时，所受的合外力一定指向圆心.

答：不对！只有匀速率圆周运动其合外力才指向圆心，变速率圆周运动因为有法向加速度与切向加速度，所以不指向圆心。



思考题 2-2 图

2-2　如图所示，假设物体沿着竖直面上圆弧形轨道下滑，轨道是光滑的，在从 A 至 C 的下滑过程中，下面哪个说法是正确的？

(A) 它的加速度大小不变，方向永远指向圆心.

(B) 它的速率均匀增加.

(C) 它的合外力大小变化，方向永远指向圆心.

(D) 它的合外力大小不变.

(E) 轨道支持力的大小不断增加.

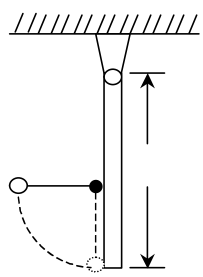
答：（E）是正确的。本图为变速率圆周运动。合外力及加速度大小与方向都在变化。且不指向圆心。

2-3　功、动能、势能、机械能，哪些是过程量，哪些是态函数，为什么说态函数是状态量？上述四量之间有什么关系？

答：功是过程量，作功与物体经历的过程有关。势能、机机能，动能是态函数。因为态函数只与物体所处的状态有关。关系：质点所受合外力对质点所作的功等于质点动能的增加量。质点的动能与势能之和为质点的机械能。

2-4　两个物体组成的一个系统，在相同时间内，（1）作用力的冲量和反作用力的冲量大小是否一定相等，二者的代数和等于多少？（2）作用力所作的功与反作用力所作的功是否一定相等，二者的代数和是否一定等于零？

答：冲量是力对时间的积累，作用力与反作用力其大小相等方向相反。在相等的时间内，其冲量的大小一定相等。二者代数和为零。作用力与反作用力其位移不一定相等，所以作用力与反作用力的功大小不一定相等，二者代数和不一定为零。


思考题 2-5 图

2-5　一均匀细杆可以绕 o' 轴自由转动，用一根细绳悬挂在 O

点的小球，从水平位置释放，与细杆在竖直位置碰撞（如图）．试问在碰撞过程中系统对 O 点的角动量是否守恒？对 o' 点的角动量是否守恒？为什么？

答：因为 O 点是绳子，所以绳子与 O 点的作用力其方向一定沿着绳子方向，在碰撞一刻，此方向在竖直方向。而 O’点连接着杆，O’点与杆的作用力其方向要视碰撞过程来具体确定。设 O 点与绳子作用力为 T，O’点与杆作用力为 T’，那么如果以 O 点为参考点，则 T’还会有力矩，此力矩显然是外力矩，所以对 O 点角动量不守恒。而以 O’点为参考点，T 因为其方向过 O’点，所以外力矩为零。角动量守恒。

2-6　在水平冰面上以一定速度向东行驶的炮车，向东南（斜向上）方向发射一炮弹，对于炮车和炮弹这一系统，在此过程中（忽略冰面摩擦力及空气阻力）

(A) 总动量守恒．

(B) 总动量在炮身前进的方向上的分量守恒，其它方向动量不守恒．

(C) 总动量在水平面上任意方向的分量守恒，竖直方向分量不守恒．

(D) 总动量在任何方向的分量均不守恒．

答：（C）是正确的。竖直面内合外力不为零，水平面内合外力为零。

2-7　人造地球卫星，绕地球作椭圆轨道运动，地球在椭圆的一个焦点上，则卫星的

(A) 动量不守恒，动能守恒．　　(B)动量守恒，动能不守恒．

(C) 对地心的角动量守恒，动能不守恒．　　(D)对地心的角动量不守恒，动能守恒．

答（C）是正确的。中心力问题角动量守恒。卫星速度在变化，动能不守恒。

习　题

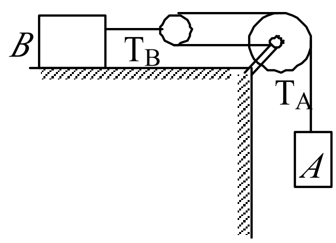
2-1　一质量为 1 kg 的物体，置于水平地面上，物体与地面之间的静摩擦系数为 0.20，滑动摩擦系数为 0.16，现对物体施一水平拉力 F＝t+0.96(SI)，则 2 秒末物体的速度大小是多大？

解：$f_{静}=\mu_{静}N=0.2\times1\times9.8=1.96$牛　　因 F＝t+0.96(SI)=1.96　则 t=1 秒

$$\int_1^2(t+0.96-0.16\times1\times9.8)dt=mv-0 \qquad \int_1^2(t-0.608)dt=mv-0$$

$$v=0.892m/s$$

2-2　如图，物体 A、B 质量相同，B 在光滑水平桌面上．滑轮与绳的质量以及空气阻力均不计，滑轮与其轴之间的摩擦也不计．系统无初速地释放，则物体 A 下落的加速度是多大？



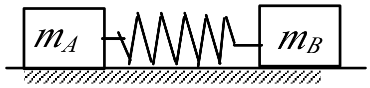
习题

解：
$$T_B = ma_B$$
$$mg - T_A = ma_A$$
$$a_B = \frac{1}{2}a_A$$

得 $mg = \frac{5}{4}ma_A$

$$a_A = \frac{4}{5}g$$

2-3 A、B 两木块质量分别为 m_A 和 m_B，且 $m_B=2m_A$，两者用一轻弹簧连接后静止于光滑水平桌面上，如图所示．若用外力将两木块压近使弹簧被压缩，然后将外力撤去，则此后两木块运动动能之比 E_{KA}/E_{KB} 是多大？



思考题 2-3 图

解：两木块用一轻弹簧连接后静止于光滑水平桌面上,外力撤去后系统动量守恒。

$$m_A v_A + m_B v_B = 0 \qquad \text{则} \quad v_B = \frac{1}{2}v_A$$

$$\frac{E_{kA}}{E_{kB}} = \frac{\frac{1}{2}m_A v_A^2}{\frac{1}{2}m_B v_B^2} = 2$$

2-4 一公路的水平弯道半径为 R，路面的外侧高出内侧，并与水平面夹角为 θ．要使汽车通过该段路面时不引起侧向摩擦力，则汽车的速率大小为多大？

解：
$$N\sin\theta = m\frac{v^2}{R}$$
$$N\cos\theta = mg$$

$$tg\theta = \frac{v^2}{Rg} \qquad \text{则} \qquad v = \sqrt{Rgtg\theta}$$

2-5 质量为 m 的质点在 X-Y 平面上运动，其位置矢量 $\boldsymbol{r} = a\cos\omega t\ \boldsymbol{i} + b\sin\omega t\ \boldsymbol{j}$（SI），设式中的 a、b、$\omega$ 均为正常量，且 a>b．求：

（1）质点在 A（a,0）点和 B（0,b）点的动能；

（2）质点所受到的作用力 $\boldsymbol{F}$ 以及当质点从 A 点运动到 B 点的过程中的分力 $\boldsymbol{F_x}$ 和 $\boldsymbol{F_y}$ 分别作的功．

解：$\vec{r} = a\cos\omega t\vec{i} + b\sin\omega t\vec{j}$（SI） 则 $\vec{v} = -a\omega\sin\omega t\vec{i} + b\omega\cos\omega t\vec{j}$

质点在 A（a,0）点： $\vec{v}_A = b\omega\vec{j}$ $\qquad E_{kA} = \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mb^2\omega^2$

质点在 B（0,b）点： $\vec{v}_B = -a\omega\vec{i}$ $\qquad E_{kB} = \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}ma^2\omega^2$

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m(-a\omega^2\cos\omega t\vec{i} - b\omega^2\sin\omega t\vec{j}) = -m\omega^2(a\cos\omega t\vec{i} + b\sin\omega t\vec{j})$$

当质点从 A 点运动到 B 点的过程中的分力 $\boldsymbol{F_x}$ 作的功

$$w=\int_A^B F_x dx=\int_a^0 -m\omega^2 x dx=-\frac{1}{2}m\omega^2 x^2\Big|_a^0=\frac{1}{2}m\omega^2 a^2$$

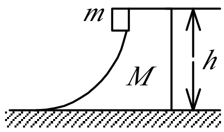
当质点从 A 点运动到 B 点的过程中的分力 $\boldsymbol{F_y}$ 作的功

$$w=\int_A^B F_y dy=\int_0^b -m\omega^2 y dy=-\frac{1}{2}m\omega^2 y^2\Big|_0^b=-\frac{1}{2}m\omega^2 b^2$$

2-6　如图所示，一光滑的滑道，质量为 M 高度为 h，放在一光滑水平面上，滑道底部与水平面相切．质量为 m 的小物块自滑道顶部由静止下滑，求：

（1）物块滑到地面时，滑道的速度；

(2) 物块下滑的整个过程中，滑道对物块所作的功．



习题 2-6 图

解：放在一光滑水平面上，M 和 m 的系统在水平方向上的动量守恒。　　$mv+MV=0$　　得　$V=-\dfrac{mv}{M}$

M 和 m 及地球的系统机械能守恒，则　$mgh=\dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{1}{2}MV^2$

$\dfrac{1}{2}MV^2(1+\dfrac{M}{m})=mgh$　　滑道的速度　$V=m\sqrt{\dfrac{2gh}{(m+M)M}}$

物块下滑的整个过程中，　$A_{mg}+A_{滑}=\dfrac{1}{2}mv^2-0$

$$A_{滑}=\frac{1}{2}mv^2-mgh=\frac{1}{2}m(\frac{2Mgh}{M+m})-mgh=-\frac{m^2gh}{M+m}$$

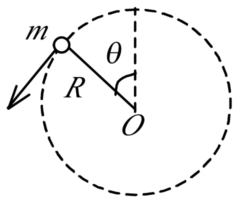
2-7　已知一质量为 m 的质点在 x 轴上运动，质点只受到指向原点的引力的作用，引力大小与质点离原点的距离 x 的平方成反比，即 $f=-k/x^2$，k 是比例常数．设质点在 $x=A$ 时的速度为零，求质点在 $x=A/4$ 处的速度的大小．

解：根据质点动能定理　$\displaystyle\int_A^{A/4}\frac{k}{x^2}dx=\frac{3k}{A}=\frac{1}{2}mv^2-0$

质点在 $x=A/4$ 处的速度　$v=\sqrt{\dfrac{6k}{mA}}$

2-8　质量为 m 的物体系于长度为 R 的绳子的一个端点上，在竖直平面内绕绳子另一端点（固定）作圆周运动．设 t 时刻物体瞬时速度的大小为 v，绳子与竖直向上的方向成 θ 角，如图所示．求：

(1)　t 时刻绳中的张力 T 和物体的切向加速度 a_t；



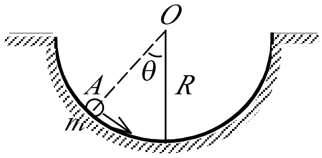
习题 2-8 图

(2)在物体运动过程中 a_t 的大小和方向.

解：建立自然坐标系：$mg\cos\theta + T = m\dfrac{v^2}{R}$　可得　$T = m\dfrac{v^2}{R} - mg\cos\theta$

$mg\sin\theta = ma_\tau$　　$a_\tau = g\sin\theta$

2-9　如图所示，质量为 m 的钢球 A 沿着中心在 O、半径为 R 的光滑半圆形槽下滑.当 A 滑到图示的位置时，其速率为 v，钢球中心与 O 的连线 OA 和竖直方向成 θ 角，求这时钢球对槽的压力和钢球的切向加速度.



习题 2-9 图

解：建立自然坐标系：$N - mg\cos\theta = m\dfrac{v^2}{R}$

$mg\sin\theta = ma_\tau$

这时钢球对槽的压力 $f = -N = -(mg\cos\theta + m\dfrac{v^2}{R})$，负号表示沿 OA 方向。

钢球的切向加速度　$a_\tau = g\sin\theta$

2-10　一造地球卫星绕地球作椭圆运动，近地点为 A，远地点为 B．A、B 两点距地心分别为 r_1 及 r_2．设卫星质量为 m，地球质量为 M，万有引力常量为 G，求卫星在 A、B 两点处的引力势能之差 $E_{PB} - E_{PA}$，动能之差 $E_{kB} - E_{kA}$.

解：卫星在 A、B 两点处的引力势能为 $E_{PA} = -GmM(\dfrac{1}{r_1})$　；　$E_{PB} = -GmM(\dfrac{1}{r_2})$

卫星在 A、B 两点处的动能为 $E_{kA} = GmM(\dfrac{1}{r_1}) + C'$；　$E_{kB} = GmM(\dfrac{1}{r_2}) + C'$

可得　$E_{PB} - E_{PA} = GmM(\dfrac{r_2 - r_1}{r_2 r_1})$　；$E_{kB} - E_{KA} = -GmM(\dfrac{r_2 - r_1}{r_2 r_1})$

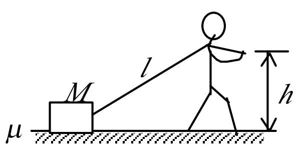
2-11　地球的质量为 m，太阳的质量为 M，地心与日心的距离为 R，引力常量为 G，则地球绕太阳作圆周运动的轨道角动量 L 是多大?

