

数 学

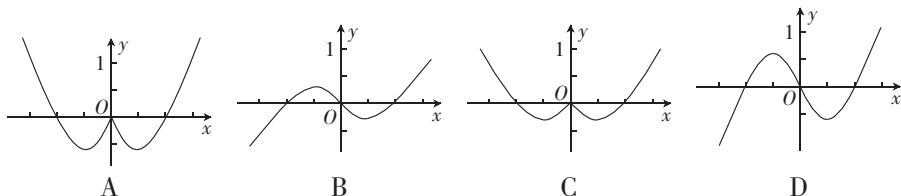
考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：人教版必修 1 第一、二章。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $S = \{-1, 0, 2, 3, 5\}$, $T = \{x | 2^x < 8\}$, 则 $S \cap T =$
 - A. $\{3, 5\}$
 - B. $\{-1, 0, 2\}$
 - C. $\{0, 2\}$
 - D. $(-\infty, 3)$
2. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{\lg x - 1}$ 的定义域是
 - A. $[3, +\infty)$
 - B. $(10, +\infty)$
 - C. $(3, 10) \cup (10, +\infty)$
 - D. $[3, 10) \cup (10, +\infty)$
3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \in (-\infty, 1] \\ \ln x, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$, 则 $f(f(e))$ 的值为
 - A. 3
 - B. 2
 - C. 1
 - D. $\ln(e^2 + 1)$
4. 若函数 $f(x) = |x - a|$ 在区间 $(2019, +\infty)$ 上单调递增，则实数 a 的取值范围是
 - A. $[2019, +\infty)$
 - B. $(-\infty, 2019)$
 - C. $(2019, +\infty)$
 - D. $(-\infty, 2019]$
5. 若 $0 < m < n$, 则下列结论正确的是
 - A. $3^m > 3^n$
 - B. $\left(\frac{1}{2}\right)^m < \left(\frac{1}{2}\right)^n$
 - C. $\log_{\frac{1}{2}} m > \log_{\frac{1}{2}} n$
 - D. $\log_3 m > \log_3 n$
6. 若函数 $f(x) = \lg(10^x + 1) + ax$ 是偶函数，则实数 a 的值是
 - A. $\frac{1}{2}$
 - B. 1
 - C. $-\frac{1}{2}$
 - D. -1

7. 函数 $f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 + 1}$ 的图象大致为



8. 若函数 $y = 2^{ax^2 - 4x}$ 在 $[-2, +\infty)$ 上为减函数, 则 a 的取值范围为

- A. $[-1, 0]$
- B. $(-\infty, -1] \cup \{0\}$
- C. $(-1, 0]$
- D. $[-1, 2]$

9. 已知函数 $f(x) = \log_3(\sqrt{3+3x^2} + \sqrt{3}x) - 3$, 若 $f(a) = -1$, 则 $f(-a) =$

- A. -7
- B. -6
- C. -5
- D. -4

10. 已知定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 且 $f(2) = 0$, 则满足不等式 $\frac{f(x)}{x} > 0$ 的 x 的取值范围为

- A. $(0, 2)$
- B. $(2, +\infty)$
- C. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$
- D. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

11. 设函数 $f(x) = |\ln x|$ 与 $g(x) = -x^2 + 10x + 1$ 在区间 $(a, a+2)$ 上均为增函数, 则 a 的取值范围为

- A. $(1, 3)$
- B. $[1, 3]$
- C. $(1, 4)$
- D. $[1, 4]$

12. 若函数 $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x, & x < 1, \\ a + \left(\frac{1}{4}\right)^x, & x \geq 1 \end{cases}$ 的值域为 $(a, +\infty)$, 则 a 的取值范围为

- A. $\left[\frac{1}{4}, +\infty\right)$
- B. $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$
- C. $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$
- D. $\left(\frac{1}{4}, 1\right]$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 观察下表:

x	-3	-2	-1	1	2	3
$f(x)$	4	1	-1	-3	3	5
$g(x)$	1	4	2	3	-2	-4

则 $f(g(-3)) - f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 若幂函数 $f(x)$ 的图象过点 $(2, \sqrt{2})$, 则 $f(100) = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 某产品的总成本 y (万元) 与产量 x (台) 之间的函数关系式为 $y = 0.5 \times 2^{\sqrt{x+2}} + 5x$, 若每台产品的售价为 8 万元, 则当产量为 7 台时, 生产者获得的利润为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 万元.

16. 若 $2^{2x} < 2a^{x+1}$ 对任意的 $x \in [0, 1]$ 成立, 则正实数 a 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

计算:(1) $(-2019)^0 + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$;

(2) $\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{27} + \lg 25 + \lg 4 - 2018^{\log_2 018^2}$.

18. (本小题满分 12 分)

已知集合 $A = \{x | 3 \leq 3^x \leq 27\}$, $B = \{x | \log_2 x > 4\}$.

(1)若 $m \in A$,求实数 m 的取值范围;

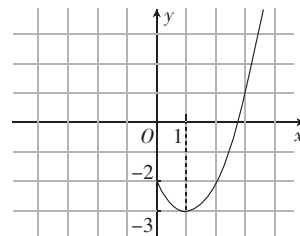
(2)若全集 $U = \mathbf{R}$,求 $(\complement_U A) \cup B$.

19. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数,当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 + ax + b$ 的部分图象如图所示.

(1)求 $f(x)$ 的解析式;

(2)在网格上将 $f(x)$ 的图象补充完整,并根据 $f(x)$ 图象写出不等式 $f(x) \geq 1$ 的解集.



20. (本小题满分 12 分)

$$\text{已知函数 } f(x) = \frac{\ln(2-|x|)}{|x+2|-2}.$$

- (1) 讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性;
- (2) 求满足 $f(x) \geq 0$ 的实数 x 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

$$\text{已知定义域为 } \mathbf{R} \text{ 的函数 } f(x) = \frac{a \cdot 3^x + a + 1}{3^x + 1} (a \in \mathbf{R}) \text{ 是奇函数.}$$

- (1) 求 a 的值, 并判断 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 已知 $m > 0$, 且 $m \neq 1$, 不等式 $f\left(\log_m \frac{3}{4}\right) + f\left(-\frac{1}{2}\right) > 4f(1) + 1$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

$$\text{已知函数 } f(x) = x^2 - 2tx + t^2 - 6t + 1 \left(x \in \left[-\frac{1}{2}, 1\right]\right), \text{ 其最小值为 } g(t).$$

- (1) 求 $g(t)$ 的表达式;
- (2) 当 $t > 1$ 时, 是否存在 $k \in \mathbf{R}$, 使关于 t 的不等式 $g(t) < kt$ 有且仅有一个正整数解, 若存在, 求实数 k 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.