

摘 要

群钻是针对普通麻花钻所存在的问题，进行合理修磨而创制的新钻型，其切削性能非常优异。然而，群钻的刃面复杂，刃磨表面多，一直以来主要靠手工或开发出专用机床进行刃磨。手工刃磨劳动强度大，技术要求高，精度难以保证；而专用机床造价高，一般企业难以承受。因此，尝试在普通磨床上实现群钻的机械化和自动化刃磨对于群钻技术在生产中的应用和推广意义十分重大。

解决群钻机械化和自动化刃磨问题的关键在于根据群钻刃磨机床正确建立群钻的数学模型，并找到群钻设计参数与刃磨参数之间的关系。本文选择在生产中应用非常广泛的GrindSmart 620XS数控工具磨床作为群钻刃磨机床，以坐标变换原理为根本依据，通过对基本型群钻结构和设计参数的分析，结合磨床各轴的运动特点，建立了基于该磨床的螺旋面外刃后刀面群钻数学模型，推导了刃磨参数与设计参数的关系方程组，并以直径8mm的群钻为例，求出了具体的刃磨参数值。为了验证数学模型的正确性，文中以SolidWorks CAD软件为工具，建立了群钻的三维实体模型，并在实体模型上对群钻结构和设计参数进行了测量。测量结果表明几乎所有参数测量值与理论值之间的误差都控制在较小的范围内。因此，本文提出的群钻数学模型完全正确。最后，利用与磨床配套的VirtualGrind软件对圆锥面后刀面群钻进行了仿真，其结果证明了在该磨床上刃磨群钻的确可行。

本文的研究为群钻刃磨数控程序的编制，群钻刃磨仿真软件的后续开发，以及最终在此磨床上实现群钻的机械化和自动化刃磨提供了理论基础。同时，对于其他群钻刃磨方法的研究也有一定的借鉴作用。

关键词：群钻；螺旋角；数学模型；切削刃；刃磨参数

Abstract

The new type Chinese multi-facet drill(CMFD) developed from the common twist drill by rationally regrinding in order to solve problems existing with the twist drill has an excellent performance when cutting. However, its cutting edge, face and flank are very complex, and there are too many surfaces to be ground, so all along it is chiefly ground by handwork or developing special grinder. The manual method needs much more work and higher require in skill, so the precision is difficult to be ensured; and that the special grinder is too expensive is hard to be received for some companies. So trying to grind the CMFD automatically with a common grinder plays a significant role in applying and popularizing the CMFD in manufacture.

The key to the problem of grinding the CMFD automatically is to establish its mathematical models correctly according to the grinding machine, and to find the relationship between design and grinding parameters. Choosing the GrindSmart 620XS tool grinder greatly used in manufacture as the CMFD grinder, through analyzing structure and design parameters of the basic type CMFD and considering the motion characteristic of each axis of the grinder, mathematic models for the CMFD with helicoid flanks based on the grinder are established in this paper according to the principle of coordinates transform, equation groups showing the relationship between design and grinding parameters are ratiocinated and grinding parameters of CMFD with an 8mm diameter are solved. To confirm the correctness of mathematical models, a 3D model is created using SolidWorks, and then structure and design parameters are measured. The result that almost all errors of the parameters are very small certifies the correctness of the mathematical models. At last, a simulation for the CMFD with conical flanks is carried out by utilizing VirtualGrind, and the result confirms the feasibility to grind the CMFD with this grinder.

The study not only provides the foundation for writing CMFD grinding program, developing software for simulating the grinding process and finally grinding the drill automatically with this grinder, but also can be used for reference in the research on other CMFD grinding methods.

Key Words: Chinese multi-facet drill (CMFD); Helix angle; Mathematical model; Cutting edge; Grinding parameters

插图索引

图 1.1	坐标平移示意图	7
图 1.2	坐标旋转示意图	7
图 2.1	群钻与普通麻花钻钻尖	9
图 2.2	基本型群钻与普通麻花钻外形比较	9
图 2.3	群钻的组成型面及参数	10
图 2.4	群钻的基准面	12
图 3.1	螺旋面钻尖	14
图 3.2	螺旋面钻尖的几何特征	15
图 3.3	螺旋面钻尖刃磨原理图	15
图 3.4	主刃母线坐标旋转示意图	16
图 3.5	砂轮轴线向量图	19
图 3.6	外刃结构圆周后角	20
图 3.7	钻尖使用半顶角	22
图 3.8	钻尖横刃斜角、横刃前角和外刃圆周后角	25
图 4.1	群钻的结构坐标系	30
图 4.2	GrindSmart 620XS 工具磨床的结构坐标系	31
图 4.3	圆弧刃和内刃后刀面刃磨简图	32
图 4.4	内刃前刀面及辅助圆柱面刃磨简图	35
图 4.5	分屑槽刃磨简图	37
图 4.6	内刃法前角	45
图 4.7	E 点侧后角	47
图 5.1	圆弧刃和内刃后刀面刃磨参数的求解	53
图 5.2	横刃修磨刃磨参数求解结果	54
图 6.1	钻头和机床坐标系的建立	57
图 6.2	群钻的 CAD 实体模型及特征树	58
图 6.3	内刃前角的测量	58
图 6.4	评定参数的测量结果	59
图 6.5	分屑槽刃磨参数求解结果	62
图 6.6	$d=20\text{mm}$ 群钻的 CAD 实体模型及特征树	63
图 6.7	刃磨钻沟的砂轮参数	65
图 6.8	刃磨圆弧刃时相关参数的设置	65
图 6.9	修磨横刃时相关参数的设置	65
图 6.10	$d=8\text{mm}$ 群钻 VirtualGrind 仿真结果	65

附表索引

表 2.1	基本型群钻钻削部分的几何参数	11
表 4.1	GrindSmart 620XS 工具磨床加工轴和机械手轴技术参数	31
表 6.1	评定参数的误差	59
表 6.2	不同圆弧刃后角的群钻刃磨参数值	60
表 6.3	不同圆弧刃后角的实体模型评定参数的误差	61
表 6.4	$d=20\text{mm}$ 群钻刃磨参数	62
表 6.5	分屑槽设计参数和 F 点坐标的测量结果及误差	63
表 6.6	$d=20\text{mm}$ 群钻结构和设计参数的测量结果与理论值对比	64

湖南大学

学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的论文是本人在导师的指导下独立进行研究所取得的研究成果。除了文中特别加以标注引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写的成果作品。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

作者签名： 

日期：2008年5月13日

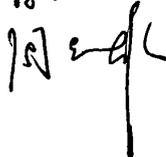
学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权湖南大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本学位论文属于

- 1、保密□，在_____年解密后适用本授权书。
- 2、不保密□。

(请在以上相应方框内打“√”)

作者签名： 
导师签名： 

日期：2008年5月13日

日期：2008年5月13日

第1章 绪论

1.1 课题提出的背景

钻孔加工是机械加工中的一种重要工艺方法,几乎应用于任何零件的加工工序。目前用于钻孔加工的刀具主要是麻花钻,占孔加工刀具使用量的80%以上。因此,提高麻花钻的切削性能已引起国内外学者的关注。目前,随着宇航制造业、原子能工业、电力工业的发展,难加工材料如复合材料、钛合金、耐热合金等被广泛应用,使用传统的麻花钻对这些材料进行钻孔加工时,钻头耐用度极低甚至根本无法进行加工。改进麻花钻的材料、改善麻花钻的结构及对磨钝后的钻头进行合理修磨成为日益重要的研究课题。

群钻,又称为倪志福钻头,是针对普通麻花钻所存在的问题,进行合理修磨而创制的新钻型。自1953年诞生以来,就在生产中显示出强大的生命力^[1]。然而,群钻的刃面复杂,刃磨表面多,长期以来主要靠手工进行刃磨,劳动强度大,技术要求也很高,操作者难以掌握,因此,刃磨质量得不到保证,而且技术难以推广。

长期以来围绕群钻的刃磨问题进行了许多研究工作,如何用机械方法刃磨出群钻,成为众多学者研究的方向,并取得了一定的研究成果^[2-5]。解决群钻机械化和自动化刃磨问题的关键在于通过正确建立群钻的数学模型,求解群钻设计参数与刃磨参数的关系。计算机及其软件的迅速发展为解决复杂数学问题提供了有力的保障,大大简化了刃磨参数的求解;而数控机床尤其是数控工具磨床的发展为群钻的自动化刃磨提供了实现多维空间复杂运动的手段。因此,目前具备了实现群钻的机械化和自动化刃磨的条件,群钻的普及和推广将得以实现。

1.2 钻削技术简介

1.2.1 钻削加工的重要性及其特点

孔加工是最常用的材料切除方法之一,从目前情况看,工程中占主导地位的仍然是机械钻孔^[6]。根据CIRP调查,在机械行业中钻孔加工时间约占切削加工总时间的22%左右^[7],在某些行业机械加工中钻孔工序可占总工序量的30%~40%^[1];而在加工中心上,钻削加工工序约占总加工时间的30%~35%^[8]。机械钻孔是一种得到孔形圆整、表面光洁、毛刺较小、且适应性最广的方法,也是孔加工中经济、效率最高的方法。所以,钻削加工一直是切削加工领域倍受人们关注的研究课题。

与其它加工方法相比,钻削加工有其自身的特点^[9]: 1) 半封闭式切削,钻削时钻头不仅要钻进工件,切下切屑,还要把这些切屑从钻头的刃沟里排出来,它

三面受阻，“网开半面”，因此，存在“排屑”与“受阻”的矛盾。2) 工作状态变化剧烈，刀刃各点的切削速度由高到零，刃口由锐刃快切到像楔子一样硬挤，因此，存在“快切”与“硬挤”的矛盾。3) 钻孔加工刀具(钻头)比较特殊，它是一根细长杆，且上面还开了螺旋槽，其有效截面很小。4) 加工过程中受力状况不好，钻头除夹持部分外，悬伸比较长，因此，钻头刚性差，纵向稳定性不好。以上就是钻削与车削、铣削及磨削等其它切削方法的主要差异。

1.2.2 钻削加工中存在的问题

钻削加工中使用的钻头有扁钻、浅孔钻、深孔钻、套料钻、麻花钻等，其中应用最普遍的是麻花钻。麻花钻是一种复杂的双刃加工刀具，工作时主要由主刃和横刃进行切削。由于钻头结构比较复杂，因此钻削时存在一些问题：1) 主刃上各点前角数值变化很大，接近钻芯处已成为负前角，切削条件差。2) 横刃太长，有很大的横刃偏角，又有很大的负前角，切削条件更差，因此轴向抗力差，定心不好。3) 主刃长，切屑宽，各点切屑流出的速度相差很大，切屑卷曲成宽的螺卷，所占空间体积大，导致排屑不顺利，切削液难以流入。4) 切削厚度沿切削刃分布不均匀，在外缘处切削厚度大，并且此处切削速度最高；副后角为零，刃带与孔壁摩擦很大。因此，外缘处切削负荷大，磨损快。5) 横刃前、后角与主刃后角密切相关，不能分别控制。6) 高速钢的耐热性和耐磨性仍不够高^[1]。

针对这些问题，关于如何提高麻花钻的切削性能，人们一直在探索改进的方法。这些方法主要包括以下三个方面：设计钻头时，改变其材料和结构参数；制造钻头时，广泛采用新技术和新工艺；使用钻头时，通过修磨改变钻型，选择合理的几何参数。

1.2.3 钻削技术的研究现状与发展趋势

尽管钻头在工程中有着广泛的应用，但钻削加工过程却非常复杂，因此，世界各国的学者一直致力于钻头的改进和对钻削过程的研究。这些研究主要集中在以下六个领域^[10]：1) 钻头材料的研究。2) 钻头数学模型和几何设计的研究；3) 钻头制造方法的研究；4) 钻削过程与钻削质量的研究；5) 钻削机理与各种高性能钻头的研究；6) 钻削过程模型验证和钻头性能评估过程的自动化，切削条件及钻头形状选用数据库和知识库的建立等的研究。

钻头材料的研究方面，在普通高速钢的基础上添加各种合金元素，开发超硬、高热稳定性的高速钢，发展粉末冶金高速钢；在传统碳化钨基硬质合金的基础上添加各种碳化物与氮化物，并开发碳化钛基的硬质合金以及含稀土元素的硬质合金^[1]。其次，不断地开发出各种涂层钻头以提高钻头的切削性能和使用寿命。如聚晶金刚石(PCD)涂层的高散热性和良好的润滑性，适应高速切削的需要；一种称为MOVIC的二硫化钼(MoS_2)涂层可用于铝合金、铸铁、结构钢和高合金钢的高速

干钻削或近干钻削。另外,国外已研制出毫微晶状硬质合金用作生产钻头的材料。毫微晶状硬质合金的微粒尺寸比微子更小,其刚性如同高速钢,而硬度与硬质合金相当,因此,用它生产的钻头切削速度可以大大提高,并且钻头寿命是原来刀具的8~10倍^[11]。

钻头数学模型和几何设计的研究方面,在传统直线主刃的基础上,建立了曲线主刃钻头的数学模型。1990年, M.A. Fugelso发现,如果在刃磨之前,将钻头绕自身轴线旋转 $5^{\circ}\sim 10^{\circ}$,就可以解决直线主刃麻花钻在靠近钻芯处主刃后角过小的问题,只是主刃将变得微微弯曲^[12]。同年, Y. Wang将主刃看作曲线,利用多项式插补方法建立了钻头螺旋前刀面的几何模型。1991年, C. Lin和Z.Q. Cao提出了一种适合于直线和曲线刃,采用锥面、柱面和平面后刀面的麻花钻综合数学模型^[13]。1999年, K.C. Ren和J. Ni提出用二项式表示任意形状的主刃曲线,钻头前刀面采用新的数学模型,并用向量分析方法,建立了二次曲面后刀面的刃磨参数与几何参数之间的关系。另外,人们在钻头结构和刃磨方法的改进等方面也做了大量有意义的工作,先后提出了200多种互不相同的钻头形状,以改善其切削性能^[10]。

钻头制造方法的研究方面,发展了多种钻槽加工方法,如铣制法、四辊轧制法、四板搓制法、挤压法和成型磨法。磨制法能够大大提高钻头表面质量和减少形状误差,因此,为越来越多的生产者所青睐^[14]。

钻削过程与钻削质量的研究方面,钻削温度和钻削力是人们重点关注的研究课题。Q. Shen等人用有限元的方法计算了平钻钻削过程中的瞬时温度,并分析了钻尖角、钻削速度和进给速度与钻头瞬时温度的关系^[15]。Chen Wen-Chou用三维有限元的方法计算了不同断面形状的钻头由切削刃和后刀面产生的切削温度,为研制更高寿命的钻头指明了方向^[16]。Kent N. Bachus和Matthew T. Rondina等人研究了不同的钻削力对钻削区域表层组织温度的影响^[17]。湖南大学温松明、胡思节、蔡逸玲等人用“类二维”法和最小能量理论,建立了群钻流屑角模型和钻削力预测模型,推导了群钻钻削能的理论计算公式^[18-21]。

各种高性能钻头的研究方面,出现了群钻、枪钻、干切削钻头、微孔钻头、深孔钻头、长钻头、可转位钻头和多螺旋槽钻头等^[10]。另外,还出现了各种新型钻头。如日本黛杰工业株式会社技术研究所开发的新型S-Cut钻头、 Σ 钻头、F1整体钻头和BEAM钻头^[22],德国TITEX PLUS公司技术研发部开发的PHA POINT—新型模块式钻头、ALPHA 4 TFT型深孔钻头和ALPHA 4 PLUS Micro型小尺寸钻头^[23],抛物线钻头^[24-25]以及五尖九刃麻花钻^[26]等等。

随着钻削技术的发展进步,钻头和钻削的研究必然呈现如下趋势:1) 钻削过程建模成为研究热点;2) 钻头的几何设计和制造方法仍将是研究的重点;3) 钻削机理的研究将逐渐受到重视^[10]。

1.3 群钻技术的历史和发展

1.3.1 群钻数学模型的研究

1982年, J. Shen等人建立了第一个群钻数学模型。利用该模型, 人们可以多次重复地磨制群钻。1984年, C. Lin和S.M. Wu对9种典型群钻进行了研究, 改进了群钻的数学模型, 为群钻的计算机辅助设计提供了可能^[27]。1985年, C. Hsiao和S.M. Wu提出了用计算机对群钻进行辅助优化设计的具体方法。1987年, K.H. Fuh提出了一种利用综合二次曲面模型和有限元方法设计和分析群钻的方法^[28]。E. J. Liang则提出了一个基于知识库技术的群钻刃磨CAD/CAM集成系统^[29]。1991年, T.I. Liu采用一种两阶段策略设计和优化了一种加工机轴注油孔用群钻。1994年, H.T. Huang等人推导了群钻切削刃的工作法后角和法前角的公式, 提出了考虑内刃和圆弧刃之间过渡区的群钻精确几何模型^[30]。2001年, G.C. Wang等人应用一种倾斜立体块方法, 建立了群钻新的数学模型, 解决了已有模型存在的横刃几何形状不确定的问题, 保证了所设计群钻的可加工性^[31]。