解：　$m\dfrac{v^2}{R} = G\dfrac{Mm}{R^2}$；　轨道角动量　$L = mvR = mR\sqrt{\dfrac{GM}{R}} = m\sqrt{GMR}$

2-12　已知地球质量为 M，半径为 R．一质量为 m 的火箭从地面上升到距地面高度为 $2R$ 处．求在此过程中，地球引力对火箭作的功.

解：地球引力对火箭作的功 $\int_R^{3R} G\dfrac{Mm}{r^2}dr\cos\pi = \dfrac{GMm}{r}\Big|_R^{3R} = -\dfrac{2GMm}{3R}$

2-13　一人在平地上拉一个质量为 M 的木箱匀速前进，如图. 木箱与地面间的摩擦系数 μ =0.6.设此人前进时，肩上绳的支撑点距地面高度为 h=1.5 m，不计箱高，



习题 2-13 图

问绳长 l 为多长时最省力？ [2.92 m]

解：解：受力分析：

$$\begin{aligned} mg &= N + F\sin\theta \\ F\cos\theta &= \mu N \end{aligned}$$ 最省力时：$\dfrac{dF}{d\theta} = 0 \Rightarrow tg\theta = 0.6 \Rightarrow l = 2.92m$

2-14 质量为 M 的人，手执一质量为 m 的物体，以与地平线成 α 角的速度 v_0 向前跳去. 当他达到最高点时，将物体以相对于人的速度 u 向后平抛出去．试问：由于抛出该物体，此人跳的水平距离增加了多少？ (略去空气阻力不计)

解：设人在最高点抛物前的速度 $v_1 = v_0\cos\alpha$，人在最高点抛物后的速度 v_2

质量为 M 的人，手执一质量为 m 物体的系统动量守恒。

$$Mv_2 + m(v_2 - u) = (m + M)v_1$$

解得 $$v = v_1 + \frac{m}{M+m}u$$

由于抛物使人增加的速度为 $\Delta v = v_2 - v_1 = \dfrac{m}{M+m}u$

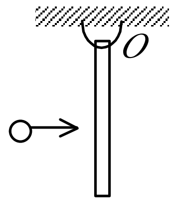
增加的水平距离为 $\Delta x = \Delta v \times t = \dfrac{m}{M+m}u \times \dfrac{v_0\sin\alpha}{g}$

思 考 题

3-1　一水平圆盘可绕通过其中心的固定竖直轴转动，盘上站着一个人. 把人和圆盘取作系统，当此人在盘上随意走动时，若忽略轴的摩擦，此系统的什么物理量是守恒的？

答：此系统所受合外力矩为零，人与盘之间的力为内力，所以角动量守恒！机械能守恒的条件为外力与非保守内力不做功或作功之和为零，显然人与盘之间有磨擦力，即有非保守内力做功，机械能守恒，动量守恒的条件为合外力为零，转轴不属于系统，转轴与盘之间有作用力，动量不守恒。

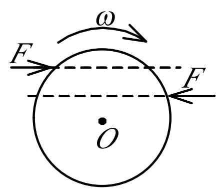
3-2　如图所示，一匀质细杆可绕通过上端与杆垂直的水平光滑固定轴 O 旋转，初始状态为静止悬挂．现有一个小球自左方水平打击细杆．设小球与细杆之间为非弹性碰撞，则在碰撞过程中对细杆与小球这一系统的哪种物理量守恒？



思考题 3-2 图

答：在碰撞时，小球重力过转轴，杆的重力也过轴，外力矩为零，所以角动量守恒。因碰撞时转轴与杆之间有作用力，所以动量不守恒。碰撞是非弹性的，所以机械能也不守恒。

3-3　一圆盘绕过盘心且与盘面垂直的光滑固定轴 O 以角速度 ω 按图示方向转动. 若如图所示的情况那样，将两个大小相等方向相反但不在同一条直线的力 F 沿盘面同时作用到圆盘上，则圆盘的角速度 ω 如何变化？



思考题 3-3 图

答：左边力的力矩比右边的大，所以刚体会被加速，其角加速度增大。

3-4　刚体角动量守恒的充分而必要的条件是什么？

答：刚体所受的合外力矩为零。

习　题

3-1　可绕水平轴转动的飞轮，直径为 1.0 m，一条绳子绕在飞轮的外周边缘上．如果飞轮从静止开始做匀角加速运动且在 4 s 内绳被展开 10 m，则飞轮的角加速度是多大？[2.5 rad / s^2]

解：绳子展开 10m 时飞轮转过的角度为：Δφ=10/(1./2)=20rad。

已知飞轮作匀角加速转动，所以：$\Delta\varphi=\omega_0 t+\dfrac{1}{2}\beta t^2$

把 $\omega_0=0,\ t=4$ 代入得　　　$\beta=2.5rad/s^2$

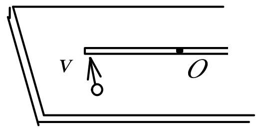
3-2　一飞轮以 600 rev/min 的转速旋转，转动惯量为 2.5 kg·m^2，现加一恒定的制动力矩使飞轮在 1 s 内停止转动，则该恒定制动力矩是多大？[157 N·m]

解：$\omega_0=600rev/\min=20\pi rad/s$　(注：rev/min 意为转每分钟)

作用在刚体上的一力矩在一段时间内的冲量矩等于刚体角动量的变化量。

$$\int_0^t Mdt \xrightarrow{M} Mt = L - L_0 \Rightarrow M = -L_0 = -I\omega_0 = -20\pi \times 2.5 = -50\pi(N \cdot m)$$

3-3　光滑的水平桌面上有长为 $2l$、质量为 m 的匀质细杆，可绕通过其中点 O 且垂直于桌面的竖直固定轴自由转动，转动惯量为 $\frac{1}{3}ml^2$，起初杆静止．有一质量为 m 的小球在桌面上正对着杆的一端，在垂直于杆长的方向上，以速率 v 运动，如图所示．当小球与杆端发生碰撞后，就与杆粘在一起随杆转动．求：这一系统碰撞后的转动角速度．[$\frac{3v}{4l}$]



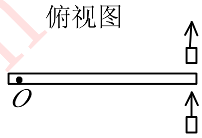
习题 3-3 图

解：碰撞过程中角动量守恒：

$$mvl = (\frac{1}{3}ml^2 + ml^2)\omega \text{，解得 } \omega = \frac{3v}{4l}$$

3-4　如图所示，一静止的均匀细棒，长为 L、质量为 M，可绕通过棒的端点且垂直于棒长的光滑固定轴 O 在水平面内转动，转动惯量为 $\frac{1}{3}ML^2$．一质量为 m、速率为 v 的子弹在水平面内沿与棒垂直的方向射出并穿出棒的自由端，设穿过棒后子弹的速率为 $\frac{1}{2}v$，则此时棒的角速度是多大？ [$\frac{3mv}{2ML}$]

俯视图

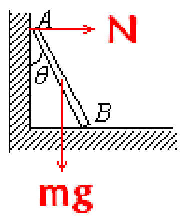


习题 3-4

解：此过程角动量守恒：

$$mvL = \frac{1}{3}ML^2\omega + m\frac{v}{2}l \text{，解得：} \omega = \frac{3mv}{2ML}$$

3-5　如图所示，一质量为 m 的匀质细杆 AB，A 端靠在光滑的竖直墙壁上，B 端置于粗糙水平地面上而静止．杆身与竖直方向成 θ 角，则 A 端对墙壁的压力是多大？ [$\frac{1}{2}mgtg\theta$]



解：以 B 点为支点，则过 B 点的力其力矩均为零，杆所受的其他的两个力如图，依力矩平衡可得：

$$\frac{1}{2}mgL\sin\theta = NL\cos\theta \Rightarrow N = \frac{1}{2}mgtg\theta$$

3-6　一长为 l，质量可以忽略的直杆，可绕通过其一端的水平光滑轴 在竖直平面内作定轴转动，在杆的另一端固定着一质量为 m 的小球．现将杆由水平位置无初转速地释放．求：(1) 杆刚被释放时的角加速度 β_0；(2) 杆与水平方向夹角为 60° 时的角加速度 β ． [g/l；$g/(2l)$]

解：在杆与水平面成任意角度时，其所受的合外力矩即重力矩：M=mglcosθ,则：

（1）刚被释放时：$\beta = \dfrac{M}{I} = \dfrac{mgl\cos 0}{ml^2} = \dfrac{g}{l}$

（2）与水平面成 60 度角时：$\beta = \dfrac{M}{I} = \dfrac{mgl\cos 60^0}{ml^2} = \dfrac{g}{2l}$

3-7　一个能绕固定轴转动的轮子，除受到轴承的恒定摩擦力矩 M_r 外，还受到恒定外力矩 M 的作用．若 M＝20 $N\cdot m$，轮子对固定轴的转动惯量为 J＝15 $kg\cdot m^2$．在 t＝10 s 内，轮子的角速度由 ω ＝0 增大到 ω ＝10 rad/s，求摩擦力矩 M_r．　[5.0　N·m]

解：摩擦力矩与外力矩均为恒力矩，所以刚体作匀角加速转动。其角加速度为：

$$\beta = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t} = \frac{10-0}{10} = 1 rad/s^2$$

合外力矩为：$M \;\; = J\beta = 15\times 1 = 15(N\cdot m) = M - M_r \Rightarrow M_r = 5.0(N\cdot m)$

3-8　一作定轴转动的物体，对转轴的转动惯量 J＝3.0 $kg\cdot m^2$，角速度 ω_0 ＝6.0 rad/s．现对物体加一恒定的制动力矩 M ＝－12 $N\cdot m$，当物体的角速度减慢到 ω ＝2.0 rad/s 时，物体已转过的角度 $\Delta\theta$ 是多大？ [4.0 rad]

解：根据刚体定轴转动的动量定理：$A = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_z d\varphi = \dfrac{1}{2}J\omega^2 - \dfrac{1}{2}J\omega_0^2$

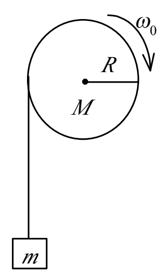
A=MΔφ=–12×Δφ=0.5×3×2×2–0.5×3×6×6⇒Δφ=4 *rad.*

3-9　花样滑冰运动员绕通过自身的竖直轴转动，开始时两臂伸开，转动惯量为 J_0，角速度为 ω_0．然后她将两臂收回，使转动惯量减少为 $\dfrac{1}{3}J_0$．这时她转动的角速度变为多大？

[3 ω_0]

解：此过程角动量守恒 $J\omega_0 = \dfrac{1}{3}J\omega \Rightarrow \omega = 3\omega_0$

3-10　一轴承光滑的定滑轮，质量为 M＝2.00 kg，半径为 R＝0.100 m，一根不能伸长的轻绳，一端固定在定滑轮上，另一端系有一质量为 m＝5.00 kg 的物体，如图所示．已知定滑轮的转动惯量为 J＝$\dfrac{1}{2}MR^2$，其初角速度 ω_0＝10.0 rad/s，方向垂直纸面向里．求：



习题 3-10 图

(1) 定滑轮的角加速度的大小和方向；

(2) 定滑轮的角速度变化到ω=0 时，物体上升的高度；

(3) 当物体回到原来位置时，定滑轮的角速度的大小和方向．

[81.7 rad/s^2 ，垂直纸面向外；　6.12×10^{-2} m；　ω = 10.0 rad/s，垂直纸面向外]

解：（1）设在任意时刻定滑轮的角速度为ω，物体的速度大小为 v，则有 v=Rω.

则物体与定滑轮的总角动量为： $L = J\omega + mvR = J\omega + mR^2\omega$

根据角动量定理，刚体系统所受的合外力矩等于系统角动量对时间的变化率：

$M = \dfrac{dL}{dt}$,该系统所受的合外力矩即物体的重力矩:M=mgR

所以： $\beta = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{mgR}{J + mR^2} = 81.7 rad/s^2$

（2）该系统只有重力矩做功（物体的重力），所以机械能守恒。

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}J\omega_0^2 = mg\Delta h \Rightarrow \Delta h = 6.12\times10^{-2}m$$

(3) 由械机能守恒可知，当系统转回到初时位置时，势能与初时时刻一样，所以角速度大小与初始时一样，方向相反。

思考题

4-1　在狭义相对论中，下列说法中哪些是正确的？

(A) 一切运动物体相对于观察者的速度都不能大于真空中的光速.

(B) 质量、长度、时间的测量结果都是随物体与观察者的相对运动状态而改变的.

