

Abstract

Quantum information science, a new cross knowledge, is the application of the quantum mechanic on information science. Due to its incomparable superiority compared with classical information science, quantum information science has been attracting great concern since it is found.

The many advantages in quantum information come from the coherence of quantum system. However, decoherence induced from the system-environment unavoidably coupling will spoil the coherence. One has to spend a lot of physical resources so that eliminates or reduces the effect of decoherence. Cavity QED, as one of promising physical systems to realize quantum information processing, has attracted significant interest. Because the inexistence of the perfect reflecting mirror, the photons finally leak out from cavity after the photons being reflected by cavity, which will cause the decoherence of the cavity system. To solve the problem, people design many exquisite schemes to restrain or avoid the decoherence resulted from cavity decay.

Recent researches show that the decoherence induced from cavity decay can be seemed as a positive effect replacing a negative one by designing an appropriate dynamics, and it can be applied to quantum information processing. In this dissertation, we continue to investigate how to create or identify entangled states by using cavity decay. Our main results include:

1. We propose schemes to generate a n -coherent-pulse GHZ state and a cluster state via a two-sided leaked cavity. In the schemes, the nonlinearity interaction among the input coherent pulses is achieved. The cavity involved in the proposals is a two-sided cavity, which just is the practical cavity in current laboratory. And strong coupling condition is not required.

2. Based on one-sided cavities each trapping an alkali atom, the schemes for the analyzers of two photon Bell states and three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) states are proposed, respectively. Moreover, all of two-photon Bell states and three-photon GHZ states can be nondestructively distinguished. The influence of atomic spontaneous emission and output coupling inefficiency are discussed.

3. The schemes are presented for realizing optical Bell-state and GHZ-state analyzers through the Faraday rotation, which results from polarization photon being reflected by a one-sided leaked optical cavity with trapped atom. It can be extended to completely distinguish photon Bell-state and GHZ-state without destroying quantum qubit. In the schemes, strong-coupling condition is not needed and the analyzers can be implemented in low-Q cavity, which further lower the difficulties of experiment.

Keywords: Cavity decay, GHZ state, Cluster state, Bell-state analyzer, GHZ-state analyzer

中文文摘

量子信息科学是将量子力学应用于信息科学的一门新兴的交叉学科。纠缠态作为量子力学最基本的特征之一，在量子信息科学中占据重要的地位。首先，纠缠态是验证量子力学非定域性特性的重要工具。其次，纠缠态在量子信息处理过程中，比如量子密码、量子计算、隐形传态等有着广泛和重要的应用，是量子态传送和量子通讯中重要的物理资源。因此，如何能够在不破坏纠缠态且能将其辨认区分出来以及如何制备纠缠态是量子信息处理过程中一个很基本的问题。本文利用腔泄漏技术，对纠缠态的完全区分以及制备做了详细的研究，主要内容如下：

第一章，简要地介绍腔泄漏技术相关知识。

第二章，介绍相干光量子态的制备。在第一节中介绍相干光量子态制备的背景；第二节介绍利用单边泄漏腔制备相干光叠加态的方案；第三节介绍利用双边泄漏腔制备相干光的纠缠态，包括相干光的 GHZ 态和 Cluster 态。

第三章，介绍如何构造光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器，实现光子 Bell 态和 GHZ 态的非破坏性测量。第一节介绍 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器的背景；第二节介绍利用单边泄漏腔构造了非破坏的光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器；第三节中介绍基于法拉第旋转构造非破坏的光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器。

尽管基于腔 QED 系统，利用腔泄漏等技术，我们在纠缠态的辨认区分以及制备方面取得了一些成果，但距实际应用还有很长的道路要走。因此，如何更好地利用腔泄漏技术来实现量子信息处理过程还有待人们进行更深入地研究。

目录

中文摘要.....	I
Abstract.....	III
中文文摘.....	V
目录.....	VII
绪论.....	- 1 -
第一章 腔泄漏技术简介.....	- 3 -
第一节 腔与单种热库耦合的量子朗之万方程.....	- 3 -
第二节 腔与多种热库耦合的量子朗之万方程.....	- 6 -
第二章 相干光量子态的制备.....	- 7 -
第一节 背景介绍.....	- 7 -
第二节 利用单边泄漏腔制备相干光叠加态.....	- 8 -
第三节 利用双边泄漏腔制备相干光纠缠态.....	- 11 -
第三章 光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器的制备.....	- 19 -
第一节 背景介绍.....	- 19 -
第二节 利用腔场输入输出过程构造光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器.....	- 19 -
第三节 基于法拉第旋转构造光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器.....	- 28 -
第四章 结论.....	- 37 -
参考文献.....	- 39 -
攻读学位期间承担的科研任务与主要成果.....	- 43 -
致 谢.....	- 45 -
个人简历.....	- 47 -

绪论

量子力学是研究微观物质运动规律的科学，它是近代物理学的两大支柱之一。量子力学在研究物质的性质中有特别重要的应用，对其研究一直受到人们的关注。近年来，一门称作量子信息的学科受到人们的特别关注。量子信息学是量子力学和信息科学交叉产生的一门新学科，它兴起于上世纪九十年代。量子信息学为信息科学的发展注入了新的活力，它可能引起信息技术的重大变革。目前，量子信息学已成为国际研究前沿的热点课题之一，2006年我国也把量子信息列入国家的中长期科学技术发展规划纲要之中，温总理也在最近的政府工作报告中指出要前瞻部署量子调控等基础和前沿技术研究。

一、量子态

微观粒子的状态用量子态^[1]来描述。在量子信息学中，用量子态来表示信息，通过对量子态的操控，来实现对信息的变换。量子叠加性是量子态具有的重要特征。所谓量子叠加性，是指量子系统可以处于其所有可能状态的叠加。量子系统可以处于叠加态，这是量子信息学与经典信息学最重要的区别之一。量子叠加性导致多体量子系统可以处于量子纠缠态上。量子纠缠态描述的是一种非经典的关联。

量子叠加态形式如下（以纯态为例）：

1、单粒子量子叠加态如：

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^n c_i |i\rangle \quad (1)$$

其中叠加系数 c_i 满足 $\sum_i |c_i|^2 = 1$ 。

2、多粒子量子叠加态

(1) 有些多粒子量子叠加态可以写成各子系统量子态的直积形式，如：

$$|\psi\rangle = |\psi\rangle_A \otimes |\psi\rangle_B \otimes \cdots \otimes |\psi\rangle_N \quad (2)$$

其中 $|\psi\rangle_j$ ($j = A, B, \dots, N$) 为单粒子量子态，或者单粒子量子态的叠加态。上式描述的量子态称为直积态。

(2) 有些多粒子量子叠加态无法写成各子系统量子态的直积形式——如式(2)的形式，则这样的叠加态为量子纠缠态^[2-7]

量子纠缠态源于著名的 EPR 佯谬^[8]，其定义为若描述复合系统的量子态不能写成各个子系统量子态的直积形式，则称描述该复合系统的量子态为纠缠态。下面简要介绍几种重要的纠缠态。

(a) Bell 态，一般是指如下的四个量子态：

$$|\Psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle) \quad (3)$$

或

$$|\Phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle \pm |10\rangle) \quad (4)$$

(b) GHZ 态，多量子比特的 GHZ 态的形式如下：

$$|GHZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\dots 0\rangle + |111\dots 1\rangle) \quad (5)$$

(c) W 态，多量子比特中仅有一粒子的量子态与其他粒子的量子态不同，比如三粒子 W 态形式为：

$$|W\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|001\rangle + |010\rangle + |100\rangle) \quad (6)$$

(d) Cluster 态，即团簇态，一维的团簇态具有如下形式：

$$|Cluster\rangle = \frac{1}{2^{n/2}}(|0\rangle_1 + |1\rangle_1 \sigma_z^2)(|0\rangle_2 + |1\rangle_2 \sigma_z^3) \cdots (|0\rangle_{n-1} + |1\rangle_{n-1} \sigma_z^n)(|0\rangle_n + |1\rangle_n) \quad (7)$$

二、量子态的应用

量子态的叠加性原理在量子信息中有极其重要的意义。因为基于叠加性原理，量子计算机可以进行量子并行运算，即量子计算机可以对处于叠加态的所有分量同时实施多种运算，使得量子计算机仅靠一个处理器就能同时进行相当多的运算，可以在有限时间内完成经典计算机无法完成的任务。可以说，量子态的叠加性原理是实现量子计算的物理基础。

量子纠缠在量子通讯中同样占有重要地位。纠缠态可以用来检验 Bell 不等式，证明局域隐变量是不存在的，实验的结果支持了量子力学。同时，纠缠态的非局域性使得它可以作为实现量子信息处理的最基本的资源，实现经典通讯不能完成的任务，包括量子隐形传态^[9]、量子密集编码^[10]等。量子纠缠态还可以用来实现密钥分配，利用密钥我们可以实现保密通信。

第一章 腔泄漏技术简介

腔 QED 作为实现量子信息处理重要的物理实现系统之一，有着其独特的优点。比如，在高品质腔中，囚禁原子与电磁场（比如光子）能够得到较强的耦合，光子在与原子反复相互作用之前，不会从腔中逃逸，因此腔系统与环境之间的消相干在很大程度上被抑制，从而使腔 QED 成为人们在实现量子信息研究中受关注的物理系统。然而，目前为止，这只是一种理想情形，当今实验室中无法做出如此高品质的腔，光子从腔镜中泄漏的情况不可避免，从而导致量子态的消相干。如何解决此类消相干问题成为腔 QED 系统研究中的重要问题。最近，人们提出了一种新的方案，即将腔泄漏的负面效应转化成正面效应，也就是利用腔泄漏技术实现量子信息处理。下面我们简要介绍一下该技术。

第一节 腔与单种热库耦合的量子朗之万方程

考虑一个腔系统与某种热库的相互作用。由于与腔系统强耦合的热库频率远远大于其相互作用的强度，因此旋转波近似在这里是成立的。由腔和热库组成系统的哈密顿量为^[11-14]：

$$H = H_{\text{sys}} + H_{\text{bath}} + H_{\text{int}} \quad (1.1.1)$$

其中 H_{sys} 是腔系统的哈密顿量，热库的哈密顿量为

$$H_{\text{bath}} = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \omega b^{\dagger}(\omega) b(\omega) \quad (1.1.2)$$

腔系统与热库之间的相互作用能

$$H_{\text{int}} = i \int_{-\infty}^{\infty} d\omega g(\omega) [b^{\dagger}(\omega) c - c^{\dagger}(\omega) b(\omega)] \quad (1.1.3)$$

这里 $b(\omega)$ 是热库的波色湮灭算符，满足对易关系

$$[b(\omega), b^{\dagger}(\omega')] = \delta(\omega - \omega') \quad (1.1.4)$$

c 是腔系统算符， $g(\omega)$ 是腔系统与热库的耦合系数。在这里，我们做了两个近似：

假定热库与腔系统的耦合是线性的（见式 1.1.3），以及已把热库频率 ω 的积分下限拓展至 $-\infty$ 。

接下来我们具体讨论如何推导朗之万方程。根据 (1.1.1-1.1.3) 可得到 $b(\omega)$ 和腔系统的任意算符 a 的海森堡运动方程：

$$\dot{b}(\omega) = -i\omega b(\omega) + g(\omega)c \quad (1.1.5)$$

$$\dot{a} = -i[a, H_{ys}] + \int d\omega g(\omega) \{b^+(\omega)[a, c] - [a, c^+]b(\omega)\} \quad (1.1.6)$$

当 $t > t_0$ 时，解方程 (1.1.5) 可得：

$$b(\omega) = e^{-i\omega(t-t_0)}b_0(\omega) + g(\omega) \int_{t_0}^t e^{-i\omega(t-t')}c(t')dt' \quad (1.1.7)$$

其中 $b_0(\omega)$ 是 $b(\omega)$ 在 $t = t_0$ 时刻的值，且遵循与 $b(\omega)$ 相同的对易关系。将方程 (1.1.7)

代入方程 (1.1.6) 可得到：

$$\begin{aligned} \dot{a} = & -i[a, H_{ys}] + \int_{-\infty}^{\infty} d\omega g(\omega) \{e^{i\omega(t-t_0)}b_0^+(\omega)[a, c] - [a, c^+]e^{-i\omega(t-t_0)}b_0(\omega)\} \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} d\omega [g(\omega)]^2 \int_{t_0}^t dt' \{e^{i\omega(t-t')}c^+(t')[a, c] - [a, c^+]e^{-i\omega(t-t')}c(t')\} \end{aligned} \quad (1.1.8)$$

对于方程 (1.1.8)，假设耦合常数 $g(\omega)$ 与频率无关，即满足所谓的马可夫近似，并令

$$g(\omega) = \sqrt{\frac{\kappa}{2\pi}} \quad (1.1.9)$$

同时定义一个输入场算符：

$$b_m(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega e^{-i\omega(t-t_0)}b_0(\omega) \quad (1.1.10)$$

可证其满足

$$[b_m(t), b_m^+(t')] = \delta(t-t') \quad (1.1.11)$$

利用关系式

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega(t-t')} = 2\pi\delta(t-t') \quad (1.1.12)$$

$$\int_{t_0}^t c(t')\delta(t-t')dt' = \frac{1}{2}c(t) \quad (1.1.13)$$

由 (1.1.8—1.1.13) 我们可以得到量子朗之万方程:

$$\dot{a} = -i[a, H_{sys}] - [a, c^+] \left[\frac{\kappa}{2}c + \sqrt{\kappa}b_m(t) \right] + \left[\frac{\kappa}{2}c^+ + \sqrt{\kappa}b_m^+(t) \right] [a, c] \quad (1.1.14)$$

