

摘 要

随着计算机技术的广泛应用和发展,对天然河道各方面的研究也更加深入。其中,以河流动力学、弯道水力学、流体动力学、数值计算方法等学科知识为基础的弯道数值模拟现今已越来越受到重视。对数学模型也已由一维问题逐步发展到二维及三维问题。本文通过对现有弯道水流数学模型的分析,依据本文所选黄河宁夏典型弯道河段的特点,建立了适用于该弯道河段的平面二维水流数学模型,且编写了MATLAB程序。并且还运用FLUENT软件对所研究弯道段进行了三维数值模拟,最后将两种数值模拟的结果进行了比较分析。

本文主要内容如下:

1. 根据所选弯道段的边界特点,采用在极坐标系下划分区域网格的方法,结合了扫描方法确定边界上网格节点的坐标值,基本解决了采用此方法引起的阶梯型网格的缺点。
2. 采用守恒性能高的有限体积法对方程进行离散,并选用符合水流运动特性的一阶迎风格式,利用向后错位交错网格下的SIMPLE算法进行数值计算,提高了计算效率和精度。
3. 运用FLUENT软件对所选河段进行三维数值模拟,更好的反映弯道对水流的影响。
4. 将二维和三维模拟结果进行比较分析,模拟结果基本反映了弯道河段水流所具有的特性。

关键词: 弯道, 环流, 有限体积法, SIMPLE算法, 数值模拟

Abstract

With the development and extensive application of computer technology, every respect of natural river research has been more concerned. Nowadays, the numerical simulation of curve river, which is based on river flow dynamics, bent river hydraulics, fluid dynamics, numerical method etc, has become more importance. The development of mathematical model has been expended from one-dimensional problems to two-dimensional problems, even three-dimensional problems. Through the comparison and analysis to mathematical Model of bent flow, and based on the features of representative bend river stretch, which is selected from Yellow River in Ningxia Area, this paper has chosen one planar 2-D mathematical Model of bent flow. Moreover, we utilize MATLAB to carry on the computing.

The main works is organized as follows:

1. Considering about the boundary features of selected bend river stretch, we use the method of partition grid under the polar coordinate system. The scanning method is used to determine the coordinate numbers of the grid points about the boundary. This scanning method can basically resolve the shortcomings of stepped-grid, which was caused by using the polar coordinate system to partition grid.
2. The finite volume method with high flux conservation is used to discrete equation, and chose the up-wind scheme of one-order, which conform to the flow movement property. The SIMPLE algorithm, which based on backward staggered grid, is used for numerical computation, to get higher efficiency and accuracy.
3. Apply FLUENT to simulate the three-dimensional bent river flow, for better reflects the affects from bend river stretch to flow.
4. Finally, the results about two-dimensional simulation and three-dimensional simulation are compared and analyzed. The results of analysis and comparison indicates that the simulation results basically reflects the water flow properties of bend river stretch.

Key Words: bend, circulation, finite volume method, SIMPLE algorithm, numerical simulation.

独创性声明

本人声明所提交的论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含宁夏大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

研究生签名： 姜艳艳 时 间： 08年6月6日

关于学位论文使用授权的说明

本人完全了解宁夏大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。同意宁夏大学可以用不同方式在不同媒体上发表、传播学位论文的全部或部分内容。

(保密的论文在解密后应遵守此规定)

研究生签名： 姜艳艳 时 间： 08年6月6日
导师签名： 张立 时 间： 08年6月5日

第一章 绪论

1.1 概述

河流在自然状态下及在修建防洪工程、灌溉排水工程、水力发电工程、航道及港口工程、环境水利工程等水利设施之后所发生的演变过程,都将破坏天然河流水沙条件与河床形态的相对平衡,水流运动状态发生变化,使河床发生冲刷或淤积,河床形态进行重新调整,从而引起河道演变,如水库淤积、河道冲刷淤积、湖泊淤积、河流改道等,对人类的生活、生产乃至生命安全,都有着不可忽视的影响。因此,有必要对河道的演变进行预测,准确有效的为人类治理河流提供依据,以减少、避免河道演变对人类造成危害,从而达到人类与河流和谐相处。

特别是天然河流上普遍存在的弯道所引起的弯道环流,对河道演变影响很大。在弯道中,水流受到横向离心惯性力作用,使凹岸水面高于凸岸水面,凹岸流速增大,横向表层水流流向凹岸,底层水流流向凸岸,且在横断面上泥沙向凸岸输移,形成横向环流,并最终在弯道中形成了一种复杂的三维螺旋流^[1]。在螺旋流的作用下凹岸不断冲刷,凸岸不断淤积,致使河道横断面不对称,并在凹岸崩塌,形成捺沟,凸岸向河中心扩展为浅滩,整个河道日益弯曲。所以对于弯道河段所涉及问题的研究是河流工程上水流泥沙问题研究的重点及难点,我们有必要对其进行模拟以进一步解析河道演变的过程。

河流模拟是人们认识河流研究河流的一种重要的方法,且有着巨大的实践意义和理论意义。河流模拟按照方法总体上可以分为物理模型和数学模型两种。物理模型根据相似原理将所要研究的河道按照一定的比尺缩小为一个模型,并采用实验的方法来研究。数学模型则将现代计算机技术与数值计算方法结合对河流进行数值模拟。物理模型在模型与原型相似方面,大范围水沙运动相似方面仍存在困难,且物理模型耗资大、周期长、不灵活、重复实验统一性差、模拟相似性难把握、长河段模拟受限等缺点。数学模型则具有能开展长时期、长河段和不同水沙组合及河床边界条件的泥沙冲淤变形研究和预报的优点,并同时具有周期短、投资少的优势^[2]。由于水沙运动的复杂性,两种方法各具有优缺点,现在工程问题通常采用两种方法结合起来的方式解决。但随着科学技术的提高,数学模型必将在未来的发展中走向辉煌。

黄河流域孕育了中国古老的华夏文明,肥沃的华北平原也是黄河演变淤积的结果。而历史上黄河的平凡决口改道也给两岸的人民带来巨大的灾难。因此,在修建水利工程之前有必要为其将来的河流演变过程建立一种高效、经济且适合该河段的数值模型。

1.2 河流数学模型的发展现状及发展趋势

1.2.1 模型类型概述

1、一维水沙数学模型

一维水沙数学模型模拟的是断面上的平均值,基本上能够满足实际工程的需要,是目前使用最广的一种模型。该模型引进一些假定后,沿断面积分三维N-S方程便可得到一维水流运动方程和连续方程^[3],和泥沙连续性方程,河床变形方程联立求解即可进行一维计算^[4]。一维模型在理论及实践上已比较成熟,模型计算省时,可快速方便地进行长河段、长时间的洪水和河床演

变预报,因而国内外使用比较普遍。

一维水流数学模型发展的很快。夏自强、彭海鹰和庄雪菲^[5]根据长江洪水预报及工程措施对洪水影响的分析,考虑滩地对洪水运动的作用,建立了河段的洪水演算模型。伍宁^[6]运用圣维南方程组建立了一维数学模型,并将其应用到芙蓉江江口和长江徐六泾段,对解决非恒定流方面的一些问题进行了初步的分析和探讨。谢作涛、张小峰和谈广鸣等人^[7]从求解一维对流方程的Holly-Preissmann格式出发,结合有限差分法建立了一维洪水演进数学模型,根据实验室溃坝实验结果与溃坝理论解对模型计算精度进行了分析,并将其应用于长江荆江河段洪水演进计算,取得了较好的结果。耿艳芬等人^[8]讨论了神经网络在河网水流数值模拟中的运用现状,并基于河网水流数值计算模拟的特点,将径向基函数神经网络方法应用于复杂河网水流,建立了珠江三角洲河网的洪水预报模型,预测结果与实测数据吻合较好。

但由于其在目前的发展水平下只能给出各个河段沿河道横断面的冲淤情况,而无法预测河床沿河宽的冲淤变化,从而使其解决问题的广度和深度受到很大限制。一维模型目前所无法解决的问题主要有:水工及河工建筑物附近的河床冲淤变形问题;坝区引航道的淤积问题;桥渡的冲刷问题;浅滩挖槽的回淤问题;自然河流泥沙成型堆积体消长、运动所引起的河床变形问题;分汊河段主支汊的交替发展问题;交错边滩向下游的运行问题;弯道冲淤问题;浅滩演变问题等等。要较好的解决以上这些问题必须对一维模型进行更深入的研究或者采用二维甚至三维数学模型。

2、二维水沙数学模型

二维水沙数学模型克服了一维数学模型不能计算与河流水沙相关的沿河宽(或水深)方向物理量变化情况的缺点,因而发展较快,目前在工程中得到较为广泛的应用。并正逐步走向成熟。

二维模型有两种,一种是平面二维模型,它以垂线平均的水流及泥沙因素作为研究对象,研究它们在平面上的变化情况。另一种是立面二维模型,它以在水流中截取的纵剖面上的水流及泥沙因素作为研究对象,主要研究泥沙颗粒垂向扩散问题。目前较常用的是平面二维模型。二维模型不管是建立在模型的基本方程和辅助方程上,还是针对某一具体实际问题所建立的模型,都要比一维模型复杂、困难。二维模型最早是应用在河口、海湾、湖泊等宽阔水域的模型,经过十多年的发展已经广泛的应用于河道中,其在河道中应用的范围主要有:弯道冲淤变化,深潭和浅滩的演变,交错边滩向下游的运行,分汊河段主支汊的交替发展,天然河流的泥沙成型堆积体、消长运动所造成的河床变形;人类活动造成的河床演变,包括水工及河工建筑物附近的河床变形、桥渡冲刷、取排水口附近到河床变形、水库回水变动区的河道演变、浅滩挖槽的回淤等等。

3、三维水沙数学模型

实际工程中的水流泥沙运动都具有三维性,尤其是泥沙沿垂线的不均匀分布,只有建立三维水沙数学模型才能满足要求。在宽阔且较深的海岸河口地区,研究潮流运动、海岸演变及泥沙运动时,通常的二维数值模拟也不能满足要求。此外,像疏浚抛泥、油膜运动、水质污染扩散等一些专业问题,也需要采用三维数值模拟技术。

三维水沙数值模拟显然要比二维复杂的多,国外自20世纪70年代中期开始了三维数值模拟的研究。国内虽起步较晚,从20世纪80年代中期才开始研究,但进展较快,已成功应用于一些重要的水利工程。但是,三维数学模型的发展至今较前两者仍较缓慢,尤其是三维泥沙模型更是滞后于三维水流模型的发展,主要原因有:1)对泥沙运动基本规律的认识仍不成熟,有许多问题有待进一步研究;2)三维水沙数学模型的结构复杂,节点多,计算工作量大,不易开展研究和应用;3)一、二维数学模型的研究相对比较成熟,在工程实际中得到了较好的应用,基本能够

解决在工程实际中遇到的大多数问题。

4、考虑弯道水流影响的水沙数学模型

弯道水流结构复杂，有明显的三维特性，已有的水流模型不能全面反映弯道水流的三维特性，所以对考虑弯道水流影响的水流泥沙数学模型研究是目前水流泥沙数学模型重要的发展方向。

由于描述弯道水流方程组的非线性和弯道水流运动的三维性，现在还不能得到弯道水流运动的精确解。所以，近年来国内外研究者提出和建立了多种弯道水流数值模型并取得了大量研究成果。

弯道水流数学模型可分为三大类：1) 轴对称二维模型；2) 平面二维模型；3) 三维模型。

目前，在工程问题的研究中经常采用的是平面二维数学模型，而平面二维数学模型只计算了弯道水面横比降对水深的影响，还需要额外考虑弯道环流的影响。

在弯道河段，如果平面二维水沙数学模型不计算弯道环流的影响，则水流和泥沙运动计算结果与实际会有较大差别，导致模拟得到的断面形态与实际也存在较大差别。目前有两种具有代表性的方法用来计算弯道环流对平面二维数学模型的影响。一种是对弯道环流的二次流速分布直接采用某些经验公式或简化解析解结果，在平面二维数学模型中增加弯道环流影响项。如Lien H.C.^[9]等人采用的是这种方法。这一方法的优点在于平面二维数学模型的增加计算量很小。这一方法的缺点在于其中涉及到解析解方法，由于实际的天然河道非常复杂，与解析解的条件相差很大，解析解结果与实际存在一定误差。所以此方法只适合于比较简单规则的弯道，否则其采用的弯道环流二次流速分布可能与实际相差较大。另一种有代表性的是称为“动量矩”的方法，如Yee Chung Jin^[10] (1993)使用了该方法。该方法通过对平面运动方程以铅垂坐标作权函数，沿水深积分后增加两个“动量矩”方程的办法进行求解，从而使平面水流运动方程组增加到5个。该方法的缺点是增加计算工作量较大，而且增加的两个“动量矩”方程物理意义不清晰。近年来随着研究的进一步深入，三维数学模型也能较好地模拟弯道环流。如陈阳^[11]建立了弯道水流的三维数值模型来求解水流流场；王平义、方铎^[12]等把弯道分为凹岸和凸岸两个区域分别建立三维水流计算模型，得到弯道水流的流场；还有一些文献对弯道及连续弯道水流的结构、床面切应力等进行了探讨。国外学者Ellis and Pender^[13] (1983)基于对溢洪道水流的研究，应用特征线理论求解了浅水方程，并应用于弯道急流，得到较好的结果。Roger Reinauer and Willi H. Hager^[14] (1997)研究了弯曲系数较大的弯道水流冲击波。目前二维模型已经应用到实际中，三维模型的研究也取得了一定成果。对于弯道部分模型的研究还需要研究工作者共同努力来完成。

1.2.2 数学模型方程离散化的主要方法

描述河流泥沙运动的控制微分方程一般是非线性的，对于这些微分方程，一般很难求得解析解，只能通过离散方程、求解离散后代数方程组来得到近似数值解。

目前用于求解数学模型的方法主要有有限差分法、特征线法、有限元法、有限体积法以及有限分析法等。^[15]

1、有限差分法

有限差分法是计算机数值模拟采用的最早的方法，也是一种较为成熟的数值计算方法。该方法将连续的求解域用有限个网格节点来代替，连续变量被网格节点函数值代替，用差商代替控制方程的微商来求离散解。有限差分法又可以分为显式、隐式和显-隐交替格式(ADI)等。其优势在于处理问题效率高，方法成熟。缺点是对不规则边界的适应性不强，有时不能严格保持守

恒性质,而且常常也不能用来正确计算间断解。在二维情形下,由于使用泰勒级数展开,一般多用于矩形或正交曲线网格,通常在计算域概化及数值解精度方面存在困难。

2、特征线法(MOC)

MOC法是利用沿特征线成立的特征方程来求解。20世纪50年代初该法由林秉南首先提出,是解双曲型偏微分方程的最精确的数值方法。其优点在于它是一种更合理的迎风格式,具有优良的精度。适用于解决短周期、变化急剧(如涌潮)的一维问题。其不足在于,特征方程常为非守恒形式,用差分法离散特征方程时会带来守恒误差。而且也不能直接计算间断解。

3、有限元法

有限元法是R.Courant于1943年首先提出的,70年代后期开始应用于水沙数学模型中。其基本思想是将求解域划分为有限个互不重叠的任意形状的单元(三角形、四边形等),在每个单元内,选择一些合适的节点作为求解函数的插值点,将微分方程中的变量改写成由各变量或其导数的节点值与所选用的插值函数组成的线性表达式,借助于变分原理或加权余量法,将微分方程离散求解。有限元法的优越性在于弥补了差分方法较难适应区域形状任意性的不足,计算稳定性好,精度高。但其存在计算格式复杂,计算量及存储量大,尤其在多维计算中直接影响计算速度。

4、有限体积法(FVM)

有限体积法又称有限控制容积积分法,由McDonald在1971年首次用于求解二维欧拉方程。有限体积法的基本思想是:将计算区域离散为若干点,以这些点为中心,把整个计算区域分为一系列不重复的控制容积,将基本方程对每一控制体进行积分,得出一组以计算节点上物理量为未知数的代数方程组来求解。有限体积法将微分方程在整个计算域上加权积分,这与有限元法相似,但其离散是沿坐标方向进行的,形成的离散网格和离散方程更像有限差分法。

FVM在计算出通过每个控制体边界沿法向输入(输出)的流量和动量通量后,对每个控制体分别进行水量和动量平衡计算,便得到计算时段末各控制体的平均水深和流速。因此,FVM正是对于推导原始微积分方程所用控制体途径的回归。因为跨控制体间界面输运的通量,对相邻控制体来说大小相等、方向相反,故对整个计算域而言,沿所有内部边界的通量相互抵消。对由一个或多个控制体组成的任意区域,以至整个计算区域,都严格满足物理守恒律,不存在守恒误差,并且能正确计算间断。由于采用守恒型的微分方程并对每一个单元进行质量和动量守恒形式的离散,使得微分方程包含的守恒性质在每一个控制体上都得到满足,若保持各单元界面两侧相邻控制体的计算输运通量相等,那么整个计算区域上都能保持守恒。有限体积法体现了有限元的灵活性、有限差分的效率以及特征线法的精度,在数值模拟中有着丰富的发展潜力。

FVM在计算流体力学和空气动力学中应用比较广泛,在河道模拟中应用比较晚。目前有限体积法在应用上取得了很大进展。本论文将采用有限体积法(FVM)来建立弯道水流平面二维数学模型。

5、有限分析法(FAM)

有限分析法是美籍华人陈景仁于1980年提出来的。有限分析法的基本思想是:FAM把求解域划分为多个有限小的单元,在每个单元内求解基本方程的解析解。单元内的解析解把该单元的一个内点上的参变量与该域边界上8点的参变量联系起来,以代数方程表示。由于单元边界上的点即为其邻域内的点,而每个内点有一个代数方程,因此,联立这些代数方程组可解出原方程的数值解。求解域边界的参变量为求解联立代数方程组时嵌入的边界条件。

它是求解大雷诺数下的各种流体力学问题行之有效的办法。该方法计算精度高,具有自动迎风特性,计算稳定性好,收敛较快。但由于有限分析系数中含有交错级数,这给实际计算与理

论分析都带来了一些困难。虽然后来李炜等提出了混合有限分析法，避免了无穷级数带来的不便，但仍存在着单元系数较复杂，计算速度比较慢等缺点。

1.2.3 湍流数值模拟的方法

湍流流动是自然界常见的流动现象，在多数工程问题中流体的流动往往处于湍流状态，且湍流流动是一种高度非线性型的复杂运动，因此对湍流数值模拟方法的研究一直被研究者高度重视。人们已能够通过某些数值方法对湍流进行模拟，并取得与实际比较吻合的结果。

目前湍流数值模拟方法可以分为两大类：直接数值模拟方法（DNS），非直接数值模拟方法。^[15]

（一）非直接数值模拟方法

$$\text{非直接数值模拟} \left\{ \begin{array}{l} \text{大涡模拟方法 (LES)} \\ \text{Reynolds 平均法 (RANS)} \\ \text{统计平均法} \end{array} \right.$$

Reynolds 平均法（RANS）分为涡粘模型和Reynolds 应力模型两种方法。

1、涡粘模型

涡粘模型计算的关键在于确定湍动粘度 μ_t 。 μ_t 来源于Boussinesq提出的涡粘假定，该假定建立了Reynolds应力相对于平均速度梯度的关系，

$$-\overline{u_i u_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij} \quad (1.1)$$

其中， k 为湍动能，

$$k = \frac{\overline{u_i u_i'}}{2} = \frac{1}{2} (\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}) \quad (1.2)$$

依据确定 μ_t 的微分方程数目不同，涡粘模型包括：

1) 零方程模型：具有直观、简单、无需附加湍动特性的微分方程的优点但却没有考虑对流和扩散的影响，是将紊流处理为没有时间积累、没有空间输运、就地产生、就地消亡的当地平衡状态。零方程模型只适用于简单剪切层流流动的计算，对回流等复杂流动不适用。

2) 一方程模型：是由柯尔莫洛夫（Kolmogorov）和普朗特（Prandtl）提出的，与零方程相比，增加了一个以湍动能 k 描述湍流速度比尺的输运方程，考虑了湍动能的对流和扩散，比零方程模型更为合理，但也具有对复杂流动难以处理的特点。

3) 两方程模型：是在一方程模型的基础上，引入一个关于湍流耗散率 ϵ 的方程后形成的。

目前两方程模型在工程中应用最广泛，最基本的两方程模型是标准 $k - \epsilon$ 模型，即分别引入关于湍动能 k 和 ϵ 的方程。该模型是由Launder和Spalding于1972年提出的^[16]。在模型中湍动耗散率 ϵ 为，

$$\epsilon = \frac{\mu}{\rho} \overline{\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \right) \left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \right)} \quad (1.3)$$

湍动粘度 μ_t 可表示成 k 和 ε 的函数,

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (1.4)$$

其中 C_μ 为经验值。

此外, 还有各种改进的 $k - \varepsilon$ 模型, 比较著名的是RNG $k - \varepsilon$ 模型和Realizable $k - \varepsilon$ 模型。其适用范围为无浮力平面射流、壁边界层流、通道流或喷管内流动、无旋涡及弱旋涡的二维及三维回流流动。但在模拟强旋流、浮力流、重力分层流、曲壁边界层、低雷诺数流动、圆形射流时不成功; 另外, 在有些水流或流动区域, 有必要精确地描述紊流应力各分量的输运, 对采用各向同性涡动粘性系数建立起来的 $k - \varepsilon$ 双方程模型, 便显得很粗糙。

2、Reynolds 应力模型

1) 雷诺应力方程模型 (RSM)

RSM是直接建立以雷诺应力为因变量的微分方程并通过模化使之封闭, 它考虑了雷诺应力本身的传输性质。根据一般的模化原则, 雷诺应力方程、 k 方程、 ε 方程可以模化为^{[17][18]},

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} &= D_{ij} + P_{ij} + \varphi_{ij} - \varepsilon_{ij} \\ \frac{Dk}{Dt} &= D_k + P_k - \varepsilon \\ \frac{D\varepsilon}{Dt} &= D_\varepsilon - \varphi_\varepsilon \end{aligned} \quad (1.5)$$

RSM模型属于高 Re 数的紊流计算模型, 此模型具有极大的通用性, 可以精确预报确定雷诺应力及通量等项。其优点是可以准确地考虑各向异性效应, 如浮力效应、旋转效应、曲率效应和近壁效应等, 因此在很多情况下, 其计算效果要优于其他模型。在RSM模型中, ε 方程精度差, 缺乏物理机制, 边界条件难以确定及计算量大是该模型的不足之处。

2) 代数应力方程模型 (ASM)

ASM是将RSM中包含Reynolds应力微商的项用不含微商的表达式去代替, 形成ASM模型。ASM是将各向异性的影响合并到Reynolds应力中进行计算的一种经济算法。ASM的计算量高于 $k - \varepsilon$ 模型, 低于RSM模型。其可用以 $k - \varepsilon$ 模型不能满足要求的场合以及不同的传输假定对计算精度影响不是十分明显的场合。许多实例计算表明, 代数应力模型可以较好地预报流动各向异性的特点。例如对方形管道和三角形管道内的扭曲和二次流模拟, 很多学者还把这一模型拓展到弯道或不规则边界条件下的紊流情形, 倪浩清、G·C·Cheng利用柱坐标下的三维代数应力模型研究了 90° 及 180° 急弯情形紊流流动及物质输运特性, 华祖林等建立了任意正交曲线坐标下三维代数应力通量模型。许多学者认为ASM模型是目前最有应用前景的湍流模型^[15]。

(二) 直接数值模拟方法DNS是直接用时变的Navier - Stokes方程对湍流进行计算。其最大优点是无需对湍流流动作任何简化和近似, 理论上可以得到相对准确的计算结果。但DNS对内存空间及计算速度的要求非常高, 目前还无法用于真正意义上的工程计算。

1.2.4 河流水沙数值模拟的发展方向

泥沙数学模型涉及面颇广, 目前国内外学者对于泥沙数学模型的研究虽已取得了丰硕的成果, 但是应该看到, 仍有许多问题没有解决。其发展趋势就目前而言应朝着以下几方面发展。

1、随机性研究

由于天然河流的水文条件具有很大的随机性,导致了河流水沙数值模拟的输出结果具有很大的不确定性。为了提高模型的精确度和输出结果的可靠性,对模型的不确定性进行分析研究将会逐步成为河流水沙数值模拟研究热点之一。

2、数值计算方法的改进

数值计算方法最基本要求是计算的相容性、稳定性和收敛性。模型的逐步完善对数值计算方法提出了更进一步的要求,首先要具有更高的性能:守恒性、无振荡性、无弥散性、减少数值扩散、高精度、高效率等;此外还要求算法具有普适性:首先要求算法具有完整性,不应将方程组过分的解体与分裂;其次要求算法对不规则边界形状的剖分拟合要贴近;再次,拟设运动的多样性要求算法具有多种功能,能计算悬移质,推移质、全沙、均匀沙和非均匀沙;最后,计算区域空间尺度的大小要求算法能适应各种尺度的网格。

3、模拟过程可视化的研究

计算结果的动态可视化可以达到全局统揽从而发现其运动规律的目的,并可根据数学模型的计算结果在屏幕上复演实际水沙运动变化过程,可以把数值模拟计算中枯燥的数据以动态图像的方式予以逼真演示,从而达到虚拟现实的效果,有利于人们对问题的深入理解和认识以及设计者与决策者之间的相互沟通与交流。随着数值模拟技术和计算机多媒体技术的发展,河流数值模拟与计算机图形技术和可视化技术的结合,将成为今后的重要发展方向。

4、水沙运动基本理论的深入研究

水沙运动基本理论的发展相较数值计算方法来说比较缓慢。由于对水流泥沙运动规律的认识还不够成熟,在很大程度上制约了依赖水沙运动基本理论发展的水流泥沙数学模型的发展。因此,必须加强对水沙运动基本理论的研究和探讨,探索泥沙运动的内在规律,推动水沙数学模型的进一步发展。

5、对弯道环流影响的研究

在弯道中,求解弯道环流的运动特性,在多弯曲河道存在较强的水沙的横向交换,水流为急流时所产生的较强的冲击波对水流、泥沙运动的影响等问题,都有待进一步研究,以达到高精度模拟弯道河段水流泥沙运移情况的目的。

1.3 该研究领域存在的困难及问题

1、弯道环流问题

天然河道中存在许多弯道。弯道中水流流态比较复杂,按其流态可以分为弯道缓流运动和弯道急流运动。当水流通过弯道时,液体质点受重力和离心力的共同作用。在二力共同作用下,水流除具有纵向速度(垂直过水断面)外,还存在着径向和竖向流速。三向流速同时作用,在河流横断面中产生一种次生的水流称为副流。副流不独立存在,与纵向流动叠加在一起构成了螺旋水流。液体质点沿着螺旋路线前进,流速分布很不规则。