(C) 在一惯性系中发生于同一时刻，不同地点的两个事件在其他一切惯性系中也是同时发生的.

(D) 惯性系中的观察者观察一个与他作匀速相对运动的时钟时，会看到这时钟比与他相对静止的相同的时钟走得慢些. [A，B，D]

答：真空中的光速为自然界的极限速率，任何物体的速度都不大于光速；质量、长度、时间与运动是紧密联系的，这些物理量的测量结果与参考系的选择有关，也就是与观察者的相对运动状态有关；同时同地具有绝对性，同时异地则具有相对性；相对论时间膨胀效应即运动的时钟变慢。

4-2　两个惯性系 K 与 K' 坐标轴相互平行，K' 系相对于 K 系沿 x 轴作匀速运动，在 K' 系的 x' 轴上，相距为 L' 的 A'、B' 两点处各放一只已经彼此对准了的钟，试问在 K 系中的观测者看这两只钟是否也是对准了？[没对准]

答：在 K’系中，A’、B’点的时空坐标分别为：$A'(x'_A,t'_A),B'(x'_B,t'_B)$

由题意：$\Delta t'=t'_A-t'_B=0$，$\Delta x'=x'_A-x'_B=L'$

在 K 系中，这两点的时空坐标分别为：$A(x_A,t_A),B(x_B,t_B)$

根据洛仑兹变换，$\Delta t=t_A-t_B=\dfrac{\Delta t'+\dfrac{u}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}=\dfrac{\dfrac{u}{c^2}L'}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\neq 0$

故，在 K 系中的观测者看到这两只钟没有对准。

4-3　静止的 μ 子的平均寿命约为 $\tau_0=2\times10^{-6}$ s．今在 8 km 的高空，由于 π 介子的衰变产生一个速度为 $v=0.998\,c$ (c 为真空中光速)的μ子，此 μ 子有无可能到达地面？[有可能]

答：μ 子的固有寿命为：$\tau_0=2\times10^{-6}s$，根据相对论时间膨胀效应，对于地面参考系运动 μ 子的寿命为：$\tau=\dfrac{\tau_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}=\dfrac{2\times10^{-6}}{\sqrt{1-0.998^2}}\approx3.16\times10^{-5}s$

μ 子在 τ 时间内运动的距离为：$s=u\tau=0.998c\times3.16\times10^{-5}\approx9461m$

而 μ 在 8km 的高空，小于它运动的距离，所以 μ 子可以到达地面。

4-4　某核电站年发电量为 100 亿度，它等于 36×10^{15} J 的能量，如果这是由核材料的全部静止能转化产生的，需要消耗核材料的质量是多少？[0.4 kg]

答：根据质能关系式：

$$\Delta m=\frac{\Delta E}{c^2}=0.4kg$$

习　题

4-1　在某地发生两件事，静止位于该地的甲测得时间间隔为 4 s，若相对于甲作匀速直线运动的乙测得时间间隔为 5 s，则乙相对于甲的运动速度是(c 表示真空中光速)多大？[(3/5) c]

解：由题意，甲测得的时间间隔为固有时间，即 $\tau_0=4s$

设乙相对于甲的运动速度为 u，根据相对论时间膨胀效应，乙测得的时间间隔 $\tau=\dfrac{\tau_0}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$

则　$5=\dfrac{4}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$　　　解得：$u=\dfrac{3}{5}c$

4-2　μ 子是一种基本粒子，在相对于 μ 子静止的坐标系中测得其寿命为 $\tau_0=2\times10^{-6}$ s．如果 μ 子相对于地球的速度为 $v=0.988c$ (c 为真空中光速)，则在地球坐标系中测出的 μ 子的寿命是多长？[1.29×10^{-5} s]

解：由题意，μ 子的固有寿命为 $\tau_0=2\times10^{-6}s$，根据相对论时间膨胀效应，对于地面参考系运动的 μ 子的寿命为：$\tau=\dfrac{\tau_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}=\dfrac{2\times10^{-6}}{\sqrt{1-0.988^2}}\approx1.29\times10^{-5}s$

4-3　两个惯性系中的观察者 O 和 O' 以 0.6 c (c 表示真空中光速)的相对速度互相接近．如果 O 测得两者的初始距离是 20 m，则 O' 测得两者经过时间多少秒后相遇？[8.89×10^{-8}]

解：由题意，观察者 O 测得的两者的初始距离为固有长度，即 $L_0=20m$

根据相对论长度收缩效应，观察者 O' 测得的两者之间的距离为：

$$L=L_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}=20\times\sqrt{1-0.6^2}=18m$$

则，观察者 O' 测得两者相遇所需的时间为：

$$\Delta t = \frac{L}{u} = \frac{18}{0.6c} = 8.89\times10^{-8}s$$

4-4　一列高速火车以速度 u 驶过车站时，固定在站台上的两只机械手在车厢上同时划出两个痕迹，静止在站台上的观察者同时测出两痕迹之间的距离为 1 m，则车厢上的观察者应测出这两个痕迹之间的距离是多大？[$\frac{1}{\sqrt{1-(u/c)^2}}$　(SI)]

解：由题意，车厢上的观察者测得的这两个痕迹之间的距离为固有长度 L_0，而地面上的观察者测看来，这两个痕迹是随车厢一起运动的，测得长度会发生相对论长度收缩，则

$$L_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

4-5　在惯性系 S 中，有两事件发生于同一地点，且第二事件比第一事件晚发生Δt=2s；而在另一惯性系 S′ 中，观测第二事件比第一事件晚发生$\Delta t'$=3s．那么在 S′ 系中发生两事件的地点之间的距离是多少？[6.72×10^8 m]

解：设两惯性系的相对运动速度为 u，由题意，S 系中测得的两事件的时间间隔 $\Delta t = 2s$ 为固有时间，根据相对论时间膨胀效应，S' 系测得的时间间隔

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \text{ 即：} 3 = \frac{2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \quad \text{解得：} \quad u = \frac{\sqrt{5}}{3}c$$

则 S' 系中发生的这两事件的地点之间的距离 L 为：

$$L = u\Delta t = \frac{\sqrt{5}}{3}c\times3 \approx 6.71\times10^8 m$$

4-6　一体积为 V_0，质量为 m_0 的立方体沿其一棱的方向相对于观察者 A 以速度 v 运动．观察者 A 测得其密度是多少？[$\frac{m_0c^2}{V_0(c^2-v^2)}$　(SI)]

解：观察者 A 测得该立方体沿运动方向的一棱边会发生相对论收缩效应，则其体积为

$$V = V_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

根据质速关系，而观察者 A 测得的该立方体的质量为：

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

则观察者 A 测得的密度为：

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{m_0}{V_0\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}=\frac{m_0c^2}{V_0\left(c^2-v^2\right)}$$

4-7　半人马星座α星是距离太阳系最近的恒星，它距离地球 $S=4.3\times10^{16}$ m．设有一宇宙飞船自地球飞到半人马星座α星，若宇宙飞船相对于地球的速度为 $v=0.999\,c$，按地球上的时钟计算要用多少年时间？如以飞船上的时钟计算，所需时间又为多少年？（4.5 年，0.20 年）

解：以地球上的时钟计算，所需的时间为

$$\Delta t=\frac{S}{v}=\frac{4.3\times10^{16}}{0.999\times3\times10^8\times365\times24\times60\times60}\approx4.5\text{年}$$

以飞船为参考系，地球与 α 星之间的距离会发生相对论长度收缩效应，则它们之间的距离为：

$$S'=S\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=4.3\times10^{16}\times\sqrt{1-0.999^2}\approx0.192\times10^{16}m$$

飞船上的时钟计算的时间为：

$$\Delta t'=\frac{S'}{v}=\frac{0.192\times10^{16}}{0.999\times3\times10^8\times365\times24\times60\times60}\approx0.2\text{年}$$

4-8　一艘宇宙飞船的船身固有长度为 $L_0=90$ m，相对于地面以 $v=0.8\,c$ (c 为真空中光速) 的匀速度在地面观测站的上空飞过．求：(1) 观测站测得飞船的船身通过观测站的时间间隔；(2) 宇航员测得船身通过观测站的时间间隔．[2.25×10^{-7} s ；3.75×10^{-7} s]

解：（1）观测站测得的飞船的长度 L 会发生相对论长度收缩效应，即

$$L=L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=90\times\sqrt{1-0.8^2}=54m$$

则观察者测得飞船船身通过观测站的时间间隔为：

$$\Delta t=\frac{L}{v}=\frac{54}{0.8c}=2.25\times10^{-7}s$$

（2）宇航员测得飞船通过观测站的时间间隔为：

$$\Delta t'=\frac{L_0}{v}=\frac{90}{0.8c}=3.75\times10^{-7}s$$

4-9　观察者甲以 $0.8c$ 的速度（c 为真空中光速）相对于静止的观察者乙运动，若甲携带一质量为 1 kg 的物体，则甲、乙测得此物体的总能量分别是多大？[9×10^{16} J ，1.5×10^{17}]

解：由题意，物体相对与甲是静止的，则甲测得的此物体的总能量为：

$$E_0 = m_0c^2 = 1\times3\times10^8\times3\times10^8 = 9\times10^{16}J$$

而物体相对于乙是运动的，根据质速关系，乙测得该物体的质量为：

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(\frac{0.8c}{c})^2}} = \frac{5}{3}kg$$

则乙测得该物体的总能量为：

$$E = mc^2 = \frac{5}{3}\times9\times10^{16} = 1.5\times10^{17}J$$

4-10　要使电子的速度从 v_1 =1.2×10^8 m/s 增加到 v_2 =2.4×10^8 m/s 必须对它作多少功？已知电子静止质量 m_e ＝9.11×10^{-31} kg．[2.95×10^5 eV]

解：根据狭义相对论动能定理，对电子所作的功 A 为：

$$A = \frac{m_e}{\sqrt{1-(\frac{v_2}{c})^2}}c^2 - \frac{m_e}{\sqrt{1-(\frac{v_1}{c})^2}}c^2 = 4.72\times10^{-14}J = 2.95\times10^5 eV$$

4-11　设有宇宙飞船 A 和 B，固有长度均为 l_0 = 100 m，沿同一方向匀速飞行，在飞船 B 上观测到飞船 A 的船头、船尾经过飞船 B 船头的时间间隔为 Δt = (5/3)×10^{-7} s，求飞船 B 相对于飞船 A 的速度的大小．[2.68×10^8 m/s]

解：设两飞船的相对速度大小为 u，由题意，以飞船 B 为参考系，飞船 A 的船头和飞船 B 的船头重合，飞船 A 的船尾与飞船 B 的船头重合，这两个事件是在同一地点相继发生的，所以飞船 B 测得的时间间隔是固有时间，即 $\tau_0 = \Delta t = \frac{5}{3}\times10^{-7}s$

以飞船 A 为参考系，飞船 B 的船尾和飞船 A 的船头重合，飞船 B 的船头与飞船 A 的船尾重合，这两个事件是在不同地点发生，故根据相对论时间膨胀效应，时间间隔为：

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

又由飞船的固有长度为 $l_0 = 100m$，飞船 A 测得的这两个事件的时间间隔可以写为：

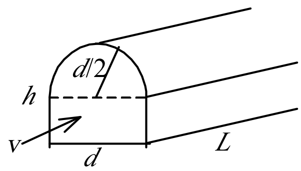
$\tau = \frac{l_0}{u}$，联立以上各式可以得到：

$$\frac{100}{u} = \frac{\frac{5}{3}\times10^{-7}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$　　解得：$u \approx 2.68\times10^8 m/s$

4-12　一隧道长为 L，宽为 d，高为 h，拱顶为半圆，如图．设想一列车以极高的速度 v 沿隧道长度方向通过隧道，若从列车上观测，求：（1）隧道的尺寸；(2) 设列车的长度为 l_0，它全部通过隧道的时间．［$L\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$；$\frac{L\sqrt{1-(v/c)^2}+l_0}{v}$　(SI)］

解：（1）由于列车沿隧道方向运动，在与运动方向垂直的横截面上不发生相对论收缩效应，故从列车上观测，横截面尺寸不变，隧道的长度在运动会发生相对论收缩效应，则车上测得的隧道长度 L' 为：

$$L' = L\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$



习题 4-12 图

（2）以列车为参考系，测得的列车全部通过隧道的时间 Δt 为：

$$\Delta t = \frac{L\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}+l_0}{v}$$

思 考 题

5-1　试从分子动理论的观点解释：为什么当气体的温度升高时，只要适当地增大容器的容积就可以使气体的压强保持不变？

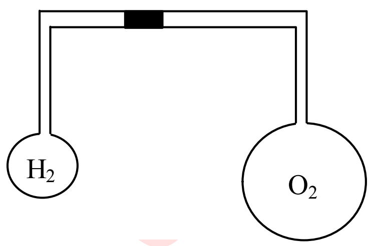
答：根据分子动理论，$P = nkT$，当温度T升高时，只要适当增大容器的容积而减小分子的数密度n，就可以使气体的压强P保持不变。

或：当温度T升高时，分子的平均平动动能增大，一次碰撞时给予容器壁的冲量也增大，适当增大容器的容积而减小分子的数密度n，使单位面积的容器壁在单位时间内受到的碰撞次数减少，从而使单位面积的容器壁在单位时间内受到的冲量（即压强）不变。

5-2　试以分子动理论的观点解释玻意耳定律（T不变，$pV=C$）.

