

山东农业大学

硕士学位论文

金属射流的MHD特性分析

姓名：赵秀艳

申请学位级别：硕士

专业：机械设计及理论

指导教师：刘贤喜

20090610

摘要

磁流体应用产品的开发最先源于美国，主要用于航天产品。目前磁流体的研究和应用已经非常广泛，渗透到了军事、航空航天、医学、工业、核能等许多的领域。

本文中的金属射流，是作为一种基于自由表面的流体来进行研究的。由于自由表面流动将产生表面的更新、波动等现象，引起界面的不稳定，电流与应用磁场相互作用在流体中产生一个与流动方向相反的洛伦兹(Lorentz)体积力，就是磁流体动力学(MHD, MagnetoHydroDynamics)效应。这种 MHD 效应可改变流体的流动特性，对流体本身造成箍缩和扭曲等等改变。这些变化会有时会对整个系统产生很大的影响。

本论文首先对磁流体流动的数值模拟方法进行总结和概述，阐述了磁流体数值研究的主要方法和面临的主要问题。在此基础上以被动电磁装甲的金属射流磁流体力学模型为基础，利用基于大型计算流体力学软件 FLUENT 携带的 MHD 模块中的用户定义子程序，使用标量输运方程的求解器，求解磁流体方程。使用 MHD 的 $k-\epsilon$ 湍流模型，对液态紫铜金属射流在大脉冲电流作用下的电流密度、受到的电磁力、速度矢量图和体积分数四个方面进行了仿真研究。

研究表明，在300KA大脉冲电流的作用下，产生的磁场能够抑制自由表面的金属射流的运动方向，表现为在流动方向上流速变小，形状上下拉长变形，然后向上、向下发生溅射。随着脉冲电流工作时间的增加，电流密度及电磁力密度相应减小。考虑了流体运动的不稳定性，在给定的环境系数下模拟分析了金属射流在磁场作用下的速度矢量分布和体积分数。这些研究结果对自由表面金属射流磁流体的流动提供了很好的参考价值。

关键词：电磁装甲；金属射流；大脉冲电流；磁流体动力学(MHD)；仿真

Abstract

The first use of Magnetohydrodynamic (MHD) to the product's development is the USA, mainly for aerospace products. At present, the research and application of Magneto hydrodynamic have been very extensive. It seeped many domains, like military, aerospace, medicine, industry, nuclear power and so on.

The metallic jet in this article is as a fluid based on the free surface to study. Because of the surface flow, it will generate surface updates, fluctuation etc. Phenomenon and cause the interface instability. The interaction of the current and magnetic field will generate Lorentz force in opposite direction of flow, that is the Magneto Hydrodynamics(MHD , MagnetoHydrodynamics) effect. This MHD effect can change the flow characteristics of fluid and cause pinch, distortion and so on changes to the fluid itself. These changes will sometimes to the whole system produce very big effect.

This paper firstly has a summary and overview on the Magnetic fluid flow's numerical simulation method and elaborates the main methods in the magnetic fluid value research and the major problems we are facing. On the basis of the passive electromagnetic armor's Metal jet flow Magneto hydrodynamic mode, used the User-defined procedures in the MHD module carried by large computational fluid dynamics software FLUENT and used the scalar transport equation solver, we solve the magnetic fluid equation.

We conducted a study of Liquid red copper metallic jet on the current density, electromagnetic force, velocity vector and volume fraction under large pulse current.

Study shows that the magnetic field can restrain the movement direction of the metal jet at the free surface. At the flow direction, the Velocity become smaller and the shape from top to bottom is stretched and then the metal jet sputter to upward or downward. With the increase of pulse current work time,

current density and electromagnetic force density will be decreased. Considered the fluid motion's instability, under a given environment coefficient, we had simulated and analyzed the velocity vector distributions and volume fraction under the magnetic field function. The results of these studies provide a good guide to the free surface metallic jet and magnetic fluid's flowing.

Keyword: Passive electromagnetic arm; Metal jet flow; High pulse current ; Magnetohydrodynamics; Emulation

符号说明

英文字母

A	矢量势
a	表示加速度
B	磁感应强度 (T)
B_0	外加磁场磁感应强度
b	感应磁场磁感应强度
D	位移电流 (C/m ²)
E	电场强度(V/m)
F_s	表面张力
H	磁场强度 (A/m)
Ha	哈特曼数
J	电流密度矢量 (A/m ²)
K	湍流动能 (m ² /s ²)
L	流动特征长度 (m)
m	物质质量
P	压力(Pa)
R	表面曲率
Re	雷诺数
n	表面法线
t	时间(s)
T	温度(K)
U	速度(m/s)

拉丁字母:

τ	体积
ρ	密度(kg/m ³)
δ_s	表面 S 处的浓度
μ_m	导磁率(H/m)

μ

动力粘度(Pa · s)

ε

真空介电常数(F/m)或湍流耗散率

α

容积比率

σ

电导率 (S/m) 或表面张力系数

插图清单

图 1-1 被动式电磁装甲工作原理	6
图 1-2 主动电磁装甲工作原理.....	7
图 1-3 射流和杵的形成.....	7
图 1-4 成型装药射流被强大的瞬时所磁场所破坏.....	8
图 2-1 磁场边界条件推导.....	31
图 3-1 FLUENT 基本程序结构示意图.....	35
图 3-2 程序计算流程图.....	39
图 3-3 流场与电磁场相互作用示意图.....	40
图 4-1 被动装甲电磁作用的物理模型.....	48
图 4-2 简化二维几何模型.....	48
图 4-3 金属射流几何模型网格划分.....	49
图 4-4 电场初始条件.....	52
图 4-5 电流强度示意图.....	53
图 4-6 电流密度示意图.....	53
图 4-7 轴向电流密度图.....	54
图 4-8 参考文献中感应电流示意图.....	54
图 4-9 磁感应强度图.....	55
图 4-10 电磁力密度图.....	56
图 4-11 参考文献中电磁力受力示意图.....	57
图 4-12 未加入电流的金属射流速度矢量图.....	58
图 4-13 加入电流的射流速度矢量图.....	58
图 4-14 金属射流未加入电流量分数图.....	59
图 4-15 金属射流加入电流后体积分数图.....	60

表格清单

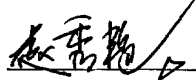
表 3-1 $k-\varepsilon$ 模型的磁流体控制方程.....	37
表 4-1 平均模型的比较.....	45
表 4-2 $k-\varepsilon$ 模型中的系数.....	47
表 4-3 材料参数数据表.....	51

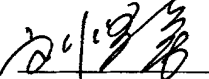
关于学位论文原创性和使用授权的声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的科研成果。对本文的研究在做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律责任由本人承担。

本人完全了解山东农业大学有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留或向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅；本人授权山东农业大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文和汇编本学位论文，同时授权中国科学技术信息研究所将本学位论文收录到《中国学位论文全文数据库》，并向社会公众提供信息服务。

保密论文在解密后应遵守此规定。

论文作者签名： 

导师签名： 

日期： 2009年6月

第一章 绪论

引言

在军事领域的电磁装甲防护技术中,金属射流电磁流体动力学特性的研究,越来越引起国际军事专家们的广泛关注。大脉冲电流作用下的金属射流 MHD 特性分析,除应用流体力学外,还涉及到电动力学,磁流体动力学,电磁学等学科理论知识。对于电磁流体,其行为遵循物质的质量守恒、动量守恒和能量守恒的关系;同时,在分析过程中还应加入电磁动量、电磁动量流、电磁能量和电磁能量流等的影响。处于自由表面的金属射流在电磁场作用下的行为太过复杂;而试验过程中射流的测量又非常困难,所以目前对于金属射流 MHD 特性研究还是很有限。

国外的一些专家建立了金属射流脉冲放电的数学模型及试验,但是由于保密的原因没有公布结果。国内总装军械工程学院、总装装甲兵技术装备研究所等都对电磁装甲的金属射流磁流体动力学进行了研究跟踪;其中第 52 所给出了被动式电磁装甲的定性模型(宁俊生等,2000;郑萍等,2002;胡金锁等,2006)。在这些研究里面只给出了受力模型和力学计算,没有考虑到流体流动过程中的不稳定性。本文中考虑了流体的不稳定性及其脉动特性,并且根据守恒方程和运动方程对金属射流的 MHD 特性进行了初步的研究和讨论。

1.1 课题来源及目的和意义

本课题来源于总装备部“十一五”科研项目“电磁装甲防护技术研究”的子课题,项目编号:40401030106。

随着高性能弹药技术的不断发展,未来坦克装甲车辆的防护技术面临挑战。当破甲弹爆炸时形成的金属射流,激发装甲电容器组时,将形成大脉冲电流。电流通过金属射流后在磁场作用下,由于受到电磁力的作用使射流失去了破坏能力(David L, 1990;胡金锁等,2006)。这是防护技术

中比较关键的一个问题。未来主战坦克正面防穿甲 850mm - 900mm ，防破甲 1300mm ，而且对战斗全重有减重要求（宁俊生等，2000），必须采用新型的防护设计思路。所以国内的比如大电流脉冲放电技术研究、电磁流体动力学特性研究等必须加快进度，尽快缩短与世界先进水平的距离。通过对金属射流在电磁场中的箍缩和扭曲效应的研究，为以后军事应用中最大限度降低穿甲深度提供重要的参考和理论依据。

1.2 课题主要研究的内容

根据解放军军械工程学院提出的相关参数，以国内被动装甲的数学模型为基础，采用仿真软件对金属射流进行二维电磁场磁流体动力学分析。

完成脉冲大电流下金属射流的磁流体动力学仿真，主要分析在给定条件下的金属射流的箍缩效应和扭曲不稳定性；同时根据仿真结果，对给定的射流参数，分析其不同脉冲电流下的磁流体现象，确定金属射流产生箍缩、扭曲等效应的电流区间范围和临界值，并提交相关的研究报告。

1.3 课题研究背景

先了解一下紫铜金属射流的研究环境和形成过程。本文研究的金属射流是在聚能装药爆炸的过程中形成的。研究对象限定为初始状态为直径 $2\mu\text{m}$ ，长 $100\mu\text{m}$ 的柱状金属射流，材料为紫铜。

1.3.1 电磁装甲的工作原理

电磁装甲技术是一项崭新的战斗车辆防护技术，现在世界上许多军事强国的研究机构已经在积极的开展理论研究和缩比试验，并取得了很多的研究成果。1973年，Walker 最先提出电磁装甲概念（胡金锁等，2003）。这是一种依靠储存的电磁能使来袭射弹失去或降低侵彻能力，或者通过主动拦截而达到保护战斗车辆目的的防护装置。电磁装甲可分为被动式和主动式2种。

被动式装甲（也可称为 Walker 板型）主要由两块间隔一定距离的良导

体金属装甲钢板组成，见图 1-1

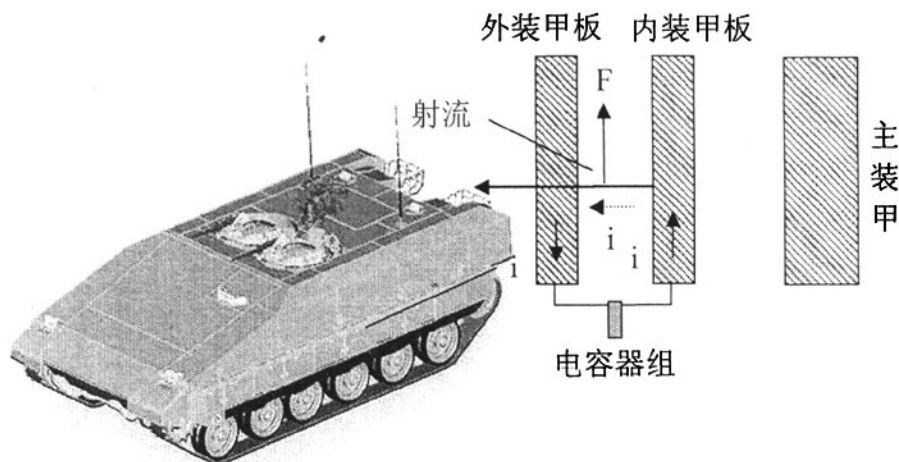


图 1-1 被动式电磁装甲工作原理

Fig. 1-1 The working principle of Passive electromagnetic armor

两板对应接在高压脉冲电容器组的两极，当破甲弹爆炸时形成的金属射流或穿甲弹的弹芯穿过外板而接近内板时，空气隙被击穿，短路引发电容器组释电能，并形成强大的磁场，同时大电流通过射流或弹芯，并在电流形成的强磁场的作用下，由于洛伦兹力和欧姆加热效应，在射流或弹芯中产生不稳定的磁流体动力效应，导致射流或弹芯破碎，从而大大降低其侵彻能力。

主动式电磁装甲由探测系统、计算机控制系统、电源(电容器组)和钢板发射器等组成。一旦传感器探测系统探测到入射弹丸，计算机控制系统指令开关接通，使电容器组向钢板发射器的扁平线圈放电(类似电磁成形器或感应线圈炮原理)，则钢板发射器向来袭的破(穿)甲弹入射路径发射出一高动能钢板块去迎击入射破(穿)甲弹，将来袭破(穿)甲弹撞断或撞偏，使其失去破坏装甲的能力。

当车载计算机决定了防御方案后，由控制系统在最佳时刻接通发射系统的闭合开关。闭合开关一被接通，储能电容器通过脉冲传输线向扁平线圈快速放电，当电感线圈中电流达到最大值时，接通急剧短路开关，断开电容。扁平线圈磁场的急剧变化在保护板以及下面的导体环内感应出一强大电流，使扁平线圈与保护板之间产生一强大的排斥力，将保护板高速发

射出去。图 1-2 为工作原理：

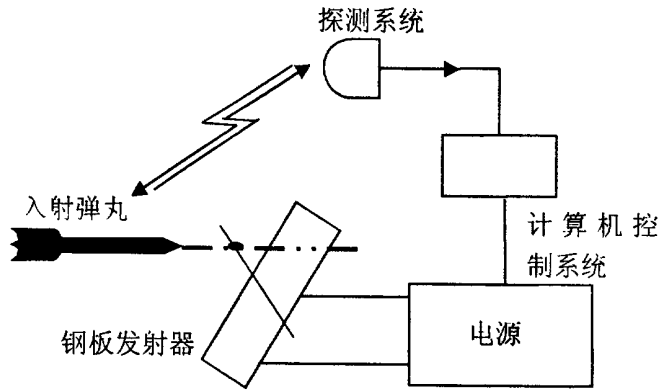


图 1-2 主动电磁装甲工作原理

Fig.1-2 The working principle of Active electromagnetic armor

1.3.2 自由表面金属射流的形成

破甲弹的战斗部在炸药装药前方有一个口部朝前的轴对称形凹槽，内有药型罩。药型罩的材料一般选用紫铜。炸药爆轰后，其爆轰产物在高温高压下基本是沿炸药表面的法线方向向外飞散。当带凹槽的装药引爆后，在凹槽轴线上会出现一股向中心汇聚的，速度和压力都很高的爆轰产物，发生碰撞、挤压，被挤压出的材料称为射流，并向前运动（安二峰，2004）。如图 1-3 示意

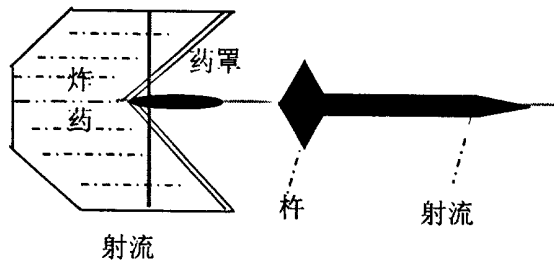


图 1-3 射流和杵的形成

Fig.1-3 The formation of jet and pestle

射流的形成和形状会随聚能装药机构的不同而变化。射流前端的速度可达 8000 米/秒以上，后部则较慢，大约 500 米/秒。对于本文中研究的紫铜金属射流来说在破甲的后期，速度已经相对较低，即使这样射流产生的箍缩和断裂也会对破甲过程产生不利的影 响，目前通过试验得到紫铜射流对装甲钢的破甲临界速度为 2100m/s (郑振忠, 2004)。当金属射流形成冲击到电磁装甲金属板以后，受到电磁场力而发生偏转断裂如图 1-4。由此来达到反应防护的目的。

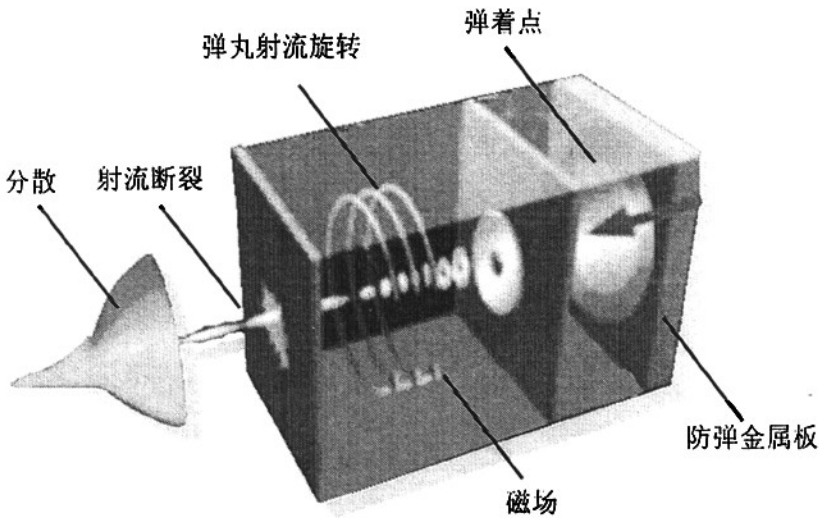


图 1-4 成型装药射流被强大的瞬时磁场所破坏

Fig.1-4 Shaped charge jet was damaged by strong transient magnetic field

1.3.3 研究涉及学科内容

要分析金属射流在大脉冲电流下的 MHD 特性，最重要的就是运用磁流体力学 (Magnetohydrodynamics) 原理知识。这是近几年新兴的结合流体力学和电动力学的方法研究导电流体和电磁场相互作用的学科。导电流体在电磁场里运动时，流体中就会产生电流。此电流与磁场相互作用，产生洛伦兹力，从而改变流体的运动，同时这个电流又导致电磁场的改变。对这类问题进行理论探讨，必须既考虑其力学效应，又考虑其电磁效应。

磁流体力学是结合经典流体力学和电动力学的方法,研究导电流体和磁场相互作用的学科,它包括磁流体静力学和磁流体动力学两个分支(吴其芬,2006)。磁流体静力学研究导电流体在磁场力作用于静平衡的问题;磁流体动力学研究导电流体与磁场相互作用的动力学或运动规律。磁流体力学通常指磁流体动力学,而磁流体静力学被看作磁流体动力学的特殊情形。

1.4 磁流体的应用

磁流体(MHD)应用产品的开发最先源于美国,首先在20世纪60年代,为了解决航天器上(如航天飞机)的密封问题而进行研究的,目前磁流体的研究和应用已经非常广泛,它渗透到了许多的领域,如军事、航空航天、医学、工业、核能、天体物理等等。

(1) 航空航天(Gurijanov E P, 1996; Asay J R 等, 2000; Hall C A 等, 2001; 于达仁等, 2006; 杨英, 2006; 杨乐等, 2007)

主要应用于未来高超声速飞行器的磁流体动力(MHD)能量旁路超燃冲压发动机。

(2) 军事方面(刘仪等, 1999; 苑淑云, 2007)

目前军事上主要应用于电磁装甲、船舶电磁流体动力泵推进、轻气炮中电磁驱动飞片应用等等。

(3) 医学方面(严志云等, 2006; Yan-FeiZhou 等, 2007; 濮永杰等, 2008; 刘菡菡, 2008)

医学方面主要有癌症的防治、磁流体血管密封与药物血管中输送等等。

(4) 工业方面(姚如杰, 1994; 李学慧等, 1996; 顾建明等, 1999; 王瑞金, 2001; 谭美军等, 2003)

工业方面主要应用于磁流体密封、磁流体定位润滑、磁流体研磨、矿物筛选与物料分离、印刷着色等等。

(5) 受控热核反应的应用(许增裕等, 2002, H. Y. Wang 等, 2002; 康伟山等, 2006)

主要应用在核反应堆中的核聚变材料和包层材料,目前很多专家正在

进行液态偏滤器、液态限制器和液态第一壁排热方案的研究应用。

(6) 天体物理中的应用 (Admas F. C, 1987)