需要指出的是:

(1) 与 $b_m(t)$ 、 $b_m^+(t)$ 相关的项, 即 $\sqrt{\kappa}b_m(t)$ 与 $\sqrt{\kappa}b_m^+(t)$ 为噪声项; $\frac{\kappa}{2}c$ 和 $\frac{\kappa}{2}c^+$ 是耗散项, 与热库的态无关。

(2) 根据方程 (1.1.7)、(1.1.9) 和 (1.1.12) 可得到

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega b(\omega) = b_m(t) + \frac{\sqrt{\kappa}}{2}c(t) \quad (1.1.15)$$

由于 $b(\omega)$ 为热库算符, 与所有腔系统算符对易, 因此算符 $\frac{1}{2}\kappa c(t) + \sqrt{\kappa}b_m$ 和 $\frac{1}{2}\kappa c^+(t) + \sqrt{\kappa}b_m^+$ 与所有腔系统算符对易。

对于方程 (1.1.5), 如果考虑 $t < t_1$, 其解为:

$$b(\omega) = e^{-i\omega(t-t_0)}b_0(\omega) + g(\omega) \int_{t_0}^t e^{-i\omega(t-t')}c(t')dt' \quad (1.1.16)$$

类似地定义输出场算符:

$$b_{out}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega e^{-i\omega(t-t_0)}b_1(\omega) \quad (1.1.17)$$

其中 $b_1(\omega)$ 是 $b(\omega)$ 在 $t = t_1$ 时的值。按照 $t > t_0$ 时推导量子朗之万方程的步骤, 我们可

以得到时间翻转的量子朗之万方程:

$$\dot{a} = -i[a, H_{sys}] + [a, c^+] \left[\frac{\kappa}{2}c - \sqrt{\kappa}b_{out}(t) \right] - \left[\frac{\kappa}{2}c^+ - \sqrt{\kappa}b_{out}^+(t) \right] [a, c] \quad (1.1.18)$$

比较方程 (1.1.14) 和 (1.1.18), 可得到输入场算符与输出场算符之间的关系式:

$$b_{out}(t) - b_m(t) = \sqrt{\gamma}c(t) \quad (1.1.19)$$

第二节 腔与多种热库耦合的量子朗之万方程

可将第一节结论拓展到腔和多个热库耦合的情况，此时，

$$H_B = \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \omega b^+(l, \omega) b(l, \omega) \quad (1.2.1)$$

$$H_{int} = i \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} d\omega g(\omega) [b^+(l, \omega) c_l - c_l^+(\omega) b(l, \omega)] \quad (1.2.2)$$

相应量子朗之万方程为

$$\dot{a} = -i[a, H_{sys}] - \sum_l [a, c_l^+] \left[\frac{\kappa_l}{2} c_l + \sqrt{\kappa_l} b_m(l, t) \right] + \sum_l \left[\frac{\kappa_l}{2} c_l^* + \sqrt{\kappa_l} b_m^*(l, t) \right] [a, c_l] \quad (1.2.3)$$

而输入与输出之间的关系为

$$b_{out}(l, t) - b_{in}(l, t) = \sqrt{\kappa_l} c_l(t) \quad (1.2.4)$$

第二章 相干光量子态的制备

第一节 背景介绍

薛定谔猫态 (*Schrödinger - cat states*) 是由一系列可区分经典态所组成的叠加态, 在研究消相干过程、经典与非经典的界限^[16]、验证量子力学的非定域性^[17]以及在实现量子计算和量子通讯^[18-21]等过程中具有重要的作用。因而自提出以来人们就一直致力于利用各种物理系统制备这样的猫态。对于玻色子 (比如光子) 系统而言, 相干光的叠加态就是一种典型的猫态。对于行进中的光脉冲, 其薛定谔猫态的制备具有重要的意义: 首先, 验证量子力学的非局域性以及实现量子计算和量子通讯过程中, 人们需要用到这种行进光脉冲猫态; 其次, 对于行进光脉冲系统而言, 借助线性光学设备 (比如分束器), 人们可以获取更大的相干光的叠加态以进行各种不同类型的应用^[18-22]。之前人们基于 Kerr 非线性或非线性探测器的后选择提出了多个制备相干光叠加态方案^[23-25]。尽管 Kerr 非线性原则上提供了一种能确定性制备猫态的方法, 但即使用当前最好的非线性材料, 人们仍然难以基于弱相干光制备猫态。为了克服这个困难, 2005 年 B. Wang 和 L. M-Duan 提出了利用单边泄漏腔制备行进光脉冲的薛定谔猫态^[26]。我们将在第二节介绍这个方案。

最近的研究表明: 非正交纠缠态在量子力学和量子信息如量子密钥中^[27]扮演着重要的角色。相干光纠缠态作为一种非正交纠缠态在量子计算和量子信息处理中同样有重要的应用, 已引起人们的关注。到目前为止, 人们主要利用离子阱^[28, 29]、Kerr 非线性相互作用^[30]以及 Raman^[31]相互作用制备相干光的纠缠态。腔量子电动力学作为实现量子信息处理的有效系统之一, 第三节我们将详细介绍如何利用双边泄漏腔制备相干光的纠缠态。

第二节 利用单边泄漏腔制备相干光叠加态

一、基本模型

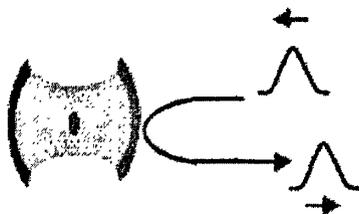


图 2.2.1 利用相干光脉冲经囚禁原子的单边泄漏腔反射来制备猫态的实验装置，来自文献 [26]。

Fig.2.2.1 Schematic setup for generation of cat states by reflecting a coherent optical pulse from a

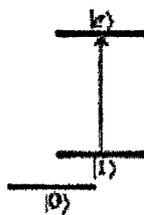


图 2.2.2 囚禁在腔中的原子的相关能级结构。来自文献 [26]。

Fig.2.2.2 The relevant level structure of the atom trapped in the cavity

考虑一个三能级原子被囚禁在单边泄漏单模光腔中，如图 2.2.1 所示。原子能级如图 2.2.2 所示， $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 是原子的两个基态， $|e\rangle$ 是原子的激发态。原子的 $|1\rangle \rightarrow |e\rangle$ 跃迁与腔模 a_c 共振耦合，它由输入光脉冲共振驱动；原子的 $|0\rangle \rightarrow |e\rangle$ 跃迁与腔模 a_c 由于大失谐不耦合。现在输入一相干光脉冲，相干光脉冲由 $|\alpha\rangle_{in} = \exp\left[-\frac{|\alpha|^2}{2}\right] \exp\left[\alpha \int_0^T f_{in}^*(t) a_m^\dagger(t) dt\right] |vac\rangle$ 所描述，其中 $a_m^\dagger(t)$ 表示一维输入场算符，满足 (1.1.4) 对易关系式； $f_{in}(t)$ 描述输入脉冲的波形，满足归一化条件

$\int_0^T |f_{in}(t)|^2 dt = 1$ (T 是光脉冲的周期)； $|vac\rangle$ 表示所有光脉冲的真空态； $|\alpha|^2$ 表示相

干光脉冲的平均光子数。腔模 a_c 满足量子朗之万方程(1.1.14)：

$$\dot{a}_c = -i[a_c, H] - \frac{\kappa}{2}a_c - \sqrt{\kappa}a_{in}(t), \quad (2.1.1)$$

其中 κ 是腔泄漏系数，哈密顿量 H 描述原子与腔之间的相互作用，具体形式为

$$H = \hbar g(|e\rangle\langle 1|a_c + |1\rangle\langle e|a_c^\dagger), \quad (2.1.2)$$

这里 g 是原子与腔模的耦合系数。腔场的输入输出关系根据式(1.1.19)满足：

$$a_{out}(t) = a_{in}(t) + \sqrt{\kappa}a_c(t), \quad (2.1.3)$$

现在，需要由(2.1.1-2.1.3)求出输出场 $a_{out}(t)$ 的量子态。但是由于这些方程是涉及无穷多模的非线性方程，即使利用数值计算也难以求出具体的解。尽管在输入单光子脉冲情形下，人们基于模的离散化和级数展开已发展了一种数值计算方法^[12-15]，但现在输入的是相干光，光子数比 1 大，这种方法就不适用了。为了解决这个困难，该方案基于下述观察结果引入变分计算方法 (a variational calculation method) ^[26]。

如果原子处于 $|0\rangle$ 态，哈密顿(2.1.2)式不起作用，则方程(2.1.1)和(2.1.3)为线性的，通过计算可以得到输出场的量子态为

$$|\phi_0\rangle_{out} = \exp\left[-\frac{|\alpha|^2}{2}\right] \exp\left[\alpha_0 \int_0^T f_{out}^{(0)*}(t) a_{out}^\dagger(t) dt\right] |vac\rangle。 \text{ 归一化波函数表为}$$

$$f_{out}^{(0)}(t) = -\int \frac{\frac{\kappa}{2} + i\omega}{\frac{\kappa}{2} - i\omega} \exp[i\omega t] f_{in}(\omega) d\omega, \text{ 其中 } f_{in}(\omega) \text{ 是 } f_{in}(t) \text{ 的傅里叶变换。可以看}$$

出输出的光场仍然是单模相干态，只是输出场的波形 $f_{out}^{(0)}(t)$ 与输入场的波形 $f_{in}(t)$ 具有不同的形式。

如果原子处于 $|1\rangle$ 态，可合理假定输出场仍处于一种有效的单模相干态

$$|\phi_1\rangle_{out} = \exp\left[-\frac{|\alpha_1|^2}{2}\right] \exp\left[\alpha_1 \int_0^T f_{out}^{(1)*}(t) a_{out}^\dagger(t) dt\right] |vac\rangle, \text{ 但可能具有不同的归一化波形}$$

$f_{out}^{(1)}(t)$ 。这是由于原子自发辐射导致一些光子被散射到其他方向上，因此相干光的

振幅 $|\alpha_1| < |\alpha|$ 。由方程(2.1.3)可得，输入算符与输出算符的期望值关系式为：

$$\alpha_1 f_{out}^{(1)}(t) = \alpha f_{in}(t) + \sqrt{\kappa} \langle a_c(t) \rangle, \quad (2.1.5)$$

而腔模 $a_c(t)$ 的期望值可通过求解原子腔系统的密度算符 ρ 的主方程得到,

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H_{eff}, \rho] + \frac{\kappa}{2} (2a_c \rho a_c^\dagger - a_c^\dagger a_c \rho - \rho a_c^\dagger a_c) + \frac{\gamma_s}{2} (2\sigma_- \rho \sigma_+ - \sigma_+ \sigma_- \rho - \rho \sigma_+ \sigma_-), \quad (2.1.6)$$

其中 $\sigma_- = |e\rangle\langle e|$ 和 $\sigma_+ = |e\rangle\langle 1|$ 分别是原子的下降与上升算符, γ_s 是原子的自发辐射系数, 有效哈密顿量为 $H_{eff} = \hbar(g\sigma_+ a_c + i\sqrt{\kappa} \langle a_m(t) \rangle a_c) + H.c.$ 。利用数值计算方法由方程 (2.1.6) 可求出 ρ , 再求出期望值 $\langle a_c(t) \rangle = Tr(\rho a_c)$, 从而便可得到 $f_{out}^{(1)}(t)$ 以及输出场的振幅 α_1 。

当输入脉冲为高斯波形, 即 $f_{in}(t) \propto \exp\left[-(t-T/2)^2 / (T/5)^2\right]$ (T 为脉冲周期),

文献^[26]利用变分计算方法已证实, 当输入光脉冲周期 $T \gg \frac{1}{\kappa}$ 时, 输出脉冲波形 $f_{out}^{(0)}(t)$ 、 $f_{out}^{(1)}(t)$ 与输入脉冲波形 $f_{in}(t)$ 重叠得非常好, 且两个输出脉冲场分别获得 -1 和 1 的整体相位因子。

二、相干光叠加态的制备

根据以上分析我们可以得到: 若输入光为相干态 $|\alpha\rangle$, 当原子处于 $|0\rangle$ 时, 输出光为 $|\alpha\rangle$; 当原子处于 $|1\rangle$ 时, 输出光为 $|\alpha\rangle$ 。因此若将原子初态制备在

$|\Phi_{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$, 则当相干光 $|\alpha\rangle$ 被这个囚禁单原子的单边泄漏腔反射后, 可得

到原子与相干光的纠缠态:

$$|\Psi\rangle = U|\alpha\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|\alpha\rangle + |1\rangle|\alpha\rangle), \quad (2.1.7)$$

其中 U 表示相干光与腔系统之间的相互作用。在基矢 $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ 下对原子进行测量,

其中 $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$, $|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$ 。若测得原子处于 $|+\rangle$, 则可得到相干光

的叠加态 $|\psi\rangle_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle)$; 若测得原子处于 $|-\rangle$, 则得到相干光的叠加态

$$|\psi\rangle_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|-\alpha\rangle - |\alpha\rangle).$$