答：由 $P = \frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}_t = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\bar{\varepsilon}_t$ 得：$PV = \frac{2}{3}N\bar{\varepsilon}_t$，对于一定量的理想气体，分子总数$N$为常数，当温度$T$不变时，分子的平均平动动能$\bar{\varepsilon}_t = \frac{3}{2}kT$也不变，则

$PV = \frac{2}{3}N\bar{\varepsilon}_t =$ 常数C。



思考题 5-3 图

5-3　如图所示，两个大小不同的容器用均匀的细管相连，管中有一水银滴作活塞，大容器装有氧气，小容器装有氢气．当温度相同时，水银滴静止于细管中央，则此时这两种气体中哪个的密度大？

答：根据压强公式$P = nkT$和题设条件，氧气和氢气的压强P、温度T相同，故其分子数密度n也相同，而气体密度$\rho = \frac{M}{V} = \frac{Nm}{V} = nm$（$m$为分子质量），又因为氧气的分子质量大于氢气的分子质量，所以氧气的密度大。

5-4　什么叫理想气体的内能？它能否等于零？为什么？

答：理想气体的内能是所有分子热运动能量的总和，不包括分子间的相互作用势能，理想气体的内能仅是热力学温度的单值函数。它不能等于零，因为根据热力学第三定律，任何热力学系统的热力学温度不能等于零。

5-5　设有一恒温的容器，其内储有某种理想气体，若容器发生缓慢漏气，问

(1) 气体的压强是否变化？为什么？

(2) 容器内气体分子的平均平动动能是否变化？为什么？

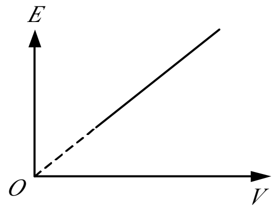
(3) 气体的内能是否变化？为什么？

答：(1) 压强减小，由$P = nkT$，温度不变，容器缓慢漏气，分子数密度n减小，故压强减小。

（2）容器内气体分子的平均平动动能不变，因为气体分子的平均平动动能只与温度有关，温度不变，分子的平均平动动能也不变。

（3）气体的内能减小，因为漏气是容器中的分子总数减少。

5-6　一定质量的理想气体的内能 E 随体积 V 的变化关系为一直线(其延长线过 E~V 图的原点)，则此直线表示什么等值过程？



思考题 5-6 图

答：一定质量的理想气体的内能 $E=\nu C_V T\propto T$，又因为 $E\propto V$，所以 $T\propto V$，则此直线表示等压过程。

5-7　已知 $f(v)$ 为麦克斯韦速率分布函数，N 为总分子数，v_p 为分子的最概然速率．下列各式表示什么物理意义？

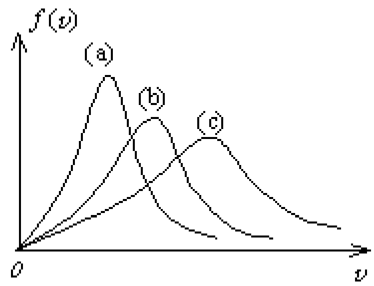
(1) $\int_0^\infty vf(v)\mathrm{d}v$．(2) $\int_{v_p}^\infty f(v)\mathrm{d}v$．　(3) $\int_{v_p}^\infty Nf(v)\mathrm{d}v$．

答：（1）系统中所有气体分子的平均速率。

（2）速率大于 v_p 的分子数占分子总数的比率。或：在系统任取一个气体分子，其速率大于 v_p 的概率为 $\int_{v_p}^\infty f(v)\mathrm{d}v$ 。

（3）速率大于 v_p 的分子总数。

5-8　图示曲线为处于同一温度 T 时氦（原子量 4)、氖（原子量 20）和氩（原子量 40）三种气体分子的速率分布曲线。其中曲线（a)、(b)、(c）各表示什么气体分子的速率分布曲线？



答：按照 $\upsilon_p=\sqrt{\dfrac{2RT}{M_{mol}}}$，温度一定时，最可几速率与气体的摩尔质量的平方根成反比：$v_p\propto\dfrac{1}{\sqrt{M_{mol}}}$ 。曲线（a）中的 v_p 最小，则曲线（a）是摩尔质量最大的氩的速率分布曲线；则曲线（c）是摩尔质量最小的氦的速率分布曲线；曲线（b）是摩尔质量居中的氧的速率分布曲线；

5-9　关于气体分子的平均自由程 $\bar{\lambda}$，下列几种说法是否正确？

(1) 不论压强是否恒定，$\bar{\lambda}$ 都与温度 T 成正比．

(2) 不论温度是否恒定，$\bar{\lambda}$ 都与压强 p 成反比．

(3) 若分子数密度 n 恒定，$\bar{\lambda}$ 与 p 、T 无关．

答：由$\bar{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$知：（1）错；（2）错；（3）正确。

5-10　在什么条件下，气体分子热运动的平均自由程$\bar{\lambda}$与温度T成正比？在什么条件下，$\bar{\lambda}$与T无关？设气体分子的有效直径一定.

答：由$\bar{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$知：$p$ 恒定时，气体分子热运动的平均自由程$\bar{\lambda}$与温度T成正比；若分子数密度n恒定，即分子总数N 和气体体积V恒定，则$\bar{\lambda}$与T无关。

5-11　玻尔兹曼分布律表明：在某一温度的平衡态

(1) 分布在某一区间(坐标区间和速度区间)的分子数，与该区间粒子的能量成正比.

(2) 在同样大小的各区间(坐标区间和速度区间)中，能量较大的分子数较少；能量较小的分子数较多.

(3) 在大小相等的各区间(坐标区间和速度区间)中比较，分子总是处于低能态的概率大些.

(4) 分布在某一坐标区间内、具有各种速度的分子总数只与坐标区间的间隔成正比，与粒子能量无关.

以上哪些说法是正确的?

答：（1）错。分布在某一区间(坐标区间和速度区间)的分子数，与该区间粒子的能量E的指数函数$e^{-E/kT}$成正比。

（2）、（3）正确。设在同样大小的两区间中粒子的能量分别为E_1、E_2，分布的粒子数分别为ΔN_1、ΔN_2，则有$\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2}=\frac{e^{-E_1/kT}}{e^{-E_2/kT}}$，若$E_1>E_2$，则$\Delta N_1<\Delta N_2$。

（4）错。分布在某一坐标区间内、具有各种速度的分子总数即与坐标区间的间隔有关，又与粒子能量有关。

习　题

5-1　若理想气体的体积为V，压强为p，温度为T，一个分子的质量为m，k为玻尔兹曼常量，R为普适气体常量，求该理想气体的分子数.

解：由理想气体的状态方程：$P=nkT$，

得到理想气体的分子数：$N=nV=PV/kT$。

5-2　有一个电子管，其真空度（即电子管内气体压强）为 1.0×10^{-5} mmHg，求 27 ℃ 时管内单位体积的分子数.（玻尔兹曼常量k＝1.38×10^{-23} J/K，1 atm=1.013×10^{5} Pa =76 cmHg）　[3.2×10^{17} /m^3]

解：由理想气体的状态方程：$P=nkT$

得到管内单位体积的分子数：

$$n=\frac{P}{kT}=\frac{1.0\times10^{-5}\times1.013\times10^{5}}{760}\times\frac{1}{1.38\times10^{-23}\times300}=3.2\times10^{17}/m^{3}$$

5-3　有 2×10^{-3} m^3刚性双原子分子理想气体，其内能为 6.75×10^{2} J．玻尔兹曼常量$k=1.38\times10^{-23}$ J·K^{-1}．(1) 试求气体的压强；(2) 设分子总数为 5.4×10^{22}个，求分子的平均平动动能及气体的温度．

解：(1) 由理想气体的内能$E=\frac{i}{2}\nu RT$和状态方程$PV=\nu RT$，刚性双原子分子的总自由度$i=5$，得到气体的压强：

$$P=\frac{2E}{iV}=\frac{2\times6.75\times10^{2}}{5\times2\times10^{-3}}=1.35\times10^{5}\,Pa$$

(2) 刚性双原子分子理想气体的内能是指所有分子的平均平动动能与平均转动动能之总和，即$E=N\times\frac{i}{2}kT$

则分子的平均平动动能：$\bar{\varepsilon}_t=\frac{3}{2}kT=\frac{3E}{iN}=\frac{3\times6.75\times10^{2}}{5\times5.4\times10^{22}}=7.5\times10^{-21}J$

气体的温度：$T=\frac{2\bar{\varepsilon}_t}{3k}=\frac{2\times7.5\times10^{-21}}{3\times1.38\times10^{-23}}=362K$

5-4　一铁球由 10 m高处落到地面，回升到 0.5 m高处．假定铁球与地面碰撞时损失的宏观机械能全部转变为铁球的内能，则铁球的温度将升高多少?（已知铁的比热C= 501.6 J·kg^{-1}·K^{-1}）

解：损失的机械能：$\Delta E'=mg(h_1-h_2)$，内能的增量：$\Delta E=cm\Delta T$

由题意：$\Delta E'=\Delta E$得到铁球的温度将升高：

$$\Delta T=\frac{g(h_1-h_2)}{c}=\frac{9.8\times(10-0.5)}{501.6}=0.186K$$

5-5　储有某种刚性双原子分子理想气体的容器以速度v=100 m/s运动，假设该容器突然停止，气体的全部定向运动动能都变为气体分子热运动的动能，此时容器中气体的温度上升 6.74K，求容器中气体的摩尔质量M_{mol}．(普适气体常量R=8.31 J·mol^{-1}·K^{-1})

解：气体的全部定向运动动能：$E'=\frac{1}{2}\nu M_{mol}v^{2}$（其中$\nu$ 为气体的摩尔数）

刚性气体分子热运动的动能即内能增量：$\Delta E=\frac{i}{2}\nu R\Delta T$（其中$i=5$为刚性双原子分子的总自由度数）。

依题意：$E'=\Delta E$，则容器中气体的摩尔质量

$$M_{mol}=\frac{iR\Delta T}{v^2}=\frac{5\times 8.31\times 6.74}{100^2}=28\times 10^{-3}\,kg/mol$$

5-6　在标准状态下，若氧气(视为刚性双原子分子的理想气体)和氦气的体积比V_1/V_2=1 / 2 ，求其内能之比E_1/E_2.

解：由理想气体的内能$E=\frac{i}{2}\nu RT$和状态方程$PV=\nu RT$得：

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{i_1V_1}{i_2V_2}=\frac{5}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$$

5-7　水蒸气分解成同温度的氢气和氧气，内能增加了百分之几（不计振动自由度和化学能)?

解：水蒸气分解为同温度T的氢气和氧气时（$H_2O\rightarrow H_2+\frac{1}{2}O_2$)，1 摩尔的水蒸气可分解成 1 摩尔氢气和$\frac{1}{2}$摩尔氧气。

分解前 1 摩尔水蒸气的内能（当作刚性多原子分子气体）：$E_1=3RT$

分解后氢气和氧气的内能（当作刚性双原子分子气体）：

$$E_2=\frac{5}{2}RT+\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}RT=\frac{15}{4}RT$$

则内能增加了：$\frac{\Delta E}{E_1}=\frac{(\frac{15}{4}-3)RT}{3RT}=\frac{1}{4}=25\%$

5-8　水蒸气分解为同温度 T 的氢气和氧气时（$H_2O\rightarrow H_2+\frac{1}{2}O_2$)，1 摩尔的水蒸气可分解成 1 摩尔氢气和$\frac{1}{2}$摩尔氧气．当不计振动自由度时，求此过程中内能的增量.