由于这些作用,使得凹岸水面高于凸岸水面,在同一横断面上水面产生横比降,使得凹岸产生压力差,致使凹岸表层水流有从表面流向河底的能力,同时水流中挟带的泥沙沿垂线分布是不均匀的,表层水流较清,含泥沙量小,底层水流较浑,含泥沙量大。同时纵向水流流速较大,对凹岸产生冲刷,冲刷下来的泥沙顺着底层水流作螺旋流运动,斜向流至凸岸,凸岸底部水流流速小,含泥沙量大,在水流转向表层的过程中,水流挟带泥沙的能力降低,挟带的泥沙部分沉积在凸岸,而含沙量较小的表层水流斜向流至凹岸。在环流的作用下,凹冲凸淤,螺旋水流把泥沙从凹岸向凸岸输移,致使河床横断面不对称,整个河道慢慢发生演变。

当弯道水流为急流时,情况会更加复杂。此时弯曲的岸壁对水流的作用不能影响上游,从而产生斜向的冲击波,两岸的冲击波在水面上形成菱形的波浪,局部水面涌高。弯道水流的基本特性有:

1) 水面横比降

水面横比降的形成造成了弯道凹凸岸水面纵比降及整个弯道水面形态的变化,从而导致了弯道水流结构的调整和流速的重分布。

2) 横向环流

凹岸陡峻弯道的断面环流总存在着主体环流和一个凹岸倒循环次生环流,但凹岸渐倾弯道不出现凹岸反向环流。这一反向环流水体的存在和出现还需要进一步的试验研究和理论分析工作。

3) 流速重分布

弯道水流流速重分布是水流结构的调整引起的流速沿纵向、河宽和水深三方向分布的变化。流速沿水深重分布表现为:面流与底流方向不一致;横向环流增强水平流层间的动量交换,引起流速沿水深分布均匀化,某些垂线出现最大点不在水面的情形。因此,假定弯道流速沿水深为对数、指数、抛物线或椭圆分布值得商讨。

流速沿纵向和河宽方向重分布表现为:弯道进口凹岸流速小于凸岸,弯道内或出口凹岸流速大于凸岸。流速核心(最大流速)出现位置的转移依赖于弯道形态、地形和水流等条件。实验室矩形和梯形弯道转移发生在弯道出口,天然河弯和动床水槽转移发生在弯道内。^[19]

4) 弯道分离流

弯道进口凹岸和出口凸岸均出现水面负比降,依据流体动力学,水面负比降(压力沿程增加)是流体脱离边壁产生水流分离流动的的必要条件。因此,上述两处可能出现弯道分离流,且出口凸岸更易出现分离流。然而,分离流的出现还取决于水深和岸壁等因素,因此,这方面的定量研究工作还需要深入进行。

5) 切应力和局部阻力

弯道切应力试验和研究表明:边界切应力在弯道中分布的所有峰值与流速核心位置一致,说明其变化反映了流速的重分布。

弯道局部水头损失的增加来源于流速重分布、横向环流及分离流。这方面的定量研究和公式各家差异较大,尚未成熟。

综上所述,弯道环流还存在很多问题有待我们进一步研究。

2、挟沙力问题

水流挟沙力是水沙数学模型的基石,其计算精度直接影响到悬移质含沙量及河床变形的大小。挟沙力一般采用张瑞瑾一维挟沙力公式,因其具有普遍适用性。李义天通过实验手段发现二维挟沙力与一维情况下有较大的差异,提出了二维水流挟沙力计算公式。

天然河道内以非均匀沙居多,对于非均匀沙就存在总挟沙力和分组挟沙力两种情况。

分组挟沙力的研究成果可归为三类:一类是仅考虑悬移质含沙量级配的影响,韩其为将悬沙质输沙分为明显淤积、明显冲刷和微冲微淤三种状态,分别计算其挟沙力级配。窦国仁所提出的分组挟沙力的计算公式还考虑了各粒径组之间的相互影响;另一类分组挟沙力级配的计算模式是仅考虑床沙组成的影响,方法是先求出每一粒径组均匀沙的可能挟沙力,再用每一组粒径泥沙在沙床中的百分数乘以相应的可能挟沙力,即为该粒径组的可能挟沙力。这一模式的缺点是没有考虑各种粒径泥沙之间的相互作用及不同水利条件对分组挟沙力级配的影响;还有一种模式是同

时考虑来水条件及床沙组成的影响。其方法是首先建立平衡状态下的床沙质级配和床沙级配之间的函数关系以推求挟沙力级配,然后计算分组挟沙力级配。李义天模型、杨国录模型属此类。但由于水沙运动的复杂性,目前还有很多问题认识不清,这一模式还有待进一步发展。

3、悬移质、推移质和床沙之间相互交换问题

对于悬移质、推移质和床沙相互交换问题涉及到床面附近泥沙运动的力学特性。床面附近的泥沙运动层,是推移质泥沙和悬移质泥沙相互转化的过渡区,也是两者与床沙发生交换的地方。挟沙水流中,床面附近泥沙颗粒的运动规律是泥沙运动力学和固液两相流输送理论中的基本问题,也是迄今未解决的一个难题,但这个近壁流区也最难观测。多年来许多学者对该问题进行了大量研究,尽管取得了不少有价值的成果,但由于问题的复杂性,至今仍缺乏对力学机制的根本认识。床面泥沙运动引起的另一个问题是河床变形及河床级配调整问题,床面变形可由沙量守恒来求得,困难的问题是河床级配的计算,需要对其交换过程进行抽象、概化,从而提出了床面“混合层”的数学概念,但“混合层”厚度难以确定,其取值很不统一。

4、推移质输沙问题

相对于悬移质来说,推移质问题要复杂的多,对推移质运动数学模型的研究和应用水平与悬移质泥沙数学模型相比还有很大的差距,原因是:一是公式难于选取、缺少推移质输沙率实测资料;二是推移质输沙率与流速的高次方成正比,而计算网格或断面间距往往数十米或数百米,相邻网格点流速的差异往往导致输沙率的巨大差别,从而导致剧烈的河床变形,计算中这种失真现象常常导致计算的中断;三是推移质横向运动与环境及河床横坡关系密切相关,这在水流计算中或推移质输沙率公式中很难体现。

目前推移质输沙率公式很多,主要有梅叶-彼得公式、拜格诺公式、爱因斯坦公式、阿克斯-怀特公式、沙莫夫公式等。其中梅叶-彼得公式和阿克斯-怀特公式应用比较广泛。国内的学者根据各条河流、或各河段的水流、泥沙特点又推出了自己的公式。目前这些公式还都是一维情况下的推移质公式,且很多都是经验或半经验公式。拾兵基于Parker等人泥沙输移矢量式的分析和研究,增加了上举力的作用,并考虑了泥沙颗粒受力非平衡条件,采用牛顿力学的矢量分析法,推导了泥沙输移的通用矢量式,该式适合于二维、三维输沙率计算,是输沙率公式研究的一个新进展。近年来为了推进推移质模型的实用化,提出了天然河流推移质不平衡输移的概念。在清水冲刷水槽实验中,推移质在短距离内存在输沙恢复问题,而在天然河流一般是平衡输沙,为此仍存在很大争论,对于这方面的研究还需要进一步深入。虽然公式很多,但由于测量的难度及天然河流的推移质输沙率资料缺乏,所以选取公式就成为推移质数值模拟一大难题。

5、阻力问题

阻力通常用糙率来反映。糙率是水流和河床相互作用过程中,反映河道的边界粗糙程度、河床形态、含沙量浓度等所有影响水流阻力因素的综合系数。而水利工程将改变原河道的边界粗糙程度、河床形态等水力因素,因而在水利工程影响下的阻力变化规律是阻力问题的另一个难点。目前有关糙率的数据大多是针对一维的。但由于一维糙率反应的是岸、滩、槽糙率的综合结果,而二维糙率需要岸、滩、槽的各细部糙率所以不能直接用一维问题中确定糙率的方法来确定二维问题的糙率。

对于二维糙率问题,目前处理的方法主要有:一是先考虑一维情况下的综合糙率,然后在此基础上考察糙率沿河宽的变化。李义天通过整理实测资料得到了冲积河流同一断面两侧糙率大于中部糙率,凹岸糙率大于凸岸糙率以及糙率沿河宽变化的规律性认识,提出了糙率沿河宽分布的计算公式;二是考察谢才系数C沿河宽分布的规律,然后由曼宁公式得到糙率的沿河分布。杨国录通过二元均匀流对数流速分布公式和谢才公式,得到了谢才系数沿河宽分布的计算式,最后

由曼宁公式得出了糙率的沿河宽分布计算公式。武汉水利电力学院在研究三峡水库变动回水泥沙数学模型课题时也提出了糙率沿河宽分布的计算公式。糙率沿河宽分布的计算公式：

$$n = \frac{n_0}{f(\eta)} \left(\frac{J}{J_0} \right)^{1/2} \quad (1.6)$$

在式(1.1)中, n 为二维糙率; n_0 为一维糙率; J 为二维比降; J_0 为一维比降; $f(\eta)$ 为确定糙率沿河宽分布的经验关系。河海大学提出 $n = \{K_5^{\frac{1}{5}} A, K_5 = 2.5d_{50}, d_{50}$ 为床沙中值粒径, A 为待定系数, 在实际计算中由模型调试决定。

6、模型精度问题

对于水沙数学模型来说, 如果没有天然河流实际资料的验证认可, 无论模型多么复杂、精致, 由于无法判断模型成果的可靠性, 是不能用来进行工程计算的。数学模型作为一种研究和解决工程水流泥沙问题的工具, 模型中的有关参数一般都需要实测资料反求。传统的测量方法是采用大规模水文同步调查和地形测量来获取基本的水文、泥沙和地形资料。这种做法费时、费力、耗资多、观测数据离散、观测时间统一性差。现在, 随着卫星遥感技术、全球定位系统和地理信息系统的发展, 为河流水沙数学模拟技术的发展带来了生机。3S技术使人们能够在较大范围内, 快速、同步、周期性的获取水体动态变化资料。目前, 结合3S技术来研究水沙数值模拟尚处于起步阶段。

1.4 本课题所要解决的问题及拟采用的研究方法

1.4.1 选题基本内容概述

本课题研究的是弯道段平面二维水流数学模型, 首先将进行宁夏境内黄河上典型弯道河段的水流数值模拟, 在完成前期任务的基础上有望借助FLUENT软件对这一弯道河段进行了三维水流数值模拟。宁夏境内黄河河段左岸为较松软的河滩, 右岸为较坚硬的岩石和丘陵, 河道由窄渐宽, 区间以内分布多处弯道及连续弯道, 大部分弯道偏转角大且水急, 该河段对于弯道水流特性的模拟来说是具代表性的地形。建于该河段的黄河宁夏沙坡头水利枢纽是一个以灌溉、发电为主的综合水利、水电工程。该枢纽距上游拟建的大柳树水利枢纽12.1km, 距下游已建成的青铜峡水利枢纽122km。工程于2002年12月26日开工, 2004年3月26日首台机组发电。沙坡头水利枢纽的修建, 改原来的无坝引水为有坝引水, 改善了沙坡头灌区的供水水源, 为灌区节水灌溉和分引黄河水创造了条件。该工程是一个有着重要的社会、经济价值的综合工程。沙坡头水利枢纽投入运行以后, 改变了河床情况、来水、来沙条件等, 对该河段和下游青铜峡库区的水流运动、泥沙运动、及未来的河床演变带来深刻影响。

本研究以水力学、弯道水力学、河流动力学基本规律为基础, 选取该河段桩号SHJ4Z, SH6, SH5共计全长1480m急弯处为研究对象, 积极借鉴考虑弯道环流影响的一维, 二维, 三维水流泥沙数学模型研究中的成果经验, 对黄河上游这一短距离弯道段河段进行数值模拟。

1.4.2 研究的问题及方法

由于该领域存在着远不止上文所罗列的一些问题, 而这些问题又需要通过深入的探讨和研究去逐一的攻克和解决。因此, 本课题针对其中的几个问题展开深入的研究, 将要解决的问题呈

列如下:

- 1、在模型选择方面,本课题针对黄河段连续弯道的特点选用平面二维水流数学模型,充分采用极坐标下平面二维水流模型、弯道水力学等方面的最新研究成果,并结合浅水方程、连续性方程、平面二维水流运动控制方程等进行联立求解。
- 2、本课题将处理弯道段的数值模拟,根据弯道段的边界特点,本文将采用极坐标的方法,建立极坐标系下的网格系统,从而更好的反应弯道段水流的特性。
- 3、本课题将对弯道水面形态和流速的重分布进行模拟,针对黄河的实际情况采用经验法,由于模拟河段实测资料不足,所以与FLUENT的模拟结果对比进行调试。
- 4、在计算方法上,采用物理守恒性能较好的有限体积法对控制方程进行离散,并用压力耦合类SIMPLE算法进行代数方程组的求解。
- 5、运用FLUENT软件对这一弯道河段进行了三维水流数值模拟。

1.5 小结

本章阐述了研究河流数值模拟的意义,并对模型的发展现状进行总结以及对模型未来的发展趋势进行了评述。同时,归纳并比较了一些常用的数值计算方法,对它们的优缺点进行较为详细的概括。本章还总结了数学模型研究过程中存在的问题及困难,最后提出了本文所要解决的问题及方法。

第二章 弯道数值模拟的网格生成及数值方法

2.1 网格生成

2.1.1 概述

网格生成技术是实现数值模拟的关键前提之一，网格质量的好坏将直接影响到计算结果的收敛性和精度。目前网格生成的方法可分为五类^[20]：阶梯型边界逼近真实边界法，特殊的正交曲线坐标系法，适体坐标系法，块结构化网格法和非结构化网格法。其中前四种方法都属于结构化网格，其特点是节点排列有序、邻点间的关系明确。最后一种方法是非结构化网格，其特点是节点的位置无法用一个固定的法则有序的命名。

1、阶梯型边界逼近真实边界法：在直角坐标系中进行复杂的数值计算，这时曲线边界需用阶梯型的网格来逼近，如图2.1所示：

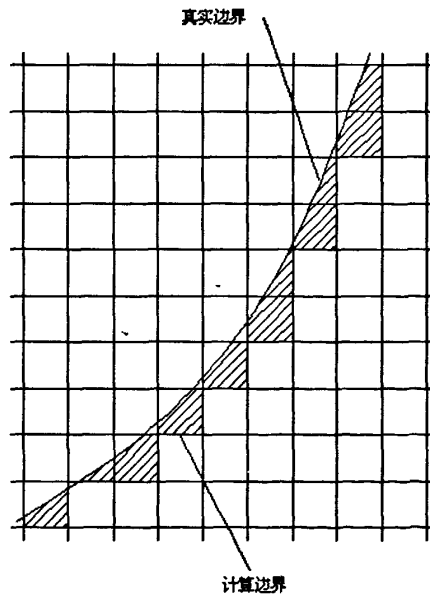


图2.1 用阶梯型边界逼近曲线边界

此方法的缺点是计算边界将产生 90° 角尖峰的锯齿状粗糙表面，但随着网格的细化这一影响可以减轻；其优点是网格构造简单，可用于任何形状的边界，因而近年来引起许多研究者的兴趣，特别是在大规模计算问题中经常采用，并提出用局部加密的方法使阶梯型边界更好逼近曲线边界。采用阶梯曲线来逼近真实边界时，如果把求解区域限在计算边界之内，则对每一个具体问题都需要单独开发计算程序。如果把计算区域扩充成为一个规则区域，则通过特殊处理可采用已有的对规则区域的写出的计算程序，此法为处理形状不是特别复杂的计算区域的有效方法，称之为

为区域扩充法。

2、特殊的正交曲线坐标系法：在物理的理论求解中最理想的坐标系是求解区域的边界与坐标系的坐标轴一一相平行的坐标系。其优点是减少自变量的数目且有利于边界条件的离散化。其缺点是能应用此类处理的不规则区域数量有限。

3、适体坐标系法：实际计算中有许多复杂的区域，其边界与现有的坐标系不能吻合，适体坐标系是将复杂边界的不规则区域变换成规则区域，通过相应的变换控制方程的形式，在计算平面对控制方程进行离散求解，最后将求得的结果经逆变换变为物理平面上的解。适体坐标系是计算流体力学领域中应用比较广泛的一种坐标变换法。该法网格的生成方法大体可以分为两类，一类是插值函数生成方法，一类是偏微分方程生成法（椭圆型微分方程生成法，双曲型微分方程生成法）。其优点是对边界的适应能力强，能模拟天然河道的复杂边界。其缺点是大部分数学模型都是建立在笛卡尔坐标系下，要将笛卡尔坐标系下的模型方程变换成适体坐标系下的模型方程，其过程复杂、繁琐且极易出错，且两种坐标系的变换关系不宜把握，变换关系好坏也对计算结果影响很大。

4、块结构化网格法：结构化网格是指节点排列有序、邻点间的关系明确的网格系统。是指把一个复杂的计算区域分成若干个块、每一块内均采用结构化网格，但不同的块中网格系统不同的一类网格。

5、非结构化网格法：其优点是边界适应能力强，其缺点是非结构化网格生成的工作量大，离散方程的求解速度慢。

2.1.2 网格生成实例

1、本文研究的是天然河道的典型弯道段，此段特点是中心角大 125.92° ，边界线为较规则的圆滑曲线，根据此段特点将选用阶梯型边界逼近真实边界法中的扩充法和极坐标系相结合的方法进行网格的剖分。首先将天然河道的测量数据进行加工整理，用插值法将把此段弯道的边界、入口和出口确定出来，再编程求出最合理的极坐标中心，此极坐标中心的位置要使左岸和右岸边界到其的距离的平方和尽可能的小且符合弯道的弯曲特性。确定中心的位置以后，用角度和极半径来控制网格的疏密，生成网格如下图示：

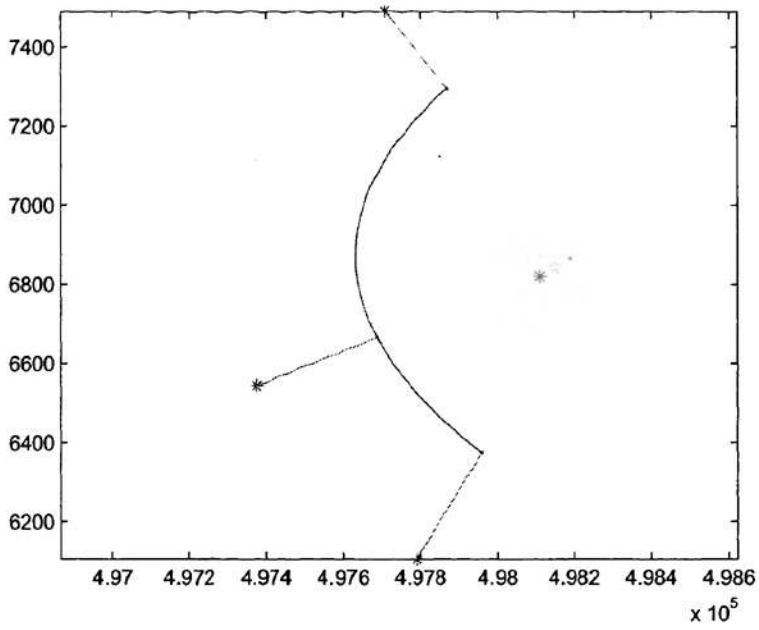


图2.2a 弯道网格剖分 (*为极坐标中心)

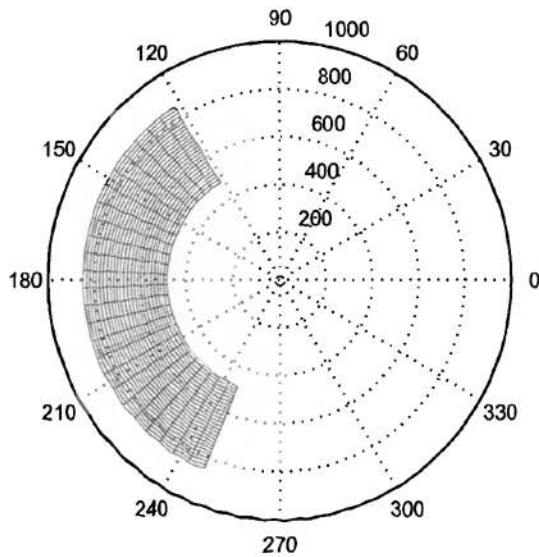


图2.2b 弯道网格剖分

2、天然河道通常是不规则的,要在这种复杂的区域进行数值模拟较困难,通常采用曲线网格。椭圆形方程曲线网格生成方法由于进度高,光滑性好而被广泛采用。其基本方法是:在物理区域上求解二维拉普拉斯方程或泊松方程,生成网格的好坏用交换矩阵来评价。方程的选择主要与求解问题及网格性质有关,若要网格正交,则应用拉普拉斯方程,但其不能控制网格疏密。若要控制网格的疏密,则用泊松方程,但其调整函数不易确定。本文选用将拉普拉斯方程与代数方法结合的方法生成网格^[21],其特点是:调整函数易确定,网格疏密可控制,边界附近正交性差。

首先对于 x, y 有微分方程:

$$\begin{aligned}\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} + J^2(Px_{\xi} + Qx_{\eta}) &= 0 \\ \alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} + J^2(Py_{\xi} + Qy_{\eta}) &= 0\end{aligned}\quad (2.1)$$

式(2.1)中 $\alpha = x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2, \beta = x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta}, \gamma = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2, J = x_{\xi}y_{\eta} - y_{\xi}x_{\eta}$ 。

确定 P, Q 较好的方法是:根据边界点的分布计算 P 和 Q 。边界一般为 ξ 线和 η 线,此时另一方向的导数为零,若 P 由 η 线的边界确定(ξ 消失), Q 由 ξ 线边界确定,则有:

$$\alpha x_{\xi\xi} = -Px_{\xi}, \quad \gamma y_{\eta\eta} = -Qy_{\eta}\quad (2.2)$$

通常边界上的 x, y 值是已知的,可通过计算偏导数,由式(2.2)来确定 P, Q 。

确定了 P, Q 后,要进一步控制网格点的分布,本文采用代数方法计算变换的拉普拉斯方程的初始解。先确定边界点,再用代数方法计算物理域中的初始网格,其计算式为^[22]:

$$\begin{aligned}x_{j,i} &= x_{1,i} + \sigma_i \left(1 + \beta \frac{1 - \left(\frac{\beta+1}{\beta-1}\right)^{1-\eta}}{1 + \left(\frac{\beta+1}{\beta-1}\right)^{1-\eta}} \right) \\ y_{j,i} &= y_{1,i} + \psi_i \left(1 + \beta \frac{1 - \left(\frac{\beta+1}{\beta-1}\right)^{1-\eta}}{1 + \left(\frac{\beta+1}{\beta-1}\right)^{1-\eta}} \right)\end{aligned}\quad (2.3)$$

式(2.3)中, $\sigma_i = x_{m,i} - x_{1,i}, \psi_i = y_{m,i} - y_{1,i}, \eta = \frac{j-1}{m-1}$ 。

β 为网格调整参数 $\beta = [1, \infty)$, β 值较大时如 > 5 几乎没有调整作用,当 β 接近1时,网格密集于下边界。如果要关注物理域边界附近的情况,用式(2.4), (2.5)的代数方法更合适:

$$\begin{aligned}x_{j,i} &= x_{1,i} + \sigma_i \frac{2\alpha - \beta + (2\alpha + \beta)\theta_1}{(2\alpha + 1)\theta_2} \\ y_{j,i} &= y_{1,i} + \psi_i \frac{2\alpha - \beta + (2\alpha + \beta)\theta_1}{(2\alpha + 1)\theta_2}\end{aligned}\quad (2.4)$$

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \left(\frac{\beta+1}{\beta-1}\right)^{\frac{1-\alpha}{1-\eta}} \\ \theta_2 &= 1 + \left(\frac{\beta+1}{\beta-1}\right)^{\frac{1-\alpha}{1-\eta}}\end{aligned}\quad (2.5)$$

上式中 α 接近于1.0时有调整作用, α 大时则无调整作用。当 $\alpha = 0$ 时,网格线集中于上边界线($\eta = 1$),当 $\alpha = 0.5$ 时,网格线向上下边界密集即 $\eta = 1$ 线和 $\eta = 0$ 线。

当计算中需要向任一网格线密集时:

$$\begin{aligned} x_{j,i} &= x_{1,i} + \lambda \sigma_i \frac{1 + \sinh[\beta(\eta - A)]}{\sinh(\beta A)} \\ y_{j,i} &= y_{1,i} + \lambda \psi_i \frac{1 + \sinh[\beta(\eta - A)]}{\sinh(\beta A)} \end{aligned} \quad (2.6)$$

式(2.6)中, $A = \frac{\ln \left[\frac{1 + \lambda(e^{\beta} - 1)}{1 + \lambda(e^{-\beta} - 1)} \right]}{2\beta}$, $\beta = [0, \infty)$, $\lambda = [0, 1]$, 当 $\lambda = 0.5$ 时, 网格线密集到计算域中部, 同样地, 当 $\lambda = 0.25$ 和 0.75 时, 网格线集中到 $\eta = 0.25$ 和 $\eta = 0.75$ 线附近。

采用代数方法和变换的拉普拉斯方程生成的网格, $\alpha = 0.5$, $\beta = 1.05$, 如下图示:

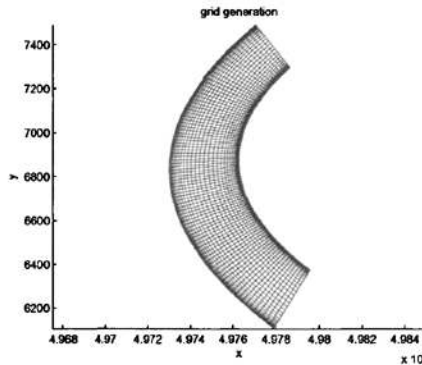


图2.2c 弯道网格剖分

2.2 数值方法

2.2.1 概述

河道模拟的数值方法很多, 基于第一章的论述, 本文采用有限体积法对控制方程进行空间的离散, 采用SIMPLE算法进行流场及压力场的计算。由于研究的是长河段问题, 且河道的水平运动尺度远大于垂向运动尺度, 故方程采用简化的平面二维方程。以下数值方法均是基于 x, y (二维) 两个方向的介绍。

2.2.2 空间离散的有限体积法

有限体积法 (Finite Volume Method, 简称FVM) 是近年来发展非常迅速的一种离散化方法。1971年McDonald首次用有限体积法求解二维欧拉 (可压缩无粘流) 方程; 1972年Patankar在SIMPLE算法中用FVM计算恒定不可压流。当时的FVM采用矩形网格, 通量表达式也相当于中心格式; 1977年Jameson开始应用FVM于气流计算。此后, 随着无结构网格的普及和通量算法的改进, FVM的内容得到很大的丰富和提高, 目前CFD领域中的大多数商用软件都采用该方法。

2.2.2.1 有限体积法基本思想

有限体积法是将计算区域划分为网格, 并使每个网格点周围有一个互不重复的控制体积; 将待解

的微分方程（控制方程）对每一个控制体积分，从而得出一组离散方程。其中的未知数是网格点上的因变量 ϕ 。为了求出控制体积的积分，必须假定 ϕ 值在网格点之间的变化规律。从积分区域的选取方法看来，有限体积法属于加权余量法中的子域法，从未知解的近似方法看来，有限体积法属于采用局部近似的离散方法。简言之，子域法加离散就是有限体积法的基本方法。

