数学软件在解析几何教学中的应用研究

现代教学传媒技术 专业 硕士学位申请人 罗天琦

指导教师 涂涛 教授

摘 要

解析几何是国内高等师范院校数学专业的专业基础课程，是中学相应课程的延伸，也是后续课程学习的基础。然而，目前解析几何的教学实际还是陈旧的教学方法及学习方法，教学手段比较落后。教学内容中大量抽象的空间图形决定了传统教学的众多缺陷。数学软件作为数学研究的现代化工具，有强大的数值计算和绘图功能，在利用数学解决实际问题，基础数学的教学和研究等方面有着重要的应用。本文通过理论和实践相结合的方法，对数学软件在解析几何中的应用做了初步的研究。具体分为如下五个部分：

第一部分是研究综述。在分析了数学软件应用于解析几何教学的现状的基础上，阐述了本文研究的内容、方法、意义和理论基础，并运用文献研究法对国内外在该方面研究的历史与现状进行了梳理和评价分析。

第二部分是数学软件分析。首先回顾了数学软件的发展历程；其次，对数学软件的功能和分类作了概述；最后，归纳出几种可用于解析几何教学中的数学软件，分别为几何画板、Maple、Mathematica 和 MATLAB，并对它们进行了对比分析。

第三部分，也是本文的主要研究部分，阐述了数学软件在解析几何教学中的应用实验。首先，从实验对象、实验方法和授课方式三个方面介绍了实验的设计。其次，对于实验中采用的两种教学模式：助教模式——课堂教学的教师演示模式，助学模式——自主探究型教学模式，从模式的含义和数学软件在其中应用的具体案例两个层面分别进行了详细的阐述。其中，数学软件在课堂教学的教师演示模式中的应用案例，从数学概念教学、数学命题教学、数学问题解决教学三个方面来进行分类例举；而数学软件在自主探究型教学模式中的案例是以单独的实验设计的形式进行展示。实验设计中，解析几何的教学以课堂教学的教师演示模式为主，自主探究型教学模式为辅。在两种模式的指导下，解析几何的课堂教学分为数学理论教学课和数学实验课。在数学软件的辅助下，两种课堂教学显得相得益彰：在数学理论教学中侧重学生的数学思想和数学方法的培养，强化数学理论的教学，向学生传授数学知识、基本概念、定理、法则；而在数学实验中则加强学生运用数学能力、数学实践和数学软件的操作能力、独立工作能力、利用数学综合知识解决实际问题的能力。

第四部分是从实验报告、期末考试成绩和调查问卷三个维度对实验效果进行了检验和归因分析。

第五部分是关于本研究的结论。这部分对本文的内容进行了小结；肯定了两种教学模式

下数学软件在解析几何教学中的应用；同时指出了研究的不足之处和后续研究需要注意的问题。

研究发现，将数学软件应用于解析几何教学中，能优化课堂教学结构，增大教学信息量，提高教学效率，具有时效性；还能突出教学重点，突破教学难点，强化直观教学，提高学生的数学能力和对知识的理解运用，使其掌握用数学思想分析问题，用现代手段的数学工具（数学软件）探究解决问题的基本环节，学生在经受数学活动教育的同时，得到了如何指导别人“在两种面貌下学习数学”的职业技能，这对师范生今后从事中学数学教学具有指导作用；此外，还能渗透数学美育，发展学生积极的数学情感；也对于专业课的教学起到了具体的启示与指导作用，为后续数学实验选修类课程的学习奠定了良好的基础。应指出的是，数学软件应用于解析几何教学，一定要注意把握软件应用的契机。虽然运用数学软件来开发学生的形象思维能弥补传统教学偏重逻辑能力的不足，但过多地使用数学软件，把一切抽象问题都形象化，不利于抽象思维的培养，而抽象思维能力的削弱则不利于解析几何的再学习。因此，关于“形象的度”是一个在后续研究中值得探讨的问题。

关键词：数学软件　解析几何　教学模式

Abstract

Analytic geometry is the basic course of math major in Normal University; it is not only an extension of the school curriculum accordingly, but also the follow-up study of the basic curriculum. However, nowadays the teaching and learning methods of analytic geometry is outdated and backward. Teaching space in a large number of abstract graphics determines a great number of defects in traditional teaching. As a research instrument of modernization, mathematical software has powerful numerical computing and graphics capabilities, so when math is used to solve practical problems, basic math has important applications in teaching and research. This paper, based on the combination of theory and practice, does a preliminary study on the application of mathematical software in analytic geometry. This paper is divided into five parts as follows:

The first part is the general study. Based on the analysis of the current situation of math software used in analytic geometry teaching ,this part discuss the content, methods, significance and theoretical basis of this article, and give an evaluation and analysis of this research at and out of home historically and currently.

The second part analyses mathematical software. First it reviewes the development of mathematical software; Secondly, it discusses the capacities and classification of mathematical software; Finally, it sums up a few mathematical softwares which can be used to teach analytic geometry, i.e., Geometer's Sketchpad, Maple, Mathematica and MATLAB; in the end, it compares these softwares.

The third part, the main part of this article, discusses the Experiment of mathematical software in analytic geometry Teaching. First of all, it introduces the design of the experiment, including subjects, experimental methods and teaching methods. Secondly, it discusses the use of two experimental models of teaching: teaching assistant model - teachers demonstration model in classrooms, student model - self-inquiry-based teaching model, from the meaning and application of the math model in detail. In this discussion, it provides examples of the application of mathematical softwares in teachers' demonstration in classrooms model from the concept of math teaching, math teaching proposition, problem-solving teaching math to classify three examples; while mathematical software in their own inquiry-based teaching model is separately displayed in the case of experimental design. In experimental design, as for analytic geometry teaching, teachers' presentation mode in the classroom-based is the core, self-inquiry-based teaching model as a supplement with the guidance of this two models, analytic geometry teaching is divided into math theory course and math experiment course. At the aid of mathematical software, these two complement each other: Mathematical Theory course focuses on cultivation of mathematical methods and thought, and strengthening the theory of math teaching, teaching students the basic concepts, theorems, rules; and the math experiment focuses on strengthening students' capacity of using math, math software, math practice and operational capabilities, the ability to work independently, using General math knowledge to solve practical problems.

Part four carries out testing and analysis of the experiments from experiment report, final exam score and questionnaire results.

The last part draws a conclusion of this study. This part gives a summary of the contents of this paper; supports two modes of the application of mathematical software in analytic geometry teaching; also points out the inadequacies of the study and follow-up study required attention.

The study finds that if the software can be used in teaching of analytic geometry, it can optimize the structure of classroom teaching and increase the amount of information teaching, improve teaching efficiency, with time-sensitive; and highlight the teaching points, solve the difficulty of teaching, strengthen visual teaching, help students improve maths ability and understand the application of knowledge and grasp the idea with mathematical analysis, use modern means of mathematical tools (mathematical software) to explore the basic problem-solving aspect. Students, on the one hand, obtain math education activity; on the other hand, learn how to guide other people to learn maths with these two models; such vocational skills can guide students to work in middle schools in the future; In addition, these skills can penetrate education, help students develop a positive emotional math; also provide a specific inspiration to professional courses and guide the follow-up experiment math elective courses, which would lay a good foundation for the further study. It should be noted that if software is used in teaching of analytic geometry, we must pay attention to the opportunity of software applications. Although the use of mathematical software to develop the students thinking in terms of images to make up for the traditional teaching which lacks emphasis on the logic ability, but too much use of mathematical software would make all the questions abstract and figurative, and injure students' abstract thinking, which weaken the further study of analytic geometry. Therefore, it should discuss "the degree of image" in the further study.

Key words: Mathematical software; Analytic geometry; Teaching mode

独创性声明

学位论文题目：数学软件在解析几何教学中的应用研究

本人提交的学位论文是在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。论文中引用他人已经发表或出版过的研究成果，文中已加了特别标注。对本研究及学位论文撰写曾做出贡献的老师、朋友、同仁在文中作了明确说明并表示衷心感谢。

学位论文作者：罗天琦　　签字日期：2009年3月27日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解西南大学有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权西南大学研究生院（筹）可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

（保密的学位论文在解密后适用本授权书，本论文：□不保密，□保密期限至　　年　　月止）。

学位论文作者签名：罗天琦　　导师签名：徐博

签字日期：2009年3月27日　　签字日期：2009年3月27日

第1章 研究综述

前言

解析几何是国内高等师范院校数学专业的基础课程，是高等几何学课程体系的一部分，它与数学分析、高等代数共同牢牢地支撑着大学数学专业的知识平台，在这个平台上构建了数学专业的整个数学知识体系。在大学数学专业中，解析几何的学习将对不只一门的后续课程(如数学分析、高等几何、微分几何、拓扑学等)起到奠定基础的作用。解析几何也是中学数学相应课程的延伸和推广，因此，在师范院校，解析几何的学习对学生今后出去从事中学数学教学具有指导作用。然而，目前解析几何的教学实际还是陈旧的教学方法及学习方法，教学手段比较落后，许多曲线及曲面的形成过程与变换过程只通过传统的教师讲授、静态图示就很难形象生动地表示出来。数学软件作为数学研究的现代化工具，有强大的数值计算和绘图功能，在利用数学解决实际问题，基础数学的教学和研究等方面有着重要的应用。在解析几何教学中使用数学软件，不仅能有效克服上述现状，拓宽认知途径，使学生能深刻地理解和掌握各种曲线、曲面的性质，还能培养学生的数学能力，渗透数学美育，调动其学习的积极性和主动性。

1.1 研究内容、方法和意义

1.1.1 研究背景

1. 数学软件在信息技术与数学课程整合中的作用

随着计算机技术的发展，数学教学从传统的自然科学传授走进了与计算机技术和软件相结合的教学过程。信息技术与数学课程改革的整合是全国“十一五”规划课题之一。应用CAI技术改善和提高教学效果是当前教学改革的一个方向。它提供外部刺激的多样性，有利于知识的获取；另外，人机对话有利于激发学生的学习兴趣和认知主体作用的发挥。方式是针对教学目标和教学对象的特点，合理地选取、设计教学内容并与CAI信息媒体进行有机结合，从而优化教学结构，提高教学效果和教学效率。进入21世纪，数学学科比以往更加显示出其强大的工具性和实用性，数学软件作为现代研究手段的数学工具，对当今的科技和社会生活等的发展都起到了重要的推动作用，因此研究数学软件，并探讨它在今后一段时间内的发展趋势在目前看来具有重要的现实意义。

另一方面，信息技术的发展对于未来的人才观也产生了较大的影响，尤其对于数学方面的人才，不仅要懂得数学理论方法，还要灵活运用知识，借助现代研究手段的数学工具——数学软件解决实际问题，高校作为培养人才的摇篮，肩负着培养新的数学人才的历史重任，因此培养和锻炼学生使用数学软件的能力是至关重要的。

2. 数学软件应用于高校数学教学的现状

从数学软件应用于高校数学教学的现状来看，目前数学软件主要应用在数学实验类课程的教学中，而基础数学课程运用数学软件进行辅助教学的并不多见。

20世纪入九十年代，国外出现了与信息技术相结合为特征的高等数学教育改革实验，出现了“重视数学建模，培养解决实际问题能力”的潮流，出现了建立“数学实验”课程的多

种尝试。国家教育部工科数学课程教学指导委员会于1995年在《关于工科数学系列课程教学改革的提议》一文中第一次提出开设数学实验课程的设想。这一设想提出后，部分院校开始在校内进行一些试点和探索。到1998年教育部颁布的《普通高校本科专业目录和专业介绍》中明确将《数学实验》列为数学类专业的主要课程，自此，数学实验系列课程才在全国范围内开始被重视并迅速开展起来。进入21世纪，在教育部新世纪教育教学改革项目《21世纪初一般院校工科专业人才培养模式改革的研究与实践》的子项目《数学系列课程的改革与实践》的探索与实践的基础上，数学实验系列课程逐步走向了较为成熟的发展阶段，先后出现了大批优秀的数学实验教材，并在类别上更加多样化。同时由于高校逐渐加强基础实验室的建设，进行数学实验的环境也比以前有了很大的改善。

现今我国高校数学实验类课程，如数学模型、数学软件、数学建模、数学实验等，属于以数学软件为主导的数学课程教学。首先，考查这些数学实验课程的性质，目前是以选修课作为主要的形式。再次，从课程学时和开课时间考虑，学时在30到90之间，时间均为第五学期以后，主要集中在第六到第八学期之间。

而我国高校基础数学课程运用数学软件进行辅助教学的并不多见。学生在大学一二年级专业基础课程的学习中，很少接触到数学软件。和中学数学相比，大学数学基础课程有高度的抽象性和严密性，且知识信息量大，大学新生往往感觉不适应，难以理解抽象的教学内容。在这些专业基础课程的教学中，传统的教学模式是以教师讲授、学生接受为主的被动的、单向的教学与学习方式。目前我国高师数学专业的教学内容多是“去两头，烧中段”，学生学习起来毫无兴趣，感到极为枯燥和乏味。无奈之中学生们成为“学数学”和“算数学”的机器至于如何“做数学”和“用数学”乃至将来如何“教数学”知之甚少。[①]教师利用多媒体教学，多数是利用 ppt 课件取代板书，几乎没有向学生介绍数学软件。而数学软件在这一时期恰好最能体现其辅助教学的功能价值。学生往往到了大三才有机会学习这些软件，运用数学软件“做数学”的思想没有真正广泛的融入到教学活动中。尤其对于高师院校的学生——未来的数学教师，没有接受足够充分的教育形态的数学实验训练；在经受数学活动教育的同时，没有得到如何指导别人“在两种面貌下学习数学”的职业技能。[②]

3. 当前解析几何教学中存在的问题

17世纪时，法国的著名学者笛卡儿用代数方法研究了几何图形的性质，并且取得了成功，标志着解析几何学的诞生。解析几何自产生之日起，在内容日益繁富的数学结构里，就占据着非常重要的地位。作为国内高等师范院校数学专业的基础课程，解析几何是高等几何学课程体系的一部分，它与数学分析、高等代数并属于数学三大基础课程。它不仅是中学数学平面解析几何部分的延伸和推广，也是后续课程(如数学分析、高等几何、微分几何、拓扑学等)学习的基础。解析几何的基本思想是用代数方法研究几何问题。通过本课程的学习，使学生受到几何直观及逻辑推理等方面的训练，扩大知识领域，培养空间想象能力以及运用矢量法与坐标法计算几何问题和证明几何问题的能力，并且能用解析方法研究几何问题和对解析表

---

① 刘鹏飞，徐乃楠. 数学实验溶入高师数学专业课程教学的探索与实践[J]. 长春师范学院学报(自然科学版)，2007,(2)：86-88.

② 张晓丹，李祥林等编.数学实验——MathCAD 在数学实验中的应用[M].北京：北京航空航天大学出版社，2002,(9):194

达式给予几何解释，为进一步学习其它课程打下基础；另一方面加深对中学几何理论与方法的理解，从而获得在比较高的观点下处理中学几何问题的能力，借助解析几何所具有的较强的直观效果提高学生认识事物的能力。

基于解析几何的上述特点，在课堂教学中，教师常常利用图象、直观教具、形数结合等方式来揭示几何学理论，培养学生的观察能力、绘图能力和分析思考能力。然而，传统的“黑板+粉笔”的教学模式是难以实现以上的教学目标。目前解析几何的教学实际还是陈旧的教学方法及学习方法，教学手段比较落后。教学实践表明，参数方程、空间曲线、曲面等内容是教学中的重点和难点，这些内容都与图形直接有关。课堂上徒手画图，不仅费时而且效果也不太好。并且仅靠静态图像、教师的演说所提供的感性材料，是很难表现出某些数学问题所蕴含的动态、变化的趋势。同时，教师在教学的过程中，普遍感觉课时不够，学生的兴趣和积极性不高，使得教学活动在一种被动的状态下开展。学生对学习内容理解不深刻，缺乏空间想象能力；同时没有学到基本的现代科技基本技能，无法利用数学软件进行探究性学习和研究。

因此，将数学软件融入解析几何教学是当前形式的需要，更是课程性质的需要。

1.1.2 研究内容和方法

1. 研究内容

本文的工作，主要是研究数学软件以及它在解析几何教学中的应用。介绍了数学软件的发展概要，小结了几种适合于解析几何教学的数学软件：几何画板、Maple、MATLAB 和 Mathematica，并对它们进行对比分析。此外，对数学软件应用于解析几何教学的具体模式进行了实验研究，一是课堂教学的教师演示模式，二是自主探究型教学模式，并例举这两种教学模式下，数学软件在教学中应用的实际案例。其中，数学软件在课堂教学的教师演示模式中的应用案例，从数学概念教学、数学命题教学、数学问题解决教学三个方面来进行分类例举；而数学软件在自主探究型教学模式中的案例是以单独的实验设计的形式进行展示。实际操作选取乐山师范学院为研究地点，该校 08 级数学与应用数学专业 1、2 班学生为研究对象，将 1 班作为实验班，2 班作为对照班，在 08—09 学年度上期的解析几何教学中，分别采用辅以数学软件的教学模式和传统的教学模式，再通过对实验报告、解析几何的期末考试成绩的分析研究和问卷调查，对数学软件应用于解析几何教学中的实验进行总结和反思。

2. 研究方法

本研究主要采用文献综述法、实验研究法、调查问卷法、案例分析法四种研究方法。文献综述法：通过查阅文献资料，深刻理解一些教育、学习理论，深入了解国内外数学软件在解析几何教学中应用的研究现状，并对其进行分析，提出问题。实验研究法：对理论上构建的教师演示的课堂教学模式和自主探究教学模式进行检验，验证该模式对学生数学学习兴趣、问题探究、自主学习能力、信息素养和创新思维能力以及学业成绩方面的影响。调查问卷法：问卷调查及阶段性的测试，随时关注学生学习效果与发展水平。案例分析法：制定教学计划、实施计划、发现和分析问题，系统地观察和反思。以典型案例的实施过程进行资料积累，并深入研究。

1.1.3 研究目的和意义

1. 研究目的

一是构建数学软件应用于解析几何教学的模式，综合几种数学软件制作一系列的解析几何教学课件，形成一批典型的教学案例。二是优化教学结构，提高教学效率，促进学生学习方式的改变，优化学生的知识结构，激发学生的学习兴趣，调动学生的学习积极性，使其掌握用数学思想分析问题，用数学手段并借助数学软件功能探究解决问题的基本环节，提高学生的数学思维能力(特别是形象思维能力)。三是对于师范专业的学生，使他们初步掌握用现代手段的数学工具（数学软件）探究解决问题的基本环节，使他们在经受数学活动教育的同时，得到如何指导别人“在两种面貌下学习数学”的职业技能。

2. 研究意义

首先，数学软件在解析几何教学中的应用研究是当前教育的需要。信息技术与数学课程改革的整合是全国“十一五”规划课题，本研究以数学软件为工具，从具体的高师数学专业课程解析几何的实际教学出发，探讨数学软件应用于解析几何教学中的模式，进一步丰富信息技术与数学课程整合的理论，以满足深化课程改革的需要。

