

# **The Researches on Control and Synchronization of the Chaotic Systems**

Power electronic and power drive

**Master: Wang lei     Tutor: Wei Jincheng**

Control and synchronization of the chaotic systems are always the focuses and forefront projects in academic research. This thesis is concerned with problem of chaos control and synchronization. We study the mechanisms of generating chaos and methods of chaos control with respect to a changed chua's circuits based on the characteristics of these systems. Better results are obtained.

At first, according to the actuality and development tide of domestic and foreign research, systematic review is presented the development history of chaos control and synchronization, chaos definition and its characters. The introduction illustrates some common approaches related with the research of the chaotic system.

At last, Putting forward a kind of new changed Chua's circuit, and carrying on the simulation study of dynamic behavior in the changed Chua's circuit synchronization is realized by the method of P-C. The result is showed by the simulation.

**Key words:** chaos; control; synchronization; secure communication

## 申明

本人申明所提交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得西华大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

本学位论文成果是本人在西华大学读书期间在导师指导下取得的，论文成果归西华大学所有，特此申明。

作者签字: 王磊 2007年6月3日

导师签字: 魏剑 2007年6月3日

## 第一章 绪论

### 1.1 混沌理论发展概述

在自然界中，诸如物理、化学、生物学、地学以及技术科学、社会科学等各种科学领域中均已发现混沌现象的存在，有人认为这是上世纪继相对论、量子论之后的第三大科学发现<sup>[1-3]</sup>。

混沌运动的基本特征是运动轨道的不确定性，表现为对初值的敏感依赖性，或对小扰动的极端敏感性。精确地放在一个小山顶上的球是不确定状态的一个例子，任何方向的随机偏离都会使它永远脱离这个状态。对于不确定性周期轨道，如果系统严格的处于轨道上，则它会永远地留在这条轨道中。但由于相对于这条轨道的极小偏差是随时间指数倍增长的，系统将会很快离开这条轨道。在一个具有无穷多不稳定周期轨道的集合上，这种不稳定性使的这些周期轨道不可能被观察到，人们看到的是一种奇怪的似乎随机的跳动，称之为混沌轨道。这种轨道有较小的机会靠近某一特定的不稳定性周期轨道，并且近似地在这个周期轨道附近保持几个周期，然后就很快地离开。

对初值的极端敏感性又常被称为蝴蝶效应。人们曾认定它是一种“麻烦”的性质，曾有一段很长的时间内人们相信混沌运动既是不可预报的，又是不可控制的。因此，在实践中总是希一望避免混沌这种“有害”的现象，亦即在几乎所有的工程设计中都把目标放在消除系统中的任何混沌行为。

第一个对此持不同观点的是 John Von Neumann，他在 1950 年左右曾指出<sup>[4]</sup>：很小的，仔细选择的，有计划的大气扰动，经过一段时间后，可以在一个大尺度范围内引发可预期的变化。

七十年代是混沌科学发展史上光辉灿烂的年代。1971 年，Ruelle D.和 Takens F.提出了奇异吸引子的概念；1975 年华人学者李天岩和美国数学家 Yorke J.A.在《America Mathematics》杂志上发表了“周期三意味着混沌”

的著名论文<sup>[9]</sup>，给出了闭区间上连续自映射的混沌定义，深刻揭示了从有序到混沌的演变过程：也正是在这篇论文中，他们首先使用了“Chaos”这个名词，并被后来的学者普遍接受。1976年，美国生物学家 May R.M.在《Nature》杂志上发表了“具有极复杂动力学的简单数学模型”一文，它向人们表明了混沌中的惊人信息，即简单的确定论数学模型竟然也可以产生看似随机的行为，1977年，第一次国际混沌会议在意大利召开，标志着混沌科学的诞生。1978年，美国物理学家 Feigenbaum M.J.在《Journal of the Statistical Physics》杂志上发表了题为“一类非线性变换的定量普适性”的论文，因发现了倍周期分叉通向混沌的两个普适性常数而轰动世界：这是一个了不起的发现，具有里程碑的意义，正是关于普适性的研究确定了混沌科学的坚固地位。在六、七十年代这一时期中做出重要贡献的还有 Arnold V.I.、Samle S.、Melnikov V. K.、Kolmogorov A. N.和 Mosey J.等学者。

进入八十年代，关于混沌的研究得到了进一步发展。1980年，美国数学家 Mandelbrot B.B.用计算机绘出了第一张 Mandelbrot 集的图像。后来，德国教授 Peitgen H.O.和 Richter P.H.共同研究分形流域的边界，做出了绚丽无比、精美绝伦的混沌图像，使混沌图像成为精制的艺术品，拓展了混沌科学的一个重要领域。从那时起，Mandelbrot 集便成为混沌的一种国际标志。1983年，加拿大物理学家 Grassberger P.在《Physics》杂志上发表了著名论文“计算奇异吸引子的奇异程度”，开创了计算时间序列维数的热潮。1984年，中国著名混沌学家郝柏林编辑的《Chaos》一书在新加坡出版。1986年，中国第一届混沌会议在桂林召开，为我国广泛开展混沌科学研究起到了促进作用。同年，中国学者徐京华在世界上第一个提出了三种神经细胞的复合网络，并证明了其中混沌的存在。

到了九十年代，混沌理论与其它科学广泛渗透，它包括哲学、数学、物理、化学、信息科学、天文学、气象学、经济学，乃至音乐、艺术等领域。

## 1.2 混沌同步控制理论概述

长期以来, 由于混沌的奇异特性, 特别是对初始条件极其微小变化的高度敏感性及由此产生的不稳定性, 使得人们一直认为混沌是难于驾驭的, 不可控的, 在设计系统时也总是尽量避免出现混沌, 所以混沌控制理论也一直没有被深入的探讨过。直到上世纪 90 年代, 美国的海军实验室的学者 Pecora 和 Carroll 提出混沌同步原理, 并且分别在带状磁弹体和电子线路中得到验证, 由此揭开了混沌控制研究的序幕, 各种控制混沌的方法也如雨后春笋般涌现出来。

经过十多年的发展, 混沌同步领域提出了不少的方法。目前提出的几种混沌同步方法有: 驱动—响应同步法、主动—被动同步法、耦合同步法、误差反馈同步法、自适应同步法、脉冲同步法<sup>[10]</sup>等等。

Pecora 和 Carroll 最早所提出的驱动—响应同步法, 其前提是原系统能分解为两个特定的子系统, 其中一个子系统在适当的变量驱动下, 具有负的条件 Lyapunov 指数, 然而对于许多实际系统, 不一定满足这样的条件。相比之下 Kocarev 和 Parlitz 所提出的主动—被动同步法非常灵活, 它可以不受限制地选择驱动信号的函数, 而且由于外部信息信号介入混沌系统的振荡, 使得发送信号不同于无信息信号时纯粹的混沌信号, 这就导致基于预测与重建的破译方法失效, 因而提高了保密性。耦合同步法的鲁棒性较好, 在蔡氏电路上作的实验较多, 但理论上系统性的研究尚缺乏, 因此这种方法目前缺乏一个一般性的结论。误差反馈同步法鲁棒性较好, 理论上简单明了, 实际中易于实现, 因而具有一定的应用价值。从控制论的角度看, 驱动—响应同步法之所以鲁棒性较差, 是因为其属于开环状态估计, 而开环状态估计对于噪声及参数失配较敏感; 误差反馈同步法之所以鲁棒性较好, 乃是因为它属于渐近状态估计, 并且其噪声性能还可以通过对误差信号滤波而得以改进。自适应同步方法是很有吸引力的一种同步方法。自适应控制方法是电子学领域中应用很广泛的方法, 有着较成熟的理论和应用基础。自适应控制混沌同步的选择余地很大, 可以选择控制系统中每一个的参数, 可以选择不同的控制函数, 因而如果把它运用到混沌通信上, 保密性能会是较强的。难点在于如何选择自适应控制函数, 如果选择稍复

杂的控制函数，性能会提高，但也使系统的复杂性增加，不易掌握。而怎样才能建立起比较理想而且容易实现的自适应控制函数，需要理论上的进一步推导、论证。脉冲同步方法也是很有前途的一种混沌同步方法。它与众不同之处在于它传送的是一种不完全的混沌信号，也就是说把驱动混沌信号化为一个个脉冲就可以使响应系统同步。这似乎是难以理解，因为按照一般的想法，驱动信号如果发生变化，很可能会失去同步。实际上，如果取样脉冲频率达到了要求，依然可以较好的实现同步。这种脉冲同步在数字传送方面有应用前景。

进入 21 世纪后，混沌同步研究呈现出新的趋势。其一是新的同步方法不断提出，除了对已有同步方法进行改进外，主要是将先进控制理论与技术引入混沌同步研究，如模糊控制、遗传算法、状态反馈等，取得了良好的效果。其二是研究对象由连续混沌系统转向离散混沌系统，由低维一般混沌系统转向高维超混沌系统。其三是开始注意如何提高混沌同步性能方面的研究，如利用系统辨识、神经网络等技术改善同步系统性能。

到目前为止，人们对系统同步性能的研究，由于缺乏深刻的理论基础而只作定性描述，至今，尚未建立统一的同步判定标准，更没有一个完整的同步性能指标体系，所以对混沌控制和混沌同步各种方法的比较没有建立统一的评价标准，这样不仅限制了同步理论的研究，而且在实际应用方面也难有突破性进展。

### 1.3 本文所做的工作

本文主要针对混沌控制和同步进行了一些有益的探索。首先对 OGY 控制方法进行了实例算法和仿真研究，发现其不足之处。其次对一种变形蔡氏电路进行了混沌控制和同步研究，并通过仿真验证了具有良好的同步性。最后简单介绍了其在保密通讯中的应用。

## 第二章 混沌系统的动力学分析

### 2.1 混沌的定义及基本特性

#### 2.1.1 混沌的定义

由于混沌系统的奇异性和复杂性至今尚未被人们彻底了解，因此，迄今为止，学者们对混沌尚无一个统一的定义。为大多数人所接受的数学上的定义有两个，一个是 Li-Yorke 的混沌定义，它是基于混沌运动轨迹的非周期特性所作的，另一个是 Devaney 的混沌定义，它则是基于对初始条件的敏感依赖性所作的。在物理学上人们并不严格采用数学上的定义，而给出了一个普适的依赖于现象的定义。

##### 1. Li-Yorke 的混沌定义

Li-Yorke 定义是影响较大的混沌的数学定义，它是从区间映射出发进行定义的，该定义可描述如下。

Li-Yorke 定理：设  $f(x)$  是  $[a, b]$  上的连续自映射，若  $f(x)$  有 3 周期点，则对任何正整数  $n$ ， $f(x)$  有  $n$  周期点。

混沌定义(Li-Yorke)：区间  $I$  上的连续自映射  $f(x)$ ，如果满足下面的条件，便可确定它有混沌现象：

- (1)  $f$  的周期点的周期无上界，
- (2) 闭区间  $I$  上存在不可数的子集  $S \subset I$ ，使得  $\forall x, y \in S, x \neq y$  有：

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} |f^n(x) - f^n(y)| > 0$$

- (3)  $\forall x, y \in S \subset I$ ，有：

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} |f^n(x) - f^n(y)| = 0$$

- (4)  $\forall x \in S$  及  $f$  的任意周期点  $p \in I$ ，有：

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} |f^n(x) - f^n(p)| > 0$$

则称映射  $f$  是混沌的。这里  $f^n(\bullet) = f(f \cdots f(\bullet))$  表示  $n$  重函数关系。

此定义中，前两个极限说明子集的点相当分散而又相当集中，第三个极限说明子集不会趋近于任意周期点。

根据上述定理和定义，对闭区间  $I$  上的连续函数  $f(x)$ ，如果存在一个周期为 3 的周期点时，就一定存在任何正整数的周期点，即一定出现混沌现象。用李天岩的话来说，只要有周期 3，就“乱七八糟”的，什么周期都有。

该定义准确地刻画了混沌运动的几个重要特征：

- (1) 存在可数无穷多个稳定的周期轨道；
- (2) 存在不可数无穷多个稳定的非周期轨道；
- (3) 至少存在一个不稳定的非周期轨道。

## 2. Devaney 的混沌定义<sup>[14]</sup>

设  $U$  是一个度量空间， $X, Y$  是  $U$  上的任意开子集，一个连续映射  $f: U \rightarrow U$ ，如果满足：(1)  $f$  具有拓扑传递性。  $\forall X, Y \subset U$ ，存在  $k > 0$ ，使得  $f^k(X) \cap Y \neq \emptyset$ 。(2)  $f$  具有对初始条件的极端敏感性。  $\forall \varepsilon > 0$ ，对任意的  $x \in U$  存在  $\delta > 0$ ，使得在  $x$  的  $\delta$  邻域内存在  $y$  和自然数  $n$ ，有  $d(f^n(x) - f^n(y)) > \varepsilon$  成立。(3)  $f$  的周期点集  $T$  在  $U$  中稠密。即  $\forall x \in U$ ，任给  $\delta > 0$ ，都存在  $y \in T$ ，使得不等式  $|y - x| < \delta$  成立。则称为  $f$  在  $U$  上是混沌的。

以上定义也蕴涵有丰富的混沌特性：其中

(1) 混沌系统不能被细分或不能被分解为两个在  $f$  下相互影响的子系统，任一点的邻域在  $f$  的作用下都将撒遍整个度量空间  $U$ 。

(2) 混沌的映射具有不可预测性，如果初值具有一极微小的变化，在短时间内的结果还可以预测，但经过长时间的演化后，它的状态根本无法确定，既“差之毫厘，谬之千里”，这就是著名的“蝴蝶效应”。换句话说，在每个点  $x$  附近都可以找到离它很近而在  $f$  的作用下终于分道扬镳的点  $y$ 。对于这样的  $f$ ，如果用计算机计算它的轨道，任意微小的初始误差，经过多次迭代后都将导致计算结果的失败。



(3) 说明混沌映射具有不可分解性, 也就是混沌行为具有稠密的周期轨道, 其运动最终要落在混沌吸引子中, 使其呈现出多种看似混乱无序却又颇具规则的自相似图像。混沌吸引子中的运动能在一定的范围内按其自身的规律遍历每一条轨道, 既不自我重复又不自我交叉。这正是混沌的耐人寻味之处。

### 2.1.2 混沌的基本特性

混沌运动, 只出现在非线性动力学系统中, 它是既普遍又极复杂的现象, 它的定常状态不是通常概念下的确定性运动的三种状态: 静止(平衡)、周期运动和准周期运动, 而是一种始终局限在有限区域且轨道永不重复、性态复杂的运动。它有时被描述为具有无穷大周期的周期运动或貌似随机的运动等。与其他复杂现象相区别, 混沌运动有着自己独有的特征<sup>[13]</sup>, 主要有:

(1) 有界性。混沌是有界的, 它的运动轨线始终局限于一个确定的区域, 这个区域称为混沌吸引域。无论混沌系统内部多么不稳定, 它的轨线都不会走出混沌吸引域。所以从整体上来说混沌系统是稳定的。