1.3.2 群钻刃磨技术的发展

群钻是把普通钻头的一条主刃分为外刃、圆弧刃、内刃三段, 因此群钻的刃形较复杂, 刃磨困难^[1]。最初, 群钻采用手工刃磨, 这种方法很灵活, 可根据钻孔的需要, 选取钻头各部分的单元刃磨方式合理组合, 而诞生新的钻型。然而, 手工刃磨的整个过程由操作工人控制, 刃磨质量依赖于工人的技术水平, 因此, 刃磨精度难以保证。随着数控加工技术的发展, 某些行业对孔加工精度的要求越来越高, 在这种情况下, 能够获得准确刃形和对称刃磨表面的群钻机械化刃磨方法成了一种必然趋势。

为此, 在50年代国外学者Galloway D.F.就提出了普通麻花钻钻头的数学模型, 给出了后角的定义及测量方法, 各个切削刃的数学模型; 70年代Devries M.F.和Wu S.M.采用平面法将钻头三维空间曲面后刀面化为二维平面曲线进行研究, 重新给出各个切削刃数学模型, 为实现群钻机械化刃磨提供了理论基础。基于此, 国外学者如Wu S.M., M.A. Fugelso以及Ryosvke Hosoi等, 自70年代先后研制出用于普通麻花钻或群钻刃磨的数控刃磨机。为了能磨出锥面后刀面, 这些刃磨机床在机械结构上都有一个固定的锥轴与钻头的轴线成一定的角度, 用于刃磨钻头后刀面, 其它的轴则按刃磨参数 α (锥轴与钻头轴线夹角)、 e (锥面半顶角)、 S (锥面轴线与钻头轴线的距离)、 H (钻头轴线到锥顶的垂直距离)的调整而设置, 有时还需要人工参与调整, 成为半自动刃磨机床。1982年美国威斯康星大学的吴贤铭等人研制出七轴数控钻头刃磨机^[32], 在该机床上刃磨出了与群钻十分相似的多刃尖钻头。

在国内, 1978年, 北京永定机械厂群钻小组研制了液压机械式中型群钻刃磨

机床($\Phi 10\text{mm}$ — $\Phi 40\text{mm}$),取得了初步的经验。以后,在国家自然科学基金和企业的支持下,湖南大学、北京航空航天大学在多年试验研究的基础上,分别开发了数控群钻刃磨技术,并研制了机床,取得了阶段性的成果。四川资阳益华研究所开发群钻刃磨机床中,总结了多年来推广群钻技术的实际经验,设计出三维全方位可调整的机械结构,成功地刃磨出了20多种群钻钻型。1990年湖南大学和长沙第五机床厂共同推出MK6340/3型数控群钻磨床,并在该机床上刃磨出“改进型”群钻。但上述机床的造价高,专用性强,一般企业难以承受,群钻的推广应用受到限制;更重要的是所刃磨的钻头与真正的群钻尚有一定距离,即群钻的刃磨问题还未从根本上得到解决。因此,有必要对群钻的刃磨技术作进一步研究。

1.3.3 群钻刃磨新技术

目前人们刃磨群钻钻尖,普遍采用传统的六坐标或七坐标专用数控钻头磨床。由三个互相垂直的坐标确定钻尖中心点的空间位置,通过钻头的旋转调整钻头的空间姿态,从而实现钻头的刃磨。

近年来,随着机床技术的发展,出现了一种新型的数控加工设备——虚拟轴机床。虚拟轴机床是机器人技术与机床技术相结合的产物,在原理上是按照Stewart平台机器人的运动原理和结构形式进行设计和工作的,因此又被称为Stewart机床。机床的形状酷似六足虫,在结构上除了各种形式的Stewart平台外,还包括由杆件组成的多面体框架结构,其主体在运动学上属于并联运动机构,也有人把此类机床称为并联机床(parallel structured machine tools)。这类机床通常由并联杆系构成,其典型结构是通过可以伸缩的6条“腿”连接定平台和动平台,每条“腿”各自单独驱动。控制6条“腿”的长度就可以控制装有主轴头的动平台在空间中的位置及姿态,以满足刀具运动轨迹的要求,实现具有6个自由度运动的复杂曲面的加工^[33]。正是在虚拟轴机床技术不断成熟的基础上,北京工业大学刘德忠,李士良等人结合俄罗斯LAPIK公司生产的KIM—750虚拟轴加工中心,建立了基本型群钻数学模型,通过程序控制在该并联机器人上实现了群钻的自动模拟刃磨^[34]。然而,并联机床还存在以下问题:1)旋转角度小;2)移动行程短;3)工作空间小;4)驱动控制复杂;5)难以进行精确的误差补偿^[35]。这些缺陷限制了它作为群钻刃磨机床的作用,增加了群钻刃磨的难度。

另外,江南大学的傅蔡安针对群钻结构复杂,采用机械自动化刃磨困难的问题,提出了用电火花成形技术对群钻进行加工的新方法,同时他还介绍了工具电极的设计和制造过程,并对加工成形后的群钻的切削性能进行了初步探讨^[36]。他的研究为解决群钻的刃磨问题开辟了一条新的思路,但是这种加工方法的效率低,而且群钻钻尖的形位精度和表面质量难以保证。

综上所述,几十年来,人们在群钻数学模型的建立、刃磨参数的求解以及群

钻机械化和自动化刃磨技术,包括群钻刃磨机床的研制等方面进行了深入而卓有成效的研究,推动了群钻技术的发展,为今后进行群钻钻尖参数的优化设计、群钻的 CAD/CAM,以及高性能群钻刃磨机床的研制等方面提供了理论基础。然而,这些研究都有一定的局限性,难以应用于生产实践。因此,本文将对如何在普通磨床上实现群钻的机械化和自动化刃磨进行研究。

1.4 本文的研究目的和内容

1.4.1 本文研究的目的

群钻是一种切削加工性能十分优异的钻型,这已经在生产实践中得到充分的证明,因此众多学者对它进行了研究。为了能使群钻技术在生产中得以推广普及,从而大力提高钻孔加工的效率 and 精度,必须改变一直以来群钻主要依靠手工刃磨的状况,实现群钻刃磨的机械化和自动化。几十年来,随着对群钻技术研究的不断深入以及数控机床技术的快速发展,人们设计制造出了多种群钻刃磨机床,然而这些机床专用性强,不适宜于群钻的推广应用。

瑞士某公司生产的 GrindSmart 620XS 数控工具磨床加工精度高,能够刃磨 16mm 以下的各种铣刀、钻头和齿轮滚刀,在生产加工中应用非常广泛。在该磨床上实现群钻的机械化和自动化刃磨,不仅可以提高钻孔加工的效率 and 精度,降低生产成本,而且对于群钻在生产中的推广普及能起到很好的促进作用。因此,将如何在 GrindSmart 620XS 数控工具磨床上实现群钻的机械化和自动化刃磨作为研究课题意义十分重大。

本文的研究目的是通过对基本型群钻结构及相关参数的分析,结合 GrindSmart 620XS 数控工具磨床各轴的运动特点,建立基于此磨床的群钻数学模型并求解刃磨参数,为群钻刃磨仿真软件的后续开发以及在此磨床上实现群钻的机械化和自动化刃磨提供了理论基础。

1.4.2 本文研究的内容

基于上述研究目的,本文主要开展以下研究工作:

(1) 在充分了解群钻研究的历史和现状的基础上,对比分析各种群钻加工方法的优缺点,找出本课题研究的切入点。

(2) 根据机床各轴的运动特点,并力求使研究的问题简化,选择合适的群钻外刃后刀面类型。

(3) 研读前人探讨群钻数学模型方面的论文和专著,借鉴他人的方法,结合 GrindSmart 620XS 数控工具磨床正确建立群钻的数学模型。

(4) 结合群钻的设计参数,运用 MATLAB 软件求解采用上述机床进行刃磨时的群钻各部分的刃磨参数。

(5) 根据刃磨参数，在 SolidWorks 中建立群钻的三维实体模型，并在实体模型上对必要的结构和设计参数进行测量，通过对比分析测量值与理论值之间的误差判定数学模型的正确性。

(6) 利用现有与机床配套的 VirtualGrind 软件对群钻刃磨过程进行计算机仿真，验证在 GrindSmart 620XS 工具磨床上刃磨群钻的可行性。

1.5 本文所采用的研究方法

本文在建立群钻数学模型时主要基于空间坐标变换原理，坐标变换包括坐标平移和坐标旋转。

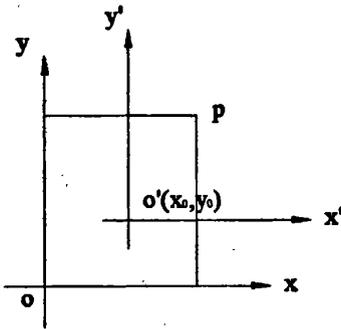


图1.1 坐标平移示意图

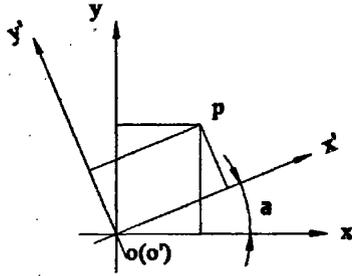


图1.2 坐标旋转示意图

图1.1中，经过平移后的新坐标系 $o'-x'y'$ 的坐标原点 o' 在初始坐标系 $o-xy$ 中的坐标为 (x_0, y_0) ，则任意一点 P 在新旧坐标系中的坐标的相互关系即坐标平移公式为：

$$\begin{cases} x = x' + x_0 \\ y = y' + y_0 \end{cases} \quad (1.1)$$

图1.2中，新坐标系 $o'-x'y'$ 相对于原坐标系 $o-xy$ 逆时针旋转角度 α ，则任意一点 P 在新旧坐标系中的坐标相互关系即坐标旋转公式为：

$$\begin{cases} x = \cos \alpha x' - y' \sin \alpha \\ y = \sin \alpha x' + y' \cos \alpha \end{cases} \quad (1.2)$$

对于三维空间坐标系，假设新坐标系 $o'-x'y'$ 是由旧坐标系 $o-xyz$ 经过以下四步变换得到的：

坐标原点 o 平移至 $o_1(x_0, y_0, z_0)$ 得到坐标系 $o_1-x_1y_1z_1$ ；

$o_1-x_1y_1z_1$ 绕 x_1 逆时针旋转 α 角得到坐标系 $o_2-x_2y_2z_2$ ；

$o_2-x_2y_2z_2$ 绕 y_2 逆时针旋转 β 角得到坐标系 $o_3-x_3y_3z_3$ ；

最后 $o_3-x_3y_3z_3$ 绕 z_3 逆时针旋转 γ 角得到新坐标系 $o'-x'y'$ 。同样，我们可以得到以下四个关系式。（注意：本文中提到的所有坐标系均为右手系，且逆时针旋转的方向是指由旋转轴正向往负向看时坐标系的旋转方向。）

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

则任意一点在新旧坐标系中的坐标的相互的关系即空间坐标变换公式为：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

1.6 小结

本章主要介绍了钻削加工的重要性的特点和、钻削加工中存在的问题及其研究现状和发展趋势，重点阐述了群钻技术的研究和发展过程，并说明了课题的研究目的、研究内容和研究原理。

第 2 章 基本型群钻的特征和切削性能

群钻自 1953 年诞生以来, 通过生产实践, 钻型不断演进、扩展、创新, 形成了一套新的钻型型谱。在系列钻型型谱中, 以加工各种钢材的基本型群钻应用最广泛, 它又是形成其他群钻钻型的基础。因此, 本章将对基本型群钻的形状特点及其切削性能进行重点分析。

2.1 基本型群钻钻尖的形状特征

图 2.2 中 a)、b)、c) 为基本型群钻钻尖外形; d) 为普通麻花钻钻尖外形。比较两者之间的差别, 并且从图 2.1 中可以看出群钻是在普通麻花钻的钻尖上, 磨出两个对称的圆弧刃, 形成钻心尖退缩、两侧尖并立的三尖刃形, 再进一步修磨、减窄横刃, 形成两条较锋利的内刃。对于直径较大的钻头, 还在一侧外刃上磨出 1~2 条分屑槽。

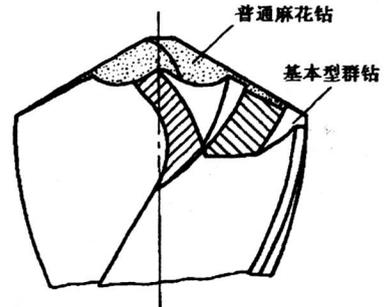


图 2.1 群钻与普通麻花钻钻尖

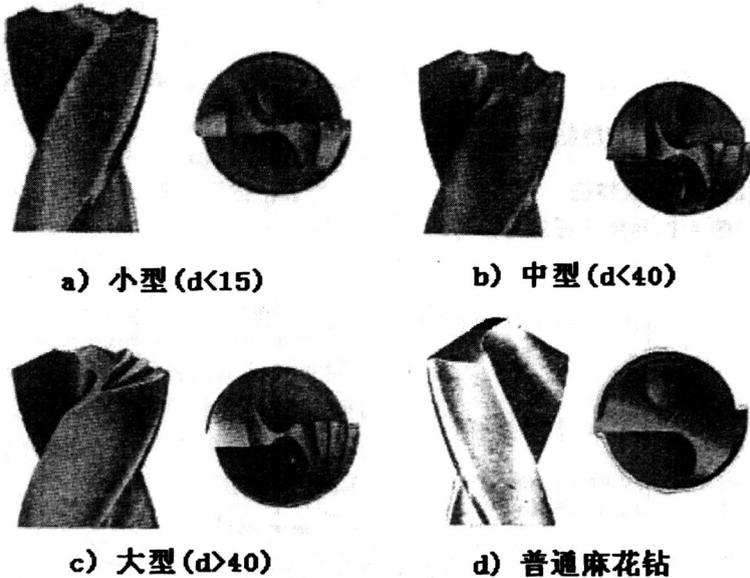


图 2.2 基本型群钻与普通麻花钻外形比较

如图 2.3, 基本群钻钻尖由内刃后面 1 (1')、圆弧刃后刀面 2 (2')、外刃后刀面 3 (3')、内刃前刀面 4 (4')、钻沟前刀面 5 (5')、辅助圆柱面 6 (6') 以及分屑槽组成面 7、8、9 (只有钻头直径 $d > 15$ 时才开分屑槽) 共 6 个基本形面组成。这些基本形面形成了群钻的“三尖七刃”。下文将对照图 2.3 详细地说明群钻的形状特征。

1. 主切削刃分成三段，并形成三个尖

(1) 外刃——dc 段和 d'c' 段切削刃，由外刃后刀面 3 (3') 与钻沟前刀面 5 (5') 的交线形成。外刃长度 l 约为钻头直径 d 的 $1/5$ 或 $1/3$ ，即 $l = 0.2d$ (不磨分屑槽， $d \leq 15$ 毫米)； $l = 0.3d$ (磨分屑槽， $d > 15$ 毫米)。