接下来讨论如何对此方案进行拓展, 制备更复杂的相干光叠加态。首先, 若让 n 束相干光依次被上述光腔反射(见图 2.2.1), 原子与 n 束相干光系统的态为 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|-\alpha|^{2n} + |1\rangle|\alpha|^{2n})$, 然后在 $\{|\pm\rangle\}$ 基中对原子进行投影测量, 从而将获得多粒子猫态 $(|-\alpha|^{2n} \pm |\alpha|^{2n})$ 。另外在得到叠加态 $(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle)$ 之后, 借助简单的线性光学操作, 便可将它转变为态 $(|\alpha\rangle + |3\alpha\rangle)$, 然后再让相干光 $(|\alpha\rangle + |3\alpha\rangle)$ 输入上述光腔并反射(见图 2.2.1)。最后在基矢 $\{|\pm\rangle, |-\rangle\}$ 下对原子进行测量, 若测得原子处于 $|+\rangle$ 态则可得到相干光的叠加态 $(|\alpha\rangle + |3\alpha\rangle + |-\alpha\rangle + |-\alpha\rangle)$; 若测得原子处于 $|-\rangle$ 态, 则得到相干光的叠加态 $(|-\alpha\rangle + |-\alpha\rangle - |\alpha\rangle - |\alpha\rangle)$ 。以此类推, 可制备多维相干光的叠加态

$$\sum_{i=-n}^{n+1} |(2i-1)\alpha\rangle \text{ 或 } \sum_{i=-n}^0 |(2i-1)\alpha\rangle - \sum_{i=1}^{n+1} |(2i-1)\alpha\rangle.$$

三、结论

该方案利用单边泄漏光腔成功制备了行进光脉冲多粒子薛定谔猫态和高维薛定谔猫态。在该方案中允许耦合系数 g 在一定范围内变化, 同时当平均光子数少于 10 时, 即使在考虑量子噪声的情况下, 依然有较高的保真度。另外, 该方案提出了一种变分计算方法, 使得人们可以更有效地解决输入输出场与囚禁原子腔系统的相互作用问题, 以及可以定量描述各种实际量子噪声的影响。

第三节 利用双边泄漏腔制备相干光纠缠态

一、基本模型

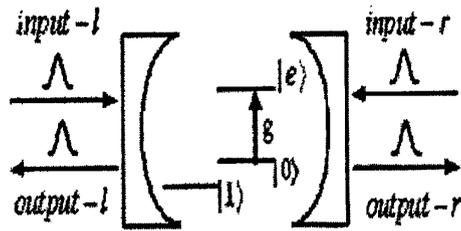


图 2.3.1 基本模型示意图。两束输入脉冲 l 或 r 经囚禁原子腔反射或透射。

Fig.2.3.1 (a) Schematic setup of the fundamental model. Two pulses l and r are reflected or transmitted through the single-atom cavity.

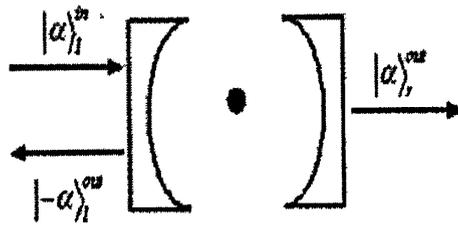


图 2.3.2 一束相干光脉冲从腔左边进入腔后，其输出光脉冲示意图。

Fig.2.3.1b Sketch of the output pulses after a coherent light is injected from the left side of the cavity.

考虑两光子脉冲分别自腔左右两边进入一个双边泄漏单模光腔中，腔中囚禁一个三能级原子，如图 2.3.1 所示。其中 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 是原子的两个基态， $|e\rangle$ 是原子的激发态。原子的 $|0\rangle \rightarrow |e\rangle$ 跃迁与腔模 a 共振耦合，该腔模由制备在弱相干态 $|\alpha\rangle$ 的输入场共振驱动。原子与腔模的相互作用哈密顿量为：

$$H = g(\sigma^+ a + \sigma a^+), \quad (2.3.1)$$

其中 $\sigma = |0\rangle\langle e|$ ， $\sigma^+ = |e\rangle\langle 0|$ 分别是原子的下降和上升算符； g 是腔与原子之间的耦合系数。根据量子朗之万方程 (1.1.14) 有：

$$\dot{a} = -i[a, H] - \frac{\kappa_l + \kappa_r}{2} a + \sqrt{\kappa_l} a_l^{\text{in}}(t) + \sqrt{\kappa_r} a_r^{\text{in}}(t), \quad (2.3.2)$$

$$\dot{\sigma} = -i[\sigma, H] - \frac{\gamma}{2}\sigma + \sqrt{\gamma}\sigma_z\hat{N}, \quad (2.3.3)$$

其中 $a_j^{in}(t)$ 和 $a_j^{out}(t)$ 分别表示自腔左边或右边进入腔内的输入场算符; κ_l 和 κ_r 分别表示左边腔或右边腔的泄漏系数 (为了方便, 我们不妨假设 $\kappa_l = \kappa_r = \kappa$); γ 表示原子处于激发态 $|e\rangle$ 的自发辐射系数; $\sigma_z = |e\rangle\langle e| - |0\rangle\langle 0|$; \hat{N} 是真空噪声算符。考虑到原子处于激发态 $|e\rangle$ 的几率很小, 我们可以用 $|0\rangle\langle 0|$ 代替 $-\sigma_z$ 。根据腔场的输入输出关系式 (1.1.19) 有:

$$a_j^{out}(t) = a_j^{in}(t) + \sqrt{\kappa_j}a(t), \quad (j=l, r) \quad (2.3.4)$$

方程 (2.3.1-2.3.4) 完全决定了原子、相干光和腔场复合系统的量子态演化。利用傅里叶变换方法可得:

$$a_j^{out}(\omega) = \frac{i\omega + g^2|0\rangle\langle 0| / \left(i\omega - \frac{\gamma}{2}\right)}{\kappa - i\omega - g^2|0\rangle\langle 0| / \left(i\omega - \frac{\gamma}{2}\right)} a_j^{in}(\omega) + \frac{\kappa}{\kappa - i\omega - g^2|0\rangle\langle 0| / \left(i\omega - \frac{\gamma}{2}\right)} a_j^{in}(\omega) + \frac{i\sqrt{\gamma\kappa}g|0\rangle\langle 0| / \left(i\omega - \frac{\gamma}{2}\right)}{\kappa - i\omega - g^2|0\rangle\langle 0| / \left(i\omega - \frac{\gamma}{2}\right)} \hat{N}(\omega) \quad (2.3.5)$$

其中 $a_j^{in}(\omega)$ 和 $a_j^{out}(\omega)$ 表示输入场算符 $a_j^{in}(t)$ 和输出场算符 $a_j^{out}(t)$ 的傅里叶变换, ω 为腔模与输入光脉冲的失谐量, $(j, \bar{j}) = \{l, r\}$ 或 $\{r, l\}$ 。

当 ω 的变化量 $\delta\omega$ 满足 $\delta\omega \ll \kappa, \frac{g^2}{\kappa}$, 以及原子激发态的自发辐射系数 $\gamma \ll \frac{g^2}{\kappa}$

时, 由 (2.3.5) 式可得: 当原子处在 $|0\rangle$ 态, 有 $a_j^{out} = -a_j^{in}(\omega)$; 当原子处在 $|1\rangle$ 态, 有 $a_j^{out} = a_j^{in}(\omega)$ 。即当原子处于 $|0\rangle$ 态时, 从左边 (右边) 入射的输入场被腔反射后, 仍然从左边 (右边) 输出, 并获得相位 π ; 当原子处于 $|1\rangle$ 态时, 从左边 (右边) 入射的输入场经腔透射后, 由右边 (左边) 输出, 且相位不变。

根据以上结果, 如果仅有一束相干光自左边进入双边泄漏腔(如图 2.3.2), 设腔中囚禁原子初始时处于态 $|\Phi_{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ 上, 则相干光与原子的态将演变为:

$$|\Psi\rangle = U|\alpha\rangle_l \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|-\alpha\rangle_l |0\rangle + |\alpha\rangle_r |1\rangle) \quad (2.3.6)$$

其中, U 表示腔与输入脉冲之间的相互作用, 下标 “ l ” 与 “ r ” 分别表示相干光与腔相互作用之后的输出方向。

二、 n 束相干光 GHZ 态的制备

现在我们具体讨论如何制备 n 束相干光的 GHZ 态。设原子初始态为 $|\Phi_{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$, 每一束相干光的初始态为 $|\alpha\rangle$, 当 n 束相干光自左向右依次进入腔内。与囚禁原子的双边泄漏腔发生相互作用后, 则原子与相干光组成系统的态将演化成:

$$|\Psi\rangle_{out} = \prod_{i=1}^n U_i |\alpha\rangle_{il} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\prod_{i=1}^n |-\alpha\rangle_{il} |0\rangle + \prod_{i=1}^n |\alpha\rangle_{ir} |1\rangle) . \quad (2.3.7)$$

然后在基矢 $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ 下对原子态进行测量, 其中 $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$,

$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$ 。如果测量结果为 $|+\rangle$, 则 n 束相干光的量子态将投影为:

$$|\psi\rangle_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|-\alpha\rangle_{1l} |-\alpha\rangle_{2l} \dots |-\alpha\rangle_{nl} + |\alpha\rangle_{1r} |\alpha\rangle_{2r} \dots |\alpha\rangle_{nr}); \quad (2.3.8)$$

如果测量结果为 $|-\rangle$, 则 n 束相干光的量子态将投影为:

$$|\psi\rangle_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|-\alpha\rangle_{1l} |-\alpha\rangle_{2l} \dots |-\alpha\rangle_{nl} - |\alpha\rangle_{1r} |\alpha\rangle_{2r} \dots |\alpha\rangle_{nr}) . \quad (2.3.9)$$

显然, $|\psi\rangle_1$ 与 $|\psi\rangle_2$ 正是 n 束相干光 GHZ 态。

三、 n 束相干光 cluster 态的制备

当每一束相干光与腔相互作用之后, 对原子进行单比特操作 $R(a)$, 其中

$R(\alpha)|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$, $R(\alpha)|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$ 。下面我们首先讨论如何获得两相

干光的 cluster 态。让两束相干光脉冲依次从左边输入腔内, 并对囚禁原子和输入的两束相干光实施两次操作 $T_i = R(\alpha)U_i$, 则原子和相干光组成系统的量子态将演化为:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_{2out} &= T_2 \otimes T_1 |\alpha\rangle_{2l} |\alpha\rangle_{1l} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \\ &= \frac{1}{2} T_2 |\alpha\rangle_{2l} [|0\rangle (|-\alpha\rangle_{1l} + |\alpha\rangle_{1r}) + |1\rangle (|-\alpha\rangle_{1l} - |\alpha\rangle_{1r})] \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} [(|-\alpha\rangle_{1l} |-\alpha\rangle_{2l} + |\alpha\rangle_{1r} |-\alpha\rangle_{2l} + |-\alpha\rangle_{1l} |\alpha\rangle_{2r} - |\alpha\rangle_{1r} |\alpha\rangle_{2r}) |0\rangle \\ &\quad + (|-\alpha\rangle_{1l} |-\alpha\rangle_{2l} + |\alpha\rangle_{1r} |-\alpha\rangle_{2l} - |-\alpha\rangle_{1l} |\alpha\rangle_{2r} + |\alpha\rangle_{1r} |\alpha\rangle_{2r}) |1\rangle] \end{aligned} \quad (2.3.10)$$

然后在基矢 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 下对原子的量子态进行测量。如果测得原子处于 $|0\rangle$ 态, 则两相

干光的量子态投影为 cluster 态:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_3 &= \frac{1}{2} (|-\alpha\rangle_{1l} |-\alpha\rangle_{2l} + |\alpha\rangle_{1r} |-\alpha\rangle_{2l} + |-\alpha\rangle_{1l} |\alpha\rangle_{2r} - |\alpha\rangle_{1r} |\alpha\rangle_{2r}) \\ &= \frac{1}{2} (|-\alpha\rangle_{1l} + |\alpha\rangle_{1r} \sigma_z^2) (|-\alpha\rangle_{2l} + |\alpha\rangle_{2r}), \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

其中 $\sigma_z^i = |-\alpha\rangle_{il} \langle -\alpha| - |\alpha\rangle_{ir} \langle \alpha|$ 。如果测得原子处于 $|1\rangle$, 则两相干光的量子态投影为另一 cluster 态:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_4 &= \frac{1}{2} (|-\alpha\rangle_{1l} |-\alpha\rangle_{2l} + |\alpha\rangle_{1r} |-\alpha\rangle_{2l} - |-\alpha\rangle_{1l} |\alpha\rangle_{2r} + |\alpha\rangle_{1r} |\alpha\rangle_{2r}) \\ &= \frac{1}{2} (|-\alpha\rangle_{1l} \sigma_z^2 + |\alpha\rangle_{1r}) (|-\alpha\rangle_{2l} + |\alpha\rangle_{2r}). \end{aligned} \quad (2.3.12)$$