(2) 遍历性。混沌运动在其混沌吸引域内是各态历经的, 即在有限时间内混沌轨道经过混沌区内每一个状态点。

(3) 内随机性。一定条件下, 如果系统的某个状态可能出现, 也可能不出现, 该系统被认为具有随机性。通常人们习惯于把随机性的根源归结为来自系统外部的或某些尚不清楚的原因的干扰作用, 即外随机性, 认为如果一个确定性系统(能用确定的微分方程表示), 在不受外界干扰的情况下, 其运动状态也应当是确定的, 即是可以预测的。但是对某些完全确定的系统进行数学模拟时发现, 它们能自发地产生出随机性来。天体力学中的平面三体问题就是一个著名的例子。这些发现是令人惊奇的, 在原来完全确定性的系统内部居然产生了随机性, 我们称它为内随机性。混沌常被称为自发混沌、确定性的随机性等, 它所强调的就是混沌现象产生的根源在系统自身, 而不在外部的影响。内随机性的另一方面是局部不稳定性, 一般来说, 产生混沌的系统具有内在不稳定性而整体稳定性。混沌态与有序态

的不同之处在于，它不仅具有整体稳定性，还有局部不稳定性，所谓局部不稳定性是指系统运动的某些方面(如某些维度上)的行为强烈地依赖于初始条件<sup>[14]</sup>。

(4) 分维性。混沌态具有分维性质，但其非整数维不是用来描述系统的几何外形，而是用来描述系统运动轨线在相空间中的行为特征。分维性表示混沌运动状态具有多叶、多层结构，且叶层越分越细，表现为无限层次的自相似结构。混沌系统在相空间中的运动轨线，在某个有限区域内经过无限次折叠，便构成了一个有无穷层次的自相似结构——奇怪吸引子。

(5) 普适性。混沌是一种无周期的“高级”有序运动。在研究混沌的过程中，可以发现某种标度的不变性，代替了通常的空间和时间周期性；所谓普适性，是指在趋向混沌时所表现出来的共同特征，它不依具体的系统方程或参数而变。具体体现为几个混沌普适常数，如著名的 Feigenbaum 常数等。普适性是混沌内在规律性的一种体现。

(6) 统计特征。正的 Lyapunov 指数以及连续功率谱等。Lyapunov 指数是对非线性映射产生的运动轨道相互间趋近或分离的整体效果进行的定量刻画。对于非线性映射而言，Lyapunov 指数表示  $n$  维相空间中运动轨道沿各基向量的平均指数发散率，当 Lyapunov 指数小于零时，轨道间的距离按指数消失，系统运动状态对应于周期运动或不动点；当 Lyapunov 指数大于零时，则在初始状态相邻的轨道将按指数分离，系统运动对应于混沌状态；当 Lyapunov 指数等于零时，各轨道间距离不变，迭代产生的点对应分岔点(即周期加倍的位置)。

对混沌系统而言，正的 Lyapunov 指数表明轨线在每个局部都是不稳定的，相邻轨道按指数分离。但是由于吸引子的有界性，轨道不能分离到无限远处，所以混沌轨道只能在一个局限区域内反复折叠，但又永远互不相交。形成了混沌吸引子的特殊结构。同时正的 Lyapunov 指数也表示相邻点信息量的丢失，其值越大，信息量丢失越严重，混沌程度越高<sup>[15]</sup>。

## 2.2 通向混沌的道路

混沌是非线性动力学系统在一定条件下所表现的一种运动形式，是系统处于非平衡过程中所呈现的随机行为，因此非线性是混沌产生的必要条件，但并非任何非线性系统都会产生混沌，一般认为当系统具有下列数值特征是发生了混沌：

- (1) 系统的运动轨迹为奇怪吸引子现象；
- (2) 系统运动的功率谱具有连续谱上迭加有尖峰的特点；
- (3) 系统中至少有一个李雅普诺夫 (Lyapunov) 指数  $\lambda > 0$ 。

通向混沌的道路主要有三条：倍周期分叉道路、阵发间歇道路和准周期道路<sup>[16] [17]</sup>。

### 2.2.1 倍周期分叉道路

系统运动变化的周期是一种有序状态，在一定的条件下，改变参数能使系统轨道一分为二，即周期加倍。参数继续改变，轨道的劈裂就继续发生，由二到四到八成倍周期增长，最终丧失周期而进入混沌。由于 M. Feigenbaum 发现了倍周期分叉中的标度性和普适常数，该道路又称为 Feigenbaum 道路。

例如，对一维的 Logistic 映射系统

$$x_{i+1} = \lambda x_i (1 - x_i), \quad x_i \in [0,1], \quad \lambda \in [0,4]$$

- (1) 当  $0 \leq \lambda < 1$  时，映射有一个稳定不动点  $x_1 = 0$ ，系统有周期一解。
- (2) 当  $1 \leq \lambda < 3$  时，映射有一个稳定不动点  $x_2 = 1 - 1/\lambda$ ，系统有周期一解。
- (3) 当  $3 \leq \lambda < 1 + \sqrt{6}$  时， $x_1 = 0$  和  $x_2 = 1 - 1/\lambda$  失稳，需考虑二次迭代，解二次迭代方程有 4 个不动点，其中

$$x_{3,4} = \frac{1 + \lambda \pm \sqrt{(\lambda + 1)(\lambda + 3)}}{2}$$

是稳定的，此时系统有周期二解，如此继续下去，当  $\lambda = \lambda_{\infty} = 3.5699$  时系统进入混沌态。图 2.1 给出了系统状态随参数  $\lambda$  的演化过程图。

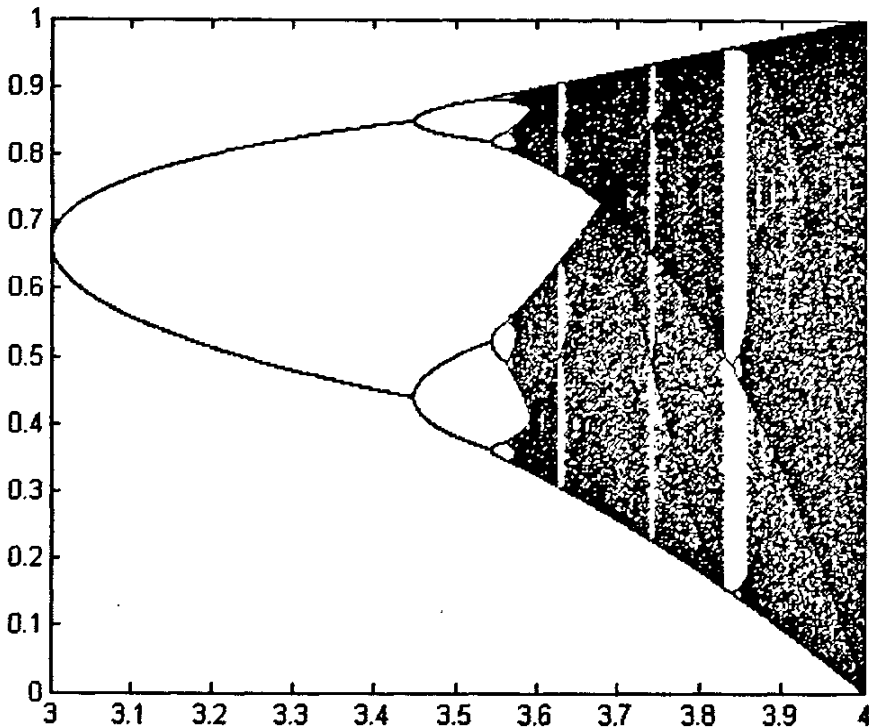


Fig. 2-1 Logistic mapping double period function to chaos

图 2-1 Logistic 映射倍周期分叉通向混沌

### 2.2.2 阵发（间隔）道路

这是由法国科学家 Y. Pomeau 和 P. Manneville 于 1980 年提出的一条通向混沌的道路，故又称 PM 类间歇道路。

阵发混沌的产生机制与切分岔密切相关。阵发混沌发生于切分岔起点之前，表现在时间行为的忽而周期、忽而混沌，随机地在二者之间跳跃。当系统的某一参数  $R$  低于(或高于)某一值  $R_0$  时，系统呈现规则的周期运动；而当参数  $R$  逐渐增加(或减小)时，系统在长时间内仍然表现出明显的近似周期运动形式，但这种近似的周期运动形式将被短暂的突发混乱运动所打乱，突发之后又是周期运动，这种情况不断重复，显示出一阵周期、一阵混沌的阵发运动；随着  $R$  的进一步增加(或减小)，突发现象出现得越来越频繁，近似的周期运动几乎完全消失，最后系统完全进入混沌状态。

### 2.2.3 准周期道路

20 世纪 40 年代, D.Landau 和 Hopf 先后独立提出了一种湍流发生的机制, 其基本思想是: 当雷诺数  $R_e$  极小时, 流体处于与时间无关的层流状态, 对应相空间的稳定不动点; 当  $R_e$  超过某临界值时, 出现 Hopf 分岔, 即出现频率为  $\omega_1$  的振荡而使流体失稳: 当  $R_e$  进一步加大到另一临界值时, 发生二次 Hopf 分岔, 出现新的频率为  $\omega_2$  的振荡, 运动用相空间的二维环面表示, 通常  $\omega_1/\omega_2$  为无理数, 这种准周期运动使流体运动进一步复杂; 当  $R_e$  进一步加大, 将出现更多频率的准周期运动, 最后这种极复杂的准周期运动便是混沌(相应于湍流)。即混沌(湍流)是无数次 Hopf 分岔形成的无数频率的准周期振荡的结果。然而, 试验证明该湍流理论并不符合实际。

1971 年, 法国科学家 D.Ruelle 和荷兰学者 F.Takens 指出混沌(湍流)可以看作具有无穷多个频率耦合而成的振动现象, 但并不像朗道所说的那样要经过无数次分岔出现无数多频率才能出现混沌(湍流), 而是只要 4 次甚至 3 次分岔即可。其特点是不动点(平衡态)  $\rightarrow$  极限环(周期运动)  $\rightarrow$  二维环面(准周期运动)  $\rightarrow$  奇怪吸引子(混沌运动)。

## 2.3 奇异吸引子

著名气象学家 Lorenz<sup>[19]</sup> 于 1963 年在研究对流试验的时候得到了第一奇异吸引子动力学系统

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) \\ \dot{y} = cx - xz - y \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (2-1)$$

上面的这个动力学方程的研究发表在《气象科学》杂志上, 但到了 1973 年后才逐步引起大家的注意, 这是混沌学中最著名的奇异吸引子, 此后人们又在这个奇异吸引子的基础上发现了更多的奇异吸引子。

在图 2-2 至 2-5 中显示了不同角度下 Lorenz 奇异吸引子的图像, 动力系统的参数  $a = 10, b = 3/8, c = 28$ 。图中反映的三个系统状态都是不稳定的, 当一个状态作放大运动而不断震荡, 系统状态达到一定值后, 开始转

入另一个不稳定的状态，这种变化不断交替进行。实际上系统状态在两个不稳定平衡状态中反复震荡，保持了一种奇异的平衡。

在动力学的耗散系统，当时间  $t \rightarrow \infty$  时，就趋向某种稳定的模态。在相空间中，运动轨迹便趋向某条稳定轨道，称之为“吸引子”。吸引子是一个系统的收敛性表现，根据对行为运动范围的控制和限制，可以把吸引子分为三种不同的类型：吸引不动点、极限环(limit cycle)和奇异吸引子(也称混沌吸引子或 Lorenz 吸引子)。

人们比较熟悉的吸引子是不动点和极限环，吸引不动点是将系统的行为收敛为一个静态的平衡点；极限环收敛为一个周期性的行为；而奇异吸引子则趋向不同于前二者的收敛行为，它具有：(a)稳定性代表在有扰动的环境中动力学系统的最终状态；(b)低维性是在相空间中只有很少自由度的一条轨道；(c)非周期性轨道永远不相交。它具有全局和局部的自相似结构。

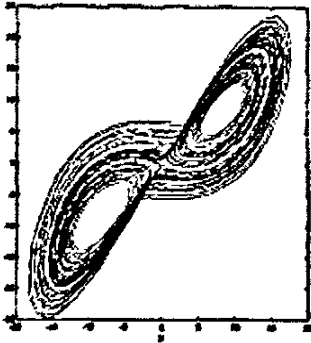


Fig.2-2 (x, y) plane map of attractor  
图 2-2 奇异吸引子 (x, y) 平面图

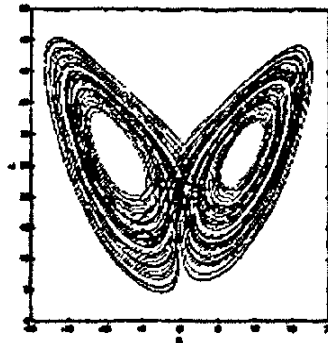


Fig.2-3(x, z) plane map of attractor  
图 2-3 奇异吸引子 (x, z) 平面图

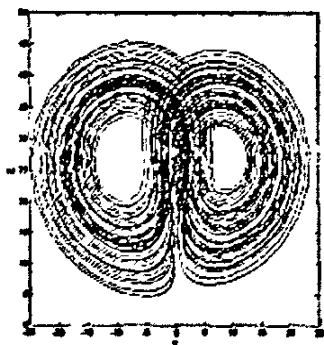


Fig.2- 4 (y, z) plane map of attractor

图 2-4 奇异吸引子 (y, z) 平面图

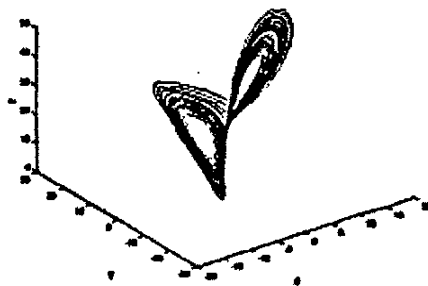


Fig.2-5 (x, y, z) plane map of attractor

图 2-5 奇异吸引子 (x, y, z) 平面图

这里看到的 Lorenz 奇异吸引子在不同角度的变化图。在众多混沌系统中有着很多类似 Lorenz 系统的奇异吸引子，例如 Doffing 混沌系统和 Chua 混沌系统等等系统。作为混沌系统的特征，奇异吸引子是一个很重要的判断混沌存在的手段。

## 2.4 研究混沌的基本方法

### 2.4.1 混沌同步现象的分类

自然界及实验中存在着大量的同步现象。早在 17 世纪，荷兰的物理学家 c.Huyhens 最先注意到了同步现象。此后，关于同步的研究无一不是建立在周期运动基础之上。抑制混沌的研究显示，周期驱动信号可以使一个混沌系统产生周期输出。这实际上可以看作是一种同步现象。如果用混沌信号代替周期信号驱动一个原本混沌或非混沌的系统，系统的输出与输入关系将会怎样？这种输入—输出关系，直到 20 世纪 80 年代，才发现，混沌系统也可以产生同步现象。

通俗地说，混沌同步就是指两个或多个混沌系统(等价或非等价)在耦合作用或外力作用下调整某个动态性质以达到一个共同行为的过程。随着混

沌同步研究的深入, 各种混沌同步现象不断被发现。以参与同步的混沌系统的结构为分类标准, 混沌同步现象可分为相同混沌系统(identical chaotic systems)同步与不相同混沌系统(non-identical chaotic systems)同步。相同混沌系统同步主要是完全同步(complete synchronization, 简记为 CS)。不相同混沌系统同步既包括完全同步, 也包括相同步印 hase synchronization, 简记为 PS)、广义相同步(generalized phase synchronization, 简记为 CRPS)、滞后同步(lag synchronization, 简记为 LS)、阵发滞后同步(intermittent laysynchronization, 简记为 ILS)及广义同步(generalized synchronization, 简记为 GS)等<sup>[20]</sup>。

#### 2.4.2 常见的几种研究混沌的方法

混沌运动来自于系统的非线性性质, 但非线性只是产生混沌的必要条件而非充分条件。混沌的研究中, 人们关心如下几个基本问题:

- (1)能否断言一个给定的系统将展示确定性的混沌运动?
- (2)能否用数学语言说明混沌运动并对它作一些定量的刻画?
- (3)混沌运动的存在, 说明对某些非线性系统作长期预报是不可能的, 那么能否从混沌信号中得到一些有用的信息?