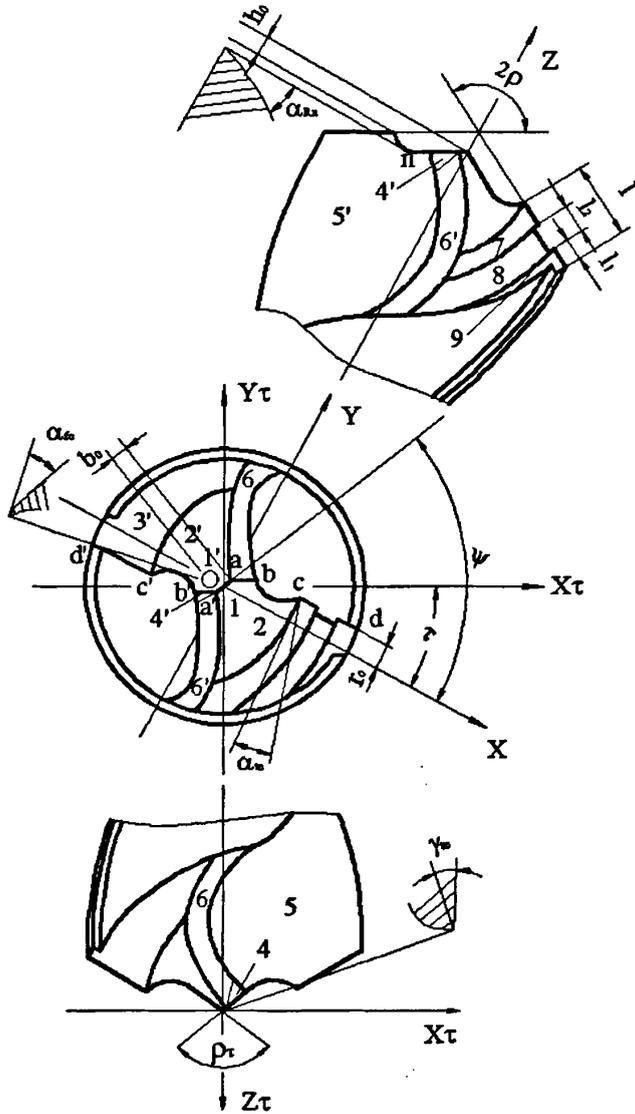


图 2.3 群钻的组成型面及参数

(2) 圆弧刃——cb 段和 c'b' 段切削刃，由圆弧刃后刀面 2 (2') 与钻沟前刀面 5 (5') 的交线形成，近似可看作圆弧。圆弧半径 R_1 约为钻头直径 d 的 $1/10$ ，即 $R_1 = 0.1d$ (毫米)，圆弧刃半径实为成型砂轮圆角半径值。

(3) 内刃——ba 段和 b'a' 段切削刃，由内刃后刀面 1 (1') 与内刃前刀面 4 (4') 的交线形成。

(4) 三尖——即钻心尖 O，外刃与圆弧刃的交点 c 和 c' 点。

2. 横刃变窄、变尖又磨低

(1) 横刃变窄——横刃为 aOa' 段切削刃，由两内刃后刀面 1 与 1' 的交线形成。由于磨出了内刃前刀面 4 (4')；横刃长度 b_0 变窄，约为普通麻花钻横刃长的 $1/4 \sim 1/6$ ，或 $b_0 \approx 0.04d$ (毫米)。

(2) 横刃变尖——由于磨了圆弧刃后刀面 2 (2')，横刃部分楔角稍变尖。

(3) 横刃磨低——由于磨了内刃后刀面 1 (1')，新的横刃位置有所降低，即尖高 h_0 很小， $h_0 \approx 0.04d$ (毫米)。

3. 磨分屑槽

在一边外刃上磨出分屑槽 8，其宽度 l_2 约为外刃宽 l 的一半， $l \sim 1/3 \sim 1/2$ 。

2.2 基本型群钻的主要结构和设计参数

群钻钻尖的结构和设计参数同普通麻花钻一样，也是在钻头结构基准系或结构坐标系中规定和定义的。通过这些参数就可以确定群钻钻尖各切削刃和刀面的空间形态，同时也便于钻尖在刃磨过程中的控制和检测。根据文献[1]，基本型群钻切削部分的几何参数见表 2.1。

表 2.1 基本型群钻钻削部分的几何参数

钻尖直径 d	尖高 h_0	圆弧半径 R_1	外刃长 l	槽距 l_1	槽宽 l_2	横刃长 b_0	槽深 c	槽数 Z	外刃顶角 $2\rho_0$	内刃顶角 $2\rho_\tau$	横刃斜角 ψ	内刃前角 γ_x	内刃斜角 τ	外刃后角 α_{fc}	圆弧后角 α_{Rn}
(毫米)									(°)						
4~7	0.24	0.75	1.3	—	—	0.24	—	—							
7~10	0.34	1.0	1.9	—	—	0.34	—	—					20	15	18
10~15	0.50	1.5	2.7	—	—	0.50									
15~20	0.7	1.5	5.5	1.4	2.7	0.7									
20~25	0.9	2	7	1.8	3.4	0.9									
25~30	1.1	2.5	8.5	2.2	4.2	1.1	1	1	125	135	65	-15	25	12	15
30~35	1.3	3	10	2.5	5	1.3									
35~40	1.5	3.5	11.5	2.9	5.8	1.5									
40~45	1.7	4	13	2.2	3.25	1.7									
45~50	1.9	4.5	14.5	2.5	3.6	1.9	1.5	2					30	10	12
50~60	2.2	5	17	2.9	4.25	2.2									

群钻钻尖的结构参数分为角度参数与线值参数。钻头的结构角度是在结构基准系中规定和定义的，如图 2.4 所示。钻头结构基准系中包括三个基准面：与钻轴相垂直的端面 p_{ic} ；与两主刃上的外缘转点和横刃转点连线相平行且通过钻心的结构基面 p_{rc} ；通过钻头轴线并与前两者垂直的中心平面 p_c 。

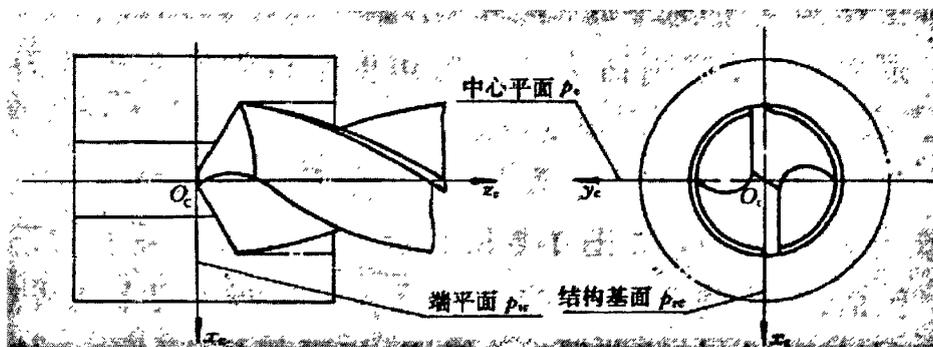


图 2.4 群钻的基准面

群钻的结构参数包括：

原始锋角 $2\rho_0$ ——钻尖一条原始主刃母线与钻头轴线的夹角，即主切削刃在结构基面上的投影与钻头轴线的夹角；

外刃半顶角 ρ ——在钻头结构基面内测量的外刃上外缘转点处的切线与钻轴之间的夹角；

外刃圆周后角 α_{fc} ——在以钻头轴线为轴线的圆柱面内测量的外刃选定点 d （即外缘转点）处，后刀面廓线的切线和端面之间的夹角；

圆弧刃圆周后角 α_{rn} ——在以钻轴为轴线的圆柱面内测量的圆弧刃上选定点 n 处（即弧底处）后刀面廓线的切线与端面之间的夹角；

外刃与圆弧刃交点 c 处的侧后角 α_{xc} ——在端面内测量的圆弧刃后刀面和外刃后刀面的交线在 c 点的切线与 c 点的圆周切线之间的夹角；

内刃斜角 τ ——内刃在端平面上的投影与钻头结构坐标系 X 轴间的夹角；

内刃半顶角 ρ_r ——在通过钻轴并平行于两内刃的平面内测量的内刃与钻轴之间的夹角；

内刃法前角 γ_w ——内刃中点的结构法前角，它是在内刃法平面内测量的，该点的前刀面与内刃结构基面之间的夹角；

横刃斜角 ψ ——在钻头端平面上测量的钻心尖处横刃切线与结构坐标系 X 轴的锐夹角；

横刃前角 γ_ψ ——在主剖面内测量的钻尖后刀面与基面间的夹角；

前刀面螺旋角 β_0 ——钻头一侧刃带边缘刃的切线与钻头轴线的锐夹角；

后刀面螺旋角 β_1 ——钻头后背棱的切线与钻头轴线的夹角。

群钻的线值参数（长度参数）包括：

钻头直径 d ；外刃长度 l ，即图 2.3 中 cd （或 $c'd'$ ）的长度；槽距 l_1 ，即分屑槽到外缘转点的距离；分屑槽宽 l_2 ；槽深 c ；圆弧刃的圆弧半径 R_1 ；横刃长度 b_0 ；钻尖高度 h_0 ，即钻心尖与两边的圆弧刃尖沿钻头轴线方向的高度差；钻芯半径 r_0 。

2.3 基本型群钻的切削特点及其优点

群钻是 1953 年在解决加工特种钢难题中产生的，发展到今天其刃形经过了五次较大的变化，但它始终保持了运用凹形圆弧刃这一群钻钻型的基本特色。这种独特的刃形结构其突出作用在于：一是加大前角，改善切削条件；二是形成新的刃尖，达到充分分屑；三是降低钻心尖，使得横刃可以大大缩短。因此，可以看出，多刃尖的凹圆弧刃是群钻最鲜明的特色^[1]。

群钻的钻削过程有其自身的特点，主要表现在：1) 群钻磨出了单边分屑槽和对称的月牙形圆弧槽，原来的直切削刃被分成了外刃、圆弧刃、内刃等多段，并且在各段交界处有明显的转折点，因此能保证分屑良好、排屑顺利、断屑可靠。2) 群钻进行了横刃修磨，横刃变得窄而尖，刚接触工件时钻头滑移量小，随后切入时发生的晃移也小，大大减弱了产生多边形晃振的条件。同时，两边对称的圆弧刃刃尖在孔底形成圆环凸筋，制约了群钻的偏移与振动，具有稳定导向作用。因此，群钻钻削时定心良好。3) 群钻磨出了凹形月牙槽，其钻心尖与外缘转点间的总高度减短，有利于钻头迅速进入稳定的切削状态。4) 群钻各刃段的工作前角都有不同程度的加大，因此切削变形小，切削温度低。5) 群钻在切削加工时，由于其切削变形小，切削稳定，晃振小，定心好，积屑瘤的产生情况稍有改善，并且分屑、排屑、断屑情况均较好，因此，与普通麻花钻相比，它的加工表面质量较好，钻孔精度也较高。

群钻的切削特点决定了它在很多方面的性能优于一般的钻头：1) 降低了钻削抗力，钻钢材时，基本型群钻的轴向力约比普通麻花钻降低 35%~47%，转矩约降低 10%~30%。2) 减少了钻削热，降低了切削刃上的温度。3) 减轻了切削刃的磨损，提高了钻头的耐用度，从而可提高生产效率 3~5 倍。4) 改善了排屑和断屑情况及操作安全性。5) 便于切削液流入切削区。6) 减轻了钻孔时钻头轴线的倾斜，提高各孔轴线的平行度。7) 提高了孔型的圆柱度。8) 钻头切入工作快，定心情况好，当需要划线钻孔时，便于钻头进行找正^[1]。

2.4 小结

本章主要介绍基本型群钻“三尖七刃”的形状特点，群钻的切削特点和优异切削性能以及群钻各设计与结构参数的定义，为群钻数学模型的建立奠定初步的理论知识基础。

第 3 章 螺旋面钻尖的数学模型及刃磨参数的求解

群钻由普通麻花钻通过特定的刃磨方法刃磨出来，因此，群钻加工性能的好坏与钻尖的刃磨方法紧密相关。钻尖的刃磨方法主要有四种：平面刃磨、圆柱面刃磨、锥面刃磨和螺旋面刃磨。锥面刃磨和螺旋面刃磨能够得到近似直线主刃，主刃上的结构圆周后角沿外缘转到到钻心逐渐增大，后背棱线上尾隙角的分布也比较合理，因此，应用比较广泛。但锥面刃磨方法需要 7 根轴，分别完成 4 个刃磨参数的调整，2 个方向的进给运动和绕锥轴的回转运动，刃磨机床结构复杂，刃磨辅助运动多，效率低，故常采用螺旋面刃磨法。

后刀面采用螺旋面刃磨法，形成螺旋面钻尖和“S”形横刃，这样就可以克服普通麻花钻的横刃长、有较大的负前角而造成轴向力大和定心不好的缺点，提高加工孔的质量，延长钻头的使用寿命，降低成本。

本章将提出等距螺旋面钻尖的刃磨方法，并详细推导的其数学模型以及求解刃磨参数的方程组，对提出群钻外刃刃磨方法和推导外刃数学模型起到重要的借鉴和指导作用。

3.1 螺旋面钻尖的特点和切削性能

与常用的锥面钻尖不同，螺旋面钻尖的特点是：与每一主刃相连接的整个后刀面被磨成一个从钻芯延伸至周边的三维空间螺旋面，在钻心处原为一平直的横刃消失，取而代之的是一新的副切削刃，顶视为“S”形，侧视为中央凸起的尖顶。“S”形的两个半边是由两条相交的弧线形成，在钻尖末端汇合为一个与钻尖轴线相重合的尖点，尖顶的侧视则为两条小半径弧线的交点^[37]。如图 3.1 所示。

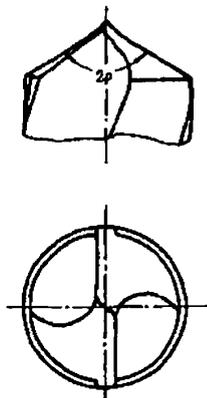
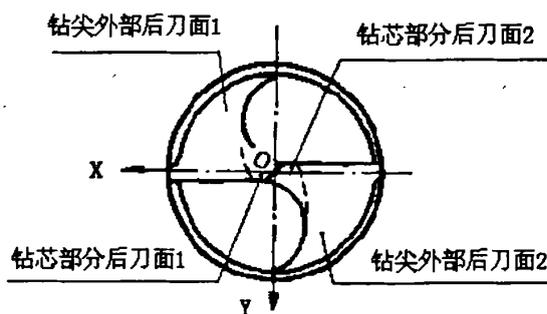


图 3.1 螺旋面钻尖图



3.2 螺旋面钻尖后刀面的几何特征

螺旋面钻尖的后刀面并不只是一个简单的螺旋面，否则就无法形成可供钻削用的钻尖。如图 3.2 所示，螺旋面钻尖的整个后刀面可以分成两个曲面，一个是

钻芯部位的圆螺旋面；另一个是钻尖外部的线性螺旋面或变螺距的螺旋面。钻芯部位后刀面是砂轮端面圆环在螺旋运动下形成的；钻尖外部后刀面是砂轮圆柱面母线在螺旋运动下形成的。这两个曲面在钻尖后刀面上光滑连接。

螺旋面钻尖的横刃是关于钻尖结构坐标系的 Z 轴对称的两个圆螺旋面相交形成的，它是一条空间曲线。螺旋面钻尖的两主刃是钻尖外部后刀面与前刀面的交线，当钻尖的顶角等于钻尖的原始结构顶角 $2\rho_0 = 118^\circ$ 时，主切削刃为一直线。

螺旋面钻尖的特点决定了它的切削性能要优于普通的锥面钻尖：1) 钻削过程中具有自定心作用。用螺旋面钻尖钻孔时，由于钻尖末端为一尖顶，该尖顶与钻头的轴线相重合，因此，钻削时没有不对称的切削力来使钻头偏离中心，钻头能顺利地沿中心线钻入工件。2) 螺旋面钻尖的自定心作用，使钻孔扩大量大大减小，同时消除了锥面钻尖钻孔时常有的喇叭口的情形。另外，在钻薄板时，钻头周边的切削刃就像套料钻或圆锯似的将孔切成，在薄板底面留下一块帽状圆薄片，并消除了孔周围的飞边毛刺现象。3) 与锥面钻尖相比，螺旋面钻尖在钻心处的前角值大大增加，因而使钻削轴向力显著较小。

3.2 螺旋面钻尖的刃磨原理

图 3.3 为利用 GrindSmart 620XS 工具磨床（磨床介绍见第四章）刃磨螺旋面钻尖的原理图，刃磨时，共需三个运动：即钻头的自转速度 ω ，砂轮沿其自转轴线的移动速度 V_1 和钻头作垂直于砂轮自转轴线的移动速度 V_2 ，且 V_1 、 V_2 、 ω 之间存在着一定的比例关系，这三个运动参数中只有两个是独立的。

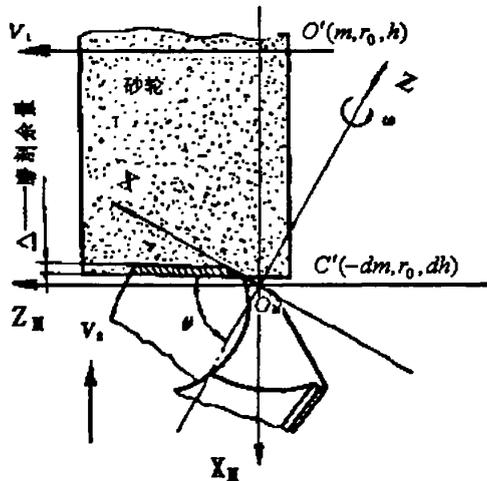


图 3.3 螺旋面钻尖刃磨原理图

为了确定钻尖的几何形状，除了已知钻头的结构参数，如直径 d 、钻心厚度 $2r_0$ 、原始结构顶角 $2\rho_0$ 、前刀面螺旋角 β_0 以外，对于后刀面的不同刃磨方法，所需的设计参数各不相同。就等螺距的螺旋面刃磨法而言需要四个设计参数，它们是：