类似地, 我们可以用同样的方法制备三束相干光的 cluster 态。将三束相干光脉冲依次从左边输入腔内, 当对囚禁原子和输入三束相干光实施三次操作 T_i 后, 原子和相干光组成系统的量子态将演化为:

$$|\Psi\rangle_{3out} = T_3 \otimes T_2 \otimes T_1 |\alpha\rangle_{3l} |\alpha\rangle_{2l} |\alpha\rangle_{1l} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{4} [(|-\alpha\rangle_{1l} |-\alpha\rangle_{2l} |-\alpha\rangle_{3l} + |\alpha\rangle_{1r} |-\alpha\rangle_{2l} |-\alpha\rangle_{3l} + |-\alpha\rangle_{1l} |\alpha\rangle_{2r} |-\alpha\rangle_{3l} \\
 &\quad - |\alpha\rangle_{1r} |\alpha\rangle_{2r} |-\alpha\rangle_{3l} + |-\alpha\rangle_{1l} |-\alpha\rangle_{2l} |\alpha\rangle_{3r} + |\alpha\rangle_{1r} |-\alpha\rangle_{2l} |\alpha\rangle_{3r} \\
 &\quad - |-\alpha\rangle_{1l} |\alpha\rangle_{2r} |\alpha\rangle_{3r} + |\alpha\rangle_{1r} |\alpha\rangle_{2r} |\alpha\rangle_{3r}) |0\rangle + (|-\alpha\rangle_{1l} |-\alpha\rangle_{2l} |-\alpha\rangle_{3l} \\
 &\quad + |\alpha\rangle_{1r} |-\alpha\rangle_{2l} |-\alpha\rangle_{3l} + |-\alpha\rangle_{1l} |\alpha\rangle_{2r} |-\alpha\rangle_{3l} - |\alpha\rangle_{1r} |\alpha\rangle_{2r} |-\alpha\rangle_{3l} \\
 &\quad - |-\alpha\rangle_{1l} |-\alpha\rangle_{2l} |\alpha\rangle_{3r} - |\alpha\rangle_{1r} |-\alpha\rangle_{2l} |\alpha\rangle_{3r} + |-\alpha\rangle_{1l} |\alpha\rangle_{2r} |\alpha\rangle_{3r} \\
 &\quad - |\alpha\rangle_{1r} |\alpha\rangle_{2r} |\alpha\rangle_{3r}) |1\rangle]
 \end{aligned} \tag{2.3.13}$$

然后在基矢 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 下对原子的量子态进行测量。如果测得原子处于 $|0\rangle$ 态, 则三束相干光的量子态投影为 cluster 态:

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle_5 &= \frac{1}{2\sqrt{2}} (|-\alpha\rangle_{1l} |-\alpha\rangle_{2l} |-\alpha\rangle_{3l} + |\alpha\rangle_{1r} |-\alpha\rangle_{2l} |-\alpha\rangle_{3l} + |-\alpha\rangle_{1l} |\alpha\rangle_{2r} |-\alpha\rangle_{3l} \\
 &\quad - |\alpha\rangle_{1r} |\alpha\rangle_{2r} |-\alpha\rangle_{3l} + |-\alpha\rangle_{1l} |-\alpha\rangle_{2l} |\alpha\rangle_{3r} + |\alpha\rangle_{1r} |-\alpha\rangle_{2l} |\alpha\rangle_{3r} \\
 &\quad - |-\alpha\rangle_{1l} |\alpha\rangle_{2r} |\alpha\rangle_{3r} + |\alpha\rangle_{1r} |\alpha\rangle_{2r} |\alpha\rangle_{3r}) \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{2}} (|-\alpha\rangle_{1l} + |\alpha\rangle_{1r} \sigma_z^2) (|-\alpha\rangle_{2l} + |\alpha\rangle_{2r} \sigma_z^3) (|-\alpha\rangle_{3l} + |\alpha\rangle_{3r})
 \end{aligned} \tag{2.3.14}$$

如果测得原子处于 $|1\rangle$ 态, 则三束相干光的量子态投影为另一 cluster 态:

$$|\psi\rangle_6 = \frac{1}{2\sqrt{2}} (|-\alpha\rangle_{1l} + |\alpha\rangle_{1r} \sigma_z^2) (|-\alpha\rangle_{2l} \sigma_z^3 + |\alpha\rangle_{2r}) (|-\alpha\rangle_{3l} + |\alpha\rangle_{3r}) \tag{2.3.15}$$

我们可以对上述方案继续拓展, 用以制备 n 束相干光的 cluster 态。即将 n 束相干光脉冲依次从左边输入腔内, 对囚禁原子和输入的 n 束相干光实施 n 次操作 $T_i = R(a)U_i$ 。最后在基矢 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 下对原子的量子态进行测量。如果测得量子态处于 $|0\rangle$ 态, 则 n 束相干光的量子态投影为 cluster 态:

$$|\psi\rangle_n = \frac{1}{(\sqrt{2})^n} (|-\alpha\rangle_{1l} + |\alpha\rangle_{1r} \sigma_z^2) \otimes (|-\alpha\rangle_{2l} + |\alpha\rangle_{2r} \sigma_z^3) \dots \otimes (|-\alpha\rangle_{(n-1)l} + |\alpha\rangle_{(n-1)r} \sigma_z^n)$$

$$\otimes(|-\alpha\rangle_{nl} + |\alpha\rangle_{nr});$$

(2.3.16)

如果测得量子态处于 $|1\rangle$, 则 n 束相干光的量子态投影为另一 cluster 态:

$$|\psi\rangle_{n2} = \frac{1}{(\sqrt{2})^n} (|-\alpha\rangle_{1l} + |\alpha\rangle_{1r} \sigma_z^2) \otimes (|-\alpha\rangle_{2l} + |\alpha\rangle_{2r} \sigma_z^3) \cdots \\ \otimes (|-\alpha\rangle_{(n-1)l} \sigma_z^n + |\alpha\rangle_{(n-1)r}) \otimes (|-\alpha\rangle_{nl} + |\alpha\rangle_{nr}).$$

(2.3.17)

四、 结论

总之, 基于腔 QED, 我们获得了相干光之间的非线性相互作用。通过选择合适的基矢对原子的量子态进行测量, 可以成功制备 n 束相干光的 GHZ 态和 cluster 态。该方案的优点是所使用的腔为双边泄漏腔^[32], 这正是当今实验室的真实腔; 另外, 我们也不需要强耦合条件。这些优点使得我们的方案在未来的实验中很有可能实现。

第三章 光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器的制备

第一节 背景介绍

量子通讯具有信息容量大、保密性好等经典通讯无法比拟的优势,因而已引起人们浓厚的兴趣和充分的重视。在量子隐形传态^[9]、量子密集编码^[10]、以及纠缠交换^[33]等量子通讯方案中, Bell 态分析器和 GHZ 态分析器是必不可少的,尤其是非破坏性的 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器在实现基于测量的量子计算^[34-35]、纠缠蒸馏^[36]等过程中更是很有用的工具。在长距离的量子通讯中,光子是最快和最可靠的信息载体,因而人们致力于构造光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器。利用光的非线性效应,原则上可以识别光子所有的 Bell 态和 GHZ 态。然而,即使是目前最好的非线性材料,其非线性作用也是非常弱的,难以用来构造有效的光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器。若采用线性光学方法,人们仅能识别光子的部分 Bell 态和部分 GHZ 态^[37-38]。值得关注的是:人们利用弱的 cross-Kerr 非线性介质构造了非破坏性的 Bell 态分析器^[39]和尽管能完全识别但却是破坏性的 GHZ 态分析器。下面我们提出了两种方案:分别利用腔场的输入输出关系和基于法拉第旋转构造光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器,并且还成功构造了完全且非破坏性的 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器。

第二节 利用腔场输入输出过程构造光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器

一、基本模型——光子偏振宇称分析器 (Polarization parity analyzer)

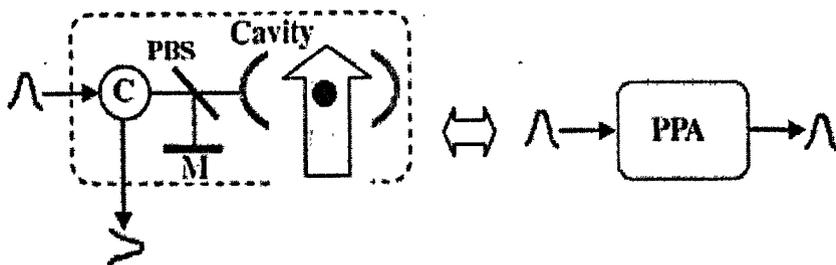


图 3.2.1 (a) 非破坏性光子偏振宇称分析器(PPA)的装置图。

Fig.3.2.1 (a) Schematic setup for nondestructive photonic polarization parity analyzer (PPA).

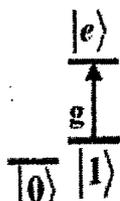


图 3.2.2 原子的相关能级结构及跃迁。

Fig3.2.2 The relevant atomic level structure and transition.

在该方案中，我们首先构造了一个非破坏性的光子偏振宇称分析器 (Polarization parity analyzer 简称 PPA)。如图 3.2.1 所示，一个三能级碱金属原子被囚禁在单边泄漏光腔中。原子能级如图 3.2.2 所示， $|0\rangle$ 、 $|1\rangle$ 为原子的两个基态， $|e\rangle$ 为原子的激发态。原子的 $|1\rangle \rightarrow |e\rangle$ 跃迁与腔模 a_c 共振耦合，该腔模由光子的水平偏振分量 h 共振驱动。原子初始态为 $|\varphi\rangle_{atom} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ 。当处于水平偏振和垂直偏振叠加态的单光子脉冲进入如图 3.2.1 所示装置时，单光子脉冲的垂直偏振 v 分量经偏振分束器 PBS 和镜片 M 反射后，没有相位变化，而水平偏振分量 h 经 PBS 透射，进入腔中驱动腔模 a_c 。根据量子朗之万方程 (1.1.14) 以及腔场输入输出关系 (1.1.19) 有^[12]：

当处于水平偏振和垂直偏振叠加态的单光子脉冲进入如图 3.2.1 所示装置时，单光子脉冲的垂直偏振 v 分量经偏振分束器 PBS 和镜片 M 反射后，没有相位变化，而水平偏振分量 h 经 PBS 透射，进入腔中驱动腔模 a_c 。根据量子朗之万方程 (1.1.14) 以及腔场输入输出关系 (1.1.19) 有^[12]：

当处于水平偏振和垂直偏振叠加态的单光子脉冲进入如图 3.2.1 所示装置时，单光子脉冲的垂直偏振 v 分量经偏振分束器 PBS 和镜片 M 反射后，没有相位变化，而水平偏振分量 h 经 PBS 透射，进入腔中驱动腔模 a_c 。根据量子朗之万方程 (1.1.14) 以及腔场输入输出关系 (1.1.19) 有^[12]：

$$\dot{a}_h = -i[a_h(t), H_I] - \left(i\Delta + \frac{\kappa}{2}\right)a_h(t) - \sqrt{\kappa}\Xi_h^{\text{in}}(t), \quad (3.2.1)$$

$$\Xi_h^{\text{out}}(t) = \Xi_h^{\text{in}}(t) + \sqrt{\kappa}a_h(t), \quad (3.2.2)$$

其中哈密顿量 $H_I = g(a_h|e\rangle\langle 1| + a_h^\dagger|1\rangle\langle e|)$ 表示原子与腔模之间的相互作用, κ 是腔泄漏系数, Δ 是腔模与输出光子频率的失谐量, g 是原子与腔场的耦合系数。 $\Xi_h^{\text{in}}(t)$ 、 $\Xi_h^{\text{out}}(t)$ 分别表示腔输入算符与输出算符。当输入光子脉冲的周期 $T \gg \frac{1}{\kappa}$ 时, 由 (3.2.1) 和 (3.2.2) 式得到:

$$\Xi_h^{\text{out}}(t) \approx \frac{i\Delta - \kappa/2}{i\Delta + \kappa/2} \Xi_h^{\text{in}}(t). \quad (3.2.3)$$

当原子处于量子态 $|0\rangle$ 时, 原子与腔模不发生相互作用, 此时 $\Delta = 0$, 故有 $\Xi_h^{\text{out}}(t) = -\Xi_h^{\text{in}}(t)$ 。而当原子处于量子态 $|1\rangle$ 时, 在 $g \gg \left(\frac{1}{T}, \kappa, \gamma\right)^{[40]}$ 的情况下 (γ 是原子的自发辐射系数), 两个缀饰腔模与输入光子频率的失谐量为 $\Delta = \pm g$, 则有 $\Xi_h^{\text{out}}(t) = \Xi_h^{\text{in}}(t)$ 。此结论即使在 $g \sim \kappa$ 也是成立的^[12, 41-48]。具体地说, 当单光子经腔或镜片 M 反射后, 由原子和入射光子组成系统的量子态演变为:

$$(|0\rangle + |1\rangle)(|h\rangle + |v\rangle) \rightarrow (-|0\rangle + |1\rangle)|h\rangle + (|0\rangle + |1\rangle)|v\rangle. \quad (3.2.4)$$

在这里我们为了方便省略了归一化系数, 后面也是如此。

若光子偏振叠加态中的每一项包含 $|h\rangle$ 的数目是偶数, 定义其为偏振偶宇称态; 若光子偏振叠加态中的每一项包含 $|h\rangle$ 的数目是奇数, 定义其为偏振奇宇称态。比如

$\frac{1}{\sqrt{2}}(|h\rangle|h\rangle - |v\rangle|v\rangle)$ 是偶宇称态, 而 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|h\rangle|v\rangle - |v\rangle|h\rangle)$ 是奇宇称态。下面我们具体

介绍如何构造非破坏性地区分光子偏振宇称分析器。首先, 如果输入 PPA 系统的光子脉冲是偏振偶宇称态 $|\Omega^+\rangle$, 根据式 (3.2.4), 经图 3.2.1 所示装置反射后, 原子和光子的量子态将演变成 $(|0\rangle + |1\rangle)|\Omega^+\rangle$; 如果输入的光子脉冲是偏振奇宇称态

$|\Omega^-\rangle$ ，则反射后原子和光子的量子态将演变成 $(-|0\rangle+|1\rangle)|\Omega^-\rangle$ 。然后利用经典光对原子实施 Hadamard 操作^[50]，使得 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle+|1\rangle)\rightarrow|0\rangle$ ， $\frac{1}{\sqrt{2}}(-|0\rangle+|1\rangle)\rightarrow|1\rangle$ ，最后在基矢 $\{|0\rangle,|1\rangle\}$ 下对原子进行测量。如果测量结果是 $|0\rangle$ 态，则光子态为偏振偶宇称态 $|\Omega^+\rangle$ ；如果测得结果是 $|1\rangle$ 态，则光子态为偏振奇宇称态 $|\Omega^-\rangle$ 。显然，如果输入的光子态仅为偏振偶宇称态或偏振奇宇称态，通过对囚禁在 PPA 中的原子态的测量，我们不仅可以识别输入光场的偏振宇称，同时不会影响输出光场的量子态，即图 3.2.1 的 PPA 系统实现了非破坏地识别输入光场的偏振宇称。

二、 Bell 态分析器的构造

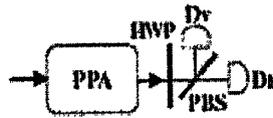


图 3.2.3 基于光子计数的光子 Bell 态分析器。

Fig.3.2.3 The photonic Bell state analyzer with photon counting process.