下面将给出几种分析系统混沌运动的定性和定量方法, 即从定性和定量的角度来刻画混沌的方法。

##### (1)、直接观测法

这种方法是根据动力学系统的数值运算结果, 画出相空间中相轨迹随时间的变化图, 以及状态变量随时间的历程图。通过对比、分析和综合以确定解的分岔和混沌现象。在相空间中, 周期运动对应于封闭曲线, 混沌运动对应于一定区域内随机分离的永不封闭的轨迹(奇怪吸引子)。利用这种方法可确定分岔点和普适常数。

##### (2)、分频采样法



对周期外力作用下的非线性振子, 研究其倍周期分叉和混沌现象, 可采用频闪采样法。该方法是试验物理学中闪烁采样法的推广。为避免复杂运动在相空间中轨迹的混乱不清, 可以只限观察隔一定时间间隔(称为采样周期)在相空间的代表点(称为采样点), 这样原来在相空间的连续轨迹就被一系列离散点所代表。分频采样法目前是辨认长周期混沌带的最有效的方法。

对于受迫振动, 采样周期常取为外控力周期, 当采样结果为一点时, 运动便是周期运动(特殊情况下为稳定态); 当采样结果为  $n$  个离散点时, 运动也是周期的, 运动周期是外控力周期的  $n$  倍; 当采样结果是无穷多离散点集时, 运动是随机的; 如果采样点是一定区域内密集的点而且具有层次结构, 则此伪随机运动便是混沌。不断加大分辨能力, 可得到不断重复原分布形态的细微几何结构, 这种无穷层次的自相似也就是标度不变性。

分频采样法适用于一切由周期外力驱动的非线性系统, 具有远高于其他方法的分辨能力。其分辨能力的进一步提高将受计算机字长的限制。但该方法也存在一定的缺点, 一是解释不唯一, 二是不能分辨比采样频率更高的频率。

### (3)、庞卡莱截面法

对于含多个状态变量的自治微分方程系统, 可采用庞卡莱截面法进行分析。其基本思想是在多维相空间  $x_1, \dot{x}_1, \dots, x_n, \dot{x}_n$  中适当(要有利于系统的运动特征和变化, 如截面不能与轨线相切, 更不能包含轨线面。)选取一截面, 在此截面上某一对共轭变量如  $x_1$  和  $\dot{x}_1$  取固定值, 通常称此截面为庞卡莱截面。观察运动轨迹与此截面的截点(称为庞卡莱点), 设它们依次  $p_0, p_1, \dots, p_n, \dots$ , 这样原来相空间的连续轨迹在庞卡莱截面上便表现为这些离散点之间的映象:

$$P_{n+1} = TP_n$$

$T$  称为庞卡莱映象。由它们可得到关于运动特性的信息。

单变量的周期运动在相平面的轨迹是封闭曲线。二变量的周期运动在  $2 \times 2$  维相空间的轨迹是二维环面。依此类推,  $N$  变量的周期运动在  $N \times N$

维相空间的轨迹是  $N$  维环面。如果不考虑系统初始阶段的暂态过程, 只考虑庞卡莱截面上的稳态图像, 则当庞卡莱截面上只有一个不动点或少数离散点时, 运动是周期的; 当庞卡莱截面上是一闭曲线时, 运动是准周期的; 当庞卡莱截面上是成片的密集点, 且有层次结构, 运动便是混沌的。

#### (4)、相空间重构法

当对数学模型未知的动力系统的混沌特征分析时, 分频采样法和庞卡莱截面法就不适用了。而且, 在试验过程中, 有时只便于对某一个变量进行测量, 这时可利用测得的时间序列重构相空间。嵌入定理解决了怎样才能从这单一的时间序列建立和描述有限维的吸引子及重构动力系统这一问题。重构相空间即赝相空间法的维数即嵌入维数应满足  $m \geq 2n + 1$ , 其中  $n$  为相空间的真实维数。设测得的时间序列为  $\{x(k), k = 1, 2, \dots, N\}$ , 适当选取一时间延迟量  $\tau$ , 其中  $\tau$  为采样周期的整数倍。取  $x(k), x(k + \tau), x(k + 2\tau), \dots, x(k + (m - 1)\tau)$  为坐标轴, 画出赝相空间轨迹。

上述重构吸引子的过程相当于将时间序列下  $\{x(k)\}$  映射到  $m$  维的欧式空间  $R^m$  中, 并希望  $R^m$  空间中的点能保持原有未知吸引子的拓扑特性。赝相空间法虽然是用一个变量在不同时刻的值构成相空间, 但动力系统的变量的变化自然跟此变量与系统的其他变量的相互关系有关, 即此变量随时间的变化隐含着整个系统的动力学规律。因此, 重构相空间的轨线也反映了系统状态的演化规律。对于定态, 通过这种方法得到的结果仍是一点; 对于周期运动, 结果是有限个点; 而对于混沌系统, 所得到的结果便是一些具有一定分布形式或结构的离散点。

#### (5)、Lyapunov 指数分析法

Liouville 定理指出, 保守系统在相空间运动的过程中, 始终保持相体积不变。但对于一个耗散系统, 其相体积一般要逐渐收缩, 即  $n$  维相空间的轨线都要收缩到  $k (k < n)$  维环面上。对于一个耗散系统的混沌运动, 它存在着相反的两个过程: 一方面耗散作用要使轨道收缩, 另一方面, 轨道又要相互分离(发散)。

由于收缩是由方程自身决定的(存在耗散项),它是对相空间整体来说的,它的作用是使远处的轨道趋向收缩至有限的范围内(吸引子)。发散是局部的性质,是对相空间具体点附近的性质来说的,它使已靠近的轨道要互相排斥分开。这样,就使得所有轨道最后集中在相空间的有限范围内,靠拢又分开,分开又折叠而靠拢,无数次的来回折叠,形成复杂运动变成混沌态。

对耗散系统混沌运动的吸引子,初始条件的微小差别将使得轨道最终变得迥然不同。耗散作用从整体上说是一种稳定因素,它使轨道收缩,但从局部上看,相邻的两轨道却又互相排斥而分离。为了定量地刻画混沌系统相邻的两点分离的快慢,人们引入了 Lyapunov 指数。例如,对一维映射

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (2-2)$$

假定初始点为  $x_0$ , 它的一个相邻的点为  $x_0 + \delta x_0$ , 则经过  $n$  次迭代后,它们之间的距离为

$$\delta x_n = \left| f^{(n)}(x_0 + \delta x_0) - f^{(n)}(x_0) \right| = \frac{df^{(n)}(x_0)}{dx} \delta x_0 \quad (2-3)$$

初始点是相互分离还是靠拢由以下条件来决定:  $\left| \frac{df}{dx} \right| > 1$  时,经过迭代后这两点将分开,  $\left| \frac{df}{dx} \right| < 1$  时,经过迭代后这两点将靠拢。

在不断地迭代的过程中,  $\left| \frac{df}{dx} \right|$  的值在不断地变化,为了从整体上观察相邻两轨道分离或靠近的趋势,必须对迭代次数取平均。为此,设平均每次迭代所引起的指数分离中的指数为  $\sigma$ , 则原来相距为  $\varepsilon$  的两点经过  $n$  次迭代后,两点间的距离为

$$\varepsilon e^{n\sigma(x_0)} = \left| f^{(n)}(x_0 + \varepsilon) - f^{(n)}(x_0) \right| \quad (2-4)$$

当  $\varepsilon \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$  时

$$\sigma(x_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left| \frac{f^{(n)}(x_0 + \varepsilon) - f^{(n)}(x_0)}{\varepsilon} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left| \frac{df^{(n)}(x)}{dx} \right|_{x=x_0} \quad (2-5)$$

实际上,上式与初始值无关,因此可改写为

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \left| \frac{df^{(n)}(x)}{dx} \right|_{x=x_i} \quad (2-6)$$

式中,  $\sigma$  称为 Lyapunov 指数, 表示在多次迭代中平均每次迭代所引起的相邻离散点之间以指数形式的分离或靠拢的情况。

在  $n$  维相空间中,  $\delta x$  是  $n$  维的, 从而  $\sigma$  有  $n$  个值。在  $t = t_0$  时, 以  $x_0$  为中心, 以  $\delta x(x_0, t)$  为半径作  $n$  维超球面, 由于各方向收缩或扩展程度不同, 随着时间的演化, 在  $t$  时刻, 该  $n$  维超球面将变形为  $n$  维超椭球面。此超椭球面的第  $i$  个坐标轴方向的半轴长为  $\delta x_i(x_0, t_0)$ , 则 Lyapunov 指数  $\sigma$  的第  $i$  个分量  $\sigma_i$  的值为

$$\sigma_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \left| \frac{\delta x_i(x_0, t)}{\delta x_i(x_0, t_0)} \right|$$

由此可见,  $\sigma$  的  $n$  个不同值表示轨道沿不同的方向收缩或扩张。对于一维情形, 吸引子只能是不动点(稳定定态), 此时  $\sigma < 0$ 。对于二维情形, 吸引子或者为不动点或者是极限环。对于不动点, 任意方向的  $\delta x_i$ , 都要收缩, 故这时两个 Lyapunov 指数都应该是负的, 即  $(\sigma_1 \sigma_2) = (- -)$ 。至于极限环, 如果  $\delta x_i$  始终垂直于环线方向, 它一定要收缩, 此时  $\sigma < 0$ , 如果  $\delta x_i$  沿轨道切线方向, 它既不增大也不缩小, 此时  $\sigma = 0$ , 所以极限环的 Lyapunov 指数  $(\sigma_1 \sigma_2) = (0 -)$ 。对于三维的情形, 当为三维相空间内的不动点时, 显然 Lyapunov 指数  $(\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3) = (- - -)$ ; 当为三维相空间的极限环时, 垂直于环线轨道的两个方向的 Lyapunov 指数  $\sigma < 0$ , 而沿轨道切线方向的  $\sigma = 0$ , 故此时 Lyapunov 指数  $(\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3) = (- - 0)$ ; 同理可得, 三维相空间的二维环面对应的 Lyapunov 指数  $(\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3) = (0 0 -)$ ; 不稳定极限环对应的 Lyapunov 指数  $(\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3) = (+ + 0)$ ; 不稳定二维环面对应的 Lyapunov 指数  $(\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3) = (+ 0 0)$ ; 奇怪吸引子对应的 Lyapunov 指数为  $(\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3) = (+ 0 -)$ , 这是由于奇怪吸引子是相邻轨道不断收缩和分离两种作用同时进行的结果, 因此它的 Lyapunov 指数一定要有一个为正的, 另一个为负的, 同时沿轨道方向的 Lyapunov 指数为零。

## (6)、自功率谱密度分析法

根据 Fourier 分析, 任何周期为  $T$  的周期信号  $x(t)$ , 都可以展开成 Fourier 级数, 其物理意义是任何周期运动可以看成是基频  $\omega_0 = 2\pi/T$  和一系列泛谐振  $n\omega_0$  的叠加。故

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

$$\text{其中 } c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

准周期运动也可以分解为一系列频率不可约的正弦振动的叠加, 二者都具有离散谱。对于任意非周期运动的信号  $x(t)$ , 若满足绝对可积条件:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty$$

则其可以展开为 Fourier 积分

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

即非周期运动信号的频率谱是连续谱。

为了表示混沌信号的频域特征, 可求其自相关函数  $R_{xx}(\tau)$  的 Fourier 变换, 根据所得的自功率谱密度函数  $S_{xx}(f)$  来分析混沌的频域特征。

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f) e^{j2\pi f\tau} df$$

对周期运动, 功率谱只在基频及其倍频处出现尖峰, 准周期对应的功率谱在几个不可约的基频以及它们叠加所在频率处出现尖峰。不同带宽的噪声的自功率谱的带宽可以展示噪声的频带宽窄的特点。发生倍周期分岔时, 功率谱中将出现分频及其倍频, 在这些频率点上功率谱图也都具有尖峰; 混沌运动的特征在功率谱中出现噪声背景宽峰连续谱, 其中含有与周期运动对应的尖峰, 这表示混沌运动轨道“访问”各个混沌带的平均周

期。根据这些特点，可以很容易地识别运动的特征是周期的，还是准周期的、随机的或混沌的。

为了获得可靠的功率谱，需对若干个相继的采样序列的谱作平均，另外，在开始采样前必须等待过渡过程消逝，如果原始数据来自包含大量噪声与外部干扰的测量，还应当考虑适当的滤波或光滑化。

还有一些其他的分析混沌的方法，如分形维数分析法、测度熵法等。在实际应用的时候，为了获得更加精确的结果，常常不是单纯使用上面的某一种方法，而是采用定性的分析方法，如直接观测法、分频采样法、庞卡莱截面法和定量的分析方法，如用 Lyapunov 指数分析法、自功率谱密度分析法相结合的手段来研究混沌的性态<sup>[21][22][23]</sup>。

## 2.5 本章小结

本章介绍了混沌的一些基本知识，如混沌的定义，通向混沌的道路，奇怪吸引子，混沌系统常用的研究方法等。

## 第三章 混沌系统的控制与同步

### 3.1 引言

在讨论混沌控制时，首先考虑的是混沌控制的叙述问题。与经典控制不同，对混沌的控制目前还没有统一的定义。但其出发点都是基于控制的两个目的：(1)利用混沌的优点完成某一确定的任务；(2)为消除或抑制混沌使系统稳定且有所希望的行为。更具体一点则可描述为：非线性动力学系统随着参数的变化而出现分岔和混沌行为是很常见的现象，然而在许多情况下，系统出现的这种分岔和混沌行为往往是不希望的，有时甚至是有害的。因此人们总希望能够通过对系统的研究找到控制系统出现分岔和混沌的方法，从而使系统能够保持所期望的运动状态。另一方面，当一个非线性系统处于混沌运动状态时，它包含有各种各样不稳定的周期或准周期运动，如果能够找到一种方法使系统稳定到周期运动上，那么就为利用混沌(或更广义地说利用非线性)找到了一条道路。

当然混沌的存在也不尽然是有害的，由于混沌的类随机性，因此可以将混沌信号应用于保密通信：混沌对初始值的敏感性可以构造混沌神经网络对具有微小差别的模式进行识别等等。

### 3.2 混沌系统的控制

到目前为止，人们已提出了各种各样控制混沌的方法，并且也取得了较好的效果。这些方法主要有：著名的 OGY 方法、反馈控制方法、自适应控制方法、智能控制方法、脉冲控制方法、最优控制方法等<sup>[24]</sup>。下面简单介绍一下前面四种比较常用的控制方法。

#### (1)、OGY 方法

OGY 的控制方法是 Ott, Grebogi 和 Yorke 在 1990 年提出的一种参数微调方法，它是一种比较有效地控制混沌运动的方法，它建立在混沌吸引子中镶嵌有无数个不稳定周期轨道的理论基础上，利用混沌运动对很小的参