其次，数学软件在解析几何教学中的应用研究是基于课程性质的需要。

一方面，解析几何中大量抽象的图形教学和贯穿始终的“数形结合”的数学思想，决定了传统教学的众多缺陷。通过本研究，能增加课堂教学的信息量，突破传统教学手段在时间和空间上的限制，提高课堂教学效率，从而解决解析几何课程内容多学时少的矛盾。且数学软件强大的绘图功能，能直观的展示对象形成过程，揭示对象的本质，使教学变得直观、形象、生动，提高了教学效果，显著提高学生的空间想象能力，使其思维可视化。此外，使学生能参与到“做数学”中来，深刻的体会知识的发生、发展过程，激发学生的学习兴趣，从而产生强烈的求知欲，形成学习动机，并培养学生自主探究、解决问题的学习能力。

另一方面，解析几何作为国内高等师范院校数学专业的基础课程，它的学习对学生今后出去从事中学数学教学具有指导作用。一位当代数学教育家说过：“知识系统有两种形态：学本形态和教育形态。综合大学的教育，只要使学生掌握知识的学术形态就可以了。但是师范大学的教学则在了解知识的学术形态之后，还必须帮助学生掌握知识的教育形态。这种转换是一种特殊的能力，需要加以培养。”高师的数学教育者有着特殊的使命，解析几何课程特殊问题的核心在于，让未来的数学教师，在数学课堂中，经受数学活动教育的同时，得到如何指导别人“在两种面貌下学习数学”的职业技能；或者说，让高师的学生，在接受学术形态的数学知识的同时，也要接受足够充分的教育形态的数学知识。数学软件的运用无论对于应用数学解决实际问题，还是基础数学的教学和研究，都方重大意义。对于数学教育工作者来说，更是必不可少的现代科技基本技能，因为基于这种技术所生成的数学图形和数学动画，可以我为将学术形态数学内容特化为教育形态数学内容的有力手段。因此，本研究也是为在数学师范专业“解析几何”课中让学员“经受数学活动教育的同时，得到指导别人‘在两种面貌下学习数学’的职业技能”而进行的课程改革探索。

再次，数学软件在解析几何教学中的应用研究，使解析几何这类专业基础课程和后续数学试验类课程能更好的衔接。

1.2 理论基础

1.2.1 系统科学理论

1. 整体原理

任何系统只有通过相互联系形成整体结构才能发挥整体功能。任何系统的整体功能，等于各部分功能的总和加上各部分相互联系形成结构产生的功能的总和。在教学中，就是要充分分析教学系统中的各个要素以及它们之间的内在联系，使它们有机结合为一个优化的整体，从而发挥出整体的优势，达到教学系统的优化。

2. 系统方法

所谓系统方法是指用系统科学的基本原理和基本观念去认识和解决实际系统问题的方法论体系。其核心是要求把研究对象当作一个系统，从系统总体出发，在系统与要素、要素与要素、系统与环境的相互作用中揭示和处理研究对象的性质和规律。教学过程是一个由教学目标、教师、学生、媒体诸要素构成的相互作用的运动过程，是一个多因素、多层次、多功能的复杂系统。教学设计必须以系统方法为指导，分析教学中的问题与需求，建立解决问题的步骤，选择相应的教学策略，使教学效果达到最优化。

系统方法具有显著的特点，表现在：

整体性。在教学设计中，把教学系统看作一个整体，通过确定教学目标，分析教学内容，选择、设计和运用教学媒体等步骤，使教学效果达到最优化。

综合性。一方面，任何系统都是各要素为特定的目的而组成的综合体：另一方面，对任何对象的研究都要从它的成分、结构功能、相互联系的方式等方面进行综合地、系统地考察。

最优化。最优化是运用系统方法，从多种可能的方案中，选择出最好的系统方案，使系统具有最优化的整体功能。

1.2.2 教与学理论

1. 建构主义的学习理论

随着信息技术的发展，尤其是多媒体技术和网络技术的发展，教学活动越来越依赖于信息技术这种全新的教学传媒系统。而教学传媒系统的这种变革客观上要求学习理沦进行相应的发展，正是在这种形式下，建构主义发展了早期认知心理学家皮亚杰的认知结构的“建构”思想而应运而生。即建构主义学习理论的诞生和发展与信息技术的发展有着“千丝万缕”的关系。在现代信息技术的支持下，建构主义在更接近、更符合真实情境的环境下，强调学生个人的自主探索和集体的协作学习，这使得学习方式、教学目标和教学模式等都发生了深刻的变化。建构主义理论的核心观点认为“知识不是被动接受的，而是认知主体积极主动建构的”它以这种观点，对各学科知识的性质、学习的性质等方面都提供了新的阐释。关于数学学科，建构主义认为，数学不是建立在独立于人类思想之外的纯客观的事实上，数学的对象是思维对象，是人类的创造与发明，而不是发现，数学又不是特意创造出来的，它是从已有的数学对象出发，根据科学、生活、生产实践的需要经人类自身的数学活动而形成的。数学对象具有良好的性质和相互之间的特定关系。不应把数学看成是一大堆客观存在的、固定不变的、精确、严格、绝对、封闭的定义、定理、公式和法则；建构主义认为，虽然学生学习

的数学都是前人已经获得的成果，但对于学生来说，仍是全新的、未知的，它需要每个人再现类似的创造过程来形成，即学生用自己的活动对人类已有的数学知识建构起自己的正确理解，而不是去吸收课本上的或老师叙述的现成结论。学习过程应是学生亲身参与的充满丰富、生动的概念或思想活动的组织过程。① 建构主义还认为：知识不是简单的接受老师传授所得，也不是在某种反复固定模式训练下形成的内化，而是学习者在一定的情境下，借助他人的帮助，利用必要的学习资料，通过同化与顺应，逐步建构起关于外部世界的知识，从而使自身的认知结构得以转换和发展。这里，同化指把外部因素纳入原有的认知结构，从而扩大原有的认知结构；顺应指主体通过主动对原有认知结构的调整和改变，形成新的认知结构。因此，在基于建构主义学习理论的教学模式中，学生是知识意义的主动建构者，而不是外界刺激的被动接受者；教师是教学过程的组织者，学生意义建构的促进者，而不是知识的灌输者；信息技术也不仅是教师传授知识的手段，更是用来创设问题情境、学生主动探索的认知工具。

2. 现代教育观

现代师生观认为，在教学中，教师和学生都是主体，是双主体，师生之间是民主、平等的关系。而信息技术与教学的整合是现代师生观得以实现的有利条件。在“整合”理念指导下的数学教学，课堂上教师、学生进行平等的交流，学生利用教学软件进行自主探索有关数学问题，学生是真正的学习主体。教师更多的是以学生学习的促进者、帮助者、合作者的身份出现。在新的教学模式中，师生关系更加融洽了。

现代人才观认为，学校培养的应是智能型、创造型人才。所谓创造型的人，应具备三个基本要素：①受过充分的教育，具有广博的知识；②善于独立思考，富有创新精神；③有高尚的理想和道德情操。在“整合”理念指导下的数学教学，学生通过“做数学”等自主探索活动，亲身经历了像数学家那样发现问题的过程，从而激发他们向未知的领域进行探索，极大的培养了他们的创新精神和创新意识。

现代学习时空观认为，所有生活空间都可以是学习的场所，学习是从生到死持续不断的过程，在现代社会中，学习将贯穿的人的一生。在信息技术与数学教学整合理念指导下的数学教学，学生的学习时间、空间发生了变化，学习不仅仅是课堂的45分钟，而且还可以在课外进行，学生在课外通过访问教师的教学网站，浏览、研读教师放在网上的数学软件教程，或者通过网络与同学、老师在BBS讨论区进行对有关问题的切磋，达到加深对问题的了解程度，对问题全方面的了解。所以在新的教学模式下，学生学习的时间、空间都将发生很大的变化。

3. 认知灵活性理论及其随机通达教学

认知灵活性理论是建构主义的一支，它采取了一条中间路线，它反对传统教学机械地对知识做预先限定，让学生被动地接受；但同时它也反对极端建构主义只强调学习中的非结构的一面，忽视概念的重要性。它主张，一方面要提供建构理解所需的基础，同时又要留给学生广阔的建构的空间，让他们针对具体情境采用适当的策略。随机通达教学认为，对同一内容的学习要在不同时间反复多次进行，每次的情境都是经过改组的，而且目的不同，分别着眼于问题的不同侧面。这种反复绝非为巩固知识技能而进行的简单重复，因为在各次学习的情境方面会有互不重合的方面，而这将会使学习者对概念知识获得新的理解。在这种学习中，

① 梅芳.信息技术与数学教学整合的实践与思考[D]. 东北师范大学,2004:3.

学习者可以形成对概念的多角度理解，并与具体情境联系起来，形成背景性经验，有利于学习者针对具体情境建构用于指引问题解决的图式。

1.2.3 教学设计理论

教学设计是以获得优化的教学效果为目的，以学习理论、教学理论和传播理论为理论基础，运用系统方法分析教学问题和确定教学目标，建立解决教学问题的策略方案、试行解决方案、评价试行结果和对方案进行修改的过程。① 教学设计作为一个系统计划的过程，是应用系统方法研究、探索教学系统中各个要素之间的本质联系，并通过一套具体的操作程序来协调、配置，使各要素有机结合完成教学系统的功能，使教学更加卓有成效。

学校课堂教学的教学设计过程，就是以教学大纲为依据，为完成预期的教学目标，在明确分析教学内容和学生特征的基础上，制定出切实可行的教学策略，从而形成优化的教学方案。

以建构主义为理论基础的教学设计强调：选择与学习者经历相关的任务，由教师创立良好的学习环境去促进学生的学习以及提供用于更好地理解和建构问题解决方案的工具，教学不需要单独的测试，任务的完成标志着教学的成功。一般包含下列内容和步骤：

①教学目标分析：对整门课程及各教学单元进行教学目标分析，以确定当前所学知识的“主题”（即与基本概念、基本原理、基本方法或基本过程有关的知识内容)。

②情境创设：创设与当前学习主题有关的、尽可能真实的情境。

③信息资源设计：确定学习本主题所需信息资源的种类和每种资源在学习本主题过程中所起作用。对于应从何处获取有关的信息资源，如何去获取以及如何有效地利用这些资源等问题，如果学生确实有困难，教师应给以适当的帮助。

④自主学习设计：根据所选择的不同教学方法，对学生的自主学习作不同的设计。应认真考虑以下三个方面的问题— 在学习过程中充分发挥学生的主动性，要体现学生的首创精神；让学生有多种机会在不同的情境下去应用他们所学的知识(将知识“外化”)：让学生能根据自身行动的反馈信息来形成对客观事物的认识和解决实际问题的方案(实现自我反馈)。

⑤协作学习环境设计：在个人自主学习的基础上开展小组讨论、协商，以进一步完善和深化对主题的意义建构。

⑧学习效果评价设计：包括小组对个人的评价和学生个人的评价。

⑦强化练习设计：根据小组评价和自我评价的结果，应为学生设计出一套可供选择并有一定针对性的补充学习材料和强化练习。这类材料和练习应经过精心的挑选，既要反映基本概念、基本原理，又要适应不同学生的要求，以便通过强化练习纠正原有的错误理解或片面认识，最终达到符合要求的有意义建构。

1.2.4 数学教学过程论述

1. 数学教学过程的含义

从教学过程中的师生活动来说：数学教学过程看成是教师的教和学生的学的双边活动。

从教学的结果来看：数学教学过程不仅是传授知识、技能、发展学生数学能力的过程，

① 奚定华.数学教学设计[M].华东师范大学出版社,2001,(1):1.

而且也是发展学生的态度、兴趣等非智力因素的过程。

综合看来：数学教学过程是教师的教和学生的学的双边统一活动过程，在这一过程中，学生掌握数学知识和技能，发展数学能力和态度，并形成一定的思想品质。

2. 数学教学过程的因素分析

教师、学生、教学内容和教学手段这四个因素是数学教学系统的基本因素。它们之间存在着必然的、内在的联系。这些基本因素之间的相互关系和作用就构成了一个完整的数学教学系统。

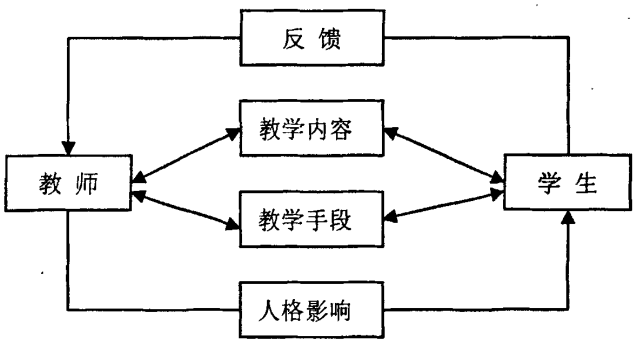
教师起着主导作用，即控制、支配教学过程的进程，保证教学得以按照规定的目的、内容来进行。

学生是教学过程的主体。在教学过程中，教师处于主导地位，但教师的作用作为一种外部影响，是不会自动化地为学生所意识的，数学教学的进行必须以学生自身的活动为中介，只有这样，教师的外部作用才能影响学生。因此，学生在数学教学过程中，不但是一个由外向内的传导过程，而且也是一个由内向外的主动作用过程。只有发挥学生的积极性，才能实现数学教学系统状况的更换。

教学内容是教与学的基本依据，是教师和学生相互作用的中介。

教学手段是教师得以有效地传递信息，提高教学质量的保证。

教学过程中的四个基本因素具有各自的功能，形成了一定的结构：[①]



1.3 文献综述

1.3.1 国外研究综述

1. 国外将数学软件应用到课程教学中的历史与现状梳理

1959 年，美国的 IBM 公司就研制成功了世界上第一个计算机辅助教学系统，用于向小学生讲授二进制算术。1960 年美国的伊利诺斯大学开发的教学系统 PLATO 能提供 150 门专业课程的教学。这时期开发的数学软件的理论基础通常都是斯金纳的“程序教学理论”。

1970 年左右，开始了智能计算机辅助教学系统（ICAI）的研究。1971 年，Woods 和 Hartley 等人开发出了智能化的算术练习系统，该系统可以根据学生的水平生成难度不同的练习。1977

① 高振环.计算机技术整合于数学教学的研究初探[D].北京师范大学,2000:11.

年，斯坦福大学开发的 GUIDON 系统，可以通过病例来指导学生学习医学知识。

1980 年后，计算机代数系统 Maple 已经开发成功，到了 1987 年，Maple 软件才拥有 300 个用户。1988 年研制成功了计算机代数系统 Mathematica。自从 Maple、Mathematica 等计算机代数系统研制成功后，越来越多地被应用到了数学的教学和研究中。从高中到研究生院的数以百计的课程都使用它。此外，随着学生版的出现，Mathematica 已经在全世界的学生中流行起来，成为了一个著名的工具。

在 1980-1990 年期间，随着多媒体技术的快速发展，使计算机辅助教育产生了飞跃。多媒体技术的教育价值受到了人们的青睐。这时期，认知心理学的研究成果，也充分肯定了多媒体技术的潜在的教育价值。各种数学软件逐渐走向了教育应用领域。无论是在理论上，还是在实践应用上，研究者对数学软件都做了大量的研究与探索。

1989 年，在 Grenoble 举行的一个学术会议上，诞生了动态几何软件：几何画板和 Cabri Geometry，这两款动态几何软件的问世，开创了几何现代化教学的新革命—用数学软件来进行几何教学。

1990 年后，动态几何软件被广泛地应用于几何课堂教学上，成为了最流行的几何教学工具。美国、法国、德国、日本、中国等国家都相继开展了大规模的动态几何软件实践研究。实际应用结果表明，动态几何软件具有很高的教育价值，是一种非常优秀的数学教育软件。①

日本：1997年11月17日《关于改善教育课程基准的基本方向》指出："要培养能够运用计算机和信息通讯网络等信息手段的基础素质和能力，加深对信息的发出和接受的基本规则与信息化影响的理解"。还进一步加强了对师范教育在校生和学校现任教师信息化培训及对学生领导能力的培养，为此开设"教育信息化方法和技术"的教职课程。

20 世纪末，在人工智能技术推动下，数学教育软件向着智能化和网络化方向飞速发展，并取得了重大进展。例如，1998 年，由高小山、张景中和周咸青等人开发的智能集合软件"几何专家"能像人类几何专家一样证明几何定理。2005 年，由美国匹兹堡大学和卡内基·梅隆大学联合研制的高级几何智能教学系统 AGT，能指导和帮助学生添加辅助线。德国提出要使用计算机表现曲线族，用计算机模拟概率，建立程序考察序列，解决线性最优化问题与线性方程组以及微分方程的迭代算法，并开设"信息学"必修课程，包括算法程序与信息处理过程。近年来，德国人工智能研究所开发了一个基于 Web 的分布式数学智能教学系统 ActiveMath，该系统能为学生提供个性化学习和主动性学习的环境。英国把信息技术作为数学教学的关键技能之一，要求学生能利用软件或其他计算机装置探索数的模型，在计算机或计算器上构造各种形式的图形并加以解释。②

2. 文献评价分析

国外对数学软件以及将数学软件应用到课程教学中的研究比我国起步早，因此在研究理论与具体研究模式方面一直是我们学习的对象，从很多引入我国的国外学科教学形式中，我们可以看出，国外的研究更加重视学生的个性化特点，强调以学生为中心的课堂，鼓励人性化教学。

美国依靠其科技与经济实力是最早开始研究数学软件并将其应用于课程教学的国家，积

① 纪红.数学教育软件的应用研究[D].辽宁师范大学,2006:4.