解：水蒸气分解为同温度T的氢气和氧气时（$H_2O\rightarrow H_2+\frac{1}{2}O_2$)，1 摩尔的水蒸气可分解成 1 摩尔氢气和$\frac{1}{2}$摩尔氧气。

分解前 1 摩尔水蒸气的内能（当作刚性多原子分子气体）：$E_1=3RT$

分解后氢气和氧气的内能（当作刚性双原子分子气体）：

$$E_2=\frac{5}{2}RT+\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}RT=\frac{15}{4}RT$$

则内能增加了：$\Delta E=E_2-E_1=\frac{15}{4}RT-3RT=\frac{3}{4}RT$

5-9　有两瓶气体，一瓶是氦气，另一瓶是氢气（均视为刚性分子理想气体），若它们的压强、体积、温度均相同，则氢气的内能是氦气的多少倍？

解：因为氢气和氦气压强、体积、温度均相同，故它们的摩尔数也相同，设为ν。

氢气的内能：$E_1=\frac{5}{2}\nu RT$　　　　氦气的内能：$E_2=\frac{3}{2}\nu RT$

则：$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{5}{3}$$

5-10　设声波通过理想气体的速率正比于气体分子的热运动平均速率，则声波通过具有相同温度的氧气和氢气的速率之比v_{O_2}/v_{H_2}是多大？

解：声波通过具有相同温度的氧气和氢气的速率之比：

$$\frac{v_{O_2}}{v_{H_2}}=\frac{\bar{v}_{O_2}}{\bar{v}_{H_2}}=\frac{\sqrt{M_{molH_2}}}{\sqrt{M_{molO_2}}}=\sqrt{\frac{2}{32}}=\frac{1}{4}$$

5-11　氮气在标准状态下的分子平均碰撞频率为$5.42\times10^{8}\ s^{-1}$，分子平均自由程为6×10^{-6} cm，若温度不变，当气压降为 0.1 atm，分子的平均碰撞频率与平均自由程分别变为多少？

解：理想气体分子的平均碰撞频率：$\bar{Z}=\sqrt{2}\pi d^2\bar{v}n=\sqrt{2}\pi d^2\bar{v}\frac{P}{kT}$

分子平均自由程：$\bar{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$

温度不变，当气压降为 0.1atm

$$\frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1}=\frac{P_2}{P_1}=\frac{1}{10}\qquad\qquad \frac{\bar{\lambda}_2}{\bar{\lambda}_1}=\frac{P_1}{P_2}=10$$

分子的平均碰撞频率变为：$\bar{Z}_2=\frac{1}{10}\bar{Z}_1=\frac{1}{10}\times5.42\times10^{8}=5.42\times10^{7}s^{-1}$

分子的平均自由程变为：$\bar{\lambda}_2=10\bar{\lambda}_1=10\times6\times10^{-6}=6\times10^{-5}cm$

思 考 题

7-1 “功，热量和内能都是系统状态的单值函数”这种说法对吗？

答:仅内能是系统状态的单值函数, 功，热量是过程量, 即使初、末状态一定, 经历不同的过程, 系统所做的功和吸收的热量不同.

7-2 一物质系统从外界吸收一定的热量，则

(A) 系统的内能一定增加.

(B) 系统的内能一定减少.

(C) 系统的内能一定保持不变.

(D) 系统的内能可能增加，也可能减少或保持不变.

答:改变系统的内能有两种方式:做功和热传递,选 [D]

7-3 一定量的理想气体处于热动平衡状态时，此热力学系统有三个宏观量不随时间变化，是哪三个？ [体积、温度和压强]

答:是描述热力学系统的三个宏观量参量: [体积、温度和压强]

7-4 一定量的某种理想气体起始温度为 T，体积为 V，该气体在下面循环过程中经过三个平衡过程：(1) 绝热膨胀到体积为 $2V$，(2)等体变化使温度恢复为 T，(3) 等温压缩到原来体积 V，则此整个循环过程中

(A) 气体向外界放热 (B) 气体对外界作正功

(C) 气体内能增加 (D) 气体内能减少

答:从 P-V 图上可知系统作逆循环,外界对系统做功,而内能不变,故气体向外界放热.选[A]

7-5 对于理想气体系统来说，在下列过程中，哪个过程系统所吸收的热量、内能的增量和对外作的功三者均为负值？

(A) 等体降压过程. (B) 等温膨胀过程.

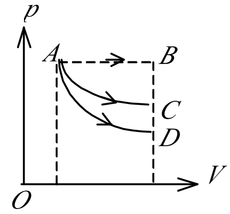
(C) 绝热膨胀过程. (D) 等压压缩过程.

答:等压压缩过程体积减小,温度降低,外界对气体做功,内能减少,放热, 系统所吸收的热量、内能的增量和对外作的功三者均为负值。前三选项总有一者为零。选[D]

7-6 如图所示，一定量理想气体从体积 V_1，膨胀到体积 V_2 分别经历的过程是：$A\to B$ 等压过程，$A\to C$ 等温过程；$A\to D$ 绝热过程，其中吸热量最多的过程

(A) 是 A→B. (B)是 A→C. (C)是 A→D.

(D)既是 A→B 也是 A→C, 两过程吸热一样多.



思考题 7-6 图

答:A→B 过程对外做功最多，内能增量最大，根据热力学第一定律，$Q = A + \Delta E$，A→B 过程吸热量最多。选[A]

7-7　一个作可逆卡诺循环的热机，其效率为η，它逆向运转时便成为一台致冷机，该致冷机的致冷系数 $w=\dfrac{T_2}{T_1-T_2}$，指出 η 与 w 的关系．

答: $\eta=1-\dfrac{T_2}{T_1},\omega=\dfrac{T_2}{T_1-T_2}$ 则有 [$\eta=\dfrac{1}{w+1}$ 或 $w=\dfrac{1}{\eta}-1$]

习　题

7-1　一气体分子的质量可以根据该气体的定体比热来计算．氩气的定体比热 C_V=0.314 k J • kg^{-1} • K^{-1}，求氩原子的质量 m．（波尔兹曼常量 k=1.38×10^{-23} J/ K）［ 6.59×10^{-26} kg ］

解：氩气的定体摩尔比热 $C_{vmol}=\dfrac{3}{2}RJ.mol^{-1}k^{-1}=\dfrac{3}{2}R\times10^{-3}KJ.mol^{-1}K^{-1}$

C_V=0.314 k J • kg^{-1} • K^{-1}

$\because C_v=\dfrac{C_{vmol}}{N_0m}\therefore m=\dfrac{C_{vmol}}{N_0C_v}=6.59\times10^{-26}Kg$

7-2　1mol 的单原子分子理想气体从状态 A 变为状态 B，如果不知是什么气体，变化过程也不知道，但 A、B 两态的压强、体积和温度都知道，则可求出下面哪一个?

(A)　气体所作的功．　　(B)　气体内能的变化．

(C)　气体传给外界的热量．　　(D)　气体的质量．　　[B]

解：理想气体的内能是状态的单值函数，$\Delta E=\dfrac{i}{2}R\Delta T$，故选[B]

7-3　一定量的某种理想气体在等压过程中对外作功为 200 J．若此种气体为单原子分子气体，问：（1）该过程中需要吸热多少？（2）若为双原子分子气体，则需要吸热多少？　[500 J ； 700 J]

解：单原子分子气体：$C_v=\dfrac{3}{2}R$　　双原子分子气体：$C_v=\dfrac{5}{2}R$

（1）对外做功：$A=\int_{V_1}^{V_2}PdV=P(V_2-V_1)=200J$

内能的增量：$\Delta E=\dfrac{M}{M_{mol}}C_v(T_2-T_1)=\dfrac{3}{2}R\dfrac{M}{M_{mol}}(T_2-T_1)=\dfrac{3}{2}P(V_2-V_1)=300J$

吸收的热量：$Q=A+\Delta E=200J+300J=500J$

（2）同理，将 $C_v=\dfrac{3}{2}R$ 换为 $C_v=\dfrac{5}{2}R$，则 $A=200J,\ \Delta E=500J,\ Q=700J$

7-4　气缸中有一定量的氦气(视为理想气体)，经过绝热压缩，体积变为原来的一半，则气体分子的平均速率变为原来的多少倍？　［ 2$^{1/3}$ ］

解：氦气：$C_v = \dfrac{3}{2}R \qquad C_P = \dfrac{5}{2}R \quad \gamma = \dfrac{5}{3}$

$$V_2 = \frac{V_1}{2}$$

由绝热方程：$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$ 得 $\dfrac{T_2}{T_1} = (\dfrac{V_1}{V_2})^{\gamma-1} = 2^{\frac{2}{3}}$

由 $\overline{V} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M_{mol}}}$ 得 $\dfrac{\overline{V}_2}{\overline{V}_1} = \sqrt{\dfrac{T_2}{T_1}} = 2^{\frac{1}{3}}$

7-5 用绝热材料制成的一个容器，体积为 $2V_0$，被绝热板隔成 A、B 两部分，A 内储有 1 mol 单原子分子理想气体，B 内储有 2 mol 刚性双原子分子理想气体，A、B 两部分压强相等均为 p_0，两部分体积均为 V_0，求：

(1) 两种气体各自的内能分别为 E_A 与 E_B；

(2) 抽去绝热板，两种气体混合后处于平衡时的温度为 T.

[$\dfrac{3}{2}p_0V_0$，$\dfrac{5}{2}p_0V_0$；$\dfrac{8p_0V_0}{13R}$]

解：$C_{vA} = \dfrac{3}{2}R \quad C_{vB} = \dfrac{5}{2}R$

（1）$E_A = vC_{vA}T_A = \dfrac{3}{2}RT_A = \dfrac{3}{2}P_0V_0$

$$E_B = vC_{vB}T_B = 2.\frac{5}{2}RT_B = \frac{5}{2}P_0V_0$$

（2）设两种气体混合后处于平衡时的温度为 T，气体内能不变，有

$$\frac{3}{2}RT + 2.\frac{5}{2}RT = \frac{3}{2}P_0V_0 + \frac{5}{2}P_0V_0 \qquad T = \frac{8P_0V_0}{13R}$$

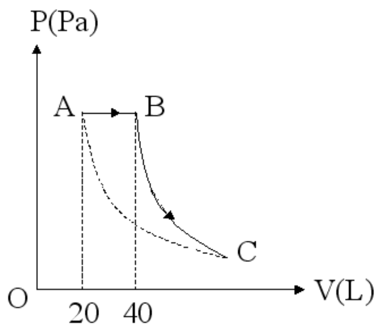
7-6 汽缸内有 2 mol 氦气，初始温度为 27℃，体积为 20 L(升)，先将氦气等压膨胀，直至体积加倍，然后绝热膨涨，直至回复初温为止．把氦气视为理想气体．试求：

(1) 在 $p-V$ 图上大致画出气体的状态变化过程．

(2) 在这过程中氦气吸热多少？

(3) 氦气的内能变化多少？

(4) 氦气所作的总功是多少？ [图略；1.25×10^4 J；0；1.25×10^4 J]



解：（1）

（2）氦气：$C_v = \frac{3}{2}R \qquad C_P = \frac{5}{2}R \qquad \gamma = \frac{5}{3}$

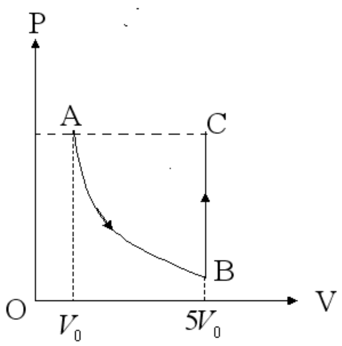
等压膨胀: $\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \therefore T_B = \frac{V_B}{V_A}T_A = 600K$

$$Q = Q_P = \upsilon C_P(T_B - T_A) = 2\times\frac{5}{2}\times 8.31\times(600-300) = 1.25\times 10^4 J$$

(3) T不变，故$\Delta E = 0$

(4) $A = Q = 1.25\times 10^4 J$

7-7　3 mol 温度为 T_0=273 K 的理想气体，先经等温过程体积膨胀到原来的 5 倍，然后等体加热，使其末态的压强刚好等于初始压强，整个过程传给气体的热量为 $Q = 8\times 10^4$ J．试画出此过程的 $p-V$ 图，并求这种气体的比热容比 $\gamma = C_p / C_V$ 值．　[图略；1.4]



解：

$T_末 = 5T_0$

$$Q = Q_T + Q_V = \nu RT_0 \ln\frac{5V_0}{V_0} + \upsilon C_V(T_末 - T_0) \Rightarrow C_V = \frac{5}{2}R$$

$$C_P = \frac{7}{2}R, \gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1.4$$

7-8　1 mol 理想气体在 T_1 = 400 K 的高温热源与 T_2 = 300 K 的低温热源间作卡诺循环（可逆的），在 400 K 的等温线上起始体积为 V_1 = 0.001 m^3，终止体积为 V_2 = 0.005 m^3，试求此气体在每一循环中：

(1) 从高温热源吸收的热量 Q_1；

(2)气体所作的净功 W;

(3)气体传给低温热源的热量 Q_2.