数扰动敏感和混沌运动的遍历性,给混沌运动系统一个较小的参数扰动控制量,把系统运动状态控制到某一周期轨道(不动点)。OGY 方法是基于混沌奇怪吸引子有着极其稠密的不稳定周期轨道。混沌控制的首要任务就是设法把其中任一所需的周期轨道挑选出来,并加以稳定控制。为了实现对某个特定轨道(即不动点)的稳定控制,必须在系统靠近不动点时,对参数进行微扰,随时间适当调整微扰量,迫使所选的轨道移向不动点一带,利用对参数所允许的最大扰动量,经过反复调整,最终使所需的周期轨道稳定住。

该方法无需知道系统全局的动力学模型,同时在特征值及特征矢量测量不精确的情况下可以实现混沌控制,而且达到控制后,嵌套在混沌吸引子中的不稳定周期轨道只有微小的变化。它的不足之处是只适用于离散动力学系统,通常只能控制低周期轨道。

## (2)、反馈控制方法

反馈控制包括线性反馈和非线性反馈。这两种方法虽然不尽相同,但它们的本质都是利用系统的状态变量作为用于控制的反馈信号。该方法无需等到系统靠近不动点,可以在任意时刻施加控制,只是控制必须是建立在系统模型已知的情况下。

考虑如下系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = 1 + by(k) - a(x(k))^2 + u_1(k) \\ y(k+1) = x(k) + u_2(k) \end{cases} \quad (3-1)$$

设计控制器为:

$$u(k) = -(1 + by(k) - a(x(k))^2) - k_1 y(k) - k_2 x(k) + [y_r(k+2) + k_2 y_r(k+1) + k_1 y_r(k)] \quad (3-2)$$

其中,  $a=1.4$ ,  $b=0.3$ ,  $y_r(k)$  为给定的参考信号,当  $k_1=0.64$ ,  $k_2=1.6$  时,控制信号(3-2)能使得系统(3-1)跟踪给定的参考信号  $y_r(k)$ 。

## (3)、自适应控制方法



自适应控制法就是将自适应的方法应用于混沌动力学系统。考虑如下二维动力学系统：

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= f_x(x_n, y_n, p) \\ y_{n+1} &= f_y(x_n, y_n, p)\end{aligned}\quad (3-3)$$

设该系统在参数  $p = p_0$  处有不稳定不动点  $(x_F, y_F)$ ，即

$$\begin{aligned}x_F &= f(x_F, y_F, p) \\ y_F &= f(x_F, y_F, p)\end{aligned}$$

那么把(3-3)式控制到不动点  $(x_F, y_F)$  的自适应控制方法就是构造如下的参数可变的叠代方程：

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= f_x(x_n, y_n, p) \\ y_{n+1} &= f_y(x_n, y_n, p) \\ p_{n+1} &= p_0 - \sigma_x(x_{n+1} - x_F) - \sigma_y(y_{n+1} - y_F)\end{aligned}\quad (3-4)$$

其中  $\sigma_x, \sigma_y$  称为控制强度，由上式可得：

$$p_n - p_0 = -\sigma_x(x_n - x_F) - \sigma_y(y_n - y_F)\quad (3-5)$$

在线性近似之下由(3-4)式可得：

$$\begin{aligned}x_{n+1} - x_F &= (f_{x,x} - \sigma_x f_{x,p})(x_n - x_F) + (f_{x,y} - \sigma_x f_{x,p})(y_n - y_F) \\ y_{n+1} - y_F &= (f_{y,x} - \sigma_y f_{y,p})(x_n - x_F) + (f_{y,y} - \sigma_y f_{y,p})(y_n - y_F)\end{aligned}\quad (3-6)$$

其中

$$\begin{aligned}f_{x,x} &= \left. \frac{\partial f_x}{\partial x} \right|_{x_F, y_F, p_0}, f_{x,y} = \left. \frac{\partial f_x}{\partial y} \right|_{x_F, y_F, p_0}, \\ f_{x,p} &= \left. \frac{\partial f_x}{\partial p} \right|_{x_F, y_F, p_0}, f_{y,x} = \left. \frac{\partial f_y}{\partial x} \right|_{x_F, y_F, p_0}, \\ f_{y,y} &= \left. \frac{\partial f_y}{\partial y} \right|_{x_F, y_F, p_0}, f_{y,p} = \left. \frac{\partial f_y}{\partial p} \right|_{x_F, y_F, p_0}\end{aligned}$$

由此可得线性近似如下：

$$\begin{bmatrix} x_{n+1} - x_F \\ y_{n+1} - y_F \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x_n - x_F \\ y_n - y_F \end{bmatrix}$$

$$\text{其中 } R = \begin{bmatrix} f_{x,x} - \sigma_x f_{x,p} & f_{x,y} - \sigma_y f_{x,p} \\ f_{y,x} - \sigma_x f_{y,p} & f_{y,y} - \sigma_y f_{y,p} \end{bmatrix}$$

要使  $(x_{n+1}, y_{n+1})$  比  $(x_n, y_n)$  更接近  $(x_F, y_F)$ 。则要求  $R$  的两个特征值满足  $\lambda_i$  条件:

$$\lambda_i < 0 \quad (3-7)$$

由此可确定收敛的控制强度  $\sigma_x, \sigma_y$ ，这就是自适应控制法的全过程。

#### (4)、智能控制法

最典型的两种智能控制方法就是利用神经网络、遗传算法和模糊算法来控制混沌动力学系统<sup>[25]</sup>。下面仅介绍一下 RBF 神经网络控制方法。

RBF 神经网络控制法就是利用 RBF (Radial Basis Function) 神经网络对系统的不确定性进行学习，经过一段时间后，设 RBF 神经网络已经能够较好地估计一个系统的不确定性函数，则在系统中切入神经网络补偿控制器。该控制器是根据 Lyapunov 方法设计的，其控制律由神经网络补偿信号和不连续的鲁棒控制信号组成。此方法适用于控制不受限情况，所设计的控制器可自动镇定嵌入在混沌吸引子内的不稳定平衡点。此控制方法不要求不稳定平衡点的局部线性特性。一旦混沌轨道在混沌域内被镇定在不稳定平衡点上，对该点的跟踪将自动完成。

### 3.3 混沌反控制

混沌控制，从广义上说，可分为两类：一类是抑制混沌动力学行为、另一类是产生或强化混沌动力学行为。后者通常称为混沌反向控制或简称混沌反控制<sup>[26]</sup>。上面谈到的混沌的控制，主要指第一类，即对混沌这种复杂、“麻烦”现象的抑制。的确，对于很多实际问题，人们希望将混沌消

除掉或减弱它的强度，产生稳定的轨道，但随着研究的不断深入，人们逐渐认识到混沌本身具有很多很好的特性，它在某些场合具有特定的用途。混沌的潜在应用包括诸如电力系统崩溃保护、高能流体混合、复杂系统优化、大脑神经网络分析、图像数据加密、保密通信、高速检索、决策论的非线性预测、非线性系统辨识、故障诊断、计算机图形处理、电路设计、通信和信息处理、生物医学工程和在消费电子产品中的应用，例如噪声消减等。因此，在过去 20 年中，混沌在工程系统中逐渐由被认为仅仅是一种有害的现象转变到被认为是具有实际应用价值的现象来加以研究。混沌反控制是随着混沌控制研究的不断深入而逐步提出来的。

混沌反控制的概念主要是指通过外部输入或内部参数调整等方法使原来非混沌的系统变成混沌，或者使原来混沌系统的混沌变得更强烈(如有更大的 Lyapunov 指数)，即有目的地产生或强化混沌现象。对一个给定的动力系统，不管它是线性的还是非线性的，连续的还是离散的，时变的还是非时变的，稳定的还是不稳定的，我们的目标是要设计一个简单可操作的控制器，如参数调整器或状态反馈控制器来使受控的系统产生(或加强已有的)混沌行为。

纵观混沌发展的历史，起初人们认为混沌是不可控的，1990 年 OGY 方法的提出才彻底改变了这种观点。近十多年来，混沌控制与同步得到了蓬勃发展。20 世纪 90 年代中期，人们发现混沌有时不但是有用的，而且需要得到强化。这导致了近年来混沌反控制研究的迅速崛起。混沌反控制在理论上非常有吸引力，而且在技术上非常有挑战性，因为它涉及非常复杂的混沌现象以及各种相关的高维非自治系统的控制和稳定性。无论如何，人们已经尝试通过各种途径来实现这个目标，其中包括计算机仿真和发展完全而严格的数学理论来实现它。在这些探讨中，关于离散系统的混沌反控制的研究工作已经取得了巨大的成功，即对于任意给定的一个有限维离散系统，它可以是线性的或非线性的、时变的或时不变的、非混沌的甚至稳定的，我们总可以设计一个简单的非线性状态反馈控制器，来使受控的系统产生混沌现象，而且所产生的混沌是严格数学意义下的混沌。对于连

续系统，则情况变得非常复杂，但人们也进行了大量的尝试，并且也取得了一定的进展。

蓬勃开展的混沌控制及其应用的研究，使人们逐渐改变了对混沌运动的不稳定性、不可控性及不可靠性的陈见，并且正在逐步使混沌奇怪吸引子成为稳定可控的、用途广泛的“聚宝盆”。

### 3.4 混沌同步

混沌的特征表现为对初值的敏感依赖性和对其演化的不可预测性。正因为此，人们曾一度认为：混沌与同步是不相容的。直到 1990 年，美国学者 Pecora 和 Carroll 指出一定类型的混沌系统具有自同步特性，并首次建立同步混沌系统的实际电路，观察到了混沌同步的现象。这一开创性的工作，引起了各国科学工作者的极大兴趣，极大地推动了混沌同步的理论和应用研究。

自 Pecora 和 Carroll 提出混沌同步效应之后，相继出现了许多实现混沌同步的方法。常见的同步方法有以下几种：

#### (1)、驱动—响应同步方法

这是美国海军研究实验室的 L.M. Pecora 和 T.L. Carroll 提出的一种混沌同步方法。这个方法的最大特点是：两个非线性动力系统存在着驱动与响应关系。响应系统的行为取决于驱动系统，而驱动系统的行为与响应系统的行为无关。

按照这种方法，将一个产生混沌的系统作为驱动系统，同时把它分成稳定子系统和不稳定子系统，然后构造一个与稳定子系统相同的电路，称为响应系统，通过调整和控制来实现两个子系统的同步。如果混沌系统可以分解为两个系统，而且响应系统中所有条件 Lyapunov 指数均小于 0，则在驱动系统和响应系统中会有混沌同步效应产生。这种同步效应已经通过两个经典的混沌系统，即 Lorenz 系统和 Rossler 系统得到证实。

假设有一个  $n$  维自治动力系统  $\dot{u} = f(u)$  将其分解为两个子系统：

$$\begin{aligned} \dot{v} &= g(v, w) \\ \dot{w} &= h(v, w) \end{aligned} \quad (3-8)$$

其中,

$$\begin{aligned} v &= (u_1, u_2, \dots, u_m), g = (f_1(U), f_2(U), \dots, f_m(U)) \\ w &= (u_{m+1}, u_{m+2}, \dots, u_n), h = (f_{m+1}(U), f_{m+2}(U), \dots, f_n(U)) \end{aligned} \quad (3-9)$$

复制另一个系统  $W'$  完全等同于子系统  $W$ , 则有

$$\dot{W}' = h(V, W') \quad (3-10)$$

式中  $V$  为驱动变量, 由子系统(3-8)产生, 用来驱动子系统(3-10), 决定子系统(3-10)的动力行为, 因此这两个非线性动力系统之间是驱动—响应关系。(3-8)式称为驱动系统, (3-10)式称为响应系统。如果子系统  $W'$  和  $W$  之间的差值  $\Delta W = W' - W$  在  $t \rightarrow \infty$  时趋于 0, 就认为驱动系统和响应系统达到同步。即:

$$\Delta W = \lim_{t \rightarrow \infty} \|W'(t) - W(t)\| = 0 \quad (3-11)$$

一个响应系统能否稳定地与驱动系统同步, 只需根据条件 Lyapunov 指数(Condition Lyapunov Exponents, 记为 CLE)稳定性来判定: 只有当响应系统的所有 CLE 都为负值时, 驱动系统和响应系统才能达到同步。当驱动系统与响应系统参数存在误差时, 混沌同步只是相对意义上的同步。同时, 对于一个稳定自治方程, 当利用混沌信号对其进行驱动时, 所得到的输出信号也是混沌信号。基于这一结论, 可利用一个混沌信号去驱动两个子系统, 实现两个响应子系统之间的混沌同步。

此方法的缺点是只适合于那些能分解为两个子系统的系统, 对于某些实际的非线性系统, 由于物理本质或天然特性等原因, 系统无法分解为两个子系统, 这时驱动—响应同步方法就无能为力了。

## (2)、主动—被动同步方法

由于驱动—响应同步方法需要将系统进行特定分解，在实际应用中往往受到很大的限制。1995年，L.kocarev 和 V.parlitoz 提出了一个改进方法，即采用了主动—被动同步方法，该方法具有一定的普适性。

考虑一个非自治的动力系统

$$\dot{X} = f(X, s(t)) \quad (3-12)$$

其中  $s(t) = h(X)$  或者  $\dot{s}(t) = h(X, s)$  为驱动变量。复制该系统得

$$\dot{Y} = f(Y, s(t)) \quad (3-13)$$

则(3-12)式和(3-13)式都由一个信号  $s(t)$  驱动。如果差值  $E = X - Y$  的微分方程

$$\dot{E} = f(X, s) - f(Y, s) = f(X, s) - f(X, E - s) \quad (3-14)$$

在  $E = 0$  处有一个稳定点，则系统(3-12)和(3-13)存在稳定的同步态  $X = Y$ 。更一般的，当非线性系统(3-12)的所有 CLE 均为负值时，上述两个混沌系统就能实现同步。

在这种方式中，如果系统(3-12)没有驱动( $s(t)=0$ )，它趋向于一个固定点，是一个被动系统。因此，把非线性系统分解为子系统  $h$  和  $f$  的方法称为主动—被动分解。

这种同步方法的应用意义和最大优点在于驱动信号函数  $s(t)$  的选择可以更一般，尤其是它不仅可取决于状态，也可取决于一些消息信号  $i(t)$ 。

例如  $s = h(X, i)$  或者  $\dot{s} = h(X, s, i)$ ，这个特征使主动—被动同步方法特别适合于保密通信的应用。如果发射机为  $\dot{X} = f(X, s)$  接收机为  $\dot{Y} = f(Y, s)$ ，则消息信号不仅驱动着接收机，也被注入发射机，两者都被混沌信号和消息信号的和来驱动。当  $Y \rightarrow X$ ，消息就可以无误差地从  $s = h(X, i) = h(Y, i)$  中恢复出来。其中对函数选择的唯一限制是必须让发射机和接收机处于混沌区域和维持稳定的同步。

### (3)、基于相互耦合的同步方法

基于相互耦合的同步方法，是八十年代由 A.V.Gaponov--Grekhov 研究液体湍流时提出的。1990 年，winful 和 Rahman 针对激光混沌，研究了在相互耦合的半导体激光阵列系统中混沌同步的可能性。1994 年，美国 Roy 和 Thornbnrg 以及日本的 Sugawara 等人，分别独立地从实验上观察到两个混沌激光系统达到同步。大量的研究表明：相互耦合的混沌系统在一定的条件下，可以达到同步。