磁流体力学在天体物理中的应用是十分广泛的。AGN 中超大质量黑洞的吸积过程, 星系旋臂的密度波, 恒星及行星形成的吸积过程, 太阳的日冕物质爆发等动力学过程的讨论都离不开磁流体力学。

1.5 金属射流 MHD 现状分析与目前水平

本文中涉及的金属射流研究是基于自由表面的液态金属流体。自由表面液态金属在上个世纪七十年代就已经提出来了 (UWMAK-1, 1974; Wells W M, 1981), 但是限于试验条件和磁流体的复杂性, 一直没有得到更好的发展。直到上个世纪的九十年代作为液态偏滤器 / 限制器等概念的时候, 才真正引起广泛的兴趣和关注, 并重新加以研究 (C P C Wong, 1999; Morley N B, 1997; Mattas R F, 2000)。即使这样目前对于液态金属自由表面的了解还很有限的 (Molokov S, 2001)。

1.5.1 国内外研究现状

国内外对聚能射流的理论计算进行了大量的研究, 不过到目前还没有形成一套比较完善的理论计算模型。Birkhoff (Birkhoff G 等, 1949) 等人在 1948 年首先系统的阐述了聚能装药射流形成的理论, 称为定常理想不可压缩流体力学理论。在这个理论中将药型罩处理成一种无粘性、不可压缩的流体, 并假定为稳定压合模型。这种模型预测射流的长度是不变的。

但通过实验观察和研究发现, 聚能装药射流具有速度梯度, 头部速度大, 尾部低, 且相差较大, 因而造成射流的拉伸, 颈缩乃至拉断 (隋树元等, 2000)。为此 Pugh、Eichlberger 和 Rosstoker 等人对 Birkhoff 的定常理论作了改进, 提出了一种非定常的射流形成理论, 后来被称为 PER 理论 (Pugh E 等, 1953)。PER 理论假定锥形药型罩在爆轰波作用下, 压合速度是变化的, 压合速度从罩顶至罩底逐渐减小, 从而产生了较大的射流延伸。PER 理论被 Allison、Vitali 等人的实验证实是非常有效的, 成为射流分析模型的基础 (Allison R E, Vitali R, 1962)。

(一) 俄罗斯美国的进展情况

据 1996 年公开的资料俄罗斯早在 70 年代末和 80 年代初就电磁装甲对 30mm、50mm、100mm 口径破甲弹的防护效果进行了试验研究。1998 年公开的资料表明俄罗斯继续致力于脉冲电流作用下射流的不稳定性理论研究，并在理论建模方面取得了一些进展。

美国对电磁装甲的研究工作保密程度极高，但由已公开的 AD 报告和其它资料可知，1973 年，BRL 的 Walker, E. H 在研究报告《Defeat of Sheaped Charge by Active Armor》中提出了利用电磁场对载流射流的欧姆加热作用破坏破甲弹射流的设想；1988 年，M.F.Lim 和 P.Cayere 在 BRL 和 DNA 的支持下进行了电磁场作用下载流射流不稳定性原理性实验；1990 年美国 BRL 的 J.D.Powell 和 D.L.Littlefield 在忽略欧姆加热效应的基础上对电流作用下射流的不稳定性进行了理论研究，建立了金属射流在电磁场中的控制方程，从理论上验证了被动式电磁装甲确实能够增强射流的磁流体不稳定性，从而降低射流的破甲效果。

1999 年在美国 SHOCK99 会议上，Gordon Filbey 发表了《金属射流脉冲放电的数学模型及试验》，但由于保密原因没有提供计算结果（胡金锁等，2002）。

(二) 我国的研究情况

与国外相比，我国的电磁装甲技术研究刚刚起步。总装军械工程学院、总装装甲兵技术装备研究所、中国兵器工业总公司第 52 研究所等单位对国外的电磁装甲技术研究进行了多年的跟踪和理论探讨，其中第 52 所给出了被动式电磁装甲的定性模型（胡金锁等，2006），并进行了初步的被动式电磁装甲对小口径破甲弹作用的试验研究，但由于各种因素，没有得到令人满意的效果。在磁流体动力学方面，由于受到工业材料和实验条件的限制，国内对导电流体在外磁场作用下的 MHD 流动问题的研究是近几年才发展起来的，主要是在国外学者的研究基础上，研究磁场在冶金、铸造等实际工程中的应用。

1.5.2 目前水平

金属射流基本上属于液态金属自由表面问题。自由表面流由于其存在运

动边界，边界位置只在初始时刻确定，此后边界位置需作为计算结果的一部分进行求解，因此自由表面流动的数值模拟一直是计算流体力学领域的一大难题。流体在电磁场作用下的行为太过复杂；一方面存在着涉及流体力学的自由表面问题，另一方面存在磁流体力学（MHD）效应导致其行为更为复杂化。目前从国外电磁装甲研制开发的水平来看，距产业化还有一段距离，而对于电磁装甲防护技术中破甲弹爆炸形成金属射流的磁流体力学研究更是相对较少。近年来电子领域是发展最活跃最快的领域，该方面的进步一定会极大地推动电磁装甲相关技术的发展，一些关键技术有望突破。从防护技术要求来看，对未来主战坦克正面防穿甲 850mm - 900mm （宁俊生等，2000），防破甲 1300mm ，而且对战斗全重有减重要求。因此，必须采用新型的防护设计思路。所以国内非常重视比如大电流脉冲放电技术研究、电磁流体动力学特性研究。对射流，特别是其磁流体力学效应和与其紧密相关的稳定性研究非常引人关注。由于该问题的复杂性及在实验中对射流的测量非常困难，目前对该问题的研究基本局限在定性分析上。

第二章 金属射流 MHD 特性理论分析

磁流体力学包括磁流体静力学和磁流体动力学。磁流体静力学研究导电流体在电磁力作用下的静平衡问题,如太阳黑子理论、受控热核聚变的磁约束机制等。磁流体动力学研究导电流体与电磁场相互作用时的运动规律,如各种磁流体动力学流动和磁流体动力学波等。等离子体和液态金属都是导电流体。前者包括宇宙物质,后者包括核动力装置中的携热介质(如钠、钾、钠钾合金)、化学工业中的置换剂(如钠、钾、汞)、冶金铸造工业中的熔融金属等(翁兴园,1998)。地球表面一般不存在自然等离子体,但可因核辐射、气体放电、燃烧、电磁激波、激光等方法产生人工等离子体。

能应用磁流体力学处理的等离子体温度范围颇宽,从磁流体发电的几千度到受控热核反应的几亿度量级(还没有包括固体等离子体)。因此,磁流体力学同物理学的许多分支以及核能、化学、冶金、航天等技术科学都有联系。

2.1 磁流体力学发展

20世纪80年代中叶,随着R.E.Rosenweig (Rosensweig R. E, 1998)的专著《Ferrohydrodynamics》的出版,磁流体成为国内外学者所公认的一门专门独立学科。

1832年法拉第首次提出有关磁流体力学问题。他根据海水切割地球磁场产生电动势的想法,测量泰晤士河两岸间的电位差,希望测出流速,但因河水电阻大、地球磁场弱和测量技术差,未达到目的。1937年哈特曼根据法拉第的想法,对水银在磁场中的流动进行了定量实验,并成功地提出粘性不可压缩磁流体力学流动(即哈特曼流动)的理论计算方法。

1940~1948年阿尔文提出带电单粒子在磁场中运动轨道的“引导中心”理论、磁冻结定理、磁流体动力学波(即阿尔文波)和太阳黑子理论,1949年他在《宇宙动力学》一书中集中讨论了他的主要工作,推动了磁流体力学的发展。1950年伦德奎斯特首次探讨了利用磁场来保存等离子

体的所谓磁约束问题，即磁流体静力学问题。受控热核反应中的磁约束，就是利用这个原理来约束温度高达一亿度量级的等离子体。

然而，磁约束不易稳定，所以研究磁流体动力学稳定性成为极重要的问题。1951年，伦德奎斯特给出一个稳定性判据，这个课题的研究至今仍很活跃。

2.2 磁流体动力学研究方法

磁流体动力学和流体力学一样，都是建立在连续介质假设之上进行理性阐述的。液态金属磁流体动力学是研究电磁力对导电流体定常或非定常流动的影响。首先建立磁流体动力学的基本方程组，然后用这个方程组来解决和分析各种问题。方程的非线性使磁流体动力学的数学分析复杂化，通常要用近似方法或数值法求解。

1) 近似法

在以前计算机不发达情况下，磁流体流动研究的数值模拟计算大部分采用的是简化的近似方法，即“核心流近似法”(Core Flow Approximation) (Morley NB 等, 1991; Huang H.L 等, 2002)。这种方法的主要依据是导电流体在磁场中流动时，磁雷诺数非常小，流体在磁场中流动的洛仑兹力则非常大。与洛仑兹力相比，流体的运动惯性力和粘滞力相对比较小，因此，对于流道中间核心的主流，在其物理模型处理上，是在控制方程中忽略了惯性项和粘滞项，也就是忽略惯性力和粘滞力对流体的影响，而且忽略了感应磁场。这种方法最早是由 Kulikovskii(Kulikovskii A.G, 1968)提出的，而且这种方法认为在磁雷诺数非常小的情况下作用在流体上的磁场仅是外加磁场，忽略了流体内部的感应磁场的作用。由于这种 MHD 流动的无粘性、无惯性的特殊性质，在沿着磁力线方向上，这种方法可以对 MHD 方程进行直接积分，从而获得感应电流、电势和速度，利用 MHD 控制方程的特殊性，使流体的控制方程简化为四个微分方程。

因为近似方法假定感应磁场可以忽略，而以外加磁场作为整个磁场对流体的作用效果，忽略了边界层对主流体的影响，所以这种假设对于垂直于磁场的管道边壁的流体则是无效的。对于平行磁场的边壁流体可以应用这种假设，但是，对边界层要做一些特殊的处理。因此，在一些情况下这

种核心流近似解法不能很充分地描述管道内的流体的速度剖面。例如，对于无滑移边界条件(即在壁上的流体速度为零)，靠近管壁的那部分流体形成一层很薄的边界层(哈特曼层)，这部分流体中的粘滞力与电磁力相当，如果用核心流近似解法来处理，就忽略了哈特曼流对主流速度和压力的影响，同时也影响流体的传热。

尽管核心流近似法在一定的范围内可以简单地、近似地解决 MHD 流体的基本流动规但是，对于更为复杂的 MHD 流动特性及其它相关的 MHD 效应问题和传热影响，这种方法只能做定性分析或局部流体的研究。此外，在强磁场和封闭槽道流中，核心流模型完全忽略诱导磁场、惯性和粘性的影响，在边界层内利用抛物线方法耦合，不研究边界层内的流动情况，对应用中充分发展流的一般流动换热很有用。然而却不能用来研究自由表面流和边界层流的影响。因为一般情况下，磁场不是如此强以至完全抑制湍流的影响，并且边界层对流动换热仍然起主要作用。

2) 半实验半分析法

半实验半分析法是研究磁流体动力学规律方法之一。它是根据现有的物理规律和知识，设计一定的物理实验，在观察和实验的基础上，通过分析、归纳来总结相关的物理规律。它必须首先通过直接实验来证明，并且要具有足够数量的实验事实，再把这些事实进行整理分析，去掉非主要因素，抓住主要因素，然后推理到一定条件下的理想况，根据已知的实验事实，总结出磁流体动力学方面的有关物理规律。

磁流体物理规律是磁流体动力学效应现象、过程在一定条件下发生、发展和变化的必然趋势及其本质联系的反映。

由于在磁流体动力学的物理现象有流场和电磁场等复杂因素等作用，因磁场的变化以及流动的湍流特性等许多因素间的相互关系，致使我们目前还无法完全掌握。为此，为研究二维 MHD 效应问题，磁流体动力学首先往往采用简约的方法来简化问题、简化磁流体的影响因素，用有限的工具、仪器和设备来设计实验方案，进行无限逼近客观世界，然后在大量的实验事实基础上，通过分析、归纳和总结，最后获得科学性事实，进而研究客观磁流体动力学物理规律，有效地探明二维 MHD 流动规律。

对于液态金属磁流体在自由表面二维流动的 MHD 理论推导分析比较

困难,各种复杂因素的影响,使我们很难得到很明确的解析计算式。但可以通过设计特定的物理实验,特定的磁场变化以及确定的流动特性,经过多次实验和观察,去掉非主要因素,对主要因素进行整理分析,或进行归纳推理;或是由大量的物理实验规律,经过合理推理,同时结合磁流体的无量纲参数,如哈德曼参数、相互作用参数和磁雷诺数等,总结出这些无量纲参数与磁流体二维 MHD 流动特征之间的关系,甚至得到一定条件下的二维 MHD 经验解析公式,以此验证实验前的物理假设,得到物理规律。这是研究液态金属 MHD 流体的重要方法之一。

3) 数值法

近几年来,随着计算机的快速发展,液态金属 MHD 流体的数值法的研究的基本思想如下:

液态金属磁流体动力学流动分析研究是在非导电流体力学的基础上,研究导电流体流场和磁场的相互作用,并将一般流体力学所受的力与洛仑兹力一起作用在流体上。进行这种研究必须对经典流体力学加以修正,以便得到磁流体动力学基本方程组。而这些液态金属磁流体动力学基本方程组具有非线性而且包含方程个数又多,求解困难,所以磁流体力学的理论很难像普通流体力学理论那样得到充分的验证。但是,在实际问题中往往不需要求解最一般形式的方程组,而只需求某一特殊问题的方程组的解。对于液态金属在磁场环境下流动的这一磁流体力学问题,一般应用量纲分析和相似律求得表征一个物理问题的相似准则数,并简化方程,得到对具体问题有实用价值的解。液态金属磁流体体力学相似准数有哈德曼数、雷诺数、磁雷诺数、相互作用参数等,这里最重要的是哈德曼数。哈德曼数是反映导电流体在磁场中运动时所受的洛仑兹力与粘性力的相对大小,所以哈德曼数是液态金属磁流体流动中反映磁场影响大小的量。

随着计算机技术和计算流体力学方法的发展,数值模拟可以求解较复杂的 MHD 问题。由于 MHD 方程组较为复杂,需要进行变化以便缩短计算机 CPU 时间。目前求解流体力学和磁学方程组的数值法有三种,即诱导磁场法、电势法和电流法。电势法一般地假设感应磁场与外加磁场相比小得可以忽略,在求解电磁学方程时忽略了导电流体和管道壁内产生的感应磁场,也忽略了感应磁场对流体的作用。因此,电势法的缺点是其一方面忽

略了感应磁场的作用，另一方面当哈德曼数非常大时，收敛比较困难。诱导磁场在求解磁学方程时却非常实用，它的形式类似于标量输运方程，可以用标量输运方程的求解器求解。电流法是在边界层内利用电势法得出其定解边界条件，因而较为复杂，较少采用。诱导磁场法的基本思想是，从最基本的 Maxwell 方程组和 *Ohm* 定律得到诱导磁场方程，求解这个方程后可以得到诱导电流。同时，流体所受的洛仑兹力以源项的形式添加到动量和能量方程中，对流体力学方程进行相应地修正。

2.3 金属流体 MHD 理论及计算模型

本质上来说磁流体动力学是研究流体速度场和电磁场之间相互作用的一门学科。对于他们之间的研究要考虑两者之间的单方向作用，一是已知速度场，考察速度场对于磁场的影响；一是已知磁力场，考察磁力对速度场的影响。文中是讨论的第二种情况。

液态金属磁流体动力学流动分析是在非导电流体力学的基础上，研究导电流体中流场和磁场的相互作用。进行这种研究必须对经典流体力学加以修正，以便得到磁流体动力学基本方程组。而这些液态金属磁流体力学基本方程组具有非线性而且包含方程个数又多，求解困难，所以磁流体力学的理论很难像普通流体力学理论那样得到充分的验证。对于磁场作用下液态金属流动分析有层流和湍流两种。本文是针对湍流模型进行分析的。

2.3.1 基本的磁场方程

磁流体力学首先要运用电磁方程理论，英国物理学家 JC 麦克斯韦首先总结出来的电磁场运动普遍规律的数学表达式。电磁学理论的基本方程组是 Maxwell 方程组：

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \bar{E} = \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.4)$$

其中 \vec{D} , ρ , \vec{B} , \vec{E} , \vec{H} , \vec{J} 分别表示电位移矢量、自由电荷密度、磁感应强度、电场强度、磁场强度和电流密度。在物理量 \vec{D} , \vec{B} , \vec{E} , \vec{H} , \vec{J} 之间存在本构关系, 视具体情况而定。方程 (2.1) 对应 Gauss 定律, 方程 (2.2) 表示磁场是无源场, 方程 (2.3) 对应 Faraday 定律 (变化的磁场产生电场), 方程 (2.4) 表示电流密度和变化的电场产生磁场。需要注意的是, 在电动力学中, 电流密度需要考虑流体运动的影响, 即方程 (2.5)

$$\vec{J} = q\vec{u} + \vec{J} \quad (2.5)$$

其中 \vec{u} 为流体速度, \vec{J} 为观察者随流体质点运动时测得的电流密度。

考察已知磁场时, 磁场对速度场的作用。在没有其他外力作用的时候且认为 $uf = \text{常量}$ 时, 磁流体力学的运动方程的葛罗米柯-兰姆形式可以表示为方程 (2.6)

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla \frac{\vec{V}^2}{2} + (\nabla \times \vec{V}) \times \vec{V} \right] = \rho F_f - \nabla P + \nabla (\lambda_r \nabla \cdot \vec{V}) + \nabla \cdot (2u_f S) + \vec{J} \times \vec{B} \quad (2.6)$$

作用在流体介质上的力有磁力 $F_e = \vec{J} \times \vec{B}$, 外力 ρF_f 和表面力 P_n 。根据欧姆定律, 得到电磁力 F_e 在有限体积 τ 上所做的功率为

$$\int_{\tau} \left[\frac{\vec{J}^2}{\sigma} + \vec{V} \cdot (\vec{J} \times \vec{B}) \right] d\tau_0$$

磁流体动力学中的动力学方程实际上就是具有磁力作用下流体力学中质量守恒方程、动量方程和能量守恒方程的推广。在分析过程中, 紫铜射流作为不可压缩流体流动。不可压缩流体运动是指流动在运动过程中, 密度始终保持不变。

2.3.2 动力学方程

磁流体动力学中的动力学方程实际上就是具有磁力作用下流体力学

中质量守恒方程、动量守恒方程和能量守恒方程的推广。

1) 质量守恒方程

在牛顿力学体系内, 流体内任一有限物质在运动过程中其所具有的质量始终保持不变。这就是质量守恒律。据此, 在流体内取一有限物质, 设其质量为 m , 占有空间为 τ , 则质量守恒律的数学表达式为

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho d\tau = 0 \quad (2.7)$$

应用关系式 (2.7), 即可得到质量守恒方程积分形式的表达式为

$$\int_V \frac{d\rho}{dt} d\tau + \oint_S \rho v_n dS = 0$$

$$\text{或者表示} \begin{cases} \int_V \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) \right] d\tau = 0 \\ \int_V \left[\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{V} \right] d\tau = 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

由于选取的物质体积 τ 的任意性, 由式 (2.8) 立即得到微分形式的质量守恒方程为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.9a)$$

或

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.9b)$$

质量守恒方程又称连续方程。它不涉及力场的作用, 因此与流体力学的质量守恒方程具有相同的形式。

2) 动量守恒方程

在牛顿力学体系中, 认为物质所具有的动量的变化速率等于作用在物质上所有作用力的和, 称为动量守恒律。为了得到这一守恒律的数学表达式, 在流体内任取一有限物质, 其占有空间 τ , 包围这一体积的曲面记为 S , 则动量守恒定律可表示成

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{V} d\tau = \int_V \rho \vec{F} d\tau + \oint_S P_n dS \quad (2.10)$$

式 (2.10) 中, 右方第一项表示作用在物质体积之上的体积力, F 为体积力的体密度; 第二项表示作用在物体表面上的表面力。表面力的面密

度为 $P_n = n \cdot P_0$ 。应用预备公式(2.11)

$$\frac{d}{dt} \int_V a d\tau = \int_V \left(\frac{da}{dt} + a \operatorname{div} \vec{V} \right) d\tau = \int_V \frac{\partial a}{\partial t} d\tau + \oint_V v_n a dS \quad (2.11)$$