图 3.2.4 非破坏光子 Bell 态分析器。

Fig.3.2.4 The nondestructive Bell state analyzer.

两偏振光子的 Bell 态为：

$$|\psi_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|h\rangle_1 |h\rangle_2 \pm |v\rangle_1 |v\rangle_2), \quad (3.2.5a)$$

$$|\phi_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|h\rangle_1 |v\rangle_2 \pm |v\rangle_1 |h\rangle_2), \quad (3.2.5b)$$

其中 $|h_i\rangle$ (或 $|v_i\rangle$) 表示第 i 个光子的水平 (或垂直) 偏振态。

利用非破坏性的光子偏振宇称分析器 (PPA) 可实现 Bell 态的完全识别, 如图 3.2.3 所示。图中的半波片 (HWP) 对光子实施 Hadamard 变换, 即 $|h\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|v\rangle - |h\rangle)$, $|v\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|h\rangle + |v\rangle)$ 。令两光子依次进入图 3.2.3 所示装置, 显然, 由于 $|\psi_{\pm}\rangle$ 为偏振偶宇称态, 而 $|\phi_{\pm}\rangle$ 为偏振奇宇称态, 两光子通过 PPA 后, 我们只需对原子进行测量, 就能将 $|\psi_{\pm}\rangle$ 与 $|\phi_{\pm}\rangle$ 区分开, 且不会破坏光子量子态。接下来我们进一步区分 $|\psi_{+}\rangle$ 与 $|\psi_{-}\rangle$ 或 $|\phi_{+}\rangle$ 与 $|\phi_{-}\rangle$ 。半波片会改变 $|\psi_{-}\rangle$ 态和 $|\phi_{+}\rangle$ 态的偏振宇称, 而使 $|\psi_{+}\rangle$ 态和 $|\phi_{-}\rangle$ 态的偏振宇称保持不变, 即两光子经 HWP 后, $|\psi_{+}\rangle \rightarrow |\psi_{+}\rangle$, $|\psi_{-}\rangle \rightarrow |\phi_{+}\rangle$, $|\phi_{+}\rangle \rightarrow |\psi_{-}\rangle$, $|\phi_{-}\rangle \rightarrow |\phi_{-}\rangle$ 。因此, 初始处于 $|\psi_{+}\rangle$ 态和 $|\phi_{+}\rangle$ 态的两光子将导致探测器 D_{h1} 和 D_{h2} 或 D_{v1} 和 D_{v2} 计数, 而初始处于 $|\psi_{-}\rangle$ 态和 $|\phi_{-}\rangle$ 态的两光子将导致探测器 D_{h1} 和 D_{v2} 或者 D_{v1} 和 D_{h2} 计数。这里的 $D_{h(v)i}$ 代表测量第 i 个光子时的探测器 $D_{h(v)}$ 。表 1 给出了上述测量结果和 Bell 态之间的对应关系。这样, 我们已实现了光子四个 Bell 态的完全区分, 但此时光子的量子态已被破坏了。

表 1 PPA 中的原子态及探测器计数和 Bell 态之间的对应关系

Bell 态	$ \psi_{+}\rangle$	$ \psi_{-}\rangle$	$ \phi_{+}\rangle$	$ \phi_{-}\rangle$
PPA 中的原子态	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$
探测器计数	D_{h1}, D_{h2} 或 D_{v1}, D_{v2}	D_{h1}, D_{v2} 或 D_{v1}, D_{h2}	D_{h1}, D_{h2} 或 D_{v1}, D_{v2}	D_{h1}, D_{v2} 或 D_{v1}, D_{h2}

实际上, 只需对上述方案做点改进, 即可实现光子 Bell 态的非破坏性区分。如图 3.2.4 所示, 两光子进入 PPA1 后, 测量 PPA1 中的原子态, 可区分 $|\psi_{\pm}\rangle$ 与 $|\phi_{\pm}\rangle$ 。两光子再经过 HWP1 后, 初始的 $|\Gamma_{\pm}\rangle$ ($\Gamma = \psi, \phi$) 变为偏振偶宇称态, $|\Gamma_{-}\rangle$ 变为偏振

奇宇称态。因此当它们再次通过 PPA2 后，测量 PPA2 中的原子态，即可区分 $|\Gamma_+\rangle$ 态与 $|\Gamma_-\rangle$ 态。最后再让两光子通过 HWP2 即可将被破坏的光子量子态还原，从而实现了 Bell 态的非破坏性区分。四个 Bell 态与 PPA1、PPA2 中的两原子测量结果之间的对应关系如表 2 所示。

表 2 PPA 中原子态和 Bell 态之间的对应关系

Bell 态	$ \psi_+\rangle$	$ \psi_-\rangle$	$ \phi_+\rangle$	$ \phi_-\rangle$
PPA1 中的原子态	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$
PPA2 中的原子态	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$

三、GHZ 态分析器

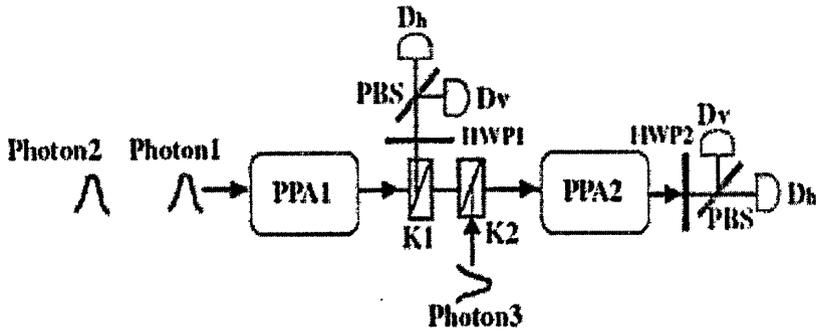


图 3.2.5 基于光子计数的三光子 GHZ 态分析器。

Fig.3.2.5 The three-photon GHZ analyzer with photon counting process.

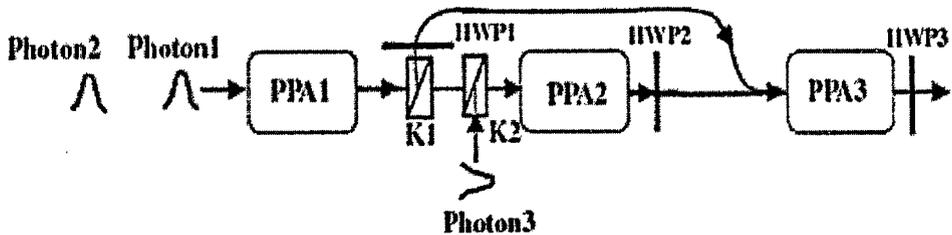


图 3.2.6 非破坏三光子 GHZ 态分析器。

Fig.3.2.6 The nondestructive three-photon GHZ analyzer.

三光子的 GHZ 态^[60]为:

$$|\Theta_1^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|hhh\rangle \pm |vvv\rangle)_{123}, \quad (3.2.6a)$$

$$|\Theta_2^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|vhh\rangle \pm |hvv\rangle)_{123}, \quad (3.2.6b)$$

$$|\Theta_3^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|hvh\rangle \pm |vhv\rangle)_{123}, \quad (3.2.6c)$$

$$|\Theta_4^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|hvv\rangle \pm |vvh\rangle)_{123}. \quad (3.2.6d)$$

对于光子 1 和 2, $|\Theta_1^\pm\rangle$ 、 $|\Theta_4^\pm\rangle$ 处于偏振偶宇称态, 而 $|\Theta_2^\pm\rangle$ 、 $|\Theta_3^\pm\rangle$ 处于偏振奇宇称态; 对于光子 2 和光子 3, $|\Theta_1^\pm\rangle$ 、 $|\Theta_2^\pm\rangle$ 处于偏振偶宇称态, 而 $|\Theta_3^\pm\rangle$ 、 $|\Theta_4^\pm\rangle$ 处于偏振奇宇称态。下面我们具体讨论如何利用 PPA 实现三光子 GHZ 态的完全识别。如图 3.2.5 所示, PPA1 和 PPA2 通过两个开关 K1 和 K2 连接起来, 开关 K1 和 K2 根据自身工作状态决定透射或反射光子。假设 K1 和 K2 初始处于反射光子工作状态, 光子 1 和 3 分别同时注入 PPA1 和 PPA2。之后光子 1 和 3 经 HWP1 或 HWP2 获得 Hadamard 操作。然后将开关 K1 和 K2 调整为透射光子工作状态, 把光子 2 注入 PPA1 并通过 PPA2 和 HWP2。测量 PPA1 中的原子态可区分 $\{|\Theta_1^\pm\rangle, |\Theta_4^\pm\rangle\}$ 与 $\{|\Theta_2^\pm\rangle, |\Theta_3^\pm\rangle\}$; 测量 PPA2 中的原子态可区分 $\{|\Theta_1^\pm\rangle, |\Theta_3^\pm\rangle\}$ 与 $\{|\Theta_2^\pm\rangle, |\Theta_4^\pm\rangle\}$ 。这样, 利用 PPA1 和 PPA2 已将 8 个 GHZ 态分成四组 $\{|\Theta_1^\pm\rangle\}$ 、 $\{|\Theta_2^\pm\rangle\}$ 、 $\{|\Theta_3^\pm\rangle\}$ 和 $\{|\Theta_4^\pm\rangle\}$ 。经过 HWP1 和 HWP2 后, 8 个 GHZ 态演变成:

$$|\Theta_1^+\rangle' = \frac{1}{2}(|vvv\rangle_{123} + |vhh\rangle_{123} + |hvv\rangle_{123} + |hvh\rangle_{123}), \quad (3.2.7a)$$

$$|\Theta_1^-\rangle' = \frac{1}{2}(-|hhh\rangle_{123} - |hvv\rangle_{123} - |vvh\rangle_{123} - |vhv\rangle_{123}), \quad (3.2.7b)$$

$$|\Theta_2^+\rangle' = \frac{1}{2}(|vvv\rangle_{123} + |vhh\rangle_{123} - |hvv\rangle_{123} - |hvh\rangle_{123}), \quad (3.2.7c)$$

$$|\Theta_2^-\rangle' = \frac{1}{2}(|hhh\rangle_{123} + |hvv\rangle_{123} - |vvh\rangle_{123} - |vhv\rangle_{123}), \quad (3.2.7d)$$

$$|\Theta_3^+\rangle' = \frac{1}{2}(|vvv\rangle_{123} - |vhh\rangle_{123} - |hvv\rangle_{123} + |hvh\rangle_{123}), \quad (3.2.7e)$$

$$|\Theta_3^-\rangle' = \frac{1}{2}(|hhh\rangle_{123} - |hvv\rangle_{123} - |vvh\rangle_{123} + |vhv\rangle_{123}), \quad (3.2.7f)$$

$$|\Theta_4^+\rangle = \frac{1}{2}(|vvv\rangle_{123} - |vhh\rangle_{123} + |hvv\rangle_{123} - |hvh\rangle_{123}), \quad (3.2.7g)$$

$$|\Theta_4^-\rangle = \frac{1}{2}(|hhh\rangle_{123} - |hvv\rangle_{123} + |vvh\rangle_{123} - |vhv\rangle_{123}). \quad (3.2.7h)$$

从上式可以看出 $|\Theta_i^+\rangle$ 、 $|\Theta_i^-\rangle$ ($i=1,2,3,4$) 具有不同的形式, 而且 $|\Theta_i^+\rangle$ 处于偏振偶宇称态, $|\Theta_i^-\rangle$ 处于偏振奇宇称态。利用单光子探测器 $D_{h(v)}$ 对三个光子进行局域测量即可区分 $|\Theta_i^+\rangle$ 与 $|\Theta_i^-\rangle$ 。这样我们已实现了三光子八个 GHZ 态的完全区分, 但此时光子的量子态被破坏。