有限体积法得出的离散方程，要求因变量的积分守恒对任意一组控制体积都得到满足，则对整个计算区域也自然得到满足。有限体积法的基本思想易于理解，并能得出直接的物理解释。离散方程的物理意义就是因变量 ϕ 在有限大小的控制体积中的守恒原理，如同微分方程表示因变量在无限小的控制体积中的守恒原理一样。

2.2.2.2 有限体积法控制方程的离散

1、基本方程

对流-扩散方程可以写为如下通用形式：

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\mathbf{u}\phi) = \text{div}(\Gamma\text{grad}\phi) + S \tag{2.7}$$

式中， ρ 是密度； t 是时间； \mathbf{u} 是速度矢量，即 $\mathbf{u} = (u, v, w)$ ，分别代表 x, y, z 方向的速度； ϕ 为通用变量，可代表 u, v, w, T 等求解变量； Γ 为广义扩散系数； S 为广义源项。式（2.7）中各项依次为瞬态项(transient term)、对流项(convective term)、扩散项(diffusive term)和源项(source term)。

对于二维问题，其展开形式为：

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) + S \tag{2.8}$$

2、二维问题的控制体积

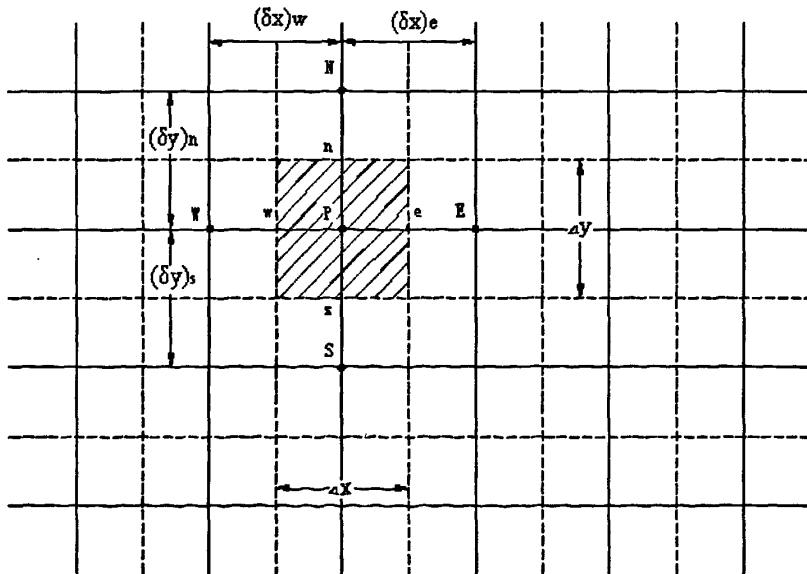


图2.3 二维问题的控制体积

3、二维问题控制方程的积分

针对(图2.3)所示的计算网格,在控制体积P及时间段 Δt (时间从 t 到 $t + \Delta t$)上积分控制方程(2.8)各项依次有:

(1) 瞬态项积分后变为:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV dt = \int_{\Delta V} \left[\int_t^{t+\Delta t} \rho \frac{\partial\phi}{\partial t} dt \right] dV = \rho_P^0 (\phi_P - \phi_P^0) \Delta V \quad (2.9)$$

(2) 对流项根据Gauss散度定理,将体积分转换为面积分后变为:

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} \left[\frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y} \right] dV dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} [(\rho u\phi A)_e - (\rho u\phi A)_w + (\rho v\phi A)_n - (\rho v\phi A)_s] dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} [(\rho u)_e A_e \phi_e - (\rho u)_w A_w \phi_w + (\rho v)_n A_n \phi_n - (\rho v)_s A_s \phi_s] dt \end{aligned} \quad (2.10)$$

式中, A 是控制体积界面的面积。

(3) 扩散项同样根据Gauss散度定理,将体积分转换为面积分,有:

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) dV dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} A \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} A \right)_w + \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} A \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} A \right)_s \right] dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} \left[\Gamma_e A_e \frac{\phi_e - \phi_P}{(\delta x)_e} - \Gamma_w A_w \frac{\phi_P - \phi_w}{(\delta x)_w} + \Gamma_n A_n \frac{\phi_n - \phi_P}{(\delta y)_n} - \Gamma_s A_s \frac{\phi_P - \phi_s}{(\delta y)_s} \right] dt \end{aligned} \quad (2.11)$$

上式中使用了中心差分格式来离散界面上的 ϕ 值,这是有限体积法的一贯做法。无论对流项采用何种格式,扩散项总是用中心差分格式。

(4) 源项经积分变换后有:

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} S dV dt &= \int_t^{t+\Delta t} S \Delta V dt = \int_t^{t+\Delta t} (S_C + S_P \phi_P) \Delta V dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} (S_C \Delta V + S_P \phi_P \Delta V) dt \end{aligned} \quad (2.12)$$

在上式中当源项为非常数时,我们将源项作局部线性化处理。

4、控制方程的离散形式

在得到了方程各项的单独表达式后再进行如下两方面的工作:

(1) 在对流项中引入特定的离散格式将式(2.10)中界面物理量 ϕ_e 、 ϕ_w 、 ϕ_n 和 ϕ_s 用节点物理量来表示。本文采用一阶迎风格式。

(2) 在对流项、扩散项和源项中引入全隐格式的时间积分方法。即令公式:

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi_P dt = [\alpha \phi_P + (1 - \alpha) \phi_P^0] \Delta t \quad (2.13)$$

中的 $\alpha = 1$ 。全隐格式对时间步长的要求是无条件稳定的，是最常用的格式之一。当 $\alpha = 0$ 时为显式格式， $\alpha = 1/2$ 时为半隐半显（C-N）格式。

这样就有最终的控制方程离散形式：

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (2.14)$$

式中的系数分别为：

$$\begin{aligned} a_W &= D_W + \max(0, F_w) \\ a_E &= D_E + \max(0, -F_e) \\ a_N &= D_N + \max(0, -F_n) \\ a_S &= D_S + \max(0, F_s) \\ a_P &= a_W + a_E + a_N + a_S + (F_e - F_w) + (F_n - F_s) + a_P^0 - S_P \Delta V \\ b &= S_C \Delta V + a_P^0 \phi_P^0 \\ a_P^0 &= \frac{\rho_P^0 \Delta V}{\Delta t} \end{aligned} \quad (2.15)$$

2.2.2.1 有限体积法的四项基本原则

在利用有限体积法建立离散方程时，必须遵守如下四条基本原则^[23]：

1、控制体积界面上的连续性原则

当一个表面为相邻两个控制体积所共有时，在两个控制体积的离散方程中，通过该表面的通量表达式必须相同。否则，总体平衡不能满足。

2、正系数原则

大多数水流输运问题中，节点上因变量的数值只通过对流和扩散过程受相邻节点的影响，所以，当其它条件不变时，一个节点上数值的增加，必引起相邻节点数值的增加，在方程(2.14)中， ϕ_E 增加导致 ϕ_P 增加，故 a_W 与 a_P 必定同号。

3、源项的负斜率线性化原则

若速度场满足连续方程，则有 $F_e - F_w = 0, F_n - F_s = 0$ ，从而有 $a_P = \sum a_{nb} - S_P \Delta V + a_P^0$ 。由此可以看出，即使节点系数均为正，由于源项的关系，中心节点的 a_P 仍可能为负。在将源项线性化时，即 $S = S_C + S_P \phi_P$ 中 S_P 必须小于或等于0。其物理意义也很明显，在大多情况下，源项与因变量之间存在负坡线性。

4、 a_P 等于相邻节点的系数之和的原则

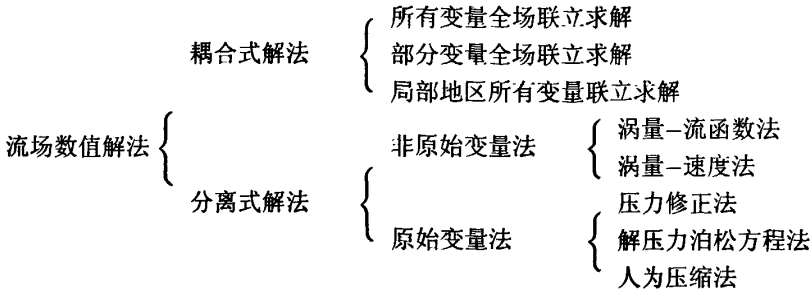
据原则四有： $a_P = \sum a_{nb}$ 即使离散方程具有类似的性质， a_P 应为各节点系数之和。从式(2.15)中 a_P 的表达式可以看出，如果令源项线性化的 S_P 为0，中心节点的数值 ϕ_P 是各相邻节点数值 ϕ_{nb} 的加权平均。

对于大多数变量 ϕ ，上述四个原则都是适用的。

2.2.3 流场数值计算的SIMPLE算法

流场计算的基本过程是在空间上用有限体积法或其他类似方法将计算域离散成许多小的体

积单元，在每个体积单元上对离散后的控制方程组进行求解。流场计算方法的本质就是对离散后的控制方程组的求解。对离散后控制方程组的求解方法归纳后如下所示：



目前，工程上使用最广泛的计算方法是压力修正法中压力耦合方程组的半隐式方法SIMPLE算法^[24]。

2.2.3.1 交错网格及其特点

用常规的网格来离散压力梯度项时，动量方程的离散形式可能无法检测出不合理的压力场。比如，一个二维棋盘形的压力场，将各压力值存贮于均匀的网格节点上，那么界面上的压力值就要通过线性插值得到。这样就会导致离散后的压力梯度在任何节点处均为0，尽管实际在空间两个方向上均存在明显的压力振荡。同样的，若在流场求解过程迭代的某一层面上，在压力场的当前值中加上一个锯齿状的压力波，由于压力梯度为零，即由压力产生的源项为零，则压力的影响将不可能正确地在离散动量方程中得到表示，动量方程的离散形式就无法把这一不合理的分量检测出来，它会一直保留到迭代过程收敛而且被作为正确的压力场输出。因此，我们需要采用交错网格来避免这种情况的出现。

所谓交错网格，就是将标量（如压力 P 、温度 T 和密度 ρ 等）在正常的网格节点上存储和计算，而将速度的各个分量分别在错位后的网格上存储和计算，错位后的网格的中心位于原控制体积的界面上。这样，对于二维问题就有三套不同的网格系统。

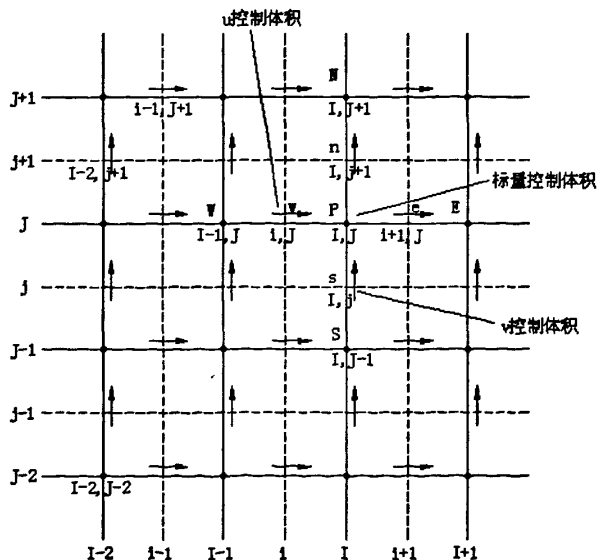


图2.4 交错网格及其编码系统

这样，对于棋盘形压力场就将产生有意义的非零项，从而，对于振荡式的棋盘压力场，速度的错位避免了离散后的动量方程出现不真实的特性。网格交错排列的另一个好处是，它在恰当的位置产生速度，这一位置正好是在标量运输计算时所需要的位置，因此，不需要任何插值就可以得到压力控制体积界面上的速度。最后，交错网格也是SIMPLE算法实现的基础。

2.2.3.2 SIMPLE算法的基本思想

SIMPLE是英文Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations的缩写。其基本思想可描述如下：对于给定的压力场（它可以是假定的值，或是上一次迭代计算所得到的结果），求解离散形式的动量方程，得出速度场。因为压力场是假定的或不精确的，这样，由此得到的速度场一般不满足连续方程，因此要对压力场加以修正。修正的原则是：与改进后的压力场相对应的速度场能满足这一迭代层次上的连续方程。据此，来导出压力的修正值与速度的修正值，并以修正后的压力和速度进行下一层次的迭代计算。如此反复，直到得到收敛解。

2.2.3.3 SIMPLE算法的实现过程

为简便起见，以二维层流为例。其控制方程如下：

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu \frac{\partial u}{\partial y}) + S_u \\ \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vv)}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu \frac{\partial v}{\partial y}) + S_v \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} &= 0\end{aligned}\quad (2.16)$$

1、速度修正方程

设初始的猜测压力场 P^* ，根据动量方程的离散方程以及初始的压力场可以求解相应的速度分量 u^* 和 v^* ，即满足方程

$$\begin{aligned}a_{i,j}u_{i,j}^* &= \sum a_{nb}u_{nb}^* + (P_{I-1,J}^* - P_{I,J}^*)A_{i,j} + b_{i,j} \\ a_{I,j}v_{i,j}^* &= \sum a_{nb}v_{nb}^* + (P_{I,J-1}^* - P_{I,J}^*)A_{I,j} + b_{I,j}\end{aligned}\quad (2.17)$$

定义压力修正值 P' 为正确的压力场 P 与猜测的压力场 P^* 之差，即

$$P = P^* + P' \quad (2.18)$$

再定义速度修正值 u' 和 v' ，正确的速度场为 (u, v) ，即

$$\begin{aligned}u &= u^* + u' \\ v &= v^* + v'\end{aligned}\quad (2.19)$$

将正确的压力场 P 代入动量离散方程中，得到正确的速度场，有：

$$\begin{aligned}a_{i,j}(u_{i,j} - u_{i,j}^*) &= \sum a_{nb}(u_{nb} - u_{nb}^*) + [(P_{I-1,J} - P_{I-1,J}^*) - (P_{I,J} - P_{I,J}^*)]A_{i,j} \\ a_{I,j}(v_{I,j} - v_{I,j}^*) &= \sum a_{nb}(v_{nb} - v_{nb}^*) + [(P_{I,J-1} - P_{I,J-1}^*) - (P_{I,J} - P_{I,J}^*)]A_{I,j}\end{aligned}\quad (2.20)$$

引入压力修正值与速度修正值的表达式，则可导出如下方程：

$$\begin{aligned} a_{i,J}u'_{i,J} &= \sum a_{nb}u'_{nb} + (P'_{I-1,J} - P'_{I,J})A_{i,J} \\ a_{I,j}v'_{I,j} &= \sum a_{nb}v'_{nb} + (P'_{I,J-1} - P'_{I,J})A_{I,j} \end{aligned} \quad (2.21)$$

可以看出，由压力修正值 P' 可以求出速度修正值 (u', v') 。式 (2.21) 还表明，任一点上的速度修正值由两部分组成：一部分是与速度在同一方向上的相邻两节点间压力修正值之差，这是产生速度修正的直接的动力；另一部分是由邻节点速度的修正值所引起的，这又可以视为四周的压力的修正值对所讨论的位置上的速度改进的间接影响。大量的实验表明 $\sum a_{nb}u'_{nb}$ 和 $\sum a_{nb}v'_{nb}$ 相对与压差项对速度的修正是很小的，于是可以忽略不计，这种特殊处理正是SIMPLE算法的重要特征。从而上述方程可以简化为

$$\begin{aligned} u'_{i,J} &= d_{i,J}(P'_{I-1,J} - P'_{I,J}) \\ v'_{I,j} &= d_{I,j}(P'_{I,J-1} - P'_{I,J}) \end{aligned} \quad (2.22)$$

其中 $d_{i,J} = \frac{A_{i,J}}{a_{i,J}}$ ， $d_{I,j} = \frac{A_{I,j}}{a_{I,j}}$ 最后可以得到速度修正值的方程

$$u_{i,J} = u_{i,J}^* + d_{i,J}(P'_{I-1,J} - P'_{I,J}) \quad (2.23)$$

$$v_{I,j} = v_{I,j}^* + d_{I,j}(P'_{I,J-1} - P'_{I,J}) \quad (2.24)$$

同理可以写出 $u_{i+1,J}$ 和 $v_{I,j+1}$

$$\begin{aligned} u_{i+1,J} &= u_{i+1,J}^* + d_{i+1,J}(P'_{I,J} - P'_{I+1,J}) \\ v_{I,j+1} &= v_{I,j+1}^* + d_{I,j}(P'_{I,J} - P'_{I,j+1}) \end{aligned} \quad (2.25)$$

下面的问题是如何求得压力修正值。

2、压力修正方程

以上过程只考虑了动量方程，其实速度还受连续方程的约束，在标量控制体上离散连续方程：

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0$$

得到：

$$[(\rho u A)_{i+1,J} - (\rho u A)_{i,J}] + [(\rho v A)_{I,j+1} - (\rho v A)_{I,j}] = 0 \quad (2.26)$$

将正确的速度值代入到上述方程中，并整理后，得：

$$\begin{aligned} &[(\rho d A)_{i+1,J} + (\rho d A)_{i,J} + (\rho d A)_{I,j+1} + (\rho d A)_{I,j}]P'_{I,J} \\ &= (\rho d A)_{i+1,J}P'_{I+1,J} + (\rho d A)_{i,J}P'_{I-1,J} + (\rho d A)_{I,j+1}P'_{I,j+1} + (\rho d A)_{I,j}P'_{I,j-1} \\ &+ [(\rho u^* A)_{i,J} - (\rho u^* A)_{i+1,J} + (\rho v^* A)_{I,j} - (\rho v^* A)_{I,j+1}] \end{aligned} \quad (2.27)$$

简写为如下公式：

$$a_{I,J}P'_{I,J} = a_{I+1,J}P'_{I+1,J} + a_{I-1,J}P'_{I-1,J} + a_{I,j+1}P'_{I,j+1} + a_{I,j-1}P'_{I,j-1} + b'_{I,J} \quad (2.28)$$

其中

$$a_{I+1,J} = (\rho d A)_{i+1,J}$$

$$a_{I-1,J} = (\rho d A)_{i,J}$$

$$a_{I,J+1} = (\rho d A)_{I,j+1}$$

$$a_{I,J-1} = (\rho d A)_{I,j}$$

$$a_{I,J} = a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1}$$

$$b'_{I,J} = (\rho u^* A)_{i,j} - (\rho u^* A)_{i+1,J} + (\rho v^* A)_{I,j} - (\rho v^* A)_{I,j+1}$$

通过以上分析，下面以流程图的形式给出SIMPLE算法的实施过程，如图2.5所示。

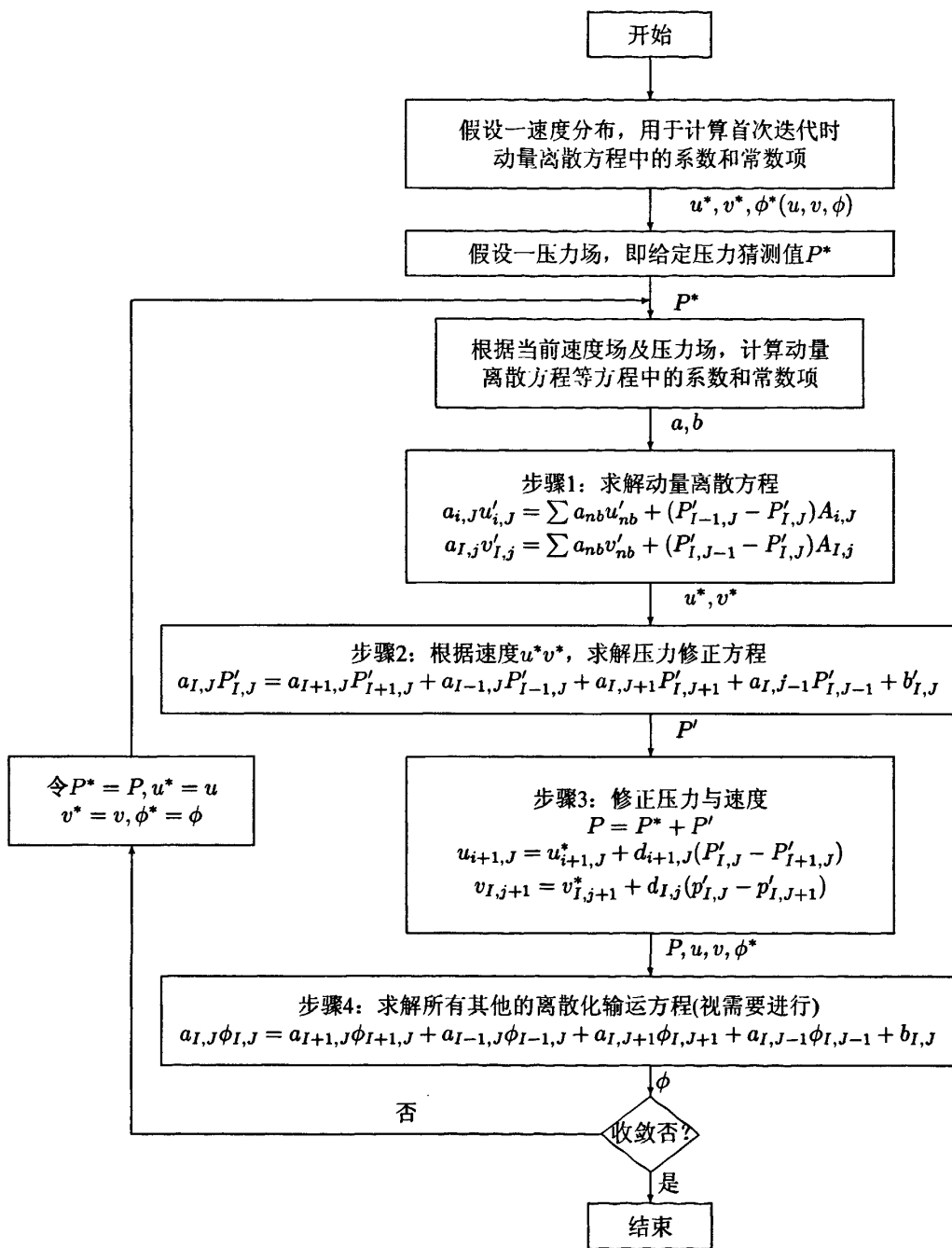


图2.5 SIMPLE算法流程图

2.2.4 代数方程组的求解方法

2.2.4.1 求解方法概述

离散流体的控制方程将导出一个组需要求解的线性代数方程，求解方程的复杂性和规模主要由求解问题的维数、网格节点的个数及离散形式来决定。现有两种求解线性代数方程组的方法：直接法和非直接法（迭代法）。直接法中常用的有克莱姆法和高斯消去法。用直接法解决 N 个未知数的 N 维方程组，预估需要 N^3 阶的计算量。同时存储 N^2 个方程组中涉及的系数需要很大的内存。而迭代法是一种重复运用相对简单的算法，经过一定数量（有时次数会很大）的重复运算，最终获到收敛解的方法。大家都熟知的迭代法有Jacobi迭代法和Gauss-Seidel迭代法。其总的运算次数，典型的记法是以 N 的倍数计，但很难更精确的预先计算。需要注意的是，如果要求解的方程组不能严格满足判敛准则就不能保证收敛。迭代法求解的主要优势在于只有方程组的非零系数需要存储于内存中。实际问题中遇到的方程组通常都具有高阶系数矩阵（能达到100000-1000000阶），对于如此大型的方程求解，迭代法是比较直接且更常用、更有效的方法。

Jacobi和Gauss-Seidel迭代法可以通过编制简单的程序实现，但当求解大型方程组时，它的收敛速度太慢，因此不适合用来解决CFD问题。Thomas（1949年）提出了快速求解三对角方程组问题的方法，其全称为Thomas algorithm 或者the tri-diagonal matrix algorithm，简称TDMA。在一维情形下，TDMA实际上是直接法，但使用TDMA算法，也可以解决多维问题。并且此法已经广泛应用于CFD软件中。它最大的优点就是速度快，占用的内存空间小。下面将介绍TDMA算法。

2.2.4.2 TDMA算法

1) TDMA在三对角方程中的应用^[25]

考虑方程组具有如下的三对角形式：

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= C_1 \\
 -\beta_2\phi_1 + D_2\phi_2 - \alpha_2\phi_3 &= C_2 \\
 -\beta_3\phi_2 + D_3\phi_3 - \alpha_3\phi_4 &= C_3 \\
 -\beta_4\phi_3 + D_4\phi_4 - \alpha_4\phi_5 &= C_4 \\
 \dots\dots &= \dots \\
 -\beta_n\phi_{n-1} + D_n\phi_n - \alpha_n\phi_{n+1} &= C_n \\
 \phi_{n+1} &= C_{n+1}
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

在上式中，假定 ϕ_1 和 ϕ_{n+1} 是边界上的值，为已知。上式中任一方程都可写成：

$$-\beta_j\phi_{j-1} + D_j\phi_j - \alpha_j\phi_{j+1} = C_j \tag{2.30}$$

方程组（2.29）中，除第一及最后一个方程外，其余方程可写为：

$$\begin{aligned}
\phi_2 &= \frac{\alpha_2}{D_2}\phi_3 + \frac{\beta_2}{D_2}\phi_1 + \frac{C_2}{D_2} \\
\phi_3 &= \frac{\alpha_3}{D_3}\phi_4 + \frac{\beta_3}{D_3}\phi_2 + \frac{C_3}{D_3} \\
\phi_4 &= \frac{\alpha_4}{D_4}\phi_5 + \frac{\beta_4}{D_4}\phi_3 + \frac{C_4}{D_4} \\
&\dots\dots \\
\phi_n &= \frac{\alpha_n}{D_n}\phi_{n+1} + \frac{\beta_n}{D_n}\phi_{n-1} + \frac{C_n}{D_n}
\end{aligned} \tag{2.31}$$

这些方程可通过消元和回代两个过程求解。消元步起自于从方程 (2.31) 第二式中消去 ϕ_2 ，我们将方程 (2.31) 第一式代入第二式，有：

$$\phi_3 = \left(\frac{\alpha_3}{D_3 - \beta_3 \frac{\alpha_2}{D_2}} \right) \phi_4 + \left(\frac{\beta_3 \left(\frac{\beta_2}{D_2} \phi_1 + \frac{C_2}{D_2} \right) + C_3}{D_3 - \beta_3 \frac{\alpha_2}{D_2}} \right) \tag{2.32}$$

现引入记号：

$$A_2 = \frac{\alpha_2}{D_2}, \quad C'_2 = \frac{\beta_2}{D_2} \phi_1 + \frac{C_2}{D_2} \tag{2.33}$$

方程 (2.32) 写为：

$$\phi_3 = \left(\frac{\alpha_3}{D_3 - \beta_3 A_2} \right) \phi_4 + \left(\frac{\beta_3 C'_2 + C_3}{D_3 - \beta_3 A_2} \right) \tag{2.34}$$

$$A_3 = \frac{\alpha_3}{D_3 - \beta_3 A_2}, \quad C'_3 = \frac{\beta_3 C'_2 + C_3}{D_3 - \beta_3 A_2} \tag{2.35}$$