以及奥高公式(2.12),

$$\phi = \phi(r, t) = \phi(x, y, z, t) \quad (2.12)$$

在(2.11)中 ϕ 是包括标量、矢量及张量在内的任一物理量, r 是空间点的矢径, x, y, z 是 r 的直角坐标系, t 是时间。则式(2.10)可改写成(2.13)

$$\int_V \left[\frac{d}{dt} (\rho \vec{V}) + \rho \vec{V} \nabla \cdot \vec{V} \right] d\tau = \int_V (\rho F + \nabla \cdot P) d\tau \quad (2.13)$$

且应用连续方程(2.14)

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.14)$$

可实现运算(2.15)

$$\frac{d}{dt} (\rho \vec{V}) + \rho \vec{V} \nabla \cdot \vec{V} = \rho \frac{d\vec{V}}{dt} + V \left(\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{V} \right) = \rho \frac{d\vec{V}}{dt} \quad (2.15)$$

将这一结果代入上式, 整理得到(2.16)

$$\int_V \left[\rho \frac{d\vec{V}}{dt} - \rho F - \nabla \cdot P \right] d\tau = 0 \quad (2.16)$$

由于体积 τ 的任意性, 得到动量守恒方程的微分表达(2.17)

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho F + \nabla \cdot P \quad (2.17)$$

由此可知, 动量守恒方程(2.17)本质上式表示惯性力 $\rho \frac{d\vec{V}}{dt}$ 与体积力 ρF

和表面力 $\nabla \cdot P$ 之间的平衡关系。在伽利略变化下, 力是不变量, 因此右

方项 $\rho F + \nabla \cdot P$ 以及 $\rho \frac{d\vec{V}}{dt}$ 都是不变量, 意味着方程(2.17)是不变式的。

在磁流体力学中, 单位体积的物质介质上作用的磁力表达式(2.18)

$$F_c = \vec{J} \times \vec{B} \quad (2.18)$$

把表示的磁力 $\bar{J} \times \bar{B}$ 从体力 ρF 中分离出来, 将体力项表示成

$$\rho F = \rho F_f + \bar{J} \times \bar{B} \quad (2.19)$$

而 ρF_f 则为重力 ρg 以及除磁力之外的其他外力。最常用的正交曲线坐标系 $0-r\theta z$ 和 $0-xyz$ 之间的关系式 (2.20), 应用关系式 (2.20)

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \quad 0 \leq \theta < 2\pi \\ z = z \end{cases} \quad (2.20)$$

则方程 (2.16) 右方第二项可表示成

$$\nabla \cdot P = -\nabla p + \nabla(\lambda_f \nabla \cdot \bar{V}) + \nabla \cdot (2\mu_f S) \quad (2.21)$$

将式 (2.19) 和式 (2.21) 代入方程 (2.17) 中, 得到

$$\rho \frac{d\bar{V}}{dt} = \rho F_f - \nabla p + \nabla(\lambda_f \nabla \cdot \bar{V}) + \nabla \cdot (2\mu_f S) + \bar{J} \times \bar{B} \quad (2.22)$$

或出 $\frac{d\bar{V}}{dt} = \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + (\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V}$ 得

$$\rho \left[\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + (\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V} \right] = \rho F_f - \nabla p + \nabla(\lambda_f \nabla \cdot \bar{V}) + \nabla \cdot (2\mu_f S) + \bar{J} \times \bar{B} \quad (2.23)$$

在动力学中仅适用于牛顿流体情形, 也称这一方程为运动方程。

有时为了分析涡运动方便, 将 $(\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V}$ 分解成无旋部分 $\nabla \frac{\bar{V}^2}{2}$ 和有旋部分 $(\nabla \times \bar{V}) \times \bar{V}$, 把方程 (2.23) 表示成葛罗米柯-兰姆形式 $\rho \left[\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{\bar{V}^2}{2} \right) + (\nabla \times \bar{V}) \times \bar{V} \right] = \rho F_f - \nabla p + \nabla(\lambda_f \nabla \cdot \bar{V}) + \nabla \cdot (2\mu_f S) + \bar{J} \times \bar{B}$ (2.24) 式 (2.24) 中, V 为速度矢量 \bar{V} 的模值。若认为斯托克斯假设成立, 则运动方程 (2.23) 表示成为

$$\rho \frac{d\bar{V}}{dt} = \rho F_f - \nabla p + \nabla \cdot (2\mu_f S) - \frac{2}{3} \nabla(\mu_f \nabla \cdot \bar{V}) + \bar{J} \times \bar{B}$$

3) 能量守恒方程

能量守恒方程的本质是能量守恒律的数学表示。在牛顿力学体系内,

能量守恒定律可叙述为流体内任一有限体积所具有总能量的变化速率等于作用在这一体积介质上的作用力所作的功率与单位时间内通过表面传入的热量及对体积介质加热热量的和。

在运动的流体内任取一有限体积 τ ，其表面积为 S ，外单位法向矢量为 n 。则这一有限体积 τ 所具有的动能为 $\int_{\tau} \frac{1}{2} \rho \bar{V}^2 d\tau$ ，内能为 $\int_{\tau} \rho \varepsilon_j d\tau$ 。于是总能量为 $\int_{\tau} \rho (\varepsilon_j + \frac{1}{2} \bar{V}^2) d\tau$ 。

作用在流体介质上的力有磁力， $F_e = \bar{J} \times \bar{B}$ 外力 ρF_f 和表面力 P_n 。磁力 F_e 在有限体积 τ 上所作的功的能量体密度 ε_m 在实验室坐标系 $O-xyz$ 中的表达式：

$$\varepsilon_m = \bar{E} \cdot \bar{J} \quad (2.25)$$

因为这里所取的有限体积 τ 是随流体介质运动的。电磁学量中，速度 V 和电学量在非相对论的伽利略变换中不是时空等同量的。此时将时空系 $\phi(x, y, z, t)$ 变化到空系 $\phi^*(x^*, y^*, z^*, t^*)$ 时，电磁学量的变换式为

$$\begin{cases} E^* = \bar{E} + \bar{V} \times \bar{B} & H^* = \bar{H} - \bar{V} \times \bar{D} \\ D^* = \bar{D} + \frac{1}{c^2} \bar{V} \times \bar{H} \approx \bar{D} & B^* = \bar{B} - \frac{1}{c^2} \bar{V} \times \bar{E} \approx \bar{B} \\ J^* = \bar{J} - \rho_e \bar{V} \approx \bar{J} & \rho_e = \rho_e - \frac{\bar{V} \cdot \bar{J}}{c^2} \approx \rho_e \end{cases} \quad (2.26)$$

于是，由式 (2.25) 及式 (2.26) 有

$$\begin{aligned} \varepsilon_m &= \bar{E} \cdot \bar{J} = (\bar{E}^* - \bar{V} \times \bar{B}) \cdot \bar{J}^* = \bar{E}^* \cdot \bar{J}^* + \bar{V} \cdot (\bar{J}^* \times \bar{B}) \\ &= (\bar{E} + \bar{V} \times \bar{B}) \cdot \bar{J} + \bar{V} \cdot (\bar{J} \times \bar{B}) = \frac{\bar{J}^2}{\sigma} + \bar{V} \cdot (\bar{J} \times \bar{B}) \end{aligned}$$

在计算中，应用了在磁流体力学的近似下欧姆定律

$$\bar{J} = \sigma (\bar{E} + \bar{V} \times \bar{B}) \quad (2.27)$$

所以，得到磁力 F_e 在有限体积 τ 上所作的功率为 $\int_{\tau} \left[\frac{\bar{J}^2}{\sigma} + \bar{V} \cdot (\bar{J} \times \bar{B}) \right] d\tau$ 。外力 ρF_f 的功率为 $\int_{\tau} \rho F_f \cdot \bar{V} d\tau$ 类似在推导运动方程时所作的那样，容易得到表面应力 P_n 所贡献的功率为

$$\oint_S (p \cdot n) \cdot \bar{V} dS = \int_{\tau} \nabla \cdot (p \cdot \bar{V}) d\tau$$

应用热流量 θ 与温度 T 的傅里叶关系式 $\theta = -\lambda_T \nabla T$ 得出通过表面 S 由热传

导流入体积 τ 内的热量为式 (2.28)

$$\oint n \cdot (\lambda_T \nabla T) dS = \int_V \nabla \cdot (\lambda_T \nabla T) d\tau = \int_V \lambda_T \nabla^2 T d\tau \quad (2.28)$$

在计算中, 已假定热传导系数 λ_T 为常数, 并 $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 称之为拉普拉斯算子。所有的计算中不考虑有其他热源情形。

综合以上结果, 根据能量守恒律的表述, 得

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \left(\varepsilon_f + \frac{v^2}{2} \right) d\tau = \int_V \left[\rho F_f \cdot \bar{H} + \nabla \cdot (P \cdot \bar{V}) + \lambda_T \nabla^2 T + \frac{d^2}{\sigma} + \bar{V} \cdot (\bar{J} \times \bar{B}) \right] d\tau \quad (2.29)$$

流体力学中关于物质积分随体导数关系式如 (2.29),

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V \varphi d\tau &= \int_V \left(\frac{d\varphi}{dt} + \varphi \operatorname{div} \bar{V} \right) d\tau \\ &= \int_V \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \operatorname{div}(\varphi \bar{V}) \right) d\tau \\ &= \int_V \frac{\partial \varphi}{\partial t} d\tau + \oint \varphi \bar{v}_n dS \end{aligned} \quad (2.30)$$

其中 Ω 为涡量或者视为任意矢量, φ 和 a 分别为任意的标量和矢量。方程

(2.28) 的左边项 $\frac{d}{dt} \int_V \rho \left(\varepsilon_f + \frac{v^2}{2} \right) d\tau$ 可应用关系式 (2.29) 改写成下面形式

$$\begin{aligned} &\int_V \left[\rho \left(\varepsilon_f + \frac{v^2}{2} \right) + \rho \left(\varepsilon_f + \frac{v^2}{2} \right) \nabla \cdot \bar{V} \right] d\tau \\ &= \int_V \left[\left(\varepsilon_f + \frac{v^2}{2} \right) \left(\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \bar{V} \right) + \rho \frac{d}{dt} \left(\varepsilon_f + \frac{v^2}{2} \right) \right] d\tau \\ &= \int_V \left[\rho \frac{d}{dt} \left(\varepsilon_f + \frac{v^2}{2} \right) \right] d\tau \end{aligned} \quad (2.31)$$

在计算当中, 已应用了质量守恒方程 (2.9b) 将这一结果代入 (2.31) 得到

$$\int_V \rho \frac{d}{dt} \left(\varepsilon_f + \frac{v^2}{2} \right) d\tau = \int_V \left[\rho F_f \cdot \bar{H} + \nabla \cdot (P \cdot \bar{V}) + \lambda_T \nabla^2 T + \frac{d^2}{\sigma} + \bar{V} \cdot (\bar{J} \times \bar{B}) \right] d\tau \quad (2.32)$$

因为, 有限体积 τ 的任意性, 由方程 (2.32) 得能量守恒方程的微分形式表达式为

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\varepsilon_f + \frac{v^2}{2} \right) = \rho F_f \cdot \bar{V} + \nabla \cdot (P \cdot \bar{V}) + \lambda_T \nabla^2 T + \frac{\bar{J}^2}{\sigma} + \bar{V} \cdot (\bar{J} \times \bar{B}) \quad (2.33)$$

如果将能量守恒定律表示成

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int \rho \left(\varepsilon_f + \frac{\bar{v}^2}{2} \right) d\tau \\ &= \int \rho F_f \cdot \bar{V} d\tau + \oint p_n \cdot \bar{V} dS + \oint n \cdot (\lambda_T \nabla_T) dS \\ &+ \int \left[\frac{\bar{J}^2}{\sigma} + \bar{V} \cdot (\bar{J} \times \bar{B}) \right] d\tau \end{aligned}$$

并且应用关系式 (2.30), 则由上式得到能量守恒方程的积分形式表达式为

$$\begin{aligned} & \int \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(\varepsilon_f + \frac{\bar{v}^2}{2} \right) \right] d\tau + \oint \rho \bar{V}_n \left(\varepsilon_f + \frac{\bar{v}^2}{2} \right) dS \\ &= \int \rho F_f \cdot \bar{V} d\tau + \oint p_n \cdot \bar{V} dS + \oint n \cdot (\lambda_T \nabla T) dS + \int \left[\frac{\bar{J}^2}{\sigma} + \bar{V} \cdot (\bar{J} \times \bar{B}) \right] d\tau \end{aligned}$$

注意到

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (P \cdot \bar{V}) &= \nabla \cdot (\bar{V} \cdot P) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{v}_i p_{ij}) = \bar{v}_i \frac{\partial p_{ij}}{\partial x_j} + p_{ij} \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} \\ &= \bar{v}_i \frac{\partial p_{ij}}{\partial x_j} + p_{ij} s_{ij} = \bar{V} \cdot (\nabla \cdot P) + P : s \end{aligned}$$

在上述计算中, 已应用应力张量 P 式对称张量 $P_{ij}=P_{ji}$, 且速度矢量 \bar{V}_i 的导数张量 $\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j}$ 可分解为一个反对称张量 a_{ij} 和对称张量 $s=s_{ij}$, 如在式

(2.34) 所示,

$$\begin{cases} x^* = x_0^* + Q(t)(x - x_0) \\ t^* = t + a \end{cases} \quad (2.34)$$

而应力张量 P_{ij} 与 a_{ij} 的两次紧缩 $P:A=0$ 。这里用 $P:S$ 和 $P:A$ 表示两个二阶张量的两次紧缩, 因此其值为标量, 故也称标量积。将 $\nabla \cdot (P \cdot \bar{V})$ 的结果代入上式 (2.33), 得到

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\varepsilon_f + \frac{\bar{v}^2}{2} \right) = \rho F_f \cdot \bar{V} + \bar{V} \cdot (\nabla \cdot P) + P:S + \lambda_T \nabla^2 T + \frac{\bar{J}^2}{\sigma} + \bar{V} \cdot (\bar{J} \times \bar{B}) \quad (2.35)$$

更常用的能量守恒方程的形式, 是应用动量守恒方程 (2.17) 消去机械能部分, 得到由流体介质内能 ε_f 表示的方程。这里, 用速度矢量 V 标量乘动量守恒方程 (2.17) 得到

$$\rho \bar{V} \cdot \frac{d\bar{V}}{dt} = \rho F_f \cdot \bar{V} + \bar{V} \cdot (\bar{J} \times \bar{B}) + \bar{V} \cdot (\nabla \cdot P) \quad (2.36a)$$

或改写成

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{\bar{V}^2}{2} \right) = \rho F_f \cdot \bar{V} + \bar{V} \cdot (\bar{J} \times \bar{B}) + \bar{V} \cdot (\nabla \cdot P) \quad (2.36b)$$

将方程 (2.36) 结果代入方程 (2.35), 得到所要求的能量守恒方程形式

$$\rho \frac{d\varepsilon_f}{dt} = P : S + \lambda_f \nabla^2 T + \frac{\bar{J}^2}{\sigma} \quad (2.37)$$

下面计算 P: S。为此, 首先引进第二粘性系数或称膨胀粘性系数 $u' f$,

$$\text{定义为 } \mu_f = \lambda_f + \frac{2}{3} \mu_f$$

由此得牛顿流体本构关系式 (2.34) 可改写成

$$p_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu_f \left(s_{ij} - \frac{1}{3} s_{kk} \delta_{ij} \right) + \mu_f s_{kk} \delta_{ij} \quad (2.38)$$

将式 (2.38) 与正交曲面位置矢径关系式 (2.39) 相比较,

$$e_i = e_i(x, y, z) = e_i(q_1, q_2, q_3) \quad i=1, 2, 3 \quad (2.39)$$

关系式 (2.39) 中 e_i , $i=1, 2, 3$ 分别为曲线坐标对应轴线的单位矢量; 可见斯托克斯假设等价于膨胀粘性系数 $\mu_f = 0$ 。

现在计算 P: S 如下

$$\begin{aligned} P : S &= p_{ij} s_{ji} \\ &= \left[-p\delta_{ij} + 2\mu_f \left(s_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{kk} \delta_{ij} \right) + \mu_f s_{kk} \delta_{ij} \right] s_{ji} \\ &= -ps_{kk} + 2\mu_f \left(s_{ij} s_{ji} - \frac{1}{3} s_{kk}^2 \right) + \mu_f s_{kk}^2 \\ &= -p\nabla \cdot \bar{V} + \mu_f (\nabla \cdot \bar{V})^2 + 2\mu_f \left[S : S - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \bar{V})^2 \right] \end{aligned} \quad (2.40)$$

由此可见, 应力 P_n 对流体介质所作的功率 P: S 由三部分组成。第一部分, $-p\nabla \cdot \bar{V}$ 表示当流体介质存在体积变化时, 压力 P 所作的功率; 第二部分, $\mu_f (\nabla \cdot \bar{V})^2$ 表示流体介质体积变化时所耗损的机械能, 因为 $\mu_f \geq 0$, 这是一个永远大于或等于零的量; 第三部分如下式

$$2\mu_f \left[S : S - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \bar{V})^2 \right]$$

表示粘性应力所作的功率, 即剪切粘性所耗损的机械能, 这部分机械能全部以热量的形式转化为内能, 由粘性的物理属性也将是永远大于或等于零

的量, 这是一个不可逆的过程。在流体力学中通常将第三部分记为 Φ , 即

$$\Phi = -\frac{2}{3}\mu_l(\nabla \cdot \vec{V})^2 + 2\mu_l S : S \quad (2.41)$$

且称之为耗散函数。

根据在直角坐标系 $O-xyz$ 中的散度

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

以及变形速率张量 S 的表示式 (2.42),

$$\begin{cases} q_i = q_i(x, y, z) \\ x = x(q_1, q_2, q_3) \\ y = y(q_1, q_2, q_3) \\ z = z(q_1, q_2, q_3) \end{cases} \quad i=1, 2, 3 \quad (2.42)$$

容易展开耗散函数 Φ 的表达式如下

$$\begin{aligned} \Phi &= 2\mu_l \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + 2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] \\ &\quad - \frac{2}{3}\mu_l \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + 2 \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + 2 \frac{\partial v}{\partial y} \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + 2 \frac{\partial w}{\partial z} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right] \\ &= \frac{\mu_l}{2} \left[\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] \\ &\quad + \frac{2}{3}\mu_l \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.43)$$

由式 (2.43) 证明得 $\Phi \geq 0$ 。且仅当

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial z} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0$$

$$\text{或 } \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

$\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0$ 时, $\Phi = 0$ 。第一种情形表示流体作没有变形的刚体运动; 第二种情形表示流体作各向同性的辐射性膨胀或压缩。

将式 (2.40) 和式 (2.41) 代入方程 (2.37), 则用速度场 V 代替应

力张量 P 写出的能量守恒方程为 (2.44)

$$\rho \frac{d\epsilon_t}{dt} = -p \nabla \cdot \vec{V} + \Phi + \mu_f (\nabla \cdot \vec{V})^2 + \lambda_r \nabla^2 T + \frac{\vec{J}^2}{\sigma} \quad (2.44)$$

不可压缩流体的数学表示为 $\frac{d\rho}{dt} = 0$ 。由连续方程

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (2.9b)$$

知, 它的等价定义式是 $\nabla \cdot V = 0$ 特别地, 倘若初始时刻流体的密度是均匀分布的, 即 $\rho|_{t=0}$ 常数, 则根据方程 (2.9b) 知, 流体密度将始终为常数即有 $\rho = \text{常数}$ 。在不可压缩情形下, 粘性系数 μ_f 通常可视为常数, 于是, 用熵表示能量方程, 用磁扩散方程代替电磁学方程时, 写在实验室坐标系内的矢量形式的微分方程组可简化为

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{V} = 0 \\ \rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\nabla p + \mu_f \nabla^2 \vec{V} + \frac{1}{\mu} (\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B} \\ \rho T \frac{d\epsilon}{dt} = \Phi + \lambda_r \nabla^2 T + \frac{1}{\sigma \mu^2} (\nabla \times \vec{B})^2 \\ P = \rho RT \\ \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \eta \nabla^2 \vec{B} + \nabla \times (\vec{V} \times \vec{B}) \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \end{cases} \quad (2.45)$$

在重导电流体情形下, 通常必须考虑重力的作用。这时运动方程应改写成式

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho g - \nabla p + \mu_f \nabla^2 \vec{V} + \frac{1}{\mu} (\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B} \quad (2.46)$$

式 (2.46) 中, g 是重力加速度。

2.4 MHD 电磁方程的推导

要研究导电流体流动与电磁场的相互耦合作用, 关键是要知道由于磁感应所引起的电流密度, 即感应电流密度的求解。电流强度与位移电流, 以及磁感应强度与磁场强度有如下的本构关系