与 Bell 态分析器类似地, 如图 3.2.6 所示, 只需对上述方案做点改进, 即可实现 GHZ 态的非破坏性区分。三光子在通过 HWP1 和 HWP2 后, 再让它们通过 PPA3 和 HWP3。由于 $|\Theta_i^+\rangle$ 与 $|\Theta_i^-\rangle$ 的偏振宇称不同, 因此利用 PPA3 即可区分 $|\Theta_i^+\rangle$ 与 $|\Theta_i^-\rangle$ 。

八个 Bell 态与 PPA1、PPA2 和 PPA3 中的三原子测量结果之间的对应关系如表 3 所示:

表 3 PPA 中原子态和 GHZ 态之间的对应关系

8 个 GHZ 态	$ \Theta_1^+\rangle$	$ \Theta_1^-\rangle$	$ \Theta_2^+\rangle$	$ \Theta_2^-\rangle$	$ \Theta_3^+\rangle$	$ \Theta_3^-\rangle$	$ \Theta_4^+\rangle$	$ \Theta_4^-\rangle$
PPA1 中的原子态	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$
PPA2 中的原子态	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$
PPA3 中的原子态	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$						

而 HWP3 的作用是将 $|\Theta_i^+\rangle$ 或 $|\Theta_i^-\rangle$ 还原成初始的 GHZ 态。从而实现了非破坏性地区分 GHZ 态。

四、讨论与总结

在我们的方案中 PPA 是最关键的基元, 因此我们用数值模拟方法分析 PPA 在量子噪声影响下的品质。其中最主要的量子噪声有两个: 首先, 输出场所获得的相位不理想, 将影响输出光子的保真度。我们对此噪声造成的误差进行具体的分析。假设两个输入光子脉冲为高斯脉冲, 即 $f(t) \propto \exp\left[-\left(t - \frac{T}{2}\right) / \left(\frac{T}{5}\right)^2\right]$, 其周期为

$T = 5\mu s$, 两光子初始时处于 Bell 态。考虑用文献^[51]的实际参数, $g_0 = 6\kappa$,

$(\kappa, \gamma) / 2\pi = (2.6, 6) \text{ MHz}$ 。数值模拟结果显示, 输出光子量子态的最低保真度 F 为

0.9945。当耦合系数 g 在 $2\kappa \sim 10\kappa$ 范围内变化时, 保真度的变化量小于 10^{-6} , 且错误率小于 0.01%。这意味着原子不需要满足 Lamb-Dicke 极限, 这在实际中具有重要的意义。其次, 另一个主要的量子噪声来自原子自发辐射所引起的光子丢失。这种噪声会导致输出为真空态, 但它只会影响方案的成功几率而不会对输出光子的保真度产生影响。由图 3.2.7 可知, 光子丢失概率 P 的数值模拟结果与经验公式 $P = 1/(1+10g^2/\gamma\kappa)$ 符合得很好, 同时 P 随着 g/κ 的增大迅速降低。

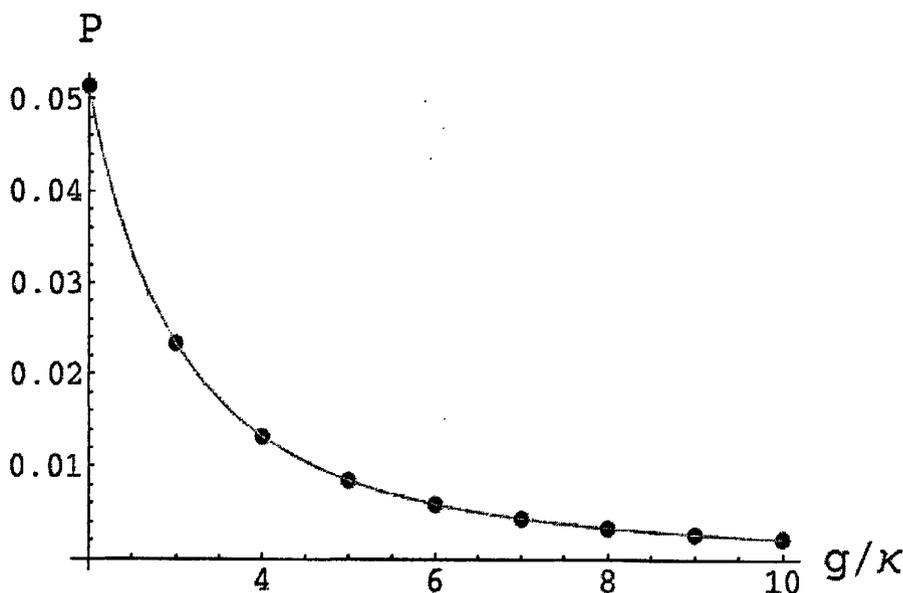


图 3.2.7 光子丢失概率 P 随 g/κ 的变化关系。其中点表示数值模拟结果, 实线表示经验公式 $P = 1/(1+10g^2/\gamma\kappa)$ 的曲线图。

Fig.3.2.7 The probability P of photon loss as a function g/κ , and the solid curve describes the empirical formula.

总之, 基于泄漏光腔的输入输出关系, 我们首先构造了光子偏振宇称分析器 (PPA), 利用 PPA 构造了光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器, 并且能实现光子 Bell 态和 GHZ 态的非破坏性识别。数值模拟结果显示: 我们的方案不要求强耦合条件, 允许耦合系数 g 在一定范围内变化; 即使不满足 Lamb-Dicke 极限条件, 输出场仍然

具有很高的保真度，同时对原子自发辐射等量子噪声有较强的抗干扰能力。因此我们的方案为大规模的量子通讯提供了一种有前景的途径。

第三节 基于法拉第旋转构造光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器

一、基本模型

考虑一个三能级原子和双模光腔的相互作用（如图 3.3.1 所示）。原子能级如图 3.3.2 所示， $|e\rangle$ 是原子的激发态， $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 是原子的两个简并基态，原子跃迁 $|0\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ 和 $|1\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ 分别和左旋腔模 a_0 和右旋腔模 a_1 耦合。在旋波近似下，该系统的哈密顿量为

$$H = \sum_{j=0}^1 \left[\frac{\omega_0}{2} \sigma_{z_j} + \omega_c a_j^\dagger a_j + i g_j (a_j \sigma_{j^+} - a_j^\dagger \sigma_{j^-}) \right], \quad (3.3.1)$$

其中 ω_0 是原子激发态能级 $|e\rangle$ 和两个简并基态能级 $|0\rangle$ 或者 $|1\rangle$ 之间的频率差， g_j 是腔场和相应原子跃迁的耦合系数， ω_c 是两个简并腔模的本征频率， $\sigma_{z_j} = |e\rangle\langle e| - |j\rangle\langle j|$ ， $\sigma_{j^+} = |j\rangle\langle e|$ 。腔模 a_j 由输入的单光子 a_m^j 驱动。当输入的单光子频率为 ω_p 时，在以 ω_p 为旋转频率的参考系中，相应的 Heisenberg-Langvin 方程为：

$$\dot{a}_j(t) = -i[a_j, H] - \frac{\kappa_j}{2} a_j(t) - \sqrt{\kappa_j} a_m^j(t), \quad (3.3.2)$$

$$\dot{\sigma}_j(t) = -i[\sigma_j, H] - \frac{\kappa_j}{2} \sigma_j(t) + \sqrt{\gamma} \sigma_{z_j}(t) N, \quad (3.3.3)$$

其中 κ_j 是腔泄漏系数， γ 是原子激发态 $|e\rangle$ 的自发辐射系数， N 是真空噪声算符。

腔场的输入与输出关系满足：

$$a_{out}^j(t) = a_m^j(t) + \sqrt{\kappa_j} a_j(t). \quad (3.3.4)$$

为简单起见，我们令 $\kappa_j = \kappa$ ， $g_j = g$ 。当 κ 足够大致使 $\langle \sigma_{z_j} \rangle = -1$ ，同时忽略真空噪声的影响，则由式 (3.3.1) — (3.3.4) 得到：

$$R_j(\omega_p) = \frac{\left[i(\omega_c - \omega_p) - \frac{\kappa}{2} \right] \left[i(\omega_o - \omega_p) + \frac{\gamma}{2} \right] + g^2}{\left[i(\omega_c - \omega_p) + \frac{\kappa}{2} \right] \left[i(\omega_o - \omega_p) + \frac{\gamma}{2} \right] + g^2}, \quad (3.3.5)$$

其中 $R_j(\omega_p) = \frac{a_{out}^j(t)}{a_{in}^j(t)}$ 是系统的反射系数。当 $g=0$ 时，即对应光子输入空腔的情况，

有

$$R'_j(\omega_p) = \frac{i(\omega_c - \omega_p) - \frac{\kappa}{2}}{i(\omega_c - \omega_p) + \frac{\kappa}{2}}. \quad (3.3.6)$$

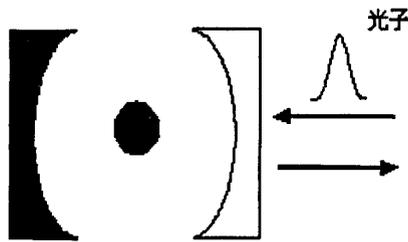


图 3.3.1 实验装置示意图。

Fig.3.3.1 Schematic setup of the scheme.

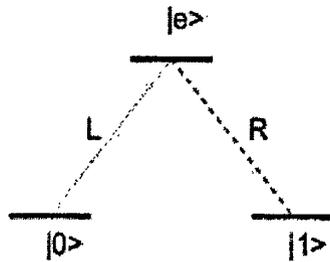


图 3.3.2 原子的相关能级结构及跃迁。

Fig.3.3.2 The relevant atomic level structure and transition.

如果原子初始时处于 $|0\rangle$ 态，则只有处于左旋态的入射光子 $|L\rangle$ 与腔模 a_0 及原子发生相互作用。根据式 (3.3.5)，我们得到输出的光子态为

$|\varphi_{out}\rangle_L = R(\omega_p)|L\rangle \approx e^{i\phi}|L\rangle$, 其中相位变化量 ϕ 由式 (3.3.5) 的各参数决定。而对于处于右旋态的入射光子 $|R\rangle$, 由于与原子没有发生相互作用, 相当于进入一个空腔, 根据式 (3.3.6), 输出的光子态为 $|\varphi_{out}\rangle_R = R'(\omega_p)|R\rangle \approx e^{i\phi'}|R\rangle$, 其相位变化量 ϕ' 由式 (3.3.6) 的各参数决定。综上所述, 对于初态制备为 $|\varphi_{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle + |R\rangle)$ 的

入射单光子脉冲, 经腔反射后, 其相应的输出脉冲为:

$$|\varphi_{out}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\phi}|L\rangle + e^{i\phi'}|R\rangle), \quad (3.3.7)$$

相位差 $\phi' - \phi$ 定义为法拉第旋转角。

类似地, 如果原子初始时处于 $|1\rangle$ 态, 对于初态制备为 $|\varphi_{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle + |R\rangle)$ 的入射单光子脉冲, 经腔反射后, 其相应的输出脉冲为

$$|\varphi'_{out}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\phi'}|L\rangle + e^{i\phi}|R\rangle), \quad (3.3.8)$$

相位差 $\phi - \phi'$ 定义为法拉第旋转角。

二、光子 Bell 态分析器的构造

两光子的四个 Bell 态为:

$$|\phi\rangle_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle|L\rangle \pm |R\rangle|R\rangle), \quad (3.3.9)$$

$$|\psi\rangle_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle|R\rangle \pm |R\rangle|L\rangle). \quad (3.3.10)$$

下面我们利用法拉第旋转实现完全且非破坏地区分上述四个态。

(i) 若光子 1 和光子 2 初始时处于态 (3.3.9), 让这两个光子依次进入双模单边泄漏腔 (如图 3.3.1 所示), 其中腔中的原子处于态 $|\varphi\rangle_{atom} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ (以下假定所有光腔中的原子初始时都处于这个态)。根据 (3.3.7) 和 (3.3.8) 式, 当两光子被腔反射后, 两光子和腔中原子组成系统的态为

$$|\Phi_{\pm}'\rangle = \frac{1}{2} [|0\rangle (e^{i(\phi_1+\phi_2)} |LL\rangle \pm e^{i(\phi_1+\phi_2)} |RR\rangle) + |1\rangle (e^{i(\phi_1+\phi_2)} |LL\rangle \pm e^{i(\phi_1+\phi_2)} |RR\rangle)],$$

其中 ϕ_j 、 ϕ_j' ($j=1,2$) 表示第 j 个光子经腔反射后所获得的相位。选择合适的参量,使

得 $\phi_1 = \phi_2 = \pi$, $\phi_1' = \phi_2' = \frac{\pi}{2}$, 则

$$|\Phi_{\pm}''\rangle = \frac{1}{2} (|0\rangle - |1\rangle) (|LL\rangle \mp |RR\rangle).$$

然后对原子实施 Hadamard 变换, 即 $|0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle)$, $|1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle)$, 则有

$$|\Phi_{\pm}''' \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle (|LL\rangle \mp |RR\rangle). \quad (3.3.11)$$