方程 (2.34) 写为：

$$\phi_3 = A_3 \phi_4 + C'_3 \tag{2.36}$$

这样式 (2.36) 可用于从方程 (2.31) 第三式中消去 ϕ_3 。此过程重复进行，直到最后一个方程。这样就完成了消去过程。对于回代，我们重复使用式 (2.36) 的关系，即：

$$\phi_j = A_j \phi_{j+1} + C'_j \tag{2.37}$$

式中：

$$A_j = \frac{\alpha_j}{D_j - \beta_j A_{j-1}}, \quad C'_j = \frac{\beta_j C'_{j-1} + C_j}{D_j - \beta_j A_{j-1}} \tag{2.38}$$

通过为 A 和 C' 设置如下值，式 (2.37) 可用于边界点 $j = 1$ 和 $j = n + 1$

CFD 计算的二维问题一般对应于五对角方程组，而不是一维中的三对角方程组。我们可以通过迭代方式来使用 TDMA，求解二维问题的方程组。

假定有图2.6所示的二维计算网络，对应的离散后的输运方程为：

$$-a_S\phi_S + a_P\phi_P - a_N\phi_N = a_W\phi_W + a_E\phi_E + b \quad (2.40)$$

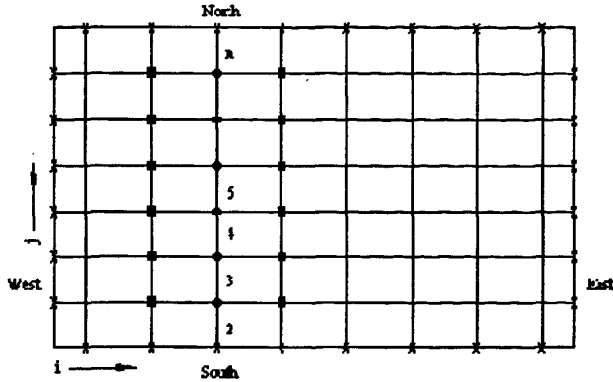


图2.6 使用TDMA方法求解二维问题的计算网格

我们暂且假定 (2.40) 的右端项是已知的，这样，方程 (2.31) 的形式，其中，

$$\alpha_j \equiv a_N, \beta_j \equiv a_S, D_j \equiv a_P$$

和 $C_j = a_W\phi_W + a_E\phi_E + b$ 。现在，我们可沿某一条所选定线（如图2.5中标识为South-North的一条竖线）的n-s方向求解出 $j = 2, 3, 4, \dots, n$ 的 ϕ 值。

接下来，转入下一条竖线。这样，可以将各条竖线均扫描一遍。如果我们从西（West）到东（East）的方向进行扫描，则当前这条竖线的西侧的 ϕ_W 值就是未知的，因此，该求解过程必须迭代进行。在每个迭代步循环之内， ϕ_E 的值可以取自在上一个迭代循环结束之后的值或给定的初值（在首次迭代时要用初值，可以将初值设为0）。该迭代称为逐行迭代，直到收敛为止。

与之累次，对于三维过程的TDMA迭代计算，先在一选择的平面上按上述过程进行逐行迭代计算，完成后，转入下个平面。

2.3 小结

本章首先对网格生成技术进行了简要叙述，并就本文研究的对象分别生成了极坐标系下和适体坐标系下的计算网格；其次对有限体积法的基本原理进行总结，并推导了该法的离散格式。从对有限体积法的阐述可以看出，它的优点是：对任一控制子区域以及整个计算区域都能满足积分守恒，因而即使在粗网格情况下，也显示出准确的守恒性，计算结果较为精确。并且积分网格单元划分较为灵活，在边界条件的处理上也较为方便；再次阐明了基于交错网格下二维问题SIMPLE算法的原理及使用的方法，最后阐述了求解离散后代数方程组的方法TDMA。

第三章 弯道水力学特性分析

3.1 概述

弯曲河流的形成是能量调整的结果。杨志达^[26]的研究表明,单位重量的水体在单位时间内的所消耗的能量力求达到当地具体条件所许可范围内的最小值:

$$VJ = n^{-0.6}Q^{0.4}J^{1.3}b^{-0.4} = \text{最小} \quad (3.1)$$

如果能量调整结果的结果是以加大河长,减小比降为主,则弯曲性河流就形成了。钱宁将弯曲河道划分为三种:深切河曲、自有弯曲和强制性弯曲。^[27]而弯道水流是指行进在弯曲河道中的水流,弯曲河道的床面和岸臂组成了弯道水流的外边界,弯曲河道是由正负相间的曲率达到一定程度的弯道和介乎其间的长短不等的过渡段连接而成的,因此,弯曲河道的基本组成是弯道段和过渡段。过渡段曲率较小,一般情况下可以看成顺直河段,但其水流特性和顺直河流又有所不同,特别是在连接弯道的部位,弯道水流的某些特性仍然存在。^[28]严格意义上弯道段的曲率是沿程变化的,在入口处曲率较小,然后逐渐增大,在弯顶附近达到最大,然后又逐渐减小,为了研究的方便常将曲率的这种变化进行概化,例如将其概化成最大或然弯道,即将弯道平面形状用正弦派生曲线进行模拟。当然,最常见、最便利的处理方法是将弯道段用一组同心圆代替,这种处理在工程界和理论研究界得到了广泛的应用。

弯道中心线半径称为曲率半径 R_c ;弯道段自进口至出口所包含的中心角称为弯道中心角 ϕ_0 ;上下两过渡段中点沿弯道中心线的长度与两点之间直线长度的比值称为弯道的曲折系数;相邻反向弯道外包线之间的垂直距离称为弯道摆幅 B_m ;岸线凹进一侧的河岸称为凹岸;岸线凸出一侧的河岸称为凸岸。

弯道水流属于三维紊流,为分析方便常需要对其进行简化处理,其精度可以满足许多工程问题的要求,在弯曲河流上某一特定点,沿水深取平均值,可以得到二元流的情况,所得出的流速,即垂直平均流速,在纵横两个方向上仍然是变化的,垂线平均流速沿纵横方向的二元分布称为平面分布。

弯曲河道中沿流程各断面最大垂线平均流速处的连线,称为水流动力轴线,或主流线,主流线与弯道中心线是不一致的,在天然弯道内,因水流受离心力影响,一般在弯道进口段或者在弯道上游的过渡段,主流线常偏靠凸岸;进入弯道以后,主流线则逐渐向凹岸转移,至弯顶稍上部位,主流线才偏靠凹岸,主流线与凹岸岸线距离最近的位置称为“顶冲点”。过水断面常呈三角形,最大流速多在水面以下,与河床最低处的平面投影位置稍有偏离。^[29]

弯道水流由于离心力作用,凹凸两岸的水面高程是不一样的,表现为凹岸高程大于凸岸高程,凹凸两岸的高程之差称为水面超高。水面超高在弯道不同断面上是有差异的,一般在弯顶稍下游的位置达到最大。

弯道水流属于紊流, 因此, 流速分量和压力总是时均值 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{P}$ 上下波动:

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} + u' \\ v &= \bar{v} + v' \\ w &= \bar{w} + w' \\ P &= \bar{P} + P' \end{aligned} \quad (3.2)$$

式(3.2)中,带“'”项表示与时均值的偏离,称为脉动值。本文所提及速度和压力除特别说明外,均指时均值。

在弯曲河流的任一条垂直线上,所有的水质点都受到同样的径向压力梯度,然而,由于流速不同,靠近水面的要比近底的大,所以近水面的水质点向凹岸运动,而近底的水质点向凸岸运动,由于岸壁的约束,凹岸的水流指向河底,凸岸的水流指向水面,这样就形成了螺旋流,其在横断面上的投影称为环流。

由于环流的存在,使得推移质除了向下游运动外,亦有向对岸输移的倾向。泥沙由凹岸输向同一河弯的凸岸,称为同岸输移;泥沙由凹岸输向下一河弯的凸岸,称为异岸输移。同岸输移和异岸输移同时作用,将凹岸床面淘刷成深槽,使凸岸形成各种外形的淤积体。严格说来,弯道凹岸的深槽和凸岸的淤积体是随时间变化的,但当同一水力条件持续一较长的时间后,床面将达到一个相对平衡的状态,此时,如果推移质输沙量很小,称为静平衡状态;如果推移质输沙量较大,称为动平衡状态。在动平衡状态下,推移质的输沙强度在横断面上的分布是不均匀的,存在一个强度最大的位置,该位置的纵向运动轨迹称为强烈输沙带。^[28]

3.2 弯道水面线的推求

明渠渐变流的水面线计算的微分方程:

$$\frac{dE}{dS} = i - \frac{Q^2}{K^2} \quad (3.3)$$

式中, E 为断面比能, $E = h + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2}$; A 为渠道过水断面面积; h 为渠道水深; i 为渠道纵向坡度; $K = AC\sqrt{R}$; $R = \frac{A}{x}$, R 为水力半径; x 为渠道过水断面湿周; $C = \frac{1}{n}R^{\frac{1}{2}}$,为谢才系数; n 为渠道糙率。

上式(3.3)微分形式:

$$\Delta s = \frac{\Delta E}{i - \bar{J}} \quad (3.4)$$

式中, Δs ,为两个计算断面间的距离; ΔE ,为两个计算断面之间的比能差; $\bar{J} = \frac{Q^2}{\bar{K}^2}$; $\bar{K} = \bar{AC}\sqrt{\bar{R}}$,即式(3.4)中取两个计算断面之间各水力要素的平均值进行计算。

从两式(3.3)、(3.4)中可以看出,渠道水面线的计算主要考虑了渠道的沿程水头损失,且集中反映在渠道的糙率上。而弯道和其他部分引起的局部水头损失未考虑。宋东辉,徐晶^[30]将弯道引起的局部水头损失对水面线的影响转化为沿程水头损失的影响,换算出等价的糙率 n 。

设渠道弯道的转弯半径为 r ,弯道宽度为 b ,弯道长度为 l ,断面平均流速为 V ,则根据水力

学^[31], 弯道的局部水头损失为:

$$\Delta h = \frac{2gl}{C^2 R} \left(1 + \frac{3}{4} \sqrt{\frac{b}{r}} \right) \frac{V^2}{2g} \quad (3.5)$$

而均匀流的计算公式为:

$$Q = AC\sqrt{Ri} \text{ 或 } Q = AC\sqrt{R\frac{\Delta h}{l}} \quad (3.6)$$

式中, $i = \frac{\Delta h}{l}$ 而渠道直段的沿程水头损失为:

$$\Delta h = \frac{2gl}{C^2 R} \frac{V^2}{2g} \quad (3.7)$$

比较式 (3.5) 和 (3.7), 则将弯道转化为等价的直道必须满足下式:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C} \left(1 + \frac{3}{4} \sqrt{\frac{b}{r}} \right) \quad (3.8)$$

式 (3.9) 中, $C_e = \frac{1}{n_e R^{\frac{1}{3}}}$, 为等价的谢才系数, 即等价的糙率 n_e 为

$$n_e = n \left(1 + \frac{3}{4} \sqrt{\frac{b}{r}} \right) \quad (3.9)$$

根据上述过程, 在计算弯道水面线时, 只需要采用等价糙率 n_e 即可推求出较为合理的考虑弯道影响的水面线。

3.3 弯道水面超高 (横比降) 的计算方法

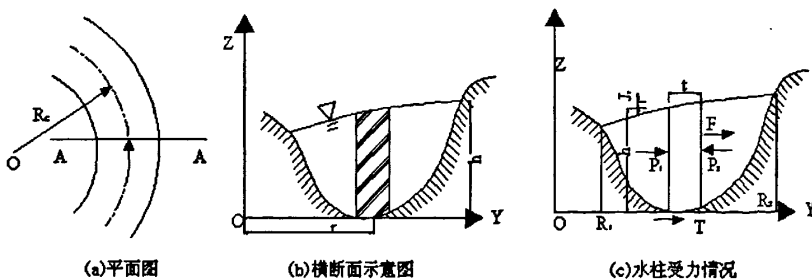


图3.1 弯道水流

则上图 (C) 中所示, P_1 、 P_2 为两侧的水压力; T 为底部的摩擦力; F 为离心惯性力; J_r , 为计算垂线处横向水面比降。则该水柱横向的动力平衡方程为:

$$F + T + P_1 - P_2 = 0 \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \text{因为} \quad F &= \frac{1}{2}(2h + J_r)\rho\beta_0\frac{\bar{u}_\theta^2}{r} \\ P_1 &= \frac{1}{2}\gamma h^2 \\ P_1 &= \frac{1}{2}\gamma(h + J_r)^2 \end{aligned}$$

一般由于水柱底面积较小, T 可忽略不计。则:

$$J_r = \beta_0 \frac{\bar{u}_\theta^2}{gr} \quad (3.11)$$

式(3.11)中, r 为计算垂线处曲率半径; \bar{u}_θ 为纵向垂线平均流速; β_0 断面流速分布系数。

$$\beta_0 = 1 + \frac{g}{C^2\kappa^2} \quad (3.12)$$

式中 κ 为卡曼常数。根据弯道纵向垂线平均流速 \bar{u}_θ 沿横向分布的特点, 将用下式表示其分布规律:

$$\bar{u}_\theta = \alpha y^\lambda \quad (3.13)$$

式中: α 为待定系数, λ 为待定指数。

λ 与 \bar{u}_θ 的关系:

$$\lambda = \begin{cases} 0, & \text{均匀流} \\ 1, & \text{强迫涡分布} \\ -1, & \text{自由涡分布} \end{cases}$$

凹凸两岸的水面超高为:

$$\Delta h = \begin{cases} \frac{\beta_0\alpha^2}{2\lambda g} (R_2^{2\lambda} - R_1^{2\lambda}) \\ \frac{\beta_0\alpha^2}{g} \ln \frac{R_2}{R_1} \end{cases} \quad (3.14)$$

上式(3.14)中, R_1 为凸岸半径, R_2 为凹岸半径, Δh 为水面超高。 α, λ 可用 \bar{u}_θ 实测值进行试算确定, 具体过程见文献^[28]。由以上基本形式的弯道超高公式, 根据各个具体弯道情形, 还有一些经验公式, 详见高峰^[32]等总结的弯道超高计算方法。

3.4 弯道水面纵比降的计算方法

整个水面为一扭曲面, 单从纵剖面看, 凹岸的水位线常成上凹曲线, 凸岸的水位线常成下凹曲线, 即在弯道上段, 水面纵比降凹岸往往大于凸岸, 在下段则相反。计算弯道中水面纵比降的一般表达式为:

$$J_\theta = \frac{R_C}{r} J_{\theta_0} - 2.4 \frac{\beta_0 V^2}{gr\phi_0} \left(1 - 2\frac{\theta}{\phi_0}\right) \ln \frac{r}{R_C} \quad (3.15)$$

式(3.15)中, ϕ_0 为弯道中心角; R_C 为中轴线处半径; θ 为所在断面与进口断面的夹角; V 为断

面平均流速。文献^[33]中提出轴线上的水面纵比降等于弯道的平均纵比降 J_{θ_0} ：

$$J_{\theta_0} = \frac{V^2}{C^2 R} \quad (3.16)$$

文献^[34]中的实验得出了弯道中轴线上的水面纵比降沿程变化不大和轴线上的水面纵比降等于弯道的平均纵比降两条结论。

3.5 弯道环流流速沿垂向的分布

弯道纵向流速的分布特点是凹岸一侧的远大于凸岸一侧，且纵向垂线平均流速沿横向分布很不均匀，也是凹岸一侧恒大于凸岸一侧，其主要由凹岸水深大于凸岸水深引起的，但最大值不在最大水深处，而是在最大水深偏向凸岸一点的位置。^[35]1993年马卡维耶夫由雷诺方程导出了轴对称流的运动方程式：

$$gJ_r - \frac{u_{\theta}^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_r}{\partial z} \quad (3.17)$$

但是轴对称流只在环流充分发展的部位近似出现，此方程的适用范围受到限制。随后很多学者采用不同的纵向流速分布公式和边界条件通过不同途径对方程求解，得到不少环流沿垂线的分布公式。其中具有代表性的有：波达波夫公式，马卡维耶夫公式，罗辛斯基及库兹明公式，罗索夫斯基公式，Engelund公式，张定邦公式等，本文只介绍国内两个比较经典的公式。

1、张红武^[33]等提出的环流流速沿垂线分布的通用公式：

$$u_r = 86.7 \frac{\bar{u}_{\theta} h}{r} \left[\left(1 + 5.75 \frac{g}{C^2}\right) \eta^{1.857} - 0.88 \eta^{2.14} + \left(0.034 - 12.5 \frac{g}{C^2}\right) \eta^{0.857} + 4.72 \frac{g}{C^2} - 0.088 \right] \quad (3.18)$$

若考虑河湾阻力影响，上式3.18中的 C 换为河湾当量谢才系数 C_b ，即：

$$u_r = 86.7 \frac{\bar{u}_{\theta} h}{r} \left[\left(1 + 5.75 \frac{g}{C_b^2}\right) \eta^{1.857} - 0.88 \eta^{2.14} + \left(0.034 - 12.5 \frac{g}{C_b^2}\right) \eta^{0.857} + 4.72 \frac{g}{C_b^2} - 0.088 \right] \quad (3.19)$$

实验证明本公式具有形式简单，实用性强，在近壁流区有明显优势的优点。

2、孙东坡^[36]等提出的环流流速沿垂线分布的公式为：

$$u_r = \sqrt{\frac{\alpha_h h \bar{u}_{\theta}}{r e}} \left(\eta - \frac{7}{18} \eta^{\frac{3}{2}} + C \right) \quad (3.20)$$

式(3.20)中， α_h 为流速分布不均匀系数， u 位置高度为 Z 处的纵向流速， \bar{u}_{θ} 为位置高度为 Z 处的纵向垂线平均流速， $\eta = \frac{z}{h}$ 为相对水深， e 为待定系数，试验水槽一般取0.15，天然河道一般取0.195。 α_h 计算公式：

$$\alpha_h = \frac{\int_0^1 u^2 d\eta}{\bar{u}_{\theta}^2} = \frac{(n+1)^2}{n(n+2)} \quad (3.21)$$

n 为与雷诺数和相对粗糙度有关的常数，天然河道取 $n = 7$ 。

式(3.20)中， C 为待定系数，由于断面环流在横向为封闭流动，所以根据水流的连续性条件有 $\int_0^1 u_r d\eta = 0$ ，由此可确定上式中的积分常数 $C = -0.329$ ，若取 $\alpha_h = 1.016$ ， $e = 0.195$ ，并考虑

环流流速在水面和底部边壁的衰减修正，则实用的环流公式为：

$$u_r = 4.80 \sqrt{\frac{h}{r}} \bar{u}_\theta \left(\eta - 0.44\eta^{\frac{2}{3}} - 0.307 \right) \quad (3.22)$$

与其他形式的环流公式相比，上式结构较合理，结构较简单，在理论和实际中都很有意义。

3、弯道纵向垂线平均流速可用谢才公式近似计算^[37]：

$$\bar{u}_\theta = C \sqrt{h J_\theta} \quad (3.23)$$

3.6 小结

本章首先叙述了弯道中涉及的基本概念，接着简要介绍了弯道水流模拟中需确定的基本量的求解方法，包括怎样推求弯道水面线，确定弯道水面的横纵比降和弯道环流流速沿垂向的分布。为本文的模拟奠定了坚实的理论基础。

第四章 弯道水流的数学模型及其求解过程

4.1 概述

在研究领域和工程实际中,应用弯道水流的数学模型模拟弯道环流问题的方法很多,如方春明^[38]通过求解立面二维弯道环流运动的方法,在平面二维水流泥沙数学模型中考虑弯道环流的影响,引入了弯道环流作用项,在模拟计算中增加的计算量不是很大且较适用于天然和道德复杂弯道;余明辉,吴腾,杨国录^[39]运用SIMPLE算法,在考虑自由表面的情况下,建立了剖面二维水流泥沙数学模型,并将模型很好的应用与小浪底水库坝前剖面水沙运动的模拟;魏炳乾,孙小军,宁利中,早川博,张新庆^[40]等人提出了在直线段和单一曲率圆弯道间插入曲率渐变的过渡段的新的弯道型式,并通过对此型式弯道中水流流速及副流强度的数值模拟和24组动床试验,说明此型式的弯道具有一定舒缓水流冲击力和离心力的作用,并在一定程度上减轻了水流对河床及堤身、堤脚的冲蚀破坏;刘玉琴,刘哲^[41]采用边界拟合坐标技术,借鉴现有的弯道水流流速分布的研究成果,在平面二维浅水方程中引入了弯道环流引起的横向动量交换项,使修改后的模型考虑了二次流对流线弯曲的复杂水力特性的影响,并通过连续弯道实例计算,验证了该模型的可靠性和实用性;马雅琴^[42]在极坐标系下,将控制方程在交错网格上进行离散,采用SIMPLE算法,为加速收敛更结合使用了适合非线性方程的全近似格式的多重网格法FAS,并计算雷诺数为 $Re = 100, 1000$ 时不可压粘性流体绕圆柱的流动情况,通过计算结果与实验结果基本吻合的情况,说明该方法的准确性;王双明,杨红,潘光在^[43]建立了具有连续急流弯道河流平面水流泥沙数学模型,并采用有限差分法对方程进行离散求解,并运用该模型模拟了山西省阳泉市桃河治理河段的水流泥沙情况,计算结果表明该模型有一定的实用价值;李治勤,田淳,高恩恩,孙建生^[44]在假设水流为恒定流的情况下,在由流线及过水断面组成的曲线坐标系中采用准二维水流数学模型对桃河阳泉市区段约6Km长的连续弯道中急流的运动进行了数值模拟,计算所得断面平均流速和纵向水深的结果基本合理;王平义,方铎,莱金德,吴持恭^[45]提出了分区域研究弯曲河道水流运动特性的概念,并在此基础上,从Navier-Stokes方程出发,将弯曲河道分为凸岸和凹岸两个区域分别建立了三维水流流速的计算模型,采用摄动法对模型进行了求解。经美国原型观测资料验证,表明此模型精度较高,模拟效果佳。上述研究成果,推动弯道水流的研究发展,使复杂的弯道水流运动日益趋向明朗化。

本文将采用董耀华^[46]推导并简化的极坐标下平面二维水流数学模型,对所研究河段进行模拟。

4.2 弯道水流平面二维数学模型

极坐标系下,弯道水流瞬态平面二维数学模型为:

1) 连续性方程:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial(hV_{\theta})}{r\partial\theta} + \frac{\partial(rhV_r)}{r\partial r} = 0 \quad (4.1)$$

2) V_θ 、 V_r 方向的动量方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(hV_\theta)}{\partial t} + \frac{\partial(hV_\theta^2)}{r\partial\theta} + \frac{\partial(rhV_rV_\theta)}{r\partial r} &= \frac{\partial}{r\partial\theta} \left(h\nu_t \frac{\partial V_\theta}{r\partial\theta} \right) + \frac{\partial}{r\partial r} \left(rh\nu_t \frac{\partial V_\theta}{\partial r} \right) - gh \frac{\partial Z}{r\partial\theta} - \frac{n^2gV_\theta\sqrt{V_\theta^2+V_r^2}}{h^{\frac{3}{2}}} - \frac{hV_\theta V_r}{r} \\ \frac{\partial(hV_r)}{\partial t} + \frac{\partial(hV_\theta V_r)}{r\partial\theta} + \frac{\partial(rhV_r^2)}{r\partial r} &= \frac{\partial}{r\partial\theta} \left(h\nu_t \frac{\partial V_r}{r\partial\theta} \right) + \frac{\partial}{r\partial r} \left(rh\nu_t \frac{\partial V_r}{\partial r} \right) - gh \frac{\partial(rZ)}{r\partial r} - \frac{n^2gV_r\sqrt{V_\theta^2+V_r^2}}{h^{\frac{3}{2}}} + \frac{hV_\theta^2}{r} \end{aligned} \quad (4.2)$$

假设不考虑河床变形, 则河床 $Z_{床}$ 的高度一定, 而 $Z = h + Z_{床}$, 所以:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{\partial(h + Z_{床})}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4.3)$$

则上三式的通用形式为:

$$\frac{\partial(h\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(hV_\theta\phi)}{r\partial\theta} + \frac{\partial(rhV_r\phi)}{r\partial r} = \frac{\partial}{r\partial\theta} \left(h\nu_t \frac{\partial\phi}{r\partial\theta} \right) + \frac{\partial}{r\partial r} \left(rh\nu_t \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) + S \quad (4.4)$$

$$S = \begin{cases} \phi = 1, & S = 0 \\ \phi = V_\theta, & S = -gh \frac{\partial Z}{r\partial\theta} - \frac{n^2gV_\theta\sqrt{V_\theta^2+V_r^2}}{h^{\frac{3}{2}}} - \frac{hV_\theta V_r}{r} \\ \phi = V_r, & S = -gh \frac{\partial(rZ)}{r\partial r} - \frac{n^2gV_r\sqrt{V_\theta^2+V_r^2}}{h^{\frac{3}{2}}} + \frac{hV_\theta^2}{r} \end{cases} \quad (4.5)$$

上面各式中, θ, r, t 为极坐标和时间坐标; V_θ, V_r 为沿水深平均的流速; Z, h 为水位和水深; n, ν_t 为糙率和粘性系数; 其中, ν_t 为综合粘性系数:

$$\nu_t = \nu_{层} + \nu_{紊} + \nu_{省} + \nu_{数} \quad (4.6)$$

上式(4.6)中, $\nu_{层}$ 为水流运动粘性系数, $\nu_{紊}$ 为紊动粘性系数, $\nu_{省}$ 为省略或合并扩散项的当量粘性系数, $\nu_{数}$ 为数值粘性系数。

4.3 对控制方程的离散

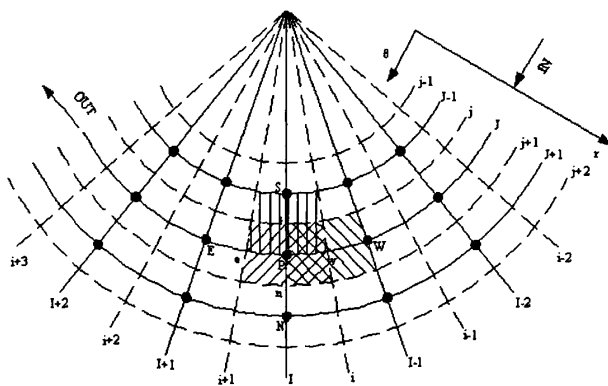


图4.1 极坐标下的交错网格(向后错位)