考虑一个  $n$  维非线性动力系统：

$$\dot{X} = f(X) \quad (3-15)$$

输出  $r=g(X)$  单向耦合到另一个  $n$  维系统中：

$$\dot{Y} = f'(Y, r) \quad (3-16)$$

$r$  为驱动信号。如果在  $t \rightarrow \infty$  时，差值  $\|X - Y\| \rightarrow 0$  则这两个系统存在同步态  $X - Y$ 。

可以证明如果误差函数  $\dot{E} = f(X) - f'(Y, r)$  的 Jacobi 行列式特征值小于 0，两个耦合的混沌系统可以实现同步。 $g$  为两个系统的耦合函数，其作用有两点：耦合两个系统，传递驱动信号到响应系统；通过对  $g$  中系数的调整达到调整误差函数的 Jacobi 行列式在平衡点的特征值的作用，从而使两个系统能够自同步。

Kapitaniak 和 Chua 等人用相互耦合的方法，使两个 Chua's 电路达到了混沌同步。而且研究表明：通常只需将电路中的一个状态变量适当耦合，两个相同 Chua's 电路之间的同步就有可能建立。从系统稳定方面分析了系统同步，给出了一个耦合 Chua's 电路同步的判定准则，并扩大了同步耦合参数的判定范围。相互耦合的非线性系统，具有十分复杂的动力学行为，虽然对这类系统的同步现象进行了不少研究，但遗憾的是目前尚无一般的普适性理论。由于相互耦合的非线性系统在自然界中普遍存在，因此，对这种同步方法的理论和实验研究具有十分重要的意义。

#### (4)、变量反馈微扰同步法

1993年,德国学者提出了一种对非线性连续混沌系统的控制方法,即:连续变量反馈微扰控制法。后来这一思想被用来研究两个混沌系统的同步问题。变量反馈微扰同步法的原理如图3-1所示。

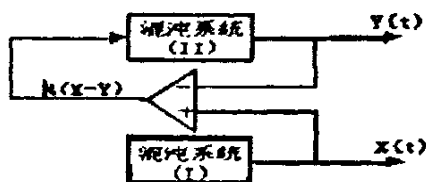


Fig.3-1 The principle diagram of variable feedback tiny disturbance synchronization

图 3-1 变量反馈微扰同步法的原理图

假设有两个混沌系统 (I) 和 (II) 分别为:  $\dot{X} = f_1(X), \dot{Y} = f_2(Y)$ , 它们的同步问题可用下列方程描述:

$$\begin{cases} \dot{X} = f_1(X) \\ \dot{Y} = f_2(Y) + F(t) \\ F(t) = K(X - Y) \end{cases} \quad (3-17)$$

这里,  $X, Y \in R^n, K = \text{diag}[k_1, k_2, \dots, k_n]$ ,  $F(t)$ 与两个系统状态变量的差值成正比,它作为小微扰信号反馈到系统(II)中。只要选取适当的系数  $K$ , 系统 (I) 和系统 (II) 就可以达到同步。

值得注意的是,为了保证两系统的同步,选择初始条件是十分重要的。如果启动时刻两者状态之间的距离太大,系统将不能达到同步或达到同步的时间太长。但是总的来说,变量反馈同步法简单有效,易于实现,具有一定的实用价值。另外,根据具体情况,可以灵活地采用单变量、多变量甚至所有系统变量反馈微扰。

#### (5)、自适应同步法

在实际系统中,系统参数总存在一定的摄动,如在 Chua's 电路系统中,电阻和电容值总会存在微小的差别。另外,系统不可避免地会受到外



界干扰的影响，考虑到混沌系统对参数极端敏感，参数的微小变化就会导致系统动态行为的巨大变化。因此如何对存在参数摄动或外界扰动的混沌系统进行有效的同步，对混沌同步走向应用至关重要。近几年，人们提出了一些参数不确定混沌系统的自适应同步控制方法。

#### (6)、其它方法

除了以上混沌同步方法外，关于混沌同步的方法还有很多种。如脉冲控制同步法、有源控制同步法、非线性控制同步法、基于 TS 模糊模型同步法、基于遗传算法同步法、基于神经网络同步法基于观测器同步法等等。而且随着同步研究的不断深入，更多的方法会不断出现。实际上，混沌同步的热点就在于它是实现保密通信的关键。所以尽管目前同步的方法很多，但基本上都是和保密通信紧密联系在一起<sup>[27][28][29][30]</sup>。

### 3.5 在其他方面的应用

混沌控制与同步正在用于生命科学(如神经网络、脑科学、心脏等领域)的研究中。洛杉矶加州大学医学院的一个研究小组将一种按 OGY 控制方法设计的混沌电信号去刺激已经产生了心律不齐的兔子心脏，结果心脏转入了有规律的跳动，科学家正在研究将此法用于人类心脏病的治疗中。

混沌控制与同步在生物工程及生命科学的研究中是一种强大的推动力，必将大大促进人类揭开自身的奥秘。

另外，在许多情况下，混沌现象不但不是避免的对象，还是我们所刻意追求的目标。比如在下面的情况下，需要我们有目的地产生混沌。例如：实际中常常需要将多种流体实现快速混合，这时混沌态大大优于各种周期运动态；当粒子在固体表面上通过扩散运动实行掺杂时，强混沌的运动状态将有利于提高掺杂速度和掺杂质量，而且所需能量为最小。还有强混沌态混合对于核反应中的等离子体加热也有重要的应用，在这个过程中，热量被注入到反应器中，当反应器中的热对流是混沌态时，该反应将取得最好的结果。

总之，混沌控制与同步在众多领域中有着广阔的应用前景。它的内容丰富，方法多样，近年来研究工作发展很快。

### 3.6 本章小结

本章针对混沌系统的控制及应用进行阐述。混沌系统的控制是目前学者们研究的难点和热点问题。最初，学者们认为由于混沌系统的高度不稳定性，混沌的控制几乎是不可能的。当 Ott 等人用参数扰动法实现混沌控制以后，对混沌控制的研究就迅速展开。如今，人们已经用多种方法实现了混沌系统的控制，对混沌系统的控制使得混沌系统的利用成为可能。

由于混沌的形态复杂人们开始构想把其应用与保密通信，而其中最关键的问题就是混沌系统的同步，只有当两个系统完全同步时才能实现加密后的解密。虽然这一研究仍然停留在理论阶段，可它的应用前景是不容置疑的。

## 第四章 混沌系统的 OGY 控制方法

### 4.1 引言

(1) 任何混沌轨道中都内含有无穷多个不稳定的周期轨道，这些轨道稠密地分布到混沌吸引子的各个角落。由于这些周期轨道都是原有混沌系统的解轨道，如果系统初始处于这些轨道上，那么系统将永远保持在这些轨道上。但由于所有这些轨道都是不稳定的，初始在任何周期轨道附近运动的系统都会远离这些轨道，而永远也不会处于某一不稳定的周期轨道上，因为这些周期轨道全体在混沌态上的测度总和为 0。

(2) 轨道在混沌吸引子上各态历经，即轨道在运行中会任意多次地达到任意一个不稳定周期轨道附近的任意小的邻域内。所以混沌运动可以直观地想象成：系统用许多时间在不同的不稳定轨道附近作近似周期的运动，又随机地在不同的周期轨道间进行布朗(R.Brown)运动。

混沌系统这些性质，启发了 OGY 提出用微小信号来控制混沌的思想。为了抑制混沌，可以选择混沌态内含的某一不稳定周期轨道为控制目标。既然这一目标态本身就是系统解的轨道，达到目标后我们就不再需要外部信号。当然，如果系统还受小的噪声干扰的话，我们可以保留同样是很小的控制信号来维持目标态的稳定。为了将系统驱动到目标周期轨道上去，我们不需要采用大的控制信号。既然系统迟早会运动到目标轨道附近任意近的邻域，我们只需在非控制系统运行到充分贴近目标时再启动控制，用小信号将系统捕捉的目标轨道上去即可。最后，由于无穷多周期轨道遍布于混沌吸引子上，我们可以在吸引子的任何部位选择任一适合于控制条件和实际要求的轨道，在控制目标的选择上具有极大的灵活性。

### 4.2 OGY 控制方法的原理

假如一个非线性实验系统处于混沌状态。我们并不知道该系统的确切动力学，但可以通过实验连续测量某一物理量  $z(t)$ 。利用这一可测量可以构造一时间延迟的  $m+1$  维矢量：

$$x(t) = [z(t) \ z(t-T) \ z(t-2T) \ \Lambda \ z(t-mT)]^T \quad (4-1)$$

同时,用  $z(t)$  数据构造出  $m+1$  维重构相空间中的一条混沌轨道。由于我们并不具体地重构原系统的动力学,只需要为混沌控制找到不稳定的周期轨道,以及掌握周期轨道附近附近的动力学行为,  $x(t)$  的维数可选择为等于实际系统的变量空间维数  $m+1=D$ 。以下讨论中,为叙述方便,假定实际系统维数  $D=3$ 。利用测量数据构造 Poincare 截面的方法<sup>[3]</sup>,可以方便地找到各条不稳定轨道。例如,可以用平面  $z(t-mt)=C$  (常数)作截面,记下  $x(t)$  轨道由下向上与这一平面相交的所有点  $x(t_n)$ ,  $n=1, 2, k$ , 见图 4-1。其中

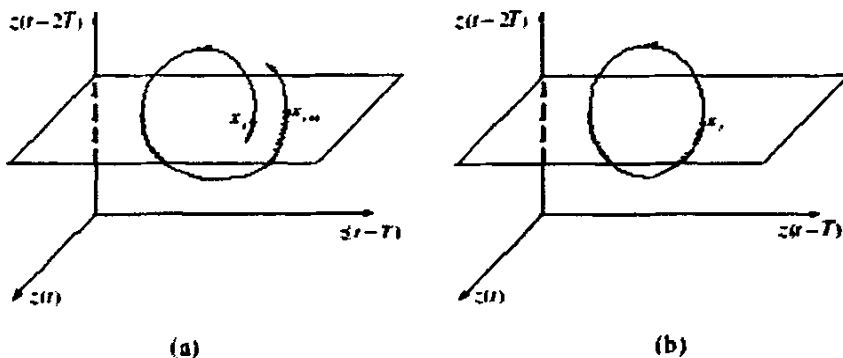


Fig.4-1 Restructured phase space and the Poincare section

图 4-1 重构相空间与 Poincare 截面

$t_n$  为  $x(t)$  与截面第  $n$  次相交的时间, 这样我们又构造了  $m$  维 ( $D-1$  维) 从  $x(t_n)$  到  $x(t_{n+1})$  的映射

$$x_{n+1} = f(x_n), x_n = x(t_n) \quad (4-2)$$

所有的  $z(t)$  周期轨道都对应于映射中的周期点。我们可以从这众多周期轨道中选择一条符合实际要求的轨道作为控制混沌的目标轨道。图 4-1(b) 就表示了周期-1 轨道(对应于映射中的不动点)。为简便计且不失一般性, 假定映射的一个不动点

$$x_f = f(x_f) \quad (4-3)$$

为目标周期轨道。

假设系统中有一控制参数  $p$ ，且  $p = p' = 0$  时系统处于混沌态，又设该混沌态内含  $x_n = x_F$  的周期轨道。现在我们可以很小的范围内调控  $p$ ：

$$-\delta < \Delta p < \delta, 0 < \delta \ll 1 \quad (4-4)$$

所谓控制混沌，就是通过这种参数的微调将原系统的不稳定周期轨道稳定住，也就是将映射 (4-2) 的不稳定不动点  $x_F$  稳定住，从而将系统状态从混沌运动改变为周期运动。下面我们分步骤说明控制方法。

(1) 参数  $p$  对不稳定不动点  $x_F$  的影响 设  $x_F(\Delta p)$  为  $p$  取 (4-4) 范围内任意值的不动点位置。它相对于  $x_F(p=0) = x_F$  的位置有了一个移动。不动点方程 (4-3) 可改写为如下形式：

$$x_F(\Delta p) = f(x_F(\Delta p), \Delta p) \quad (4-5)$$

定义  $\Delta x_F = x_F(\Delta p) - x_F$ ，由全微分定理可知

$$\Delta x_F \approx \frac{\partial f}{\partial x_{x=x_F}} \Delta x_F + \frac{\partial f}{\partial p_{p=0}} \Delta p$$

进而得到

$$\Delta x_F = g \Delta p \quad (4-6)$$

$$\text{其中 } g = (I - J_x^*)^{-1} J_p^*, J_x^* = \frac{\partial f}{\partial x_{x=x_F}}, J_p^* = \frac{\partial f}{\partial p_{p=0}}$$

(2) 系统在  $x_F$  附近的动力学行为 定义  $\Delta x_n = x_n - x_F$ ，对系统在  $x_F$  附近作线性化近似：

$$\Delta x_{n+1} = J_x^* \Delta x_n \quad (4-7)$$

在  $D=3$  时， $J_x^*$  是  $2 \times 2$  方阵，由于  $x_F$  不稳定， $J_x^*$  必然有一个绝对值大于 1 的特征值，对应于不稳定流形上的运动。又由于系统是耗散的，可认为另一特征值的绝对值小于 1，对应于稳定流形上的运动。即

$$|\lambda_n| > 1, |\lambda_s| < 1 \quad (4-8)$$

利用下式分别求出  $\lambda_n$  和  $\lambda_s$  对应的特征向量  $e_n$  和  $e_s$ ：

$$J_x^k e_n = \lambda_n e_n, \quad J_x^k e_n \times h_n^T = \lambda_n e_n \quad (4-9)$$

然后再求出它们的双正交对偶矢量:

$$h_n^T J_x^k = \lambda_n h_n^T, \quad h_s^T J_x^k = \lambda_s h_s^T \quad (4-10)$$

特征向量与对偶矢量满足双正交性质( $h_n^T e_s = h_s^T e_n = 0$ )和归一化性质( $h_n^T e_n = 1, h_s^T e_s = 1$ )。则矩阵可以直接用其特征向量的双正交矢量的叉积表示:

$$J_x^k = \lambda_n e_n \times h_n^T + \lambda_s e_s \times h_s^T \quad (4-11)$$

(3)求解控制参数  $p$ , 控制参数  $p=0$  时, 系统进行混沌运动。若在  $t_n$  时系统在截面上进入  $x_f$  的领域  $\Delta x_n = x_n - x_f$ ,  $|\Delta x_n| \ll 1$ 。这时就在  $t_n$  时启动控制机制, 令  $p = p_n$  (为非零值), 目的是使系统在  $t_{n+1}$  时的  $x_{n+1}$  移动到  $x_f$  的稳定流形上去。这样在  $t > t_{n+1}$  后再除去控制(即令  $p=0$ ), 系统会自动沿稳定流形运动到不动点上, 从而实现混沌控制。下面我们求解  $p_n$ 。

在  $p = p_n$  情况下, 由于不动点从  $x_f$  运动到  $x_f(p_n) = x_f + \Delta x_f$ , 则在新的不动点附近线性运动方程为:

$$x_{n+1} - x_f(p_n) = J_x^k (x_n - x_f(p_n)) \quad (4-12)$$

将  $x_f(p_n) = x_f + \Delta x_f$ : 代入上式并整理可得

$$\Delta x_{n+1} - \Delta x_f = J_x^k (\Delta x_n - \Delta x_f) \quad (4-13)$$

将(4-6)和(4-11)代入(4-13)并整理可得:

$$\begin{aligned} \Delta x_{n+1} = & g \Delta p + (\lambda_n e_n \times h_n^T + \lambda_s e_s \times h_s^T) (\Delta x_n - g \Delta p) = \\ & g p_n + (\lambda_n e_n \times h_n^T + \lambda_s e_s \times h_s^T) (\Delta x_n - g p_n) \end{aligned} \quad (4-14)$$