顶角 2ρ 、结构圆周后角 α_{fc} 、横刃斜角 ψ 、横刃前角 r_ψ 。为了使计算和测量方便，作为设计参数的横刃前角 r_ψ 是指钻尖中心处的横刃前角。

由前面的分析可知，等螺距螺旋面钻尖的设计参数为四个。因此必须有四个对应的刃磨参数才能够使钻尖获得唯一的几何形状。这四个刃磨参数是：钻头轴线和砂轮轴线在机床机构结构坐标系 $X_M O_M Z_M$ 面内的夹角 θ ，砂轮沿自转轴线的移动速度 V_1 ，钻头垂直于砂轮自转轴线的移动速度 V_2 和砂轮端面圆环最低点 C' 与钻头轴线间的距离在钻尖结构基面内的投影 dm 。

3.3 后刀面数学模型及钻头结构圆周后角与刃磨参数的关系

3.3.1 钻尖外部螺旋面后刀面数学模型

从图 3.3 可以看出钻尖外刃后刀面是由砂轮的外圆母线绕半径为 r_0 的钻心圆柱作螺旋运动而形成的螺旋面，该母线与钻轴的夹角为 θ 。如图 3.4 所示，以钻尖中心顶点为坐标原点建立钻头坐标系 O - XYZ ，其 X 轴平行于主刃母线在钻头端平面内的投影， Z 轴沿着钻头轴线， Y 轴由右手定则确定。另取一相对于 O - XYZ 的动坐标系 O' - $X'Y'Z'$ ，动坐标系相对于静坐标系 O - XYZ 作螺旋运动。先求出砂轮母线即主刃母线在动坐标系中的方程，然后使动坐标系作螺旋运动，即可求出静坐标系中的螺旋面方程。

设在起始位置时，静坐标与动坐标系重合。母线上任意一点 P 坐标为 (X', Y', Z') ，又 C' 坐标为 $(-dm, r_0, dh)$ ，则母线在动坐标系中的参数方程为：

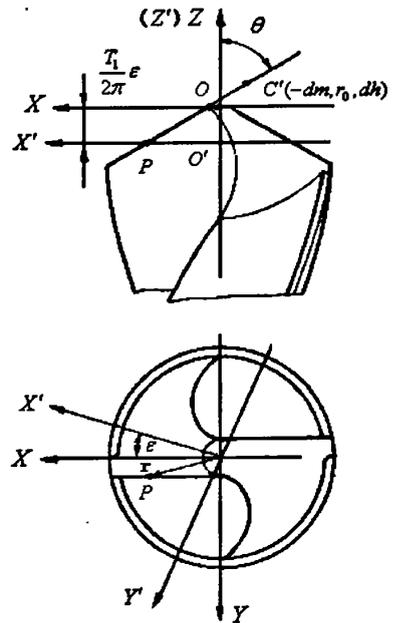


图 3.4 主刃母线坐标旋转示意图

$$\begin{cases} X' = \sqrt{r^2 - r_0^2} \\ Y' = r_0 \\ \frac{Z' - dh}{X' + dm} = -\cot \theta \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} X' = \sqrt{r^2 - r_0^2} \\ Y' = r_0 \\ Z' = \frac{-\sqrt{r^2 - r_0^2} - dm}{\tan \theta} + dh \end{cases} \quad (3.1)$$

上式中 $r^2 = X^2 + Y^2$ 。设螺旋面后刀面导程为 T_1 ，当坐标系作螺旋运动时，如果动坐标系转过 ϵ 角，则动坐标系原点 O' 沿 Z 轴负向的移动量为 $\frac{T_1}{2\pi} \epsilon$ 。静坐标系与动坐标系的关系如下：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon & \sin \varepsilon & 0 \\ -\sin \varepsilon & \cos \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{T_1}{2\pi} \varepsilon \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

由式 (3.1) 和式 (3.2) 可得,

$$\begin{cases} X = \sqrt{r^2 - r_0^2} \cos \varepsilon + r_0 \sin \varepsilon \\ Y = -\sqrt{r^2 - r_0^2} \sin \varepsilon + r_0 \cos \varepsilon \\ Z = \frac{-\sqrt{r^2 - r_0^2} - dm}{\tan \theta} + dh - \frac{T_1}{2\pi} \varepsilon \end{cases} \quad (3.3)$$

由于 $\cos \mu = \frac{\sqrt{r^2 - r_0^2}}{r}$, $\sin \mu = \frac{r_0}{r}$, 故有

$$\begin{cases} X = r \cos \mu \cos \varepsilon + r \sin \mu \sin \varepsilon = r \cos(\mu - \varepsilon) \\ Y = -r \cos \mu \sin \varepsilon + r \sin \mu \cos \varepsilon = r \sin(\mu - \varepsilon) \end{cases} \quad (3.4)$$

外部螺旋面后刀面的参数方程又可以写为

$$\begin{cases} X = r \cos(\mu - \varepsilon) \\ Y = r \sin(\mu - \varepsilon) \\ Z = \frac{-\sqrt{r^2 - r_0^2} - dm}{\tan \theta} + dh - \frac{T_1}{2\pi} \varepsilon \end{cases} \quad (3.5)$$

由式 (3.5) 有 $\frac{Y}{X} = \tan(\mu - \varepsilon)$, 即 $\varepsilon = \mu - \tan^{-1} \frac{Y}{X}$, 将上式和 $r^2 = X^2 + Y^2$ 代入

(3.5) 可得外部螺旋面后刀面的直角坐标方程为:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{-\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2} - dm}{\tan \theta} + dh - \frac{T_1}{2\pi} \left(\mu - \tan^{-1} \frac{Y}{X} \right) \\ &= \frac{-\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2} - dm}{\tan \theta} + dh + \frac{T_1}{2\pi} \left(\tan^{-1} \frac{Y}{X} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}} \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\text{又} \quad \tan \beta_1 = \frac{2\pi R}{T_1} \quad (3.7)$$

则式 (3.6) 可以进一步写成:

$$Z = \frac{-\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2} - dm}{\tan \theta} + dh + \frac{R}{\tan \beta_1} \left(\tan^{-1} \frac{Y}{X} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}} \right) \quad (3.8)$$

3.3.2 钻心部分圆螺旋面后刀面数学模型

由前面的分析可知，螺旋面钻尖钻芯部分后刀面 1 和钻芯部分后刀面 2 是由砂轮端面圆环在螺旋运动下形成的圆螺旋面的一部分。它是一个非常复杂的空间曲面。由螺旋面钻尖的刃磨原理（图 3.3）可知，砂轮端面圆环圆心 O' 的运动轨迹微分方程可以写成为：

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (V_1 \sin \theta - V_2 \cos \theta) \cos(\omega t) + \omega y \\ \frac{dy}{dt} = -(V_1 \sin \theta - V_2 \cos \theta) \sin(\omega t) - \omega x \\ \frac{dz}{dt} = -V_1 \cos \theta - V_2 \sin \theta \end{cases} \quad (3.9)$$

且满足初始条件

$$\begin{cases} x|_{t=0} = m \\ y|_{t=0} = r_0 \\ z|_{t=0} = h \end{cases} \quad (3.10)$$

和

$$\begin{cases} \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = -V_1 \sin \theta - V_2 \cos \theta + \omega r_0 \\ \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = -\omega m \\ \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=0} = -V_1 \cos \theta - V_2 \sin \theta \end{cases} \quad (3.11)$$

令

$$\begin{cases} a_1 = V_1 \sin \theta - V_2 \cos \theta \\ a_2 = -V_1 \cos \theta - V_2 \sin \theta \end{cases} \quad (3.12)$$

则式 (3.9) 变为：

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_1 \cos(\omega t) + \omega y \\ \frac{dy}{dt} = -a_1 \sin(\omega t) - \omega x \\ \frac{dz}{dt} = a_2 \end{cases} \quad (3.13)$$

解微分方程 (3.13) 可得：

$$\begin{cases} x = m \cos(\omega t) + r_0 \sin(\omega t) + a_1 t \cos(\omega t) \\ y = r_0 \cos(\omega t) - m \sin(\omega t) - a_1 t \sin(\omega t) \\ z = h + a_2 t \end{cases} \quad (3.14)$$

上式中 $O'(m, r_0, h)$ 为砂轮端面圆环圆心的初始位置， r_0 为钻芯半径。设

$P(x_p, y_p, z_p)$ 为圆螺旋面上一点, $O'(x, y, z)$ 为圆环圆心在任意时刻的坐标值。显然, $O'(x, y, z)$ 必须满足方程 (3.14)。 $P(x_p, y_p, z_p)$ 必须满足下面两个等式:

$$\begin{cases} (x_p - x)^2 + (y_p - y)^2 + (z_p - z)^2 = R_0^2 \\ \tau_x(x_p - x) + \tau_y(y_p - y) + \tau_z(z_p - z) = 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

上式中, 第一个等式表明, 砂轮端面圆环上的任意点到圆心的距离等于砂轮的半径 R_0 ; 第二个等式表明, 圆环位于垂直于砂轮轴线且过圆环圆心的法平面内。其中 $\tau(\tau_x, \tau_y, \tau_z)$ 为砂轮轴线的切向量。

设在任意时刻 t , 钻头逆时针旋转 ωt , 则相当于砂轮轴线绕钻头轴线顺时针旋转 ωt 角。则砂轮轴线在钻头结构坐标系中的位置如图 3.5 所示。

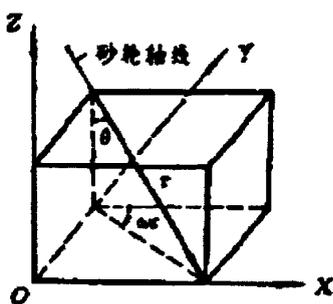


图 3.5 砂轮轴线向量图

在砂轮轴线上取一图示方向的单位向量 τ , 则不难求出

$$\begin{cases} \tau_x = \sin \theta \cos(\omega t) \\ \tau_y = -\sin \theta \sin(\omega t) \\ \tau_z = -\cos \theta \end{cases} \quad (3.16)$$

把式 (3.14) 和式 (3.16) 代入式 (3.15) 中, 并注意到 $P(x_p, y_p, z_p)$ 点的任意性, 把它写成 $P(x, y, z)$, 得

$$\begin{cases} \{x - [(m + a_1 t) \cos(\omega t) + r_0 \sin(\omega t)]\}^2 + \{y - [r_0 \cos(\omega t) - (m + a_1 t) \sin(\omega t)]\}^2 + [z - (h + a_2 t)]^2 = R_0^2 \\ \{x - [(m + a_1 t) \cos(\omega t) + r_0 \sin(\omega t)]\} \sin \theta \cos(\omega t) - \{y - [r_0 \cos(\omega t) - (m + a_1 t) \sin(\omega t)]\} \sin \theta \sin(\omega t) - \cos \theta [z - (h + a_2 t)] = 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

式 (3.17) 描述了砂轮端面圆环在给定条件下所形成的曲面, 该曲面的一部分构成了螺旋面钻尖钻芯部分后刀面 1。由于钻尖两后刀面关于钻尖结构坐标系的 Z 轴对称, 因此根据式 (3.17) 可直接写出钻芯部分后刀面 2 的方程, 即

$$\begin{cases} \{x + [(m + a_1 t) \cos(\omega t) + r_0 \sin(\omega t)]\}^2 + \{y + [r_0 \cos(\omega t) - (m + a_1 t) \sin(\omega t)]\}^2 + [z - (h + a_2 t)]^2 = R_0^2 \\ -\{x + [(m + a_1 t) \cos(\omega t) + r_0 \sin(\omega t)]\} \sin \theta \cos(\omega t) + \{y + [r_0 \cos(\omega t) - (m + a_1 t) \sin(\omega t)]\} \sin \theta \sin(\omega t) - \cos \theta [z - (h + a_2 t)] = 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

式 (3.17) 和式 (3.18) 中有:

$$\begin{cases} m = R_0 \cos \theta - dm \\ h = R_0 \sin \theta - dh \end{cases} \quad (3.19)$$

3.3.3 外刃结构圆周后角 α_{fc} 与刃磨参数的关系

由前文所述可知, 外刃圆周后角 α_{fc} 是在以钻头轴线为轴线的圆柱面内测量的外刃选定点即外缘转点处, 外部螺旋面后刀面廓线的切线和端平面之间的夹角。式 (3.8) 是螺旋面在钻头结构坐标系 $O-XYZ$ 中的方程, 如图 3.6, 将坐标系 $O-XYZ$ 绕 Z 逆时针转动钻芯角 μ_0 得到坐标系 $O_1-X_1Y_1Z_1$, 通过坐标变换, 求出螺旋面后刀面在新坐标系中的方程, 即可进一步求出外刃圆周后角 α_{fc} 。旋转矩阵如下:

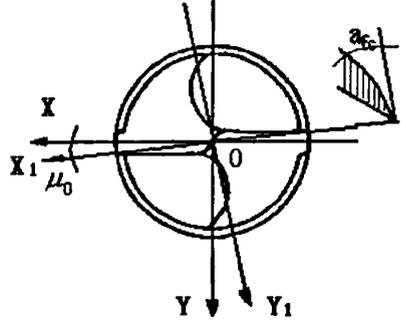


图 3.6 外刃结构圆周后角

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \mu_0 & -\sin \mu_0 & 0 \\ \sin \mu_0 & \cos \mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

式中 $\sin \mu_0 = \frac{r_0}{R}$, 由式 (3.8) 和式 (3.20) 可得:

$$\begin{aligned} Z_1 = & \frac{-\sqrt{X_1^2 + Y_1^2 - r_0^2} - dm}{\tan \theta} + dh + \frac{R}{\tan \beta_1} \\ & \times \left(\tan^{-1} \frac{X_1 \sin \mu_0 + Y_1 \cos \mu_0}{X_1 \cos \mu_0 - Y_1 \sin \mu_0} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2 - r_0^2}} \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \tan \alpha_{fc} = & \left. \frac{dZ_1}{dY_1} \right|_{X_1 = R, Y_1 = 0} \\ = & \left\{ \frac{-Y_1}{\tan \theta \sqrt{X_1^2 + Y_1^2 - r_0^2}} + \frac{R}{\tan \beta_1 (X_1^2 + Y_1^2)} \left[X_1 + \frac{r_0 Y_1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2 - r_0^2}} \right] \right\} \Big|_{X_1 = R, Y_1 = 0} \\ = & \frac{1}{\tan \beta_1} \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\text{又} \quad \tan \beta_1 = \frac{2\pi R}{T_1} \quad (3.23)$$

$$\frac{T_1}{V_2 \sin \theta} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (3.24)$$

$$\tan \alpha_{fc} = \frac{1}{\tan \beta_1} = \frac{V_2 \sin \theta}{R\omega} \quad (3.25)$$

式 (3.25) 即为结构圆周后角与刃磨参数的关系。

3.4 主切削刃数学模型及使用顶角与刃磨参数的关系

3.4.1 前刀面的数学模型

与后刀面相似，麻花钻的前刀面也是由一条直线母线绕半径为 r_0 的钻芯圆柱作螺旋运动而形成的螺旋面。该母线与钻头轴线的夹角 ρ_0 称为原始结构半顶角。由于钻尖后刀面方程的坐标原点在钻尖中心处的顶点上，因此，建立前刀面的方程时也应保证该方程的坐标系与后刀面方程的坐标系重合，这样，才能保证主刃方程求解的正确性。

如图，设外缘转点处 d 点坐标为 (x_d, y_d, z_d) ，依据后刀面方程式 (3.8) 可直接写出前刀面方程为：

$$z = \frac{-\sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2} - x_d}{\tan \rho_0} + z_d + \frac{R}{\tan \beta_0} \left(\tan^{-1} \frac{y}{x} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2}} \right) \quad (3.26)$$