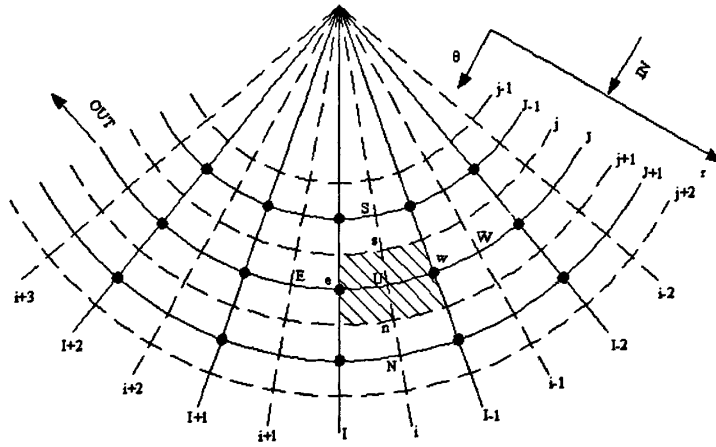


图4.2 极坐标下的交错网格-U控制体积（向后错位）

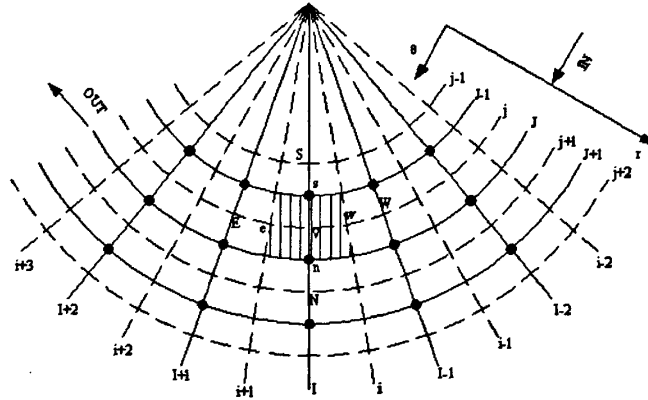


图4.3 极坐标下的交错网格-V控制体积（向后错位）

本文采用向后错位的速度网格，即 u 速度 $u_{i,j}$ 的 i 位置到标量节点 (I, J) 的距离是 $r_j(\theta_i - \theta_I)$ ， v 速度 $v_{I,j}$ 的 j 位置到标量节点 (I, J) 的距离是 $(r_j - r_I)$ ，P控制体积对应水位 Z ，U控制体积对应 V_θ ，V控制体积对应水位 V_r 。

1) 瞬态项:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} \frac{\partial(h\phi)}{\partial t} dV dt = \int_{\Delta V} \left[\int_t^{t+\Delta t} h \frac{\partial \phi}{\partial t} dt \right] dV = h_P^0 (\phi_P - \phi_P^0) \Delta V \quad (4.7)$$

注：假设 h 在时间段 Δt 内的变化量极小，即 h 为常数，上标0表示物理量在时刻 t 的值，不带上标表示物理量在时刻 $(t + \Delta t)$ 的值。

2) 源项:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} S dV dt = \int_t^{t+\Delta t} S \Delta V dt = \int_t^{t+\Delta t} (S_C + S_P \phi_P) \Delta V dt = (S_C + S_P \phi_P) \Delta V \Delta t \quad (4.8)$$

注：对源项，引入线性化处理，即 $S = S_C + S_P \phi_P$ 。对于一般问题可将源项中的压力项从源项中提出来，余下的项作线性化处理。对预处理问题简化进行进一步简化，可以将源项简化成常数项。

3) 对流项：

对对流项的离散，本文将采用符合实际水流特征且格式简单的一阶迎风格式，对于极坐标系下的网格，有 $\Delta V = r\delta\theta\delta r$, $A_e = (\delta r)_e$, $A_w = (\delta r)_w$, $A_n = (r\delta\theta)_n$, $A_s = (r\delta\theta)_s$ ：

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} \left[\frac{\partial(hV_\theta\phi)}{r\partial\theta} + \frac{\partial(rhV_r\phi)}{r\partial r} \right] dV dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} [(hV_\theta\phi)_e - (hV_\theta\phi)_w + (hV_r\phi)_n - (hV_r\phi)_s] dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} [(hV_\theta)_e A_e \phi_e - (hV_\theta)_w A_w \phi_w + (hV_r)_n A_n \phi_n - (hV_r)_s A_s \phi_s] dt \end{aligned} \quad (4.9)$$

4) 扩散项：

对扩散项始终采用中心差分格式 $\Gamma = h\nu_t$ ：

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} \left[\frac{\partial}{r\partial\theta} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \right) + \frac{\partial}{r\partial r} \left(r\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) \right] dV dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\Gamma \frac{\partial\phi}{r\partial\theta} A \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{r\partial\theta} A \right)_w + \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial r} A \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial r} A \right)_s \right] dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} \left[\Gamma_e A_e \frac{\phi_E - \phi_P}{(r\delta\theta)_e} - \Gamma_w A_w \frac{\phi_P - \phi_W}{(r\delta\theta)_w} + \Gamma_n A_n \frac{\phi_N - \phi_P}{(\delta r)_n} - \Gamma_s A_s \frac{\phi_P - \phi_S}{(\delta r)_s} \right] dt \end{aligned} \quad (4.10)$$

5) 时间项：

在对流项、扩散项和源项中引入全隐式的时间积分方案，即 $\int_t^{t+\Delta t} \phi_P \Delta t = \phi_P \Delta t$ 。

根据以上方式处理各项后，方程 (4.4) 的离散形式为：

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_S \phi_S + a_N \phi_N + b \quad (4.11)$$

方程 (4.11) 是在全隐式时间积分方案下得到的二维瞬态对流-扩散问题的离散方程，式中系数为：

$$\begin{aligned} a_W &= D_w + \max(0, F_w) \\ a_E &= D_e + \max(0, -F_e) \\ a_S &= D_s + \max(0, F_s) \\ a_N &= D_n + \max(0, -F_n) \\ a_P &= a_W + a_E + a_S + a_N + (F_e - F_w) + (F_n - F_s) + a_P^0 - S_P \Delta V \\ b &= S_C \Delta V + a_P^0 \phi_P^0 \\ a_P^0 &= \frac{h_P^0 \Delta V}{\Delta t} \end{aligned} \quad (4.12)$$

其中， F 表示通过界面上单位体积的对流质量通量， D 表示界面的扩散传导性，这里 F, D 表示整

个控制界面的对流质量通量和扩散传导性:

$$\begin{aligned}
 F_e &= (\rho u)_e A_e = (hV_\theta)_e A_e \\
 F_w &= (\rho u)_w A_w = (hV_\theta)_w A_w \\
 F_n &= (\rho v)_n A_n = (hV_r)_n A_n \\
 F_s &= (\rho v)_s A_s = (hV_r)_s A_s \\
 D_e &= \frac{\Gamma_e A_e}{(\delta x)_e} = \frac{(h\nu_t)_e A_e}{(r\delta\theta)_e} \\
 D_w &= \frac{\Gamma_w A_w}{(\delta x)_w} = \frac{(h\nu_t)_w A_w}{(r\delta\theta)_w} \\
 D_n &= \frac{\Gamma_n A_n}{(\delta y)_n} = \frac{(h\nu_t)_n A_n}{(\delta r)_n} \\
 D_s &= \frac{\Gamma_s A_s}{(\delta y)_s} = \frac{(h\nu_t)_s A_s}{(\delta r)_s}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

本文中在极坐标下生成的网格为非均分形式, 所以对 U 控制体积写出各界面单位面积的 F, D :

$$\begin{aligned}
 F_e &= F_{(I,J)} = (\rho u)_e = \frac{\theta_I - \theta_i}{\theta_{i+1} - \theta_i} F_{i,J} + \frac{\theta_{i+1} - \theta_I}{\theta_{i+1} - \theta_i} F_{i+1,J} \\
 &= \frac{\theta_I - \theta_i}{\theta_{i+1} - \theta_i} \left(\frac{\theta_i - \theta_{I-1}}{\theta_I - \theta_{I-1}} \rho_{I-1,J} + \frac{\theta_I - \theta_i}{\theta_I - \theta_{I-1}} \rho_{I,J} \right) u_{i,J} \\
 &\quad + \frac{\theta_{i+1} - \theta_I}{\theta_{i+1} - \theta_i} \left(\frac{\theta_{i+1} - \theta_I}{\theta_{I+1} - \theta_I} \rho_{I,J} + \frac{\theta_{I+1} - \theta_{i+1}}{\theta_{I+1} - \theta_I} \rho_{I+1,J} \right) u_{i+1,J} \\
 F_w &= F_{(I-1,J)} = (\rho u)_w = \frac{\theta_{I-1} - \theta_{i-1}}{\theta_i - \theta_{i-1}} F_{i-1,J} + \frac{\theta_i - \theta_{I-1}}{\theta_i - \theta_{i-1}} F_{i,J} \\
 &= \frac{\theta_{I-1} - \theta_{i-1}}{\theta_i - \theta_{i-1}} \left(\frac{\theta_{I-1} - \theta_{i-1}}{\theta_{I-1} - \theta_{I-2}} \rho_{I-1,J} + \frac{\theta_{i-1} - \theta_{I-2}}{\theta_{I-1} - \theta_{I-2}} \rho_{I-2,J} \right) u_{i-1,J} \\
 &\quad + \frac{\theta_i - \theta_{I-1}}{\theta_i - \theta_{i-1}} \left(\frac{\theta_i - \theta_{I-1}}{\theta_I - \theta_{I-1}} \rho_{I-1,J} + \frac{\theta_I - \theta_i}{\theta_I - \theta_{I-1}} \rho_{I,J} \right) u_{i,J} \\
 F_s &= F_{(i,j)} = (\rho v)_s = \frac{\theta_i - \theta_{I-1}}{\theta_I - \theta_{I-1}} F_{I-1,j} + \frac{\theta_I - \theta_i}{\theta_I - \theta_{I-1}} F_{I,j} \\
 &= \frac{\theta_i - \theta_{I-1}}{\theta_I - \theta_{I-1}} \left(\frac{r_j - r_{j-1}}{r_j - r_{j-1}} \rho_{I-1,j-1} + \frac{r_j - r_j}{r_j - r_{j-1}} \rho_{I-1,j} \right) v_{I-1,j} \\
 &\quad + \frac{\theta_I - \theta_i}{\theta_I - \theta_{I-1}} \left(\frac{r_j - r_{j-1}}{r_j - r_{j-1}} \rho_{I,j-1} + \frac{r_j - r_j}{r_j - r_{j-1}} \rho_{I,j} \right) v_{I,j} \\
 F_n &= F_{(i,j+1)} = (\rho v)_n = \frac{\theta_i - \theta_{I-1}}{\theta_I - \theta_{I-1}} F_{I-1,j+1} + \frac{\theta_I - \theta_i}{\theta_I - \theta_{I-1}} F_{I,j+1} \\
 &= \frac{\theta_i - \theta_{I-1}}{\theta_I - \theta_{I-1}} \left(\frac{r_{j+1} - r_j}{r_{j+1} - r_j} \rho_{I-1,j} + \frac{r_{j+1} - r_{j+1}}{r_{j+1} - r_j} \rho_{I-1,j+1} \right) v_{I-1,j+1} \\
 &\quad + \frac{\theta_I - \theta_i}{\theta_I - \theta_{I-1}} \left(\frac{r_{j+1} - r_j}{r_{j+1} - r_j} \rho_{I,j} + \frac{r_{j+1} - r_{j+1}}{r_{j+1} - r_j} \rho_{I,j+1} \right) v_{I,j+1}
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

$$\begin{aligned}
D_w &= D_{I-1,J} = \frac{\Gamma_{I-1,J}}{r_j(\theta_i - \theta_{i-1})} \\
D_e &= D_{I,J} = \frac{\Gamma_{I,J}}{r_j(\theta_{i+1} - \theta_i)} \\
D_s &= D_{i,j} = \frac{\Gamma_{I-1,J} + \Gamma_{I,J} + \Gamma_{I,J-1} + \Gamma_{I-1,J-1}}{4(r_j - r_{j-1})} \\
D_n &= D_{i,j+1} = \frac{\Gamma_{I-1,J} + \Gamma_{I,J} + \Gamma_{I,J+1} + \Gamma_{I-1,J+1}}{4(r_{j+1} - r_j)}
\end{aligned} \tag{4.15}$$

U 控制体积各界面的值:

$$\begin{aligned}
A_e &= A_w = A_{i,J} = r_{j+1} - r_j \\
A_n &= A_{i,j+1} = r_{j+1}(\theta_I - \theta_{I-1}) \\
A_s &= A_{i,j} = r_j(\theta_I - \theta_{I-1})
\end{aligned} \tag{4.16}$$

U 控制体积源项和压力项:

$$\begin{aligned}
\int_{\Delta V} -\frac{\partial P}{\partial x} dV &= \int_{\Delta V} -gh \frac{\partial Z}{r \partial \theta} dV = gh(Z_{I-1,J} - Z_{I,J})(r_{j+1} - r_j) \\
A_{i,J} &= r_{j+1} - r_j \\
b_{i,j} &= \left(-\frac{n^2 g V_\theta^{k+1} \sqrt{V_\theta^2 + V_r^2}}{h^{\frac{3}{2}}} - \frac{h V_\theta V_r}{r} \right) \Delta V_u \\
\Delta V_u &= (r_{j+1} - r_j) r_j (\theta_I - \theta_{I-1}) \\
V_\theta^{k+1} &= u_{i,j}^{k+1} \\
V_\theta &= u_{i,j} \\
V_r &= \frac{v_{I,j+1} + v_{I,j} + v_{I-1,j+1} + v_{I-1,j}}{4}
\end{aligned} \tag{4.17}$$

V控制体积各界面单位面积的 F, D :

$$\begin{aligned}
F_e &= F_{(i+1,j)} = (\rho u)_e = \frac{r_j - r_{j-1}}{r_j - r_{j-1}} F_{i+1,j-1} + \frac{r_j - r_j}{r_j - r_{j-1}} F_{i+1,j} \\
&= \frac{r_j - r_{j-1}}{r_j - r_{j-1}} \left(\frac{\theta_{i+1} - \theta_I}{\theta_{I+1} - \theta_I} \rho_{I,j-1} + \frac{\theta_{I+1} - \theta_{i+1}}{\theta_{I+1} - \theta_I} \rho_{I+1,j-1} \right) u_{i+1,j-1} \\
&\quad + \frac{r_j - r_j}{r_j - r_{j-1}} \left(\frac{\theta_{i+1} - \theta_I}{\theta_{I+1} - \theta_I} \rho_{I,j} + \frac{\theta_{I+1} - \theta_{i+1}}{\theta_{I+1} - \theta_I} \rho_{I+1,j} \right) u_{i+1,j} \\
F_w &= F_{(i,j)} = (\rho u)_w = \frac{r_j - r_{j-1}}{r_j - r_{j-1}} F_{i,j-1} + \frac{r_j - r_j}{r_j - r_{j-1}} F_{i,j} \\
&= \frac{r_j - r_{j-1}}{r_j - r_{j-1}} \left(\frac{\theta_i - \theta_{I-1}}{\theta_I - \theta_{I-1}} \rho_{I-1,j-1} + \frac{\theta_I - \theta_i}{\theta_I - \theta_{I-1}} \rho_{I,j-1} \right) u_{i,j-1} \\
&\quad + \frac{r_j - r_j}{r_j - r_{j-1}} \left(\frac{\theta_i - \theta_{I-1}}{\theta_I - \theta_{I-1}} \rho_{I-1,j} + \frac{\theta_I - \theta_i}{\theta_I - \theta_{I-1}} \rho_{I,j} \right) u_{i,j} \\
F_s &= F_{(I,j-1)} = (\rho v)_s = \frac{r_{j-1} - r_{j-1}}{r_j - r_{j-1}} F_{I,j-1} + \frac{r_j - r_{j-1}}{r_j - r_{j-1}} F_{I,j} \\
&= \frac{r_{j-1} - r_{j-1}}{r_j - r_{j-1}} \left(\frac{r_{j-1} - r_{j-2}}{r_{j-1} - r_{j-2}} \rho_{I,j-2} + \frac{r_{j-1} - r_{j-1}}{r_{j-1} - r_{j-2}} \rho_{I,j-1} \right) v_{I,j-1} \\
&\quad + \frac{r_j - r_{j-1}}{r_j - r_{j-1}} \left(\frac{r_j - r_{j-1}}{r_j - r_{j-1}} \rho_{I,j-1} + \frac{r_j - r_j}{r_j - r_{j-1}} \rho_{I,j} \right) v_{I,j} \\
F_n &= F_{(I,j)} = (\rho v)_n = \frac{r_j - r_j}{r_{j+1} - r_j} F_{I,j} + \frac{r_{j+1} - r_j}{r_{j+1} - r_j} F_{I,j+1} \\
&= \frac{r_j - r_j}{r_{j+1} - r_j} \left(\frac{r_j - r_{j-1}}{r_j - r_{j-1}} \rho_{I,j-1} + \frac{r_j - r_j}{r_j - r_{j-1}} \rho_{I,j} \right) v_{I,j} \\
&\quad + \frac{r_{j+1} - r_j}{r_{j+1} - r_j} \left(\frac{r_{j+1} - r_j}{r_{j+1} - r_j} \rho_{I,j} + \frac{r_{j+1} - r_{j+1}}{r_{j+1} - r_j} \rho_{I,j+1} \right) v_{I,j+1}
\end{aligned} \tag{4.18}$$

$$\begin{aligned}
D_w &= D_{i,j} = \frac{\Gamma_{I-1,j} + \Gamma_{I,j} + \Gamma_{I,j-1} + \Gamma_{I-1,j-1}}{4r_j(\theta_I - \theta_{I-1})} \\
D_e &= D_{i+1,j} = \frac{\Gamma_{I+1,j} + \Gamma_{I,j} + \Gamma_{I,j-1} + \Gamma_{I+1,j-1}}{4r_j(\theta_{I+1} - \theta_I)} \\
D_s &= D_{I,j-1} = \frac{\Gamma_{I,j-1}}{r_j - r_{j-1}} \\
D_n &= D_{I,j} = \frac{\Gamma_{I,j}}{r_{j+1} - r_j}
\end{aligned} \tag{4.19}$$

V控制体积各界面的值:

$$\begin{aligned}
A_e &= A_w = A_{I,j} = r_j - r_{j-1} \\
A_n &= A_{I,j} = r_j(\theta_{i+1} - \theta_i) \\
A_s &= A_{I,j-1} = r_{j-1}(\theta_{i+1} - \theta_i)
\end{aligned} \tag{4.20}$$

V 控制体积源项和压力项:

$$\begin{aligned}
 \int_{\Delta V} -\frac{\partial P}{\partial y} dV &= \int_{\Delta V} -gh \frac{\partial(rZ)}{r \partial r} dV = gh(Z_{I,J-1} - Z_{I,J})r_j(\theta_{i+1} - \theta_i) \\
 A_{I,j} &= r_j(\theta_{i+1} - \theta_i) \\
 b_{I,j} &= \left(-\frac{n^2 g V_r^{k+1} \sqrt{V_\theta^2 + V_r^2}}{h^{\frac{3}{2}}} - \frac{h V_\theta^2}{r} \right) \Delta V_v \\
 \Delta V_v &= (r_j - r_{j-1})r_j(\theta_{i+1} - \theta_i) \\
 V_r^{k+1} &= v_{I,j}^{k+1} \\
 V_\theta &= \frac{u_{i+1,j} + u_{i+1,j-1} + u_{i,j} + u_{i,j-1}}{4} \\
 V_r &= v_{I,j}
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

在每个迭代层次上, 用于估计上述各表达式的速度分量 u 和 v 均取上一次迭代后的数值(在首次迭代时是初始猜测值)。

4.4 流场计算的SIMPLE算法

在位置 (i, J) 处关于速度 $u_{i,J}$ 的动量方程的离散形式:

$$a_{i,J} u_{i,J} = \sum a_{nb} u_{nb} + gh(Z_{I-1,J} - Z_{I,J})A_{i,J} + b_{i,J} \tag{4.22}$$

在求和记号 $\sum a_{nb} u_{nb}$ 中所包含的 E 、 W 、 N 和 S 四个邻点为 $(i+1, J)$, $(i-1, J)$, $(i, J+1)$ 和 $(i, J-1)$ 。

在位置 (I, j) 处关于速度 $v_{I,j}$ 的动量方程的离散形式:

$$a_{I,j} v_{I,j} = \sum a_{nb} v_{nb} + gh(Z_{I,J-1} - Z_{I,J})A_{I,j} + b_{I,j} \tag{4.23}$$

在求和记号 $\sum a_{nb} v_{nb}$ 中所包含的 E 、 W 、 N 和 S 四个邻点为 $(I+1, j)$, $(I-1, j)$, $(I, j+1)$ 和 $(I, j-1)$ 。

在第二章中介绍的SIMPLE算法所涉及的压力修正方程中的压力 P ,应替换为水位 Z ,则水位修正方程的离散形式为:

$$a_P Z'_P = a_E Z'_E + a_W Z'_W + a_N Z'_N + a_S Z'_S + b \tag{4.24}$$

SIMPLE算法的计算步骤与第二章介绍过程相同。

4.5 整体程序设计

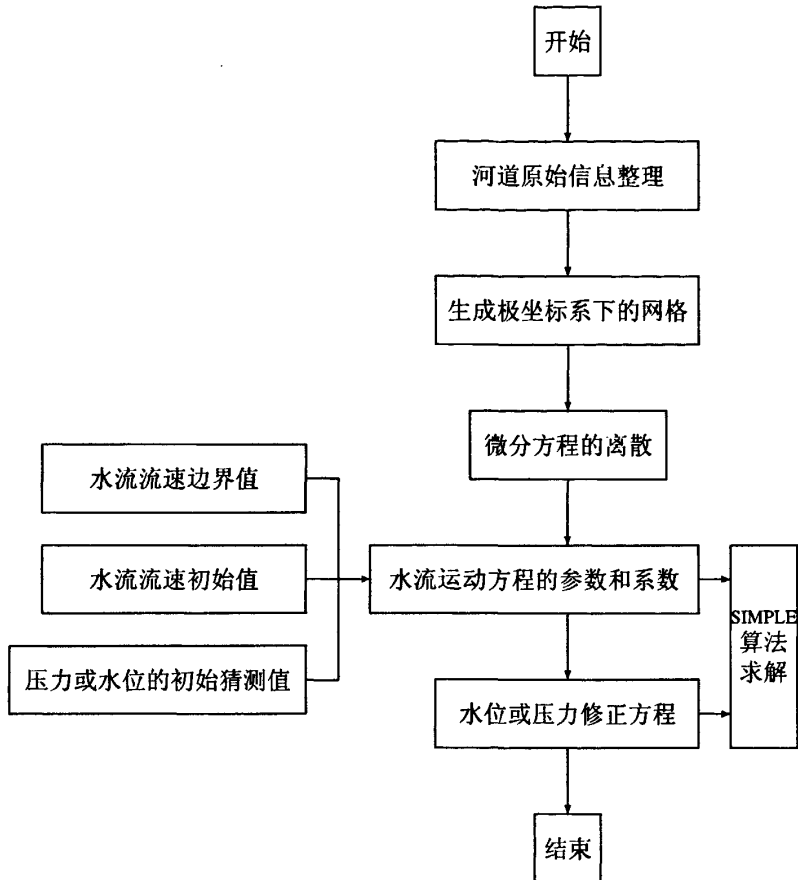


图4.4 算法流程图

u, v, Z' 的离散方程具有相同的形式，可编制同一模块程序调用其求解方程，这是使用有限体积法离散方程最大的优点之一，各方程所不同的是每个方程的系数要单独处理。

4.6 计算中相关问题处理

数值模拟结果的好坏在很大程度上取决于初始条件，边界条件和数学模型中相关系数的处理，所以在本章最后有必要讨论一下其处理方法。

4.6.1 初始条件

初始水位场可以利用计算域上、下游水位和断面间距进行插值，水深可以根据原始资料断面水深进行插值求解，断面上考虑横比降时，可用第三章中介绍的方法求解。在计算域较长时，可采用推求水面线的方法计算出域中某几个断面的水位，然后分段进行插值。^[48]对于初始速度

场可以均给定为零,即零启动。也可以根据曼宁公式计算 θ 方向的流速 V_θ :

$$V_\theta = \frac{1}{n} \left(\frac{A}{\chi} \right)^{\frac{2}{3}} J_\theta^{\frac{1}{2}} \quad (4.25)$$

或者取断面平均流速作为 V_θ 方向的初始速度场:

$$V_\theta = \frac{Q}{A} \quad (4.26)$$

上两式中, Q 为流量, A 为过水断面面积, χ 为湿周, χ 与水深 H 和河宽 B 有关, J_θ 为纵向水力坡降, V_r 方向的初始速度场为零。

4.6.2 边界条件

对于固壁边界, 常规定边界点的因变量, 或其法向梯度为零, 又或因变量之间的某种函数关系。本文对固壁处的压力场采用外推方法, 再迭代收敛后获得。对固壁处的速度采用第一类边界条件, $V_\theta = V_r = 0$; 对进口边界给定流量; 对出口边界采用充分发展假设, 即假设在出口界面的法线方向 r 上, 被求变量已充分发展, 其数学表达式为:

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \quad (4.27)$$

4.6.3 阻力问题

阻力计算是阻力系数(糙率系数及涡粘系数)的确定问题。^[49]阻力系数是反映水流条件和河床形态的综合系数, 由于影响阻力的因素很多, 精确地计算仍然有很大地困难, 目前很多阻力问题的研究只限于一维问题, 二维阻力问题的研究还很不完善。一般多用曼宁糙率系数 n 作为衡量阻力地尺度。对于一维情况根据实测资料, 利用曼宁公式反推阻力系数, 许多模型计算中, 先用这种方法粗估一个糙率, 以后在实验计算中不断修正。随着二维数学模型的发展, 人们对糙率系数提出了更高的要求。不仅要求知道沿河道的纵向的糙率, 而且需要糙率沿河宽的变化情况。由于二维糙率的影响因素更加复杂, 加之平面二维问题的水力学要素很不好测定(如比降沿河宽分布资料很少而且很难测量)。故目前处理二维糙率多从实测资料出发, 按一维方法分别计算各局部的糙率。通常有如下方法:

1、引用一维阻力的研究成果, 将一维阻力中断面平均的水利泥沙要素用垂线平均值代替, 或分区给出糙率值, 再通过验证计算逐步修正。

2、对于冲积河流, 在研究河段划分较短的条件下, 一般可把非均匀流当作均匀流处理, 假设曼宁公式适用于任一垂线及断面(水力半径可用水深代替), 所研究断面的任一垂线, 有

$$U = \frac{1}{n} h^{2/3} J^{1/2} \quad (4.28)$$

对断面, 有

$$U_0 = \frac{1}{n_0} h_0^{2/3} J_0^{1/2} \quad (4.29)$$

两式相比,得

$$\frac{n_0}{n} \left(\frac{J}{J_0}\right)^{1/2} = \frac{U}{U_0} \left(\frac{h_0}{h}\right)^{2/3} \quad (4.30)$$