若光子 1 和光子 2 初始时处于态 (3.3.10), 则经历以上过程后, 两光子和腔中原子组成系统的态演化为

$$|\Psi_{\pm}''' \rangle = -\frac{i}{\sqrt{2}} |0\rangle (|LR\rangle \pm |RL\rangle). \quad (3.3.12)$$

最后, 在基矢 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 上测量原子态。如果原子处于态 $|0\rangle$, 则证明入射前两光子处于态 $|\psi\rangle_{\pm}$; 如果原子处于态 $|1\rangle$, 则证明入射前两光子处于态 $|\phi\rangle_{\pm}$ 。这样, 四个 Bell 态已被分成了两组 $\{|\phi\rangle_{\pm}\}$ 和 $\{|\psi\rangle_{\pm}\}$ 。

(ii) 下面进一步区分 $|\phi\rangle_+$ 与 $|\phi\rangle_-$ 或 $|\psi\rangle_+$ 与 $|\psi\rangle_-$ 。对两光子分别实施 Hadamard 变换, 即 $|L\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle)$, $|R\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle - |R\rangle)$, 则 $|\phi\rangle_+ \rightarrow |\phi\rangle_+$, $|\phi\rangle_- \rightarrow |\psi\rangle_+$, $|\psi\rangle_+ \rightarrow |\phi\rangle_-$, $|\psi\rangle_- \rightarrow |\psi\rangle_-$ 。将两光子再次分别输入图 3.3.1 所示的腔, 经腔反射后, 再对原子实施 Hadamard 变换, 然后在基 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 上测量原子态, 即可将 $|\phi\rangle_+$ 与 $|\phi\rangle_-$ 或 $|\psi\rangle_+$ 与 $|\psi\rangle_-$ 区分开来, 从而实现了 Bell 态的完全识别。原子态的两次测量结果和 Bell 态之间的对应关系如表 3 所示:

表 3 原子态的两次测量结果和 Bell 态之间的对应关系

量子态	$ \phi\rangle_+$	$ \phi\rangle_-$	$ \psi\rangle_+$	$ \psi\rangle_-$
第一次测量结果	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$
第二次测量结果	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$

经上述两次腔反射后, 两光子态由 $|\phi\rangle_+ \rightarrow |\psi\rangle_+$, 或 $|\phi\rangle_- \rightarrow |\phi\rangle_-$, 或 $|\psi\rangle_+ \rightarrow |\phi\rangle_+$, 或 $|\psi\rangle_- \rightarrow |\psi\rangle_-$, 有两个 Bell 态发生了变化。因而, 尽管我们已实现了 Bell 态的完全识别, 但却可能是破坏性的。不过, 只要对上述方案作一点修正, 即让两光子再经历图 3.3.2 所示过程即可实现 Bell 态的完全且非破坏地识别。

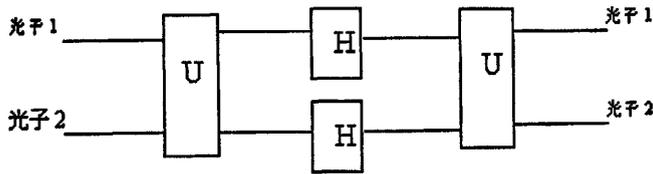


图 3.3.3 光子操作示意图。U 表示光子被囚禁原子腔反射操作, H 表示对光子进行 Hadamard 变换, 两个腔中的原子均处于 $|\varphi\rangle_{atom} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ 态。

Fig.3.3.3 Schematic operation on the photon. U depicts the reflected of the photon by the cavity trapping an atom, H describes the Hadamard operation on the photon, the state of atoms

$$\text{trapped in the cavity is } |\varphi\rangle_{atom} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle).$$

三、光子 GHZ 态分析器的构造

三光子 GHZ 态为:

$$|\Phi_1^{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|LLL\rangle \pm |RRR\rangle)_{123}, \quad (3.3.13)$$

$$|\Phi_2^{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|RLL\rangle \pm |LRR\rangle)_{123}, \quad (3.3.14)$$

$$|\Phi_3^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|LRL\rangle \pm |RLR\rangle)_{123}, \quad (3.3.15)$$

$$|\Phi_4^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|LLR\rangle \pm |RRL\rangle)_{123}. \quad (3.3.16)$$

如何识别上述八个态呢？

(i) 首先让光子 1 和光子 2 依次进入光腔 (如图 3.3.1) 并反射, 然后对原子实施 Hadamard 变换, 再测量原子态。如果测量结果为 $|0\rangle$, 则三光子的态为 $|\Phi_2^\pm\rangle$ 或 $|\Phi_3^\pm\rangle$ 中的一个; 如果测量结果为 $|1\rangle$, 则三光子的态为 $|\Phi_1^\pm\rangle$ 或 $|\Phi_4^\pm\rangle$ 中的一个, 即可将 $\{|\Phi_1^\pm\rangle, |\Phi_4^\pm\rangle\}$ 与 $\{|\Phi_2^\pm\rangle, |\Phi_3^\pm\rangle\}$ 区分开来。

(ii) 其次, 再让光子 1 和光子 3 经历步骤 (i), 如果测得原子态为 $|0\rangle$, 则三光子的态为 $|\Phi_2^\pm\rangle$ 或 $|\Phi_4^\pm\rangle$ 中的一个; 如果测得原子态为 $|1\rangle$, 则三光子的态为 $|\Phi_1^\pm\rangle$ 或 $|\Phi_3^\pm\rangle$ 中的一个。至此, 我们已经把八个 GHZ 态分成了 $\{|\Phi_1^\pm\rangle\}$ 、 $\{|\Phi_2^\pm\rangle\}$ 、 $\{|\Phi_3^\pm\rangle\}$ 和 $\{|\Phi_4^\pm\rangle\}$ 四组。

经上述两个步骤后, 三光子态 $|\Phi_1^\pm\rangle$ 和 $|\Phi_2^\pm\rangle$ 没有发生变化, 但 $|\Phi_3^\pm\rangle \rightarrow |\Phi_3^\mp\rangle$, $|\Phi_4^\pm\rangle \rightarrow |\Phi_4^\mp\rangle$ 。为后面测量的需要, 三光子态需还原为初始态, 这可通过让光子 1 和光子 2、光子 1 和光子 3 分别被囚禁有原子态 $|\varphi\rangle_{atom} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \pm |1\rangle)$ 的光腔反射即可实现。

(iii) 接着, 为了识别 $|\Phi_i^+\rangle$ 与 $|\Phi_i^-\rangle$ ($i=1, 2, 3, 4$), 对三个光子实施 Hadamard 变换, 则态 (13) — (16) 变为

$$|\Phi_1'^+\rangle = \frac{1}{2}(|LLL\rangle + |LRR\rangle + |RRL\rangle + |RLR\rangle)$$

$$|\Phi_1'^-\rangle = \frac{1}{2}(|LLR\rangle + |LRL\rangle + |RLL\rangle + |RRR\rangle)$$

$$|\Phi_2'^+\rangle = \frac{1}{2}(|LLL\rangle + |LRR\rangle - |RLR\rangle - |RRL\rangle)$$

$$|\Phi_2'^-\rangle = \frac{1}{2}(|LLR\rangle + |LRL\rangle - |RLL\rangle - |RRR\rangle)$$

$$|\Phi_3^+\rangle = \frac{1}{2}(|LLL\rangle - |LRR\rangle + |RLR\rangle - |RRL\rangle)$$

$$|\Phi_3^-\rangle = \frac{1}{2}(|LLR\rangle - |LRL\rangle + |RLL\rangle - |RRR\rangle)$$

$$|\Phi_4^+\rangle = \frac{1}{2}(|LLL\rangle - |LRR\rangle - |RLR\rangle + |RRL\rangle)$$

$$|\Phi_4^-\rangle = \frac{1}{2}(-|LLR\rangle + |LRL\rangle + |RLL\rangle - |RRR\rangle)$$

然后让三个光子依次输入光腔并反射，此时原子及光腔组成系统的态演化为

$$|\Phi_1^{*+}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)(-|LLL\rangle + |LRR\rangle + |RRL\rangle + |RLR\rangle) \quad (3.3.17)$$

$$|\Phi_1^{*-}\rangle = \frac{i}{2\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)(|LLR\rangle + |LRL\rangle + |RLL\rangle - |RRR\rangle) \quad (3.3.18)$$

$$|\Phi_2^{*+}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)(-|LLL\rangle + |LRR\rangle - |RLR\rangle - |RRL\rangle) \quad (3.3.19)$$

$$|\Phi_2^{*-}\rangle = \frac{i}{2\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)(|LLR\rangle + |LRL\rangle - |RLL\rangle + |RRR\rangle) \quad (3.3.20)$$

$$|\Phi_3^{*+}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)(-|LLL\rangle - |LRR\rangle + |RLR\rangle - |RRL\rangle) \quad (3.3.21)$$

$$|\Phi_3^{*-}\rangle = \frac{i}{2\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)(|LLR\rangle - |LRL\rangle + |RLL\rangle + |RRR\rangle) \quad (3.3.22)$$

$$|\Phi_4^{*+}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)(-|LLL\rangle - |LRR\rangle - |RLR\rangle + |RRL\rangle) \quad (3.3.23)$$

$$|\Phi_4^{*-}\rangle = \frac{i}{2\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)(-|LLR\rangle + |LRL\rangle + |RLL\rangle + |RRR\rangle) \quad (3.3.24)$$

最后，在基 $\left\{ |+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle), |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle) \right\}$ 上测量原子态。若测量结果

为 $|+\rangle$ ，则说明三光子初始时处于态 $|\Phi_i^+\rangle$ ；若测量结果为 $|-\rangle$ ，则说明三光子初始时处于态 $|\Phi_i^-\rangle$ 。这样，就实现了 GHZ 态的完全识别。原子态的三次测量结果和 GHZ 态之间的对应关系如表 4 所示：

表 4 原子态的三次测量结果和 GHZ 态之间的对应关系

量子态	$ \Phi_1^+\rangle$	$ \Phi_1^-\rangle$	$ \Phi_2^+\rangle$	$ \Phi_2^-\rangle$	$ \Phi_3^+\rangle$	$ \Phi_3^-\rangle$	$ \Phi_4^+\rangle$	$ \Phi_4^-\rangle$
1	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$
2	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$
3	$ +\rangle$	$ -\rangle$						

经上述三个步骤后，尽管已实现了 GHZ 态的完全识别，但从式 (3.3.17) — (3.3.24) 可以看出，三光子 GHZ 态已被破坏。不过，只要对上述方案作一点修正，即让三个光子再依次输入光腔并反射，然后对三个光子实施 Hadamard 变换，即可实现 GHZ 态的完全且非破坏地识别。该方案可拓展去实现 N 光子 GHZ 态的完全识别。

四、讨论与总结

利用由囚禁原子泄漏光腔的输入输出过程所产生的法拉第旋转，成功构造了完全且非破坏的 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器。这些方案成功的关键是方程 (3.3.5) 要成立，这就要求 κ 需足够大，使得 $\langle\sigma_z\rangle = -1$ ，即在低品质光腔中就可实现，文献^[52]的数值计算已证实了这一点。同时，由方程 (3.3.5) 可知， g 值不需要很大。因而，与之前的文献^[12, 43, 53-54]比较，现在的方案不需要强耦合条件，对腔品质的要求大大降低，在目前的实验条件下更容易实现。

第四章 结论

量子信息科学是将量子力学应用于信息科学的一门新兴的交叉学科。量子纠缠作为量子力学最基本的特征之一，在量子信息科学中占据极其重要的地位，比如在量子密码，量子计算，隐形传态中等量子纠缠有着广泛和重要的应用，是量子态传送和量子通讯中重要的物理资源。目前，人们普遍认为腔 QED 是实现量子信息处理有前途的物理系统之一。因而，基于腔 QED 系统，本文主要研究如何利用腔泄漏技术制备相干光的纠缠态，包括相干光的 GHZ 态和 Cluster 态以及如何利用腔泄漏和法拉第旋转构造光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器。

首先，论述了基于腔的输入输出过程，利用囚禁原子的双边泄漏腔对相干光反射这个基本模型，制备相干光的纠缠态，包括相干光的 GHZ 态和 Cluster。该方案的优点是所使用的腔为双边泄漏腔，在当今的实验条件下更容易做到；另外，我们也不需要腔场的强耦合条件。

其次，论述了如何在腔 QED 中构造光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器，实现光子 Bell 态和 GHZ 态的非破坏性测量。我们分别利用腔泄漏和法拉第旋转成功构造光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器，第一个方案的优点是不要求强耦合条件，且允许耦合系数 g 在一定范围内变化；即使不满足 Lamb-Dicke 极限条件，输出场仍然具有很高的保真度，同时对原子自发辐射等量子噪声有较强的抗干扰能力。第二个方案讨论了如何在低品质腔中构造非破坏的光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器。