式中 $2\rho_0$ ——钻尖原始设计顶角；

β_0 ——钻尖前刀面半径 R 上的螺旋角，一般 $\beta_0 = 30^\circ$ ；

r_0 ——钻芯半径；

d 为外缘转点，因此有

$$\begin{cases} x_d = \sqrt{R^2 - r_0^2} \\ y_d = r_0 \end{cases} \quad (3.27)$$

因外缘转点 d 即在前刀面上，又在后刀面上，将式 (3.27) 代入式 (3.8) 中可以求出 z_d 。

$$z_d = dh - \frac{dm + \sqrt{R^2 - r_0^2}}{\tan \theta} \quad (3.28)$$

式 (3.27) 和式 (3.28) 代入式 (3.26) 得前刀面方程如下：

$$\begin{aligned} z = & \frac{-\sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2} - \sqrt{R^2 - r_0^2}}{\tan \rho_0} + dh - \frac{dm + \sqrt{R^2 - r_0^2}}{\tan \theta} \\ & + \frac{R}{\tan \beta_0} \left(\tan^{-1} \frac{y}{x} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2}} \right) \end{aligned} \quad (3.29)$$

3.4.2 主切削刃的数学模型

主切削刃是由钻尖前刀面与钻尖外部后刀面的交线所形成的，因此，联立式

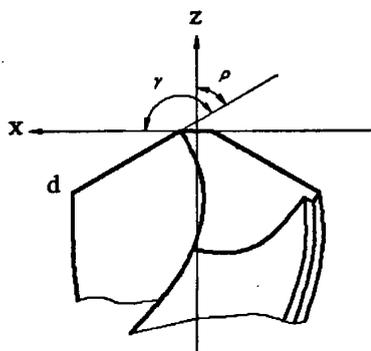
(3.8) 和式 (3.29) 就得到了主切削刃的数学模型, 即

$$\left\{ \begin{aligned} z &= \frac{-\sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2} - dm}{\tan \theta} + dh \\ &\quad + \frac{R}{\tan \beta_1} \left(\tan^{-1} \frac{y}{x} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2}} \right) \\ z &= \frac{-\sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2} - \sqrt{R^2 - r_0^2}}{\tan \rho_0} + dh - \frac{dm + \sqrt{R^2 - r_0^2}}{\tan \theta} \\ &\quad + \frac{R}{\tan \beta_0} \left(\tan^{-1} \frac{y}{x} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2}} \right) \end{aligned} \right. \quad (3.30)$$

把上式写成隐函数形式为 $\begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ G(x, y, z) = 0 \end{cases}$ (3.31)

3.4.3 使用锋角与刃磨参数的关系

钻尖主切削刃外缘转点处的切线与 Z 轴在 XOZ 平面内的投影的夹角的二倍称为钻尖刃磨顶角(或使用锋角)。如图 3.7, 设主切削刃上外缘转点 d 处的切线在 XOZ 平面内的投影斜率角为 γ , 斜率为 k 。



由图可知 $\rho = \gamma - \frac{\pi}{2}$ (3.32)

$$k = \tan \gamma \quad (3.33)$$

则有: $\tan \rho = -\frac{1}{k}$ (3.34)

图 3.7 钻尖使用半顶角

已知 d 点的切线方程满足:

$$\frac{x - x_d}{l} = \frac{y - y_d}{m} = \frac{z - z_d}{n} \quad (3.35)$$

且有: $l:m:n = \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial y} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ \frac{\partial G}{\partial y} & \frac{\partial G}{\partial z} \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial z} & \frac{\partial F}{\partial x} \\ \frac{\partial G}{\partial z} & \frac{\partial G}{\partial x} \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial x} & \frac{\partial G}{\partial y} \end{vmatrix}$ (3.36)

所以: $k = \frac{n}{l} = \frac{\frac{\partial F}{\partial x} \Big|_d \cdot \frac{\partial G}{\partial y} \Big|_d - \frac{\partial F}{\partial y} \Big|_d \cdot \frac{\partial G}{\partial x} \Big|_d}{\frac{\partial F}{\partial y} \Big|_d \cdot \frac{\partial G}{\partial z} \Big|_d - \frac{\partial F}{\partial z} \Big|_d \cdot \frac{\partial G}{\partial y} \Big|_d}$ (3.37)

由 (3.30) 求得:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x} = \frac{x}{\tan \theta \sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2}} - \frac{R}{\tan \beta_1 (x^2 + y^2)} \left[-y + \frac{r_0 x}{\sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2}} \right] \\ \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{y}{\tan \theta \sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2}} - \frac{R}{\tan \beta_1 (x^2 + y^2)} \left[x + \frac{r_0 y}{\sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2}} \right] \\ \frac{\partial F}{\partial z} = 1 \end{cases} \quad (3.38)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial G}{\partial x} = \frac{x}{\tan \rho_0 \sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2}} - \frac{R}{\tan \beta_0 (x^2 + y^2)} \left[-y + \frac{r_0 x}{\sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2}} \right] \\ \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{y}{\tan \rho_0 \sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2}} - \frac{R}{\tan \beta_0 (x^2 + y^2)} \left[x + \frac{r_0 y}{\sqrt{x^2 + y^2 - r_0^2}} \right] \\ \frac{\partial G}{\partial z} = 1 \end{cases} \quad (3.39)$$

由将 d 点坐标式 (3.27) 代入上式可得:

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_d = \frac{1}{\tan \theta} \\ \left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_d = \frac{r_0}{\tan \theta \sqrt{R^2 - r_0^2}} - \frac{1}{R \tan \beta_1} \left[\sqrt{R^2 - r_0^2} + \frac{r_0^2}{\sqrt{R^2 - r_0^2}} \right] \\ \left. \frac{\partial F}{\partial z} \right|_d = 1 \end{cases} \quad (3.40)$$

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial G}{\partial x} \right|_d = \frac{1}{\tan \rho_0} \\ \left. \frac{\partial G}{\partial y} \right|_d = \frac{r_0}{\tan \rho_0 \sqrt{R^2 - r_0^2}} - \frac{1}{R \tan \beta_0} \left[\sqrt{R^2 - r_0^2} + \frac{r_0^2}{\sqrt{R^2 - r_0^2}} \right] \\ \left. \frac{\partial G}{\partial z} \right|_d = 1 \end{cases} \quad (3.41)$$

由 $\sin \mu_0 = \frac{r_0}{R}$, $\cos \mu_0 = \frac{\sqrt{R^2 - r_0^2}}{R}$, $\tan \mu_0 = \frac{r_0}{\sqrt{R^2 - r_0^2}}$, 故式 (3.40) 和式 (3.41)

即为:

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_d = \frac{1}{\tan \theta} \\ \left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_d = \frac{\tan \mu_0}{\tan \theta} - \frac{1}{\tan \beta_1 \cos \mu_0} \\ \left. \frac{\partial F}{\partial z} \right|_d = 1 \end{cases} \quad (3.42)$$

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial G}{\partial x} \right|_d = \frac{1}{\tan \rho_0} \\ \left. \frac{\partial G}{\partial y} \right|_d = \frac{\tan \mu_0}{\tan \rho_0} - \frac{1}{\tan \beta_0 \cos \mu_0} \\ \left. \frac{\partial G}{\partial z} \right|_d = 1 \end{cases} \quad (3.43)$$

式 (3.42) 和式 (3.43) 代入式 (3.37) 可得:

$$k = \frac{-\tan \rho_0 + \tan \theta \tan \beta_0 \frac{1}{\tan \beta_1}}{\tan \theta \tan \rho_0 \left(1 - \frac{\tan \beta_0}{\tan \beta_1}\right) - \sin \mu_0 \tan \beta_0 (\tan \theta - \tan \rho_0)} \quad (3.44)$$

将式 (3.44) 代入到式 (3.34) 中, 并注意到 $\tan \alpha_{fc} = \frac{1}{\tan \beta_1}$ 得:

$$\tan \rho = \frac{\tan \rho_0 \tan \theta (1 - \tan \beta_0 \tan \alpha_{fc}) - \sin \mu_0 \tan \beta_0 (\tan \theta - \tan \rho_0)}{\tan \rho_0 - \tan \beta_0 \tan \alpha_{fc} \tan \theta} \quad (3.45)$$

上式即为使用半锋角与刃磨参数的关系式。从式中可以看出 ρ 是刃磨参数 θ 的函数, 且取决于给定的设计参数 α_{fc} 。当 $\theta = \rho_0$ 时, 可以得到结果 $\theta = \rho$, 即当满足直线主刃的条件时, ρ 不受后角 α_{fc} 的影响; 而当 $\theta \neq \rho_0$ 时, ρ 将因 α_{fc} 的变化而变化。

3.5 横刃的数学模型及横刃斜角和前角与刃磨参数的关系

3.5.1 横刃的数学模型

钻尖的横刃是钻尖两后刀面相交而形成的空间曲线, 其形状取决于后刀面的刃磨形式和刃磨参数的调整值。

螺旋面钻尖的横刃是钻芯部分两后刀面相交而形成的复杂空间曲线。因此, 根据式 (3.17) 和式 (3.18) 并取不同的刃磨时间 t_1 、 t_2 求得其数学模型为:

$$\begin{cases} \{x - [(m + a_1 t_1) \cos(\omega t_1) + r_0 \sin(\omega t_1)]\}^2 + \{y - [r_0 \cos(\omega t_1) - (m + a_1 t_1) \sin(\omega t_1)]\}^2 + [z - (h + a_2 t_1)]^2 = R_0^2 \\ \sin \theta \cos(\omega t_1) \{x - [(m + a_1 t_1) \cos(\omega t_1) + r_0 \sin(\omega t_1)]\} - \sin \theta \sin(\omega t_1) \{y - [r_0 \cos(\omega t_1) - (m + a_1 t_1) \sin(\omega t_1)]\} - \cos \theta [z - (h + a_2 t_1)] = 0 \\ \{x + [(m + a_1 t_2) \cos(\omega t_2) + r_0 \sin(\omega t_2)]\}^2 + \{y + [r_0 \cos(\omega t_2) - (m + a_1 t_2) \sin(\omega t_2)]\}^2 + [z - (h + a_2 t_2)]^2 = R_0^2 \\ -\sin \theta \cos(\omega t_2) \{x + [(m + a_1 t_2) \cos(\omega t_2) + r_0 \sin(\omega t_2)]\} + \sin \theta \sin(\omega t_2) \{y + [r_0 \cos(\omega t_2) - (m + a_1 t_2) \sin(\omega t_2)]\} - \cos \theta [z - (h + a_2 t_2)] = 0 \end{cases} \quad (3.46)$$

3.5.2 横刃斜角与刃磨参数的关系

横刃斜角 ψ 是钻头端平面上测量的钻心尖处横刃切线与结构坐标系 X 轴的夹角。因此，由图 3.8 可知，横刃斜角可以表示为：

$$\tan \psi = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0, y=0} \quad (3.47)$$

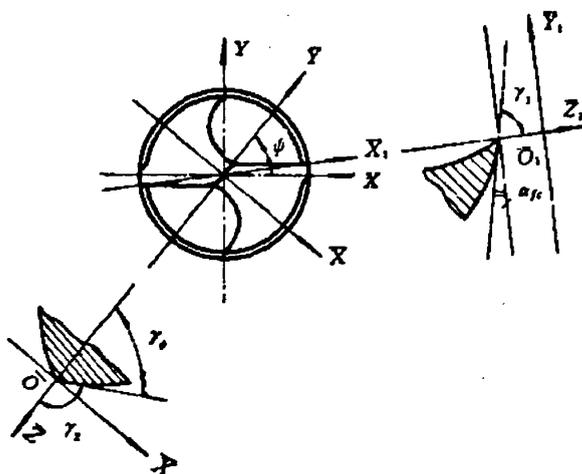


图 3.8 钻尖横刃斜角、横刃前角和外刃圆周后角

设砂轮端面圆环所在平面通过钻心尖的时刻为 t_0 ，因左右后刀面对称有：

$$t_0 = t_1 = t_2 = \frac{dm}{V_1 \sin \theta - V_2 \cos \theta} \quad (3.48)$$

$$\text{令} \quad \begin{cases} A_i(t_i) = (m + a_1 t_i) \cos(\omega t_i) + r_0 \sin(\omega t_i) \\ B_i(t_i) = -(m + a_1 t_i) \sin(\omega t_i) + r_0 \cos(\omega t_i) \quad i = 1, 2 \\ C_i(t_i) = h + a_2 t_i \end{cases} \quad (3.49)$$

$$\text{则} \quad \begin{cases} A_1(t_0) = A_2(t_0) = (m + a_1 t_0) \cos(\omega t_0) + r_0 \sin(\omega t_0) = A \\ B_1(t_0) = B_2(t_0) = -(m + a_1 t_0) \sin(\omega t_0) + r_0 \cos(\omega t_0) = B \\ C_1(t_0) = C_2(t_0) = h + a_2 t_0 = C \end{cases} \quad (3.50)$$

式 (3.49) 中变量 t 对 x 求导，并计算 t_0 时刻的值有：

$$\begin{cases} \left. \frac{dA_i(t_i)}{dx} \right|_{t_0} = [a_1 \cos(\omega t_0) - (m + a_1 t_0) \omega \sin(\omega t_0) + r_0 \omega \cos(\omega t_0)] \frac{dt_i}{dx} = f(t_0) \frac{dt_i}{dx} \\ \left. \frac{dB_i(t_i)}{dx} \right|_{t_0} = [-a_1 \sin(\omega t_0) - (m + a_1 t_0) \omega \cos(\omega t_0) - r_0 \omega \sin(\omega t_0)] \frac{dt_i}{dx} = g(t_0) \frac{dt_i}{dx} \\ \left. \frac{dC_i(t_i)}{dx} \right|_{t_0} = a_2 \frac{dt_i}{dx} \quad i = 1, 2 \end{cases} \quad (3.51)$$

将式 (3.49) 代入式 (3.46) 中可得：

$$\begin{cases} (x - A_1(t_1))^2 + (y - B_1(t_1))^2 + (z - C_1(t_1))^2 = R_0^2 \\ (x + A_2(t_2))^2 + (y + B_2(t_2))^2 + (z - C_2(t_2))^2 = R_0^2 \\ \sin \theta \cos(\omega t_1)(x - A_1(t_1)) - \sin \theta \sin(\omega t_1)(y - B_1(t_1)) - \cos \theta (z - C_1(t_1)) = 0 \\ -\sin \theta \cos(\omega t_2)(x + A_2(t_2)) + \sin \theta \sin(\omega t_2)(y + B_2(t_2)) - \cos \theta (z - C_2(t_2)) = 0 \end{cases} \quad (3.52)$$

上式中四个方程中的所有变量对 x 求导得:

$$\begin{cases} (x - A_1(t_1))(1 - \frac{dA_1(t_1)}{dx}) + (y - B_1(t_1))(\frac{dy}{dx} - \frac{dB_1(t_1)}{dx}) + (z - C_1(t_1))(\frac{dz}{dx} - \frac{dC_1(t_1)}{dx}) = 0 \\ (x + A_2(t_2))(1 - \frac{dA_2(t_2)}{dx}) + (y - B_2(t_2))(\frac{dy}{dx} - \frac{dB_2(t_2)}{dx}) + (z - C_2(t_2))(\frac{dz}{dx} - \frac{dC_2(t_2)}{dx}) = 0 \\ \sin \theta \cos(\omega t_1)(1 - \frac{dA_1(t_1)}{dx}) - \omega \sin \theta \sin(\omega t_1)(x - A_1(t_1)) \\ - \sin \theta \sin(\omega t_1)(\frac{dy}{dx} - \frac{dB_1(t_1)}{dx}) - \omega \sin \theta \cos(\omega t_1)(y - B_1(t_1)) - \cos \theta (\frac{dz}{dx} - \frac{dC_1(t_1)}{dx}) = 0 \\ - \sin \theta \cos(\omega t_2)(1 + \frac{dA_2(t_2)}{dx}) + \omega \sin \theta \sin(\omega t_2)(x + A_2(t_2)) \\ + \sin \theta \sin(\omega t_2)(\frac{dy}{dx} - \frac{dB_2(t_2)}{dx}) + \omega \sin \theta \cos(\omega t_2)(y + B_2(t_2)) - \cos \theta (\frac{dz}{dx} - \frac{dC_2(t_2)}{dx}) = 0 \end{cases} \quad (3.53)$$