式中: U 为流速; h 为水深; J 为比降; 下脚标带 '0' 的为断面平均值, 否则为垂线平均值。

令

$$f(\eta) = \frac{U}{U_0} \left(\frac{h_0}{h}\right)^{2/3} \quad (4.31)$$

带入式(4.29)得

$$n = \frac{n_0}{f(\eta)} \left(\frac{J}{J_0}\right)^{1/2} \quad (4.32)$$

上式中, $\eta = y/B$ 为相对河宽; y 为沿河宽方向自一岸起算得坐标; B 为河宽。由于水深和流速的测量较容易, 且实测资料较多, 在已知流速、水深的条件下, 分别计算各条垂线对应的 $f(\eta) = \frac{U}{U_0} \left(\frac{h_0}{h}\right)^{2/3}$, 然后点绘 $f(\eta) \sim \eta$ 关系曲线, 进而可以找出 $f(\eta)$ 的经验表达式。代入(4.32)可得沿河宽的糙率。

按照上述方法计算可得定性的结论为, 在顺直河段和弯道进口, 出口断面, 左右两岸的比降接近相等, 由于岸壁的影响, 在近岸区的糙率比中间区域的大, 在弯顶断面由于凹岸水流动量变化大, 能量损失较大, 加上凹岸水深较大, 岸壁阻力对水深影响较大, 因而在凹岸比凸岸的糙率大。

另一个重要的参数就是紊动粘性系数, 关于这方面的研究成果已有很多, 归纳起来有三大类:

1. 将 ν_t 取为常数, 其值视具体问题而定, 彼此相差很大;
2. 建立经验公式确定 ν_t 。这些公式基本形式相差不大, 都是一个速度或速度差与长度的乘积, 但系数相差很大;
3. 用紊流模型理论研究, 这里 ν_t 被概化为 $\nu_t = C_\mu K^2 / \varepsilon$, 通过求解紊流脉动动能 K 方程和紊流能量耗散 ε 方程来确定。

在二维模型中为简便起见, 很多研究者采用方法2来确定, 取 $\nu_t = \alpha h u_*$, α 为系数, h 为水深, u_* 为摩阻流速, 这种方法也称为零方程模型 (即 ν_t 的确定不用通过求解微分方程来确定)。方法3中因涉及到的一方程和两方程模型都要解微分方程而且计算量也很大, 所以在河道水流模型的计算中难以应用。

4.6.4 动边界处理

河道中的边滩和江心洲等随水位的波动边界位置也发生相应的变化。目前处理这种动边界常用的方法是水深判别法^[50]和冻结法^[51], 窄缝法^[52]、网格变形技术^[53]等。本文根据程文辉和王海船所提出的, 为了体现不同流量、边界位置的变化, 采用“冻结法”。基本思路是判断计算节点的处水深, 若水深为正, 则认为该点不露出水面, 糙率 n 取正常值; 若水深为负值, 则认为该点露出水面, 并令该点的糙率取一个接近无穷大的值, 以迫使该节点的流速趋于零, 在用连续方程计算该单元水位时, 水位“冻结”不变。但在迭代计算过程中, 当水深为零或较小时, 会出现计算机数值溢出或计算发散的问题。因此, 为了使计算不间断进行下去, 在露出水面的节点

上给一个小小的水深，这样既不会影响实际流域的流量平衡，也能保证计算的稳定性。通过这种处理，就可把动边界的计算简化成固定边界的计算。

4.7 小结

本章简要介绍了弯道水沙数值模拟的发展，建立了弯道平面二维水流数学模型的基本方程，并推导出了极坐标系下的方程（水流运动方程、水位控制方程）。在交错网格下，给出了全套方程的求解过程，采用有限体积法及一阶迎风格式对控制体进行离散，结合SIMPLE算法实现迭代求解。对计算中所涉及的关键问题，如边界压力项处理、二维糙率、紊动黏性系数、动边界处理等问题，提出了相应的解决方法。

第五章 沙坡头弯道段的数值模拟

5.1 所选弯道河段概况

沙坡头河段位于宁夏回族自治区中卫县境内的黄河干流黑山峡谷出口处至沙坡头水利枢纽主坝坝轴线处,距上游拟建的大柳树水利枢纽12.1km,距下游已建成的青铜峡水利枢纽122km。由三个连续的弯道组成,平面上呈“Ω”形。大柳树至冰沟的3km长河段为峡谷部分,断面窄,水流急,河宽仅150m~200m,河床稳定;冰沟至下河沿村10km长的河道,两岸为缓坡丘陵山地,河宽从150m逐渐放宽到400m,河床相对稳定。下河沿以上有71km长的峡谷段,峡谷内河道较窄,纵坡较陡,平均坡降0.08%以上,出峡谷河道逐渐变缓。本文模拟河段为该水库枢纽库区部分长度,即SHJ4,SH6,SH5,三个断面之间共约1480m,该段河道河宽在250m~350m范围变化。^[55]

沙坡头水利枢纽控制流域面积25.3万km²,多年平均径流量330亿m³,年平均流量为820m³/s^[56]。50年一遇洪峰流量为6550m³/s。径流主要来自黄河上游兰州以上。刘家峡,龙羊峡水库运用以后,径流特征受水库调节已经发生了根本性的变化。径流年内变化除随季节性变化外,主要受上游水库发电及兰州以下工农业生产用水和宁蒙河段防凌需要调节水库出流而变化。汛期,受刘家峡至安宁渡区间洪水的影响,常出现比较小的洪水过程。多年平均降水量为183.3mm,实测最大降水308mm,最小降水83mm。年降水量的60%集中在7~9月,冬季降水量少。

采用上游安宁渡水文站作为设计代表站,坝址处多年平均流量为1050m³/s,但从近年来下河沿水文站的实测资料看,该河段的径流量有逐年减少的趋势,从1953~1999年多年实测平均流量为952m³/s。自刘家峡水库蓄水后,1968~1985年多年实测平均流量为1030m³/s,1986~1999年龙羊峡水库下闸蓄水后,平均流量仅为798m³/s。黄河下河沿站实测各月平均流量见表5-1。

表 5-1 黄河下河沿站各月实测平均流量表 (单位: m³/s)

年份	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月	平均流量
1953~1967	311	311	382	516	887	1058	1952	1917	2315	1740	829	445	1059
1968~1985	567	509	501	693	1004	1131	1629	1614	1787	1495	819	580	1030
1953~1985	495	454	468	643	972	1111	1719	1699	1935	1563	822	542	1038
1986~1999	530	496	488	659	1025	946	1105	1137	984	835	742	602	798
1953~1999	508	649	475	649	991	1052	1499	1497	1594	1602	793	563	952
1922~1932	安宁渡站平均径流 787 m ³ /s												

从表中可以看出下河沿站1986~1999年平均流量仅占1953~1985年的77%,特别是1990年后黄河下河沿站径流处于偏枯段。坝址上游最近的安宁渡水文站最大实测流量5630m³/s(1981年),1981年后的较大洪水年份有1983年、1984年、1985年、1989年,洪峰流量分别为4080m³/s、3990m³/s、3600m³/s、3370m³/s。

5.2 弯道平面二维模型模拟结果

本文所选河段全长1480m,为典型的弯道段,弯道中心角为 125.92° 。根据弯道段特点选用在极坐标系下对计算区域进行离散,区域划分为 25×25 个网格节点,采用向后错位的交错网格布置变量,其中水位布置在标量节点,流速布置在矢量节点。计算后所得网格如图2.2b示,断面布置包括三个断面SHJ4,SH6,SH5,各断面位置见表5-2,布置如图2.2a示。选取流量为 $Q = 1745\text{m}^3/\text{s}$,入口断面面积为 $A = 1745\text{m}^2$,其他参数按第三章和第四章相关部分推求。

表 5-2 断面位置

断面编号	SHJ4Z (进口)	SH6	SH5(出口)
距坝里程 (km)	6.10	5.60	4.62

本文采用MATLAB编程语言编写程序,由于缺乏实测资料,本文将模拟结果与FLUENT软件的模拟结果作比较,进行分析。

1、弯道二维模型模拟结果

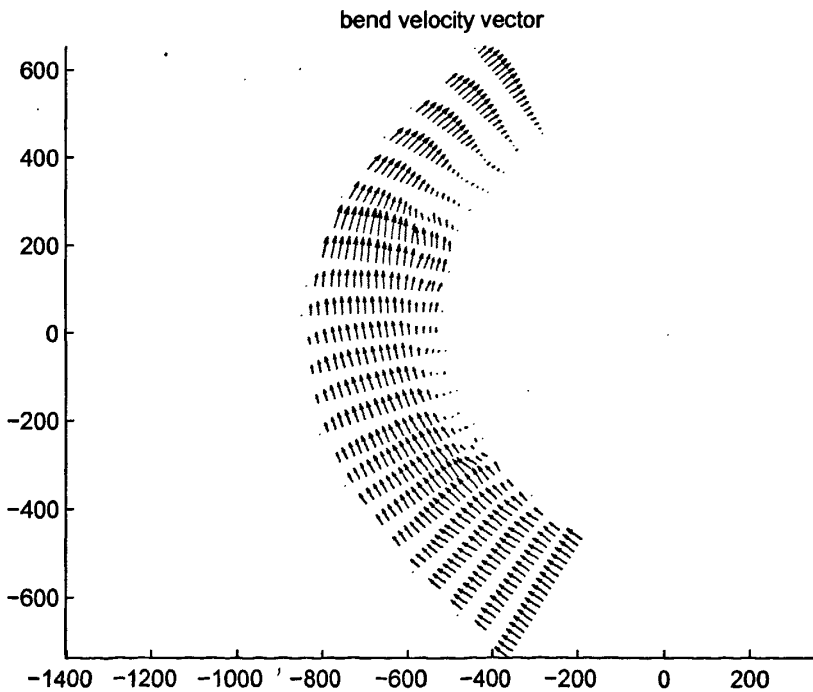


图5.1a 速度场示意图

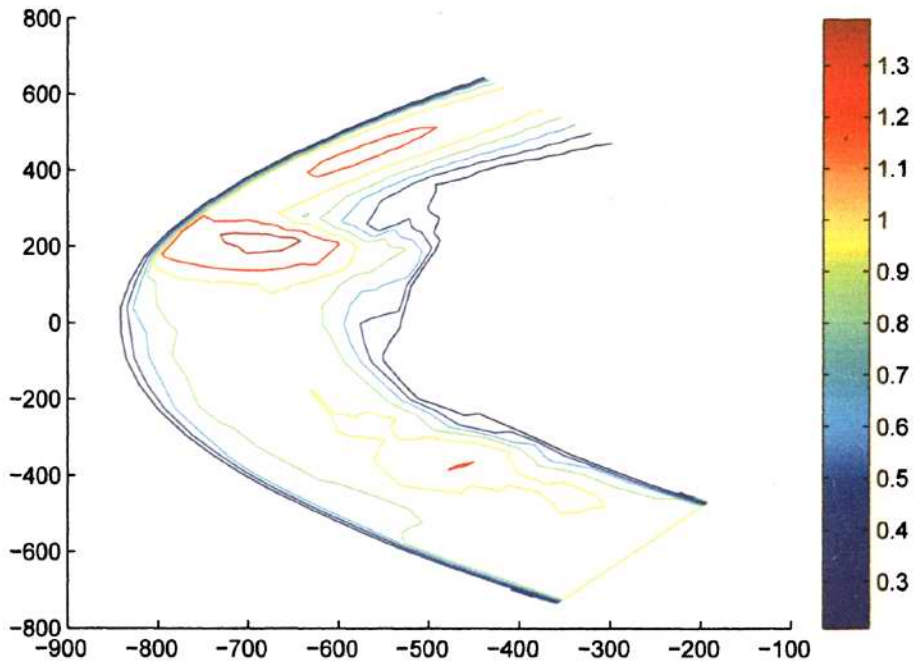


图5.1b 主流流速等高线示意图

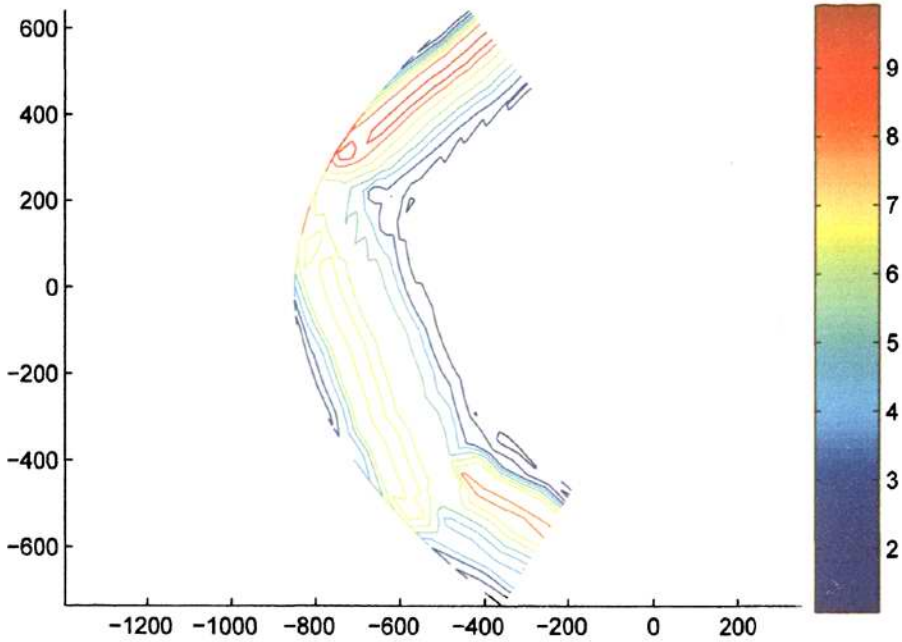


图5.1c 水深等高线示意图

从平面二维数值模拟的结果可以看出，弯道中水流运动的主流沿程变化，所谓水流的主流线是指沿程各断面最大纵向垂线平均流速所在点连线的水平投影。从图5.1a、图5.1b可以看出在弯道入口处，主流方向偏向凸岸一侧。在水流进入弯道后，由于受弯道的作用，主流逐渐向凹岸一侧转移。在弯顶以下由于受到水流运动惯性的影响，仍然靠近凹岸一侧。

5.3 FLUENT软件模拟结果

本文采用FLUENT软件进行所选弯道段的三维数值模拟，首先整理原始数据，其数据资料来自文献^[55]，其中以断面一作为代表，示意图如下图：

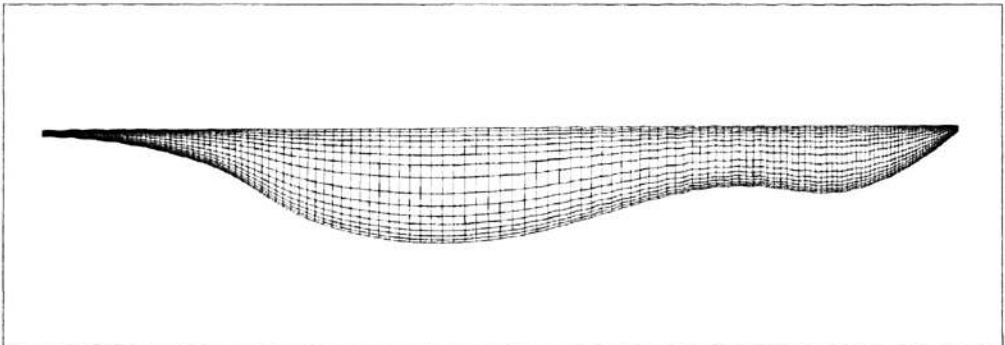


图5.2 横断面网格剖分示意图

在GAMBIT界面内画出三维模型^[57],其各断面的布置情况如下^[58]:

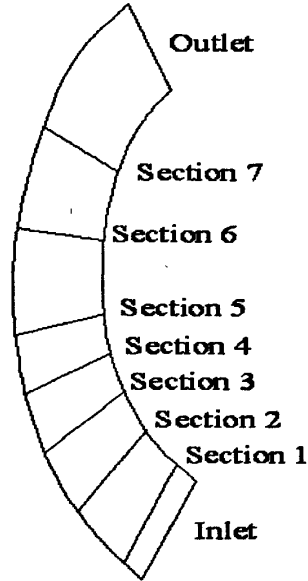


图5.2 断面位置示意图

用适体坐标法对三维网格进行剖分,区域划分为 $150 \times 166 \times 15$ 个节点,布置情况示意图如下:

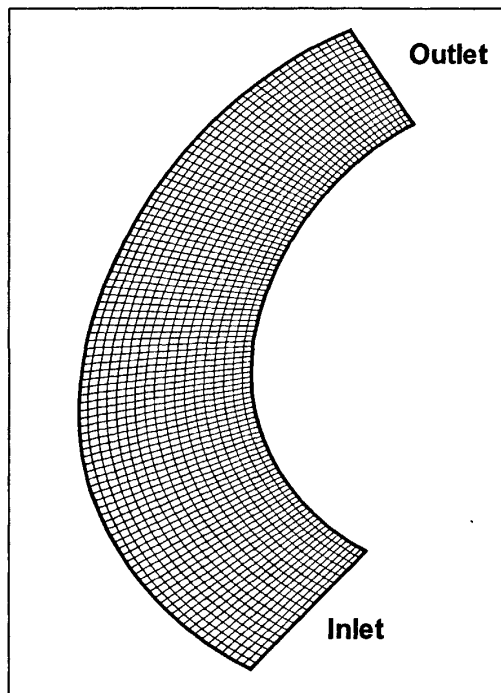


图5.2 表面网格布置示意图

所选入口断面流量为 $Q = 3630\text{m}^3/\text{s}$ ，入口断面面积为 $A = 1744.5\text{m}^2$ ，自由水面取压力值为0，首先以全入口断面为同一流速（即断面平均流速）作为初始条件，应用雷诺应力模型进行模拟，初始 $k_{in} = 0.58463$ ， $\varepsilon_{in} = 0.13336$ ， $v_{in} = 2.081\text{m/s}$ ，其它系数根据经验取值如下表5-3：

表 5-3 雷诺应力模型中的系数

c_k	c_1	c_2	c_ε	$c_{\varepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 2}$	c_T	c_{T1}	c_{T2}
0.09	2.30	0.04	0.07	1.45	1.92	0.07	3.2	0.5

当迭代计算50次后，将第一段断面的流速值和压力场赋给入口断面，使进口条件尽量趋近真实情况，重新进行模拟^[58]。模拟结果如下：

1、压力场

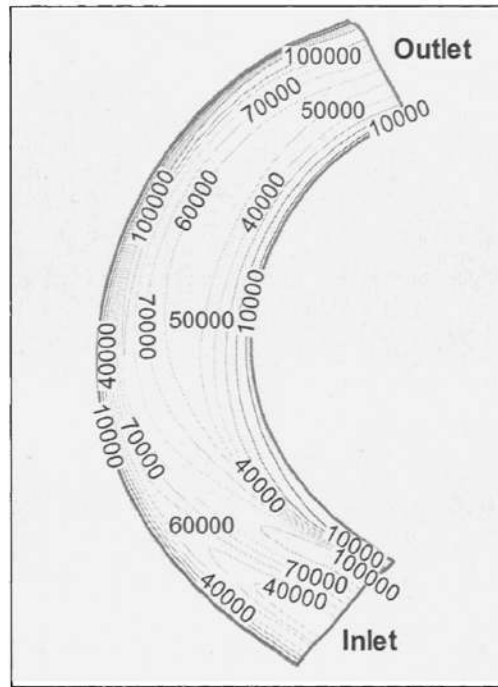


图5.3 河床表面压力场等值线图

有图5.1c和图5.3可以看出，水深越深河床表面压力相应也越大，两种模拟结果的趋势基本相符。结合图5.1a、图5.1b和图5.1c、图5.3的模拟结果可得出，压力和速度的变化关系，即流速大处压力小。与实际液体恒定总流方程有共同的特征，当不考虑冲淤变化即河床高程一定时，压力与速度的变化关系满足下式：

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_w \quad (5.1)$$

式中, Z_1, Z_2 分别为进口和出口断面的水位; P_1, P_2 分别为进口和出口断面的总压力; α_1, α_2 分别为进口和出口断面的动能修正系数通常取1; v_1, v_2 分别为进口和出口断面的平均流速。

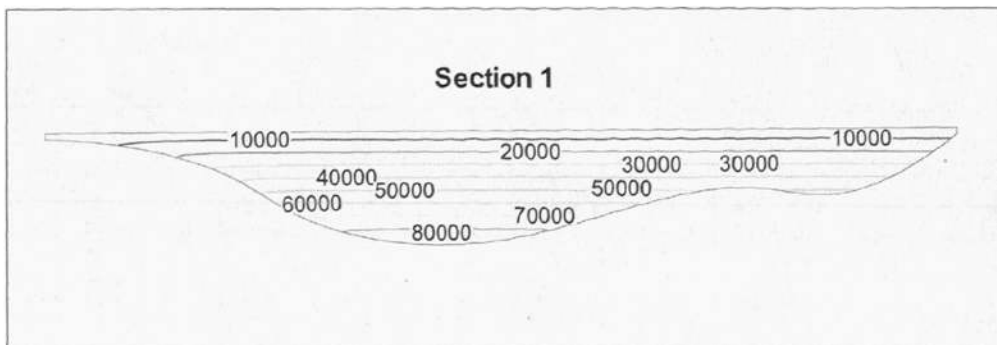


图5.4 断面1压力场等值线图

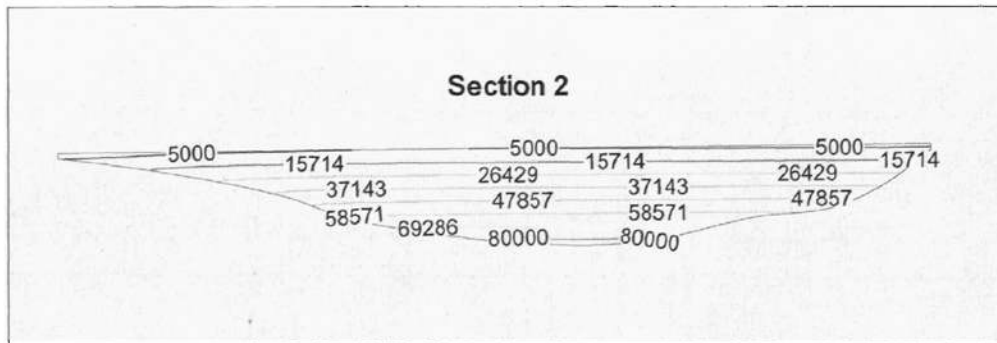


图5.5 断面2压力场等值线图

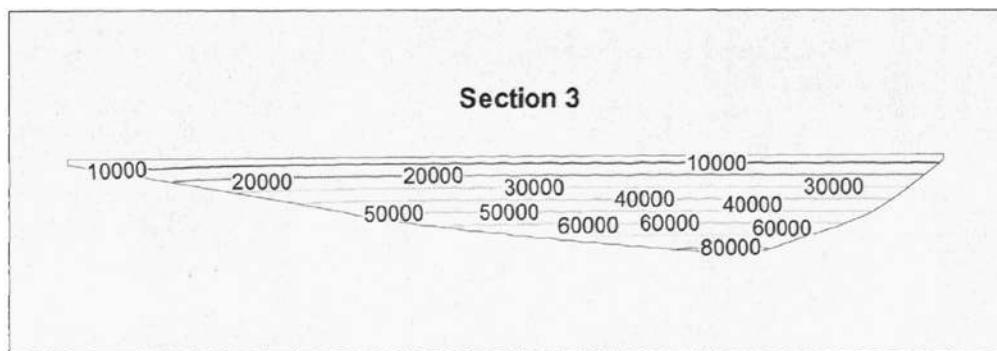


图5.6 断面3压力场等值线图

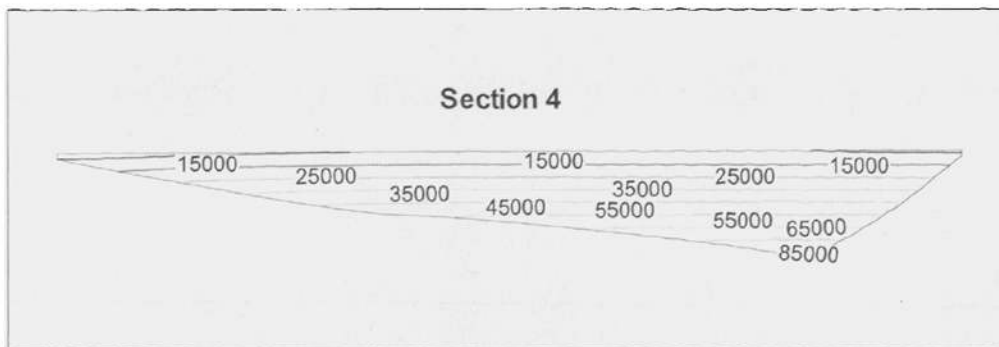


图5.7 断面4压力场等值线图

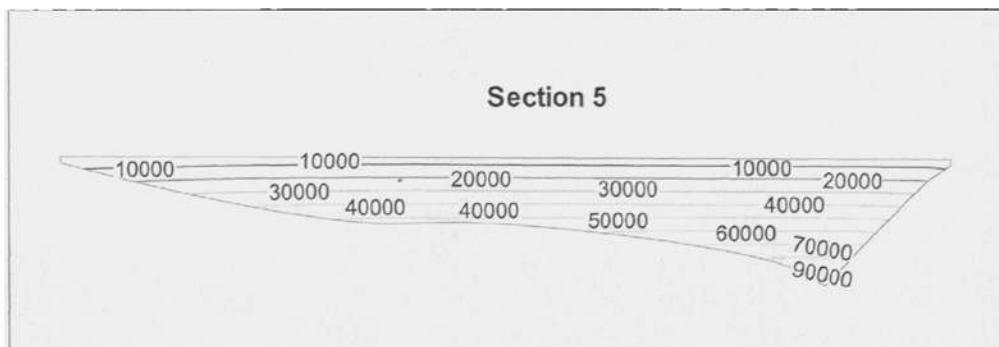


图5.8 断面5压力场等值线图

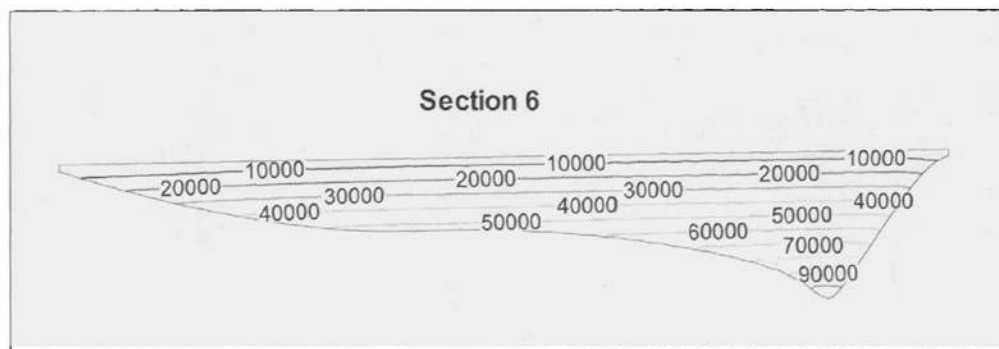


图5.9 断面6压力场等值线图

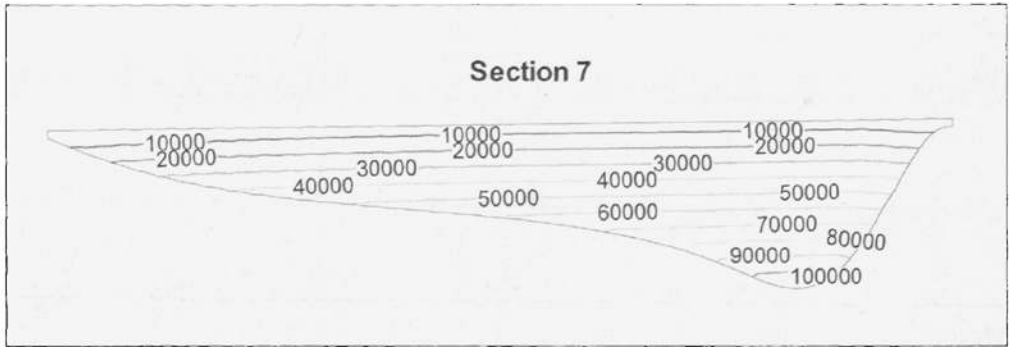


图5.10 断面7压力场等值线图

上述模拟结果中给出的是总压力值，总压力包括静水压力和动水压力。从以上模拟结果可以看出，水深越大总压力值越大，与已有的水力学理论相符。图5.3给出了床面上的压力值，从图上可以看出河床高程基本决定了其上压力值的区间，即河床高处压强小，河床低处压强较大。各断面的压力场图也证明本文所述观点，压力值与水深有相同的变化趋势。