② 潘晓春.信息技术与平面解析几何教学的整合[D]. 华东师范大学,2007:8

累了丰富的经验，建设了完备的技术环境设施，并且培训了大批的教师队伍，为开展课程整合提高了有效的技术、环境和师资保证。自上世纪 90 年代中期以来，美国实施信息技术与课程整合的常用模式不外乎以下几种：Just in time、Web Quest、基于问题的学习、基于项目的学习和基于资源的学习等。其中 Just in time 主要应用于课前（教师利用这种方式在课前将讲授内容、相关资料、重点难点以及预习要求，事先通过网络发布，使学生在上课前能做好充分准备，若有疑问还可随时和教师进行沟通与交流）；基于问题的学习、基于项目的学习、基于资源的学习和 Web Quest 则属于同一类模式——“基于网络的专题研究性学习模式”。由于这类模式是围绕自然界或社会生活中的真实问题而展开，往往是多个学科的交叉，多种知识的综合运用，要进行大量的实际调查、访谈或测量，需要花费许多时间，只能利用课外活动来完成，所以不适合作为课堂上的常规教学模式。在 2003 年 12 月由美国《Teaching&Learning》杂志评选出的全美十佳“教育技术应用项目”中，无一例外都是属于“基于网络的专题研究性学习模式”。

在这几种模式的支持下，美国从事信息技术教育的学者普遍认为，数学软件应用于教学应贯穿于课前、课内与课后，数学软件是一种研究数学的现代化工具和必不可少的手段。数学软件被广泛的应用于高校大量基础数学课程的课堂教学中，而不仅仅是数学实验类课程。在具体的课程教学中，数学软件则被应用于教学的各个环节。课堂上教师充分利用数学软件的数值计算和绘图功能来辅助教学，课后学生要用数学软件来完成教师布置的作业。美国的主流观点是，课堂教学过程的几十分钟，一般难以发挥数学软件的作用，还是要靠教师去言传身教。在这种观念的指导下，多年来美国（乃至整个西方）教育界关于数学软件应用于课程教学的研究更多的是在课前及课后下功夫，而较少在课堂上（即课堂教学过程的几十分钟内）去进行认真的探索；我们中国则相反，我们历来比较重视计算机技术在课堂上的有效运用。显然，在这方面难以从美国或西方找到现成的经验。

有资料表明近几年美国基础教育质量没有提高反而下降。有原因归咎于极端建构主义理论，而从另外一个角度来说，也表明基于数学软件的信息技术与学科课程未能在科学理论的指导下实现有效的整合。所以国外的研究经验和教学经验未必全部适合我们的国情。

1.3.2 国内研究综述：

1. 著作方面

杨敏之等人编著的《高等数学及其教学软件》一书从实际问题出发，引入数学概念和理论，讨论方法与技巧，并以数学软件为手段讨论应用与实践，该书下册空间解析几何一章中，详细的从三个方面：向量及其运算、空间曲面的绘制、截痕法的动画演示，介绍了用 Mathematica 数学软件进行演示和实验的方法。为数学软件应用于解析几何教学提供了参考。

李继玲等编的《数学实验基础》一书中第 6 章介绍了用 Maple 软件对解析几何部分进行演示和实验的方法。

梁浩云等编的《Mathematica 软件与数学教学》以计算机为手段，以数学软件为工具，以大学理工科学生普遍要学习的解析几何、微积分、微分方程、线性代数等课程为知识背景，教学生学会建立数学模型，学会使用数学软件等技能。

总之，关于数学软件与解析几何教学的书籍，大都是为数学实验类课程编写的，解析几

何为其中的一部分，主要是探讨各种软件对解析几何的演示和实验作用。

2. 期刊方面

期刊方面

在维普以关键词“解析几何”、“教学”搜索，检索到 547 篇文章，其中绝大部分是关于中学平面解析几何教学方面的文章，另外有部分关于线性代数与解析几何课程整合方面的文章。关于信息技术应用于解析几何教学方面的文章大致上分这样几类：一是通过一些实例例举各种数学软件应用于该学科的教学的一些实践和尝试，二是探讨多媒体在解析几何课程改革中运用的必要行和可行性，三是通过在教学中运用信息技术，对教学的影响探析。

用中国期刊全文数据库为工具，以“文献标题/关键词”进行检索，从 2002 至 2009 年以来有关“解析几何”与“数学软件”论文共有 13 篇，其中 2002 年有 2 篇，2003 年有 1 篇，2003 年有 10 篇，2004 年 1 篇，2005 年有 2 篇，2006 年有 2 篇，2007 年 3 篇，2008 年 2 篇，概括起来主要有以下几个方面的研究：

(1)各种数学软件应用于解析几何教学的研究

主要研究是 Matlab、Mathematica、Maple 三种软件在二维和三维图形绘制上的方法和技巧。

(2)数学实验溶入高师数学专业课程教学的探索与实践

通过对数学实验溶入高师数学专业课程解析几何和计算方法教学的探索与实践,探讨了提高学生学习的兴趣与主动性、实践能力和应用能力的有效途径。

3. 学位论文方面

本人通过对 2001 年至 2008 年以“解析几何”为标题或关键词对中国优秀硕士学位论文库和中国博士学位论文数据库进行相关搜索。共搜索到 16 篇学位论文。其中 1 篇博士论文。这些学位论文几乎都是研究中学平面解析几何相关问题的，关于大学空间解析几何的文章有两篇，一篇是研究高师院校代数与解析几何课程教学的改革，一篇是基于虚拟现实技术的 CAI 研究及空间解析几何 CAI 课件制作实践，主要谈 CAI 课件制作。

目前，对于数学软件在数学教学中的应用的研究主要集中在中学数学上，少数研究数学软件在大学数学教学中的应用，并且也是集中在数学实验和高等数学（数学分析）两门课程。

第 2 章 数学软件分析

2.1 数学软件的发展历程

2.1.1 数学软件的发展历史

数学软件是执行科学与工程基本计算的软件。科学计算可分为两类：一类是数值计算，研究有效使用计算机数值求解各种数学问题，包括离散型方程的数值求解和连续系统离散化的数值求解等；另一类是符号计算，又称为计算机代数，研究代数算法的设计、分析、实现及其应用。早期的数学软件始于20世纪50-60年代，初时主要是进行数值计算，如天气预报、油藏模拟、航天等领域的大规模数值计算。50年代末，人们就开始研究并盼望有一个可以进行符号计算的数学软件。数学软件的发展大致可分为三个阶段，第一个阶段是60年代的算法积累时期，这一时期主要是出现大量个人编制的算法，这些算法种类繁多，发布分散，具有很多局限性。第二个阶段是70-80年代，成立了多个组织，将大量的算法集中起来，并企图实现算法的平台化，便于算法的交流、传播和使用。第三个阶段是80年代后期开始的交互式数学软件时代。

数学软件的前身是算法标准程序，在60年代，算法程序大部分是用户来编写，通过刊印发表或用于团体中交换来汇集和流通使用，同时也积累了一批算法程序资源，如：ACM算法汇编（CALGOCOLLECTED Algorithm of ACM）,IBM计算机用户SHARE组织汇集的SHARE程序库等,也有由计算机生产厂家作为计算机的附件而配置的，如为IBM计算机配置的SSP(Scientific Subroutine Package ,1963)和SL-MATH(Mathematical Subroutine Library 1971),美国波音公司为CDC计算机建的数学库Boeing Library等。当时这些由用户汇集或由计算机厂家生产的算法程序的质量参差不齐，特别在可靠性，通用性和易用性等方面存在很多的不足，满足不了日益广泛的需要。这种供求的矛盾，刺激了数学软件的进一步发展。

近代数学软件的形成大致在70年代初。1970年4月，数学软件讨论会(Mathematical Software Symposium)在Purdue大学召开这使得制作和普及可复用数学软件对于科研工作者来说成为一项有意义的工作。这段时期，国际上确立了几项重要的数学软件项目，大批经验丰富的数学家投入数学软件的研究制作，如1971年美国的NATS工程(National Activity to Test Software), 1970年英国的NAG工程(Numerical Algorithm Group)等。他们探索研制高质量数学软件的方法、技术和规范，产生了一批优质的数学软件产品，如EISPACK, LINPACK, NAG, IMSL等，并由专门的公司和机构来组织数学软件的生产、发行与维护，从而使得数学软件成为一种独立的社会化商品。

20世纪80年代后，数学软件的发展趋向侧重于解决易用性、重用性和解题的整体效率。初期大部分数学软件均为Fortran语言编写的，由于这样的程序众多，出现问题就是：如何在大量的数学算法程序中选择自己所需要的数学软件。针对这一问题国际标准局(KIST)为这些软件编写了大量的手册，他们的GAMS (Guide to Available Mathematical Software)是一个详细的树型结构并面向问题的分类体系，帮助读者了解包括公用软件和商用软件所能够解决的各种问题，这一分类体系目前仍在作为网上资源使用。另外一个影响数学软件发展的障碍就是交流的局限性，当时人们获得软件的途径主要是向作者提出使用请求，利用磁带等进行交换，有

用的数学软件因为作者的流动或不再出版发行而丢失。1985年，Jack Dongarra等人开始了数学软件收集(Netlib)计划，它是最早利用网络进行算法库的收集和发布的，人们可以通过发Email请求等方式来获得相关的算法。80年代后期，1988年，第一个具有现代交互技术的数学软件Mathematica由Stephen Wolfram开发出来，并作为商业软件投放市场，集完整的符号计算、数值计算和图形处理于一身。1989年在法国的格勒诺布尔召开一次著名的会议使得动态几何软件得以诞生。此后数学软件逐渐开始走向商业化的道路，并逐步侧重于向易用性、重用性和解题的整体效率方向发展。

2.1.2 数学软件的发展现状

目前数学软件的发展主要体现在提高问题求解能力和提高易用性上。90年代，数学软件的复杂度越来越高，面向对象编程思想的产生使得数学软件进入了一个新的发展阶段，人们开始利用高级程序语言编写各种数学软件，LAPACK++就是在早期利用C++语言编写的非常成功的数学软件包之一，是线性系统LAPACK的一个子集。这一阶段，相继出现了很多功能齐全，涉及范围广泛的通用数学软件，如：Maple, Reduce, MATLAB等等，使得数学软件得到更广泛的应用和普及，成为科技计算不可缺少的基本构件。同时，快速增强的计算机运算能力给数学软件的发展带来了新的视角，John Rice和他的同事们研制开发了数值计算专家系统，运用人工智能技术，使得数学软件具有强大的智能性，能够自己选择算法，管理进程，并具有自动推理能力。

我国数学软件起步于科技计算，在算法研究与算法标准程序编制方面已有相当长的历史，具备发展数学软件良好的基础，尤其在“六五”期间，在国家科委组织下由中国科学院计算中心协同北京大学、清华大学、国家计委计算中心、南京大学等多家单位完成的“六五”科技攻关课题《数学软件库》，建立了我国第一个大型STYR系列数学软件库，为发展我国数学软件事业奠定了良好的基础，促进了数学软件队伍的迅速发展。“七五”期间，中国科学院计算中心又先后开展了《数值软件开发环境NSDE》和《科技计算环境SECE》的研究与开发，以支撑数学软件计算和数值方法的研究。目前国内己研制出一批优质的数学软件产品，例如：数学与统计软件(STYR)系列，统计分析软件(SASD)，中国高校数学软件库(CUMSS),智能教育数学软件等。[①]

21世纪，由于网络的飞速发展，人们开始研究新的数学软件模型，基于网络的问题解决系统，这种系统向用户提供丰富的问题解决模块，构建基于网络的并行式、分布式计算环境。著名的例子有:The Netsolve、The MONET等，相信这将代表数学软件的另一种发展方向。

2.2 数学软件的功能、分类

2.2.1 数学软件的功能

数学软件主要具有数值计算、符号计算、编程功能和图形功能。

数值计算是求数学问题近似解的方法与过程，大量数值计算的需要，促使计算机体系结构及性能不断更新，而数值计算的研究内容也随着计算机的发展和应用范围的扩大而不断扩

① 潘星.数学软件在高校数学教学中的应用研究[D].2005:1-2.

大。符号计算又叫做计算机代数或公式推演，是研究符号之间的精确计算。符号计算包括各类数学问题的解的算法，从初等数学，如:初等代数式化简、初等数论等，到高等数学，如:解微分方程等各类问题的求解算法，以及这些算法的具体实现。利用数学软件提供的丰富的函数资源，编程人员可以从繁琐的代码中解放出来，甚至不用考虑其中的实现算法，从而大大的提高了编程效率。数学软件这一强大的功能，为数学工作者提供了有效处理特殊问题的数学环境。图形功能也是数学软件的基本功能之一。利用数学软件不仅可以绘制二维、三维的图形，还支持动画和不同坐标系下的图形绘制。

除了上述四种基本功能而外，数学软件还具备很多其它功能，如：教学功能，可以利用数学软件作为教学的辅助手段；Notebook功能，可利用数学软件制作科学文档，电子讲稿等，这时候它既可以被看作是解决各种计算问题的字处理软件，也可以被看作具备完善文字编辑功能的科技应用软件。著名的Maple、Mathematica、 MathCAD、MATLAB等软件都具备这一功能，而且从新旧版本之间的比较来看，这一功能正逐渐加强和提高，不仅支持文本、公式、图形等的编辑，还支持超级链接，生成不同格式的文档等功能；另外，大量数学软件也具有多媒体功能，能够保存和调用动画、声音文件；数学软件还提供多种应用程序接口，包括：支持与其他程序语言的混合编程，支持ActiveX技术，以及引擎技术等。

2.2.2 数学软件的分类

数学软件分为通用和专用两大类。通用数学软件指应用较广泛，功能较为完备的软件，包括各种数学、数值计算、丰富的数学函数、特殊函数、绘图函数、用户图形届面交互功能，与其他软件和语言的接口及庞大的外挂函数库机制(工具箱)。常见的通用数学软件包括MATLAB和Mathematica和Maple，其中MATLAB以数值计算见长，Mathematica和Maple以符号运算、公式推导见长。专用数学软件指应用于各种不同的数学分支中，为了解决该领域的问题而专门设计出来的，具有很强的专业特色。专用数学软件从功能上，可划分成下面几类：

数值计算软件，包括：IDL、Advanced Grapher BNALib Infnity SmileLab SymbMath DataFit、S-Spline、Lindo、Lingo、0-Matrix、Scilab、Octave等；

符号计算软件，包括：Derive、Infinity、MathCAD、MuPAD、Stat、SymbMath等；

线性软件，包括：Linpack、Lapack、BLAS、GERMS、IMSL、CXML等；

有限元计算软件，包括：ANSYS、MARC、Parstran、Fluent、Femlab、FlexPDE、Algor,、CosMos、Abaqus等；

数理统计软件，包括：GAUSS、SPSS、SAS、Origin、 Splus、Statistica、Minitab、What's best、O-Matrix、UNISTAT、Betahat、Lindo、Lingo、DataDesk等；

数学排版软件，包括：TeX、MathType、ScientificWorkplace、ScientificNotbok、ScientificWord,、MathML等；

数据分析与绘图软件，包括：MathGrapher、Tecplot、IDL、Surfer、Origin、SmartDraw、DSP2000、Derive等；

数学教育软件，包括：几何画板、超级画板、北大青鸟等。

2.3 解析几何教学中常用数学软件比较

随着计算机技术的飞速发展以及人们认识到数学应用的巨大需求，近几年国际上已开发出一定数量的用于数学研究的专用软件。这些软件除了被大量用于数学运算、工程计算外，很多教师发现他们还可以用于数学教学。随着在数学教学中应用的深入，人们对它们的关注正越来越多。以下就几个解析几何教学中常见的数学软件及在教学中的应用作简要的介绍和比较。

2.3.1 常用数学软件概述

1. 几何画板

"几何画板"是美国软件 The Geometer's Sketchpad 的汉化版，由 Key Curriculum Press 公司制作并出版，1996 年该公司授权人民教育出版社在中国发行该软件的中文版。系统要求很低：PC486 以上兼容机、4M 以上内存、Windows3.X 或 Windows95 简体中文版。正如其名"21世纪动态几何"，是一个很适合用于几何教学和学习的工具软件平台。利用系统提供的画图工具，能够按照尺规作图法则精确地画出各种几何图形；利用变换、动画、运动等功能可以容易把几何对象从静态变成动态，并可保持所设定的几何关系的不变性。比如解析几何教学中，柱面和锥面以及其他旋转曲面的形成过程可以通过几何画板准确地演示出来。利用画板中测量和计算功能可以对所作出的对象进行度量，并可对度量出的值进行计算。软件最大的特色是提供充分的手段帮助用户实现其教学思想，只需要熟悉软件的简单的使用技巧即可自行设计和编写应用范例，范例所体现的并不是编者的计算机软件技术水平，而是教学思想和教学水平。因此几何画板是最出色的教学软件之一。

2. Maple

Maple 是 1980 年由 Waterloo 大学开发的数学系统软件，它本身也是用语言开发的并可在多种平台上运行。Maple 不但具有精确的数值处理功能，而且具有无以伦比的符号计算功能。Maple 的符号计算能力还是 MathCAD 和 MATLAB 等软件的符号处理的核心。Maple 提供了 2000 余种数学函数，内置丰富的数学求解库，覆盖几乎所有的数学分支，涉及范围包括：普通数学、高等数学、线性代数、数论、离散数学、图形学。它还提供了一套内置的编程语言，用户可以开发自己的应用程序，而且 Maple 自身的 2000 多种函数，基本上是用此语言开发的。Maple 支持用户界面开发和网络发布，所有的操作都是在一个所见即所得的交互式技术文档环境中完成，完成计算的同时也生成了专业技术文件和演示报告。Maple 采用字符行输入方式，输入时需要按照规定的格式输入，虽然与一般常见的数学格式不同，但灵活方便，也很容易理解。输出则可以选择字符方式和图形方式，产生的图形结果可以很方便地剪贴到 Windows 应用程序内。[①] 因此，Maple 被高等院校、研究机构和公司广泛应用，用户渗透超过 97%的世界主要高校和研究所。此外，Maple 具有方便快捷的二维、三维作图功能，运用于解析几何的教学中，使教学直观生动形象，同时给出实例的程序编写和动画实现过程，有极高的应用价值。比如其三维绘图功能，可以快捷、准确地绘出图形，有利于学生观察掌握图形之间的位置关系，突破教学难点。在实际问题中，有时会遇到几个曲面所围成的空间区域，学生往

① 蔡良灏.数学软件在问题解决中的作用与影响[D].福建师范大学,2001:15

往难以想象出形成的是怎样的图形，利用 Maple 编制程序就可以方便地观察区域和交线。可见，Maple 的 2D 和 3D 图形以及动画功能是其强大计算功能的形象化体现，这些功能又特别适合制作解析几何课程的多媒体 CAI 课件。

3. Mathematica

Mathematica 是由美国物理学家 Stephen Wolfram 领导的 Wolfram Research 公司开发的数学系统软件。人们常说，Mathematica 的发布标志着现代科技计算的开始。自从上世纪六十年代以来，在数值、代数、图形、和其它方面一直有个别的软件包存在。但是，Mathematica 的基本概念是用一个连贯的和统一的方法创造一个能适用于科技计算各个方面的软件系统。实现这一点的关键之处是发明了一种新的计算机符号语言。这种语言能仅仅用很少量的基本元素制造出广泛的物体，满足科技计算的广泛性。这在人类历史上还是第一次。它拥有强大的数值计算和符号计算能力，在这一方面与 Maple 类似，但它的符号计算不是基于 Maple 上的，而是自己开发的。Mathematica 的基本系统主要是用 C 语言开发的，因而可以比较容易地移植到各种平台上，Mathematica 是一个交互式的计算系统，计算是在用户和 Mathematica 互相交换、传递信息数据的过程中完成的。Mathematica 系统所接受的命令都被称作表达式，系统在接受了一个表达式之后就对它进行处理，然后再把计算结果返回。Mathematica 的用户群中最主要的是科技工作者和其它专业人士。但是，Mathematica 还被广泛地用于教学中。从高中到研究生院的数以百计的课程都使用它。此外，随着学生版的出现，Mathematica 已经在全世界的学生中流行起来，成为了一个著名的工具。在解析几何教学中，引入 Mathematica，能充分发挥教学辅助的作用。