则当 $t_1 = t_2 = t_0$ 时, $x = y = 0, z = z_0$, 将式 (3.50) 和式 (3.51) 代入式 (3.53) 中得,

$$\begin{cases} A[1 - f(t_0)\frac{dt_1}{dx}] + B[\frac{dy}{dx} - g(t_0)\frac{dt_1}{dx}] - (z_0 - C)(\frac{dz}{dx} - a_2\frac{dt_1}{dx}) = 0 \\ A[1 - f(t_0)\frac{dt_2}{dx}] + B[\frac{dy}{dx} - g(t_0)\frac{dt_2}{dx}] - (z_0 - C)(\frac{dz}{dx} - a_2\frac{dt_2}{dx}) = 0 \\ \sin \theta \cos(\omega t_0)(1 - f(t_0)\frac{dt_1}{dx}) + A\omega \sin \theta \sin(\omega t_0) + B\omega \sin \theta \cos(\omega t_0) \\ - \sin \theta \sin(\omega t_0)(\frac{dy}{dx} - g(t_0)\frac{dt_1}{dx}) - \cos \theta (\frac{dz}{dx} - a_2\frac{dt_1}{dx}) = 0 \\ - \sin \theta \cos(\omega t_0)(1 + f(t_0)\frac{dt_2}{dx}) + A\omega \sin \theta \sin(\omega t_0) + B\omega \sin \theta \cos(\omega t_0) \\ + \sin \theta \sin(\omega t_0)(\frac{dy}{dx} - g(t_0)\frac{dt_2}{dx}) - \cos \theta (\frac{dz}{dx} - a_2\frac{dt_2}{dx}) = 0 \end{cases} \quad (3.54)$$

式 (3.54) 前两方程与后两方程两两相减可得:

$$\begin{cases} [Af(t_0) + Bg(t_0) - a_2(z_0 - C)](\frac{dt_1}{dx} - \frac{dt_2}{dx}) = 0 \\ \sin \theta \cos(\omega t_0)[2 - f(t_0)(\frac{dt_1}{dx} - \frac{dt_2}{dx})] \\ - \sin \theta \sin(\omega t_0)[2\frac{dy}{dx} - g(t_0)(\frac{dt_1}{dx} - \frac{dt_2}{dx})] + a_2 \cos \theta (\frac{dt_1}{dx} - \frac{dt_2}{dx}) = 0 \end{cases} \quad (3.55)$$

根据式 (3.52), 当 $t_1 = t_2 = t_0, x = y = 0$ 时有:

$$z_0 = B \tan \theta \sin(\omega t_0) - A \tan \theta \cos(\omega t_0) + C \quad (3.56)$$

计算可得 $Af(t_0) + Bg(t_0) - a_2(z_0 - C) = (a_1 + a_2 \tan \theta)(m + a_1 t_0) - V_2 R_0 \neq 0$ ，由式 (3.55) 中第一个方程可得：

$$\frac{dt_1}{dx} - \frac{dt_2}{dx} = 0 \quad (3.57)$$

上式代入到式(3.55)中第二个方程可得：

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0, y=0} = \cot(\omega t_0) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \omega t_0\right) \quad (3.58)$$

由式 (3.47) 和式 (3.58) 可得：

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \omega t_0 \quad (3.59)$$

ψ 一般用度数表示，式 (3.48) 代入上式进一步可得：

$$\psi = 90^\circ - \frac{180^\circ \omega d m}{\pi(V_1 \sin \theta - V_2 \cos \theta)} \quad (3.60)$$

3.5.3 横刃前角与刃磨参数的关系

横刃前角 γ_ψ 是在主剖面内测量的钻尖后刀面与基面 P_r 间的夹角，如图 3.8 所示。为了求出横刃上钻心尖处的横刃前角 γ_ψ ，可先将钻尖后刀面的方程式 (3.17) 通过坐标变换绕 Z 轴顺时针旋转 ψ' 角至新坐标系 $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ ，其旋转矩阵为：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi' & \sin \psi' & 0 \\ -\sin \psi' & \cos \psi' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

上式中 $\psi' = \frac{\pi}{2} - \psi$ ，将上式代入式 (3.17) 可得钻芯处圆螺旋面后刀面在新坐

标系 $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 中的方程，即：

$$\begin{cases} \{\bar{X} \sin \psi + \bar{Y} \cos \psi - [(m + a_1 t) \cos(\omega t) + r_0 \sin(\omega t)]\}^2 + \{-\bar{X} \cos \psi \\ + \bar{Y} \sin \psi - [r_0 \cos(\omega t) - (m + a_1 t) \sin(\omega t)]\}^2 + [\bar{Z} - (h + a_2 t)]^2 = R_0^2 \\ \sin \theta \cos(\omega t) \{\bar{X} \sin \psi + \bar{Y} \cos \psi - [(m + a_1 t) \cos(\omega t) \\ + r_0 \sin(\omega t)]\} - \sin \theta \sin(\omega t) \{-\bar{X} \cos \psi + \bar{Y} \sin \psi \\ - [r_0 \cos(\omega t) - (m + a_1 t) \sin(\omega t)]\} - \cos \theta [\bar{Z} - (h + a_2 t)] = 0 \end{cases} \quad (3.62)$$

在式 (3.62) 中令 $\bar{Y} = 0$ ，便得到后刀面在主剖面内的投影方程，即：

$$\begin{cases} \{\bar{X} \sin \psi - [(m + a_1 t) \cos(\omega t) + r_0 \sin(\omega t)]\}^2 + \{\bar{X} \cos \psi + [r_0 \cos(\omega t) \\ - (m + a_1 t) \sin(\omega t)]\}^2 + [\bar{Z} - (h + a_2 t)]^2 = R_0^2 \\ \sin \theta \cos(\omega t) \{\bar{X} \sin \psi - [(m + a_1 t) \cos(\omega t) + r_0 \sin(\omega t)]\} + \sin \theta \sin(\omega t) \\ \{\bar{X} \cos \psi + [r_0 \cos(\omega t) - (m + a_1 t) \sin(\omega t)]\} - \cos \theta [\bar{Z} - (h + a_2 t)] = 0 \end{cases} \quad (3.63)$$

将上式写成隐函数形式可得：

$$\begin{cases} F_1(\bar{X}, \bar{Z}, t) = 0 \\ F_2(\bar{X}, \bar{Z}, t) = 0 \end{cases} \quad (3.64)$$

根据隐函数求导原则, 由上式可得:

$$\frac{d\bar{Z}}{d\bar{X}} = \frac{\frac{\partial F_1}{\partial \bar{X}} \cdot \frac{\partial F_2}{\partial t} - \frac{\partial F_1}{\partial t} \cdot \frac{\partial F_2}{\partial \bar{X}}}{\frac{\partial F_1}{\partial t} \cdot \frac{\partial F_2}{\partial \bar{Z}} - \frac{\partial F_1}{\partial \bar{Z}} \cdot \frac{\partial F_2}{\partial t}} \quad (3.65)$$

由式 (3.63) 和式 (3.64) 可得:

$$\begin{cases} \frac{\partial F_1}{\partial \bar{X}} = 2\bar{X} - 2(m + a_1 t) \sin(\psi + \omega t) + 2r_0 \cos(\omega t + \psi) \\ \frac{\partial F_1}{\partial \bar{Z}} = 2 \tan \theta [\bar{X} \sin(\psi + \omega t) - (m + a_1 t)] \\ \frac{\partial F_1}{\partial t} = -2\bar{X}[(a_1 + r_0 \omega) \sin(\psi + \omega t) + \omega(m + a_1 t) \cos(\psi + \omega t)] \\ \quad + 2a_1(m + a_1 t) - 2a_2 \tan \theta [\bar{X} \sin(\psi + \omega t) - (m + a_1 t)] \\ \frac{\partial F_2}{\partial \bar{X}} = \sin \theta (\sin \psi + \omega t) \\ \frac{\partial F_2}{\partial \bar{Z}} = -\cos \theta \\ \frac{\partial F_2}{\partial t} = \sin \theta [\bar{X} \omega \cos(\psi + \omega t) - a_1] + a_2 \cos \theta \end{cases} \quad (3.66)$$

将式 (3.66) 代入式 (3.65) 求出 $\frac{d\bar{Z}}{d\bar{X}}$, 并代入砂轮端面圆环通过钻心尖时 $\bar{X} = 0$,

$t = t_0$ 可得:

$$\left. \frac{d\bar{Z}}{d\bar{X}} \right|_{\bar{X}=0} = \frac{a_2(m + a_1 t_0) \sin(\psi + \omega t_0) \sec \theta - r_0 \cos(\omega t_0 + \psi) (-a_1 \sin \theta + a_2 \cos \theta)}{a_1(m + a_1 t_0) \sec \theta} \quad (3.67)$$

根据式 (3.59) 有 $\psi + \omega t_0 = \frac{\pi}{2}$, 则 $\sin(\psi + \omega t_0) = 1$, $\cos(\omega t_0 + \psi) = 0$, 因此

$$\left. \frac{d\bar{Z}}{d\bar{X}} \right|_{\bar{X}=0} = \frac{a_2}{a_1} \quad (3.68)$$

γ_ψ 为负值, 由图 3.8 可知:

$$\gamma_\psi = -(\pi - \gamma_2) \quad (3.69)$$

$$\text{则} \quad \tan \gamma_\psi = \tan \gamma_2 = \left. \frac{d\bar{X}}{d\bar{Z}} \right|_{\bar{X}=0} \quad (3.70)$$

由式 (3.12)、式 (3.68) 和式 (3.70) 可得:

$$\tan \gamma_\psi = \frac{V_1 \sin \theta - V_2 \cos \theta}{-V_1 \cos \theta - V_2 \sin \theta} \quad (3.71)$$

3.6 螺旋面钻尖刃磨参数的求解

前文已分别求出螺旋面后刀面各设计参数与刃磨参数的关系，如式 (3.25)、(3.45)、(3.60) 和 (3.70) 所示，把四个式子整理成用设计参数表示刃磨参数的形式，再将它们联立起来即可得到求解刃磨参数方程组如下：

$$\begin{cases} \tan \theta = \frac{\tan \rho_0 \tan \rho - \tan \rho_0 \sin \mu_0 \tan \beta_0}{\tan \rho_0 (1 - \tan \beta_0 \tan \alpha_{fc}) + \tan \beta_0 (\tan \rho \tan \alpha_{fc} - \sin \mu_0)} \\ V_2 = \frac{R \omega \tan \alpha_{fc}}{\sin \theta} \\ V_1 = \frac{V_2 (\cos \theta - \tan \gamma_\psi \sin \theta)}{\sin \theta + \tan \gamma_\psi \cos \theta} \\ dm = (V_1 \sin \theta - V_2 \cos \theta) \frac{(90^\circ - \psi) \pi}{180^\circ \omega} \end{cases} \quad (3.72)$$

上式中 $\sin \mu_0 = \frac{r_0}{R}$, $\tan \alpha_{fc} = \frac{1}{\tan \beta_1}$ 。

3.7 小结

本章主要介绍了螺旋面钻尖的特点及其刃磨原理，以坐标变换原理为手段推导了等螺距螺旋面钻尖外部螺旋面、钻芯部分圆螺旋面和横刃的数学模型，并根据数学模型推导了各设计参数与刃磨参数的关系式，最终建立了求解螺旋面钻尖刃磨参数的方程组，为基本型群钻螺旋面外刃的数学模型的建立和刃磨参数的求解提供了参考依据。

第 4 章 群钻的数学模型及刃磨参数的求解

4.1 群钻数学模型的坐标系及建模方法

群钻数学模型与群钻刃磨机床和刃磨方法有关。在描述群钻的数学模型时,用钻头的结构坐标系表征钻头的设计参数,群钻的结构坐标系 $O-XYZ$ 如图 1.1 所示,坐标原点设在钻心尖处, X 轴的方向由外刃外缘转点 d 定位,令 $Y_d = r_0$ (r_0 为钻心半径)。

群钻的刃磨参数用其刃磨机床的结构坐标系 $O_M-X_M Y_M Z_M$ 表征,刃磨群钻时,钻头依据刃磨参数在机床结构坐标系中定位并相对砂轮作相应的运动。机床结构坐标系是静止的,而钻头结构坐标系可相对于机床结构坐标系进行坐标变换,当钻头结构坐标系不作任何变换,即在原始位置时,它与机床结构坐标系重合。

建立群钻数学模型时,根据钻头相应形面的刃磨方法,首先在机床结构坐标系中建立由砂轮表面(或砂轮)与钻头相对运动所形成的磨削表面的数学方程,然后根据钻头在机床结构坐标系中的定位姿态,通过坐标变换,将其变换到钻头结构坐标系中,即得到由相应刃磨方法形成的群钻对应形面的数学模型^[37]。因此,对于不同的机床,群钻的数学模型会因机床结构坐标系的不同而不同;而且在同一机床上采用不同的刃磨方法进行刃磨时,群钻的数学模型也不一样。

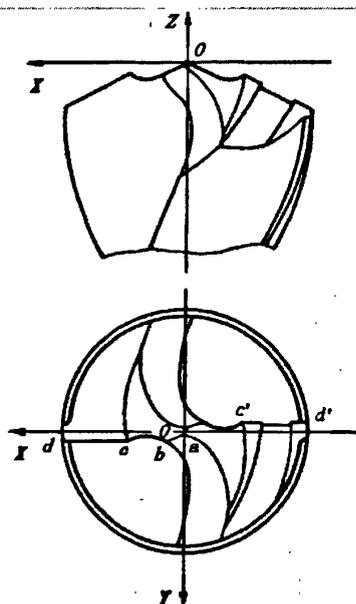


图 4.1 群钻的结构坐标系

4.2 GrindSmart 620XS 工具磨床

4.2.1 磨床的主要技术参数

磨床磨削范围为直径0.1mm~16.0mm的各种钻头、铣刀和齿轮滚刀等;夹头能夹持0.5mm~20mm的圆柱形棒料;采用机械手自动上下料时,工件整体长度达到150mm,而采用手动上下料时,工件整体长度达270 mm;砂轮架一次最多可装8片砂轮,砂轮最大的直径为150 mm;砂轮轴电机转速2000 RPM ~7200 RPM,功率7 kW。

磨床加工轴和机械手轴 (X 、 Y 、 Z 、 A 、 B 和 C 为加工轴, U 和 W 为机械手轴)

的技术参数如下表。

表4.1 GrindSmart 620XS工具磨床加工轴和机械手轴技术参数

轴	行程	分辨率	快速地移动速度	备注
X轴	300 mm	0.0001 mm	12 m/ min	配备直线性光栅尺
Y轴	220 mm	0.0001 mm	12 m/ min	配备直线性光栅尺
Z轴	180 mm	0.0001 mm	12 m/ min	配备直线性光栅尺
A轴	-195° +30°	0.00005°	10800° / min	编码器
B轴	-75° +135°	0.0001°	10800° / min	编码器
C轴	工件旋转轴	0.001°	10800° / min	编码器
U轴	500 mm	0.001 mm	65 m/ min	编码器
W轴	620 mm	0.001 mm	65 m/ min	编码器

4.2.2 磨床的结构坐标系

GrindSmart 620XS 工具磨床有 6 个自由度，工作台沿 X_M 、 Y_M 移动，砂轮架沿 Z_M 移动；砂轮架转动轴 A、工作台转动轴 B 和工件转动轴 C 分别绕 X_M 、 Y_M 和 Z_M 转动。机床结构坐标系如图 4.2 所示。

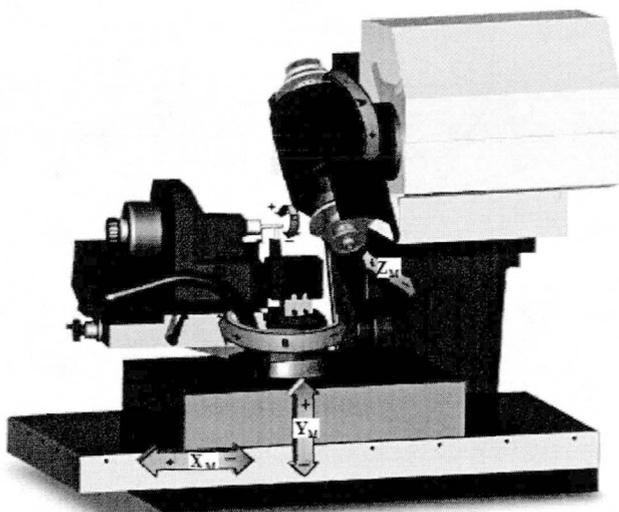


图 4.2 GrindSmart 620XS 工具磨床的结构坐标系

从本人在株洲某公司实地调研了解到的情况看来，GrindSmart 620XS 数控工具磨床在刀具，尤其是铣刀和钻头制造行业中发挥了及其重要的作用。该磨床不仅加工精度高，而且能够自动上下料，实现“无人”生产；另外，与设备配套的计算机辅助设计软件——VirtualGrind 支持刀具的虚拟设计，能对刀具的刃磨过程进行仿真，通过仿真自动生成刀具数控加工程序。这些优点能显著提高生产率和