[5.35×10^{3} J；0.25；1.34×10^{3} J ； 4.01×10^{3}]

解：（1）等温膨胀吸热：$Q_1=\upsilon RT_1\ln {V_2}/{V_1}=8.31\times400\times\ln5=5.35\times10^{3}J$

（2）卡诺循环 $\eta=1-\dfrac{T_2}{T_1}=25\%$

$$\eta={A}/{Q_1}=25\%\ \therefore A=\eta Q_1=1.34\times10^{3}J$$

（3） $Q_2=Q_1-A=4.01\times10^{3}J$

7-9 温度为 25℃、压强为 1 atm 的 1 mol 刚性双原子分子理想气体，经等温过程体积膨胀至原来的 3 倍．(1) 计算这个过程中气体对外所作的功； (2) 假若气体经绝热过程体积膨胀为原来的 3 倍，那么气体对外作的功又是多少？ [2.72×10^{3} J；2.20×10^{3} J]

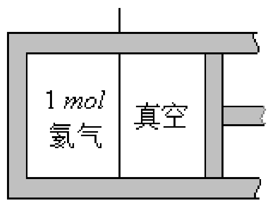
解：（1）等温膨胀： $A_T=\upsilon RT\ln {V_2}/{V_1}=8.31\times298\times\ln3=2.72\times10^{3}J$

（2）双原子分子： $C_v=\dfrac{5}{2}R\qquad C_P=\dfrac{7}{2}R\qquad \gamma=\dfrac{7}{5}$

由绝热方程： $T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1}$ 得 $\dfrac{T_2}{T_1}=(\dfrac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}=(\dfrac{1}{3})^{\frac{2}{5}}\Rightarrow T_2=192K$

$$A=-\Delta E=\upsilon C_V(T_1-T_2)=1\times\frac{5}{2}(298-192)=2.20\times10^{3}J$$

7-10 器壁与活塞均绝热的容器中间被一隔板等分为两部分，其中左边贮有 1mol 处于标准状态的氦气（视为理想气体），另一边为真空．现先把隔板拉开，待气体平衡后再缓慢向左推动活塞，把气体压缩到原来的体积．问氦气的温度改变了多少？［ 160K ］



习题 7-10 图

解：氦气： $C_v=\dfrac{3}{2}R\qquad C_P=\dfrac{5}{2}R\qquad \gamma=\dfrac{5}{3}$

自由膨胀 T 不变，绝热过程初态： $T_1=273K$,体积 V_1；绝热过程末态： $V_2=\dfrac{1}{2}V_1$

由绝热方程： $T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1}$ 得 $\dfrac{T_2}{T_1}=(\dfrac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}=2^{\frac{2}{3}}\Rightarrow T_2=433K$

$\Delta T=160K$

7-11 一卡诺循环的热机，高温热源温度是 400 K．每一循环从此热源吸进 100 J 热量

并向一低温热源放出 80 J 热量．求：

(1) 低温热源温度；

(2) 该循环的热机效率．[320 K；20%]

解：（1）$\eta = 1 - \dfrac{Q_2}{Q_1} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1} \Rightarrow \dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow T_2 = 80\% T_1 = 320K$

（2）$\eta = 1 - \dfrac{Q_2}{Q_1} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1} = 20\%$

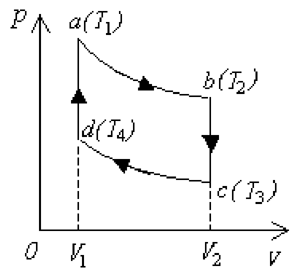
7-12　一可逆卡诺热机低温热源的温度为 $7C^0$，效率为 40%．若要将其效率提高到 50%，则高温热源的温度需要提高多少度？　[$93.3C^0$]

解：$T_2 = 280K$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$\eta = 40\%$，$T_1 = 466.7K$；$\eta = 50\%$，$T_1' = 560K$

提高温度$\Delta T = T_1' - T_1 = 93.3^0\,C$



习题 7-13 图

7-13　奥托循环（小汽车、摩托车汽油机的循环模型）如图．ab 各 cd 为绝热过程，bc 各 da 为等体过程．用 T_1、T_2、T_3、T_4 分别代表 a 态、b 态、c 态、d 态的温度．若已知温度 T_1 和 T_2，求此循环的效率，判断此循环是否为卡诺循环．[$1 - \dfrac{T_2}{T_1}$；否]

解：$b \to c$放出热量：$Q_2 = \upsilon C_v (T_2 - T_3)$

$d \to a$吸收热量：$Q_1 = \upsilon C_v (T_1 - T_4)$

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4}$$

由绝热方程：$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$　　　$T_4 V_4^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \Rightarrow \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

卡诺循环由两个等温过程和两个绝热过程组成，此循环不是卡诺循环。

思 考 题

8-1 根据热力学第二定律判断下列哪种说法是正确的.

(A) 热量能从高温物体传到低温物体，但不能从低温物体传到高温物体.

(B) 功可以全部变为热，但热不能全部变为功.

(C) 气体能够自由膨胀，但不能自动收缩.

(D) 有规则运动的能量能够变为无规则运动的能量，反之则不行. [C]

8-2 有人说："不可逆过程就是不能往反方向进行的过程" 对吗？为什么？

[不可逆过程并不是一定不能往反方向进行的过程,而是往反方向进行的过程中用任何方法都不能使系统和外界同时复原]

8-3 有人设计一台卡诺热机(可逆的). 每循环一次可从 400 K 的高温热源吸热 1800 J，向 300 K 的低温热源放热 800 J. 同时对外作功 1000 J，这样的设计是

(A) 可以的，符合热力学第一定律.

(B) 可以的，符合热力学第二定律.

(C) 不行的，卡诺循环所作的功不能大于向低温热源放出的热量.

(D) 不行的，这个热机的效率超过理论值. [D]

[卡诺热机效率最大: $\eta = 1 - \dfrac{T_2}{T_1} = 25\%$]

8-4 某人设想一台可逆卡诺热机,循环一次可以从400K的高温热源吸热1800J,向300K的低温热源放热800J,同时对外作功 1000J. 试分析这一设想是否合理？为什么？[违背熵增原理]

8-5 下列过程是否可逆，为什么？

(1) 通过活塞(它与器壁无摩擦)，极其缓慢地压缩绝热容器中的空气；

(2) 用旋转的叶片使绝热容器中的水温上升(焦耳热功当量实验).

解:(1)是可逆过程。此过程是无损耗的准静态过程，当活塞(它与器壁无摩擦)，极其缓慢地绝热膨胀时，系统和外界都可复原，故是可逆过程。

（2）是不可逆过程。功可完全转化为热，但在无外界影响下，热能却不能完全转化为机械能。

8-6 关于可逆过程和不可逆过程的判断：

(A) 可逆热力学过程一定是准静态过程.

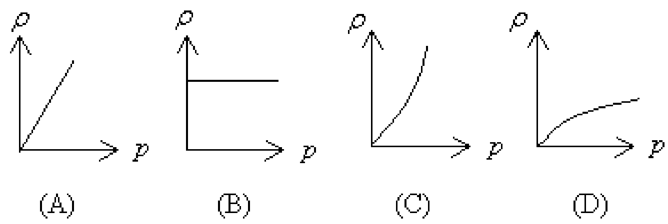
(B) 准静态过程一定是可逆过程.

(C) 不可逆过程就是不能向相反方向进行的过程.

(D) 凡有摩擦的过程,一定是不可逆过程.

以上四种判断，其中正确的是哪些？ [A，D]

8-7　在所给出的四个图象中，哪个图象能够描述一定质量的理想气体，在可逆绝热过程中，密度随压强的变化？　［ D ］



思考题 8-7 图

8-8　从统计的意义来解释, 不可逆过程实质上是一个怎样的状态转变过程？一切实际过程都向着什么方向进行？　[从几率较小的状态到几率较大的状态；状态的几率增大 (或熵值增加)]

8-9　由绝热材料包围的容器被隔板隔为两半，左边是理想气体，右边真空．如果把隔板撤去，气体将进行自由膨胀过程，达到平衡后气体的温度及熵如何变化？ [温度不变；熵增加]

8-10　在一个孤立系统内，一切实际过程都向着什么方向进行？这就是热力学第二定律的统计意义. 从宏观上说，一切与热现象有关的实际过程都是可逆的吗？　[状态几率增大; 都是不可逆的]

8-11　所谓第二类永动机，从功能量转换角度来讲，是一种什么形式的机器？它不可能制成是因为违背了热学中的哪条定律？　[从单一热源吸热，在循环中不断对外作功的热机；热力学第二定律]

8-12　熵是什么的定量量度？若一定量的理想气体经历一个等温膨胀过程，它的熵将如何变化？　[大量微观粒子热运动所引起的无序性(或热力学系统的无序性) ；增加]

思 考 题

10-1　为什么引入电场中的试验电荷，体积必须很小，电荷量也必须很小？

答：为了保证测量的准确性。体积很小，可看成点电荷，反映各点的情况；电荷量很小不影响原来电场的分布。

10-2　真空中点电荷 q 的静电场场强大小为

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

式中 r 为场点离点电荷的距离．当 $r\to 0$ 时，$E\to\infty$，这一推论显然是没有物理意义的，应如何解释？

答：当 $r\to 0$ 时，电荷不能再看做点电荷了，而此公式为点电荷电场强度计算式。

10-3　静电学中有下面几个常见的场强公式

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{F}/q \quad (1)$$

$$E=q/(4\pi\varepsilon_0 r^2) \quad (2)$$

$$E=(U_A-U_B)/d \quad (3)$$

式(1)、(2)中的 q 意义是否相同？各式的适用范围如何？

答：(1)中的 q 代表试验电荷，适用范围是静电场。 (2)中的 q 是点电荷，适用范围是点电荷。

10-4　为什么在无电荷的空间里电场线不能相交？为什么静电场中的电场线不可能是闭合曲线?

答：电场线的切线代表电场的方向，相交则方向不是唯一。

静电场中的电场线始于正电荷，终止于负电荷，电场线不可能是闭合曲线。

10-5　一条磁感线上的任意二点处的磁感强度一定大小相等么？

答：　不一定　。

10-6　从毕奥—萨伐尔定律能导出无限的磁场公式 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}$ ，当考察点无限接近导线时($a\to 0$)，则 $B\to\infty$，这是没有物理意义的，请解释．

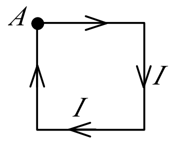
答：当考察点 $a\to 0$ 时，长直电流导线不能再看作线了，此公式不再适用。

10-7　两个共面同心的圆电流 I_1，I_2 其半径分别为 R_1，R_2，问它们之间满足什么关系时，圆心处的磁场为零．

答：两电流方向相反，且 $\dfrac{\mu_0 I_1}{2R_1}=\dfrac{\mu_0 I_2}{2R_2}$

10-8　边长为 l 的正方形线圈中通有电流 I，此线圈在 A 点(见图)产生的磁感强度 B 为

(A) $\dfrac{\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi l}$.



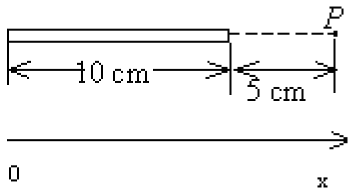
思考题 10-8 图

(B) $\dfrac{\sqrt{2}\mu_0 I}{2\pi l}$.

(C) $\dfrac{\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi l}$.　　　(D) 以上均不对.　　［ A ］

习　题

10-1　如图所示，一长为 10 cm 的均匀带正电细杆，其电荷为 1.5×10^{-8} C，试求在杆的延长线上距杆的端点 5 cm 处的 P 点的电场强度. [1.8×10^4 N/m；沿 x 轴正向]



解：

$$dq = \frac{q}{l}dx$$

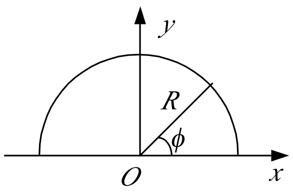
$$E = \int dE = \int_0^{10^{-2}} \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 (0.15 - x)^2} =$$

$$\int_0^{10^{-2}} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l(0.15 - x)^2} dx = 1.8\times10^4 (N/m)$$

方向沿 x 轴正向

10-2　带电细线弯成半径为 R 的半圆形，电荷线密度为 $\lambda = \lambda_0 \sin\phi$，式中 λ_0 为一常数，ϕ 为半径 R 与 x 轴所成的夹角，如图所示．试求环心 O 处的电场强度．　[]

解：　$$dq = \lambda dl = \lambda R d\phi$$



习题 10-2 图

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_o R^2} = \frac{\lambda R d\phi}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$$dE = \frac{\lambda R d\phi}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$ 要分解为

$dE_y = dE\sin\phi$ ，$dE_x = dE\cos\phi$

据对称性，

$$E_x = 0$$

$$E_y = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\lambda_o \sin^2\phi}{4\pi\varepsilon_0 R} d\phi = \frac{\lambda_o}{8\varepsilon_0 R}$$

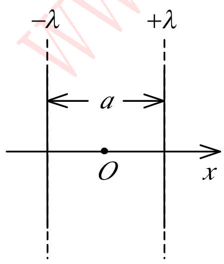
$$\boldsymbol{E} = E_x\boldsymbol{i} + E_y\boldsymbol{j} = -\frac{\lambda_0}{8\varepsilon_0 R}\boldsymbol{j}$$

10-3 真空中两条平行的“无限长”均匀带电直线相距为 a，其电荷线密度分别为$-\lambda$和$+\lambda$．试求：

(1) 在两直线构成的平面上，两线间任一点的电场强度(选 Ox 轴如图所示，两线的中点为原点)．

(2) 两带电直线上单位长度之间的相互吸引力．

[$= \dfrac{2a\lambda}{\pi\varepsilon_0\left(a^2 - 4x^2\right)}$ ，]



习题 10-3 图

解：(1)无限长均匀带电直线，

$$E_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o(\frac{a}{2} - x)} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o(\frac{a}{2} + x)}$$

$$= \frac{2a\lambda}{\pi\varepsilon_0\left(a^2 - 4x^2\right)}$$

(2) 在 $x = \pm\frac{a}{2}$ 处 $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o a}$

$F = \lambda E = \lambda^2 / (2\pi\varepsilon_0 a)$

10-4 实验表明，在靠近地面处有相当强的电场，电场强度 $\boldsymbol{E}$ 垂直于地面向下，大小约为 100 N/C；在离地面 1.5 km 高的地方，$\boldsymbol{E}$ 也是垂直于地面向下的，大小约为 25 N/C.