4. MATLAB

MATLAB 是矩阵实验室(Matrix Laboratory)的简称，和 Mathematica、Maple 并称为三大数学软件。MATLAB 是由美国 MathWorks 公司出品的商业数学软件，是一种数值计算环境和编程语言，主要包括 MATLAB 和 Simulink 两大部分。它在数学类科技应用软件中在数值计算方面首屈一指。MATLAB 是数值计算的先锋，它以矩阵作为基本数据单位，在应用线性代数、数理统计、自动控制、数字信号处理、动态系统仿真方面已经成为首选工具，同时也是科研工作人员进行科学研究的得力工具。MATLAB 可以运行在十几个操作平台上，在输入方面也很方便，可以使用内部的 Editor 或者其他任何字符处理器，同时它还可以与 Word 结合在一起，在 Word 的页面里直接调用 MATLAB 的大部分功能，使 Word 具有特殊的计算能力。MATLAB 是集数值计算、符号计算和图形可视化三大基本功能于一体的大型软件，广泛应用于科学研究、工程计算、动态仿真等领域。在欧美高等学校，MATLAB 已成为大学生、硕士生、教师必须掌握的基本技能。值得一提的是，MATLAB 有出色的图形处理功能。MATLAB 自产生之日起就具有方便的数据可视化功能，以将向量和矩阵用图形表现出来，并且可以对图形进行标注和打印。高层次的作图包括二维和三维的可视化、图象处理、动画和表达式作图。新版本的 MATLAB 对整个图形处理功能作了很大的改进和完善，使它不仅在一般数据可视化软件都具有的功能（例如二维曲线和三维曲面的绘制和处理等）方面更加完善，而且对于一些其他软件所没有的功能（例如图形的光照处理、色度处理以及四维数据的表现等），MATLAB 同样表现了出色的处理能力。同时对一些特殊的可视化要求，例如图形对话等，MATLAB 也有相应的功能函数，保证了用户不同层次的要求。在解析几何教学中，应用 MATLAB 的图形可

视化功能对图形进行静态与动态的可视化设计，可以把曲线、曲面的形成过程和变化过程准确地模拟出来。新版本的 MATLAB 还着重在图形用户界面 GUI 的制作上作了很大的改善，利用 GUI 制作和演示课件，能直观的观察各种常见的三维曲面的形状和特点，通过切换按钮可以看到该图形的等高线图、窗帘图和网格图，对提高教学效率和培养学生的空间想象能力可起到事半功倍的效果。

2.3.2 常用数学软件对比分析

几何画板在几何领域应用独特，利用它制作的课件着重于展示“几何元素在动态状态下保持几何关系间的不变性”，强调空间的推理，重在设计，能充分体现教学思想和教学水平。与其他软件不同，首先，几何画板的界面是菜单式的，和广泛应用的文字处理软件 Word 的界面很相似，操作简单。不需要教师有程序设计知识，无需学习繁杂的操作命令，仅仅需要一定的数学知识，特别是几何构建思想。其次，教师课前在“画板”上画出和定义课堂上要讲解的实际内容，系统会自动记录绘制的过程和内容，然后把它们存为文件，上课时调出，系统能自动重复教师制作的过程。再次，软件占用空间小，仅 1M 左右，相当于一张图片的大小，无需安装就可以直接使用，教师可以随时在不同的电脑上使用几何画板制作的课件，方便快捷。这也是其他软件所无法比拟的。几何画板本身就是一个很好的几何情景，可以作为学生研究几何关系，猜测、发现和验证几何方法，探索几何规律的一个电子“实验室”。在这个“实验室”中，学生可以在画板上画出各种几何图形，系统利用它所存储的几何定理和公式，自动显示出这些图形间的关系，学生从中就可以验证有关的几何性质，接受并理解相关知识。比如“n 等分线段”这一命题，美国两个初中生就用几何画板发现了新的方法。因此，如果研究立体几何、平面解析几何、一元函数等等，选用易学易用的几何画板最好。几何画板现已成为中学几何教学的有利工具。作为师范专业的学生，有必要掌握该软件，提高现代教育技术能力，为今后从事中学数学教学做准备。但和其他软件相比，几何画板在数值计算和 3D 作图方面相形见绌。在大学空间解析几何的教学中，有大量的由二元解析函数描绘的三维图形，几何画板无法直接利用二元函数表达式绘制三维曲面，因此无法体现三维空间中，轨迹与方程的关系，不能展示空间解析几何中的数形结合思想。

Maple 擅长于符号运算。此外 Maple 也具有强大的二维和三维绘图功能，它有专门的处理空间几何命令的软件包。首先，用 Maple 能建立空间几何对象，并识别诸如空间点、空间线段、空间有向线段、空间直线、平面、球、和多面体等空间几何图形。此外，Maple 有特殊的命令可以判断空间简单的几何对象的位置关系，并用代数的方法解决几何问题，譬如求距离和夹角。这正好能充分体现解析几何中的数形结合思想。且这些命令格式简单易学，故 Maple 特别适合学生进行空间解析几何中的部分数学实验。其次，Maple 的图形显示非常灵活，因此适合应用在空间解析几何的课堂演示教学中。众所周知，空间结构具有丰富多彩的外形曲面，这些曲面按表达式可分为自由曲面与函数曲面。自由曲面无法用解析函数表达式来表达，建模具有一定的难度。但由于具有自由生动的外形，故其运用日益广泛。函数曲面可由解析函数表达式来表达，建模方便。作为空间解析几何的重要内容，二次曲面是空间结构中常见的函数曲面形式。利用 Maple 作出的曲面，可以方便的从不同视角进行观察，使学生深刻认识这些曲面的图形和性质。

Mathematica也擅长于符号运算，这和Maple相似。它们在符号处理方面各具特色，有些Maple不能处理的，Mathematica却能处理。如果要求计算精度、符号计算和编程方面的话，最好同时使用Maple和Mathematica。这两款软件在绘图上也是各有特色。Mathematica的优点是输入界面特别友好，比Maple容易学习。在空间解析几何的课堂演示教学中，Mathematica在图形展示方面没有Maple便捷。但如果仅仅是要求一般的计算或者是图形的普通展示，首选的是Mathematica，它在这方面所具有的能力，足够一般的要求。

MATLAB擅长于数值运算，符号运算方面不及Maple。其符号运算用的是Maple的符号运算的计算包。MATLAB运行需要的资源配置较高，且和其他数学软件相比，运行速度较慢。但如果要求进行矩阵方面或图形方面的处理，则选择MATLAB，它的矩阵计算和图形处理方面则是它的强项，同时利用MATLAB的NoteBook功能，结合Word的编辑功能，可以很方便地处理科技文章。MATLAB在绘制图形上，有一定的特色，但编程比Maple和Mathematica略为复杂。但在解析几何教学中，利用MATLAB中独有的GUI功能，可以将二次曲面按分类系统地制作为课件，方便教师携带和使用。

总的来说，几款软件各有千秋。在空间解析几何教学中，应在不同的教学环节中，结合教学设计，选用更适合的软件。

第 3 章 数学软件在解析几何教学中的应用实验

3.1 实验设计

1. 实验对象

实验对象为乐山师范学院2008级数应1班(42人)和数应2班(43人)学生，将1班作为实验班，2班作为对照班。

2. 实验方法

基于数学软件的功能和解析几何课程的特点，在解析几何课程中以数学软件作为工具的计算机辅助教学实验中，主要采用以下两种模式；一是助教模式——课堂教学的教师演示模式，二是助学模式——自主探究型教学模式。

在助教模式——课堂教学的教师演示模式中，教师起主导作用，控制整个课堂教学，保证讲授知识的系统性、连贯性和流畅性。这种模式主要侧重于学生的数学思想和数学方法的培养，强化数学理论，向学生传授数学知识、基本概念、定理、法则。教师在教学设计中，对于教师难以进行有效编码和学生难以理解的内容，选择适当的数学软件，运用计算机来进行教学活动。在该模式中，选用几何画板、Maple、MATLAB 和 Mathematica 这几种软件为工具进行演示教学，既能充分发挥各软件的优势，又能开阔学生的眼界，丰富学生的知识面。

助学模式——自主探究型教学模式则是“以学生操作、体验为主，教师讲授为辅”。基于这种模式，设计数学实验课，通过数学实验，加强学生运用数学能力、数学实践和数学软件的操作能力、独立工作能力、利用数学综合知识解决实际问题的能力。在该模式中，选用几何画板和 Maple 进行数学实验。因为这两种软件操作相对简单，便于学生利用软件动手“做数学”。几何画板完全不需要程序知识，是菜单式的界面设计，学生最初接触数学实验时，使用该软件能建立他们对数学实验的信心，激发其学习兴趣，避免其一开始便视之为畏途，产生畏难情绪，这符合循序渐进的原则。且几何画板非常适合学生探究几何对象间的关系和几何规律，而且非常适合制作平面解析几何和立体几何的课件。因此使用该软件进行数学实验不仅能培养学生的空间推理能力，还能提高学生的师范技能，为他们今后从事中学数学教学，进一步运用现代教育技术打下良好的基础。采用 Maple 进行数学实验则能把空间解析几何中代数方程和三维几何对象联系起来，利用图形功能可以在三维空间中进行解析函数的作图，而数值计算功能可以将繁杂的计算交给计算机完成，让学生更专注于问题的数学结构和思维创造的过程，体现数学实验中“做数学”的理念，同时使其感受到数学软件计算功能的便捷，提高学生的信息素养。

此外，在整个设计上，以课堂教学的教师演示模式为主，而自主探究型教学模式为辅。首先，空间解析几何这门课程性质决定了前者是后者的基础，而后者是前者的必要补充。基于后者安排的实验课是在前者的基础上开展的；且后者不能替代，也无法替代前者传授知识的主渠道的功能，因此前者是后者的基础。而后者是前者的重要的补充，没有这个补充，很难优化数学课的“传授”功能，也很难提升数学教育的本质。其次，两种模式对教学媒体的要求不同。课堂教学的教师演示模式和传统教学相比，要求只提高到在多媒体教室授课，一

台可供教师使用的计算机和投影即可。而基于自主探究型教学模式的数学实验课除了要求可供教师使用的计算机，还要求每位学生都有可供使用的计算机，因此只有在机房进行教学。

3. 授课方式

按照教学计划，该学期解析几何讲授五章内容，大致每三周讲完一章。授课时间从2008年10月6日至2008年12月26日，每周5节课，共60课时。对照班采用传统授课方式。实验班采用以数学软件为辅的两种教学模式。实验班在日常教学中，采用助教模式——课堂教学的教师演示模式，共52课时，地点选在多媒体教室。考虑到自主探究型模式的实验设计和准备要在课余进行，对实验环境也有要求。因此对该模式的实验时间安排是每3周一次，共4次；每次安排两课时，共8课时，目的在于给学生留以充分的学习软件的时间，以便提高实验学时内的学习效率。地点选在数学系机房。

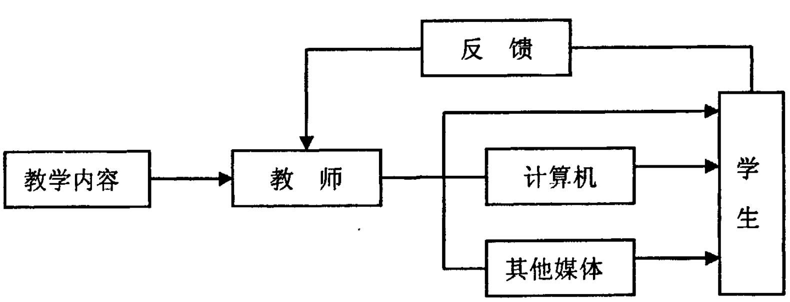
3.2 助教模式——课堂教学的教师演示模式

3.2.1 课堂教学的教师演示模式

抽象性是数学的特点之一。在传统的数学教学中，由于不能为学生充分提供生动形象的学习材料，使学生产生了对数学学习的为难情绪。在整合的教学思想指导下，教师的课堂演示教学能有效地利用数学软件演示那些动态图形，或者把抽象的内容形象化，利用图形、图象的变化，从形象思维与抽象思维和谐发展的角度，以形象思维为突破口，为学生提供具体的、直观的材料，把数学知识形象化地展现出来，使学生易于感知、想象和联想，使其能从中体验形象与抽象的关系，在抽象—形象—抽象的过程中达到对数学内容的理解和掌握，从而有效地突破教学难点、掌握重点。[①]

在这一过程中，学生利用教师及数学软件创设的学习环境，借助形象材料进行思维探索，在教师的引导下观察、比较，逐步领悟、发现规律性的数学知识，使形象思维逐步向抽象思维过渡，并达到有机的统一。由于形象思维与抽象思维的互相沟通、互相反馈、紧密联系，因此学生在学习抽象的数学知识时，就能化难为易、激发兴趣，培养自我探究、发现能力，达到数学能力提高的目的。

这种模式中，教学传播模式图为：



① 巩晓秋.计算机技术整合于数学教学的研究[D].辽宁师范大学,2003:29.

这种教学方式主要以教师为中心，教师按照教学设计，对于教师难以进行有效编码和学生难以理解的内容，选择适当的数学软件，运用计算机来进行教学活动。课件在教学过程中的作用是配合教师的教学，一般是片段性的，由教师来决定怎样设计、何时应用、如何应用，学生接受来自教师和传统教学手段的信息，同时接受来自计算机的信息。在这一教学过程中，信息主要是通过教师的活动传递给学生，学生产生的反馈信息主要仍由教师来接受处理。

这种教学方式与传统教学方式的相同之处在于：教师仍起主导作用，控制整个课堂教学，保证讲授知识的系统性、连贯性和流畅性。与传统教学方式不同之处在于：利用数学软件能展现一些传统教学手段无法展现的事物的连续变化的过程，形成鲜明、逼真的动态效果，调动学生的学习兴趣。这种教学方式的不足之处在于：缺少学生与计算机的交互性，教学过程由教师支配，学生有时仍然处于被动学习状态。

由于这种教学模式立足于课堂教学，在现阶段可作为解析几何教学的一种主要模式，数学软件帮助教师的“教”的目的是为了使学生更有效的“学”，具体体现在下面几个方面。

第一，该模式有助于提高直觉思维能力和培养空间想象能力，使思维可视化。解析几何教学的基本任务是帮助学生认识现实的几何空间，培养学生的直觉能力；使学生学会几何思维方法，培养其更高层次的空间想象能力及逻辑推理能力。其中，空间想象能力是解析几何教学中需要培养的基本能力之一，是人们对客观的空间形式进行观察、分析和抽象的能力，主要有以下4个方面的要求：一是对基本的几何图形必须非常熟悉，并能正确画图；二是能借助图形来反映并思考客观事物的空间形状及位置关系；三是能借助图形来反映并思考问题，能用语言或用式子来表示空间形状及位置关系；四是有熟练的识图能力。另一方面，从层次上来讲，空间想象能力分为由低到高的三个层次，即空间观念建构能力、几何表象的能力、几何表象的操作能力。其中空间观念是基础的能力，表象操作则较难掌握，它以几何表象建构为基础，没有空间观念作为基础是很难建构起任何几何表象的，更高层次的空间想象能力是难以培养的。因此，空间想象能力的培养任务艰巨，需要一个很长的过程。数学软件以其动感显示，绘图功能，使思维过程可视化，为学生提供直觉材料，为数学的理论升华作了必要的感性准备，使数学教学更直观明了，培养学生的直觉思维能力。

第二，该模式具有时效性，能增强信息密度，提高教学效率。在具体的课堂教学中，为了使学生能深刻地理解和掌握各种曲线、曲面的性质，在运用传统的教学手段的同时，应结合多媒体进行教学(可利用已有的课件或自己制作课件)。计算机的高性能使图形的显示快速、灵活、方便，学生能在较短时间内获得大量的信息，从而突破了传统教学手段在时间和空间上的限制，提高了课堂教学效率。比如二次曲面是解析几何中的重要内容，这部分内容的教学对学生空间图形的观察、分析能力和绘图技能的培养非常重要。假如采用传统的教学手段，大约需要7个课时左右，而利用多媒体教学，只需4个课时即可完成，不仅提高了效率，而且教学效果好。利用计算机的绘图功能，可在屏幕上快速、准确地描绘出各种曲线或制作出各种曲面。由于多媒体教学集直观性、趣味性、生动性和准确性于一体，因而具有独特的教学效果，有效地解决教学中的某些难点。例如，学生对马鞍曲面（双曲抛物面)往往难以理解，假如在课堂上徒手画图，不仅费时而且效果也不太好。若把马鞍曲面做成课件，利用多媒体展示，学生理解起来就比较容易了。

第三，该模式激发学生兴趣，提高教学效果。对于课堂上难以讲清的抽象理论和图形形

成过程，利用计算机的图形和动画功能进行模拟，使之形象化、具体化。在空间解析几何教学中，图形教学是很重要的，空间概念的建立，各种曲面的研究，各种方程的建立都离不开图形，但空间图形既难画又费时，很多几何图形如果用手画在黑板上，一是准确性较差，二是学生看起来不够清楚，如果用数学软件的话，通过电脑画的几何图清晰，而且可以用不同侧面去观察图形。课件的设计遵循刺激——反应——强化——概括——迁移的学习过程，较好地实现了启发思维由浅入深、由低至高、由直观到抽象、由实际问题到数学问题的演变思维认知过程。课件使用与传统的板书教学结合起来，有效地控制讲课的节奏，给学生留有充分的思考时间，收到了良好的效果。比如在介绍椭球面的性质时，用电脑演示不同的平面截椭球面所得曲线的形状，突出用“平行截线法”来研究曲面的性质，这样就展示了对象形成的过程，揭示了对象的本质，教学就变得直观、形象、生动，提高了教学效果；激发了学生的学习兴趣，从而产生强烈的求知欲望，形成学习的动机，为今后的进一步认识做准备。

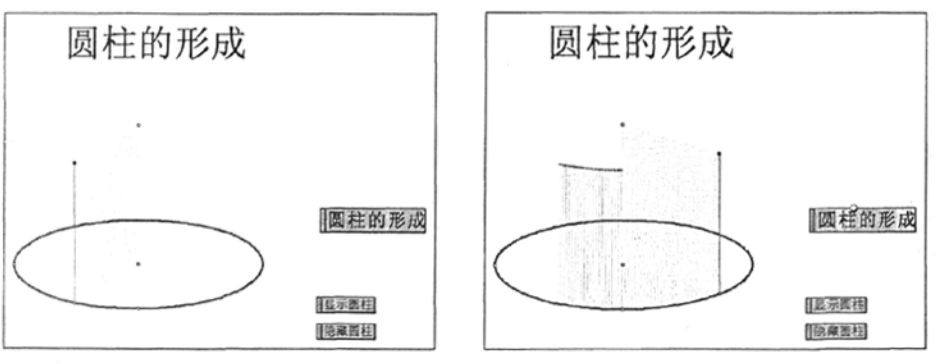
3.2.2 数学软件在课堂教学的教师演示模式中的应用案例

1. 数学软件在数学概念教学引入阶段的应用案例：

解析几何中，第四章的前三节内容是柱面、锥面、旋转曲面。教学目标是：理解柱面、锥面、旋转曲面的定义，掌握求其方程的方法。这几类曲面都是有一条曲线按照某种运动规律所产生的。例如柱面是由平行于定方向且沿着准线运动的直线所产生，它是空间一族平行直线所生成的曲面；锥面是由通过定点且沿着准线运动的直线所产生，这是空间一族动点直线所生成的曲面；而旋转曲面是由一曲线绕其轴旋转一周而产生，它又可以看作是一族纬圆所产生的曲面。由此可见，它们具有较为突出的几何特征，因此教学应从图形出发，去讨论曲面的方程。在这种教学设计的指导思想下，本章柱面、锥面、旋转曲面的教学可以辅以几何画板软件。