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (2.47)$$

$$\vec{B} = \mu_m \vec{H} \quad (2.48)$$

式 (2.47) 和 (2.48) 中 ϵ 为真空介电常数 (F/m), μ_m 为导磁率 (H/m)。

对于液态金属这样的良电导介质, 电荷密度 q 和位移电流 $\frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$ 通常可以忽略不计。

对于导电的流体在磁场中运动, 欧姆定律可表达为以下形式:

$$\bar{J} = \sigma(\bar{E} + U \times \bar{B}) \quad (2.49)$$

式 (2.49) 中, σ 为电导率 (S/m), U 为速度 (m/s)。感应电流的求解方法有三种, 即诱导磁场法、电势法和电流法。

(1) 电磁势模型

在电磁势模型中, 当磁场强度较弱时, 认为诱导电场强度是一个无旋的势场, 表示为:

$$\bar{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial A}{\partial t} \quad (2.50)$$

将 (2.50) 代入等式 (2.49) 并利用诱导电流的散度为零, 即 $\nabla \cdot J = 0$ 的条件, 在电磁场稳态的情况下, 可以忽略时间项, 最后, 我们可以得到电势是一个有源的拉普拉斯方程, 示如下:

$$\nabla^2 \phi = \nabla \cdot (U \times \bar{B})$$

在给出边界条件的情况下, 拉普拉斯方程是很容易求解的, 但是, 在强磁场或高哈特曼数时, 电势变得非常陡峭, 诱导电流强度和电势梯度的交叉点不易找到, 因此, 收敛变得困难。边界条件的处理上, 因自由表面上的法向诱导电流应为零, 而自由表面的边界位置随时间和空间变化的, 其表面法向是不易捕捉的。

电磁式模型基于电势等式的数值模型忽略了诱导磁场的影响。此外, 这个数学模型在高哈特曼数 (如大于 400) 时遇到收敛相当困难的问题。

(2) 诱导磁等式

根据导电流体在磁场中运动的欧姆定理, 我们有诱导电流 $\bar{J} = \sigma(\bar{E} + U \times \bar{B})$ 。将其代入麦克斯韦方程 (2.4), 得:

$$\frac{1}{\sigma}(\nabla \times \bar{H}) = (\bar{E} + U \times \bar{B}) \quad (2.51)$$

如果流体是良导体, 磁渗透率为常数, 式 (2.51) 可以改写为:

$$\frac{1}{\sigma u_m}(\nabla \times \bar{B}) = (\bar{E} + U \times \bar{B}) \quad (2.52)$$

对主流流体, 流体的导电常数和磁导率基本保持不变, 可以认为是常

数。利用磁场散度为零, 即 $\bar{B} = 0$ 以及连续方程的条件, 我们可将式 (2.52) 改写为标量输运方程, 表示为下式:

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} + (U \cdot \nabla) \bar{B} = \frac{1}{\sigma \mu_m} \nabla^2 \bar{B} + (\bar{B} \cdot \nabla) U \quad (2.53)$$

(3) 诱导电流

诱导电流的方法目前只出现在少数会议专题报告中, 还没有在文献中出现过。诱导电流法是直接求出诱导电流。但是在边界层上, 仍然没有办法确定诱导电流的边界条件, 还是必须通过磁势解法来耦合。

2.5 初始条件和边界条件

决定磁流体力学现象的是速度场 \bar{V} 和磁场 \bar{B} 的互涉作用。因此, 定解问题包括决定速度场的动力学条件和磁场的电磁学条件。前者的提法是与流体力学中叙述的动力学条件的提法完全相同。边界条件分为固壁条件、来流条件和接触面条件等等。

电磁现象具有远程作用的性质。应用微分方程进行阐述时, 可能会掩盖电或磁的这种性质。当所考察的介质区域之外, 存在磁场、电场或电荷分布的话, 它们都将对介质内电磁学量发生作用, 从而改变动力学的和电磁学的运动状态。因而必须考察研究介质之外的状况, 而不能仅注重于介质内部的研究。从理论研究速度场 \bar{V} 和磁场 \bar{B} 互涉作用机制来说, 一种可行的处理方法是将机制界面看成是完全导体, 于是它成为一个将介质与外界隔离的屏蔽。

2.5.1 初始条件的提出

磁场 \bar{B} 和电流场 \bar{J} 都是无源场, 意味着磁力线和电流线必须构成回路或者两端伸向无穷。因此, 在考察介质运动之前, 必须考察是否建立了电流和磁场的回路。倘若整个回路有一部分在介质之外, 还必须考察这部分回路对介质内部电磁性质的远程作用的效果。

仅当流体力学问题是非定常问题时, 才有必要提出初始条件。动力学的初始条件通常给定初始时刻 $t=0$ 的速度场 $V(x, y, z, t)$, 即有

$$\bar{V}(x, y, z, t)|_{t=0} = f_v(x, y, z) \quad (2.54)$$

式 (2.53) 中, $f_v(x, y, z)$ 为坐标 x, y, z 的已知函数。电磁学的初始条件是给定初始磁场 B , 即有

$$\bar{B}(x, y, z, t)|_{t=0} = f_B(x, y, z) \quad (2.55)$$

式 (2.48) 中 $f_B(x, y, z)$ 是给定函数。

如果给出了 \bar{B} 的初值, 则可根据安培定律如下式:

$$\bar{J} = \frac{1}{\mu} (\nabla \times \bar{B})$$

而得到电流场 J ; 然后根据欧姆定律如下式:

$$\bar{J} = \sigma (\bar{E} \times \bar{V} \times \bar{B})$$

确定电磁强度 \bar{E} 。因此, 无须给出其他的电磁学初始条件。在给定 $f_B(x, y, z)$ 时, 必须注意检查是否满足无源场条件 $\nabla \cdot f_B = 0$ 。

在数值求解磁流体力学非定常问题时, 可能会遇到必须给出初场的变化率, 这时应用运动方程可求得 $\frac{\partial V}{\partial t}|_{t=0}$, 其表达式如 (2.56)

$$\frac{\partial V}{\partial t}|_{t=0} \left\{ (\bar{v} \cdot \nabla) \bar{v} - \frac{1}{\rho} \nabla \rho + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (2\mu, S) - \frac{2}{3} \cdot \frac{\mu}{\rho} \nabla \cdot \bar{V} + \bar{J} \times \bar{B} \right\}_{t=0} \quad (2.56)$$

而由法拉第定律求出 $\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}|_{t=0}$, 表示如 (2.57)

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}|_{t=0} = -(\nabla \times \bar{E})|_{t=0} \quad (2.57)$$

2.5.2 磁场边界条件

在 MHD 问题中, 磁场的边界条件非常复杂, 目前还没有精确的边界条件的报道, 特别是对自由表面的情况。然而, N. B. Salah (Salah N. B 等, 2001) 和 L. Leboucher (LEBOUCHER. L, 1999) 认为当介两质导磁率相同时, 它们交界面上的磁场是连续的, 不需要增加边界条件; 在绝缘介在很短的距离内磁场将迅速衰减并消失, 因此对于绝缘边界壁面, 诱导磁场 b 的边界条件。但是目前在数值模拟和理论分析中, 仍然给不出诱导磁场的法向边界条件。目

前文献中出现的方法有两种, 一种是利用加大计算区域的方法 (Liang P Y, 1991)。在加大的计算域内, 因为没有流体流动, 也就没有磁场源项,

诱导磁场量级很小，很快就会衰减为零；另外一种就是利用磁场的散度为零的条件，在计算时求出在每一个计算步时的。这种方法目前对见于商业计算软件。

如图 2-1 所示跨立界面 Σ 上的体积为 τ ，它的表面积为 S ，包含界面部分的面积记为 σ ，这一界面 Σ 可以是切向不连续面、固壁或其他接触面。它将空间划分成“①”区和“②”区。因 $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ 则以下积分极限过程成立，即

$$\lim_{s \rightarrow \Sigma} \int_{\tau} \nabla \cdot \vec{B} d\tau = \lim_{s \rightarrow \Sigma} \oint_{S} \vec{n} \cdot \vec{B} ds = \int_{\sigma} (\vec{n} \cdot \vec{B}_2 - \vec{n} \cdot \vec{B}_1) dz = 0 \quad (2.58)$$

由于 σ 选取的任意性，得界面 Σ 上的磁场法向边界条件为 $\vec{n} \cdot \vec{B}_0 = \vec{n} \cdot \vec{B}_s$ ，即

$$\vec{B}_{n2} = \vec{B}_{n1} \quad (2.59)$$

式 (2.58) 中，分别以下标 1 和 2 表示界面两方的物理量。这一条件表明，穿过界面时，磁场的法向分量是连续的。

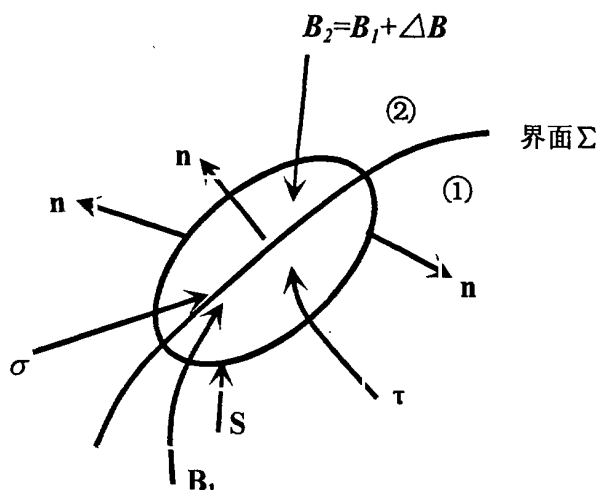


图 2-1 磁场边界条件推导

Fig.2-1 Derivation of the magnetic field boundary conditions

设电流层的线密度为 \vec{J}_l ，切向磁场 \vec{B}_s 的间断值为 $\Delta \vec{B}_s$ 。由安培定律得知 $\Delta \vec{B} \perp \vec{J}$ ，且对于任一面积 σ 有 $\int \nabla \times \vec{B} d\Sigma = \mu \int \vec{J} d\Sigma$ 。现在任取一跨立界面 Σ 上且垂直于电流 \vec{J} 的面积元 σ ，其周线为 l ，并设电流 \vec{J} 指向纸内。完全导体是指电阻抗 σ^{-1} 为零的介质材料。因为

$$\int_{\sigma_s} \nabla \times \bar{B} d\Sigma = \oint \bar{B} \cdot dl = \oint \bar{B}_n n \cdot dl + \oint \bar{B}_s s \cdot dl = \oint n \times \Delta \bar{B}_s dl$$

且当 $\sigma_s \rightarrow \Sigma$ 时, 有 $\mu \int_{\sigma_s} \bar{J} d\Sigma = \mu \oint \bar{J}_t dl$, 在这里分别用 n, s 表示周线 l 的法向和切向的单位矢量。因为 $\int_{\sigma_s} \nabla \times \bar{B} d\Sigma = \mu \int_{\sigma_s} \bar{J} d\Sigma$ 则当 $\sigma_s \rightarrow \Sigma$ 时得

$$\oint n \times \Delta \bar{B}_s dl = \mu \oint \bar{J}_t dl \quad (2.60)$$

于是, 由面积 σ_s 选取的任意性, 得切向磁场的间断值与电流层线密度的关系式为

$$\bar{J}_t = \frac{1}{\mu} (n \times \Delta \bar{B}_s) \quad (2.61)$$

这一关系式与漩涡层强度引起流场切向速度间断值的关系式是相似的。

当流体是有限导体或界面相邻介质都是有限导体时, 电流层必然要向介质内部扩散, 因此不能形成稳定的电流层。这时切向磁场分量 \bar{B}_t 是连续的, 即有

$$\bar{B}_{s1} = \bar{B}_{s2} \quad (2.62)$$

如同磁场初始条件一样, 如式 (2.62) 当给定磁场 \bar{B} 的边界条件后, 不再需要给出电流 \bar{J} 及电场 \bar{E} 的边界条件。仅当感应磁场引起的物理作用很小, 可忽略不计时, 才可能用电流边界条件取代磁场边界条件。

第三章 FLUENT 简介和 $k-\varepsilon$ 湍流模型

3.1 FLUENT 程序简介

FLUENT (FLUENT Manual, 2005) 是由美国 FLUENT 公司于 1983 年推出的计算流体力学软件。它是目前功能最全、适用性最广、国内使用最广泛的 CFD 软件之一。

FLUENT 提供了非常灵活的网格特性, 可以使用非结构网格, 包括三角形、四边形、四面体、六面体、金字塔形网格来解决具有复杂外形的流动, 甚至可用混合型非结构网格, 并且可以根据解的具体情况对网格进行修改细化或粗化。这种网格的自适应能力对于精确求解有较大梯度的流场如自由剪切流和边界层问题有很实际的作用。同时, 网格自适应和调整只是在需要加密的流动区域里实施, 而非整个流动场, 因此可以节约计算时间。它可用于二维平面、二维轴对称和三维流动分析, 可完成多种参考系下流动模拟、定常与非定常流动分析、不可压流和可压流计算、层流和湍流模拟、传热和热混合分析、化学组分混合和反应分析、多相流分析、固体与流体耦合传热分析、多孔介质分析等。它的湍流模型包括 $k-\varepsilon$ 模型、Reynolds 应力模型、LES 模型、标准壁面函数、双层近壁模型等。

FLUENT 是一个用于模拟和分析复杂几何区域内的流体流动与热交换问题的专用计算流体力学软件。FLUENT 的求解器是建立在有限体积法基础上, 将计算域离散为有限数目的控制体或单元。网格单元是 FLUENT 中基本的计算单元, 这些单元的守恒特性必须保证, 说上面所述的具有统一形式的普通输运方程例如质量守恒方程、动量守恒方程、能量守恒方程、 k 和 ε 方程的积分形式可以应用到每个单元, 同时还有电磁感应方程。

Fluent 软件核心求解器包含基于压力隐式算法、基于密度隐式算法和基于密度显式算法三种; 所有算法都是基于有限控制体积法, 支持非结构化网格, 动态时间步长和动态内存分配, 充分满足用户需求。

基于压力算法包括分离求解算法 (SIMPLE、SIMPLEC、PISO) 和耦合求解算法; 支持一阶/二阶迎风、指数规律、QUICK、MUSCL、中心插

分等对流离散方式；标准的、线性的、二阶、PRESTO等压力插值方式；求解时可采用多重网格求解方法和非迭代瞬态求解方法。

基于密度算法包括显式算法和隐式算法两种；显式算法采用多步时间步长、FAS 多重网格和显式时间步长技术，而隐式算法则采用完全牛顿线性化和 AMG 块线性方程求解技术。

通过 FLUENT 可以定义多种边界条件，可采用多种局部的笛卡尔和圆柱坐标系的分量输入，所有边界条件均可随空间和时间变化，包括轴对称和周期变化等。尤其重要的是，FLUENT 提供用户自定义程序功能，插入用 C 语言编写的用户自定义函数 (User-Defined Functions) 来加入新的边界条件，可以让用户自行设定连续方程、动量方程、能量方程和组分输运方程中的体积源项，还可以自定义边界条件、初始条件、流体的物性以及添加新的标量方程。同时输运现象的数学模型与所模拟的几何图形的复杂情况是结合在一起的。

为了与工业应用相结合，FLUENT 提供了很多有用的功能。由于 FLUENT 软件的强大功能，研究者可以减少在计算方法、编程、前后处理等方面投入的重复、低效的劳动，将更多的精力和时间投入到考虑问题的物理本质，优化算法选用，参数的设定，因而可大大地提高工作效率，其必然会获得越来越多的应用，应用效果也必将越来越好。正是利用 FLUENT 的可以添加新标量方程的功能，使得上节讨论研究的磁感应方程可以作为新的标量方程得以在 FLUENT 里进行求解。

应该包括以下几个部分：

1. FLUENT 求解器
2. prePDF，用于模拟 PDF 燃烧过程
3. GAMBIT，网格生成
4. TGrid，额外的处理器，用于从现有的边界网格生成体网格。
5. Filters(Translators)，转换其它程序生成的网格，用于 FLUENT 计算。可以接口的程序包括：ANSYS，I-DEAS，NASTRAN，PATRAN 等

其中 FLUENT 求解器包括 FLUENT 二维单精度求解器、FLUENT 三位单精度求解器、FLUENT、二维双精度求解器、FLUENT 三维双精度解

法器。

求解方法的选择有：非耦合求解、耦合隐式求解、耦合显式求解。非耦合求解方法主要用于不可压缩或压缩性不强的流体流动。耦合求解则可以用在高速可压缩流动。FLUENT 默认设置是非耦合求解，但对于高速可压流动，有强的体积力（浮力或离心力）的流动，求解问题时网格要比较密，建议采用耦合隐式求解方法，可以耦合求解能量和动量方程，能比较快地得到收敛解。缺点是需要的内存比较大（是非耦合求解迭代时间的1.5-2倍）。如果必须要耦合求解，但是你的机器内存不够，这时候可以考虑用耦合显式解法器求解问题。该解法器也耦合了动量，能量及组分方程，但内存却比隐式求解方法小。缺点是收敛时间比较长。

FLUENT基本程序结构如图3-1所示：

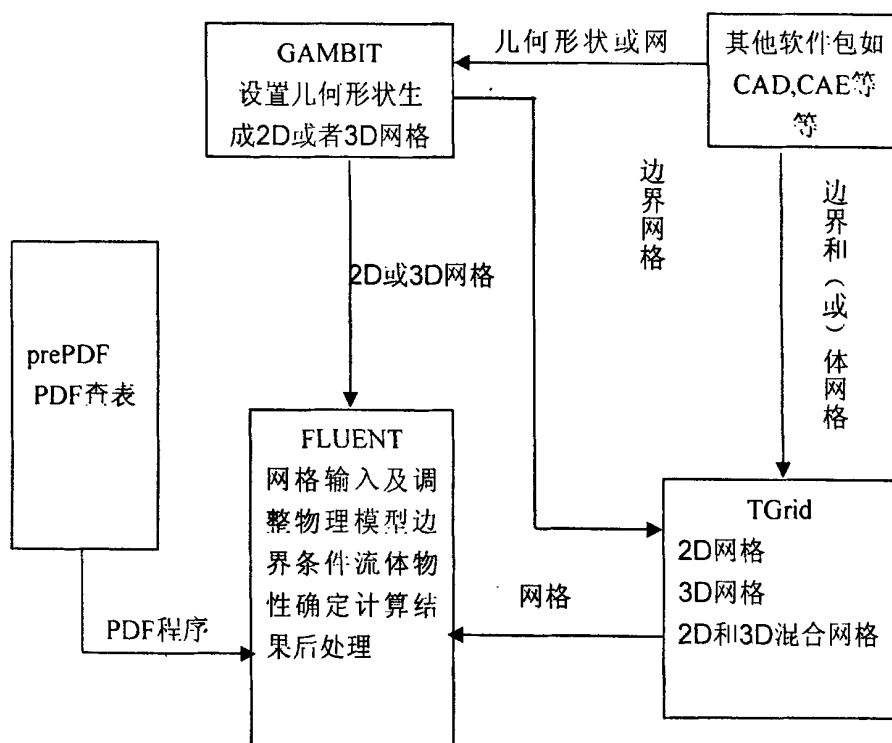


图 3-1 FLUENT 基本程序结构示意图

Fig.3-1 Schematic diagram of the basic Program Structure for FLUENT

3.2 基于 FLUENT 的 MHD 程序发展

FLUENT 可以求解计算用户定义的标量，因此，基于 FLUENT 而开发的 MHD 程序需要应用用户自定义标量 (User Defined Scalar, 简称 UDS) 来求解导电流体与电磁场的相互作用。FLUENT 里统一标准的普通输运方程的积分形式为：

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_{\text{非稳态项}} + \underbrace{(U \cdot \nabla)\phi}_{\text{对流项}} = \underbrace{\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi)}_{\text{扩散项}} + \underbrace{S(\phi)}_{\text{源项}} \quad (3.1)$$

其中 ϕ 是描述普通输运数量的变量，根据所求解的输运方程不同，它可以取不同的值相对应于不同的广义扩散系数 Γ 。表 3-1 为与上式对应的标准 $k-\epsilon$ 模型在内的磁流体流动控制方程组，包含自由表面 VOF 方法的控制方程。