在第  $n+1$  步实现控制的条件是  $\Delta x_{n+1}$  在  $e_n$  上没有分量, 即:

$$\Delta x_{n+1}^n = h_n^T \Delta x_{n+1} = h_n^T g p_n + \lambda_n h_n^T (\Delta x_n - g p_n) = 0 \quad (4-15)$$

由此我们便可解出控制参数:

$$p_n = \frac{\lambda_n (h_n^T \Delta x_n)}{(\lambda_n - 1) h_n^T g} \quad (4-16)$$

由于  $p_n$  的调节受到条件(4-4)的限制, (4-16)并不是对任意  $\Delta x_n$  都可以启动的。令  $\Delta x_n^u = h_u^T \Delta x_n$ , 结合(4-4)和(4-16)可以得出混沌控制的启动条件:

$$|\Delta x_n^u| < (1 - \frac{1}{\lambda_n}) h_u^T g \delta \quad (4-17)$$

图 4-2 给出了上述调控  $p_n$  而将系统驱动到  $x_F$  的稳定流形上的示意图。其中图 4-2(a)表示第  $n$  次迭代  $x_n$  落在不稳定不动点  $x_F(p'=0)$  附近；图 4-2(b)表示施加扰动  $p_n$  以移动不动点为  $x_F(p_n)$ ；图 4-2(c)表示第  $n+1$  次迭代  $x_{n+1}$  处于图 4-2(a)时  $x_F$  的稳定流形附近。

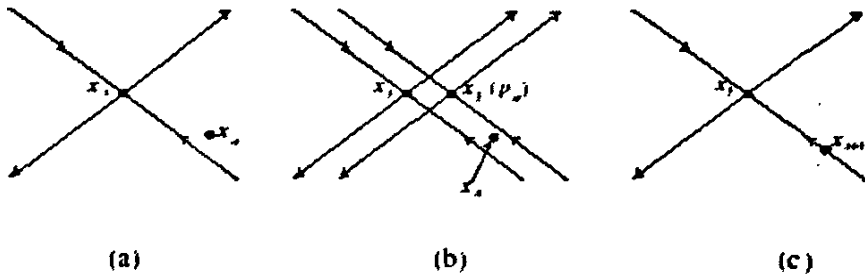


Fig.4-2 Sketch map of OGY method

图 4-2 OGY 控制方法的示意图

### 4.3 OGY 控制实例

上节讨论了 OGY 控制方法的原理，下面我们以混沌系统中常见的 Henon 映射<sup>[32]</sup>的模型为为例来演示 OGY 控制混沌的方法。Henon 映射的模型为

$$\begin{cases} x_{n+1} = A - x_n^2 + By_n \\ y_{n+1} = x_n \end{cases} \quad (4-18)$$

假设可调参数  $A = A_0 + p$ ，其中  $A_0$  为系统的标称值， $p$  为控制参数的调整量。当  $A = A_0 = 1.4$ ， $B = 0.3$  时，该系统呈现混沌状态，其分维约为 1.3 时，混沌吸引子如图 4-3 所示。我们通过微调参数  $p$  将系统稳定在一个不动点，以实现混沌控制。

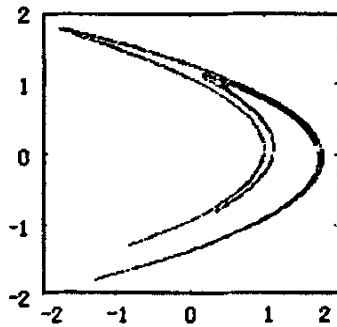


Fig.4-3 Chaotic attractor of the Henon map

图 4-3 Henon 映射的混沌吸引子

首先寻找该系统的不稳定不动点。令

$$\begin{bmatrix} x_F \\ y_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 - x_F^2 + By_F \\ x_F \end{bmatrix}$$

则系统的一个不稳定不动点为:

$$x_F = y_F = \frac{B - 1 + \sqrt{(1-B)^2 + 4A_0}}{2}$$

然后寻找  $x_F$  处的稳定方向和不稳定方向。根据前面提供的方法, 可求取系统雅可比矩阵  $J_x^k$  和响应矢量  $g$ :

$$J_x^k = \begin{bmatrix} -2x_F & B \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad g = [(1-B)^2 + 4A_0]^{-\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

其中  $J_x^k$  的特征值为

$$\lambda_u = -x_F - \sqrt{x_F^2 + B}, \quad \lambda_s = -x_F + \sqrt{x_F^2 + B}$$

$x_F$  的不稳定方向及正交对偶矢量为

$$e_u = \begin{bmatrix} 1 \\ -(\sqrt{x_F^2 + B} - x_F)/B \end{bmatrix}, \quad h_u^T = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{x_F^2 + B} + x_F}{2\sqrt{x_F^2 + B}} & \frac{B}{-2\sqrt{x_F^2 + B}} \end{bmatrix}$$



控制律表达式如 (4-16) 所示。

我们选取参数的最大可调值  $\delta = 0.1$ ，并在混沌吸引子上随机选取一初始值  $[0.1556 \quad 1.1217]^T$ 。系统迭代 44 次后，启动条件 (4-17) 满足，这时我们启动控制。控制效果如图 4-4 所示。图 4-5 演示了启动控制后控制参数  $p$  的变化图。

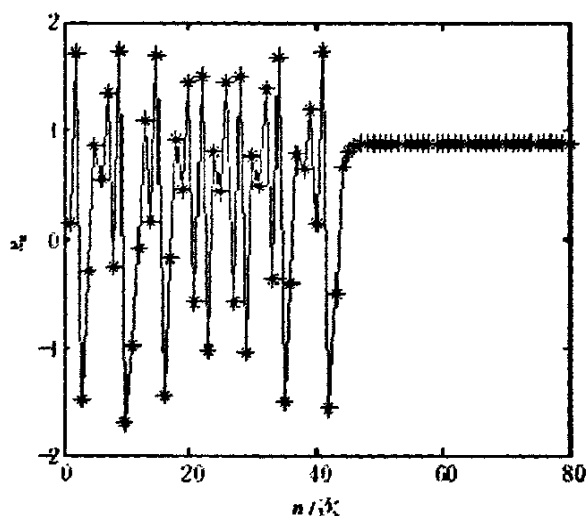


Fig.4-4 Graph of the system variable  $x_n$  varying with  $n$

图 4-4 系统变量  $x_n$  变化图

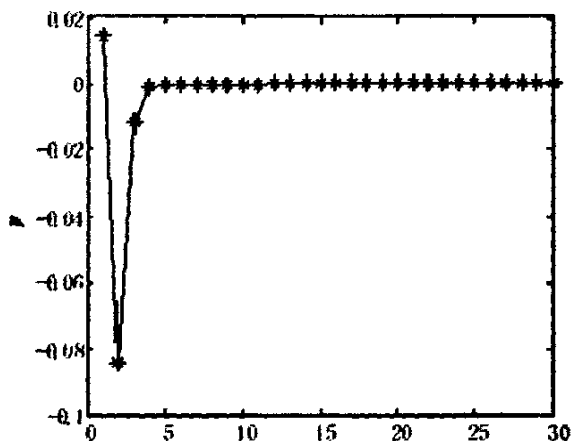


Fig.4-5 Variation curve of control parameter  $p$  after starting control

图 4-5 启动控制后控制参数  $p$  变化图

## 4.4 特点与不足

(1) 由动力学系统的  $n$  维非线性映象  $\vec{\xi}_{n+1} = \vec{f}(\vec{\xi}_n, p)$  出发实现控制混沌。 $\vec{f}$  是微分方程或重构时间序列延迟向量在 Poincare 截面上的映象。 $p$  是系统可变参数。

(2) 参数  $p$  有一个最大扰动  $\delta p$ , 把  $p$  从规定值  $p_0$  扰动一个  $\delta p$  是可接受的, 轻微的, 不太改变吸引子的形状。即花费小代价, 以实现控制混沌。

(3) 强迫动力学系统稳定于吸引子中的预期的不稳定周期轨道的领域内。对参数的小扰动实际上是一种反馈机制, 是一种简单的正比反馈方法。

除 OGY 方法外, 各种各样基于局部线性反馈控制器的线性控制方法被设计出来, 并已被证明非常有效。然而, 此类控制方法在木质上是局部的, 它们在接近选定的运行点时才能有效。也就是说, 被考虑的系统必须进入指定运行点的足够小的邻域(即控制窗口)内以便线性控制器能够有效地实现, 从而使系统保持在期望区域内。混沌轨道在吸引子中漫游, 直至进入控制窗口, 这中间需要很长的时间。漫长的等待时间对控制混沌的实际应用不利。

## 4.5 本章小结

OGY 控制方法是混沌控制的开端, 它是一种在理论和实验中都较为成熟的控制方案。此方法的基本步骤是:

- (1) 首先从测量时间序列的数据可产生出重构相空间中的混沌轨道。
- (2) 从混沌轨道中发现并根据实际需要选择一条不稳定周期轨道作为混沌控制的目标轨道。
- (3) 确定系统对控制的线性响应(矢量  $g$ )和周期轨道附近的动力学(矩阵  $J_x^*$ )。

(4) 当混沌运动远离目标轨道时, 控制机制不产生作用。当系统运动到目标态附近, 满足启动条件, 以反馈形式(3-16)确定控制信号, 这一控制会在时把轨道引导到目标轨道的稳定流形上, 实现有效控制。

## 第五章 改进的三阶蔡氏混沌电路的同步控制研究

### 5.1 引言

Chua 电路由于结构简单,易于工程实现,使得其在混沌信息处理、混沌细胞神经网络、混沌保密通讯等领域具有很高的应用价值而受到广泛的关注。人们对 Chua 电路的混沌特性及其混沌控制方法进行了大量的研究。

本节提出一种变型蔡氏电路,并将其特性进行仿真研究,上述内容将在以下各小节中依次介绍。

### 5.2 蔡氏电路

蔡氏电路<sup>[33][34]</sup>是最为常见的一种非线性电路,它能够产生出复杂的混沌周期及分岔现象,也是分析及观察混沌现象的经典模型。

蔡氏电路是一个三阶自治混沌电路,其原理图如图 5-1 所示。

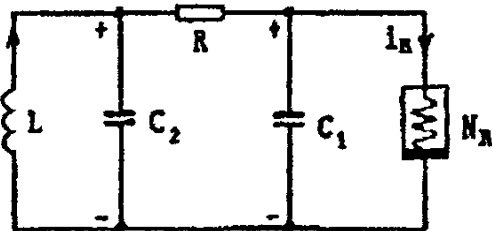


Fig.5-1 The principle diagram of Chua's circuit

图 5-1 蔡氏电路原理图

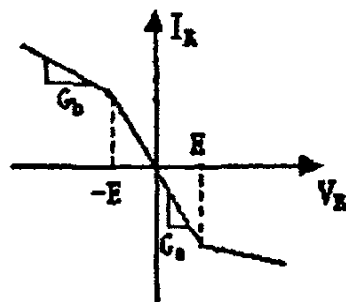


Fig.5-2 The V-A diagram of  $N_R$

图 5-2  $N_R$  的伏安特性

该电路由线性电感  $L$ 、线性电阻  $R$ 、线性电容  $C_1$  和  $C_2$  以及一个被称为蔡氏二极管的非线性电阻  $N_R$  构成。非线性电阻  $N_R$  是此电路产生混沌行为的关键元件,它的伏安特性如图 5-2 所示。它可以由单运放加双二极管实现,也可以由双运放实现。

根据基尔霍夫定理,蔡氏电路的状态方程可描述为:

$$\begin{cases} L \frac{di_L}{dt} = -V_{C2} \\ C_2 \frac{dV_{C2}}{dt} = G(V_{C2} - V_{C1}) + i_L \\ C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} = G(V_{C2} - V_{C1}) - g(V_{C1}) \end{cases} \quad (5-1)$$

其中

$$g(V_{C1}) = \begin{cases} G_b V_{C1} + (G_b - G_a)E & \text{若 } V_{C1} < -E \\ G_a V_{C1} & \text{若 } -E \leq V_{C1} \leq E \\ G_b V_{C1} + (G_b - G_a)E & \text{若 } V_{C1} > E \end{cases}$$

即

$$g(V_{C1}) = G_b V_{C1} + \frac{1}{2}(G_a - G_b)|V_{C1} + E| + \frac{1}{2}(G_b - G_a)|V_{C1} - E|$$

式中 $V_{C1}$ 和 $V_{C2}$ 分别是电容 $C_1$ 和 $C_2$ 上的电压， $i_L$ 是通过电感 $L$ 的电流， $G = 1/R$ ， $g(V_{C1})$ 是描述非线性电阻 $N_R$ 的 $I_R - V_R$ 特性的三段折线多项式。其中 $G_a$ 和 $G_b$ 分别表示 $I_R - V_R$ 特性内、外折线段的斜率， $E$ 为折点电压。

蔡氏电路能够展现出最复杂的混沌动力学特性，这些混沌行为可以同时应用数值计算、数学分析、和实验现象这三种标准方法进行研究，数值分析的结果与实际电路的实验测量结果几乎完全相符。因此，蔡氏电路成为人们研究混沌机理的范例。而且在此基础上，不断有人提出新的混沌电路实现方案，为混沌的实际应用打下了基础。

### 5.3 一种变型蔡氏电路

蔡氏电路虽然有许多优点，但是其电路状态的变化主要依赖于电容、电感和电阻三个可变参数，且对参数的变化极其敏感，因而难以控制与把握其演化过程。这里在蔡氏电路的基础上，提出了一种比较易于控制的混沌电路。其电路原理图如图5-3所示。

此电路为蔡氏双涡卷混沌电路中保持数学模型中的 $f_i(x_i)$ 和 $a$ 、 $b$ 参数不变，增加一个非线性函数 $g(y)$ ， $g(y)$ 是一个两段线形函数，其模型可以

描述为一个三阶非线性自治动力学系统。蔡氏双涡卷混沌电路结构简单，而且具有自同步特性，因而在混沌通信领域中受到了广泛的研究。

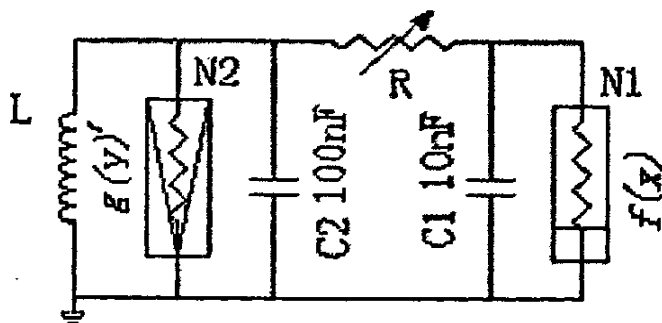


Fig.5-3 The principle diagram of changed Chua's circuit

图 5-3 变型蔡氏电路的电路原理图

### 5.3.1 变形蔡氏电路的动力学方程

蔡氏双涡卷混沌吸引子的数学模型可以表示如下：

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = a(y - x - f_i(x_i)) \\ \frac{dy}{d\tau} = x - y + z \\ \frac{dz}{d\tau} = -by \end{cases} \quad (5-2)$$