2、流速场

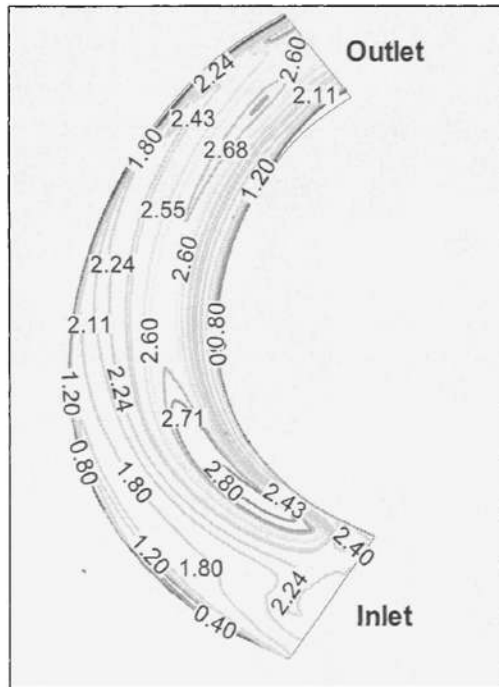


图5.11 自由表面流速大小等值线图

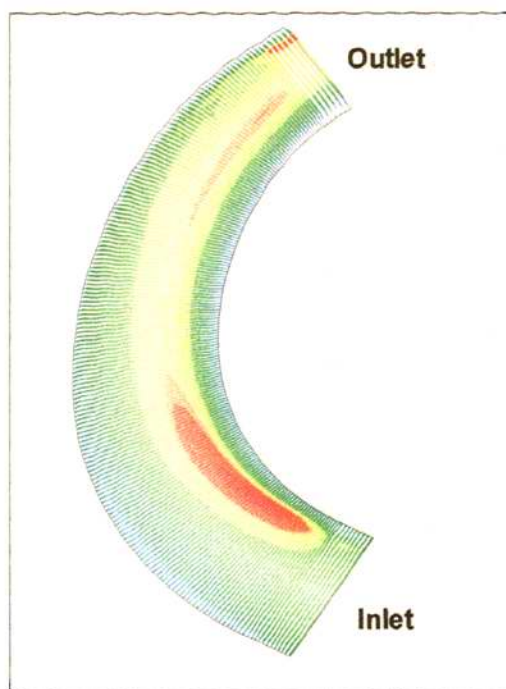


图5.12 自由表面流速矢量图

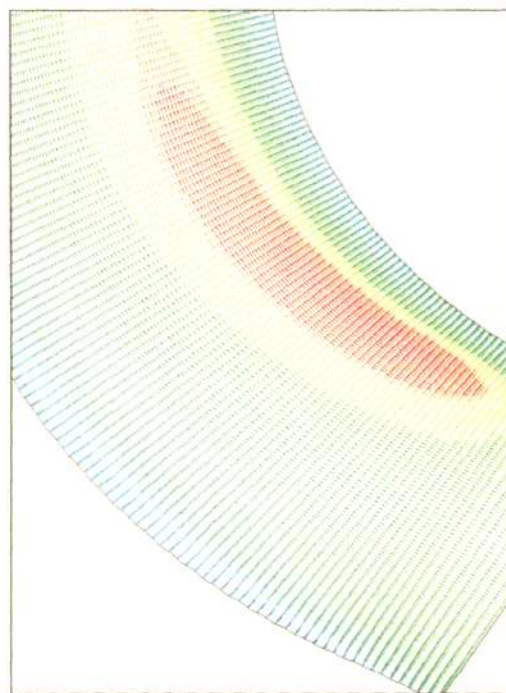


图5.12a 自由表面流速矢量进口部分放大图

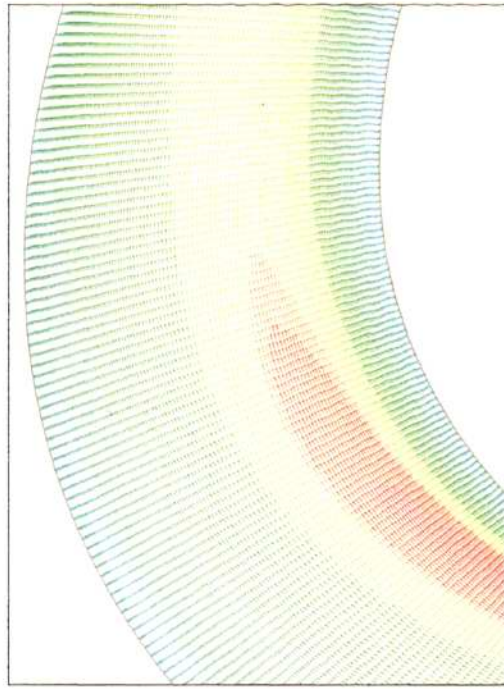


图5.12b 自由表面流速矢量中间部分放大图

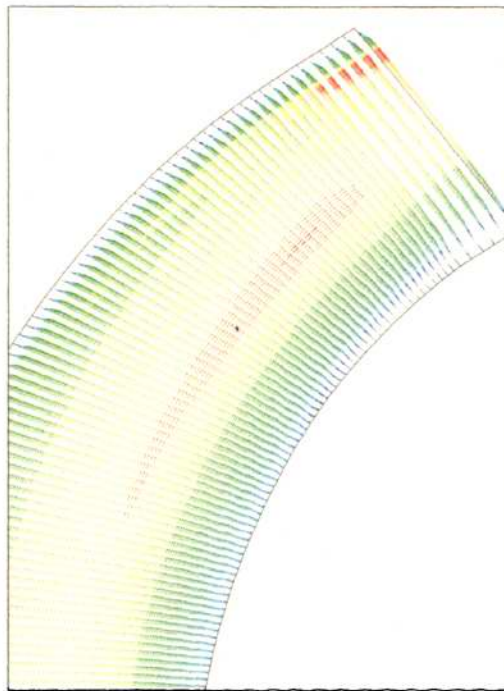


图5.12c 自由表面流速矢量出口部分放大图

从图5.11和图5.12可以总结出,在弯道入口处,主流方向偏向凸岸一侧。在水流进入弯道后,由于受弯道的作用,主流逐渐向凹岸一侧转移。在弯顶以下由于受到水流运动惯性的影响,仍然靠近凹岸一侧。这与图5.1a即二维数值模拟的结果一致,且与已有的弯道环流理论一致,证明两种模拟方法的模拟效果与实际较接近,可以进行流速场的数值模拟。

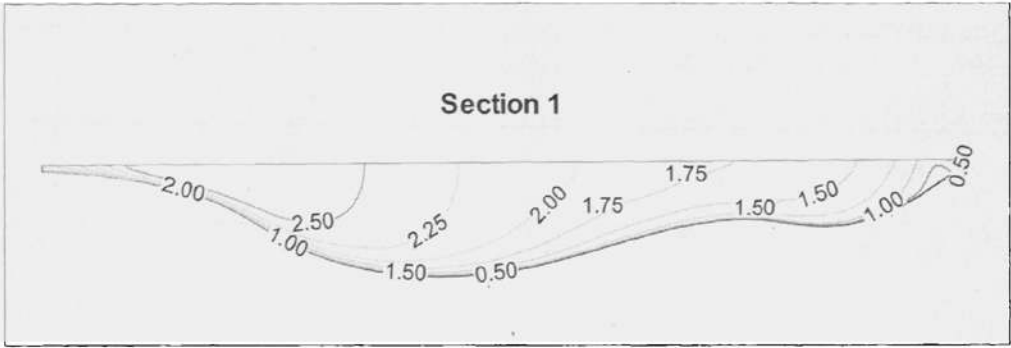


图5.13 断面1的主流流速等值线图

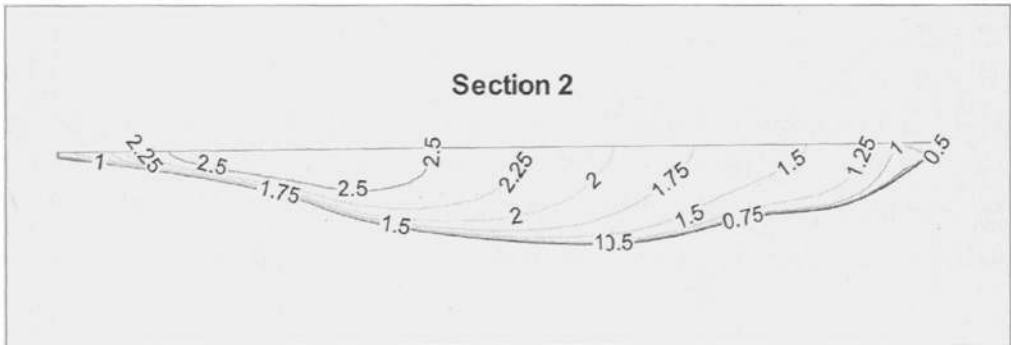


图5.14 断面2的主流流速等值线图

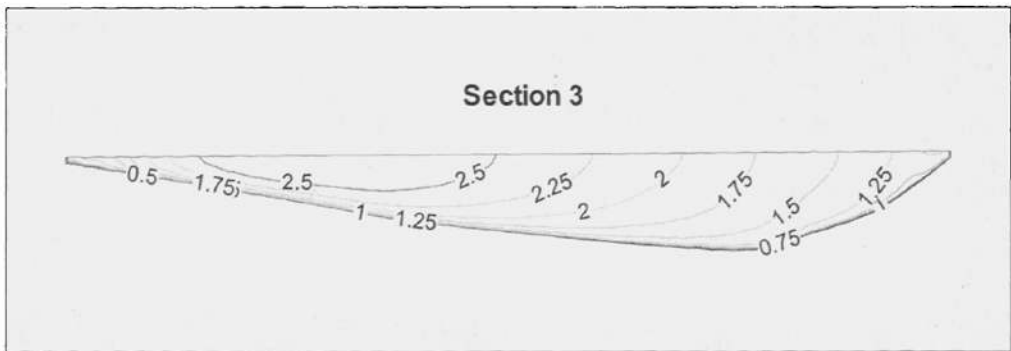


图5.15 断面3的主流流速等值线图

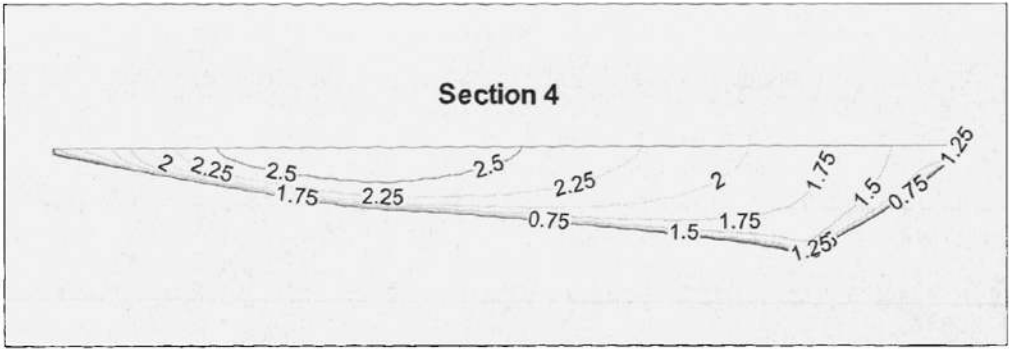


图5.16 断面4的主流流速等值线图

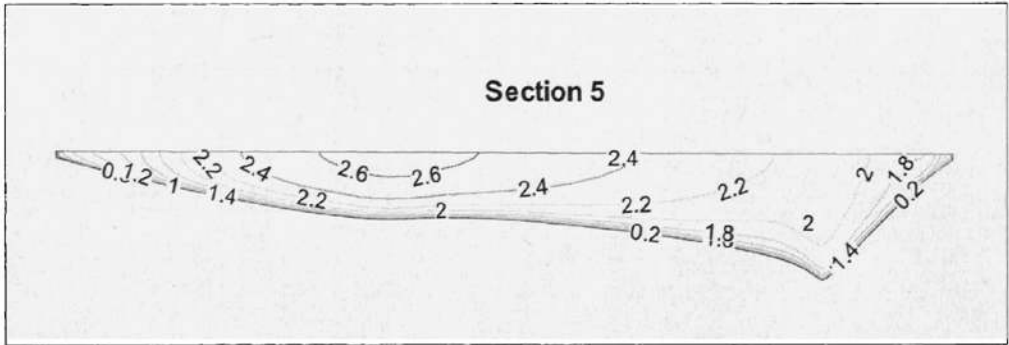


图5.17 断面5的主流流速等值线图

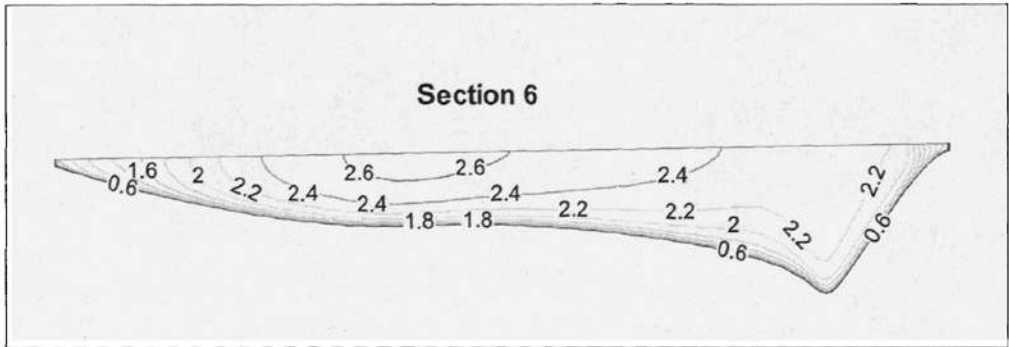


图5.18 断面6的主流流速等值线图

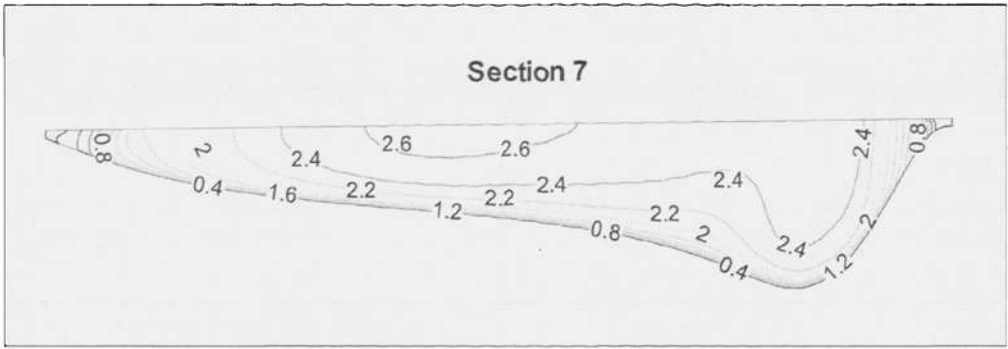


图5.19 断面7的主流流速等值线图

从图5.13至图5.19能明显的反映出，由图5.1a、图5.11和图5.12所总结的主流流线的变化规律，主流的这一变化规律也反映出水流对河床边界的作用，即底部泥沙冲刷后将沿主流运动，产生沿程落淤。

3、弯道横向环流

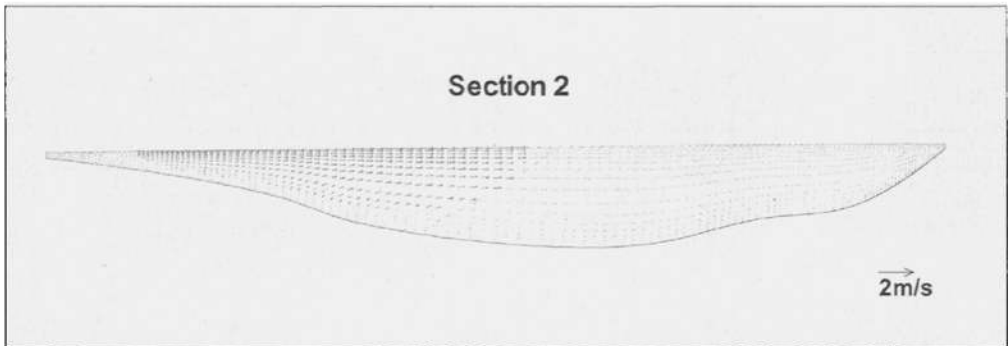


图5.20 断面2Y, Z两方向流速矢量图

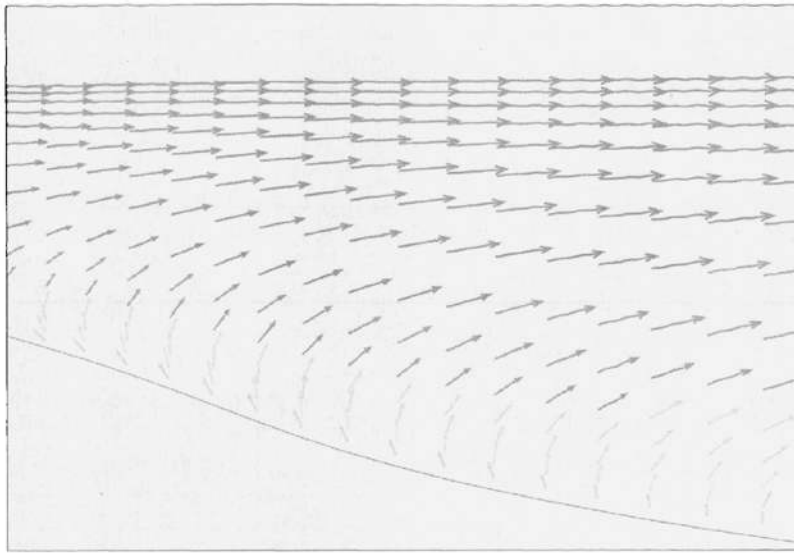


图5.21 断面2产生的弯道环流

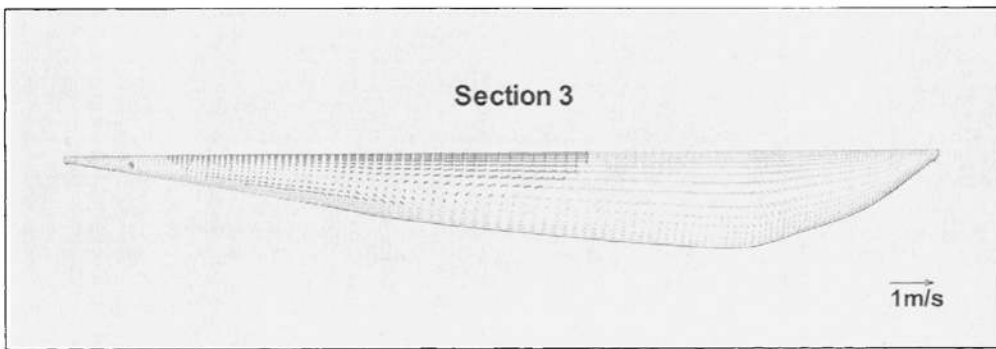


图5.22 断面3Y, Z两方向流速矢量图

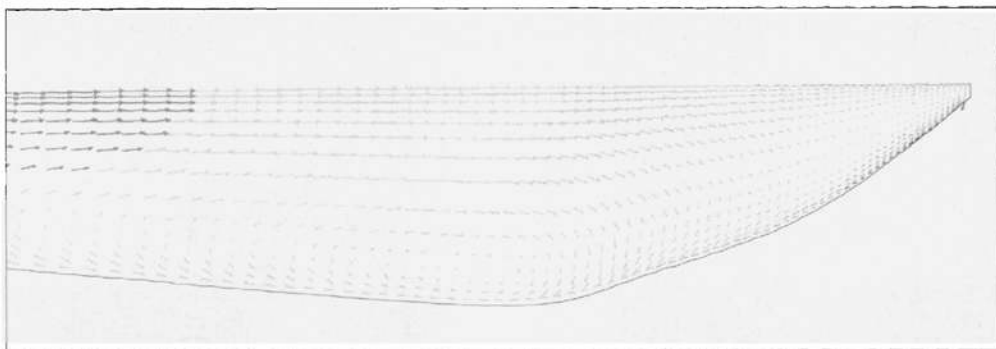


图5.23 断面3产生的弯道环流

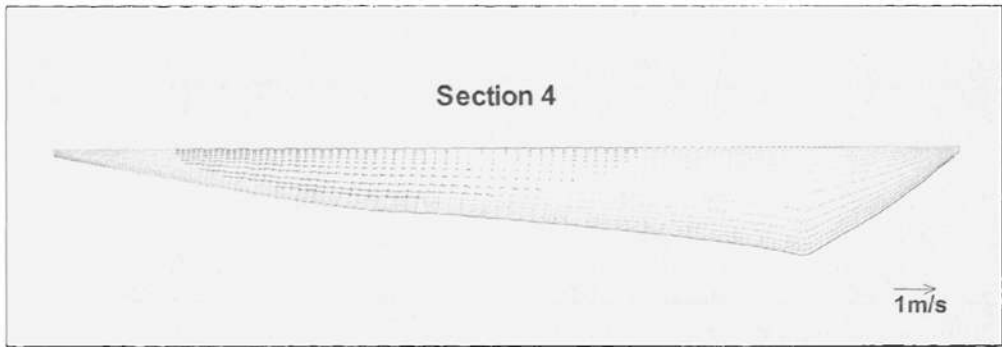


图5.24 断面4Y,Z两方向流速矢量图

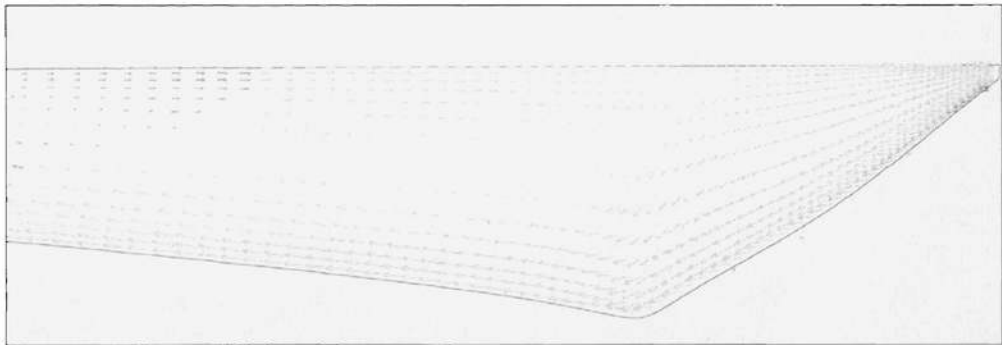


图5.25 断面4产生的弯道环流

弯道横向环流是水流运动的一种特殊形式，只有在弯道中才会产生。在弯道中，垂向流速与横向流速都远小于纵向流速，一般纵向流速比其它两个方向流速大两个数量级。因此在实测数据和实验数据中，对环流结构都很难确定。但环流是引起弯道底部泥沙输移的主要原因之一，所以对环流结构的研究很有必要。

从图5.20、图5.22、图5.24可以反映出弯道环流的结构特性，即表面上水流从凸岸流向凹岸，底面则从凹岸流向凸岸，形成弯道环流。表面流动到达凹岸，由于岸壁的阻碍，将改变流向沿岸壁向底部流动，使凹岸受到冲刷进而形成深槽或捺沟。当水流到达底部时将受到河床的阻碍，其方向将发生变化，沿河床向凸岸运动，将水流底部及河床上的泥沙带向凸岸，并在凸岸沉降，形成淤积现象进而形成浅滩。图5.21、图5.23、图5.25分别为断面2、3、4弯道环流明显部位的放大图，三幅图中可明显看出在弯道中产生的环流。

依据流体力学，水面负比降（即压力沿程增加）是流速脱离边壁产生水流分离流动的必要条件。一般极可能在进口凹岸和出口凸岸出现水面负比降，因此在上述两处可能出现弯道分离流，且出口凸岸更易出现分离流。然而，分离流的出现还取决于水深和岸壁等因素，水深越大，岸边越平缓，岸边对水流的摩阻越大，水流挤压导致分离的可能性越大。所以在小水深和陡岸壁情况下水流连续运动，不出现分离流动也可能。本文模拟结果中，没有明显的分离流现象，关于分离流的模拟还需要以后更深入的研究。

5.4 小结

本章对沙坡头河段的地理及水文状况进行了整理，并根据前三章所述内容建立了极坐标系下的弯道平面二维水流数学模型对所选弯道河段进行了流速场的数值模拟。并运用FLUENT软件建立所选弯道河段的三维数学模型，应用雷诺应力方程对其进行了流速场及压力场的模拟。最后对数值模拟的结果进行了分析，将二维编程计算的结果与三维模拟结果进行比较，总结出弯道中水流各运动特性包括弯道主流线、弯道压力场、弯道环流的特点，并根据其水流的运动特点推出了水流中泥沙的运动方式。从模拟结果中总结的结论与已知的弯道水流理论基本相符，证明了数值模拟结果的可信度。

第六章 结论及展望

6.1 结论

天然河道是由一系列的直道段和弯道段组成的,对于直道段理论的研究已经很成熟、细致,而对弯道段基础理论的研究仍然不是很深入。对于弯道段的研究目前主要还是以概化模型研究为主,与实验室的实测资料相比较居多。本文在总结前人的研究成果的基础上,选取天然河道的一部分进行了数值模拟,由于缺乏实测资料,所以将两种模拟结果进行比较,进而总结弯道水流的基本特性,且与已有基本研究成果基本吻合。总结全文,已完成如下工作:1、本文在总结现有弯道水流数学模型的研究成果基础上,建立了弯道平面二维水流数学模型,并将模型应用于实际工程黄河沙坡头典型弯道段,针对该河段的特点在极坐标系下划分网格,并在此网格下对模型方程进行离散计算,求得平面二维流速场及水位场。