FLUENT 自带 MHD 模块解决了流体与电磁场相互作用的特殊接口。在 MHD 模块中，导电流体内产生的感应磁场的求解计算采用了 UDS 来计算并调用式 (3.1) 输运方程。并把诱导磁场方程的诱导磁场的分量作为用户自定义标量，UDS-0, UDS-1, UDS-2 在 FLUENT 以宏定义形式，来调用 FLUENT 的普通输运方程求解器。流动的导电流体产生的磁场可以当做用户自定义标量来求解。流体产生的磁场又会对流体产生阻尼作用，这可以用用户自定义源项来处理。用户自定义标量只能在流体控制体中求解，而不能在固体控制体中求解。

磁场对流体作用力—洛仑兹体积力和能量耗散项被作为源项添加到各控制方程中的，包括动量控制方程、连续方程、能量方程以及湍流控制方程等。同时，相应地在初始条料物性参数、以及边界条件等接口也进行了修改和重新定义。这样 MHD 程序模块以用户定义子程序的形式与 FLUENT 程序相接，并融为一体。

在上节中推导的对于各控制方程的变量、对流项、扩散系数以及源项等可以从表 3-1 中查到。

表 3-1 k-ε 模型的磁流体控制方程

Table 3-1 the equations of the magnetic fluid for k-ε model

运输方程	变量 ϕ	对流项	扩散系数 Γ	源项 S
连续方程	l	ρU	0	0
动量方程	x-动量	u	$\mu_{eff} = \mu + \mu_t$	$-\frac{\partial p}{\partial x} + \sum \frac{\partial}{\partial x_i} (\mu_{eff} \frac{\partial U_i}{\partial x}) + F_{ix} + F_x$
	y-动量	v	$\mu_{eff} = \mu + \mu_t$	$-\frac{\partial p}{\partial y} + \sum \frac{\partial}{\partial x_i} (\mu_{eff} \frac{\partial U_i}{\partial y}) + F_{iy} + F_y$
湍动能	k	ρU	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$	$G_k + \rho \epsilon + S_b$
耗散率	ϵ	ρU	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$	$\frac{\epsilon}{k} (C_1 G_k - C_2 \rho \epsilon) + S_b$
能量	T	ρU	$\frac{u}{Pr} + \frac{u_t}{\sigma_T}$	$q + \frac{J_x^2 + J_y^2}{\sigma}$
电磁感应方程	x-分量	b_x	$\frac{1}{\sigma \mu_n}$	$\sum_{i=x,y} (B_i \frac{\partial u}{\partial x_i} + U_i \frac{\partial B_{ix}}{\partial x_i})$
	y-分量	b_y	$\frac{1}{\sigma \mu_n}$	$\sum_{i=x,y} (B_i \frac{\partial v}{\partial x_i} + U_i \frac{\partial B_{iy}}{\partial x_i})$

3.3 GAMBIT 软件介绍

GAMBIT 软件是面向 CFD 的前处理器软件(几何/网格生成器)，它包含全面的几何建模能力和功能强大的网格划分工具，可以生成 FLUENT 等 CFD 软件所需要的。GAMBIT 软件将功能强大的几何建模能力和灵活易用的网格生成技术集成在一起，将大大减小 CFD 应用过程中，建立几何模型和计算区域网格划分所需要的时间。复杂的模型可直接采用 GAMBIT 固有几何模块生成，或 CAD/CAE 构型系统输入。

GAMBIT 通过几何体生成、区域划分、网格生成、网格检查、定义边界、区域设定、输出网格文件等几个步骤为 FLUENT 等 CFD 软件的计算提供网格文件。几何体生成后，根据问题的需要可在各区域生成网格之前生成边界层或在计算关心的区域通过自定义网格间距或网格点数来加密边、边界层、面或体来实现局部网格加密。网格类型有结构化网格和非结

构化网格，二维网格单元类型有：三角网格、矩形网格和三角形矩形混合网格；三维网格单元类型有：四面体网格、六面体网格、棱柱或楔形体网格和棱锥形网格。

GAMBIT 能够针对极其复杂的几何外形生成结构化的、非结构化的网格及混合网格，且有数十种网格生成方法，生成网格过程又可自动将四面体、六面体、棱柱和棱锥形网格等不同结构的网格自动混合起来，这对复杂几何外形来说尤为重要。网格生成后，用网格检查器来检查网格的质量。GAMBIT 的可视化网格检查技术，可以直观的显示网格质量，用户可以浏览单元畸变、扭曲、网格光滑性等质量参数，可以根据需要细化和优化网格，从而保证 CFD 的计算质量。网格质量达到要求后，先选择解算器(如 FLUENT/UNS、FLUENT5/6、FLUENT4、ANSYS、generic 等)，根据模型定义边界类型(如壁面、速度进口或压力进口、速度出口或压力出口等)和计算区域(流体或固体)，最后导出网格文件，如在 File 菜单中 Export(输出)以“.msh”结尾的网格文件。

3.4 FLUENT 解决问题的步骤

应用 FLUENT 进行数值模拟时，确定所解决的问题，建立数学模型后，需要按以下

几个基本的步骤来解决问题：

- (1) 创建求解区域的几何图形和网格
- (2) 运行合适的解算器：2D、3D、2DDP、3DDP
- (3) 导入文件，读入“.msh”网格文件或已计算的“.cas”文件
- (4) 检查网格并调整网格的尺寸比例
- (5) 选择解算器：分离、隐式耦合、显式耦合，加载能量方程
- (6) 选择需要求解的基本方程：层流/湍流/无粘流、化学组分/化学反应、热传导模型等。确定所需要的附加模型：风扇、热交换器、多孔介质等。
- (7) 指定材料的物理性质) 指定边界条件
- (9) 调节解的控制参数

- (10) 初始化流场
- (11) 迭代求解
- (12) 显示速度矢量图和等值线图，检查结果是否合理
- (13) 保存结果
- (14) 有需要的话优化网格，改变参数或物理模型
- (15) 当所有变量迭代收敛到残差达到要求时，结束计算，根据需要
对结果进行不同后处理。或利用 TECPLOT 软件进行后处理。具
体的计算流程图见图 3-2

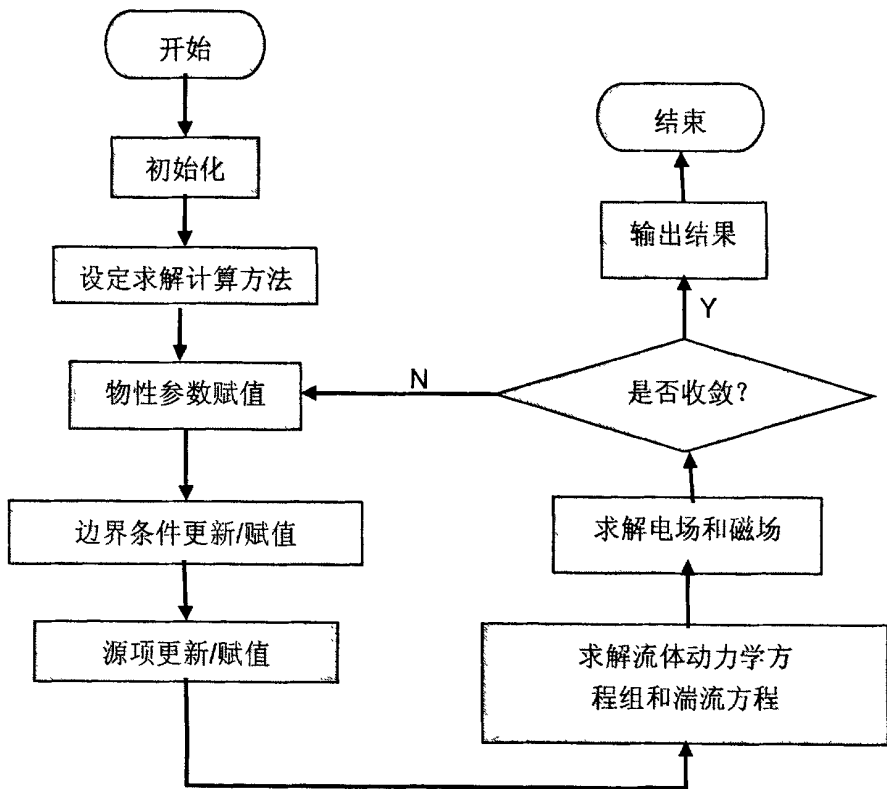


图 3-2 程序计算流程图

Fig.3-2 The flow chart of Procedures for calculating

3.5 磁场对流体运动的影响

通过洛仑兹力，磁场对流动的作用已建立；同时，出导电流体在磁场

中的运动的欧姆定律建立了流场对磁场的影响。在磁流体动力学研究中，表征磁场与导电流体流动相互作用关系的，除了一般流体力学中所有的无量纲数参数外，还有另外几个重要的独立的无量纲数，如磁雷诺数 Re_m 、哈特曼数 Ha 和相互作用参数 N 。流体动力学与电磁学基本方程的相互影响可以通过图 3-3 来表示。

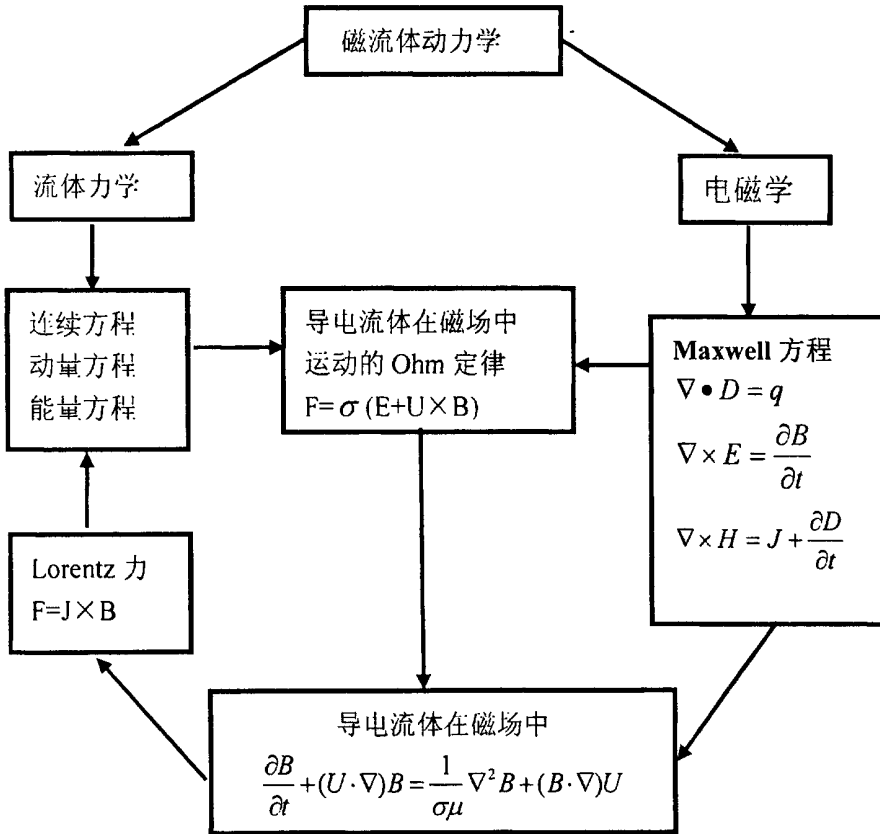


图 3-3 流场与电磁场相互作用示意图

Fig.3-3 The diagram of the interaction of Flow field and electromagnetic field

磁雷诺数 $Re_m = uL\sigma\mu_m$ ，它是度量磁对流与磁扩散之比，如果 $Re_m \ll 1$ ，表明感应磁场小于外加磁场。哈特曼数 $Ha = BL(\sigma/\mu)^{1/2}$ ，是度量电磁力与粘滞力之比，当 $Ha \gg 1$ 时，表明流体的流动主要由电磁力控制。相互作用参数 $N = \sigma B^2 L / \rho U$ ，表示洛伦兹力与惯性力之比，当流体的电导率非常大，而速度非常小时，流体主要受电磁力来控制。衡量磁流体流动的湍流状态

是用临界哈特曼数与流动雷诺数的比值(Ha/Re)来判断的。当流体的哈特曼数与流动雷诺数的比值大于 $1/225$ 时,表明流体中电磁力的作用完全抑制了湍流,流体处于层流流动状态;反之,则表明流体中电磁力的作用还不能完全抑制湍流,流动计算中还必须包含湍流流动的影响。

3.6 自由表面金属射流的数学模型

由于自由表面运动前锋处的压力和速度的导数有一个不连续的跳跃,使得解决自由表面流动问题产生了一定的困难。需要对自由表面进行跟踪和捕获以估计自由表面的位置和运动。对自由表面捕获时,自由表面作为一个能满足连续方程的某种量(如密度)的一个陡峭梯度来处理,这种方法的主要有利之处是容易实现而不需要额外的代数方程模拟自由表面的拓扑结构的变化,然而,前锋扩散到几个计算网格,导致相应计算精度;对自由表面跟踪时,自由表面显式处理成一个通过网格尖锐不连续运动。其与捕获方法相比有较好的精度,但数学方法较为复杂。目前,对流动自由表面的模拟方法中有 VOF (Volume of Fluid) 模型和 Level Set 模型 (Ming-Jiu Ni 等, 2006)。本研究论文中采用较为广泛使用的 VOF 模型模拟导电流体的自由表面流动。下面对其做一简单介绍。

VOF (Volume of Fluid) 模型

在 Hirt&Nichols(Hirt C. W 等, 1981)的 VOF 法中,自由面网格中界面法向近似取为水平或垂直,网格间流体质量传输采用施主-受主模型。当水平相邻自由面网格中界面倾斜角都大于 45° 时,按照 Hirt&Nichols 的 VOF 法会在网格间产生非物理的空隙。质量传输的施主-受主模型即为一阶精度的迎风格式,存在很大的数值耗散。为使 VOF 法能够精确地定量模拟强非线性流动,对于自由面的重构和传输算法有了许多改进。Chorin(Chorin A J, 1980)引入 $1/4$ 和 $3/4$ 单元以连接水平和垂直的自由面单元;liang(Liang P Y, 1991)引入对角法向单元,将 VOF 法拓展到非正交坐标系。以上算法中自由面单元的连接是协调的,但仍然使用一阶精度的施主-受主模型。Youngs(Youngs D L, 1982)和 Puckett(Puckett E G 等, 1997)用离散的线段表示自由面,通过相邻网格的体积分数采用中心差分

(Youngs)、最小二乘法 (Puckett) 预测自由面法向。Ash z&P(x) (1991) 的 FLAIR 算法在相邻网格边界上构造直线段代替自由面。流体质量的传输由网格中流体形状穿过边界的流量确定，空间离散可以达到二阶精度，是修正了的 Lax- Wendroff 格式。

2001 年 Ginzburg (GINZBURG I 等, 2001) 用交错有限体积法、在界面进行网格加密技术和 VOF 跟踪方法研究了磁流体两相流动。VOF 方法的基本原理是通过研究网格单元中流体和网格体积比函数 F 来确定自由面，追踪流体的变化，而非追踪自由液面上质点的运动。VOF 方法可以处理自由面重入等强非线性现象，所需计算时间短、存储量少，但在处理 F 的变化时稍显繁琐，有一定人为因素。VOF 方法根据体积比函数 F 来构造和追踪自由面。若 $F=1$ ，则说明该单元全部为指定相流体所占据；若 $F=0$ ，则该单元为无指定相流体单元；当 $0 < F < 1$ 时，则该单元称为交界面单元。假定流场中任意点 (x, y) ，定义函数 $f(x, y, t)$ 如下：

$$f(x, y, t) = \begin{cases} 1 & \text{在 } (x, y) \text{ 点有该相流质点} \\ 0 & \text{在 } (x, y) \text{ 点无该相流质点} \end{cases}$$

VOF 模型主要应用于两种或多种流体（或相）之间没有相互掺混，有明显的交接面的情况。在模型里每增加一个附加相，就需要引进一个变量——计算单元里的相的容积比率。在每个控制容积内，所有相的容积比率之和为 1。只要每一相的容积比率在每一位置是可知的，在这微元内所有的变量及其属性被各相共享并且用容积平均值来表示。这样，在任何给定单元内的变量及其属性或者纯粹代表了某一相，或者代表了相的混合，而这取决于容积比率的值。因此，在某一微元中，如果第 i 相流体的容积比率记为 α_i ，那么下面的三个条件是可能的：

$\alpha_i (1) = 0$ ：第 i 相流体在单元中是空的；

$\alpha_i (2) = 1$ ：第 i 相流体在单元中是完全充满的；

$\alpha_i (3) 0 < \alpha_i < 1$ ：单元中包含了第 i 相流体和其它多相流体的交界面。

基于 α_i 的局部值，适当的属性和变量在一定范围内分配给每一控制容积。基于容积比率的思想，跟踪相之间的交界面是通过求解单相或多相的容积比率的输程来完成的。对第 i 相，这个方程表示如下：

$$\frac{\partial a_i}{\partial t} + U \cdot \nabla a_i = \nabla \cdot (U \nabla a_i) + \frac{S_i}{\rho_i} \quad (3.2)$$

通常情况下，方程 (3.2) 右端的源项为零，除了在给定某一相的源项或在用户定程序中给定了质量源。容积比率方程不求解主相的容积比率，主相容积比率利用下行计算：

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1$$

张力的求解

表面张力模型是由 Brackbill (Brackbill J.U 等, 1992) 提出的连续表面张力模型。自由表面流体流附加的表面张力也作为动量方程中的源项。单位面积上的表面张力 \bar{F}_S 可表示为：

$$\bar{F}_S = \sigma k(\bar{r}) \bar{n} \delta_s \quad (3.3)$$

式 (3.3) 中， σ 是表面张力系数常数，它是温度的函数。 $k(\bar{r}) = -(\nabla \cdot \bar{n})|_S$ 是局部的曲率； $\bar{n}(\bar{r})$ 是 S 在 \bar{r} 处的法向矢量，方向是从液体指向气体； δ_s 是表面 S 处的浓度。为了理解这个源项的起源，考虑沿着表面表面张力为常数的特殊情况，那些地方只考虑垂直于界面的力。可以看出，跨过表面的压降依赖于表面张力系数 σ 和通过两个半径的正交方向量度的表面曲率 R_1 和 R_2 ：

$$p_2 - p_1 = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.4)$$

(3.4) 里 p_1 和 p_2 是两种流体界面两侧的压力。

本论文中的金属射流自由表面流动模拟计算中，是典型的单相的有明显分界面的表面流动。当 $\alpha = 1$ 时，微元内充满液体；当 $\alpha = 0$ 时，微元内是空气；而当 $0 < \alpha < 1$ 这个微元就是自由表面微元，要进行自由表面的处理，控制容积公式要求计算穿过容积面的对流和扩散通量并与控制容积本身内部的源项平衡。

对 VOF 模型 FLUENT 四种方案计算面的通量：几何重建 (geometric reconstruction) Youngs (Youngs D. L, 1982), 捐方 (donor-acceptor) (Hirt C.W,

1981), 欧拉显式和隐式 (FLUENT Manual, 2005), 论文中选用了欧拉-欧拉法来进行模型的分析。

第四章 金属射流 MHD 特性模拟

4.1 引言

我们知道磁场会影响湍流的重新分布。MHD 流体的数值模拟方法采用 Reynolds 时均方程法。在这种方法中，湍流脉动值附加项的确定是用 Reynolds 时均方程计算湍流的核心内容。所谓湍流模型就是把湍流的脉动值附加项与时均值联系起来的一些特定关系式。依据确定湍流粘性系数的微分方程数目的多少，有所谓的零方程模型、一方程模型及两方程模型等。其中应用最为广泛且成熟的是 $k-\varepsilon$ 两方程模型。 k 为湍流脉动动能， ε 为湍流脉动动能的耗散率，即湍流中单位质量流体脉动动能的耗散率，也就是各向同性的小尺度涡的机械能转化为热能的速率。随着计算数学和计算流体力学的发展， $k-\varepsilon$ 两方程模型已发展出多种形式，如标准的 $k-\varepsilon$ 模型，低 Re 数 $k-\varepsilon$ 模型和 RNG $k-\varepsilon$ 模型等。

表 4-1 平均模型的比较

Table 4-1. The Comparison of the average model

模型名称	优点	缺点
Spalart-Allmaras	计算量小，对一定复杂程度的边界层问题有较好效果	计算结果没有被广泛测试，缺少了模型如考虑燃烧或浮力问题
标准 $k - \varepsilon$	应用多，计算量合适，有较多数据积累和相当精度	对于流向有曲率变化，较强压力梯度有旋问题等复杂流动模拟效果欠缺
RNG $k - \varepsilon$	能模拟射流撞击，分离流，二次流，旋流等中等复杂流动	受到涡旋粘性各向同性假设限制
Realizable $k - \varepsilon$	和 RNG 模型差不多；还可以模拟圆口射流问题	受到涡旋粘性各向同性假设限制
雷诺应力模型	考虑的物理机理更仔细，包括了湍流各向异性影响	CPU 时间长（2~3 倍），动量和湍流量高度耦合。