产品质量，降低生产成本，缩短新产品的开发周期。

根据以上关于磨床技术参数和结构坐标系的描述不难发现，在该磨床上实现群钻的机械化和自动化刃磨完全具有可行性，而且配套的 VirtualGrind 仿真软件为研究群钻的刃磨提供了一个很好的工具，更重要的是其在刀具生产中的广泛应用也预示着在磨床上实现群钻的机械化和自动化刃磨能够为生产者带来巨大的经济效益。因此，建立基于该磨床的群钻数学模型，从而解决实现群钻机械化和自动化刃磨的关键问题有非常重要的意义。

4.3 群钻各基本型面的数学模型

4.3.1 内刃后刀面的数学模型

群钻的内刃后刀面1'由砂轮的外圆周面和砂轮圆角按图 4.3 的方式磨出，由于采用大直径外圆砂轮进行磨削，可以将磨出的圆柱面近似看成平面。由图可知，内刃后刀面和圆柱面圆弧刃是在同一姿态调整中磨出。图中 $O_M-X_M Y_M Z_M$ 为机床机构坐标系， O_1 点为圆弧刃圆心， c' 点为外刃与圆弧刃的交点， n 点为圆弧刃最低点，直线 l 为砂轮的轴线。

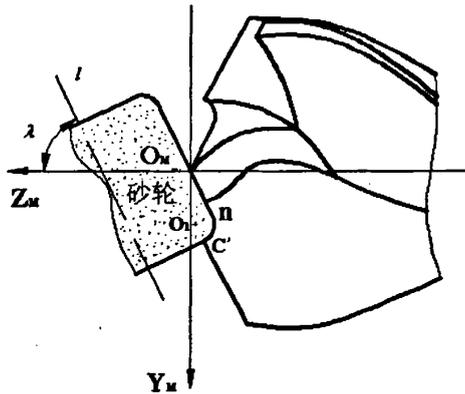


图 4.3 圆弧刃和内刃后刀面刃磨简图

假准备刃磨时，砂轮轴线处于水平状态，钻头结构坐标系 $O-XYZ$ 与机床机构坐标系 $O_M-X_M Y_M Z_M$ 重合。开始刃磨后，为保证群钻的设计参数横刃斜角 ψ 、圆弧刃圆周后角 α_{Rn} 和外刃与圆弧刃交点 c' 处的侧后角 α_c ，砂轮轴线绕 X_M 逆时针转过 λ 角，钻头先绕 Y 顺时针转 σ 角，再绕 Z 顺时针转 ω 角。 λ 、 σ 、 ω 即为刃磨群钻内刃后刀面和圆弧刃后刀面的刃磨参数。

在机床结构坐标系 $O_M-X_M Y_M Z_M$ 中，内刃后刀面1'方程为：

$$Y_M = -Z_M \tan \lambda \quad (4.1)$$

根据坐标变换原理，钻头旋转后，其结构坐标系 $O-XYZ$ 与机床结构坐标系 $O_M-X_M Y_M Z_M$ 的关系为：

$$\begin{bmatrix} X_M \\ Y_M \\ Z_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \sigma & 0 & -\sin \sigma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \sigma & 0 & \cos \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \omega & \sin \omega & 0 \\ -\sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

由式 (4.1) 与式 (4.2) 可以得到群钻结构坐标系中内刃后刀面 1' 的方程, 即

$$X(\sin \omega - \sin \sigma \cos \omega \tan \lambda) - Y(\cos \omega + \sin \sigma \sin \omega \tan \lambda) - Z \cos \sigma \tan \lambda = 0 \quad (4.3)$$

与内刃后刀面 1' 关于群钻 Z 轴对称的内刃后刀面 1 的数学模型为,

$$X(\sin \omega - \sin \sigma \cos \omega \tan \lambda) - Y(\cos \omega + \sin \sigma \sin \omega \tan \lambda) + Z \cos \sigma \tan \lambda = 0 \quad (4.4)$$

4.3.2 圆弧刃后刀面的数学模型

圆弧刃后刀面为圆柱面, 它与内刃后刀面相切, 由图 4.3 可知, 在机床结构坐标系 $O_M-X_M Y_M Z_M$ 中, 圆弧刃后刀面 2' 的方程如下:

$$(Y_M - Y_{Q_1})^2 + (Z_M - Z_{Q_1})^2 = R_1^2 \quad (4.5)$$

式中: R_1 ——圆弧刃的圆弧半径;

Y_{Q_1}, Z_{Q_1} ——在机床结构坐标系中圆弧刃圆弧的圆心坐标。

由于内刃与圆弧刃相切, 并且 n 点为切点, 根据图 4.3 中的几何关系, 可以求得 n 点在机床结构坐标系中的坐标为:

$$\begin{cases} Y_{Mn} = Y_{Q_1} - R_1 \cos \lambda \\ Z_{Mn} = Z_{Q_1} - R_1 \sin \lambda \end{cases} \quad (4.6)$$

又 n 点在平面 $Y_M = -Z_M \tan \lambda$ 上, 故有:

$$Y_{Q_1} - R_1 \cos \lambda = -\tan \lambda (Z_{Q_1} - R_1 \sin \lambda) \quad (4.7)$$

在钻头结构坐标系中, 外刃与圆弧刃交点 c' 的坐标为:

$$\begin{cases} X_{c'} = -\sqrt{R^2 - r_0^2} + l \sin \rho \\ Y_{c'} = -r_0 \\ Z_{c'} = -h_0 \end{cases} \quad (4.8)$$

式中: l ——外刃长度;

h_0 ——钻心高, 即钻心尖与 c' 点连线在钻头 Z 轴上的投影长度。

由于圆弧刃后刀面 2' 与内刃后刀面 1' 在同一姿态调整中磨出, 故坐标变化矩阵同为式 (4.2), 则由式 (4.2) 和 (4.8) 可以得到 c' 点在机床结构坐标系中的坐标为:

$$\begin{cases} X_{Mc'} = (-\sqrt{R^2 - r_0^2} + l \sin \rho) \cos \sigma \cos \omega - r_0 \cos \sigma \sin \omega + h_0 \sin \sigma \\ Y_{Mc'} = (\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho) \sin \omega - r_0 \cos \omega \\ Z_{Mc'} = (-\sqrt{R^2 - r_0^2} + l \sin \rho) \sin \sigma \cos \omega - r_0 \sin \sigma \sin \omega - h_0 \sin \sigma \end{cases} \quad (4.9)$$

由 O_1 点与 c' 点之间的距离为 R_1 可得:

$$\begin{aligned} & [Y_{O_1} - (\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho) \sin \omega + r_0 \cos \omega]^2 + [Z_{O_1} + h_0 \sin \sigma \\ & + (\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho) \sin \sigma \cos \omega + r_0 \sin \sigma \sin \omega]^2 = R_1^2 \end{aligned} \quad (4.10)$$

由式 (4.7) 和式 (4.10) 可以解出圆弧刃圆心坐标 Y_{O_1} 和 Z_{O_1} , 它们均为刃磨参数 λ 、 σ 和 ω 的函数, 将圆心坐标代入式 (4.5) 并通过式 (4.2) 进行坐标变换可得钻头结构坐标系中圆弧刃后刀面 $2'$ 的数学方程为:

$$(-X \sin \omega + Y \cos \omega - Y_{O_1})^2 + (X \sin \sigma \cos \omega + Y \sin \sigma \sin \omega + Z \cos \sigma - Z_{O_1})^2 = R_1^2 \quad (4.11)$$

与圆弧刃后刀面 $2'$ 关于群钻 Z 轴对称的圆弧刃后刀面 2 的数学模型即为:

$$(X \sin \omega - Y \cos \omega - Y_{O_1})^2 + (-X \sin \sigma \cos \omega - Y \sin \sigma \sin \omega + Z \cos \sigma - Z_{O_1})^2 = R_1^2 \quad (4.12)$$

4.3.3 螺旋面外刃后刀面的数学模型

群钻外刃后刀面可以采用锥面刃磨法和螺旋面刃磨法磨出, 本文仅讨论螺旋面刃磨法刃磨出的外刃后刀面。与上一章推导螺旋面外刃的方法类似, 根据上一章式 (3.8) 可以得到外刃后刀面 3 和 $3'$ 的数学模型如下:

$$Z = \frac{X_c - \sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}}{\tan \xi} + Z_c + \frac{R}{\tan \beta_1} \left(\tan^{-1} \frac{Y}{X} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}} \right) \quad (4.13)$$

将 c 点坐标 $X_c = \sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho$, $Z_c = -h_0$ 代入上式可得:

$$\begin{aligned} Z = & \frac{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho - \sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}}{\tan \xi} - h_0 \\ & + \frac{R}{\tan \beta_1} \left(\tan^{-1} \frac{Y}{X} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}} \right) \end{aligned} \quad (4.14)$$

式中 β_1 ——外刃后刀面的螺旋角;

ξ ——刃磨外刃时砂轮母线与钻头轴线的夹角;

h_0 ——钻尖高度。

4.3.4 内刃前刀面的数学模型

群钻内刃前刀面为平面, 如图 4.4 由砂轮的侧平面进行刃磨, 刃磨内刃前刀面又称为修磨横刃。图中, 坐标系 $O_M - X_M Y_M Z_M$ 为机床的结构坐标系, PQ 为砂轮的轴线, 它与机床的 Z_M 轴夹角为 λ_1 , O_2 为辅助圆柱面轴线在 $Y_M O_M Z_M$ 平面的投影点。假设刃磨前砂轮轴线与 Z_M 轴重合, 钻头结构坐标系与机床结构坐标系也重合。为了保证群钻的设计参数——内刃斜角 τ , 内刃法前角 γ_{rc} 及补充参数 β_i , 刃磨时, 砂轮绕 X_M 逆时针旋转 λ_1 角, 钻头先绕 Y 顺时针旋转 σ_1 角, 再绕 Z 顺时针

旋转 ω_1 角。 λ_1 、 σ_1 、 ω_1 即为刃磨内刃前刀面和辅助圆柱面时的刃磨参数。

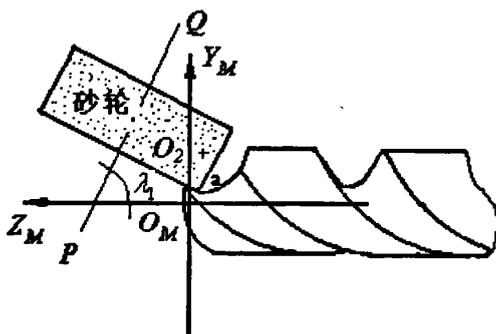


图 4.4 内刃前刀面及辅助圆柱面刃磨简图

在机床结构坐标系中，设内刃前刀面 4 的方程为：

$$Y_M = \cot \lambda_1 Z_M + t \quad (4.15)$$

根据坐标变换原理，钻头旋转后，其结构坐标系 $O-XYZ$ 与机床结构坐标系 $O_M-X_M Y_M Z_M$ 的关系为：

$$\begin{bmatrix} X_M \\ Y_M \\ Z_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \sigma_1 & 0 & -\sin \sigma_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \sigma_1 & 0 & \cos \sigma_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \omega_1 & \sin \omega_1 & 0 \\ -\sin \omega_1 & \cos \omega_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

由式 (4.15) 和式 (4.16) 可得钻头结构坐标系中内刃前刀面 4 的方程，

$$\begin{aligned} & -X(\sin \omega_1 + \sin \sigma_1 \cos \omega_1 \cot \lambda_1) + Y(\cos \omega_1 - \sin \sigma_1 \sin \omega_1 \cot \lambda_1) \\ & -Z \cos \sigma_1 \cot \lambda_1 = t \end{aligned} \quad (4.17)$$

由于内刃前刀面 4 经过钻头横刃转点 a (见图 2.3)，点 a 坐标如下：

$$\begin{cases} X_a = \frac{b_0}{2} \cos \psi \\ Y_a = \frac{b_0}{2} \sin \psi \\ Z_a = 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

式中 b_0 为横刃长度，将式 (4.18) 代入式 (4.17) 可得：

$$t = \frac{b_0}{2} \sin(\psi - \omega_1) - \frac{b_0}{2} \cot \lambda_1 \sin \sigma_1 \cos(\psi - \omega_1) \quad (4.19)$$

则内刃前刀面 4 的方程为：

$$\begin{aligned} & -X(\sin \omega_1 + \sin \sigma_1 \cos \omega_1 \cot \lambda_1) + Y(\cos \omega_1 - \sin \sigma_1 \sin \omega_1 \cot \lambda_1) \\ & -Z \cos \sigma_1 \cot \lambda_1 = \frac{b_0}{2} \sin(\psi - \omega_1) - \frac{b_0}{2} \cot \lambda_1 \sin \sigma_1 \cos(\psi - \omega_1) \end{aligned} \quad (4.20)$$

与内刃前刀面 4 关于群钻 Z 轴对称的内刃前刀面 4' 的数学模型为：

$$\begin{aligned} X(\sin \omega_1 + \sin \sigma_1 \cos \omega_1 \cot \lambda_1) - Y(\cos \omega_1 - \sin \sigma_1 \sin \omega_1 \cot \lambda_1) \\ - Z \cos \sigma_1 \cot \lambda_1 = \frac{b_0}{2} \sin(\psi - \omega_1) - \frac{b_0}{2} \cot \lambda_1 \sin \sigma_1 \cos(\psi - \omega_1) \end{aligned} \quad (4.21)$$

4.3.5 钻沟前刀面的数学模型

与外刃后刀面一样，钻沟前刀面 5 和 5' 也为螺旋面，只是其螺旋角与外刃后刀面不一样，用类似的方法可推导出其数学模型为：

$$\begin{aligned} Z = \frac{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho - \sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}}{\tan \rho_0} - h_0 \\ + \frac{R}{\tan \beta_0} \left(\tan^{-1} \frac{Y}{X} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}} \right) \end{aligned} \quad (4.22)$$

式中 β_0 ——钻沟前刀面的螺旋角；

ρ_0 ——钻头原始结构半顶角。

4.3.6 辅助圆柱面的数学模型

辅助圆柱面 6 与内刃前刀面在同一姿态调整中磨出，在修磨完横刃后用砂轮左侧棱边做圆弧插补形成。刃磨辅助圆柱面的目的是避免内刃及圆弧后刀面在钻削过程中产生干涉现象。辅助圆柱面 6 与内刃前刀面 4 相切，两者在机床结构坐标系中 $Y_M O_M Z_M$ 面中的投影的切点为 a（见图 4.4）。辅助圆柱面 6 在机床结构坐标系中的方程为：

$$(Y_M - Y_{O_2})^2 + (Z_M - Z_{O_2})^2 = R_2^2 \quad (4.23)$$

式中： R_2 ——辅助圆柱面的半径；

Y_{O_2} ， Z_{O_2} ——在机床结构坐标系中辅助圆柱面的圆心坐标。

由图 4.4 中的几何关系可得：

$$\begin{cases} Y_{O_2} = Y_{Ma} + R_2 \sin \lambda_1 \\ Z_{O_2} = Z_{Ma} - R_2 \cos \lambda_1 \end{cases} \quad (4.24)$$

由式 (4.16) 和式 (4.18) 可以求得：

$$\begin{cases} Y_{Ma} = \frac{b_0}{2} \sin(\psi - \omega_1) \\ Z_{Ma} = \frac{b_0}{2} \sin \sigma_1 \cos(\psi - \omega_1) \end{cases} \quad (4.25)$$

上式代入式 (1.24) 并将所得结果代入式(1.23)中可得辅助圆柱面 6 在机床结构坐标系中的方程，即：

$$\{Y_M - [\frac{b_0}{2} \sin(\psi - \omega_1) + R_2 \sin \lambda_1]\}^2 + \{Z_M - [\frac{b_0}{2} \sin \sigma_1 \cos(\psi - \omega_1) - R_2 \cos \lambda_1]\}^2 = R_2^2 \quad (4.26)$$

由于辅助圆柱面 6 与内刃前刀面 4 在同一姿态调整中磨出, 因此, 其坐标变换式同式 (4.16), 根据坐标变换原理可知辅助圆柱面 6 在钻头结构坐标系中的方程为:

$$\begin{aligned} & \{-X \sin \omega_1 + Y \cos \omega_1 - [\frac{b_0}{2} \sin(\psi - \omega_1) + R_2 \sin \lambda_1]\}^2 + \{X \sin \sigma_1 \cos \omega_1 \\ & + Y \sin \sigma_1 \sin \omega_1 + Z \cos \sigma_1 - [\frac{b_0}{2} \sin \sigma_1 \cos(\psi - \omega_1) - R_2 \cos \lambda_1]\}^2 = R_2^2 \end{aligned} \quad (4.27)$$