例1：柱面的教学

用几何画板软件制作课件“圆柱的形成”引入课题。采用复习引入，从高中学习过的最特殊最简单的柱面圆柱引入课题。单击“圆柱的形成”按钮，画板上会动态演示圆柱的形成过程，再单击按钮，停止演示。此外，可以清除生成的轨迹，也可以通过“显示圆柱”和“隐藏圆柱”两个按钮对柱面进行显示和隐藏。如图1，仅取4帧动画。



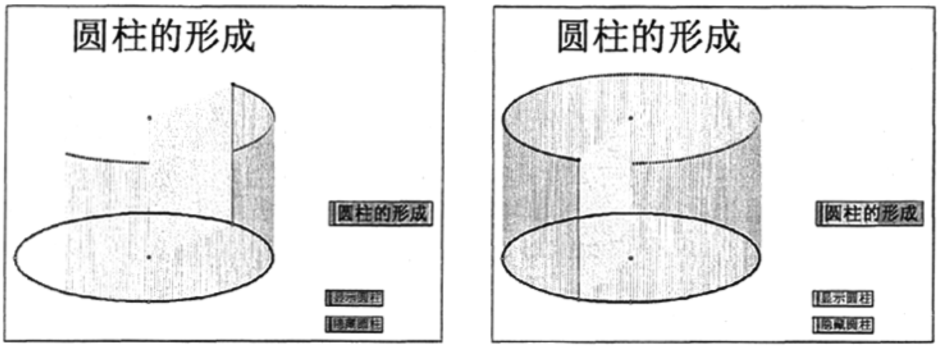


图 1 圆柱的生成动画（仅取 4 帧）

该动画不仅直观地展现了圆柱面形成的这一连续的动态的变化过程，且其中母线沿准线移动这一特点，有助于引出柱面的定义。

在这一环节设计此课件对学习过的有关圆柱的知识进行复习，课件的生动使学生不感到枯燥乏味，且能弥补学生在旧知识学习过程中所产生的不足，为新概念柱面学习扫除障碍。

例2：旋转曲面

通过展示课件“旋转体的形成”，引入旋转曲面的概念。该课件在制作过程中运用“化整为零”的技巧实现了整条曲线的移动，体现了极限思想；运用大圆上的点的动画技巧实现了9个点的同步运动，体现了生动直观性，动态的揭示了旋转体概念的形成过程，有利于学生感性直观的掌握此概念。如图2：

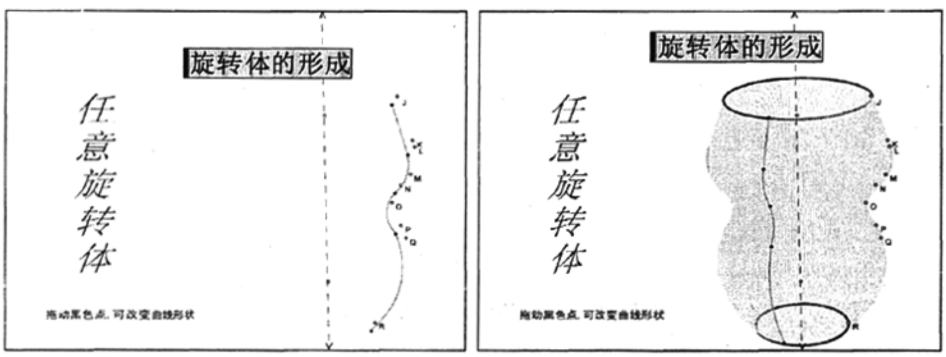


图 2 旋转曲面的生成动画（仅取 2 帧）

2. 数学软件在概念教学理解阶段的应用案例

第四章后四节主要介绍椭球面、双曲面和抛物面这几种特殊的二次曲面，讨论它们标准方程的形式及曲面的几何性质，以及单叶双曲面与双曲抛物面的直母线。教学目标是了解特殊二次曲面方程的标准形式，理解讨论其几何特征的方法。二次曲面是解析几何中的重要内容，这部分内容的教学对学生空间图形的观察、分析能力和绘图技能的培养非常重要。这些曲面，和本章前三节的曲面相比，在方程上表现出特殊的简单形式，因此，可以从它的方程去研究它的图形。和前面三节概念的教学恰好相反。这样，可以使学生深刻感受到方程和轨迹之间的关系，渗透数形结合的数学思想方法。准确地理解数学概念是学好数学的关键。采

用平行截割法由曲面的方程去认识曲面的形状，也就是用一族平行平面来截割曲面，研究截痕的变化情况。从而想象出方程所表示的曲面的整体形状。当然这也是一种认识空间图形的重要思想方法，把复杂的空间图形归结为比较容易认识的平面曲线。

下面以双曲抛物面为例，用Mathematica软件设计了关于截痕法演示的课件。

例3：双曲抛物面概念的教学

学生对马鞍曲面（双曲抛物面）往往难以理解，若用传统的教学方法在课堂上徒手画图，再由教师进行讲解，不仅费时而且效果也不太好。数学是“数”和“形”相互结合的一门自然学科，解析几何中的一些概念、定理并非通过简单的讲授就可以解决的，常常需把所涉及到的内容划分为相互关联的问题，依据逻辑顺序进行安排，将复杂问题层层分化，再用图形展示出来，还可以对一些较复杂三维数学对象进行操作，使隐蔽的几何关系得到显示，从而延伸学生的视觉，加强学生的直观能力。

因此，辅以数学软件，进行本节内容的教学。本节属于概念教学。概念的引入联系生活实际，通过建筑物的图片展示引入，可以创设情境，激发学生的兴趣。然后，从实际问题中抽象出准确的数学曲面，再对这一数学曲面进行概念教学。利用Mathematica和MATLAB把马鞍曲面做成课件，分两部分进行演示。教学过程是，首先给出曲面的方程，再从方程出发，利用平行截割法研究曲面的图形。这一阶段采用Mathematica制作的课件。功能是动态地演示概念的形成过程，利用它来进行概念的分析教学，渗透数形结合的思想方法。学生通过观看动画和教师的讲授，认识到方程的结构和曲面的形状之间的关系，对双曲抛物面这一空间图形的理解有了清楚的轮廓，同时也再次体会到平行截痕法的用途。然后，再展示美观准确的双曲抛物面的图形，使学生深刻地认识到双曲抛物面的几何特点和形状。这一阶段采用MATLAB制作的课件。具体步骤如下：

① 利用Mathematica制作马鞍曲面的截痕法演示

课件制作的思路是，曲面的方程是$z=-\dfrac{x^2}{2p}+\dfrac{y^2}{2q},p,q>0$用平行于$xoy$坐标面的平面去截这个曲面，将得到一系列的双曲线，用平行于yoz坐标面的平面去截这个曲面和用平行于xoz坐标面的平面去截这个曲面，将得到一系列的抛物线，将这些截线综合起来，便可形成双曲抛物面的整体映象，形状如一个马鞍，故也称它为马鞍面。设计程序如下：

```
<<"Graphics`Colors`"
Off[ParametricPlot3D::"ppcom"];
Off[General::"Spell1"];
p=1;q=1;h=4;spacer=0.2;
threedims=Graphics3D[{
Line[{{-h,0,0},{h,0,0}}],Text["x",{h+spacer,0,0}],
Line[{{0,-h,0},{0,h,0}}],Text["y",{0,h+spacer,0}],
Line[{{0,0,-h},{0,0,h}}],Text["z",{0,0,h+spacer}]
                                    }];
```

$$\text{zsq1[z\_,t\_]:=}\left\{t,\sqrt{2q(z+\frac{t^2}{2p})},z\right\}/;z\geq 0;\quad \text{zsq2[z\_,t\_]:=}\left\{t,-\sqrt{2q(z+\frac{t^2}{2p})},z\right\}/;z\geq 0;$$

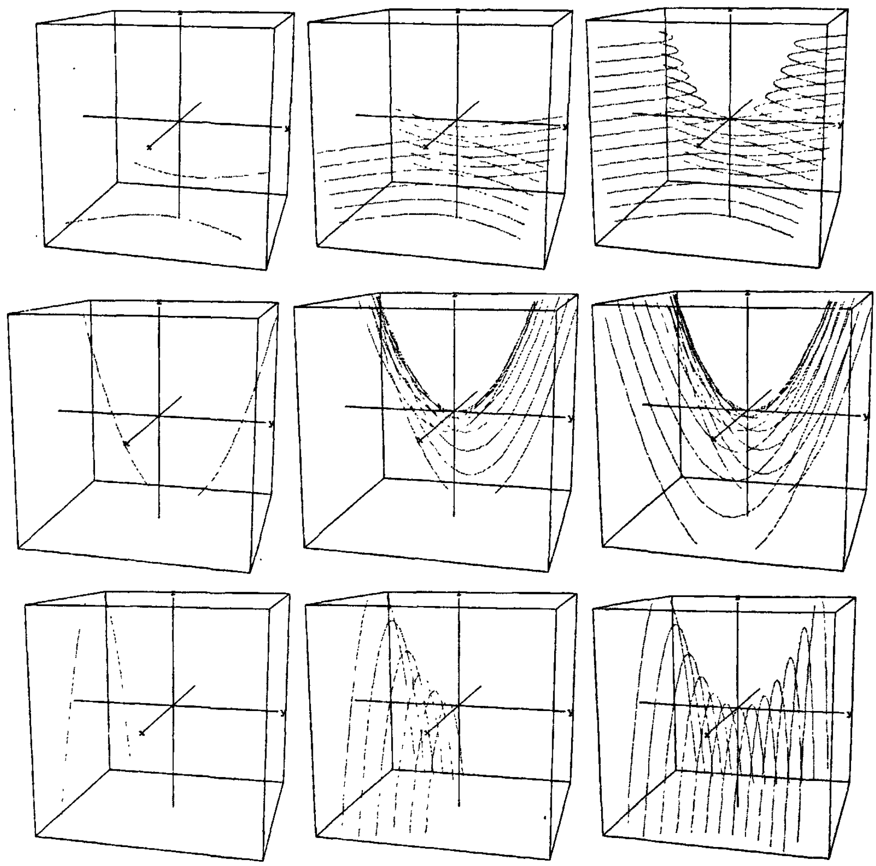
$$\text{zsq1[z\_,t\_]:=}\left\{\sqrt{2p(\frac{t^2}{2q}-z)},t,z\right\}/;t<0;\quad \text{zsq2[z\_,t\_]:=}\left\{-\sqrt{2p(\frac{t^2}{2q}-z)},t,z\right\}/;t<0;$$

$$\text{xpw[x\_,t\_]:=}\left\{x,t,-\frac{x^2}{2p}+\frac{t^2}{2q}\right\};\quad \text{ypw[t\_,y\_]:=}\left\{t,y,-\frac{t^2}{2p}+\frac{y^2}{2q}\right\};$$

```
zp1[z_]:=ParametricPlot3D[ Append[zsq1[z,t],{Purple,Thickness[0.005]}],{t,-4,4},
  ViewPoint  {1.75,.5,1.7},AspectRatio  Automatic,DisplayFunction  Identity];
zp2[z_]:=ParametricPlot3D[ Append[zsq2[z,t],{Purple,Thickness[0.005]}],{t,-4,4},
  ViewPoint  {1.75,.5,1.7},AspectRatio  Automatic,DisplayFunction  Identity];
xp[x_]:=ParametricPlot3D[ Append[xpw[x,t],{Purple,Thickness[0.005]}],{t,-4,4},
  ViewPoint  {1.75,.5,1.7},AspectRatio  Automatic,DisplayFunction  Identity];
yp[y_]:=ParametricPlot3D[ Append[ypw[y,t],{Purple,Thickness[0.005]}],{t,-4,4},
  ViewPoint  {1.75,.5,1.7},AspectRatio  Automatic,DisplayFunction  Identity];
Show[graphlist={threedims},(*Boxed  False,*)Axes  False,ViewPoint->{3.143, 0.780,
0.714},
AmbientLight  GrayLevel[1.0],LightSources  {},  PlotRange  {{-4,4},{-4,4},{-4,4}},
DisplayFunction  $DisplayFunction];
Table[Show[
  AppendTo[graphlist,{zp1[jj],zp2[jj]}]//Flatten,
  (*Boxed  False,*)Axes  False,ViewPoint->{3.143, 0.780, 0.714},
  AmbientLight  GrayLevel[1.0],LightSources  {},
  PlotRange  {{-4,4},{-4,4},{-4,4}},
  DisplayFunction  $DisplayFunction],{jj,-3,3,0.5}];
Show[graphlist={threedims}(*,Boxed  False*),Axes  False,ViewPoint->{3.143, 0.780,
0.714},
  AmbientLight  GrayLevel[1.0],LightSources  {},  PlotRange  {{-4,4},{-4,4},{-4,4}},
  DisplayFunction  $DisplayFunction];
Table[Show[
  AppendTo[graphlist,xp[jj]],
  (*Boxed  False,*)Axes  False,ViewPoint->{3.143, 0.780, 0.714},
  AmbientLight  GrayLevel[1.0],LightSources  {},
  PlotRange  {{-4,4},{-4,4},{-4,4}},
  DisplayFunction  $DisplayFunction],{jj,-3,3,0.5}];
Show[graphlist={threedims},(*Boxed  False,*)Axes  False,ViewPoint->{3.143, 0.780,
0.714},
```

```
   AmbientLight   GrayLevel[1.0],LightSources   {},  PlotRange   {{-4,4},{-4,4},{-4,4}},
   DisplayFunction   $DisplayFunction];
 Table[Show[
   AppendTo[graphlist,yp[jj]],
(*Boxed   False,*)Axes   False,ViewPoint->{3.143, 0.780, 0.714},
AmbientLight   GrayLevel[1.0],LightSources   {},  PlotRange   {{-4,4},{-4,4},{-4,4}},
   DisplayFunction   $DisplayFunction],{jj,-3,3,0.5}];
sqpwm=ParametricPlot3D[{x,y,-x^2/(2p)+y^2/(2q)},{x,-4,4},{y,-4,4},
   DefaultColor   Purple,PlotRange   {{-4,4},{-4,4},{-4,4}},
   DisplayFunction   Identity];
Show[sqpwm,threedims,(*Boxed   False,*)Axes   False,ViewPoint->{3.143, 0.780, 0.714},
   AmbientLight   GrayLevel[1.0],LightSources   {},
   DisplayFunction   $DisplayFunction];
```

选中图形，按Ctrl+Y键，可看到截痕法的动态演示。如图3-1（取10帧）：



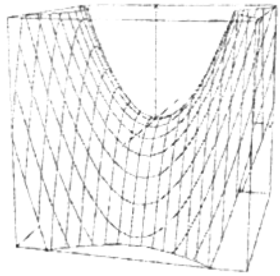


图 3-1 马鞍曲面截痕的动画演示（仅取 10 帧）

② 利用MATLAB

学生掌握平行截痕法的基本思路和双曲抛物面的形成特点后，有必要再对双曲抛物面的性状作进一步的观察。利用MATLAB制作双曲抛物面的课件，美观、准确。通过教师的展示，对曲面进行不同角度的旋转，加深学生对概念的理解。设计如下程序：

```
a=3;
b=2;
[x,y]=meshgrid(-10:.1:10);
z=1/2*(x.^2/a^2-y.^2/b^2);
surf(x,y,z)
shading flat
```

以上程序运行后，生成双曲抛物面的fig文件，如下图3-2。学生不仅能通过对图形的观察深刻理解双曲抛物面的形状，还能感受到数学的美，对这些空间曲面产生极大的兴趣。

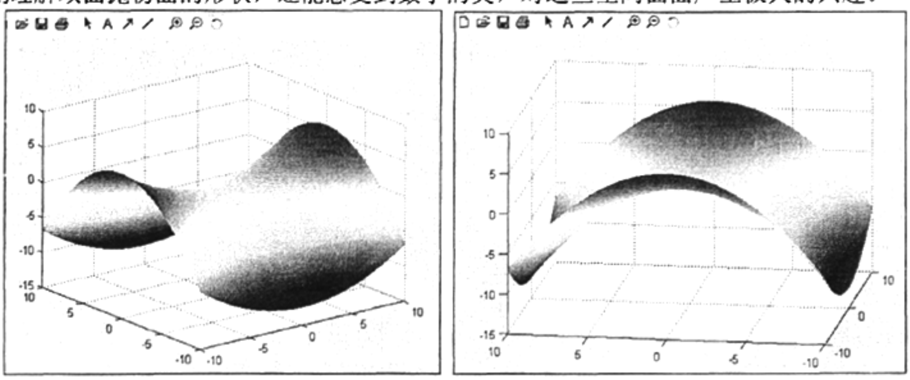


图 3-2 双曲抛物面不同侧面的图形

例4 常用二次曲面的分类演示课件

上述是第四章第六节中双曲抛物面教学的一个案例。此外，本章教学内容主要是各种二次曲面概念。假如采用传统的教学手段，这一部分的教学大约需要11个课时左右，而利用多媒体教学，只需8个课时即可完成，不仅提高了效率，而且教学效果好。利用计算机的绘图功能，可在屏幕上快速、准确地描绘出各种曲线或制作出各种曲面。由于多媒体教学集直观性、趣味性、生动性和准确性于一体，因而具有独特的教学效果，能有效地解决教学中的某些难点。为使本章的教学课件统一，可以利用MATLAB的GUI功能制作教学课件，用于系统展示

曲面。具体步骤如下：

① 选择File→New→GUI，在弹出的窗口中单击Creat Blank GUI，建立新的fig文件。

② 在GUI工作台中进行窗口、参数和控件的设置。单击“OK”键，建立操作按钮；双击按钮，在新窗口中“String”选项对应的位置修改按钮名称，“Tag”选项对应的位置修改函数名。

③ 选中按钮单击右键，用快捷菜单中“M-file Editor”选项功能建立m程序文件，并编写相应的程序代码，实现各控件的功能。例举其中一个程序如下：

```
[x,y]=meshgrid(-8:.5:8);
t=(x.^2/9+y.^2/4)/2;
paowu=t;
handles.paowu=paowu;
s=-sqrt((x-1).^2);
zhuimian=s;
handles.zhuimian=zhuimian;
r=9*x.^2-4*y.^2;
maan=r;
handles.maan=maan;
handles.current_data=handles.paowu;
surf(handles.current_data)
```

打开该fig文件后，在命令窗口直接输入文件名，可以运行该fig文件。通过GUI演示课件，能直观的观察各种常见三维曲面性状和特点，通过切换按钮可以看到该图形的等高线图、窗帘图和网格图。如图4是课件中一个椭圆抛物面的图形展示。