由变型蔡氏电路原理图可得如下的状态方程：

$$\begin{cases} L \frac{di_L}{dt} = -V_{C2} \\ C_2 \frac{dV_{C2}}{dt} = -\frac{1}{R}(V_{C2} - V_{C1}) + i_L + g(V_{C2}) \\ C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} = \frac{1}{R}(V_{C2} - V_{C1}) - f(x) \end{cases} \quad (5-3)$$

设  $R i_L = z$  ,  $V_{C2} = y$  ,  $V_{C1} = x$  ,  $t = C_2 R \tau$  ,  $R f(x) = f_i(x_i)$  ,

$R g(V_{C2}) = g(V_{C2})'$  , 则

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = a(y - x - f_i(x_i)) \\ \frac{dy}{d\tau} = x - y + z + g(y) \\ \frac{dz}{d\tau} = -by \end{cases} \quad (5-4)$$

其中  $a = 10, b = 18$   $f_i(x_i) = b_i x_i + 1/2(a_i - b_i)(|x_i + 1| - |x_i - 1|)$ ,  $a_i = -1.37$ ,  $b_i = -0.74$  为蔡氏电路及其变型蔡氏电路的参数。

$$\text{非线性函数 } g(y) = \begin{cases} my & y \leq 0 \\ ny & y > 0 \end{cases} \quad m, n \text{ 为参数。}$$

当  $m, n$  的不同取值变型蔡氏电路的仿真结果不同, 当  $m = 0, n = 0$  时变型蔡氏电路就是蔡氏混沌电路。变型蔡氏电路的数学模型可以用式 5.4 来表示。

### 5.3.2 非线性元件原理图

非线性器件 N1 为蔡氏二极管, 其原理图如下图 5.4 所示, N2 也是一个非线性元件, 它能够实现非线性函数  $g(y)$  的特性, 非线性元件 N2 由两个受二极管控制的分段线性电阻和一个线性负阻并联构成, 其原理图如图 5.5 所示, 适当调整电阻 R1 和 R2 的阻值, 就可以得到不同的参数值。

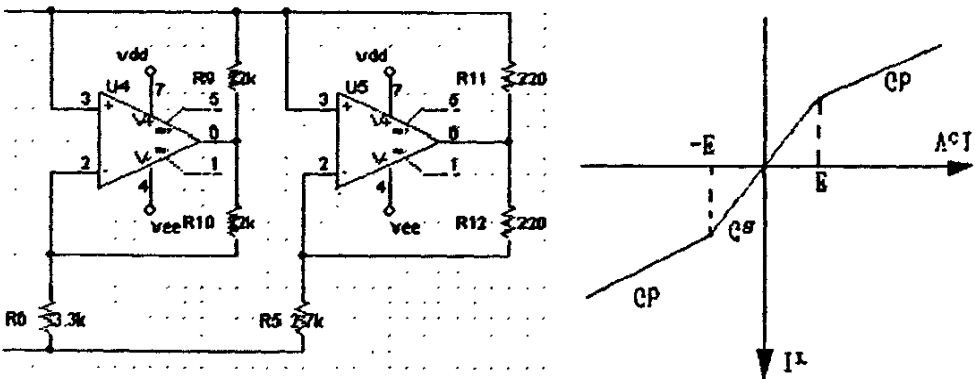


Fig-5-4 The principle diagram of Chua's diode and its V-A characteristic

图 5-4 蔡氏二极管及其伏安特性

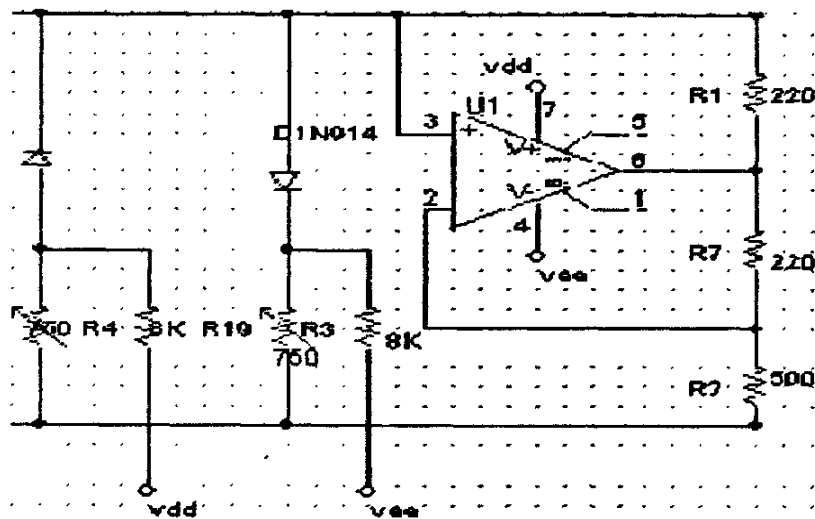


Fig.5-5 The principle diagram of N2

图 5-5 非线性元件 N2 的电路原理

### 5.3.3 仿真结果

使用 PSPICE 对所实现的变型蔡氏电路进行仿真模拟研究，在 C2 两端输出的结果如图 5.6 所示：

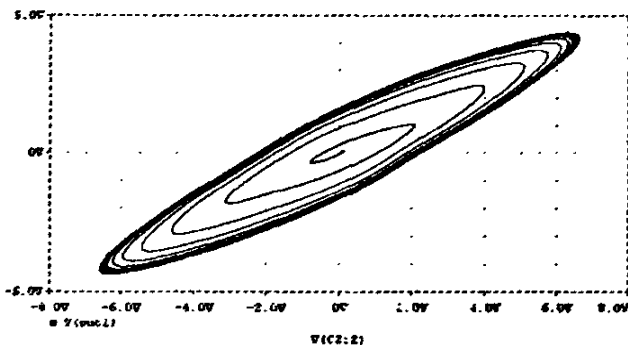


Fig.5-6 The output diagram of changed Chua's circuit

图 5-6 变型蔡氏电路仿真输出图形

严格来说，使用 PSPICE9.2 进行的仿真仍然是一种数据仿真，它使用的仿



真模型直接来自于实际硬件电路模型。但是实际蔡氏电路会受外界许多因素的影响，比如电源不稳定、人为调整电阻  $R_1$ 、 $R_2$  和  $R_{20}$  阻值的偏差等，故  $C_2$  两端输出的波形与实际的波形很难完全一样。通过实际硬件电路可以得到  $C_2$  两端单次触发输出的波形如图 5.7、图 5.8 所示：

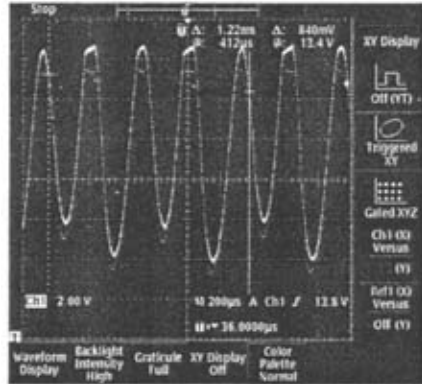


Fig.5-7 The output signal of  $C_2$

图 5-7  $C_2$  两端输出信号

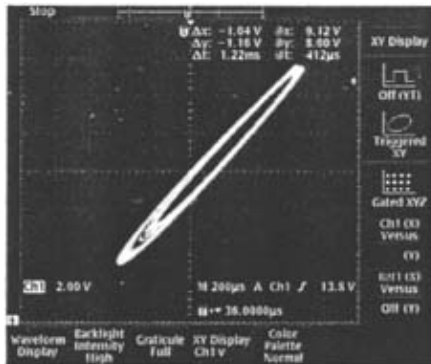


Fig.5-8 The output signal of  $C_2$

图 5-8  $C_2$  两端输出信号

由图可知，当调整  $R_1$ 、 $R_2$  和  $R_{20}$  的阻值不匹配时，系统不一定进入混沌状态，如图 5-7 所示。当调整  $R_1$ 、 $R_2$  和  $R_{20}$  的阻值相互匹配时，系统进入混沌状态，如图 5-8 所示。其混沌吸引子非常稳定，为我们进一步研究混

沌同步打下了基础。

## 5.4 同步电路及其数学模型

混沌的特征表现为对初值的敏感性和对其演化的不可预测性。正因为此，人们曾一度认为：混沌与同步是不相容的！但是，1989年，Pecora 和 Carroll<sup>[35]</sup>发现，一个混沌系统的某些相同的子系统在特定的条件下可以相互同步。这里的两个系统的同步，是指一个系统的轨道将收敛于另一个系统轨道的同一值，它们之间始终保持步调一致，并且这种同步是结构稳定的。1990年 Pecora 和 Carroll 首次指出了混沌系统中的同步现象，他们指出若混沌系统中含有某 Lyapunov 指数皆为负的子系统，则通过某种信号的联系作用，混沌系统可以实现同步。在本节中利用此思想实现三阶蔡氏电路的驱动—响应混沌同步。

驱动—响应法实现三阶蔡氏电路混沌同步的电路如图 5-9 所示。

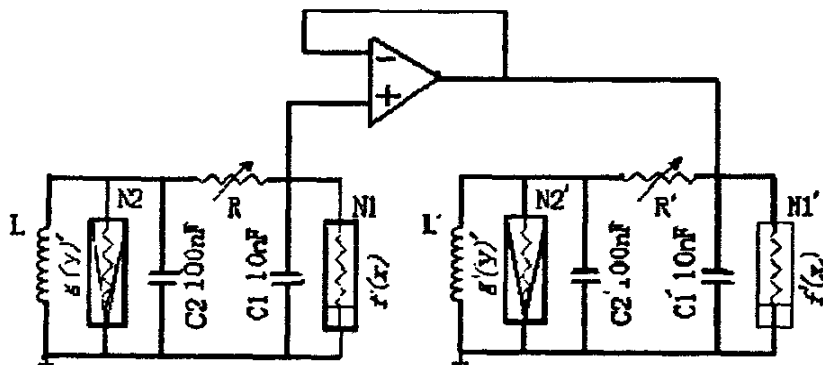


Fig.5-9 The drive and response diagram of third order chua's circuit

图 5-9 三阶蔡氏电路驱动—响应混沌同步电路图

电路的前半部分为驱动电路，后半部分为响应电路，电容  $C_1$  两端的电压  $V_{C_1}$  为驱动信号，通过由运算放大器组成的电压跟随器将其传至响应电路。选取电容  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_1'$  和  $C_2'$  两端的电压  $V_{C_1}$ 、 $V_{C_2}$ 、 $V_{C_1}'$  和  $V_{C_2}'$ ，流经电感  $L$  和  $L'$  的电流  $i_L$  和  $i_L'$  为状态变量，则根据基尔霍夫电流和电压基本定理，可抽象此驱动—响应系统的数学模型如下：

$$\begin{cases} L \frac{di_L}{dt} = -V_{C2} \\ C_2 \frac{dV_{C2}}{dt} = -\frac{1}{R}(V_{C2} - V_{C1}) + i_L + g(V_{C2}) \\ C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} = \frac{1}{R}(V_{C2} - V_{C1}) - f(x) \end{cases} \quad (5-5)$$

$$\begin{cases} L' \frac{di_L'}{dt} = -V_{C2}' \\ C_2' \frac{dV_{C2}'}{dt} = -\frac{1}{R'}(V_{C2}' - V_{C1}') + i_L' + g(V_{C2}') \\ C_1' \frac{dV_{C1}'}{dt} = \frac{1}{R'}(V_{C2}' - V_{C1}') - f(x)' \end{cases}$$

其中

$$g(V_{C1}) = G_b V_{C1} + \frac{1}{2}(G_a - G_b)|V_{C1} + E| + \frac{1}{2}(G_b - G_a)|V_{C1} - E|$$

$$g(V_{C1}') = G_b' V_{C1}' + \frac{1}{2}(G_a' - G_b')|V_{C1}' + E| + \frac{1}{2}(G_b' - G_a')|V_{C1}' - E|$$

同步试验:

数值模拟

为方便讨论, 做变换:

$$\frac{Ri_L}{E} = z, \quad \frac{V_{C2}}{E} = y, \quad \frac{V_{C1}}{E} = x, \quad t = C_2 R \tau, \quad Rf(x) = f_1(x),$$

$$Rg(V_{C2}) = g(V_{C2}') \quad a = \frac{G_a}{G}, \quad b = \frac{G_b}{G}, \quad \alpha = \frac{C_2}{C_1}, \quad \beta = \frac{C_2 R^2}{L} \quad \frac{Ri_L'}{E} = z',$$

$$\frac{V_{C2}'}{E} = y', \quad \frac{V_{C1}'}{E} = x', \quad t' = C_2' R' \tau' \quad R'f(x') = f_1(x'), \quad R'g(V_{C2}') = (g(V_{C2}'))'$$

$$a' = \frac{G_a'}{G'}, \quad b' = \frac{G_b'}{G'}, \quad \alpha' = \frac{C_2'}{C_1'}, \quad \beta' = \frac{C_2' R'^2}{L'}$$

并选取  $x, y, z, x', y', z'$  分别为驱动电路和响应电路的状态变量,  $\tau, \tau'$  为时间变量, 则此驱动—响应系统的状态方程变为如下形式:

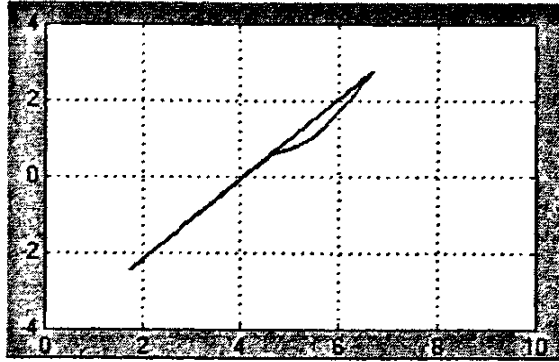
$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = a(y-x-f_i(x_i)) \\ \frac{dy}{d\tau} = x-y+z+g(y) \\ \frac{dz}{d\tau} = -by \\ \frac{dx'}{d\tau'} = a'(y'-x'-f_i(x_i')) \\ \frac{dy'}{d\tau'} = x'-y'+z'+(g(y'))' \\ \frac{dz'}{d\tau'} = -b'y' \end{cases} \quad (5-6)$$

其中

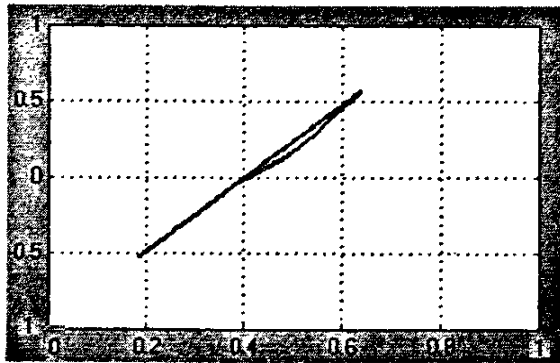
$$f_i(x_i) = b_i x_i + 1/2(a_i - b_i)(|x_i + 1| - |x_i - 1|)$$

$$f_i(x_i') = b_i' x_i' + \frac{1}{2}(a_i' - b_i')(|x_i' + 1| - |x_i' - 1|)$$

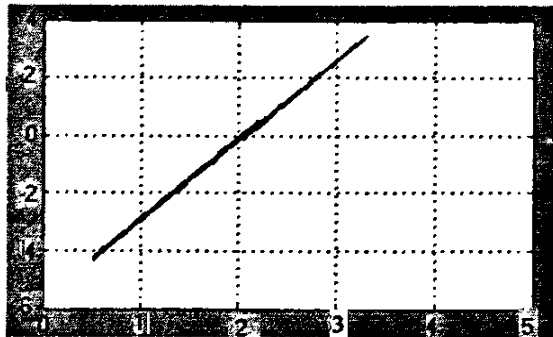
方程中参数  $\alpha = \alpha' = 9.1, \beta = \beta' = 14.286$ 。并假设初始值为  $x(0) = 0.15, y(0) = -0.2, z(0) = 0.4, x'(0) = 0.1, y'(0) = -0.22, z'(0) = 0.15$ 。在这样的条件下, 对方程(5-6)进行数值积分, 就可得出各状态变量的变化情况。图 5-10 显示了驱动和响应电路中相应状态变量  $x-x', y-y', z-z'$  的同步情况, 图 5-11 显示的是各相应状态变量的同步误差。图 5-12 是这三对相应状态变量的严格同步图。



