秘密★启用前

2020年陕西省高三教学质量检测卷(二)

数学(文科)

注意事项:

1. 本试题卷共8页,满分150分,考试时间120分钟.
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡的相应位置.
3. 全部答案在答题卡上完成,答在本试题卷上无效.
4. 回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.
5. 考试结束后,将本试题卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

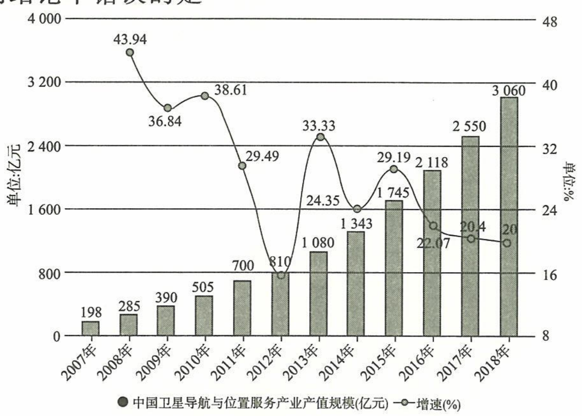
1. 已知集合 $A=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$,$B=\left\{x\in\mathbf{Z}\,\middle|\,\frac{1}{x-2}\leqslant -1\right\}$,则 $A\cap B=$ ( )

A. $\{1\}$　　B. $\{-1,1\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{-3,-2,-1,0,1\}$

2. 已知复数 $z=\frac{1+2i}{2-i}+1$(其中 i 为虚数单位),则 $\bar{z}=$ ( )

A. $\frac{9}{5}+i$　　B. $1-i$　　C. $1+i$　　D. $-i$

3. 近几年,在国家大力支持和引导下,中国遥感卫星在社会生产和生活各领域的应用范围不断扩大,中国人民用遥感卫星系统研制工作取得了显著成绩,逐步形成了气象、海洋、陆地资源和科学试验等遥感卫星系统.如图是2007—2018年中国卫星导航与位置服务产业总体产值规模(万亿)及增速(%)的统计图,则下列结论中错误的是 ( )



A. 2017年中国卫星导航与位置服务产业总体产值规模达到2 550亿元,较2016年增长20.40%

B. 若2019年中国卫星导航与位置服务产业总体产值规模保持2018年的增速,总体产值规模将达3 672亿元

C. 2007—2018年中国卫星导航与位置服务产业总体产值规模逐年增加,但不与时间成正相关

D. 2007—2018年中国卫星导航与位置服务产业总体产值规模的增速中有些与时间成负相关

4. 曲线 $f(x)=f'(1)e^x-x^2+2$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线的斜率等于 ( )

A. $\frac{2}{e}$　　B. $\frac{2}{e-1}$　　C. $\frac{2e}{e-1}$　　D. $\frac{4-2e}{e-1}$

5. "二进制"来源于我国古代的《易经》,该书中有两类最基本的符号:"—"和"— —",其中"—"在二进制中记作"1","— —"在二进制中记作"0".例如二进制数 $1011_{(2)}$ 化为十进制的计算如下:$1011_{(2)}=1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0=11_{(10)}$.若从两类符号中任取2个符号进行排列,则得到的二进制数所对应的十进制数大于2的概率为 ( )

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{4}$

6. 设 m,n 是两条不同的直线,α,β 是两个不同的平面,则命题 $p:m\perp n$ 的一个充分条件是 ( )

A. $q:\alpha/\!/\beta,m\subset\alpha,n\perp\beta$　　B. $q:\alpha/\!/\beta,m\perp\alpha,n\perp\beta$

C. $q:\alpha\perp\beta,m\perp\alpha,n/\!/\beta$　　D. $q:\alpha\perp\beta,m\subset\alpha,n/\!/\beta$

7. 若 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{5}\right)=-\frac{1}{3}$,$\alpha\in(0,\pi)$,则 $\cos\left(\frac{\pi}{20}-\alpha\right)=$ ( )

A. $\frac{4-\sqrt{2}}{6}$　　B. $\frac{-4+\sqrt{2}}{6}$　　C. $\frac{-4-\sqrt{2}}{6}$　　D. $\frac{4-\sqrt{2}}{6}$或$\frac{-4-\sqrt{2}}{6}$

8. 设函数 $f(x)=A\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)(A>0,\omega>0)$,对 $\forall\theta\in\mathbf{R}$,$|f(x-\theta)|$ 的最大值为2.将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度,得到函数 $g(x)$,函数 $g(x)$ 的图象的一条对称轴是 $x=\frac{\pi}{6}$,则 ω 的最小值为 ( )

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{5}{3}$　　D. $\frac{5}{6}$

9. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,且对 $\forall x_1,x_2\in(0,+\infty)(x_1\neq x_2)$ 都有 $[x_2^2f(x_1)-x_1^2f(x_2)](x_1-x_2)<0$.记 $a=f(1)$,$b=\frac{f(2)}{4}$,$c=\frac{f(-3)}{9}$,则 ( )

A. $a<c<b$　　B. $a<b<c$　　C. $b<c<a$　　D. $c<b<a$

10. 已知双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,点 M 在双曲线 E 的右支上,若 $\angle F_1MF_2\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}\right]$,则 $\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}$ 的取值范围是 ( )

A. $[\sqrt{2}b^2,2b^2]$　　B. $[2b^2,2(\sqrt{2}+1)b^2]$

C. $[(\sqrt{2}-1)b^2,b^2]$　　D. $[b^2,(\sqrt{2}+1)b^2]$

11. 定义:$N\{f(x)\otimes g(x)\}$ 表示 $f(x)<g(x)$ 的解集中整数解的个数.若 $f(x)=|\log_2 x|$,$g(x)=a(x-1)^2+2$,$N\{f(x)\otimes g(x)\}=1$,则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $(-3,-1]$　　B. $(-\infty,-1]$　　C. $(-\infty,-2]$　　D. $[-1,0)$