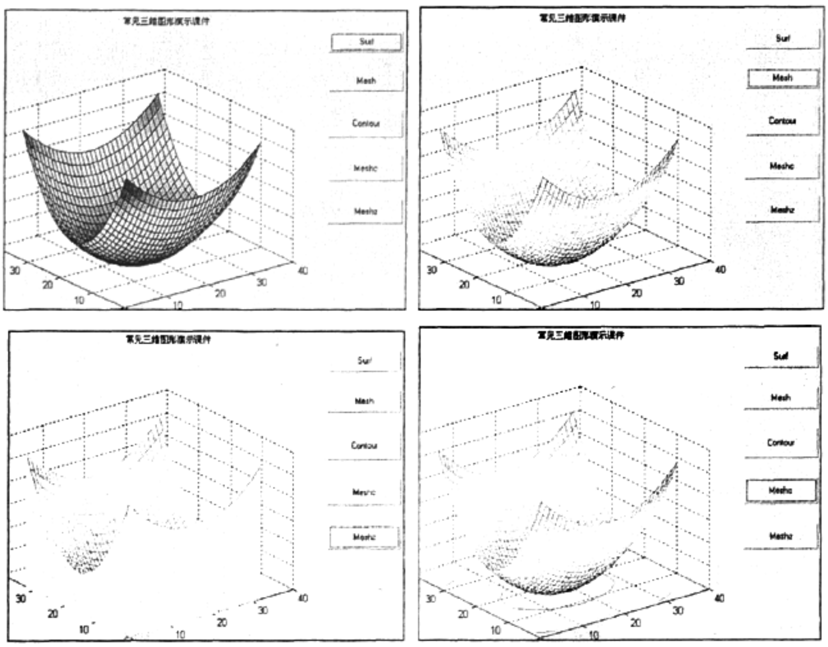


图 4 椭圆抛物面演示图

3. 数学软件在概念教学运用阶段的应用案例

解析几何第二章的内容是轨迹与方程，第一节是平面曲线的方程。学生要学会运用轨迹与方程的概念的解决具体的有关平面曲线的内容。轨迹是该节教学的重点，也是难点。难在需要用动态的观点来看几何图形。传统课堂是借助静态图形或简单教具进行讲解，学生只能根据对问题的分析和最终结果去想象轨迹的生成过程。利用几何画板的动态功能，可直观地演示出轨迹的生成过程，是分析、过程、结果一目了然，便于学生从整体上把握数学的内在规律。下面是非常典型的一种轨迹内外摆线的演示范例。

例5 内外摆线的轨迹生成演示

利用几何画板的轨迹功能制作如下的课件，能演示各种内外摆线轨迹的形成过程，下面仅选择五叶内摆线和八叶内摆线的轨迹生成为例作为展示。如图5-1和5-2。

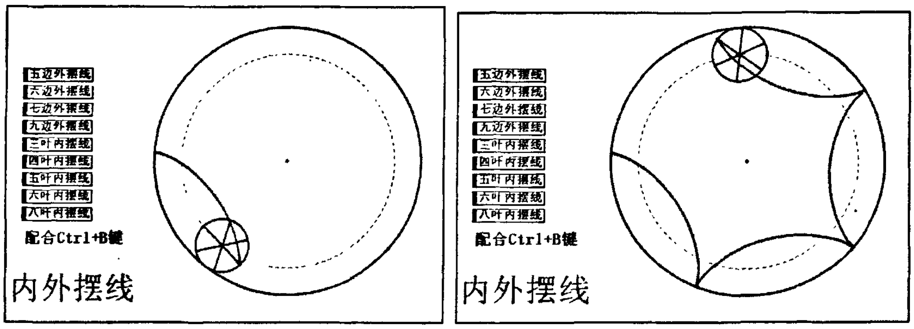


图5-1 五叶内摆线的轨迹生成动画（仅取2帧）

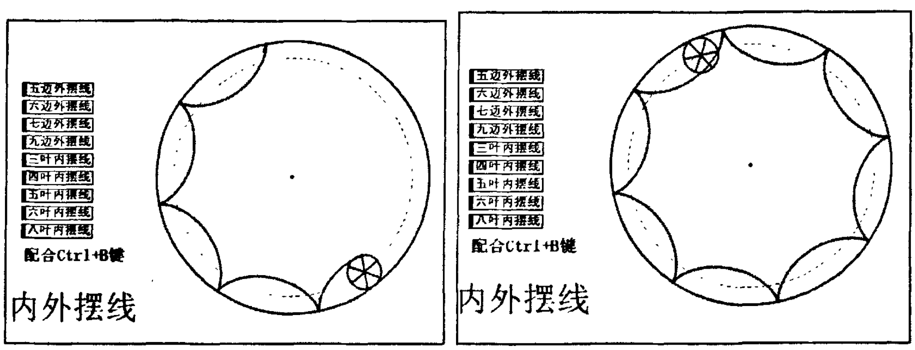


图 5-2 八叶内摆线的轨迹生成动画（仅取 2 帧）

在旋转曲面概念运用的教学中，有很多具体的旋转曲面。适当的通过用Maple制作各种曲面的生成动画，生动形象的过程，能调动学生的学习兴趣，使学习不再枯燥。

例6 曲线 $y=f(x)$ $(a<x<b)$ 与 x 轴所围的曲边梯形绕着 x 轴旋转，得一旋转体和旋转曲面。

曲边梯形是一种重要的几何图形。在数学分析中的基础概念定积分，一般都是以曲边梯形的面积为例引出的。而这部分内容是安排在大一下期的数学分析课程中。在大一上期开设的解析几何课程中，提前向学生介绍这种图形，能为后续课程的学习打好基础。

首先利用Maple作出曲边梯形的平面图形，即题目的已知条件；向学生展示和讲解该图形；然后在利用Maple作出曲边梯形绕 x 轴旋转的动画。具体程序如下：

```
with(plots):  a:=0.5:b:=2.5:  f:=x->sin(x):
quxian:=spacecurve([0,x,f(x)],x=a..b,color=red,thickness=3):
qubiantixing:=plot3d([0,x,h],h=0..f(x),x=a..b,style=patchnogrid,color=green):
display(quxian,qubiantixing,axes=normal,scaling=constrained,view=[-1..1,0..3.4,-1..1],tickmarks=[2,2,2]);
with(plots):with(plottools): a:=0.5:b:=2.5:  f:=x->sin(x):
quxian:=spacecurve([0,x,f(x)],x=a..b,color=red,thickness=3):
qubiantixing:=plot3d([0,x,h],h=0..f(x),x=a..b,style=patchnogrid,color=green):
qubiantixing1:=plot3d([0,x,h],h=0..f(x),x=a..b,style=patchnogrid,color=grey):
K:=20: for i from 1 to K do ti:=i*2*Pi/K:
A[i]:=rotate(quxian,ti,[[0,0,0],[0,1,0]]):
B[i]:=rotate(qubiantixing,ti,[[0,0,0],[0,1,0]]):
qumian[i]:=plot3d([f(u)*sin(t),u,f(u)*cos(t)],u=a..b,t=0..ti):
disk1[i]:=plot3d([r*sin(t),a,r*cos(t)],r=0..f(a),t=0..ti,style=patchnogrid,color=grey):
disk2[i]:=plot3d([r*sin(t),b,r*cos(t)],r=0..f(b),t=0..ti,style=patchnogrid,color=grey) od:
AA:=display(seq(A[i],i=1..K),insequence=true):
BB:=display(seq(B[i],i=1..K),insequence=true):
CC:=display(seq(qumian[i],i=1..K),insequence=true):
DD1:=display(seq(disk1[i],i=1..K),insequence=true):
DD2:=display(seq(disk2[i],i=1..K),insequence=true):
display(AA,BB,CC,DD1,DD2,quxian,qubiantixing1,axes=normal,scaling=constrained,tickmarks=[2,2,2],view=[-1.2..1.2,0..b+1,-1.2..1.2]);
```

程序运行后，分别得到曲边梯形的平面图形（图6-1）和曲边梯形绕 x 轴旋转的动画（图6-2）

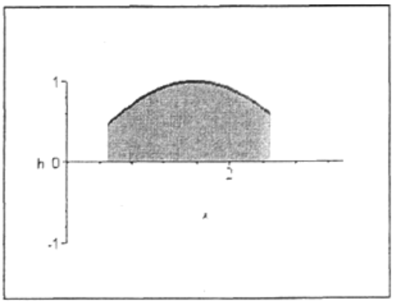


图 6-1 曲边梯形的平面图形

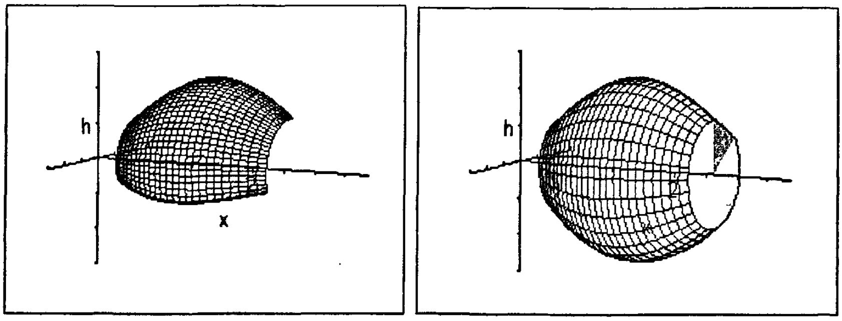


图 6-2 曲边梯形绕 x 轴旋转的动画（仅取 2 帧）

4. 数学软件在命题教学中的应用案例

解析几何第一章第八节中，讨论了两矢量共线的充要条件：两矢量a和b共线的充要条件是$a\times b=0$。这是一个简单命题，命题的证明是根据矢性积的模的性质推导出来的。教学设计上，通过数学软件调动学生的兴趣，让学生领会定理的适用范围和应用的基本规律。

例7 用Mathematics语言编写一个函数，用来判别空间三点P，Q，R是否共线。

首先将空间三点P，Q，R共线转化为空间两矢量$\overrightarrow{PQ}$和$\overrightarrow{PR}$共线。由已知数学命题，空间三点P，Q，R共线的充分必要条件是矢量$\overrightarrow{PQ}\times\overrightarrow{PR}=0$，我们根据这个充分必要条件来编写判断空间中的三点是否共线的函数CollinearQ，程序如下：

```
In[1]: = CollinearQ[p1_,p2_,p3]
      : = Module[{v1,v2},v1=p2-p1;v2=p3-p1;if[v1*v2=={0,0,0},True,false]]
```

在自定义函数中，Module函数将中间变量v1,v2局部化，使之只能在Module函数内部起作用，Module函数的返回值为module内部最后一个表达式的值，在这里是if表达式的值，p1，p2，p3表示空间中三个点的坐标，用花括号括起来。

例如：用上面定义的函数检查点（1，2，3)，(2，5，6)，(3，6，9）是否共线，键入命令

In[2]: = CollinearQ[{1,2,3},{2,5,6},{3,6,9}]

Out[2]=False　　　　　(结果为False，表示所给的三点不共线)

再检查点(1,2,3),(2,4,6),(3,6,9)是否共线，键入命令

In[3]: = CollinearQ[{1,2,3},{2,4,6},{3,6,9}]

Out[3]=True　　　　　(结果为Ture，表示所给的三点共线)

5. 数学软件在问题解决教学中的应用案例

在解析几何的问题解决教学中，主要用到了数学软件的两大功能，一是图形展示功能，一是计算功能。下面是数学软件的这两种功能应用的例子。

例 8 已知一半径为a的球面与一个直径等于求的半径的圆柱面，如果圆柱面通过球心，那么这时球面与圆柱面的交线叫做 Viviani 曲线。试建立 Viviani 曲线的方程并作出其图形。

首先，建立球面的方程为 $x^2+y^2+z^2=a^2$，直圆柱面的方程为 $x^2+y^2-ax=0$。因此 Viviani 曲线的一般方程应该是这两个二次方程所组成的方程组 $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=a^2\\x^2+y^2-ax=0\end{cases}$。为了作图方便，将曲线的一般方程化为参数方程：$\begin{cases}x=a\cos^2\theta\\y=a\cos\theta\sin\theta\\z=a\sin\theta\end{cases}$，$(0\le\theta<2\pi)$。然后用 Maple 作图，能显示出曲面相交的图形和交线的形状，并可以从不同的视角观察该曲线（图 7）。编制程序如下：

```
with(plots):a:=20:
pic1:=plot3d([a*sin(phi)*cos(theta),a*sin(phi)*sin(theta),a*cos(phi)],theta=0..2*Pi,phi=0..Pi):
pic2:=plot3d([a/2*(1+cos(theta)),a/2*sin(theta),z],theta=0..2*Pi,z=-a..a):
pic3:=spacecurve([a*cos(theta)^2,a*cos(theta)*sin(theta),a*sin(theta)],theta=0..2*Pi,thickness=
5,color=yellow):
display({pic1,pic2,pic3},scaling=constrained);
display({pic3},scaling=constrained);
```

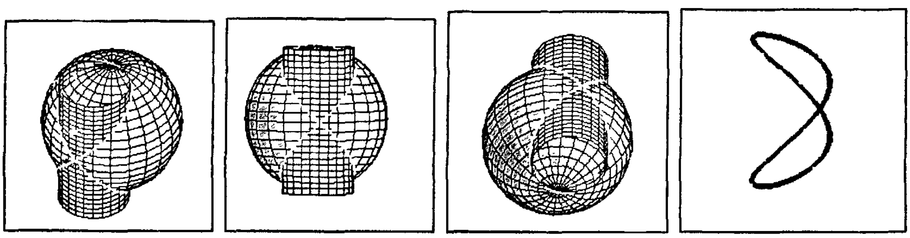


图 7 球面与柱面相交形成的 Viviani 曲线

例 9 求在直线 $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-8}{1}=\dfrac{z-8}{3}$ 上与原点相距 25 个单位的点的坐标。

这是解析几何教材中 § 3.4 空间直线的方程一节中的一个习题。该题目主要考查了两点，一是对直线方程的理解，二是两点间的距离公式。思路很简单明确，以方程组 $\begin{cases}\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-8}{1}=\dfrac{z-8}{3}\\\sqrt{x^2+y^2+z^2}=25\end{cases}$ 的解为坐标的点就是要求的点。而具体的计算，方程组的求解很繁琐，计算量较大。运用数学软件的计算功能，可以化繁为简。下面以 Maple 为例说明具体的操作过程。在 Maple 中输入如下命令：

```
solve({(x-1)/2=y-8,(x-1)/2=(z-8)/3,sqrt(x^2+y^2+z^2)=25});
```

软件会自动算出如下结果：

$$\{y=12,z=20,x=9\},\ \{y=\frac{-6}{7},z=\frac{-130}{7},x=\frac{-117}{7}\}$$

即为点的坐标。

3.3 助学模式——自主探究型教学模式

3.3.1 自主探究型教学模式介绍

以学生使用信息、技术为主的自主探究型教学模式，其教学是在不同的网络条件下，通过学生对教学资源的独立学习或合作学习来完成的。这种教学模式除了同样具有前面“演示”中提到的优势以外，还特别有利于培养学生的信息素养，落实因材施教，促使全体学生在原有的基础上都得到发展。根据学习时所用教学资源的不同，以学生使用数学软件为主的自主探究型教学模式，又可分为开放型教学模式和封闭型教学模式两种类型。

①开放型教学模式

开放型教学模式是指学生的学习环境具有开放性，其教学资源可以来自较大的范围(如互联网)，允许学生自己决定需要什么信息，自己决定解决问题的具体方法。教师仅仅做一名指导者为学生提供必要的支持。这种类型可作为以问题为中心的学生课外活动及研究型课程等使用。学生使用信息技术为主的自主学习型教学模式对于硬件和教学资源的要求以及对教师信息技术水平的要求均较高。

②封闭型教学模式

封闭型教学模式是指学生的学习环境具有封闭性，其教学资源是根据学习内容由教师制定并提供的，学生则按要求在教师的指导下进行学习。学习时其全部资源都围绕这个主题并事先准备好。这种类型可作为课堂学习使用也可作为专题学习使用。本实验主要采取本模式进行教学。

在这种模式中，教师不再是教学活动的中心和课堂教学的完全控制者，只进行学习开始前的组织、学习过程中对学生进行必要的指导和学习结束时对学习活动的总结。学生在教师的指导下运用数学软件自主参与，进行数学试验，具有高度的探索性，教师对学习过程的影响变为间接性。在这活动中，教师的责任在于为学生的学习提供一个合适的环境，对学生进行及时的引导和调控。学生个体或小组跟着计算机屏幕出现的问题、操作、思考、讨论，教师要观察其进程，及时解答问题，对有共性的问题组织全班讨论或讲解。

这种教学方式从根本上改变了传统课堂教学模式中由教师根据学生的特点和能力水平，安排适合于学生的学习内容和教学方式的状况，学生可以根据自己的情况控制学习进程。在这种教学模式中，学生是学习活动的中心和主体，以数学软件为学习工具，观察、猜想、计算、验证，从而完成数学知识的建构，更好地做到因材施教，实现个别化教学。

但需要注意的是：一方面，教师一定要注意对学生的引导，否则学生的实际学习仍然是被动地接受过程；另一方面，不能用计算机完全替代教师，使得教学脱离实际。要注意教师、学生和计算机之间关系的处理。

3.3.2 数学软件在自主探究型教学模式中的应用案例

采用自主探究型教学模式的数学实验课一共安排4次，大致上每3周一次，每次两课时。实验课的内容根据日常教学的进度，遵循由浅入深的原则来进行设计。实验课的内容应包括解释型实验题目、探求型实验题目和运用型实验题目。设计解释型实验题目是让学生综合运用计算机的计算和图形功能，来展示自己对某些数学概念、命题、思想、方法实质的理解，

给它们作出形象的说明，并在这个过程中求得认识的深化。这一类题目的意义在于加深对已学知识的理解。设计探求型实验题目是让学生根据已有的理解和观察，作出问题求解的判断和猜想，选择或创建某种方法来讨论判断的真理性。这一类题目的意义在于：通过观察现象、抽象概括、形成猜想、检验判断、付诸应用各个环节的实践，学会探求。设计运用型实验题目，一是提供一批实际应用问题，让学生根据实际问题建立数学模型，求出数学解，解释其现实意义；二是针对策个具体的数学教学任务，创建演示软件的“核心片段”，再在某种课件著作环境中与其它资料联合，经过剪辑，编制成比较完整的课题演示教学软件。这一类题目的意义在于：应用现代教育技术实现两种形态的数学活动尝试。因此，4 次实验课具体的时间和内容安排如下：第 1 次实验课安排在第 2 周，内容主要是几何画板和 Maplc 软件学习。由教师向大家简单介绍两款软件的基本功能和操作，学生通过对教师布置的题目进行数学实验，熟悉软件的操作。第 2 次实验课安排在第 5 周，实验内容是探求型实验题目，选自解析几何第 2 章“轨迹与方程”的内容。第 3 次实验课安排在第 8 周，实验内容是解释型实验题目，选自解析几何第 3 章“直线与平面方程”的内容。第 4 次实验课安排在第 11 周，实验内容是一个综合性的运用型题目。下面是四次实验案例的设计。

实验一　几何画板和 Maple 软件的基本操作

一．问题

一串彩色气泡动画的绘制问题；矢量的计算问题。

二．实验目的

通过听取教师介绍和操作指导，熟悉两种数学软件的界面和基本操作；能在几何画板中创建一些基本几何对象，并对其实施度量、变换、参数颜色设置等操作；能用 Maple 解决矢量的计算问题。