(a)  $x-x'$



(b)  $y-y'$

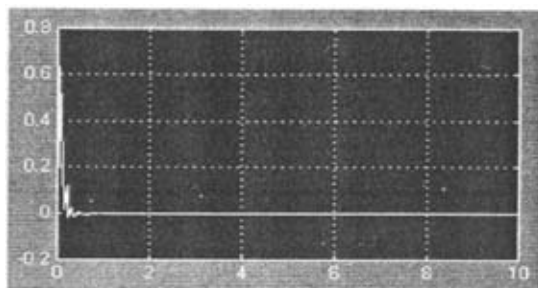


(c)  $z-z'$

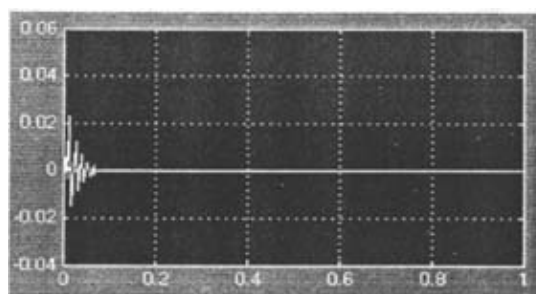
Fig. 5-10 The synchronization diagram of state varier

图 5-10 各状态变量的同步图

图 5-10 的三个图基本上都是通过原点  $45^\circ$  的直线, 表明驱动电路与响应电路中各相应的状态变量都可达到同步。



error ( $x-x'$ )



error ( $y-y'$ )

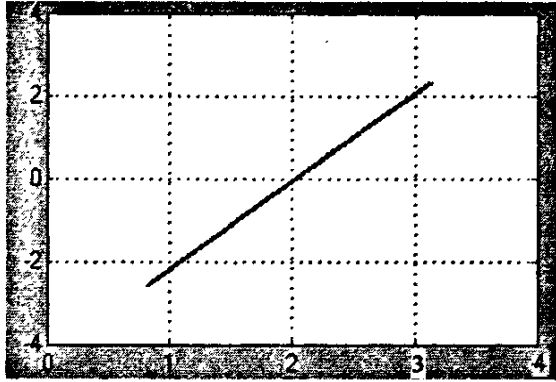
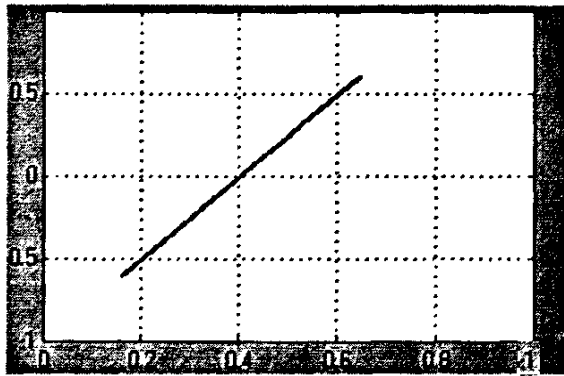


error ( $z-z'$ )

Fig. 5-11 The synchronization error diagram of state varier

图 5-11 各相应状态变量的同步误差图

从图 5-11 的误差可以看出响应电路中的状态变量经过短时间的波动后,才逐渐与驱动电路的状态变量达到同步。这主要是因为数值积分时,采用的是迭代方法,两系统由不同的初始状态开始,直到完全同步需要有一短暂的迭代过程。经过这一过渡时间之后,就可达到严格同步。

 $x - x'$  $y - y'$

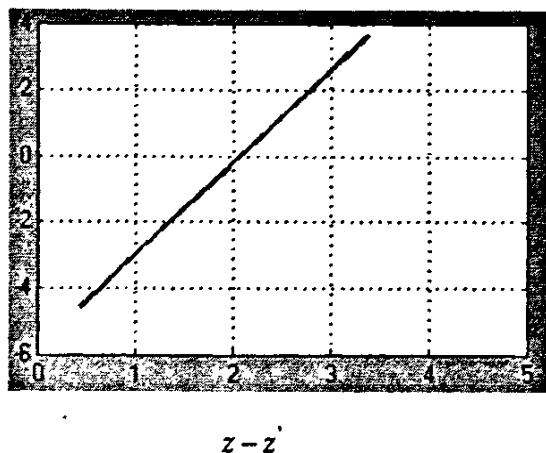


Fig. 5-12 rigid synchronization diagram of state varier

图 5-12 各状态变量的严格同步图

图 5-12 显示的就是忽略这一过渡过程，各态变量的同步状况。可以看出，各图均是一条标准的通过原点的  $45^\circ$  直线，说明三变量都达到了严格同步。

## 5.5 基于混沌同步的保密通信

基于混沌同步的保密通信<sup>[36]</sup>，是对欲传输的信号预先采取加密措施后才在信道中传输，而接收端则需要对所收到的加密信号进行解密。加密就是把欲传输的信号先经过调制混入到噪声中去，解密则是分离出来。对这种噪声的要求是：（1）随机性好且具有不重复性和不可预测性，（2）收、发两端的噪声应为相干噪声，这可使信号调制。而混沌的特性和混沌同步的发现，显然使得混沌信号可以作为这种噪声。

下图 5-13 为混沌载波调制系统的原理图。



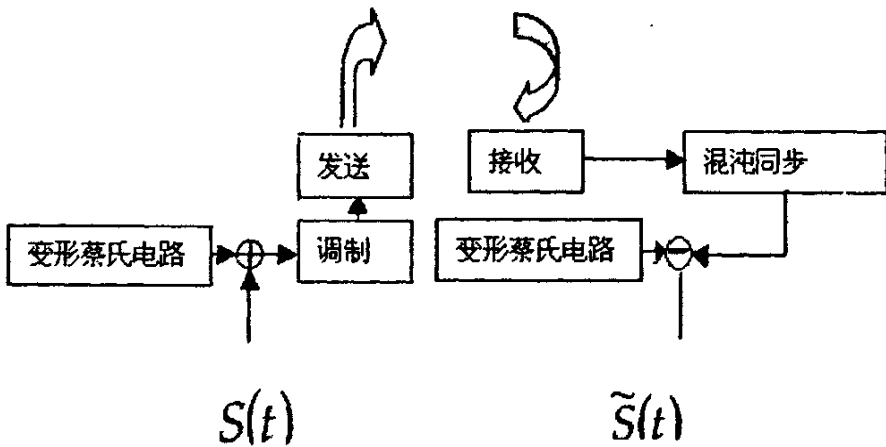


Fig.5-13 The system principle of chaos carrier wave modulate

图 5-13 混沌载波调制系统原理

但是将混沌系统用于实际的保密通信日前仍有一定距离，仍然还有许多工作要做。诸如，如何设计出符合自己需要的混沌电路是至关重要的；如何提高系统参数的匹配精度与降低噪声也是需要考虑的问题。混沌系统都是非常简单的、且易于实现，尽管它还存在着理论与实际的差异，但只要构造出适宜的系统，采取适当的技术措施，相信在不久的将来是能够开发出独具混沌特色的、高水平的保密通信系统的。

## 5.6 本章小结

本章首先对一种蔡氏电路进行了数值分析。然后对其变形电路进行了混沌控制和同步的仿真研究。仿真表明改型蔡氏电路参数较少、较为容易控制。

## 第六章 结论

混沌控制与同步研究已经历了十几年的历程，科学工作者们已提出了大量的混沌控制与同步的方法。为了将这些科研成果应用到工程实践，研究者们正在各个领域做着不懈的努力。本人硕士论文主要就非线性电路中的混沌控制问题进行了一些研究，内容包括非线性电路中混沌产生机理研究、非线性电路中的混沌控制方法研究、非线性电路中混沌控制的电路实现研究等。并在上述研究领域取得了一些进展，这得益于前人的研究基础和导师辛勤的指导。

人们在混沌控制领域的研究已经取得了丰硕的成果，然而，目前也面临着许多没有解决的难题，如各种混沌控制方法的工程实现问题、超混沌系统的控制与同步问题、时空混沌的控制问题、混沌的反控制问题等。正如人们所说的前途是光明的，但道路是艰难的，希望自己的研究可以起到抛砖引玉的作用。

## 参考文献

- [1] 关新平, 混沌控制及其在保密通信中的应用, 国防工业出版社, 2002
- [2] 王光瑞, 于熙龄, 陈式刚, 混沌的控制、同步与利用, 国防工业出版社, 1999
- [3] 詹姆斯·格莱特著, 张淑誉译, 混沌: 开创新科学. 上海: [海译文出版社, 1990
- [4] G. Chen, X. Dong, From chaos to order: perspective and methodologies in controlling chaotic nonlinear dynamical system. *Int. J. Bifur. Chaos*, Vol.3, 1993, pp.1363-1409
- [5] 王东生, 曹磊. 混沌、分形及其应用. 合肥: 中国科技大学出版社, 1995
- [6] Lorenz E. N. Deterministic non Deterministic non periodic flow. *J. Atmos. Sci.*, 1963, 20, pp.130-144
- [7] Ruelle D., Takens F., On nature of turbulence. *Commun. Math. Phys.*, 1971, 20(1), pp. 167-192
- [8] Kolumban G, Kennedy M P, Chua L O. The role of synchronization in digital communications using chaos-Part II: Chaotic modulation and chaotic synchronization[J]. *IEEE Trans. CAS- I* , 1998, 45(11): 1129-1140.
- [9] Li T. Y, J. A. Yorke, Period three implies chaos, *Amer. Math. Monthly*, 1975, 82, pp.985-992
- [10] (美)洛伦兹(Lorenz, E. N.)著, 刘式达等译. 混沌的本质[M]. 北京: 气象出版社, 1997.
- [11] 李春福, 虞厥邦, 一种新的混沌模型及其硬件实现, <<电子与信息学报>>.
- [12] G Q. Zhong and F. Ayrom, Experimental confirmation of chaos from Chua's circuit, *Int. j. Circuit Theory Appl.*, 1985, 13:93-98.
- [13] T. Matsumoto, A chaotic attractor from Chua's circuit, *IEEE Trans, Circuits Syst.*, 1984, 31(12): 1055-1058.
- [14] F. Takens, Detecting strange attractors in fluid turbulence, in *Dynamical systems and turbulence*(D. Rand and L. S. Young), Berlin: Springer-Verlag, 1981.
- [15] P. Grassberger and I. Procaccia, Measuring the strangeness of stranger attractors, *Physica* 9D, 1983, 9D:189-208.
- [16] K. M. Short, Unmasking a modulated chaotic communications scheme, *Int. j. Bifur. Chaos*, 1996, 6(2):367-375.

- [17] 曹建福等, 非线性系统理论及应用, 西安: 西安交通大学出版社, 2001
- [18] B. Townshend, Non-linear prediction of speech signals, IEEE Trans. ASS, 1990
- [19] L.O.Chua, The genesis of Chua's circuit Int.J.Electron.Commun., 1992, 46(4), 250-257.
- [20] 钟国群, 蔡氏电路混沌同步保密通讯, 广东: 电路与系统, 1996
- [21] 何振亚, 张毅峰等, 细胞神经网络动态特性及其在保密通信中的应用, 1999, 20(3): 60-67
- [22] 袁坚, 混沌理论及其在电子工程中的应用, 电子科技大学博士论文, 1997
- [23] 冉立新, 陈抗生, 蔡氏电路混沌信号频谱分布特性及其在电路设计中的应用, 广东: 电路与系统学报, 1998, 3(1): 8-13
- [24] J. Zhang and S. Wang, A chaos scheme for secure communication based on neural network, IEEE APCCAS-2000, Tianjin, China, 371-374
- [25] 王冬光, 刘文. 一种差分混沌键控通信方案的研究, 哈尔滨: 哈尔滨工程大学学报. 2004
- [26] 倪问尹, 王玲, 基于驱动蔡氏电路的混沌通信研究, 计算机与现代化, 2005
- [27] 汪美平, 王赞基, 一种基于数字信道的连续混沌通信系统, 电子学报, 2003
- [28] K.M. Short, Step toward unmasking secure communication, Int.J.Bifur.Chaos, 1994, 4 959-977
- [29] H. D. I. Abarbanel, Chaotic signals and physical systems, Proceedings of IEEE ICASSP, 1992, IV: 113-116
- [30] K. M. Short, Signal extraction from chaotic communication, Int. J. Bifur. Chaos, 1997, 7(7): 1579-1597
- [31] Lequan Min, Xianhua Zhang, secure communication by genetalized chaotic synchronization, Journal of University of Science and Technology Beijing 2003, 10(2): 74-77
- [32] 禹思敏, 丘水生, 一种语音保密通信方案的研究与硬件实现, 通信学报, 2002
- [33] 禹思敏, 丘水生, 混沌保密通信的若干问题及混沌加密新方案, 华南理工大学学报, 2002
- [34] 李春福, 胡志恒, 一种新的混沌模型及其硬件实现, 电子与信息学报, 2002
- [35] 张涛, 刘宗才, 利用相移键控实现混沌通信, 量子电子学报, 2002

- [36] G. Kolumban, M. P. Kennedy, and L. O. Chua, "The Role of Synchronization in Digital Communications Using Chaos-Part II: Chaotic Modulation and Chaotic Synchronization", *IEEE Trans.CAS-I*,1998,45(11)
- [37] Yang. T, Chua L. O. Chaotic digital code-division multiple access(CDMA) communication systems.*Int.J.Bifure.Chaos*,1977(7):2789-2805

## 作者在读期间科研成果

“基于 ST 系列单片机的汽车转向助力系统”已经在《西华大学学报》发表.

“一种变型蔡氏电路的电路实现研究”已经在《西华大学学报》发表.

## 致谢

在论文即将完成之际，首先非常感谢魏金成老师在我三年研究生生涯中给予的关心和帮助，他不仅以他那严谨的治学态度、缜密的思维能力深深的影响着我，更以他那严以律己、宽以待人的崇高风范，朴实无华、平易近人的人格魅力，与无微不至、感人至深的人文关怀，让我如沐春风，倍感温馨。使我在这三年中不仅积累了丰富的学识，更在待人接物与为人处事上学到了很多，我将随身携带着它们，勇敢的踏上新的人生之路。

感谢我周围风华正茂的同窗们，与他们的有意讨论使我深受启发，和他们朝夕相处的岁月让我终生难忘。

感谢电气信息学院和电气工程与自动化系的领导和老师给我的宝贵支持。最后感谢给我帮助、支持和鼓励的同学们和朋友们！

最后我要感谢我的父母和妻子。他们为了支持我的学业，付出了艰辛的劳动，尤其感谢我得妻子，祝愿你永远美丽健康，谢谢。

答辩人：王磊

2007年5月