尽管最近在 MHD 湍流模型方面取得了较好的进展，但基本上都没有改变目前使用较广的传统的非 MHD $k-\varepsilon$ 湍流模型的形式，只是对它们有所修改。此外，目前还没有较好的适用于自由表面的流动的 MHD 湍流模型。Brouillette(Brouillette E.C, 1967) 和 Branover(Branover H.H 等, 1967) 等对

狭长圆管（在法向磁场和横向磁场作用下）的湍流摩擦系数进行了一系列实验研究，得出了适用性较广的 MHD 的 k - ε 模型表示式，其表示形式见表 4-1 表示式。Smolentsev(Smolentsev S.Abdou M.Morley N 等，2001) 等对其在自由表面的 MHD 流动应用中进行了的分析计算，认为在一定磁场范围内，表 4-1 的表是可以用于自由表面流体流动的湍流计算，虽然不可避免在自由表面上会造成一定的误差，主要是低估了湍流粘度 ν_t 。

对于液态金属 MHD 湍流控制方程，在标准的 k - ε 两方程模型中，MHD 效应对于湍流的影响作为焦耳耗散和抑制项分别以源项的形式添加到湍动能 k 方程和湍流耗散率 ε 方程中。其方程表示式为：

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho(\bar{v} \cdot \nabla)k = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + G_k + G_b - \rho\varepsilon - \varepsilon^t m \quad (4.1)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho(\bar{v} \cdot \nabla)\varepsilon = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_1 \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_3 G_b) - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - \varepsilon^t m \quad (4.2)$$

(4.1) 和 (4.2) 式中， G_k 表示由速度梯度引起的湍动能； G_b 表示由浮升力力引起的湍动能； C_1, C_2 , 和 C_3 是常数 (HINATSU M, 1987)； σ_k , σ_ε 是基于 k , ε 的湍流 Pr 数； μ_t 是湍流粘性系数， ε_{em}^k ε_{em}^t 是电磁项，分别表示磁场对流体湍流的影响，负号表明磁场总是抑制湍流的发生的。

目前 MHD 流体的湍流的研究极为少，Kitamura(Kitamura K 等，1978) 等对此的研究中，给出了一般管道内 MHD 流体的 k - ε 两方程的 MHD 源项的形式分别为：

$$C_3 \sigma B_0^2 k / \rho ; C_4 \sigma B_0^2 k / \rho$$

相应的封闭常数 $C_3=0.5$, $C_4=1.0$ 。其他的研究(Sazhin SS, 1995)基本上都采用相同的方法，只是常数有轻微的不同；H.C.Ji&R.A.Gardner (Ji H.C.and Gardner R.A, 1997) 对于水平圆管内的 MHD 流体进行了专门的研究。在相关的一些研究文献中(Brouillette E.C 等，1967)，关于 k - ε 两方程模型中的 6 个经验常数 (也称封闭常数) 的取值已经比较一致，它们的值和 MHD 的 k - ε 模型的值在表中给出。

表 4-2 k-ε 模型中的系数

Table 4-2. The coefficient in the k-ε model

C_ν	C_1	C_2	C_k	σ_ϵ	σ_τ	C_3	C_4
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3	0.9-1.0	0.02-0.5	0.015-1.0

在本论文的模拟计算中，对于金属射流的 MHD 流体，我们采用不同的 MHD 源项添加在 $k-\epsilon$ 两方程中来对湍流控制方程进行修正。主要的改进在于

- (a) 充分考虑了湍流脉动的影响，并考虑了自由表面情况的应用条件；
- (b) 根据大量文献资料进行对比研究

对于不可压缩流体，即密度为常数以及稳态流动，即 $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$ 的情况，质量守恒和动量方程化为

Hossain and Rodi(Hossain M.S 等, 1980) 基于实验的研究，提出了 $k-\epsilon$ 的精确的自由表面的边界条件，表示式为：

$$\left(\frac{\partial k}{\partial n}\right)_s = 0, \quad \epsilon_s = \frac{C^{3/4} k s^{2/3}}{0.07 h k}$$

其中， h 为自由表面的特征厚度。

4.2 计算模型以及网格划分

4.2.1 物理模型网格划分

金属射流在被动装甲电磁作用下的物理模型将作为金属射流 MHD 特性分析的原理依据。图 4-1 中所示金属射流击穿了装甲板，引发了电容释放大脉冲电流，形成电流回路。

其中 C 为电容， F_e 为金属射流受到到的电磁推力； U 为电压。基于上述物理模型，我们建立了简化的二维金属流体几何模型。

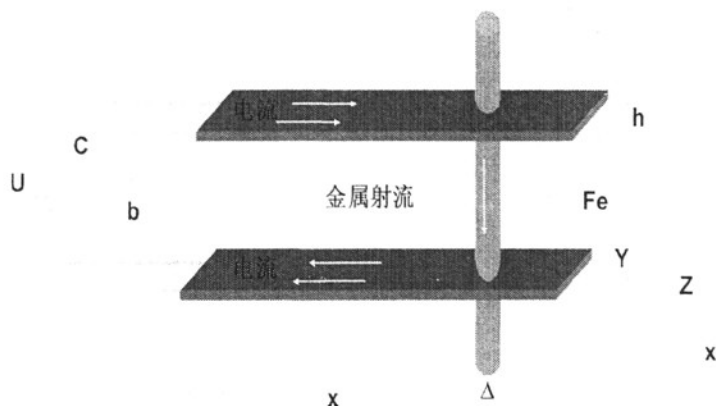


图 4-1 被动装甲电磁作用的物理模型

Fig.4-1. The physical model of passive electromagnetic armor action

金属射流的简化二维几何模型如图 4-2，流体二维模型长 0.1mm ，宽 0.002mm （该数据由总装提供）；边界长 1.5mm 宽 1mm 。

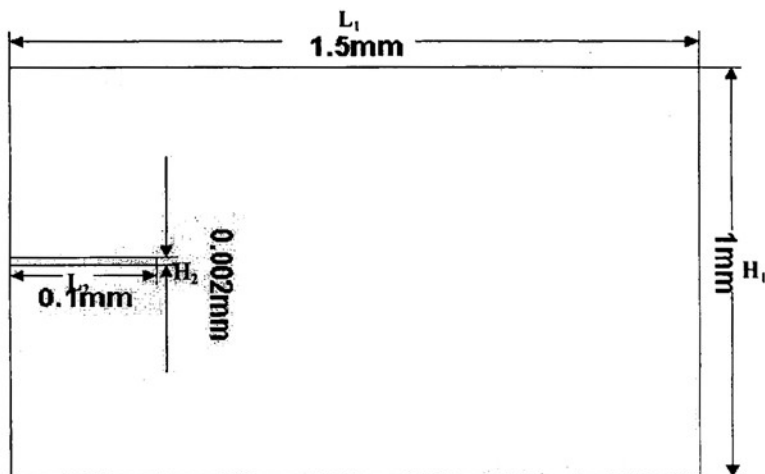


图 4-2 简化二维几何模型

Fig.4-2. The Simplified two-dimensional geometric model

为获得充分发展的流动，计算区域的长度和宽度应远大于金属射流的长度宽度。计算区域的长度与高度之比为 $L_1/H_1=15$ ；计算区域与射流部分的长宽比为 $L_1/L_2=150, H_1/H_2=500$ 。根据总装的要求，本文中涉及仿真分析是从金属射流加入大脉冲电流的瞬间开始，并且在分析的 $80\mu\text{s}$ 范围内金属射流始终处于脉冲电流的作用下。

图 4-3 为金属射流体和边界二维面网格划分后的情况，图中左下角 0 为坐标原点。图中网格划分可分为二层：外层为空气，左侧中间部分为金属射流柱。金属射流和空气的交界面是自由表面。计算区域在 x 方向为均匀分布的 300 个网格点，在 y 方向有 200 个网格点，且在金属射流附近进行了加密，便于更好的扑捉流体的界面位移。

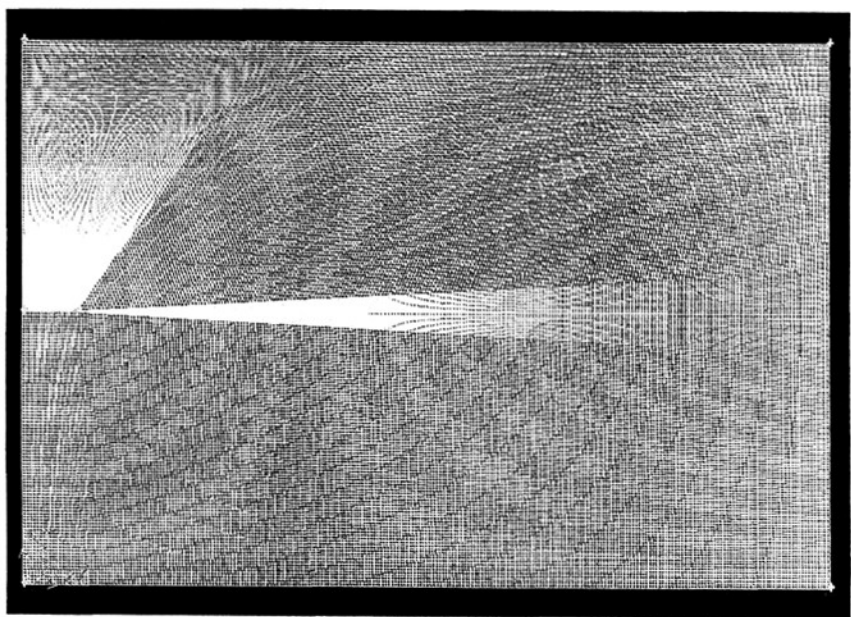


图 4-3 金属射流几何模型网格划分

Fig.4-3 .The mesh of metal Jet geometric model

4.2.2 基本条件假设

由于涉及到复杂的电磁过程，为了简化研究本文对计算加入了几个假设：

- 1) 整个过程中都假设金属射流的导电性能良好，电导率为常量；
- 2) 分析的时间限于 80 μ s 内，忽略欧姆热的影响；
- 3) 射流为牛顿流体，并且为湍流；
- 4) 整个过程为定常过程，并且不存在化学反应。

4.3 仿真与结果分析

金属射流具有不可压缩特点,且计算所要求解的方程组相互之间具有很强的耦合性,因此本文采用流体计算中适合求解复杂耦合问题和不可压缩流动问题的 SIMPLE 算法。SIMPLE 算法是由 Patankar 和 Spalding 在 1972 年提出的,目前在工程实际中应用最为广泛的一种流场计算方法。

构造压力修正方程和速度修正方程是 SIMPLE 算法的关键。采用 SIMPLE 算法求解时,计算步骤如下:

- (1) 假定一个速度分布 u_0, v_0 , 以此计算栋梁离散方程中的系数及常数项;
- (2) 假设一个压力场 P^* ;
- (3) 利用 P^* 依次求解动量方程, 得出 u^* 和 v^* ;
- (4) 求解压力修正值 P' ;
- (5) 利用 P' 及 u^*, v^* 求改进速度值 u, v ;
- (6) 利用改进后的速度场求解那些通过源项物性等与速度场耦合的变量, 如果变量并不影响流场, 则应在速度场收敛后再求解;
- (7) 利用改进后的速度场重新计算动量离散方程的系数, 并利用改进后的压力场作为下一层次迭代计算的初值。重复上述步骤, 直到获得收敛的解。

一个力学系统当处在力学平衡状态时, 如受到一个小扰动力的作用, 就会偏离平衡态, 这就是系统的不稳定性。为了得到相对精确的模型采用二相流计算, 即紫铜和空气两种流体材料; 在射流经过的通道加入空气(赵捍东等, 2001; 陈龙伟等, 2005; 张奇等, 2005; Wu Jun 等, 2003; 张守彬等, 1997) 紫铜射流液柱包含在空气当中。在二相流的研究中比较经典的是欧拉-拉格朗日法和欧拉-欧拉法。

欧拉-拉格朗日法, 流体视为连续相, 连续是通过计算流体场重的大量粒子的运动得到。离散相和流体之间存在动量、质量和能量的交换。

欧拉-欧拉法可以把不同的相处理成相互贯穿的连续介质。在 VOF 模型里面, 紫铜射流和空气分共用一套动量方程。选用 Velocity Inlet 条件模拟自由流入口, 默认值为均匀流动 Pressure Outlet 模拟自由流出口。

仿真过程中设置工作流体密度为空气密度，这样排除了在空气中建立金属液静压力计算，改善了动量平衡的精度。采用 Reconstruct (几何重构) 的方法对金属射流界面进行跟踪，这个方法是大多数瞬态 VOF 模型采用最精确的界面跟踪法。材料参数的选择如表 4-3 所示：

表 4-3 材料参数数据表

Table. 4-3 The data sheet of Materia parameters

名称	数值	单位
射流密度	8978	kg/m ³
流体粘度	0.0047	kg/m-s
速度	100	m/s
空气密度	1.225	kg/m ³
电导率	5.8x10 ⁷	1/ohm-m
湍动能	0.01	m ² /s ²
湍能耗	0.01	m ² /s ³
射流磁导率	1	
空气磁导率	1	
工作气压	101325	Pa
工作温度	1200	°C
重力加速度	-9.8	m/s ²

电场初始条件为在时间是 80uS 内的 300KA 脉冲电流。部分参数由总装提供，粘度值、密度参考相关文献资料(毛潭，2007)。脉冲电流已知的情况下，我们知道金属射流上某点的磁感应强度为公式 (4.3) 表达式所示

$$B = \frac{u_0 I}{2\pi r} l \quad (4.3)$$

式 (4.3) 中 u_0 是液态金属紫铜的真空磁导率， I 为电流， r 为金属射流初始时刻的半径， l 为初始时刻金属射流的长度。

研究的电场初始条件参数如图 4-4 示：

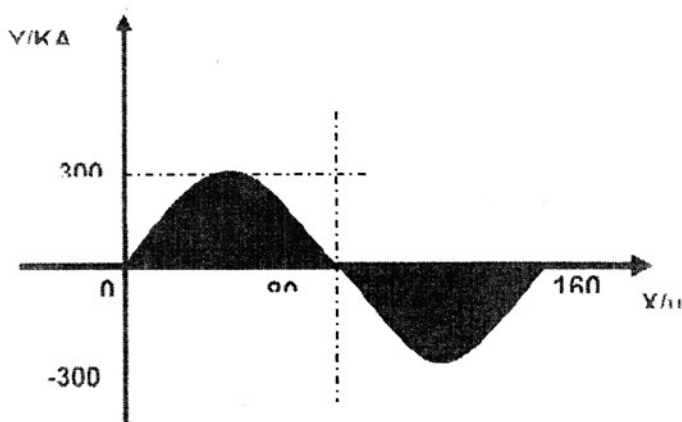


图 4-4 电场初始条件

Fig.4-4 Initial Condition of Electric field

当金属射流柱有大脉冲电流通过的时候, 脉冲电磁力的第一个正半波对金属射流柱的变形和位移改变起主要作用 (XU Zengyu, 2000)。根据图 4-1 已知 C 为储能电容器的能量, 假设 L 为放电回路电感量; 那么放电电流衰减系数 β 为

$$\beta = \frac{R}{2L} \quad (4.4)$$

式 (4.4) 中 R 为放电回路电阻, 放电电流角频率 ω 为

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4.5)$$

所以金属射流受到的电磁力也可以用下列函数式表示

$$f(t) = P_0 e^{-\beta t} \sin^2 \omega t \quad 0 < t < T \quad (4.6)$$

式 (4.6) 中 T 是脉冲电磁力持续时间, 本文中是指图 4-4 脉冲电流第一个正半波持续时间。

本文从金属射流的电流密度、受到的电磁力、速度矢量和体积分数四个方面来研究和分析金属射流在大电流作用下的磁流体特性。金属射流在磁场中运动, 受到了电磁场力、重力、粘性力, 以及在射流表面处的表面张力作用。

4.3.1 金属射流电流密度等值图

我们知道单位时间内通过任一截面的电量, 表示了电路中电流强弱的

物理量。这就是电流强度如图 4-5，规定正电荷流动的方向为正方向，图中 I 就是电流方向。

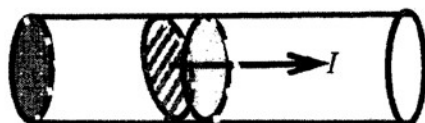


图 4-5 电流强度示意图

Fig.4-5 The Schematic diagram of current intensity

当通过任一截面的电量不均匀时，电流强度不能够准确的表示电量，于是又提出了电流密度的概念来描述空间不同点电流的大小。所谓的电流密度是指通过上单位面积上的电流量。如图 4-6 中， \vec{J} 为电流密度的矢量， S 为一个有限截面积。

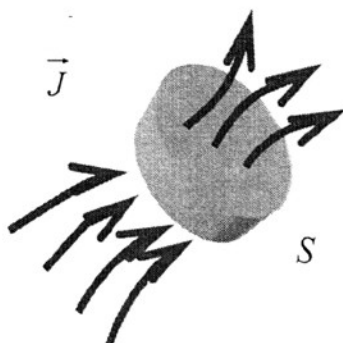


图 4-6 电流密度示意图

Fig.4-6 The Schematic diagram of current density

根据时间段内的仿真计算结果见图 4-7，其中 x 轴正方向为金属射流运动方向，流密度最大值出现在靠近流体柱附近，且数值就是出现在电流通过流体的初始时刻即红色颜色较深的部分。

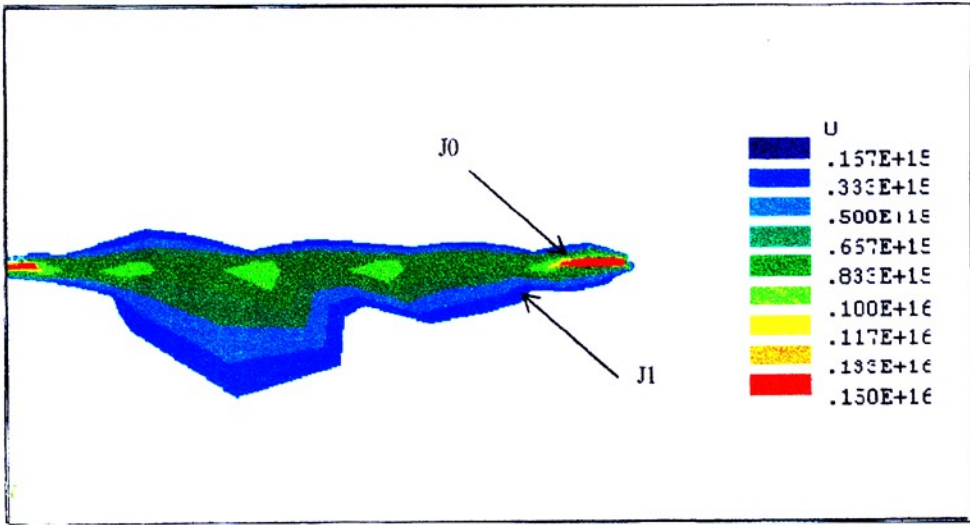


图 4-7 轴向电流密度图

Fig.4-7 The map of Axial current density

很显然可以看出金属射流的电流密度 $J_0 > J_1$ 。金属射流的内部存在电势差，这样金属射流内部会形成一个闭合的电流回路（Mattas R F, 2000; Hunt J C, 1997）。根据带电导体的趋肤效应，我们知道带电金属射流内部流密度是由中心向表面逐渐增强。而对于带电流体周围因为流动过程中伴随着位移和形状的改变所以流体周围的也存在电流，并且距离流体越远，电流密度越小。

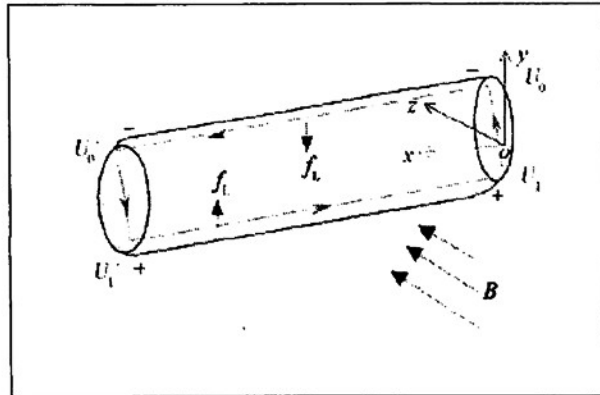


图 4-8 参考文献中感应电流示意图

Fig.4-8 The Schematic diagram of induced current in References

图4-8参考文献中液相是 $\text{Na}_{22}\text{K}_{78}$ ，而气相则是氩气的自由表面金属射流xy平面的感应电流路径，感应电流在核心区沿y轴负方向从低电位往高