三．实验准备

几何画板和 Maple 简介，几何画板和 Maple 的安装和启动，几何画板构造、度量、变换功能；Maple 有关向矢量计算的命令。

四．实验内容

1. 利用几何画板绘制一串彩色气泡的动画。

作图步骤如下：

(1)画一条线段 AB，在 AB 上任取点 C，D，E，F，G，同时选中点 C，D，E，F，G 作方向“向前”，自定义速度为 3 的“动画”按钮，改标签为“彩色气泡”；

(2)分别以点 C，D，E，F，G 为缩放中心，让点 A 缩放 1/10 倍，得到点 C’，D’，E’，F’，G’；

(3)分别过点 C 和 C’,D 和 D’,E 和 E’,F 和 F’,G 和 G’作圆，并利用“作图”来构造各圆的内部；

(4)分别度量点 A 和 C，A 和 D，A 和 E，A 和 F，A 和 G 两点的距离；

(5)选中 AC 度量值和圆 C 内部作参数颜色；选中 AD 度量值和圆 D 内部作参数颜色；选中 AE 度量值和圆 E 内部作参数颜色；选中 AF 度量值和圆 F 内部作参数颜色；选中 AG 度量值和圆 G 内部作参数颜色；

(6)除了圆的内部外隐藏其他所有对象。

单击“彩色气泡”按钮，可以看见一串闪烁着色彩的彩色气泡的动画。(图 8)

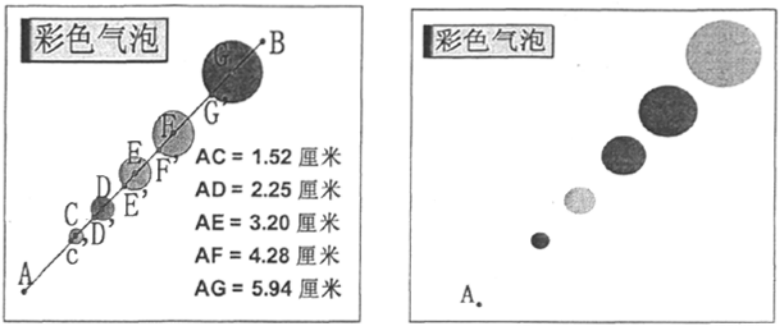


图 8 彩色气泡

2. 利用 Maple 进行矢量计算。

问题：设矢量 $a=\{-2,2,1\}$，$b=\{2,-1,-2\}$，求 $a+b$ 及 $|a+b|$。

程序如下：

```
with(LinearAlgebra):
a:=Vector[row]([-2,2,1]);
```

$$a := [-2, 2, 1]$$

```
b:=Vector[row]([2,-1,-2]);
```

$$b := [2, -1, -2]$$

```
VectorAdd(a,b);
```

$$[0, 1, -1]$$

```
Norm(VectorAdd(a,b),2);
```

$$\sqrt{2}$$

```
DotProduct(a,b);
```

$$-8$$

```
CrossProduct(a,b);
```

$$[-3, -2, -2]$$

```
VectorAngle(a,b);
```

$$\pi - \arccos\left(\frac{8}{9}\right)$$

实验二　点的轨迹方程问题

一．问题

求椭圆外一条直线上满足某种条件的点的轨迹方程。

二．实验目的

学会与 Maple 对话，通过 Maple 的计算和图形功能，求解平面解析几何中的轨迹问题。并在课后思考并尝试，用几何画板将此题目的轨迹动画制作为可用于中学数学教学的课件，达到应用现代教育技术实现两种形态的数学活动尝试的目的。

三．实验准备

Maple 的二维绘图命令，多项式运算和分式运算的命令，解方程和方程组的命令。

四．实验内容

已知椭圆 $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{16}=1$,直线 L: $\frac{x}{12}+\frac{y}{8}=1$.$P$ 是 L 上一点，射线 OP 交椭圆于 R 点，又点 Q 在 OP 上且满足 $|OQ||OP|=|OR|^2$.当点 P 在 L 上移动时，求点 Q 的轨迹方程，并说明轨迹是什么曲线。

1.根据题意画图（图 9-1）

```
with(plots,implicitplot):
plot1:=implicitplot({x^2/24+y^2/16=1,x/12+y/8=1,y=2*x},x=-10..10,y=-10..10,numpoints=3000):
plot2:=plots[textplot]({[1.5,1.0,'Q'],[3.0,4.0,'R'],[4.0,6.0,'P']}):
plots[display]({plot1,plot2});
```

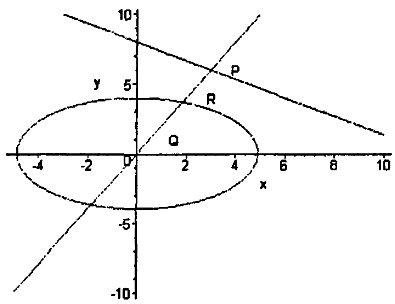


图 9-1　椭圆和直线的图形

2.求Q的坐标，用OP的斜率k表示

(1)已给的三条曲线记为L，F和M，定义：

```
L:=y-k*x:
F:=x^2/24+(k*x)^2/16-1:
M:=x/12+y/8-1:
```

(2)求 L 与 F，L 与 M 的交点：

```
solve({L,M},{x,y});
```

$$\{y=24\,\frac{k}{2+3\,k},\,x=24\,\frac{1}{2+3\,k}\}$$

```
solve({L,F},{x,y});
```

$$\{x=4\,\mathrm{RootOf}((2+3\,k^2)\,\_Z^2-3,\,label=\_L6),$$
$$y=4\,k\,\mathrm{RootOf}((2+3\,k^2)\,\_Z^2-3,\,label=\_L6)\}$$

(3)求OP，OR的距离：

```
d:=(x,y)->(x^2+y^2)^(1/2):
d1:=d(x,k*x):
d2:=d(24/(2+3*k),24*k/(2+3*k)):
```

d3:=d(4*RootOf((2+3*k^2)*_Z^2-3),4*k*RootOf((2+3*k^2)*_Z^2-3)):

(4)求Q的坐标：

slove((d1*d2)-d3^2,x);

$$\mathrm{slove}\left(\sqrt{x^2+k^2x^2}\sqrt{576\frac{1}{(2+3k)^2}+\frac{576k^2}{(2+3k)^2}}-16\,\mathrm{RootOf}((2+3k^2)\_Z^2-3)^2\right.$$
$$\left.-16k^2\,\mathrm{RootOf}((2+3k^2)\_Z^2-3)^2, x\right)$$

subs(k=y/x,2*(2+3*k)/(2+3*k^2));

$$2\frac{2+\frac{3y}{x}}{2+\frac{3y^2}{x^2}}$$

3.求Q的方程

normal(x=2*(2+3*y/x)/(2+3*y^2/x^2));

$$x=2\frac{(2x+3y)x}{2x^2+3y^2}$$

expand(2*(2*x+3*y)-(2*x^2+3*y^2));

$$4x+6y-2x^2-3y^2$$

readlib(mtaylor):

mtaylor(4*x+6*y-2*x^2-3*y^2,[x=1,y=1]);

$$5-2(x-1)^2-3(y-1)^2$$

Q的方程为：$\dfrac{2(x-1)^2}{5}+\dfrac{3(y-1)^2}{5}=1$.

4.作出Q点轨迹的图像（图9-2）

plot3:=implicitplot({x^2/24+y^2/16=1,x/12+y/8=1,2*(2*x+3*y)=(2*x^2+3*y^2),y=2*x},x=-10..10,y=-10..10,numpoints=4000):

plots[display]({plot3,plot2});

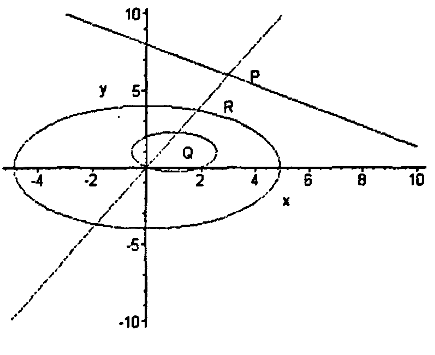


图 9-2　Q 点轨迹的图像

实验三　空间点、线、面的位置关系

一．问题

空间两直线位置关系的判断。

二．实验目的

会利用 Maple 建立空间点、线、面，并判别空间点、线、面的位置关系；掌握几种对象间距离的计算方法；熟练运用 Maple 的三维作图命令绘制空间点、直线和平面，从不同角度对图形进行观察，并在这个过程中得到对空间点、线、面的几种位置关系理解的深化。

三．实验准备

Maple 中有关建立和判断空间点、线、面位置关系的命令，三维作图命令。

四．实验内容

已知直线 $L1$ 为平面 $x-y+2z-1=0$ 与平面 $2x+y+z+5=0$ 的交线，$L2$ 为过点 $A(1,-5,6)$，$B(3,-1,-7)$ 的直线，判断直线 $L1$ 与 $L2$ 是否共面，求它们之间的距离，并作出图形，对直线的位置关系进行观察。

1.定义已知条件中的点、线、面

```
with(geom3d):    A:='A';
Warning, the name polar has been redefined
```

$$A := A$$

```
B:='B';
```

$$B := B$$

```
plane(p1,x-y+2*z-1=0,[x,y,z]);
```

$$p1$$

```
plane(p2,2*x+y+z+5=0,[x,y,z]);
```

$$p2$$

```
line(L1,[p1,p2]);
```

$$L1$$

```
point(A,1,-5,6),point(B,3,-2,-7);
```

$$A, B$$

```
line(L1,[p1,p2]);
```

$$L1$$

```
point(A,1,-5,6),point(B,3,-2,-7);
```

$$A, B$$

```
line(L2,[A,B]);
```

$$L2$$

2.判断空间几何对象的位置关系

AreCoplanar(L1,L2);

$$false$$

3.求两直线间的距离

distance(L1,L2);

$$\frac{19}{201}\sqrt{402}$$

4.作出空间直线的图形并从各个角度观察（图 10）

Equation(L1,'t');

$$\left[-\frac{4}{3}-3\,t,-\frac{7}{3}+3\,t,3\,t\right]$$

Equation(L2,'t');

$$[1+2\,t,-5+3\,t,6-13\,t]$$

```
with(plots):
pic1:=spacecurve([-4/3-3*t,-7/3+3*t,3*t],t=-2..2):
pic2:=spacecurve([1+2*t,-5+3*t,6-13*t],t=-2..2):
display({pic1,pic2});
```

图 10　空间直线的位置关系

实验四　两脚规画圆问题

一．问题

空间两曲面的交线及其延展到平面上的曲线方程求解和绘制问题。

二．实验目的

会利用 Maple 的三维作图命令绘制二元函数曲面和空间隐函数曲线。能合理运用恰当的数学软件，根据实际问题建立数学模型，对数学模型进行观察和理解，作出问题求解的判断和猜想，并选择或创建某种方法来讨论判断的真理性，学会探求。

三．实验准备

Maple 的三维作图命令，几何画板构造、度量、变换功能。

四．实验内容

在一把圆柱形的面条的外表面包装纸上，用两脚规画线一周，得到一条封闭曲线。曲线是怎样的形状？将外包装纸揭下后展平，会得到什么样的平面曲线？试利用 Maple 绘制这两条空间曲线和平面曲线。

1.根据题意，建立数学模型，求解空间曲线方程

两脚规画线的基本原理是固定两规脚间的距离，一只动规脚绕另一只定规脚旋转一周。因此在平面上画出的曲线是一个圆。而在空间里，画出的曲线应该是一条在球面上的曲线。因为将两脚规固定的脚尖取为球心，另一动脚尖看作一动点，球面上的一条曲线上的点到球

心的距离是恒定不变的，此距离即为规脚间的固定距离。由此抽象出问题的数学本质：求一底面半径为r的圆柱面和半径为a的球面相交，形成的交线。设柱面方程为$(x-\frac{a}{2})^2+y^2=r^2$，球面方程为$x^2+y^2+z^2=r^2$；则交线方程为$\begin{cases}(x-\frac{a}{2})^2+y^2=r^2\\x^2+y^2+z^2=r^2\end{cases}$.

2.利用 Maple 绘制空间曲线

```
with(plot):a:=20:
with(plots):a:=20:
pic1:=plot3d([a*sin(phi)*cos(theta),a*sin(phi)*sin(theta),a*cos(phi)],theta=0..2*Pi,phi=0..Pi):
pic2:=plot3d([a*(1+cos(theta)),a*sin(theta),z],theta=0..2*Pi,z=-2*a..2*a):
pic3:=spacecurve([2*a*cos(theta)^2,2*a*cos(theta)*sin(theta),a*sqrt(1-4*cos(theta)^2)],theta=
Pi/3..2/3*Pi,thickness=6,color=red):
pic4:=spacecurve([2*a*cos(theta)^2,2*a*cos(theta)*sin(theta),-a*sqrt(1-4*cos(theta)^2)],theta
Pi/3..2/3*Pi,thickness=6,color=red):
display({pic1,pic2,pic3,pic4},scaling=constrained);
```

下面分别是两曲面相交的图形和交线图（图11）。

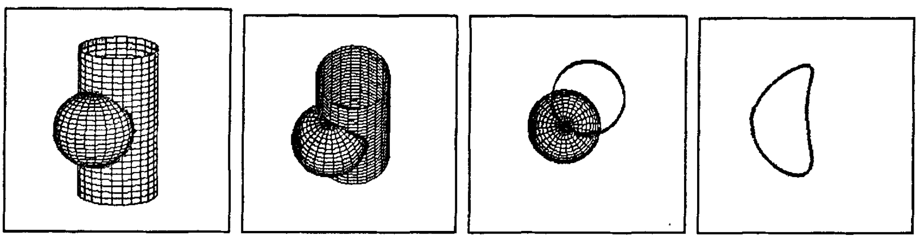


图 11　柱面与球面的相交的图形和交线图

3.求解平面曲线方程

通过对图形进行不同角度的观察，尤其是以z轴为视线方向观察。可以清楚看到球心到轨迹的距离是直线距离，即球半径，但弧面距离是不等的。所以在圆柱面上画圆只是规的定点到轨迹各点的直线距离相等而已，得到的是（弧面轨迹）。而平面轨迹应该是一个椭圆。不妨用几何画板画出过球心的圆柱面的横截面图辅助进行平面曲线椭圆的方程推导（如图 12-1）。

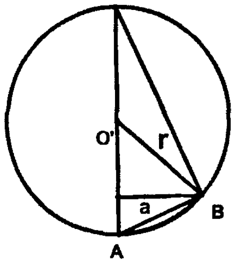


图 12-1　圆柱面的横截面图

O' 为柱面横截面圆的中心，$|AB| = a$，$O'B = O'A = r$，椭圆的短轴长为 a，长轴的长度为弧 AB 的长度。因此求得椭圆方程为 $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{[2r \cdot \arcsin(\frac{a}{2r})]^2} = 1$.

4.绘制平面椭圆的图形

利用几何画板的计算、绘点、作轨迹的方法，绘制出椭圆的图形。（图 12-2）

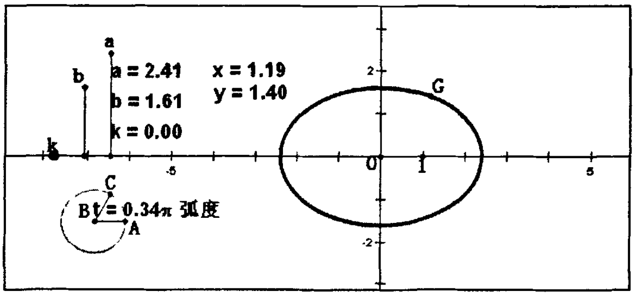


图 12-2 平面椭圆的图形

第 4 章 实验效果分析

4.1 实验数据分析

4.1.1 实验报告

为了检验数学软件应用于解析几何课堂教学中的效果，笔者依据学生的实验报告、解析几何期末考试成绩及调查问卷情况三个方面来验证。

1. 实验报告

实验报告是学生数学实验与实践的成果体现，每次上机实验之后都要求学生写实验报告。在实验报告中不但要写出记录实验的程序清单及运算结果，还要写出数学实验中的感想与体会，记录在实验中遇到的问题和发现的新问题。数学实验报告的重要组成部分包括知识性和实践性，知识性是指实验中运用数学知识的程度，运用正确的程度；而实践性是指实验中应用数学软件的运用水平，数据处理、分析角度和方法、表达等方面的能力，即处理问题的实践能力。本学期共做四次数学实验，依据写实验报告的步骤及实验要求分别给出“优秀”、“良好”、“及格”、“不及格”四个等级，统计如下：

2008 级数应 1 班(42 人)实验报告统计表

次数	份数	合格			不及格	合格率(合格/42)
		优秀	良好	及格		
一	25	0	5	12	8	40.5%
二	38	5	13	17	3	83.3%
三	42	6	15	19	2	95.2%
四	42	3	12	15	12	71.4%

第一次交实验报告的只有 25 人，占总人数的 59.5%，且合格率仅为 40.5%。究其原因，是学生第一次进行上机实验，对实验课自主探究的教学模式不太适应，对实验报告的书写格式和内容都不确定，且对于数学软件的操作命令不熟悉。因此在实验后，教师再次详细讲解了实验报告的步骤，并例举了优秀范例给学生作为参考；并鼓励学生利用课余时间到机房学习数学软件，熟悉其基本操作。第二次实验后，有 38 位同学交了实验报告，且数学实验报告的合格率从 40.5%上升到 83.3%，提高了 40 多个百分点。更可喜的是，有 5 人成绩为优秀，占总人数的 11.9%。说明学生基本适应了这种实验课自主探究的教学模式，掌握了数学软件的基础操作，能运用数学软件辅助思考和解决问题。通过写实验报告，也能使学生深入理解数学基本概念和基本理论，加深对数学知识的学习和理解、记忆和掌握，有利于对知识的活化与迁移。因此，学生的数学思维能力在潜移默化中也得到提高。第三次的实验报告合格率分别为 95.2%，成绩也呈现出正态分布的状况，并且是四次实验成绩中最好的一次。可以从两个方面来看待这次的成绩。一方面可以看出，学生运用数学知识的能力和处理问题的实践能力均得到了提高；另一方面这次实验内容是一个解释型的实验题目，相较第二次的探求型实验和第四次的综合型实验，简单一些，学生习惯用演绎的方式求解这种传统的题型，在探求和创新能力上，有所欠缺。而最后一次成绩整体有所下降，合格率仅为 71.4%；优秀人数为 3 人，占总人数的 7.1%。原因是在于最后一次数学实验的难度有所增加，是一个综合运用型的探求实验题目，且教师仅给出了很少的提示。因此，结合题目本身的难度考虑，客观来说，这仍

然是一个不错的成绩。但由此可以看出，少部分学生利用数学软件仅能解决简单的数学问题，在独立思考和探求方面有所欠缺。总的来说，学生能初步掌握和运用数学软件对解析几何问题进行探求，但有待提高。

2. 数学成绩

.实验前测：

高考数学成绩分布情况(总分150分)