(1) 假设地面上各处 $\boldsymbol{E}$ 都是垂直于地面向下，试计算从地面到此高度大气中电荷的平均体密度；

(2) 假设地表面内电场强度为零，且地球表面处的电场强度完全是由均匀分布在地表面的电荷产生，求地面上的电荷面密度．(已知：真空介电常量 $\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ \mathrm{C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}}$)

[$4.43\times10^{-13}\ \mathrm{C/m^3}$ ； $-8.9\times10^{-10}\ \mathrm{C/m^3}$]

解：（1） $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2}$ $\quad q_1 = E_1 4\pi\varepsilon_o R^2$ $\quad q_2 = E_2 4\pi\varepsilon_o (R+1500)^2$

$\Delta q = |\ q_2 - q_1\ |$ $\quad \Delta V = \frac{4}{3}\pi(R+1500)^3 - \frac{4}{3}\pi R^3$

$$\rho = \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{|\ E_2 4\pi\varepsilon_o (R+1500)^2 - E_1 4\pi\varepsilon_o R^2\ |}{\frac{4}{3}\pi(R+1500)^3 - \frac{4}{3}\pi R^3} = 4.43\times10^{-13}\ \mathrm{C/m^3}$$

（2） $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o R^2}$ 地球上的电荷密度 $\sigma = \frac{-q}{4\pi R^2} = \varepsilon_o E = -8.9\times10^{-10}\ \mathrm{C/m^3}$

10-5 有一螺线管长 $L = 20$ cm，半径为 $r = 2$ cm，导线中通有 $I = 5$ A 的电流，若在螺线管轴线中点处产生的磁感强度为 $B = 6.16\times10^{-3}$ T 试求该螺线管每单位长度有多少匝．

[$1.00\times10^3\ \mathrm{m^{-1}}$]

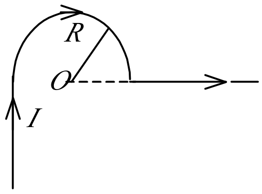
解： 螺线管 $B = \frac{\mu_o nI}{2}(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$

$$\tan\theta_2 = \frac{2}{20/2} = 0.2 \qquad \theta_2 = 11.31^o \qquad \theta_1 = 168.69^o$$

$$n = \frac{2B}{\mu_o I(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)} = 1.00\times10^3\ \mathrm{m^{-1}}$$

10-6　将通有电流 $I=5.0$ A 的无限长导线折成如图形状，已知半圆环的半径为 $R=0.10$ m．求圆心 O 点的磁感强度．

[　$B=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi R}+\dfrac{\mu_0 I}{4R}=2.1\times10^{-5}$ T，向里]



习题 10-6 图

解：

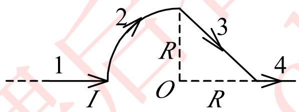
$$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2+\vec{B}_3$$

$$B_1=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\quad \text{向里}$$

$$B_2=\frac{\mu_0 I}{4R}\quad \text{向里}\qquad B_3=0$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}+\frac{\mu_0 I}{4R}=2.1\times10^{-5}\ \text{T，向里}$$

10-7　一根无限长导线弯成如图形状，设各线段都在同一平面内（纸面内），其中第二段是半径为 R 的四分之一圆弧，其余为直线．导线中通有电流 I，求图中 O 点处的磁感强度．



习题 10-7 图

[　$B=\dfrac{\mu_0 I}{8R}+\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}=\dfrac{\mu_0 I}{2R}(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{\pi})$，方向 ⊗]

解：$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2+\vec{B}_3+\vec{B}_4$

$$B_1=0\qquad B_2=\frac{\mu_0 I\frac{1}{4}\times 2\pi}{4\pi R}=\frac{\mu_0 I}{8R}\quad \text{方向 }\otimes$$

$$B_3=\frac{\mu_o I}{4\pi r}(\cos\theta_2-\cos\theta_1)=\frac{\mu_o I}{4\pi\frac{\sqrt{2}}{2}R}(\cos45^o-\cos135^o)=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\quad \text{方向 }\otimes$$

$$B_4=0$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{8R}+\frac{\mu_0 I}{2\pi R}=\frac{\mu_0 I}{2R}(\frac{1}{4}+\frac{1}{\pi})\text{，方向 }\otimes$$

思 考 题

11-1　在静电场空间作一闭合曲面，如果在该闭合面上场强 E 处处为零，能否说此闭合面内一定没有电荷？举例说明.

答：不能说此闭合面内一定没有电荷。例球心有一正电荷 Q，闭合面内有一小同心球壳面上均匀分布负电荷 Q。

11-2　举例说明在选无穷远处为电势零点的条件下，带正电的物体的电势是否一定为正？电势等于零的物体是否一定不带电？

答：不一定。在负电荷形成的电场中，带正电的物体的电势为负，带电物体置于电势零点，电势等于零

11-3　静电场中计算电势差的公式有下面几个：

$$U_A - U_B = \frac{W_A - W_B}{q} \qquad (1)$$

$$U_A - U_B = Ed \qquad (2)$$

$$U_A - U_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} \qquad (3)$$

试说明各式的适用条件.

答：公式（1）适用于静电场中知道点电荷电势能情况，公式（2）适用于均匀电场，公式（3）适用于一般静电场

11-4　(1) 电场强度的线积分 $\int_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 表示什么物理意义？

答：表示在电场中沿 L 移动单位正电荷时电场力所做的功，它可用来说明电场本身的性质。

(2) 对于静电场，它有什么特点？该线积分描述静电场的什么性质？

答：特点线积分与路径无关，描述静电场的保守性。

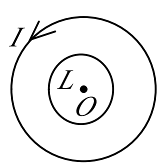
11-5　有人作如下推理：“如果一封闭曲面上的磁感强度 $\boldsymbol{B}$ 大小处处相等，则根据磁学中的高斯定理 $\oint_S \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0$，可得到 $B\oint_S \mathrm{d}S = B\cdot S = 0$，又因为 $S \neq 0$，故可以推知必有 $B = 0$.” 这个推理正确吗？ [B 不一定要等于零]

答：不正确，$\vec{B}$　$d\vec{S}$ 各自有不同的方向，B 不一定要等于零

11-6　如图，在一圆形电流 I 所在的平面内，选取一个同心圆形闭合回路 L，则由安培环路定理可知

(A) $\oint_L \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0$，且环路上任意一点 $B = 0$.

(B) $\oint_L \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0$，且环路上任意一点 $B \neq 0$.



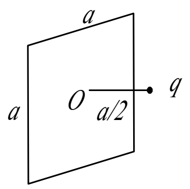
思考题 11-6 图

(C) $\oint_L \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=0$，且环路上任意一点 $B\neq 0$.

(D) $\oint_L \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=0$，且环路上任意一点 B=常量. [B]

习 题

11-1 有一边长为 a 的正方形平面，在其中垂线上距中心 O 点 $a/2$ 处，有一电荷为 q 的正点电荷（如图所示），求通过该平面的电场强度通量. [$\dfrac{q}{6\varepsilon_0}$]



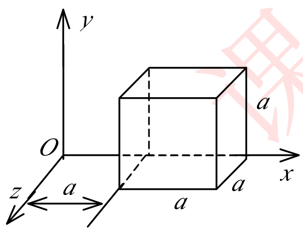
习题 11-1 图

解：边长为 a 的正方形平面是边长为 a 的正方体的一个面，

由高斯定理得：$\phi=\int \vec{E}\cdot d\vec{s}=\dfrac{q}{\varepsilon_o}$

据对称性，该平面的电场强度通量为 $\dfrac{\phi}{6}=\dfrac{q}{6\varepsilon_o}$

11-2 真空中一立方体形的高斯面，边长 a=0.1 m，位于图中所示位置．已知空间的场强分布为：$E_x=bx$ ，$E_y=0$，$E_z=0$．常量 b=1000 N/(C • m)．试求通过该高斯面的电通量以及高斯面包围的净电荷． [1 $N\cdot m^2/C$；8.85×10^{-12} C]



习题 11-2 图

解：$\phi=E_1S-E_2S=(\ b2a-ba\ )S=a^3b=1\ N\cdot m^2/C$

$\phi=\dfrac{\sum q}{\varepsilon_o}$ $\sum q=\varepsilon_o\phi=8.85\times10^{-12}$ C

11-3 求下列各带电体的场强分布.

(A) 半径为 R 的均匀带电球面.

(B) 半径为 R 的均匀带电球体.

(C) 半径为 R 、电荷体密度ρ=Ar (A 为常数)的非均匀带电球体.

(D) 半径为 R 、电荷体密度ρ=A/r (A 为常数)的非均匀带电球体.

解：(A)见书本 195 页[例 11-2]

(B)见书本 195 页[例 11-3]

(c) 球外，看成点电荷 $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2}$

$$Q=\int_o^R \rho 4\pi r^2 dr=\int_o^R Ar4\pi r^2 dr=A\pi R^4$$

$$E=\frac{A\pi R^4}{4\pi\varepsilon_o r^2}=\frac{AR^4}{4\varepsilon_o r^2}$$

球内，$E\cdot 4\pi r^2=\dfrac{\sum q}{\varepsilon_o}=\dfrac{\int_o^r \rho 4\pi r^2 dr}{\varepsilon_o}=\dfrac{\int_o^r Ar4\pi r^2 dr}{\varepsilon_o}=\dfrac{A\pi r^4}{\varepsilon_o}$

$$E=\frac{Ar^2}{4\varepsilon_o}$$

(D) 球外

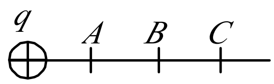
$$Q=\int_o^R \rho 4\pi r^2 dr=\int_o^R \frac{A}{r}4\pi r^2 dr=2\pi AR^2$$

$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2}=\frac{AR^2}{2\varepsilon_o r^2}$$

球内，$E\cdot 4\pi r^2=\dfrac{\sum q}{\varepsilon_o}=\dfrac{\int_o^r \rho 4\pi r^2 dr}{\varepsilon_o}=\dfrac{2A\pi r^2}{\varepsilon_o}$

$$E=\frac{A}{2\varepsilon_o}$$

11-4　一点电荷 $q=10^{-9}$ C，A、B、C 三点分别距离该点电荷 10 cm、20 cm、30 cm．若选 B 点的电势为零，求 A、C 点的电势．　[45V; -15V]



习题 11-4 图

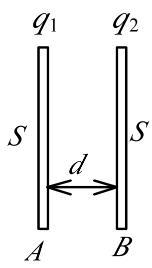
解

$$U_A=U_A-U_B=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_A^B \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right)=45\text{V}$$

$$U_C=U_C-U_B=\int_C^B \vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_C^B \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{r_C}-\frac{1}{r_B}\right)=-15\text{V}$$

11-5　两块面积均为 S 的金属平板 A 和 B 彼此平行放置，板间距离为 d（d 远小于板的

线度)，设 A 板带有电荷 q_1，B 板带有电荷 q_2，求 AB 两板间的电势差 U_{AB}. [$\dfrac{q_1-q_2}{2\varepsilon_0 S}d$]



习题 11-5 图

解：设各面电荷密度 σ_1 σ_2 σ_3 σ_4

$$\frac{q_1}{S}=\sigma_1+\sigma_2 \qquad (1)$$

$$\frac{q_2}{S}=\sigma_3+\sigma_4 \qquad (2)$$

$$\sigma_2=-\sigma_3 \qquad (3)$$

$$\sigma_1=\sigma_4 \qquad (4)$$

$$\therefore \sigma_2=\frac{q_1-q_2}{2S} \qquad E=\frac{\sigma}{\varepsilon_o}=\frac{q_1-q_2}{2\varepsilon_o S}$$

$$U_{AB}=Ed=\frac{q_1-q_2}{2\varepsilon_o S}d$$

11-6 半径为 r 的均匀带电球面 1，带有电荷 q，其外有一同心的半径为 R 的均匀带电球面 2，带有电荷 Q，求此两球面之间的电势差 U_1-U_2. [$\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{R})$]