电位流动，然后从边界层返回，构成闭合回路。

根据参考文献（XU Zengyu, 2000）推导，在三维坐标下，假定磁场 \vec{B}_r 与 y 轴垂直，与 z 轴成 θ 角，感应电位差 du_0 表达式为

$$du_0 = \bar{v}_{x_0} B_{T_0} dy \cos \theta \quad (4.1)$$

这个时候感应电流的表达式为

$$dI_1 = \frac{\sigma_f (\bar{v}_x B_{rx} - \bar{v}_{x_0} B_{T_0}) dy \cos \theta}{x - x_0} dy dz \quad (4.2)$$

式（4.2）中的第一项是由感应电位 ΔU_1 和 ΔU_0 的差异引起的感应电流；第二项为 y 方向运动引起的感应电流。本文中的仿真结果跟参考文献中推导的结果相符合。

4.3.2 金属射流磁流密度

如下图 4-9 为金属射流周围的磁感应强度矢量图，

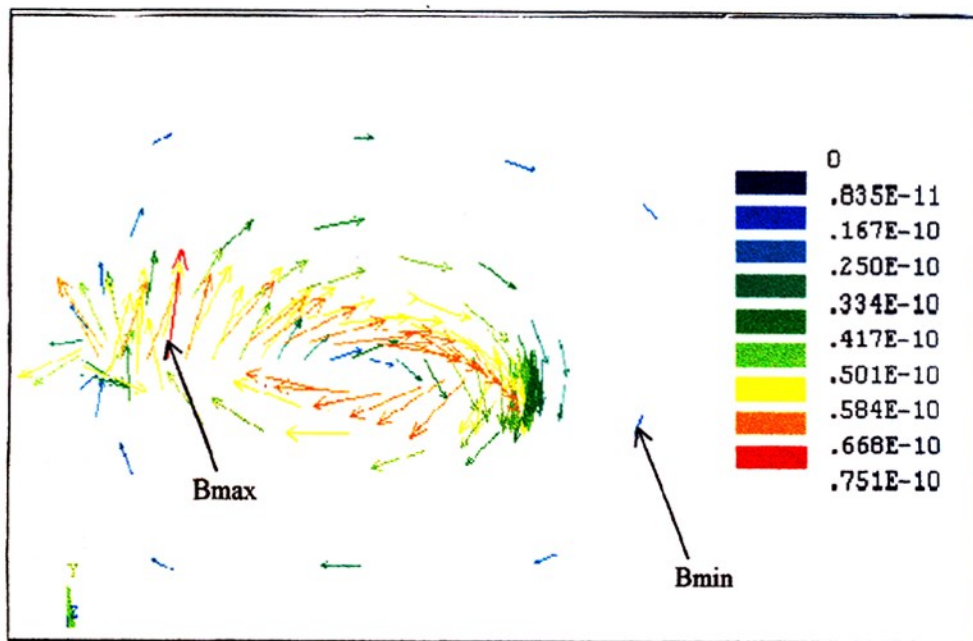


图 4-9 磁感应强度图

Fig.4-9 The map of Magnetic induction intensity

磁感强度是表示磁场内某点的磁场强弱和方向的物理量。磁感应强度

在数值上可以看成为与磁场方向垂直的单位面积所通过的磁通。磁感强度大表示磁感强；磁感强度小，表示磁感弱。图 4-9 中， B_{\max} 和 B_{\min} 分别表示磁感应强度的最大值和最小值。可以看出在电流通过流体初始时刻磁感强度值最大。这是由于导电流体和流体力学一样存在磁边界层，而磁边界层内也要遵循此扩散和对流规律。由此也可以看出，金属射流在脉冲电流作用的初始时刻，受到的电磁影响是最大的。

4.3.3 金属射流的电磁力和电磁力矢量

图 4-10 所示为金属射流受到的电磁力密度，其中颜色深的部分代表的数值较大。在规定时间段内，通过图 4-10 中数字 1-4 对应的颜色，对照右边的数值看到由电磁力密度由 9.09×10^6 到 1.34×10^7 逐步减小。

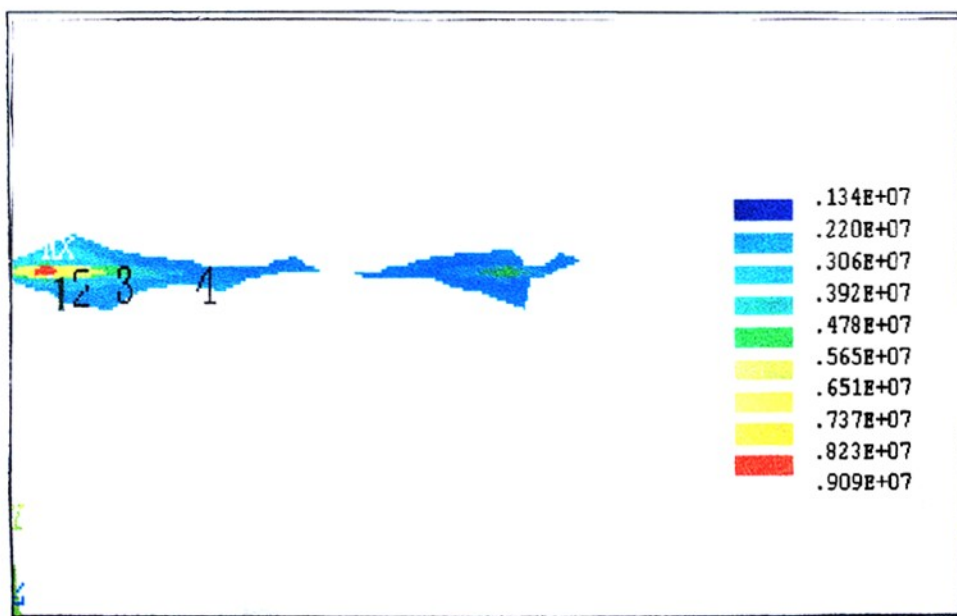


图 4-10 电磁力密度图

Fig.4-10 The map of Electromagnetic force density

金属射流在大脉冲电流作用下受到的电磁力因为磁流体扭曲模效应 (Hunt J C, 1997) 由内部向外逐步减小。

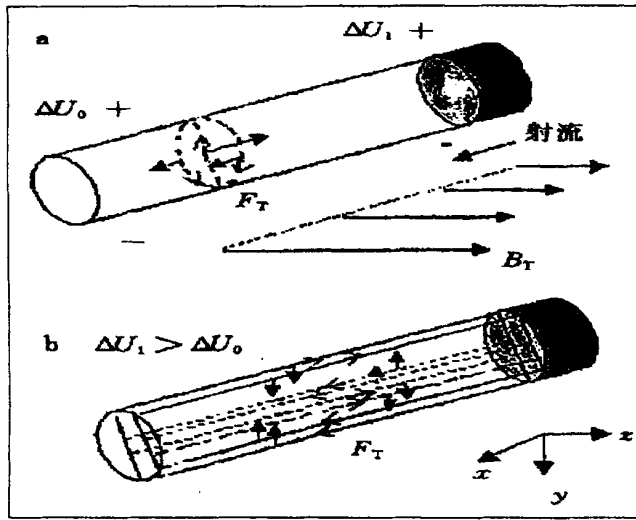


图 4-11 参考文献中电磁力受力示意图

Fig.4-11 The Schematic diagram of Force Analysis of electromagnetic force in References

根据第三章的公式也可以推导出当电磁力、表面张力和粘滞力的合力小于重力时，射流会发生溅射破裂的趋势。图4-11是参考文献中电磁力受力示意图，其中a是由当地质点与 B_T 产生的电磁力；b是由于 $\Delta U_1 > \Delta U_0$ 而产生的电磁力。并且推导出了电磁力公式（4.3）和（4.4）：

$$f_{By} = dpds \tag{4.3}$$

$$dp/dx = j \times B = \frac{\Delta u_1 - \Delta u_0}{Rg_e x} B_1 = \sigma_f \bar{S} (2r B_1 v_1 - 2r_0 B_0 v_0) B_1 / x^2 \tag{4.4}$$

根据推导，电磁力是由射流在 x 方向上不同位置上的截面有着不同的电位差产生的（许增裕，2003）。这两种力分成沿截面径向和 z 轴方向的力，作用结果之后，使截面沿着 z 轴和 y 轴向外扩大，且受质量守恒定律的方程式约束，直到射流截面破裂。通过对比本文的仿真也证明了这一推导结论。通过仿真运算，在射流柱通入大脉冲电流的瞬间电磁力达到最大，图中显示了一个周期范围内的电磁力矢量，电流到后半周期的峰值的时候，力的强度已经逐步缩小，这是由于磁流体的扩散效应引起的。

4.3.4 金属射流速度矢量分析

本小节对未加入大脉冲电流的金属射流速度矢量和加入大脉冲电流的速度矢量图做了比较。

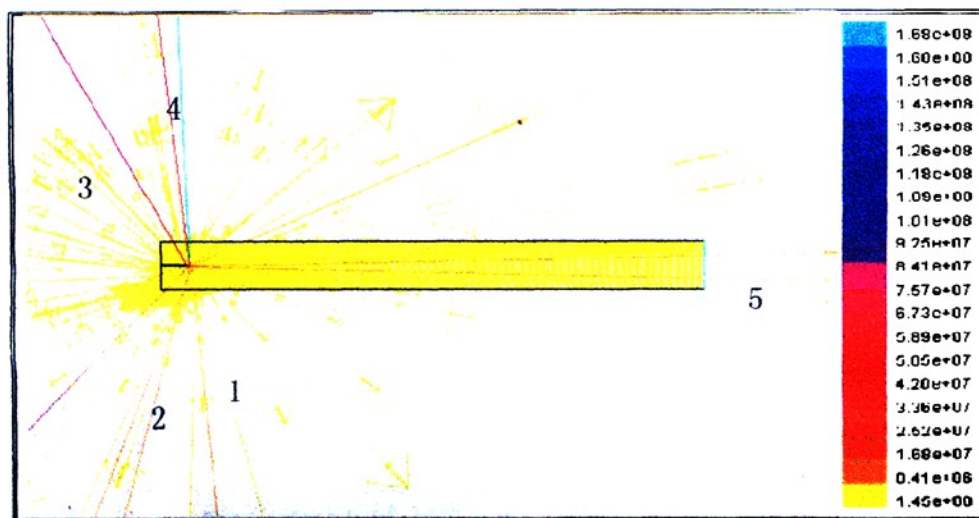


图 4-12 未加入电流的金属射流速度矢量图

Fig.4-12 The Velocity vector map of metal Jet with no electric current

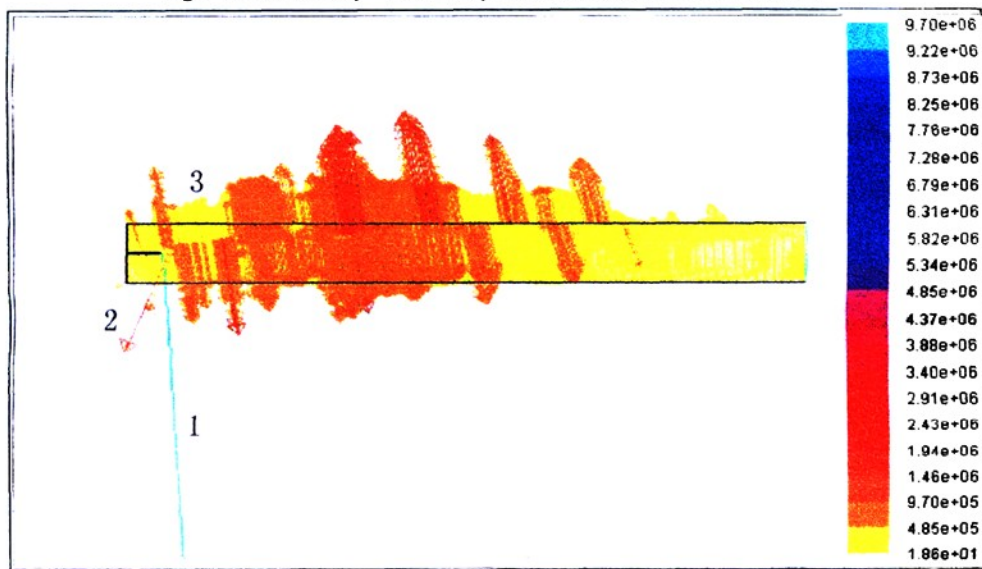


图 4-13 加入电流的射流速度矢量图

Fig.4-13 The Velocity vector map of metal Jet joined the electric current

图 4-12 未加入脉冲电流的金属射流速度矢量图。图中 1-5 不同的颜色代表了不同的速度值。通过仿真在没有加入电磁场之前金属射流的运动速度矢量最大值是沿 x 轴且不断向四周自由发散。

图 4-13 为加入电流的射流速度矢量图，在加入电流的瞬间金属射流的运动矢量明显的变成近乎规律的近 Y 轴方向运动，矢量的最大值在 Y 轴方向上，图 4-13 中用数字 2 标示出来。这是由于大脉冲电流产生的大磁场使金属射流改变了原来运动方向。由于强脉冲电流的大小和方向是快速变化的，其产生的脉冲磁场的大小和方向也是快速变化的，所以这种相互作用会在金属射流内部，产生很强的收缩力和扩张力，使金属射流反复地受到压缩和扩张，并使金属射流在垂直于电流方向作往复运动；这种运动在实验中也明显观察到了（鄢红春等，1997）。

4.3.5 金属射流体积分数图比较

本小节对金属射流加入电流前体积分数和金属射流加入电流后体积分数进行了比较分析，如图 4-14 和图 4-15 所示

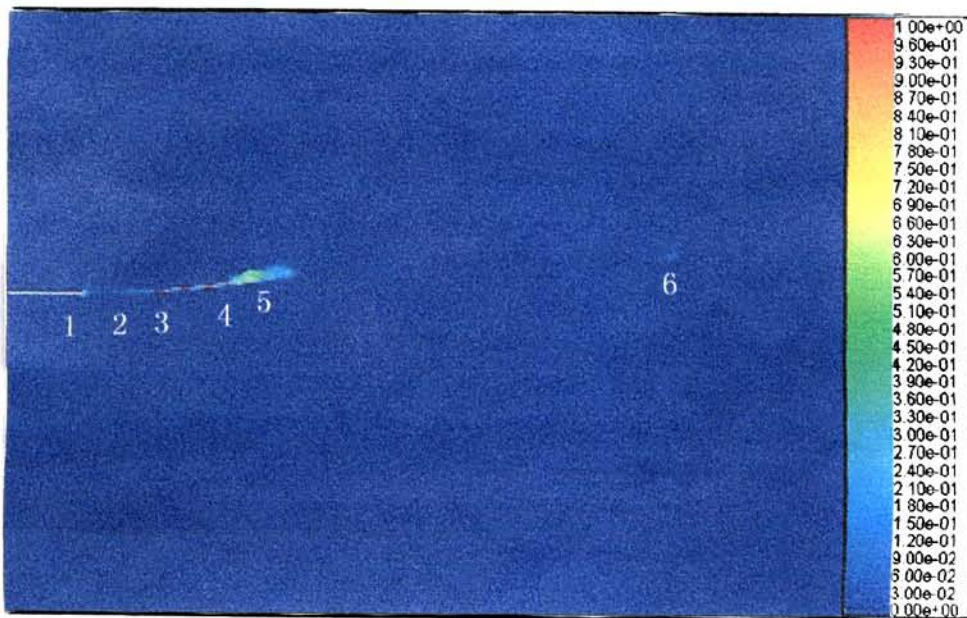


图 4-14 金属射流未加入电流体积分数图

Fig.4-14 The Volume fraction Figure of metal Jet with no electric current

根据仿真运算没有电流的金属射流的体积分数，金属射流即使是在没有加电流的情况下由于重力和自由表面张力的作用，在继续前进的同时体积在空气中会有一定的扩散。在图 4-14 中，假设速度为 100 米 / 秒，金属射流在 80 μ s 的时间内就可以到达数字 6 所标示的位置。由于射流各部分速度不同，端部速度高尾部速度低，因此射流在向前运动过程中将被拉长。但由于铜具有良好的延性，射流可以比原长延伸好几倍而不断裂。金属射流在延伸过程中不像聚能气流那样膨胀的非常厉害。

如图 4-15 为加入大脉冲电流的金属射流的体积分数图

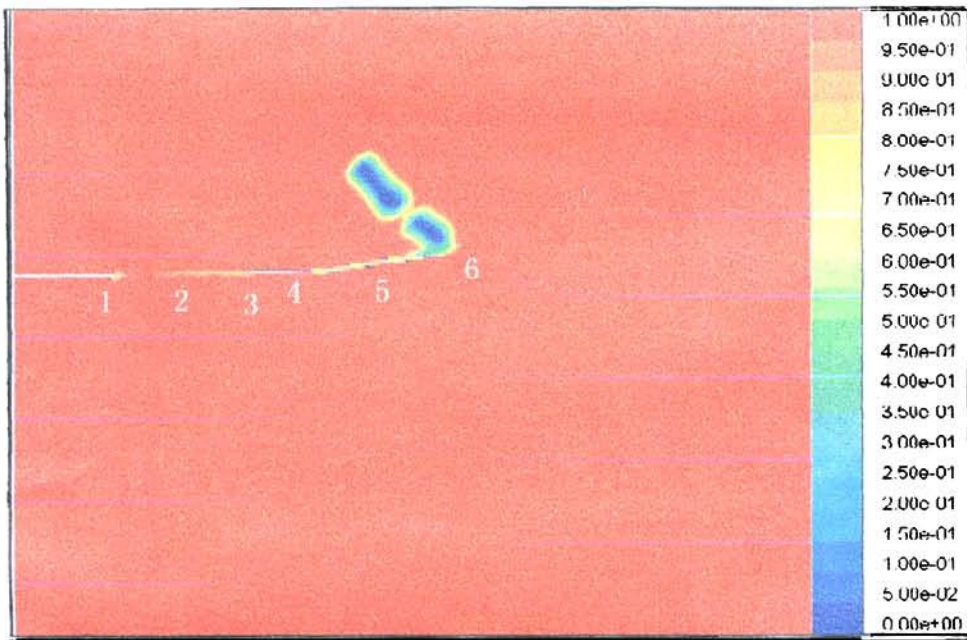


图 4-15 金属射流加入电流后体积分数图

Fig.4-15 The Volume fraction Figure of metal Jet joined the electric current

从图中看出，加入脉冲电流后在很短的时间内，金属射流已经扩散并发生了严重的弯折；也就是说射流发生了严重的溅射和变形现象。并且根据体积积分图金属射流沿 Y 轴正方向折断，可以看出磁场力比金属射流的重力大许多。这跟磁流体力学上流体不稳定性中涉及到的柱体箍束产生的香肠式不稳定效应是吻合的。Shuzo Oshima 等人在实验 (Oshima S, 1987) 中发现，射流的截面会在与磁场方向垂直的方向变扁，与本文中的仿真结果具有相似性。

通过结果图4-15的分析,金属射流内产生的高强度、且快速变化的脉冲电流 J 。电流 J 和磁场 B 之间相互作用产生的洛仑磁力就是

$$f = J \times B$$

f 是一个体积力,根据第二章中引用的麦克斯维方程得到

$$f = \frac{1}{u_0} \left[(B \cdot \nabla) B - \frac{1}{2} \nabla B^2 \right] \quad (4.1)$$

对(4.1)进行体积分,再用高斯定理整理后,得到

$$f \int dv = \frac{1}{u_0} \left[\int B^2 b \cos \theta - \frac{B^2}{2} n \right] ds \quad (4.2)$$

式中 \bar{b} 为沿磁场方向的单位矢量, \bar{n} 为积分面元的外法向单位矢量, θ 为矢量 \bar{b} 与 \bar{n} 的夹角。(4.2)式右边两项表明该磁力由两部分组成:

前一项是沿磁场方向的作用力,后一项为垂直于受力面即金属射流圆柱面的作用力。磁场的压强表示为

$$p = \frac{B^2}{2u_0} \quad (4.3)$$

由(4.3)式可知, p 和 B 成正比,为一个脉冲动压强。在脉冲动压力作用下,金属射流首先沿径向收缩,产生箍缩效应(訾炳涛等,2000),(见图4-15中位置5)在脉冲箍缩效应作用下,液体金属射流又沿 Y 轴向产生运动。因 B 是高速变化的强脉冲磁场,磁压强 p 是剧烈变化的脉冲动压强、且其强度远大于金属射流的动力压强,这就使金属射流产生了较大位移的改变,参见图4-16中位置6,最终金属射流折断破裂。这些破裂是MHD不稳定性的直接或最后结果(J.Wesson,1997)。

根据仿真结果和参考文献的比较。大脉冲电流产生快速变化的强脉冲磁场。强脉冲电流和强脉冲磁场之间的相互作用会导致金属射流产生沿径向的箍缩效应(M.Nakada等,1990;J.M.Li等,1994;J.P.Barnak等,1995)。平面上的感应电流所产生的电磁场力在其核心区域是和流动方向相反的,所以它是阻碍射流的运动,使其速度减小,射程变短和射流截面变粗。图

4-15 显示, 300KA 大脉冲电流作用下, 80 μ S 时间的范围内射流向 Y 轴正方向上方发生了严重的偏移, 射流本身也严重的变形并向上折断。

第五章 结论与展望

5.1 对研究工作的总结

本文利用基于大型计算流体力学软件 FLUENT 的 MHD 程序模块对金属射流的 MHD 效应进行了研究分析。在论文中, 采用 $k-\epsilon$ 模型模拟了二维大脉冲电流作用下导电金属射流体和磁场的相互作用, 对以后电磁装甲等装备全面减负提供有效的参考依据。

根据仿真结果和分析得出结论:

- 1) 当金属射流进入 300KA 的大脉冲电流作用下的电磁场时, 一定没有固定的稳定区域; 由于电磁力和重力的作用射流必然会发生变形和溅射。
- 2) 平行于金属射流运动方向施加脉冲电流, 将会产生垂直于运动方向的电磁力, 力的大小直接影响射流的变形程度。
- 3) 当电磁力大于 Y 轴负方向的重力的时候, 金属射流会向 Y 轴正方向偏离溅射。
- 4) 大脉冲电流所产生的电磁场力与紫铜金属射流方向相反, 所以它是阻碍射流的运动, 使金属射流速度减小, 射程变短和射流截面变粗。且在本文研究的 300KA 大脉冲电流作用下, 80 μ s 时间的范围内射流的运动方向向 Y 轴正方向上方发生了严重的偏移, 射流柱也发生了严重的变形并已经折断破碎。

金属射流磁流体动力学特性的二个显著特征是金属射流的箍缩和扭曲效应。磁场与金属射流运动的相互作用产生了沿流动方向的感应磁场, 其结果是导致在横向上感应电势和电流的产生 (图 4-7)。

磁场对射流运动的影响是通过作用在金属射流的与运动方向相反的洛伦兹力产生的, 它引起了金属射流速度减小, 射程变短和射流截面变粗 (图 4-15)。从图 4-10 电磁力密度中我们可以看到洛伦兹力 F_x 并不关于 y 轴对称, 这会影响到金属射流运动的模式。因在脉冲电流下产生了高速变化的强脉冲磁场, 磁压强 P 是剧烈变化的脉冲动压强, 在脉冲动压力作

用下,金属射流首先沿径向收缩,产生箍缩效应,在脉冲箍缩效应作用下,液体金属射流又沿 Y 轴向产生运动.脉冲磁场强度远大于金属射流的动力压强,这就使金属射流产生了较大位移的改变,最终金属射流折断破裂。

5.2 对研究工作的展望

本论文对金属射流的 MHD 效应及磁场对流动特性的影响进行了研究,利用开发的基于大型计算流体力学软件 FLUENT 的 MHD 程序,对自由表面的金属射流的重点和难点的 MHD 效应问题进行了初步探讨,用 $k-\epsilon$ 模型对金属紫铜 (Cu) 射流在大脉冲电流作用下的流动进行了仿真模拟和研究分析。由于液态金属 MHD 是一门新兴的交叉学科,它是流体力学与电磁学二者结合的新领域,加之自由表面金属射流 MHD 流动复杂,还存在有许多可以探讨和研究的问题。而本文中研究的金属射流实验环境成本较高,难于实际测量。磁流体动力学的实验研究目前还只停留在直管内流和简单自由表面流,模拟研究也只能在有限范围内进行与实验的相结合。随着测量手段和诊断技术的提高,实验观察和测试设备的完善, MHD 模拟计算与实验研究将越来越紧密结合,今后将出现 MHD 研究的新领域,也就是 MHD 的数值模拟与实验相结合,甚至模拟在某些方面将完全的替代实验以节省人力物力和长周期运行时间等。

自由表面金属射流的 MHD 流动控制一直是非常重要的研究领域,自由表面湍流流动形态复杂较难捕捉,在利用磁场控制湍流边界层涉及到重新层流化问题,临界参数较难控制,所以无法充分描述带有 MHD 效应的湍流遏制机制。针对大多数工业的液态金属流动中,不希望有湍流脉动。如钢铁的浇注,聚变反应堆中液态金属的冷却或半导体的生长。而本文中的金属射流通过仿真利用电磁作用改变原有的形状和射程。自由表面金属射流的 MHD 流动在复杂磁场的研究还有待进一步深入研究和细化分析。另外,多种条件下、多参数变量情况下对 MHD 效应的无量纲式的实验和模拟研究以及大型计算模型的并行计算等也是具有挑战性的难题。

尽管困难较多,但随着磁流体的广泛应用、计算机技术以及相关学科的不断发 展,结合现有实验和计算技术的日益成熟,金属射流的 MHD 特

性研究随着世界军事领域的关注会越来越完善；磁流体动力学更将得到迅速发展。

参考文献

- 安二峰. 新型战斗部聚能效应及相关问题研究[D]. 安徽:中国科学技术大学, 2004
- 陈龙伟, 宁建国. 聚能射流三维数值模拟[J]. 计算力学学报, 2005; 22(1): 55—5
- 訾炳涛等. 强脉冲电磁场对金属凝固组织影响的研究[J]. 物理学报, 2000, 49(5):1010-1014
- 顾建明等. 磁流体密封间隙对密封性能的影响[J]. 上海交通大学学报, 1999, 3
- 胡金锁, 田亮等. 金属穿甲杆或射流受被动电磁装甲电磁力作用物理模型[J]. 兵工学报 2006, 27 (4): 695
- 胡金锁, 李治源等. 坦克装甲车辆电磁装甲技术与研究现状[J]. 现代兵器, 2002 (6): 34-36
- 胡金锁, 李治源. 被动电磁装甲数学建模及其受力仿真[J]. 装备指挥技术学院学报, 2003, 14 (4): 95
- 康伟山, 潘传杰等. 液态金属自由表面在聚变堆中的运用研究[J]. 科学与工程, 2006, (6)
- 刘 仪, 郭干城等. HL-1M 弹丸加料等离子体中约束改善和 MHD 特性研究[J]. 核聚变与等离子体物理, 1999, 19 (3): 171
- 刘菡茜, 徐威. 磁性靶向药物递送中铁磁流体的动力学建模[J]. 应用数学和力学, 2008, 29(10): 1219
- 李学慧, 安宏等. 磁流体及其应用[J]. 大连大学学报, 1996, 6(2):160-163
- 毛潭. Cu—Sn 合金熔体粘度的实验与理论研究[D]. 山东大学 硕士学位论文 2007
- 宁俊生, 高平国等. 外电磁装甲研究进展[J]. 兵器材料科学与工程, 2000, 23 (6): 65
- 鄢红春等. 脉冲电流对 Sn-Pb 合金凝固组织的影响[J]. 金属学报, 1997, 33 (4), 352.
- 濮永杰, 李艳. 磁流体在肿瘤诊断及治疗中的应用[J]. 重庆医学, 2008,

37(20): 2362

隋树元,王树山. 终点效应学[M]. 北京:国防工业出版社, 2000

谭美军,陈洪等. 磁性流体的制备及在防伪印刷中的应用[J]. 包装工程, 2003, 23(4): 60

吴其芬. 磁流体力学[M]. 北京:国防科技大学出版社 2006: 93

王瑞金. 磁流体研磨与磁性材料研磨的比较试验[J]. 新技术新工艺, 2001(2)

翁兴园. 磁流体技术及应用的发展现状与未来[J]. 磁性材料与器件 1998, 29(6): 35

许增裕,潘传杰,魏文浩,陈晓琼,张延续. 涂层裂纹引起的 MHD 效应不稳定性实验模拟[J]. 核技术, 2002(02)

许增裕 自由表面射流磁流体不稳定性分析[J]. 核聚变与等离子体物理 2003, 23(2):9

于达仁,唐井峰,鲍文. 用于高超声速推进的 MHD-Arc-Ramjet 联合循环[J]. 航空学报, 2006, (4): 20

杨英 利用磁流体动力能量旁路的超燃冲压发动机性能[J]. 飞航导弹, 2006, (7): 55

杨乐 周进等 脉冲等离子体推力器工作过程一维磁流体动力学数值模拟[J]. 国防科技大学学报, 2007, 29(5): 15

苑淑云. 船舶交流磁流体推进新方法研究[D]. 哈尔滨工程大学 硕士学位论文, 2007

严志云,石虹桥. 纳米磁流体及其在癌症治疗中的应用研究进展[J]. 广州化工, 2006, 34(1): 12

姚如杰译. 磁流体在密封与润滑领域中的技术现状综述[J]. 润滑与密封, 1994, 5

郑萍,程树康等. 电磁装甲及其发展[J]. 微电机, 2002, 35(2):36

郑振忠 装甲装备战斗毁伤学概论[M]. 北京:兵器工业出版社, 2004: 43

赵捍东,陈国光,董永香. 聚能装药射流的数值仿真研究[J]. 华北工学院学报, 2001, 22(3): 211—214

张奇,张若京. ALE 方法在爆炸数值模拟中的应用[J]. 力学季刊, 2005,

26(4):639—642

张守彬等. 圆管在脉冲电磁力作用下的动力响应[J]. 锻压技术 1997, 3:30

Asay J R, Hall C A, Holland K G, et al. Isentropic compression of iron with the Z accelerator[C]//Furnish M D. Shock Compression of Condensed Matter-1999. New York: AIP Press, 2000:1151-1154.

Admas F.C. Lada C.J., Shu F.H., Spectral evolution of young stellar objects, 1987, APJ, 321.

Allison R E, Vitali R. An application of the jet formation theory to a 105 mm shaped charge. BRL—1165, 1962

Birkhoff G, et al. Explosives with lined cavities. J Appl Phys, 1949, 20(3)

Brackbill J.U., Kothe D. Band Zemach, C., A Continuum Method for Modeling Surface Tension. J. Computational Physics, 1992, 100:335

Brouillette E.C., Lykoudis P.S., Magneto-fluid-mechanic. channel flow. I. Experiment, J. Physic Fluids, 1967, 10:995—1001

Branover H.H., VASIL' EV A.S., GEL' FGAT YU.M., and SHCHERBININ E.V. Tubulent Flow in a Plane Perpendicular to a Magnetic Field. 1966 4:78

Brouillette E . C., Lykoudis P . S., Magneto-fluid-mechanic. channel flow. I. Experiment, J. Physic Fluids, 1967, 10:995—1001

C P C Wong. APEX and ALPS, high power density technology programs in the U.S. [R]. General Atomics Report, GA-A22986, Feb 1999

Chorin A J. Flazne advection ancl pmp ationalgoritllms. J. Comp. Phys., 1980, 35:1 — 11

David L, L, John D P. The effect of electromagnetic fiekds on the stability of a uniformly elongating plasticets. Phys Fluids, 1990, A2(12): 2240-2284

FLUENT Manual, Fluent Inc., 2005(11)

Gurijanov E P, Harsha PT. AJAX: new directions in hypersonic technology [R]. AIAA-96-4609, 1996

GINZBURG I, WITTUM, G. Two-Phase Flows on Interface Refined Grids Modeled with VOF, Staggered Finite Volumes, and Spline Interpolants , J. Comp. Phys., 2001, 166:302-335.

Hall C A, Knudson M D, Asay J R, et al. High velocity flyer plate launch capability on the Sandia Z accelerator [J]. International Journal of Impact Engineering, 2001, 26: 275-287.

H.Y. Wang, Y.C. Wu, and X.X He, Analysis of MHD Pressure drop in the Paeked Pebble bed-based blanket for FDS , the seventh China-Japan symposium on materials for advanced energy system and fission & fusion engineering July29-31, 2002, Lanzhou, China.

Huang H .L ., Ying A ., Abdou M., 3D MHD Free Surface Fluid Flow Simulation Based on Magnetic-Field Induction equation , Fusion Technology and Design, 2002, 40(4):534-539

Hirt C. W .and Nichols B.D., Volume of Fluid(VOF)Method for the Dynamics of Free Boundaries, J. Computational Physics, 1981,39:201-225.

HINATSU M ., k- ϵ Modeling of MHD flow and its simulation of channel flow J .the Society of Naval Architects of Japan 1987,161:34-41

Hossain M.S., Rodi W. Mathematical modeling of vertical mixing in stratified channel flow, Process of the 2nd Symposium on Stratified Flows, 1980

Hunt J C, Holoyd R L. Applications of Laboratory and Theoretical MHD Duct Flow Studies in Fusion Report Technology[R]. Culham Laboratory Oxfordshire, 1997.

Ji H. C. and Gardner R.A., Numerical analysis of turbulent pipe flow in a transverse magnetic field, Int. J. Heat Transfer, 1997, 40(8):1839-1851.

J. Wesson, 'Tokamaks', Second Edition , Clarendon Press Oxford , 1997, Chapter 6

J.M. Li et al., Scr. Metall. Mater., 1994, 31(2):1691.

J.P. Barnak et al., Scr. Metall. Mater., 1995, 32(6):879.

Kulikovskii A. G. Slow steady flows of a conducting fluid. at large Hartmann numbers, Fluid Dynamics 1968, 3(2):3-10

Kitamura K., Hirata M., Turbulent heat and momentum transfer for electrically conducting fluid flowing in two dimensional channel under transverse magnetic field, Proceedings of the 6th International Heat Transfer Conference ,

1978, 3(8):159-164

LEBOUCHER, L. Monotone scheme and boundary conditions for finite volume simulation of magnetohydrodynamic internal flows at high Hartmann number J. Comput.Phys.1999, 150:181-198

Liang P Y. Numerical method for calculation of surface tension flows in arbitrary grids [J].AIAA J, 1991, 29:161—167.

Liang P Y.Numerical method for calculation of surface tension flows in arbitrary grids [J].AIAA J,1991 ,29:161—167.

LS-DYNA Version970 KeywordUsers' Manua.l Livermore Software Technology Corporation, 2003

Morley N B, Abdou M A. Study of fully developed, liquid-metal, open-channel flow in a nearly coplanar magnetic field [J].Fusion Technology, 1997, 31: 135-153

Mattas R F.ALPS-advanced limiter-divertor plasma-facing system [J].Fusion Engineering and design, 2000, 51-52:127

Molokov S, Reed C B. Liquid metal flow in a insulatedcircular duct in a strong non-uniform magnetic[R]. ANL/TD/TM01-18,June 2001.

Morley NB,Tillack MS, Abdou MA. Development of an analytic core flow approximation for a square duct in an oblique magnetic field,UCLA-FNT-46,1991(3).

Ming-Jiu Ni,Ramakanth Munipalli,Neil B.Morley,and Mohamed A. Abdou.Validation strategies of HIMAG in interfacial flow computation for fusion applications. Fusion Engineering and Design 2006 81:1535-1541

Mattas R F. ALPS-advanced limiter-divertor plasma-facing system J. Fusion Engineering and Design,2000,51 -52:127.

M. Nakada et al., IS IJ Inter., 1990,30(1):27.

Oshima S, Yamane R, Mochinmaru Y et al. The shape of a liquid metal jet under a non-uniform magnetic field[J].JSME Int.,1987,30:437-448.

Pugh E et al. Theory of jet formation by charge. J Appl Phys,1953; 24(3):57

Puckett E.G., Almgren A.S., Bell J.B., etc., A High-order Projection Method for

- Tracking Fluid Interfaces in Variable Density Incompressible Flow, J. Computational Physics, 1997,130:269-282.
- Rosensweig R. E.Fermhydrodynamics. Cambridge: Cambridge University Press1985
- Salah N.B., Soulaïmani A. andHabashi W.G.,A finite element method for Magneto-hydro-dynamics, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 2001,190:5867-5892.
- Smolentsev S, Abdou M,Morley N,et al.Application of the“k-ε”Model for Open Channel Flow in a Magnetic Field. Int.J. Engineering Science, 2002,40:693-711
- Sazhin SS, Makhlof M,Ishii T Solutions of Magnetohydrodynamic Problems Based on A Conventional Computational Fluid Dynamics Code. J. numerical methods in fluids, 1995, 21: 433-442
- UWMAK-1.A Wisconsin toriodal fusion reactor design [R].UWFDM-68, University of Wisconsin, 1974.
- Wells W M.A system for handling divertor ion and energy flux based on alithium droplet cloud [J].Nuclear Technology/Fusion, 1981, 1(120):120-127
- Wu Jun , Liu Jingbo, Du Yixin.Experimental and numerical study on the flight and penetration properties of explosively-formed projectile. International Journal of ImpactEngineering, 2007; 1147—1162
- XU Zengyu, Pan Chuanjie ,WEI Wenhao ,et al. Experimental Investigation of MagnetoHydrodynamic Effects Caused by a Manifold Circular Pipe [J].Fusion Science and Technology,2000, 40:79.
- Yan-FeiZhou1,Tian-Yuan Fan.Preparation and characterization of ferromagnetic fluids for hyperthermia of tumor [J].Y.F.Zhou et al./Journal of Chinese Pharmaceutical Sciences 2007(16)187–191
- Youngs.D L.Time- dependent mulit- material flow with large fluid distortion.Numerical Methods for Fluid Dynamics , K.W. Morton and M.J.Baines(eds), Academic, 1982, 273 — 285
- Youngs D. L Time-Dependent Multi-Material Flow with Large Fluid

Distortion.Numerical Methods for Fluid Dynamics.1982:273-281

致谢

三年的研究生学习生涯马上就要结束了。在论文完成、即将答辩之际，向所有帮助和支持我的人表示深深的谢意！

首先要感谢我的导师刘贤喜教授。3年多来，刘老师悉心指导，从论文选题、方案设计、系统实现到论文撰写的每个过程，无不凝结着导师的大量心血和辛勤汗水；论文字里行间，无不凝结着导师的悉心指导和谆谆教诲。导师严谨治学、勇于创新、实事求是、一丝不苟的优良学风；导师开朗民主、豁达体贴、为人师表、甘为人梯的高尚品德；导师执着奉献、正直诚恳、求真务实、孜孜不倦的工作作风，都是我终生学习的楷模。衷心祝愿刘老师身体健康，工作愉快！师恩难忘，亲情永在。

感谢我的师母靳老师，在我研究生期间师母在生活上给了我很大的帮助，让我有一个更豁达开朗的胸怀。谢谢靳老师！

感谢机电学院的领导和老师们，读研期间你们在学习、科研、工作和生活等方面给予的支持和帮助，是你们的无私关怀铺就了我的成长之路。谨向你们表示深深的谢意和衷心的祝愿！

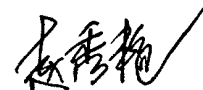
感谢西南核工业研究所的许增裕研究员、北京航空航天大学的阎照文教授的帮助。

感谢参加论文评阅和答辩委员会的专家学者们，在百忙之中抽出宝贵时间阅读论文并提出宝贵的意见和建议！

感谢 MIE 技术研究中心王朝娜、史中辉同学，在科研和生活上给予我的无私帮助。实验室和谐、民主、严谨的学术氛围，既催人奋进，又让我倍感温馨。

最后我要感谢我的父母和爱人，对于我的学习和理想上的理解、鼓励和支持。正是因为你们，使我有勇气面对一次又一次新的人生挑战。

作者：



2009年6月

硕士期间发表论文

- [1] 基于 OpenBSD 启动过程研究, 山东师范大学学报, 自然科学版, 第一作者
- [2] 基于 YCbCr 新颜色空间的人脸检测算法的研究, 电子测量技术, 第二作者
- [3] 虚拟样机技术及其在农业装备中的应用, 农机化研究, 第二作者