实验班		对照班	
均值	标准差	均值	标准差
97.5分	10.4	98.2分	11.8

从以上数字就可以看出：实验班与对照班的数学基础是一致的。

实验后测：经过一学期后，对实验班、对照班的期末数学成绩进行独立的Z检验，来判断数学软件对学生的数学能力有无提高。其检验步骤如下：

第一步：假设 $H_0:\mu_0=\mu_1-\mu_2$

解析几何期末成绩分布情况（总分100分）

班级	人数 n	平均分 $\overline{x}$	样本标准差 δ
实验班	42人	78.6	12.1
对照班	43人	67.9	10.3

第二步:计算两组之差DX的Z值

$$z=\frac{\overline{x_2}-\overline{x_1}}{\sqrt{\frac{\delta_1^2}{n_1}+\frac{\delta_2^2}{n_2}}}=\frac{78.6-67.9}{\sqrt{\frac{12.1^2}{42}+\frac{10.3^2}{43}}}=4.385$$

第三步:比较Z值与显著水平的临界值

因为 $|z|=4.385>1.96$， $p\le 0.05$，对 $\alpha=0.05$，否定 $H_0:\mu_0=\mu_1-\mu_2$，从而差异显著。

以上可知，在数学软件辅助教学进行半年之后，实验班学生的解析几何平均成绩比对照班高出10.7分，平均分差异显著。从期末数学成绩方面说明：数学软件辅助教学对学生的思维能力有明显提高。

4.1.2 问卷调查

1. 问卷调查的形成

在数学软件辅助教学持续十二周之后，笔者对42名被试学生进行了问卷调查，其目的在于进一步了解数学软件辅助教学对教学的具体影响和作用。

本问卷调查是在参考了许多教育心理学的知识，结合师范专业的学生特点编制而成的。问卷编制初步结束后，先由本教研室的其他4名数学教师进行讨论后，又对问卷进行了进一步的修改和完善，最后形成一份问卷调查表。

数学软件对教学的影响问卷调查表

① 数学软件辅助下的解析几何的课堂教学与传统的课堂教学相比，你对前者：

A. 很感兴趣　B. 感兴趣　C. 一般　D. 不感兴趣

② 数学软件辅助下的解析几何的课堂教学与传统的课堂教学相比，对前者，课堂上你的精力总是：

A. 很集中　B. 集中　C. 有时集中　D. 不集中

③ 你对这种解析几何实验课的态度是：

A. 很欢迎　B. 欢迎　C. 无所谓　D. 不欢迎

④ 数学软件对你学习解析几何：

A. 有很大帮助　B. 有帮助　C. 帮助不大　D. 没有帮助

⑤ 这种教学方法，你认为：

A. 很好　B. 较好　C. 一般　D. 不好

⑥ 在数学软件的帮助下，你的解析几何成绩：

A. 一定能提高

B. 能提高，但提高不大

C. 不会提高，也不会下降

D. 下降的可能性很大

⑦ 在你业余时间经常到微机室去学习数学软件吗？

A. 有空就去　B. 经常去　C. 偶尔去　D. 一次也没去

⑧ 当遇到数学问题时，你会主动地用数学软件辅助思考和求解吗？

A. 会　B. 有时会　C. 不会　D．不清楚

⑨ 在你的课余时间，会尝试用数学软件去解决中学解析几何中的问题吗？

A. 会　B.有时会　C. 不会　D．不清楚

⑩ 你对数学软件辅助解析几何教学的评价：

A. 形象、直观便于理解解析几何知识

B. 既学习了数学软件知识，又能掌握了解析几何，两者是相辅相成

C. 数学软件很难与解析几何知识相衔接

D. 既要掌握数学软件又要学习解析几何，顾此失彼

2. 调查问卷的统计分析

对于问卷调查，采用课堂集中填答方式，问卷的回收率和有效率均为百分之百。

调查问卷结果统计表

题号	A（票数 权重）		B(票数 权重)		C（票数 权重）		D（票数 权重）	
①	7	16.7%	26	61.9%	7	16.7%	2	4.8%
②	2	4.8%	26	61.9%	11	26.2%	3	7.1%
③	8	19.0%	21	50%	11	26.2%	2	4.8%
④	23	54.8%	11	26.2%	5	11.9%	3	7.1%
⑤	23	54.8%	15	35.7%	3	7.1%	1	2.3%
⑥	6	14.3%	26	61.9%	8	19.0%	2	4.8%
⑦	17	40.5%	15	35.7%	8	19.0%	2	4.8%
⑧	18	42.9%	18	42.9%	2	4.8%	4	9.5%
⑨	19	45.2%	16	38.1%	4	9.5%	3	7.1%
⑩	25	59.5%	13	31.0%	3	7.1%	1	2.3%

以上统计结果显示：95.2%的学生对数学软件辅助解析几何教学感兴趣。在结合数学软件演示的解析几何课上，有92.8%的学生能集中精力听讲，不集中精力者才占7.1%。69%的学生喜欢解析几何实验课，81%的学生认为数学软件对学习解析几何有帮助。有90.5%的学生认为这种授课方式不错，76.2%的学生感觉数学软件辅助解析几何教学能提高自己的数学成绩。76%的学生经常去多媒体实验室学习数学软件，85.8%的学生当遇到数学问题时，会用数学软件辅助思考和求解，83.3%的学生会尝试用数学软件去解决中学解析几何中的问题，有90.5%的学生认为这样的教学形象、直观、便于理解数学知识，既能学习了数学软件，又能掌握解析几何知识，两者相辅相成。可见，数学软件辅助课堂教学对于提高学生的数学思维能力，强化学生对知识的理解和运用，渗透数学美育，发展积极的数学情感还是很有成效的。

4.2 实验效果归因分析

很显然，数学软件辅助课堂教学能提高学生的数学能力，包括空间想象能力、逻辑思维能力和创造性思维能力；强化学生对知识的理解和运用；渗透数学思想方法和数学美育，发展积极的数学情感。其原因可以结合数学软件和解析几何课程特点从三个方面去分析。

首先，空间解析几何本身而言，其逻辑的严谨性与代数相比毫不逊色，并且有其直观性与变化多样性。传统的数学教学偏重于演绎推理的训练，过分强调形式论证的严密逻辑性，忽视了数学知识的发生过程。在课堂教学的教师演示模式中，数学软件辅助课堂教学，能充分展示数学形成过程中生动的一面，通过数学软件作出的几何图形，精确、直观、形象，有利于学生去洞察，做出直接判断，能提高其非逻辑思维能力，即形象思维和直觉思维。数学思维总是由形象思维和直觉思维发展到抽象逻辑思维，且直觉思维的突发性和理解过程中的顿悟作用是不可忽视的，这也是创造性思维的发展基础。自主探究型教学模式中，学生通过运用数学软件的计算和绘图功能，既能全方位审视、观察、验证、体会数学课程中的经典理论，又能进行实际问题的数学建模和探求。学生亲历这样一个知识的探求过程，不仅能提高逻辑思维能力和创造性思维能力，个性也得到了发展。

其次，传统教学方法教授下的解析几何，是欧几里德方法下严谨的系统演绎科学；而在数学软件辅助教学下，创造过程中的解析几何也是一门实验性的归纳科学。观察、实验、归纳、猜想是解析几何学习中不可或缺的实践。数学软件制作的课件，能展示知识的发生过程，学生经历这种“再创造”，能对所学知识的把握达到“真懂”和“彻悟”，从而促进对数学知识和基本技能的掌握和运用。

再次，笛卡尔创建的解析几何可以说是美学思想在数学领域的成功运用，抽象的几何图形，能带来特殊的美感。一方面，数学软件有出色的图形绘制功能，绘制的几何图形清楚、美观，将其应用到教学中，是学生能感悟到数学本身蕴含的和谐美。另一方面，解析几何课程的特点是用代数的方法研究几何问题，在这种坐标几何中，代数方程与几何图形之间建立了一种对称，这种对称因其表象互异而令人惊奇，因其本质统一而合乎情理，是代数和几何何为一体，达到完美的统一。由数学软件绘制出的这些几何图形，有别于其他软件制作的几何图形，并不一味追求光学色彩效果，不仅具有美观形象的特点，还具有高度的准确性，可以说图形的每一点都是计算出来的，这充分体现了数形结合的数学思想，也切合了解析几何的课程特点。因此，数学软件辅助课堂教学，能渗透数学美育，改变传统课堂枯燥单一的授课模式，发展了学生积极的数学情感。

第5章 结论

本研究在讨论数学软件辅助解析几何教学的现状和基本理论的基础上，对解析几何课程的教学设计了两种教学模式：助教模式——课堂教学的教师演示模式，助学模式——自主探究型教学模式；并结合教学条件，将这两种教学模式运用于实践教学中，以课堂教学的教师演示模式为主，自主探究型教学模式为辅进行了一学期的教学实验；最后，在实验验证的基础上又结合实验报告、期末考试成绩和调查问卷对实验效果进行了检验和归因分析。通过研究，初步得到以下结论：

第一，数学软件辅助解析几何教学能优化课程教学结构。在数学软件辅助下，两种模式的课堂教学显得相得益彰：在数学理论教学中侧重学生的数学思想和数学方法的培养，强化数学理论的教学，向学生传授数学知识、基本概念、定理、法则；而在数学实验中则加强学生运用数学能力、数学实践和数学软件的操作能力、独立工作能力、利用数学综合知识解决实际问题的能力。

第二，数学软件辅助解析几何教学，能提高教学效率，提升教学效果。首先，在课堂教学的教师演示模式中，数学软件的应用，增大了教学信息量，具有时效性。传统模式下的解析几何教学安排是60课时。应用新的教学模式，利用数学软件的绘图功能，大大节省了教学时间，可以将传统教学的课时压缩为52课时，这作为新模式中理论知识教学的环节。此外，新模式中，增加解析几何实验课的环节，安排为8课时。这样，同为60课时的教学设计，后者远远超过了前者的教学内容。其次，数学软件的应用，能突出教学重点，突破教学难点，强化直观教学，提高学生的数学能力和对知识的理解运用，使其掌握用数学思想分析问题，用数学手段并借助数学软件功能探究解决问题的基本环节。再次，数学软件的应用，促进了学生学习方式的改变，激发了学生的学习兴趣，能渗透数学思想方法和数学美育，发展积极的数学情感。

第三，数学软件辅助解析几何教学，培养了学生使用现代手段的数学工具（数学软件）的能力。对于数学师范专业的学生，未来的数学教育工作者来说，这是必不可少的现代科技基本技能。因为数学软件的运用无论对于应用数学解决实际问题，还是基础数学的教学和研究，都有重大意义。因此可以说数学软件辅助解析几何教学，使学生在经受数学活动教育的同时，得到了如何指导别人“在两种面貌下学习数学”的职业技能。

第四，将数学软件应用于作为基础课程的解析几何教学，对于专业课的教学起到了具体的启示与指导作用，也为后续数学实验选修类课程的学习奠定了良好的基础。

当然，受限于教学实践和研究水平，本研究还不够全面，有些值得思考的地方。首先，在实验方面，虽然对实验假设进行了验证，得到了初步结论，但由于笔者初次进行教育实验，对操作过程和各种数据的分析还不完善，势必影响到实验结论的可靠性。其次，在教学设计方面，研究内容主要是数学软件在各个教学环节中的应用。选用4种数学软件进行辅助教学，这对教师的软件操作能力也提出了相当高的要求，影响了研究的深入。而研究中数学软件的选用原则没有做一个系统的归纳，没有考虑到各节内容之间要进行循环，更没想到循环的方式及时间安排。这势必影响到研究结论的推广。最后应指出的是，数学软件应用于解析几何教学，一定要注意把握软件应用的契机。虽然运用数学软件来开发学生的形象思维能弥补传

统教学偏重逻辑能力的不足，但过多地使用数学软件，把一切抽象问题都形象化，不利于抽象思维的培养，而抽象思维能力的削弱则不利于解析几何的再学习。因此，关于“形象的度”是一个在后续研究中值得探讨的问题。

参考文献

[1] 吕林根.解析几何[M].北京:高等教育出版社,1998,(4).

[2] 朱德全,宋乃庆.现代教育统计与测评技术[M]. 重庆:西南师范大学出版社,1998,(7):73-78.

[3] 马春庭.掌握和精通 Maple[M].北京:机械工业出版社,2000,(9).

[4] 梁浩云.Mathematica 软件与数学教学[M].广州:华南理工大学出版社,2001,(8).

[5] 俞瑞康.师范课堂教学模式[C].百家出版社,2001,(9):13-15.

[6] 钟启泉.信息教育展望[M].华东师范大学出版社,2002.

[7] 祝智庭.现代教育技术—走向信息化教育[M].教育科学出版社,2002.

[8] 黄荣怀.信息技术与教育[M].北京师范大学出版社,2002,(1).

[9] 徐幼成,朱敏.空间解析几何中的计算机辅助绘图[J].上海电力学院学报,2002,(02):51-54.

[10] 王兆飞.用 MATLAB 软件讨论马鞍面的形状[J].张家口师专学报,2002,(6):48-50.

[11] 陶维林.几何画板新版特色与实用技巧[M].北京:清华大学出版社,2003.

[12] 朱德全.建构主义的全息性概念与数学经验性教学模式[J].2003,(5):40-42.

[13] 阳明盛.MATLAB 基础及数学软件[M].大连:大连理工大学出版社,2003,(8).

[14] 朱德全,易连云.教育学概论[M].重庆:西南师范大学出版社.2003,(8):449-476.

[15] 李继玲,沈跃云,韩鑫.数学实验基础[M].北京:清华大学出版社,2004,(2):127-139.

[16] 隋鸣.数学实验活动与数学教学,数学教育学报[J],2004,(5):93-94.

[17] 刘胜利.几何画板课件制作教程[M].北京:科学出版社,2004,(10).

[18] 韩金吉.Maple 对高职学生高等数学问题思维可视化支持的研究[D].北京师范大学,2005.

[19] 马世祥,王丽.解析几何中的审美教育[J].甘肃高师学报,2005,(2):68-69.

[20] 杨敏之,林熙.高等数学——及其教学软件[M].北京:科学技术出版社,2005,(6):55-67.

[21] 徐明杰.浅谈空间想象能力的培养[J].数学通报,2005,(06):25-27.

[22] 孙杰远,孙名符.多媒体教学课件的评价[J].电化教育研究,2005,(11):77-80.

[23] 李明振,庞坤,宋乃庆.认知弹性理论指导下的高师数学建模教学[A],全国高师会数学教育研究会 2006 年学术年会论文集[C],2006:96-98.

[24] 黄廷祝,傅英定,成孝予.国家精品课程《线性代数与空间解析几何》建设[J]. 电子科技大学学报(社科版),2006,(2).

[25] 何克抗.教学系统设计[M].北京:高等教育出版社,2006,(5).

[26] 杨晓萍.教育科学研究方法[M].重庆:西南师范大学出版社,2006,(6):146-174.

[27] 丁大正.Mathematica5 在大学数学课程中的应用[M].北京:电子工业出版社,2006,(6).

[28] 钱云.多媒体教学课件与传统教学手段数学教学效果对比分析[J].数学教育学报,2007,(02):87-89.

[29] 刘鹏飞,徐乃楠.数学实验溶入高师数学专业课程教学的探索与实践[J]. 长春师范学院学报(自然科学版),2007,(2):86-88.

[30] 冉亚辉,易连云.从学生创新能力的培养角度审视当前教育[J].当代教育论坛(校长教育研究).2007,(03):37-39.

[31] 张宏民,王鲁阳,张剑.Matlab 在解析几何教学中的应用[J].高师理科学刊,2007,(3):87-89.

[32] 胡丰华,周小燕.提高空间解析几何教学质量的探索[J].浙江科技学院学报,2007,(3):60-63.

[33] 李秀英,高玉峰.Maple 用于高等代数与解析几何教学的探索[J].通化师范学院学报,2007,(10):90-93.

[34] 孟玲.计算机辅助高中数学空间几何体部分的教学研究[D].山东师范大学,2007.

[35] 夏阳.几何教学中培养空间想象能力的探索与实践[D].华中师范大学,2008.

[36] 张荣锋.解析几何的多媒体教学与实践[J].长春师范学院学报(自然科学版),2008,(10):110-112.

[37] Holzinger K J, Swineford F. The relation of two Bi-factors to achievement in Geometry and other subjects .Journal of Educational Psychology, 1946, 37 :257-265 .

[38] Shepard S,Metzler D. Mental rotatia: Effects of dimensionality of objects and type of task. Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 1988,1141, 114(1) :3-11 .

[39] Riehard S.Palais. The Visualization of Mathematies: Towards a Mathematical ExPloratorium. Notes Amer.Math.Soc.June/July,1999.

[40]Ronald F.Boisvert.Mathematical Software:Past,Present,and Future*. National Institute of Standards and Technology,2000.2.

[41] Brad Class, Watter Dacket. Making Better Use of Computer Tools in Geometry. Mathematics Teacher, Vol, 94.No.3, MAR 2001.

[42] Aimee J Ellngton, A Meta-Analysis of the Effects of Calculators on Students'Achievement and Attitude Levels in Precollege Mathematics Classes. Journal for Research in Mathematics Education,2003,Vol,34, No5:433-463.

致 谢

经历了无数个昼夜的奋战，毕业论文终于划上了句号。掩卷沉思，感慨不已。

三年前，我考取了西南大学教育学院的硕士研究生，之后便一边工作，一边学习，同时还孕育了一个可爱的小生命——耀耀，于是扮演着教师、学生和母亲的三重角色，紧张忙碌，但收获甚丰。“桃李不言，下自成蹊”。在西南大学学习的这三年时光中，我有幸聆听到众多老师的教导，他们厚德载物的品格，严谨求实的治学态度，诲人不倦的育人态度都使我受益匪浅。

首先，我要感谢我的导师涂涛教授，本篇学位论文期间的研究工作，从研究课题的选择、资料的收集整理、论文整体结构的设计到撰写成文，自始至终都得到了涂老师悉心地指导和帮助。他在承担了繁重的管理、教学和科研工作情况下，对我的论文的完成倾注了大量的时间和心血，因此我要向我尊敬的涂老师表示深深的谢意。

感谢易连云教授、王德清教授、陈恩伦教授、杨晓萍教授给过我学业上的帮助。他们各自的课程给我很大的启发，使我对专业有了进一步的认识和理解，为今后我的工作、学习和研究夯实了基础。

感谢我单位领导和同事的大力支持与鼓励。感谢汪天飞老师、贾礼平老师，他们在百忙之中利用休息时间对我学习数学软件予以指导。这份深情我将牢记在心，只期待在我顺利毕业之后能将所学更好的运用于工作，回报我可亲可敬的领导和同事们。

同时，还要感谢我的同门师姐妹，黄宽娜、齐文静、胡晓容，给予了我无私的友情和帮助。彼此间的鼓励支持，是毕业的原动力，我将永远铭记于心。

感谢各位评审老师参与我毕业论文的评审，同时对我的论文提出宝贵的意见。

最后，感谢我的父母家人。感谢父母的悉心教养；感谢我可爱的儿子陈俊懿，带给我的温暖和体贴；感谢丈夫陈卓举和公公婆婆对我的鼎力支持，他们分担了大量的家庭事务，为我免去了后顾之忧，使我能专注于论文的写作。亲情的力量是无限的，这份浓浓的深情，永远是我精神的支柱和前进的动力。

2009年3月

于北碚