尽管我们在纠缠态的完全区分以及制备方面取得了一些成果，但是如何将这些成果付诸于实践，有待我们进行更深入地研究和不懈地努力。

参考文献

- [1] Yuriy Makhlin, Gerd Schön and Alexander Shnirman, Quantum-state engineering with Josephson-junction devices. *Reviews of Modern Physics*, 2001, 73: 357-400
- [2] Philip Walther, et al., Experimental Violation of a Cluster State Bell Inequality. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, 95: 020403
- [3] T. P. Bodiya and L.-M. Duan, Scalable Generation of Graph-State Entanglement Through Realistic Linear Optics. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, 97: 143601
- [4] XuBo Zou, K. Pahlke, and W. Mathis, Conditional generation of the Greenberger-Horne-Zeilinger state of four distant atoms via cavity decay. *Phys. Rev. A*, 2003, 68: 024302
- [5] Shi-Biao Zheng and Guang-Can Guo, Efficient Scheme for Two-Atom Entanglement and Quantum Information Processing in Cavity QED. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 85: 2392-2395
- [6] Michael A. Nielsen, Optical Quantum Computation Using Cluster States. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, 93: 040503
- [7] M. Paternostro and M. S. Kim, Generation of entangled coherent states via cross-phase-modulation in a double electromagnetically induced transparency regime. *Phys. Rev. A*, 2003, 67: 023811
- [8] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete. *Phys. Rev.*, 1935, 47: 777-780
- [9] C. H. Bennett et al., Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, 70, 1895-1899
- [10] C. H. Bennett and S. J. Wiesner. Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, 69: 2881-2884
- [11] 林秀敏, 2005, 中国科学技术大学博士学位论文。
- [12] L. M. Duan and H. J. Kimble, Scalable Photonic Quantum Computation through Cavity-Assisted Interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, 92 : 127902
- [13] D. F. Walls and G. J. Milburn, *Quantum Optics*. 世界图书出版社, 1994: 121-127

- [14]C.W Gardiner, P Zoller. Quantum Noise. Springer-Verlag (第二版), 2000: 148-156
- [15]L.-M. Duan, A. Kuzmich, and H. J. Kimble, Cavity QED and quantum-information processing with "hot" trapped atoms. Phys. Rev. A, 2003, 67: 032305
- [16]C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, and D. J. Wineland, A "Schrödinger Cat" Superposition State of an Atom. Science, 1996, 272: 1131
- [17]V. Buzek, A. Vidiella-Barranco, and P. L. Knight, Superpositions of coherent states: Squeezing and dissipation. Phys. Rev. A, 1992, 45: 6570-6585
- [18]T. C. Ralph, A. Gilchrist, G. J. Milburn, W. J. Munro, and S. Glancy, Quantum computation with optical coherent states. Phys. Rev. A, 2003, 68: 042319
- [19]H. Jeong, M. S. Kim, and J. Lee, Quantum-information processing for a coherent superposition state via a mixedentangled coherent channel. Phys. Rev. A, 2001, 64: 052308
- [20]S. J. van Enk and O. Hirota, Entangled coherent states: Teleportation and decoherence. Phys. Rev. A, 2001, 64: 022313
- [21]S. Glancy, H. M. Vasconcelos, and T. C. Ralph, Transmission of optical coherent-state qubits. Phys. Rev. A, 2004, 70, 022317
- [22] S. J. van Enk, Entanglement Capabilities in Infinite Dimensions: Multidimensional Entangled Coherent States. Phys. Rev. Lett., 2003, 91: 017902
- [23] K. M. Gheri and H. Ritsch, Single-atom quantum gate for light. Phys. Rev. A., 1997, 56: 3187-3190
- [24]S. Song, C. M. Caves, and B. Yurke, Generation of superpositions of classically distinguishable quantum states from optical back-action evasion. Phys. Rev. A, 1990, 41: 5261-5264
- [25]A. P. Lund, H. Jeong, T. C. Ralph, and M. S. Kim, Conditional production of superpositions of coherent states with inefficient photon detection. Phys. Rev. A, 2004, 70: 020101
- [26] B. Wang, L.-M. Duan. Engineering superpositions of coherent states in coherent optical pulses through cavity-assisted interaction. Phys. Rev. A, 2005,72: 022320
- [27]C.A. Fuchs, Nonorthogonal Quantum States Maximize Classical Information Capacity. Phys. Rev. Lett.,1997, 79: 1162-1165

- [28]X. G. Wang and B. C. Sanders, Multipartite entangled coherent states. *Phys. Rev. A*,2001, 65: 012303
- [29]C. C. Gerry, Generation of Schrödinger cats and entangled coherent states in the motion of a trapped ion by a dispersive interaction. *Phys. Rev. A*,1997, 55: 2478-2481
- [30]S. J. van Enk, Entanglement Capabilities in Infinite Dimensions: Multidimensional Entangled Coherent States. *Phys. Rev. Lett.*,2003, 91: 017902
- [31]K.-H. Song¹, W.-J. Zhang¹ and G.-C. Guo, Proposal for preparing entangled coherent states using atom-cavity-mode Raman interaction. *Eur. Phys. J. D*,2002, 19: 267-269
- [32]B. Wang, L.-M. Duan, Implementation of controlled SWAP gates for quantum fingerprinting and photonic quantum computation. *Phys. Rev. A*, 2007, 75: 050304
- [33]M. Żukowski et al., "Event-ready-detectors" Bell experiment via entanglement swapping. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, 71: 4287
- [34]M. A. Nielsen, Quantum computation by measurement and quantum memory *Phys. Lett. A*, 2003, 308: 96-100
- [35]R. Raussendorf and H.J. Briegel, A One-Way Quantum Computer. *Phys. Rev. Lett.*,2001, 86: 5188-5191
- [36]C.H. Bennett et al., Mixed-state entanglement and quantum error correction. *Phys. Rev. A*,1996, 54: 3824-3851
- [37]J. Calsamiglia J and N. Lütkenhaus, Maximum efficiency of a linear-optical Bell-state analyzer. *Appl. Phys. B*,2001, 72: 67-71
- [38]J.W. Pan and A. Zeilinger, Greenberger-Horne-Zeilinger-state analyzer. *Phys. Rev. A*,1998, 57: 2208-2211
- [39]S.D. Barrett, et al., Symmetry analyzer for nondestructive Bell-state detection using weak nonlinearities. *Phys. Rev. A*,2005, 71: 060302
- [40] G.S. Agarwal, Vacuum-Field Rabi Splittings in Microwave Absorption by Rydberg Atoms in a Cavity. *Phys. Rev. Lett.*,1984, 53: 1732-1734
- [41]P. Xue, Y.F. Xiao, Universal Quantum Computation in Decoherence-Free Subspace with Neutral Atoms. *Phys. Rev. Lett.*,2006, 97: 140501
- [42]J. Cho and H.W. Lee, Generation of Atomic Cluster States through the Cavity Input-Output Process. *Phys. Rev. Lett.*,2005, 95: 160501

- [43] Y.F. Xiao et al., Realizing quantum controlled phase flip through cavity QED. *Phys. Rev. A*, 2005, 70: 042314
- [44] F. Zhou, Y.S. Zhang, G.C. Guo, *Phys. Rev. A*, 2005, 71: 064302.
- [45] X.M. Lin, Z.W. Zhou, M.Y. Ye, Y.F. Xiao, G.C. Guo, One-step implementation of a multiqubit controlled-phase-flip gate. *Phys. Rev. A*, 2006, 73: 012323
- [46] X.M. Lin, P. Xue, M.Y. Chen, Z.H. Chen, X.H. Li, Scalable preparation of multiple-particle entangled states via the cavity input-output process. *Phys. Rev. A*, 2006, 74: 052339
- [47] D.F. Walls, G.J. Milburn, *Quantum Optics*, Springer Verlag, Berlin, 1994, 121-127
- [48] C.W. Gardiner, P. Zoller, *Quantum Noise*, Springer, New York, 1991, 148-150
- [49] X.M. Lin, Z.W. Zhou, G.C. Guo, Generation of polarization-entangled photon pairs through cavity-assisted interaction. *Phys. Lett. A*, 2006, 348: 299-303
- [50] L. Quiroga, N.F. Johnson, Entangled Bell and Greenberger-Horne-Zeilinger States of Excitons in Coupled Quantum Dots. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, 83: 2270-2273
- [51] P. Maunz, T. Puppe, I. Schuster, N. Syassen, P.W.H. Pinkse, G. Rempe, Normal-Mode Spectroscopy of a Single-Bound-Atom-Cavity System. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, 94: 033002
- [52] An J H, Feng M, Oh C H, Quantum-information processing with a single photon by an input-output process with respect to low- Q cavities. *Phys. Rev. A*, 2009, 79: 032303
- [53] X.H. Huang et al., Generation of atomic Greenberger-Horne-Zeilinger states and cluster states through cavity-assisted interaction *Chin. Phys. B*, 2008, 17: 4382-4387
- [54] G.W. Lin et al., Generation of multiple-particle cluster state via cavity QED. *Chin. Phys. B*, 2008, 17: 64-69

攻读学位期间承担的科研任务与主要成果

一、参与的科研课题；

1. 国家自然科学基金项目：基于腔 QED 的光子量子通讯和量子计算的有效实现 (60878059)
2. 国家自然科学基金“理论物理专款”项目：量子通信理论中的退耦合方法 (10947147)
3. 国家自然科学基金项目：利用腔泄漏消相干效应实现量子计算 (10574022)
4. 福建省自然科学基金重点项目：基于腔 QED 获取光子间非线性相互作用及探讨其在量子信息技术中的应用 (2007J0002)

二、主要研究成果

1. **Chen Xiao-Dong** (陈晓东), **Gu Yong-Jian**, **Liang Hong-Hui**, **Ni Bin-Bin**, **Lin Xiu-Min**, Generation of entangled coherent states through cavity-assisted interaction, *Chinese physics B* 2010,19, 4, 040310
2. 陈晓东, 肖邵军, 顾永建, 林秀敏, 基于法拉第旋转构造光子 Bell 态分析器和 GHZ 态分析器, *物理学报* 2010, 59, 8, 77
3. **Xiu-Min Lin**, **Zhi-Hua Chen**, **Gong-Wei Lin**, **Xiao-Dong Chen** (陈晓东), **Bin-Bin Ni**, Optical Bell state and Greenberger–Horne–Zeilinger-state analyzers through the cavity input–output process, *Optics Communications* 2009, 282, 3371
4. **Ni Bin-Bin**, **Gu Yong-Jian**, **Chen Xiao-dong** (陈晓东), **Lin Hong-Hui**, **Lin Xiu**, **Lin Xiu-Min**. Generation of GHZ state and cluster state with atomic ensembles via the dipole blockade mechanism, *Chinese physics B* (已录用)
5. 倪彬彬, 陈晓东, 梁鸿辉, 林秀, 林秀敏, 利用偶极封锁实现量子态转移和量子交换门, *福建师大学报* 2010, 5, 36-39

致 谢

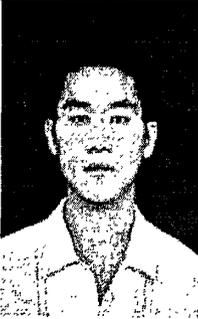
在此论文完成之际，谨向我的恩师林秀敏教授致以最诚挚的感谢和最崇高的敬意！林老师渊博的专业知识，严谨的治学态度，务实忘我的工作作风使我终生受益。三年来，林老师在学业上对我的悉心指导，生活上慈母般的关心和照顾，常让我心生感动！临别之际，衷心地祝福林老师一生平安幸福！

感谢黄志高教授、李洪才教授、李兴华副教授、叶明勇博士、林秀老师、陈志华老师、黄志平老师等在学习中给予我热情的支持与教导！

感谢我的同窗，特别是林功伟师兄和陈立波师兄在我的学习过程中的帮助！同时，感谢同届同学刘秉扬、白继博、卢可成、梁鸿辉、倪彬彬、范必强等在学习上的交流讨论和生活上的帮助！

最后，我要特别感谢我的母亲、姐姐、姐夫一直以来对我无微不至的关怀和支持！没有他们的付出，就没有我今天取得的成绩！由衷感谢我的女朋友陈慧彬在学习过程中的支持和鼓励！感谢我的可爱的外甥女、外甥为家庭带来的喜悦！谨以此文献给我的父亲。

个人简历



陈晓东，男，汉族，1985年12月12日出生于福建省泉州市惠安县，2007年7月毕业于漳州师范学院物理系，获理学学士学位。同年9月，考取福建师范大学理论物理专业研究生，研究方向为量子光学和量子信息，将于2008年7月毕业。攻读硕士学位期间，在林秀敏教授的精心指导下，参与了多项国家自然科学基金项目和福建省自然科学基金项目的研究，在 *Optics Communications*, *Chinese physics B* 和物理学报刊物上共发表了5篇论文，其中第一作者2篇。

福建师范大学硕士学位论文独创性和使用授权声明

本人（姓名）陈晓东 学号 20070758 专业 理论物理 所呈交的硕士学位论文（论文题目：基于泄漏光腔系统制备量子态和构造纠缠态分析器）是本人在导师指导下，独立进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除论文中已特别标明引用和致谢的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对本论文的研究工作做出贡献的个人或集体，均已在论文中作了明确说明并表示谢意，由此产生的一切法律结果均由本人承担。

本人完全了解福建师范大学有关保留、使用学位论文的规定，即：福建师范大学有权保留本硕士学位论文（含纸质版和电子版），并允许论文被查阅和借阅；本人授权福建师范大学可以将本硕士学位论文的全部或部分内容采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编和出版本硕士学位论文，并按国家有关规定，向有关部门或机构（如国家图书馆、中国科学技术信息研究所和中国学术期刊光盘版电子杂志社等）送交本硕士学位论文（含纸质版和电子版）。

（保密的硕士学位论文在解密后亦遵守本声明）

学位论文作者签字：



指导教师签字：



签字日期：2010 年 6 月 11 日

签字日期：2010 年 6 月 11 日