12. 已知抛物线 $\Gamma: y^2=2px(p>0)$，从点 $M(4,a)(a>0)$ 发出，平行于 x 轴的光线与 Γ 交于点 A，经 Γ 反射后过 Γ 的焦点 N，交抛物线于点 B，若反射光线的倾斜角为 $\frac{2\pi}{3}$，$|AN|=2$，则 $\triangle ABM$ 的重心坐标为 （　　）

A. $(2,-\sqrt{3})$　　B. $\left(\frac{3}{2},0\right)$　　C. $\left(3,-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$　　D. $\left(2,-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

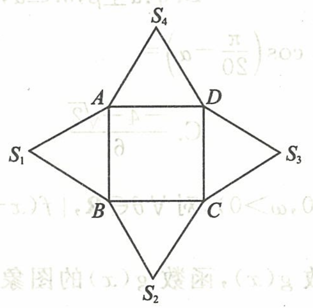
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y-2\leqslant 0, \\ 2x+y-1\geqslant 0, \\ x-3y+6\geqslant 0, \end{cases}$ 则 $z=y-3x$ 的最小值是________.

14. 已知 $\boldsymbol{a}=(4,-3)$，$\boldsymbol{b}=(2,t-2)$，若 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=2$，则 $|\boldsymbol{b}|=$________.

15. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 对应的边分别为 a,b,c，且 $a=\sqrt{3}$，$\sqrt{3}\sin C=(\sin B+\sqrt{3}\cos B)\sin A$，$BC$ 边上的高为 h，则 h 的最大值为________.

16. 如图所示的平面多边形中，四边形 $ABCD$ 是边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形，外侧的 4 个三角形均为正三角形. 若沿正方形的 4 条边将三角形折起，使顶点 S_1,S_2,S_3,S_4 重合记为点 S，得到四棱锥 $S-ABCD$，则此四棱锥的外接球的表面积为________.



三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17.（12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_n=S_{n-1}+1(n\geqslant 2)$，$a_1=3$.

（Ⅰ）判断数列 $\{a_n\}$ 是否是等比数列，并求出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $b_n=\log_2 a_n$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18.（12 分）

为增强学生法治观念，营造“学宪法、知宪法、守宪法”的良好校园氛围，某学校开展了“宪法小卫士”活动，并组织全校学生进行法律知识竞赛. 现从全校学生中随机抽取 50 人，统计他们的竞赛成绩，并得到如表所示的频数分布表.

分数段	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
人数	5	15	15	12	m

（Ⅰ）求频数分布表中的 m 的值，并估计这 50 名学生竞赛成绩的中位数（精确到 0.1）；

（Ⅱ）将成绩在 [70,100] 内定义为“合格”，成绩在 [0,70) 内定义为“不合格”.

请将列联表补充完整.

	合格	不合格	合　计
高一新生	12		
非高一新生		6	
合　计			

试问：是否有 95% 的把握认为“法律知识的掌握合格情况”与“是否是高一新生”有关？说明你的理由；

（Ⅲ）在（Ⅱ）的前提下，在该 50 人中，按“合格与否”进行分层抽样，随机抽取 5 人，再从这 5 人中随机抽取 2 人，求恰好 2 人都合格的概率.

附：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

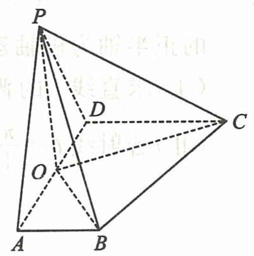
$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

19.(12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,$\triangle PAD$ 是等边三角形,点 O 是 AD 上的一点,平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$,$AB// CD$,$AB\perp AD$,$AB=1$,$CD=2$,$BC=3$.

(Ⅰ)若点 O 是 AD 的中点,求证:平面 $POB\perp$ 平面 POC;

(Ⅱ)若 $\frac{V_{P-OCD}}{V_{P-OAB}}=2$,求 V_{B-POC}.



20.(12 分)

已知函数 $f(x)=e^x-\frac{\ln x}{a}-\frac{m^2}{2}$.

(Ⅰ)若函数 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上是减函数,求实数 a 的取值范围;

(Ⅱ)当 $a=1$ 时,求证:对任意 $m\in[-2,2]$,函数 $f(x)$ 的图象均在 x 轴上方.

21.(12 分)

已知点 O 为坐标原点，椭圆 $\Gamma:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 $\left(\sqrt{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，其上顶点为 B，右顶点和右焦点分别为 A,F，且 $\angle AFB=\frac{5\pi}{6}$.

(Ⅰ)求椭圆 Γ 的标准方程；

(Ⅱ)直线 l 交椭圆 Γ 于 P,Q 两点(异于点 B)，$k_{BP}+k_{BQ}=-1$，试判定直线 l 是否过定点？若过定点，求出该定点坐标；若不过定点，请说明理由.

(二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22,23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分，作答时，请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22.[选修 4－4：坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=\frac{8}{2+t}, \\ y=\frac{4t}{2+t} \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\theta$.

(Ⅰ)求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程；

(Ⅱ)若射线 $\theta=\frac{\pi}{4}(\rho>0)$ 与直线 l 和曲线 C 分别交于点 A,B，求 $|AB|$.

23.[选修 4－5：不等式选讲](10 分)

设函数 $f(x)=|x-1|+|x-t|(t>0)$ 的最小值为 1.

(Ⅰ)求 t 的值；

(Ⅱ)若 $a^3+b^3=t(a,b\in\mathbf{R}^*)$，求证：$a+b\leqslant 2$.