解；
$$U_1=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o r}+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_o R} \qquad U_2=\frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_o R}$$

$$U_1-U_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r}-\frac{1}{R})$$

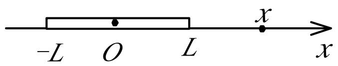
11-7 已知某静电场的电势分布为 $U=8x+12x^2y-20y^2$ (SI)，求场强分布 $\boldsymbol{E}$. [$(-8-24xy)\boldsymbol{i}+(-12x^2+40y)\boldsymbol{j}$ (SI)]

解：$E=-\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\vec{i}+\dfrac{\partial u}{\partial y}\vec{j}+\dfrac{\partial u}{\partial z}\vec{k}\right)=-\left[(8+24xy)\vec{i}+(12x^2-40y)\vec{j}\right]$ (SI)

11-8　长度为 $2L$ 的细直线段上，均匀分布着电荷 q．对于其延长线上距离线段中心为 x 处($x>L$)的一点，

求：

（1）电势U(设无限远处为电势零点)；



习题 11-8 图

（2）利用电势梯度求该点场强 $\boldsymbol{E}$．

[$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{x^2-L^2}\boldsymbol{i}$]

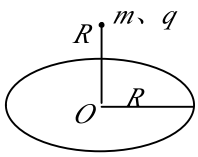
解:

（1）$dq=\dfrac{q}{2L}dl$　　$U=\int dU=\int\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_o(x-l)}=\int\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_o 2L(x-l)}dl=\dfrac{q}{8\pi L\varepsilon_o}\ln\dfrac{x+L}{x-L}$

（2）$E=-\dfrac{\partial u}{\partial x}=\dfrac{q}{8\pi L\varepsilon_o}(\dfrac{1}{x-L}-\dfrac{1}{x+L})=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{x^2-L^2}\vec{\boldsymbol{i}}$

11-9　一半径为 R 的均匀带电细圆环，带有电荷 Q，水平放置．在圆环轴线的上方离圆心 R 处，有一质量为 m、带电荷为 q 的小球．当小球从静止下落到圆心位置时，求它的速度 v．

[$\sqrt{2gR-\dfrac{Qq}{2\pi m\varepsilon_0 R}(1-\dfrac{1}{\sqrt{2}})}$]



习题 11-9 图

解：据能量守恒，　$mgR+q\varphi_1=\dfrac{1}{2}mv^2+q\varphi_0$

$$\varphi_1=\int\frac{dq}{4\pi\varepsilon_o\sqrt{R^2+R^2}}=\frac{Q}{4\sqrt{2}\pi\varepsilon_O R}$$

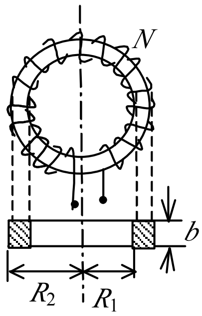
$$\varphi_2=\int\frac{dq}{4\pi\varepsilon_o R}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_O R}$$

$$v=\sqrt{2gR-\frac{Qq}{2\pi m\varepsilon_0 R}(1-\frac{1}{\sqrt{2}})}$$

11-10　横截面为矩形的环形螺线管，圆环内外半径分别为 R_1 和 R_2，导线总匝数为 N，绕得很密，若线圈通电流 I，求．

(1) 螺线管内部的 B 值和穿过一个截面的磁通量．

(2) 在 $r < R_1$ 和 $r > R_2$ 处的 B 值．



习题 11-10 图

[$\mu_0 NI/(2\pi r)$，$\dfrac{\mu_0 NIb}{2\pi}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$；$B = 0$]

解：(1)　$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o NI$

$$B\cdot 2\pi r = \mu_o NI \qquad B = \frac{\mu_o NI}{2\pi r}$$

$$\phi = \int d\phi = \int B ds = \int \frac{\mu_o NI}{2\pi x} b dx = \frac{\mu_o NIb}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

(2)　在 $r < R_1$ 和 $r > R_2$ 处，

$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o NI = 0$　B =0

思 考 题

12-1 一电荷为 q 的粒子在均匀磁场中运动，下列哪种说法是正确的？

(A) 只要速度大小相同，粒子所受的洛伦兹力就相同．

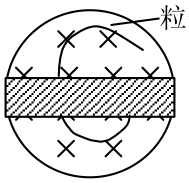
(B) 在速度不变的前提下，若电荷 q 变为 $-q$，则粒子受力反向，数值不变．

(C) 粒子进入磁场后，其动能和动量都不变．

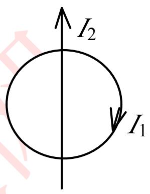
(D) 洛伦兹力与速度方向垂直，所以带电粒子运动的轨迹必定是圆． [B]

答：由 $\boldsymbol{f}=q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$ 可知，洛伦兹力与速度和磁场的大小及二者的方向有关，故(A)错，(C)中粒子的速度方向一般都要变化，(D)中初速度和磁场垂直时，轨迹才为圆。

12-2 图中曲线是一带电粒子在磁场中的运动轨迹，阴影部分是铝板，粒子通过它要损失能量．磁场方向如图．问粒子电荷是正号还是负号？说明理由． [带正电]



思考题 12-2



思考题 12-3 图

答：由 $\boldsymbol{f}=q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$ 可知，该粒子是带正电。

12-3 长直电流 I_2 与圆形电流 I_1 共面，并与其一直径相重合如图(但两者间绝缘)，设长直电流不动，则圆形电流将

(A) 绕 I_2 旋转． (B) 向左运动． (C) 向右运动．

(D) 向上运动． (E) 不动． [C]

答：长直电流 I_2 的磁场为右边垂直向里，左边垂直向外，利用 $d\boldsymbol{f}=Id\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B}$ 可知，圆形电流受到向右的力。

习 题

12-1 磁场中某点处的磁感强度为 $\boldsymbol{B}=0.40\boldsymbol{i}-0.20\boldsymbol{j}$ (SI)，一电子以速度 $\boldsymbol{v}=0.50\times10^{6}\boldsymbol{i}+1.0\times10^{6}\boldsymbol{j}$ (SI)通过该点，求作用于该电子上的磁场力 $\boldsymbol{F}$．(基本电荷 e=1.6×10^{-19}C) [$0.80\times10^{-13}\boldsymbol{k}$ (N)]

解： $\boldsymbol{f}=-e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$

$$=-e(0.50\times10^{6}\boldsymbol{i}+1.0\times10^{6}\boldsymbol{j})\times(0.40\boldsymbol{i}-0.20\boldsymbol{j})$$

$$=0.8\times10^{-13}\boldsymbol{k}$$

12-2　一质点带有电荷 q=8.0×10^{-10} C，以速度 v=3.0×10^{5} m·s^{-1} 在半径为 R=6.00×10^{-3} m 的圆周上，作匀速圆周运动．求：

（1）该带电质点在轨道中心所产生的磁感强度 B ；

（2）该带电质点轨道运动的磁矩 p_m．(μ_0 =4π×10^{-7} H·m^{-1})

[6.67×10^{-7} T；7.20×10^{-7} A·m^{2}]

解：(1) $B=\frac{\mu_0 I}{2R}=\frac{\mu_0 q}{2RT}=\frac{\mu_0}{2R}\times\frac{q}{2\pi R/v}=\frac{\mu_0 qv}{4\pi R^2}=6.67\times 10\text{-}7$ T

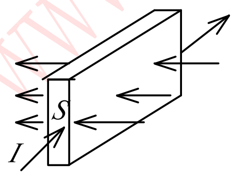
(2) $P_m=IS=\frac{q}{T}S=\frac{qS}{2\pi R/v}=\frac{qSv}{2\pi R}=7.20\times 10\text{-}7$ A.m^2

12-3　有一半径为 R 的单匝圆线圈，通以电流 I，若将该导线弯成匝数 N= 2 的平面圆线圈，导线长度不变，并通以同样的电流，则线圈中心的磁感强度和线圈的磁矩分别是原来的多少倍？　[4；1/2]

解：
$$\frac{B'}{B}=\frac{2\times\frac{\mu_0 I}{2\times R/2}}{\mu_0 I/2R}=4$$

$$\frac{P_m'}{P_m}=\frac{2I\pi\left(R/2\right)^2}{I\pi R^2}=1/2$$

12-4　截面积为 S，截面形状为矩形的直的金属条中通有电流 I．金属条放在磁感强度为 $\boldsymbol{B}$ 的匀强磁场中，$\boldsymbol{B}$ 的方向垂直于金属条的左、右侧面(如图所示)．在图示情况下，求：



习题 12-4 图

（1）金属条的上侧面将积累的是什么电荷？

（2）载流子所受的洛伦兹力 f_m.

(金属中单位体积内载流子数为 n)　[负；$IB/(nS)$]

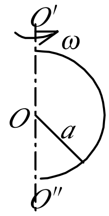
解：（1）金属条中的电流是自由电子的定向移动，由 $\boldsymbol{f}=-e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$ 可知，上侧面将积累负电荷。

（2） $f_m = -ev \times B = \frac{It}{ntvs} vB = \frac{IB}{ns}$

12-5　如图，半径为 a，带正电荷且线密度是 λ (常量)的半圆以角速度 ω 绕轴 O'　O'' 匀速旋转．求：

(1)　O 点的 $\boldsymbol{B}$；

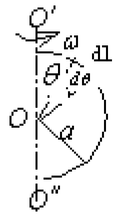
(2)　旋转的带电半圆的磁矩 $\boldsymbol{p}_m$．　(积分公式　$\int_0^{\pi} \sin^2\theta\, \mathrm{d}\theta = \frac{1}{2}\pi$)



习题 12-5 图

[$\frac{\mu_0 \omega \lambda}{8}$，向上；$\pi\omega\lambda a^3/4$，向上]

解：（1）半圆上的电荷旋转形成圆电流，如图，半圆环 $dl = ad\theta$ 段的电荷旋转形成的电流为 $dI = \frac{dq}{T} = \frac{\lambda a d\theta}{2\pi/\omega} = \frac{\omega\lambda a d\theta}{2\pi}$，该电流在 O 点处的磁感应强度大小为　：



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{2\pi\left(a\sin\theta\right)^2 dI}{\left[\left(a\sin\theta\right)^2 + \left(a\cos\theta\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{\mu_0\omega\lambda\sin^2\theta}{4\pi} d\theta$$

积分得，$B = \int dB = \int_0^{\pi} \frac{\mu_0\omega\lambda\sin^2\theta}{4\pi} d\theta = \frac{\mu_0\omega\lambda}{8}$，方向沿轴 O'　O'' 且与电流成右手螺旋关系。

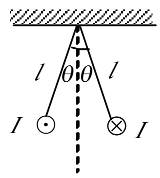
（2）$P_m = \int_0^{\pi} \pi\left(a\sin\theta\right)^2 dI = \int_0^{\pi} \pi a^2 \frac{\omega\lambda a}{2\pi} \sin^2\theta d\theta = \pi\omega\lambda a^3/4$

方向沿 O'　O'' 向上。

12-6　两长直平行导线，每单位长度的质量为 m=0.01 kg/m，分别用 l=0.04 m 长的轻绳，悬挂于天花板上，如截面图所示．当导线通以等值反向的电流时，已知两悬线张开的角度为 2θ=10°，求电流 I.　(tg5°＝0.087)　[$I = \sqrt{4\pi l \sin\theta mg\,\mathrm{tg}\,\theta/\mu_0} = 17.2$ A　]

解：

对单位长度导线作受力分析，可知有等式：



$$mg\tan\theta = I\frac{\mu_0 I}{2\pi \times 2l\sin\theta}$$

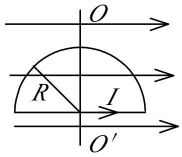
解得，$I = \sqrt{4\pi l \sin\theta mg\,\mathrm{tg}\,\theta/\mu_0} = 17.2A$

习题 12-6 图

12-7　如图，半圆形线圈(半径为 R)通有电流 I. 线圈处在与线圈平面平行向右的均匀磁场 $\boldsymbol{B}$ 中．求：

（1）线圈所受磁力矩的大小与方向；

（2）把线圈绕 OO' 轴转过多少角度时，磁力矩恰为零？



习题 12-7 图

[$\dfrac{1}{2}\pi R^2 IB$，向上；$\pi/2$]

解：（1）$M = ISB\sin\dfrac{\pi}{2} = \dfrac{1}{2}\pi R^2 IB$，由右手螺旋可知，其方向沿 OO' 轴向上。

（2）由 $M = ISB\sin\theta$ 可知，$\theta = 0$ 时，磁力矩为零，即从图中所示位置绕 OO' 轴转过 $\pi/2$ 时，恰好满足题意。