2、运用FLUENT软件对同一河段进行三维数值模拟。在GAMBIT中,建立三维图形,并进行网格剖分;在FLUENT中采用雷诺应力方程进行仿真数值模拟,在TECPLOT中对FLUENT的计算数据进行编辑,生成图形文件。

3、将二维弯道水流数值模拟结果与在FLUENT软件中进行的三维数值模拟结果进行对比、分析,结果表明该两种方法能很好的模拟弯道水流的运动特性。

6.2 展望

在论文闭卷之际,回顾做论文的过程,由于时间的限制尚有待完善之处,限于本文作者水平,文中有很多不足之处及较多问题有待进一步研究:

1、本模型采用在极坐标系下划分网格,这对相对规则的弯道是可取的,但是对于形状不规则弯道、连续弯道或弯道直道交替出现的天然河流适应性较差,应将此模型推广到适体坐标系下进行模拟。

2、本文中糙率,紊动粘性系数,湍动能,湍流耗散率和雷诺应力方程中涉及的系数是依照经验公式或已有的资料估计的,对他们的确定还需要进一步的研究。

3、本文未能实现对弯道水流分离流形态的模拟,及对分离流的形成机理进行研究,使数学模型更好的反应分离流的特性。

4、本文仅对弯道水流的特性进行了模拟,未进行对弯道段泥沙输移的模拟。对天然河道弯道段的泥沙运移模拟涉及的问题复杂,若实现对其的模拟,可以更好的说明弯道水流的特性。

5、由于弯道水流实测资料的欠缺,使计算结果不能与其进行比较。对于实测资料的建立需要长时间的积累,因此这部分是将来要解决的重要问题。

文中的错误与疏漏之处在所难免,恳请各位专家、学者批评指正。

致 谢

在宁夏的三年马上就要过去了，有很多事情还没来得急做，却已经该告别了。舍不得西北这方阔土，更舍不得这里的良师益友，对这些我充满了留恋与感谢。

首先感谢我的导师李春光教授。本论文是在李老师的悉心指导和帮助下完成的。从论文的选题到最终成文都凝结着老师的辛劳。在三年的时间里，李老师知识渊博、诲人不倦、工作干练、待人真诚都使我终生受益。在此时此刻，向他表示崇高的敬意和衷心的感谢。

感谢景何仿老师，景老师严谨的治学态度、渊博的学科知识、和蔼可亲的待人态度都使我受益匪浅。在本文的研究和编程过程中，得到了景老师的悉心指导和帮助，在此表示衷心的感谢。

感谢周炳伟老师和我的师姐们在生活中和学习上对我的帮助，感谢所有帮助过我的老师，我的每一次成长都离不开你们的帮助。

感谢我的好友马宁、黄海燕、祁继红、雷伟丽，有你们我的这段生活才充满快乐。

感谢我的师兄杨录峰，师弟杨程、刘圣琬、田懋，师妹王发利、张玉环、李丽芳在这段时间中的支持和帮助。

感谢我的朋友和同学们。我们携手共同走过了人生中最重要的一年，共同分享其中的酸甜苦辣、喜怒哀乐，我会永远珍惜这份可贵的情谊。

感谢我的父母，是你们辛苦把我养育成人，没有你们的支持就没有今天的我。感谢我的小弟，是你让我有了坚强的动力，加油小弟。

最后感谢审阅本论文的各位专家和老师，感谢您在百忙中给予指导。

参考文献

- [1] 刘庆华、李道霞.弯道水流浅析.天中学刊, 1998, 10.
- [2] 陆永军, 航道工程泥沙数学模型研究与应用: [博士学位论文].南京: 河海大学, 1998.
- [3] Jansen P.Ph.etal., Principles of river engineering, Pitmen, 1979.
- [4] 汤利群、陈界仁、陈国祥等.白沙水库一维泥沙数学模型及电厂取水方案计算.河海大学学报, 1998, Vol.26, No.5.
- [5] 夏白强, 彭海鹰, 庄雪菲.一维不稳定流模型在长江下游河段的应用.河海大学学报, 1995, Vol.23, No.3.
- [6] 伍宁.一维圣维南方程组在非恒定流计算中的应用.人民长江, 2001, Vol.32, No.11.
- [7] 谢作涛, 张小峰, 谈广鸣等.一维洪水演进数学模型研究及应用.武汉大学学报, 2005, Vol.38, No.1.
- [8] 耿艳芬, 网志力, 金生.河网洪水预报径向基函数人工神经网络方法.大连理工大学学报, 2006, Vol.46, No.2.
- [9] Lien H C,Hsieh,T Y,Yang J C,Yeh K C.Bend-flow Simulation using 2D depth-averaged model.J.Hydr.Engrg.,ASCE,1999,125(10).
- [10] Yee K C,Kennedy J F.Moment model of nonuniform channel-bend flow.Fixed beds.J.Hydr.Engrg.,ASCE,1993,119(7).
- [11] 陈阳.弯道水流三维数值模拟.水道港口, 1991, 4.
- [12] 王平义, 方铎.弯道水流的三维解法.水利学报, 1994, 2.
- [13] Ellis.J.,Pender.G.Chute spillway design calculation.Proc.Inst.Civ.Engrs.,73(2).
- [14] Roger,Willi H.Hager.Supercritical bend flow.Journal of Hydraulic Engineering ASCE,123(3).
- [15] 王福军.计算流体力学分析—CFD软件原理与应用.北京: 清华大学出版社, 2004, 9.
- [16] B.E.Lauder, D.B.Spalding.Lectures in Mathematical Models of Turbulence.Academic Press, London, 1972.
- [17] 陈景仁.湍流模型及有限分析法.上海交通大学出版社.
- [18] 陶文铨.数值传热学(第2版).西安: 西安交通大学出版社, 2001, 5: 376~383.
- [19] 范生雄.弯道缓流的分析及应用.东北水利水电, 2005, 5.
- [20] 陶文铨.数值传热学(第2版).西安: 西安交通大学出版社, 2001, 5: 432~435.
- [21] 沙捞,巴里, 陈界仁, 陈国祥.河床演变计算中二维网格生成.河海大学学报, 1999, 5.
- [22] Hoffman K A.Computational fluid dynamics for engineers.Texas:Engineering Education Systems,1989,24.
- [23] 王福军.计算流体力学分析—CFD软件原理与应用.北京: 清华大学出版社, 2004, 9: 52~54.
- [24] Suhas V.Patankar.Numerical Heat Transfer and Fluid Flow(张政译).McGraw-Hill, 1980: 132~151.
- [25] H.K.Versteeg and Malalasekera.An Introduction to Computational Fluid Dynamics-The Finit Volume Method.1995: 156~167.
- [26] Yang Chi-Ted,J.Stall.Unit Stream Power in Dynamic Stream Systems.FluvialGeomorpholgy.New York:M.Morisawa.State University,1996,N0.422.
- [27] 钱宁, 张仁, 周志德.河床演变学.科学出版社.1987,4: 8.
- [28] 王伟, 许唯临, 蔡金德.弯道水沙运动理论及应用.成都: 成都科技大学出版社, 1994, 7: 23,432~435.
- [29] 张瑞瑾.河流泥沙动力学.北京: 中国水利水电出版社.1998, 5: 11.
- [30] 宋东辉, 徐晶.有弯道渠道(河流)水面线计算方法.广东水利水电, 2005, 6.

- [31] 李炜, 徐孝平.水力学.武汉:武汉水利电力大学出版社.2000, 6.
- [32] 高峰, 冯新权, 侯新民.弯道水流横向水位差计算方法的探讨.济南大学学报, 2005,6.
- [33] 张红武, 吕昕.弯道水力学.北京:水利电力出版社.1993,12:53~61.
- [34] 张玉萍.弯道水力学研究现状分析.武汉水利电力大学学报, 2000, 10.
- [35] 谢鉴衡, 丁君松, 王运辉.河床演变及整治.北京:水利电力出版社.1993,10:65~77.
- [36] 孙东坡, 朱岐武, 张耀先, 张晓松.弯道环流流速与泥沙横向输移研究.水力学进展.2006, 1.
- [37] 宋志尧.计算弯道环流的通用公式.泥沙研究.2003, 8.
- [38] 方春明.考虑弯道环流影响的平面二维水流泥沙数学模型.中国水利水电科学研究院学报, 2003, 12.
- [39] 余明辉, 吴腾, 杨国录.剖面二维水沙数学模型及初步应用.水力发电学报, 2006, 8.
- [40] 魏炳乾, 孙小军, 宁利中, 早川博, 张新庆.缓变弯道河道冲刷试验研究.水力发电学报, 2007, 4.
- [41] 刘玉琴, 刘哲.弯道水流数值模拟研究.应用力学学报, 2007, 6.
- [42] 马雅琴.多重网格法求解原始变量形式的Navier-Stokes方程.苏州大学学报, 2002, 10.
- [43] 王双明, 杨红, 潘光在.连续急流弯道水流泥沙的数值模拟.泥沙研究,2002,12.
- [44] 李治勤, 田淳, 高恩恩, 孙建生.连续弯道急流的数值模拟.太原理工大学学报, 1999, 11.
- [45] 王平义, 方铎, 菜金德, 吴持恭.弯道水流的三维解法.水利学报, 1994, 2.
- [46] 董耀华.弯道水流的基本特性及数值模拟.长江科学院院报, 1996, 3.
- [47] 郭维东, 周阳, 张云清, 王立群, 赵百良.丁坝对弯道水流影响的分析.沈阳农业大学学报, 2006, 8.
- [48] 王君超.黄河宁夏沙坡头河段二维泥沙运移数值模拟: [硕士学位论文].银川: 宁夏大学, 2007.
- [49] 王兰香.同位网格中的SIMPLE算法研究及其在水沙运动数值模拟中的应用: [硕士学位论文].银川: 西北第二民族学院, 2007.
- [50] 魏文礼, 金忠青.复杂边界河道流速场的数值模拟.水利学报, 1994, (11): 26~30.
- [51] 程文辉, 王船海.用正交曲线网格及“冻结”法计算河道流速场.水利学报, 1988, (6): 16~25.
- [52] 何少苓, 王连祥.窄缝法在二维边界变动水域计算中的应用.水利学报, 1986, 12: 11~19.
- [53] Akanbi A A,Katopodes N D. Model for flood propagation on initially dry land.J Hydr Eng, ASCE, 1987, 114 (15): 689~706.
- [54] 黄河沙坡头水利枢纽全沙动床整体模型实验研究阶段成果.南京水利科学研究院水工研究所.2001, 3.
- [55] 沙坡头水库2004年汛后淤积测验成果及简要分析报告.黄河水利委员会宁蒙水文资源局、包头黄河水文水资源科技咨询有限公司.2004, 12.
- [56] 黄河沙坡头水利枢纽施工导流截流模型试验研究.宁夏沙坡头水利枢纽有限责任公司、南京水利科学研究院、水利部天津水利水电勘测设计研究院.2000.
- [57] 韩占忠, 王敬, 兰小平.FLUENT流体工程仿真计算实例与应用.北京: 北京理工大学出版社.2005,3.
- [58] 王瑞金, 张凯, 王刚.Flulent技术基础与应用实例.北京: 清华大学出版社.2007,2.

附录

```

%*****
%SIMPLE算法程序
%*****
%function SIMPLE(xl,y1,dx,dy) %改进后
%%设置求解区域x方向宽度30, y宽度3.0 xl=30; y1=3
%设置划分的网格点数 l=62;m=17;
% 网格化分
% [xu,yv]=user_generate_velcocity_grid(xl,y1,l,m);
% [x,y]=user_generate_grid(xu,yv);
%xl=30;y1=3;dx=0.5,dy=0.2;

%进行亚松弛处理
XL=30;YL=3;L=1; dx=1.0;dy=0.4; Re=50; alphp=0.8; alphu=0.5;
alphv=0.5; N=round(XL/dx)+2; M=round(YL/dy)+2; k=round(L/dy)+1;
gam=1/(Re)*ones(M,N); rho=ones(M,N); u0=0.6;
% 初始条件
u=0.6*ones(M,N); v=zeros(M,N); P=ones(M,N); x=zeros(N,1);
y=zeros(M,1); xu=zeros(N,1); yv=zeros(M,1);
xu(2)=0; %第二个主控制容积在x方向的w界面位置, 即速度u(i,j)所在位置的x坐标=0
for i=3:N
    xu(i)=xu(i-1)+dx; %网格在x方向是均匀, 所以第三列~第N-1列控制容积的w面简单以dx递增
end xu(N)=XL; yv(2)=0; for i=3:M
    yv(i)=yv(i-1)+dy;
end yv(M)=YL;
x(1)=xu(2);x(N)=xu(N); y(1)=yv(2);y(M)=yv(M); for
i=2:N-1
    x(i)=(xu(i)+xu(i+1))/2;
end for j=2:M-1
    y(j)=(yv(j)+yv(j+1))/2;
end
[XU,YV]=meshgrid(xu,yv); [X,Y]=meshgrid(x,y);
%plot(XU,YV);
%axis equal
%hold on
%plot(XU',YV');
%plot(X,Y,'.');
% 进口边界条件
y0=dy/2:dy:L; u(2:k,2)=u0*(ones(k-1,1)-(y0'/L).^2); u(k+1:M-1,2)=0;
v(1:M,1)=0;
% 出口边界条件
u(:,N)=u(:,N-1); v(:,N)=v(:,N-1);
% 壁面边界条件
u(M,:)=0; v(M,:)=0; v(2,:)=0;

```

```

for number=1:4
    % 生成u方向系数
    aw=zeros(M,N);
    ae=zeros(M,N);
    an=zeros(M,N);
    as=zeros(M,N);
    ap=zeros(M,N);
    Dw=zeros(M,N);
    De=zeros(M,N);
    Ds=zeros(M,N);
    Dn=zeros(M,N);
    %%%%求解 Fs,Ds,Fn,Dn
    for J=2:M-1
        if J==2
            Fs(J,3:N-1)=(v(J,3:N-1)+v(J,2:N-2))/2*dx;
            Ds(J,3:N-1)=(gam(1,3:N-1)+gam(1,2:N-2))/2*dx/(dy/2);
        else if J==M-1
            Fn(J,3:N-1)=(v(M,3:N-1)+v(M,2:N-2))/2*dx;
            Dn(J,3:N-1)=(gam(M,3:N-1)+gam(M,2:N-2))/2*dx/(dy/2);
        end
        Fs(J,3:N-1)=(v(J,3:N-1)+v(J,2:N-2))/2*dx;
        Fn(J-1,3:N-1)=Fs(J,3:N-1);
        Ds(J,3:N-1)=(gam(J,3:N-1)+gam(J-1,3:N-1)+gam(J,2:N-2)+gam(J-1,2:N-2))/4*dx/dy;
        Dn(J-1,3:N-1)=Dn(J,3:N-1);
    end
end
as(2:M-1,3:N-1)=Ds(2:M-1,3:N-1)+Fs(2:M-1,3:N-1)/2;
an(2:M-1,3:N-1)=Dn(2:M-1,3:N-1)-Fn(2:M-1,3:N-1)/2;
ap(2:M-1,3:N-1)=ap(2:M-1,3:N-1)+as(2:M-1,3:N-1)
+an(2:M-1,3:N-1)+Fn(2:M-1,3:N-1)-Fs(2:M-1,3:N-1);
for i=3:N-1
    if i==3
        Fw(2:M-1,i)=(u(2:M-1,i)+u(2:M-1,i-1))/2*dy;
        Dw(2:k,i)=gam(2:k,i-1)*dy/dx;
    else if i==N-1
        Fe(2:M-1,i)=(u(2:M-1,i)+u(2:M-1,i+1))/2*dy;
        De(2:M-1,i)=gam(2:M-1,i)*dy/dx;
    end
    Fw(2:M-1,i)=(u(2:M-1,i)+u(2:M-1,i-1))/2*dy;
    Dw(2:M-1,i)=gam(2:M-1,i-1)*dy/dx;
    Fe(2:M-1,i-1)=Fw(2:M-1,i);
    De(2:M-1,i-1)=Dw(2:M-1,i);
end
end
aw(2:M-1,3:N-1)=Dw(2:M-1,3:N-1)+max(Fw(2:M-1,3:N-1),0);
ae(2:M-1,3:N-1)=De(2:M-1,3:N-1)+max(-Fe(2:M-1,3:N-1),0);
ap(2:M-1,3:N-1)=ap(2:M-1,3:N-1)+ae(2:M-1,3:N-1)+

```

```

aw(2:M-1,3:N-1)+Fe(2:M-1,3:N-1)-Fw(2:M-1,3:N-1);
%ap(2:M-1,3:N-1)=ap(2:M-1,3:N-1)/alphu;
for i=3:N-1
    for J=2:M-1
        du(J,i)=dy/ap(J,i);
    end
end
% 解u方向的动量方程
Su=zeros(M,N);
for i=3:N-1
    if i==3||i==N-1
        Su(2:M-1,i)=(P(2:M-1,i-1)-P(2:M-1,i))*dy;%+((1-arfaU)/arfaU)*aPu(J,i)*u(J,i);
    else
        Su(2:M-1,i)=(P(2:M-1,i-1)-P(2:M-1,i))*dy;
    end
    % Su(2:M-1,i)=Su(2:M-1,i)+(1-alphu)*ap(2:M-1,i).*u(2:M-1,i);
end
A=zeros(M,1);
C=zeros(M,1);
u1=u; % 此处u是上一轮迭代后的速度
flowin=0; % 流场入口质量流量
for J=2:M-1
    flowin=flowin+u(J,2)*dy;
end
for t=1:4
    u0=u1;
    for i=3:N-1
        for J=2:M-1
            bu(J,i)=Su(J,i)+aw(J,i)*u1(J,i-1)+ae(J,i)*u1(J,i+1);
        end
        for J=1:M
            if J==1||J==M
                A(J)=0;
                C(J)=u1(J,i);
            else
                A(J)=an(J,i)/(ap(J,i)-as(J,i)*A(J-1));
                C(J)=(as(J,i)*C(J-1)+bu(J,i))/(ap(J,i)-as(J,i)*A(J-1));
            end
        end
    end
    u1(M,i)=C(M);
    for J=M-1:-1:2
        u1(J,i)=u1(J+1,i)*A(J)+C(J);
    end
end
flowout=0;
for J=2:M-1
    flowout=flowout+u1(J,N-1)*dy;
end

```



```

end
u1(2:M-1,N)=u1(2:M-1,N-1);%*flowin/flowout;
qq=norm(u1-u0);
end
u=u1;
% 生成v方向系数
aw=zeros(M,N);
ae=zeros(M,N);
an=zeros(M,N);
as=zeros(M,N);
ap=zeros(M,N);
Ds=zeros(M,N);
Dw=zeros(M,N);
Dn=zeros(M,N);
De=zeros(M,N);
Fw=zeros(M,N);
Fe=zeros(M,N);
Fs=zeros(M,N);
Fn=zeros(M,N);
for j=3:M-1
    if j==3
        Fs(j,2:N-1)=(v(j-1,2:N-1)+v(j,2:N-1))/2*dx;
        Ds(j,2:N-1)=gam(j-1,2:N-1)*dx/dy ;
    else if j==M-1
        Fn(j,2:N-1)=(v(j,2:N-1)+v(j+1,2:N-1))/2*dx;
        Dn(j,2:N-1)=gam(j,2:N-1)*dx/dy;
    end
    Fs(j,2:N-1)=(v(j-1,2:N-1)+v(j,2:N-1))/2*dx;
    Ds(j,2:N-1)=gam(j-1,2:N-1)*dx/dy;
    Fn(j-1,2:N-1)=Fs(j,2:N-1);
    Dn(j-1,2:N-1)=Dn(j,2:N-1);
end
end
as(3:M-1,2:N-1)=Ds(3:M-1,2:N-1)+Fs(3:M-1,2:N-1)/2;
an(3:M-1,2:N-1)=Dn(3:M-1,2:N-1)-Fn(3:M-1,2:N-1)/2;
ap(3:M-1,2:N-1)=ap(3:M-1,2:N-1)+as(3:M-1,2:N-1)
+an(3:M-1,2:N-1)+Fn(3:M-1,2:N-1)-Fs(3:M-1,2:N-1);
for i=2:N-1
    if i==2
        Fw(3:M-1,i)=(u(3:M-1,i)+u(2:M-2,i))/2*dy;
        Dw(3:M-1,i)=(gam(3:M-1,1)+gam(2:M-2,1))/2*dy/(dx/2);
    else if i==N-1
        Fe(3:M-1,i)=(u(3:M-1,N)+u(2:M-2,N))/2*dy;
        De(3:M-1,i)=(gam(3:M-1,N)+gam(2:M-2,N))/2*dy/(dx/2);
    end
    Fw(3:M-1,i)=(u(3:M-1,i)+u(2:M-2,i))/2*dy;
    Fe(3:M-1,i-1)=Fw(3:M-1,i);

```

```

Dw(3:M-1,i)=(gam(3:M-1,i)+gam(3:M-1,i-1)+gam(2:M-2,i)
+gam(2:M-2,i-1))/4*dx/dy;
De(3:M-1,i-1)=Dw(3:M-1,i);
end
end
aw(3:M-1,2:N-1)=Dw(3:M-1,2:N-1)+max(Fw(3:M-1,2:N-1),0);
ae(3:M-1,2:N-1)=De(3:M-1,2:N-1)+max(0,-Fe(3:M-1,2:N-1));
ap(3:M-1,2:N-1)=ap(3:M-1,2:N-1)+ae(3:M-1,2:N-1)
+aw(3:M-1,2:N-1)+Fe(3:M-1,2:N-1)-Fw(3:M-1,2:N-1);
ap(2:M-1,2:N-1)=ap(2:M-1,2:N-1)/alphv;
for i=2:N-1
    for j=3:M-1
        dv(j,i)=dx/ap(j,i);
    end
end
end
% 解v方向动量方程
Su=zeros(M,N);
for j=3:M-1
    if j==3||j==M-1
        Su(j,2:N-1)=(P(j-1,2:N-1)-P(j,2:N-1))*dx;
    else
        Su(j,2:N-1)=(P(j-1,2:N-1)-P(j,2:N-1))*dx;
    end
    Su(j,2:N-1)=Su(j,2:N-1)+(1-alphv)*ap(j,2:N-1).*v(j,2:N-1);
end
for R=1:5
    v1=v;
    v0=v1;
    for I=2:N-1
        for j=3:M-1
            bv(j,I)=Su(j,I)+aw(j,I)*v1(j,I-1)+ae(j,I)*v1(j,I+1);
        end
        for J=2:M
            if J==2||J==M
                A(J)=0;
                C(J)=v1(J,I);
            else
                A(J)=an(J,I)/(ap(J,I)-as(J,I)*A(J-1));
                C(J)=(as(J,I)*C(J-1)+bv(J,I))/(ap(J,I)-as(J,I)*A(J-1));
            end
        end
        end
        v1(M,I)=C(M);
        for j=M-1:-1:3
            v1(j,I)=v1(j+1,I)*A(j)+C(j);
        end
    end
end
v1(:,N)=v1(:,N-1);

```

```

z=norm(v1-v0);
end
v=v1;
% 生成压力修正方程系数
aw=zeros(M,N);
ae=zeros(M,N);
an=zeros(M,N);
as=zeros(M,N);
ap=zeros(M,N);
pc=zeros(M,N);
con=zeros(M,N);
bu=zeros(M,N);
for J=2:M-1
    if J==2
        con(J,2:N-1)=con(J,2:N-1)+v(J,2:N-1)*dx;
        as(J,2:N-1)=0;
    else if J==M-1
        con(J,2:N-1)=con(J,2:N-1)-v(M,2:N-1)*dx;
        an(J,2:N-1)=0;
    end
    as(J,2:N-1)=dv(J,2:N-1)*dx;
    an(J-1,2:N-1)=as(J,2:N-1);
    con(J,2:N-1)=con(J,2:N-1)+v(J,2:N-1)*dx;
    con(J-1,2:N-1)=con(J-1,2:N-1)-v(J,2:N-1)*dx;
end
end
for I=2:N-1
    if I==2
        con(2:M-1,I)=con(2:M-1,I)+u(2:M-1,I)*dy;
        aw(2:M-1,I)=0;
    else if I==N-1
        con(2:M-1,I)=con(2:M-1,I)-u(2:M-1,I)*dy;
        ae(2:M-1,I)=0;
    end
    aw(2:M-1,I)=du(2:M-1,I)*dy;
    ae(2:M-1,I-1)=aw(2:M-1,I);
    con(2:M-1,I)=con(2:M-1,I)+u(2:M-1,I)*dy;
    con(2:M-1,I-1)=con(2:M-1,I-1)-u(2:M-1,I)*dy;
end
end
ap(2:M-1,2:N-1)=ap(2:M-1,2:N-1)+aw(2:M-1,2:N-1)
+ae(2:M-1,2:N-1)+as(2:M-1,2:N-1)+an(2:M-1,2:N-1);
% 解压力修正方程
for R=1:10
    for i=2:N-1
        if i==2
            bu(2:M-1,i)=con(2:M-1,i)+ae(2:M-1,i).*pc(2:M-1,i+1);

```

```

else if i==N-1
    bu(2:M-1,i)=con(2:M-1,i)+aw(2:M-1,i).*pc(2:M-1,i-1);
else
    bu(2:M-1,i)=con(2:M-1,i)+aw(2:M-1,i).*pc(2:M-1,i-1)
    +ae(2:M-1,i).*pc(2:M-1,i+1);
end
end
A(2)=an(2,i)/ap(2,i);
C(2)=bu(2,i)/ap(2,i);
for J=3:M-1
    A(J)=an(J,i)/(ap(J,i)-as(J,i)*A(J-1));
    C(J)=(as(J,i)*C(J-1)+bu(J,i))/(ap(J,i)-as(J,i)*A(J-1));
end
pc(M-1,i)=C(M-1);
for J=M-2:-1:2
    pc(J,i)=pc(J+1,i)*A(J)+C(J);
end
pc(:,1)=pc(:,2);
pc(:,N)=pc(:,N-1);
end
pc(1,:)=pc(2,:);
pc(M,:)=pc(M-1,:);
end
%压力速度场修正
for j=2:M-1
    for i=2:N-1
        if i~=2
            u(j,i)=u(j,i)+du(j,i)*(pc(j,i-1)-pc(j,i));
        end
        if j~=2
            v(j,i)=v(j,i)+dv(j,i)*(pc(j-1,i)-pc(j,i));
        end
    end
end
u(:,N)=u(:,N-1);
v(:,N)=v(:,N-1);
end
% 压力修正
P=P+alphp*pc;
end
u(:,1)=u(:,2); u(:,2:N-1)=(u(:,2:N-1)+u(:,3:N))/2;
v(1,:)=v(2,:); v(2:M-1,:)=(v(2:M-1,:)+v(3:M,:))/2;
quiver(x,y,u,v,1),axis equal

```