与辅助圆柱面 6 关于群钻 Z 轴对称的辅助圆柱面 6' 的数学模型为:

$$\begin{aligned} & \{X \sin \omega_1 - Y \cos \omega_1 - [\frac{b_0}{2} \sin(\psi - \omega_1) + R_2 \sin \lambda_1]\}^2 + \{-X \sin \sigma_1 \cos \omega_1 \\ & - Y \sin \sigma_1 \sin \omega_1 + Z \cos \sigma_1 - [\frac{b_0}{2} \sin \sigma_1 \cos(\psi - \omega_1) - R_2 \cos \lambda_1]\}^2 = R_2^2 \end{aligned} \quad (4.28)$$

4.3.7 分屑槽的数学模型

分屑槽的作用, 主要有两个方面, 一是减小了切屑形成过程的塑性变形, 二是减小了切屑的卷曲程度^[1]。为了获得良好的分屑效果, 根据文献[1], 采用矩形分屑槽。与刃磨圆弧刃后刀面方法类似, 分屑槽由薄片砂轮外圆周面和侧面棱边按图 4.5 的方式磨出。图中 $O_M-X_M Y_M Z_M$ 为机床机构坐标系, 直线 m 为砂轮的轴线, EF 、 FH 和 HG 构成分屑槽截面。

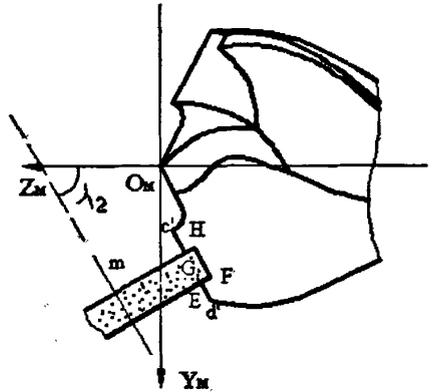


图 4.5 分屑槽刃磨简图

假设准备刃磨时, 砂轮轴线处于水平状态, 钻头结构坐标系 $O-XYZ$ 与机床机构坐标系 $O_M-X_M Y_M Z_M$ 重合。为保证分屑槽的设计参数 E 点侧后角 α_{E} 、F 点圆周后角 α_{RF} 及 EF 与外刃在 XOZ 平面内的夹角 α_{EF} ^[38], 开始刃磨后, 砂轮轴线绕 X_M 逆时针转过 λ_2 角, 钻头先绕 Y 顺时针转 σ_2 角, 再绕 Z 顺时针转 ω_2 角。 λ_2 、 σ_2 、 ω_2 即为刃磨群钻内刃后刀面和圆弧刃后刀面的刃磨参数。

设 E 点在机床结构坐标系中的坐标为 (Y_{ME}, Z_{ME}) , 由图 4.5 中的几何关系, 可求得分屑槽在机床结构坐标系中的方程为:

$$\begin{cases} EF : Y_M - Y_{ME} = \cot \lambda_2 (Z_M - Z_{ME}) \\ FH : Y_M - Y_{ME} + c \cos \lambda_2 = -\tan \lambda_2 (Z_M - Z_{ME} + c \sin \lambda_2) \\ HG : Y_M - Y_{ME} + l_2 \sin \lambda_2 = \cot \lambda_2 (Z_M - Z_{ME} - l_2 \cos \lambda_2) \end{cases} \quad (4.29)$$

根据坐标变换原理, 钻头旋转后, 其结构坐标系 $O-XYZ$ 与机床结构坐标系

$O_M-X_M Y_M Z_M$ 的关系为:

$$\begin{bmatrix} X_M \\ Y_M \\ Z_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \sigma_2 & 0 & -\sin \sigma_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \sigma_2 & 0 & \cos \sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \omega_2 & \sin \omega_2 & 0 \\ -\sin \omega_2 & \cos \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

则由式 (4.29) 与式 (4.30) 可得群钻结构坐标系中分屑槽的方程, 即:

$$\begin{cases} EF: X(\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2) + Y(\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 - \cos \omega_2) \\ \quad + Z \cot \lambda_2 \cos \sigma_2 - Z_{ME} \cot \lambda_2 + Y_{ME} = 0 \\ FH: X(\tan \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 - \sin \omega_2) + Y(\tan \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 + \cos \omega_2) \\ \quad + Z \tan \lambda_2 \cos \sigma_2 - Z_{ME} \tan \lambda_2 - Y_{ME} + c \sec \lambda_2 = 0 \\ HG: X(\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2) + Y(\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 - \cos \omega_2) \\ \quad + Z \cot \lambda_2 \cos \sigma_2 - Z_{ME} \cot \lambda_2 + Y_{ME} - l_2 \csc \lambda_2 = 0 \end{cases} \quad (4.31)$$

在钻头结构坐标系中, E 点坐标为:

$$\begin{cases} X_E = -\sqrt{R^2 - r_0^2} + l_1 \sin \rho \\ Y_E = -r_0 \\ Z_E = -h_0 - (l - l_1) \cos \rho \end{cases} \quad (4.32)$$

由上式和式 (4.30) 可求得 E 点在机床结构坐标系中的坐标为:

$$\begin{cases} X_{ME} = (-\sqrt{R^2 - r_0^2} + l_1 \sin \rho) \cos \sigma_2 \cos \omega_2 - r_0 \cos \sigma_2 \sin \omega_2 \\ \quad + [h_0 + (l - l_1) \cos \rho] \cos \sigma_2 \\ Y_{ME} = -(-\sqrt{R^2 - r_0^2} + l_1 \sin \rho) \sin \omega_2 - r_0 \cos \omega_2 \\ Z_{ME} = (-\sqrt{R^2 - r_0^2} + l_1 \sin \rho) \sin \sigma_2 \cos \omega_2 - r_0 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 \\ \quad - [h_0 + (l - l_1) \cos \rho] \cos \sigma_2 \end{cases} \quad (4.33)$$

上式代入式 (4.31) 得到群钻分屑槽数学模型为:

$$\begin{cases} EF: (X + \sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho)(\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2) \\ \quad + (Y + r_0)(\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 - \cos \omega_2) \\ \quad + [Z + h_0 + (l - l_1) \cos \rho] \cot \lambda_2 \cos \sigma_2 = 0 \\ FH: (X + \sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho)(\tan \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 - \sin \omega_2) \\ \quad + (Y + r_0)(\tan \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 + \cos \omega_2) \\ \quad + [Z + h_0 + (l - l_1) \cos \rho] \tan \lambda_2 \cos \sigma_2 + c \sec \lambda_2 = 0 \\ HG: (X + \sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho)(\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2) \\ \quad + (Y + r_0)(\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 - \cos \omega_2) \\ \quad + [Z + h_0 + (l - l_1) \cos \rho] \cot \lambda_2 \cos \sigma_2 - l_2 \csc \lambda_2 = 0 \end{cases} \quad (4.34)$$

对于大型群钻, 其分屑槽更多, 其他分屑槽的数学模型可以用类似的方法进

行推导。

4.4 群钻切削刃的数学模型

前面一节中已经推导出了群钻各个基本型面的数学模型，而群钻的切削刃是这些面的交线；据此，可推导出群钻切削刃的数学模型。这些模型对群钻的计算机辅助设计，钻头切削刃切削性能的计算机分析及群钻参数的优化都有非常重要的意义。由于除横刃外，其余切削刃都有两条，且关于钻头 Z 轴对称，因此，下文仅写出其中一条切削刃的数学方程。

4.4.1 群钻外刃的数学方程

群钻的外刃是外刃后刀面与钻沟前刀面相交而形成的切削刃，因此，联立式 (4.14) 和式 (4.22) 即得到外刃的数学方程为：

$$\left\{ \begin{aligned} Z &= \frac{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho - \sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}}{\tan \xi} - h_0 \\ &\quad + \frac{R}{\tan \beta_1} \left(\tan^{-1} \frac{Y}{X} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}} \right) \\ Z &= \frac{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho - \sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}}{\tan \rho_0} - h_0 \\ &\quad + \frac{R}{\tan \beta_0} \left(\tan^{-1} \frac{Y}{X} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}} \right) \end{aligned} \right. \quad (4.35)$$

4.4.2 群钻圆弧刃的数学方程

群钻圆弧刃是由圆弧刃后刀面和钻沟前刀面相交而形成的切削刃，因此，联立式 (4.11) 和式 (4.22) 即得圆弧刃的数学方程为：

$$\left\{ \begin{aligned} &(-X \sin \omega + Y \cos \omega - Y_{\alpha})^2 + (X \sin \sigma \cos \omega \\ &\quad + Y \sin \sigma \sin \omega + Z \cos \sigma - Z_{\alpha})^2 = R_1^2 \\ Z &= \frac{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho - \sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}}{\tan \rho_0} - h_0 \\ &\quad + \frac{R}{\tan \beta_0} \left(\tan^{-1} \frac{Y}{X} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}} \right) \end{aligned} \right. \quad (4.36)$$

其中 Y_{α} 、 Z_{α} 的值由以下方程解出。

$$\left\{ \begin{aligned} Y_{\alpha} - R_1 \cos \lambda &= -\tan \lambda (Z_{\alpha} - R_1 \sin \lambda) \\ [Y_{\alpha} - (\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho) \sin \omega + r_0 \cos \omega]^2 + [Z_{\alpha} + h_0 \sin \sigma \\ &\quad + (\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho) \sin \sigma \cos \omega + r_0 \sin \sigma \sin \omega]^2 = R_1^2 \end{aligned} \right. \quad (4.37)$$

4.4.3 群钻内刃的数学方程

群钻的内刃是由内刃后刀面和内刃前刀面相交而形成的切削刃，因此，联立式(4.4)和式(4.20)即得内刃的数学模型为：

$$\begin{cases} X(\sin \omega - \sin \sigma \cos \omega \tan \lambda) - Y(\cos \omega + \sin \sigma \sin \omega \tan \lambda) + Z \cos \sigma \tan \lambda = 0 \\ -X(\sin \omega_1 + \sin \sigma_1 \cos \omega_1 \cot \lambda_1) + Y(\cos \omega_1 - \sin \sigma_1 \sin \omega_1 \cot \lambda_1) \\ -Z \cos \sigma_1 \cot \lambda_1 = \frac{b_0}{2} \sin(\psi - \omega_1) - \frac{b_0}{2} \cot \lambda_1 \sin \sigma_1 \cos(\psi - \omega_1) \end{cases} \quad (4.38)$$

4.4.4 群钻横刃的数学方程

群钻的横刃是两内刃后刀面相交而形成的切削刃，因此，联立式(4.3)和式(4.4)即得横刃的数学模型为：

$$\begin{cases} X(\sin \omega - \sin \sigma \cos \omega \tan \lambda) - Y(\cos \omega + \sin \sigma \sin \omega \tan \lambda) - Z \cos \sigma \tan \lambda = 0 \\ X(\sin \omega - \sin \sigma \cos \omega \tan \lambda) - Y(\cos \omega + \sin \sigma \sin \omega \tan \lambda) + Z \cos \sigma \tan \lambda = 0 \end{cases} \quad (4.39)$$

4.5 群钻刃磨参数的求解

前文已经得到群钻各型面以及切削刃的数学方程式，这些方程都是用刃磨参数表示的。因此，为了确定刃磨时砂轮、工件以及机床三者之间的相对位置关系，以便进行群钻的刃磨加工，必须确定各个刃磨参数与钻头设计参数之间的关系。

4.5.1 圆弧刃和内刃后刀面刃磨时刃磨参数的求解

刃磨圆弧刃和内刃后刀面时，刃磨参数为旋转角 λ 、 σ 和 ω ，与之相对应的群钻设计参数为横刃斜角 ψ 、圆弧刃圆周后角 α_{Rn} 和外刃与圆弧刃交点 c 处的侧后角 α_c ，只要建立刃磨圆弧刃和内刃后刀面时刃磨参数与设计参数之间的关系方程组，就能够求解出此时的刃磨参数。

4.5.1.1 横刃斜角 ψ 与刃磨参数的关系

根据横刃的数学模型式(4.39)有：

$$X(\sin \omega - \sin \sigma \cos \omega \tan \lambda) - Y(\cos \omega + \sin \sigma \sin \omega \tan \lambda) = 0 \quad (4.40)$$

上式即为横刃在钻头端平面的投影方程，因此可以得到：

$$\tan \psi = \frac{Y}{X} = \frac{\sin \omega - \sin \sigma \cos \omega \tan \lambda}{\cos \omega + \sin \sigma \sin \omega \tan \lambda} \quad (4.41)$$

4.5.1.2 圆弧刃圆周后角 α_{Rn} 与刃磨参数的关系

由前文所述可以知道，圆弧刃圆周后角 α_{Rn} 是在以钻头轴线为轴线的圆柱面内测量的圆弧刃上选定点 n 处(即弧底处)后刀面廓线的切线与端平面之间的夹角。假

设 n 点的钻心角为 μ_n ，将内刃后刀面 $1'$ 方程式 (4.3) 绕群钻 Z 轴逆时针旋转钻心角 μ_n 到新坐标系 $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ ，坐标变换矩阵为：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \mu_n & -\sin \mu_n & 0 \\ \sin \mu_n & \cos \mu_n & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

在新坐标系 $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 中内刃后刀面 $1'$ 方程如下：

$$\begin{aligned} & \bar{X}[\sin(\omega - \mu_n) - \sin \sigma \cos(\omega - \mu_n) \tan \lambda] - \bar{Y}[\cos(\omega - \mu_n) \\ & + \sin \sigma \sin(\omega - \mu_n) \tan \lambda] - \bar{Z} \cos \sigma \tan \lambda = 0 \end{aligned} \quad (4.43)$$

则圆弧刃圆周后角 α_{Rn} 可由下式求出，

$$\tan \alpha_{Rn} = -\frac{\partial \bar{Z}}{\partial \bar{Y}} = \frac{\cos(\omega - \mu_n)}{\cos \sigma \tan \lambda} + \tan \sigma \sin(\omega - \mu_n) \quad (4.44)$$

由式 (4.37) 可以解得 Y_{Q_1} 、 Z_{Q_1} ，将结果代入式 (4.6) 可进一步求得 n 点在机床结构坐标系中的坐标 Y_{Mn} 、 Z_{Mn} 的值。

根据式 (4.2) 有，

$$\begin{cases} X = (X_M \cos \sigma + Z_M \sin \sigma) \cos \omega - Y_M \sin \omega \\ Y = (X_M \cos \sigma + Z_M \sin \sigma) \sin \omega + Y_M \cos \omega \\ Z = Z_M \cos \sigma - X_M \sin \sigma \end{cases} \quad (4.45)$$

则 n 点在钻头结构坐标系中的坐标为，

$$\begin{cases} X_n = (X_{Mn} \cos \sigma + Z_{Mn} \sin \sigma) \cos \omega - Y_{Mn} \sin \omega \\ Y_n = (X_{Mn} \cos \sigma + Z_{Mn} \sin \sigma) \sin \omega + Y_{Mn} \cos \omega \\ Z_n = Z_{Mn} \cos \sigma - X_{Mn} \sin \sigma \end{cases} \quad (4.46)$$

n 点在圆弧刃上，将上式代入圆弧刃方程式 (4.36) 中可求得 n 点在机床结构坐标系中横坐标值 X_{Mn} 。则 n 点的钻心角 μ_n 可由下式求出，

$$\mu_n = \arctan \frac{Y_n}{X_n} \quad (4.47)$$

4.5.1.3 外刃与圆弧刃交点 c 处的侧后角 α_{kc} 与刃磨参数的关系

c 点的侧后角 α_{kc} 是在端平面内测量的圆弧刃后刀面和外刃后刀面的交线在 c 点的切线与 c 点的圆周切线之间的夹角，如图 2.3 所示。

联立圆弧刃后刀面 2 的方程即式 (4.12) 与式 (4.14) 得到圆弧刃后刀面与外刃后刀面的交线，

$$\begin{cases} (X \sin \omega - Y \cos \omega - Y_{Q_1})^2 + (-X \sin \sigma \cos \omega - Y \sin \sigma \sin \omega + Z \cos \sigma - Z_{Q_1})^2 = R_1^2 \\ Z = \frac{X_c - \sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}}{\tan \xi} + Z_c + \frac{R}{\tan \beta_1} \left(\tan^{-1} \frac{Y}{X} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}} \right) \end{cases} \quad (4.48)$$

将上式两个方程中的参数 Z 消掉, 这样就得到了两个面的交线在钻头端平面内的投影线方程, 即:

$$(X \sin \omega - Y \cos \omega - Y_{Q_1})^2 + \left\{ -X \sin \sigma \cos \omega - Y \sin \sigma \sin \omega + \left[\frac{X_c - \sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}}{\tan \xi} \right. \right. \\ \left. \left. + Z_c + \frac{R}{\tan \beta_1} \times \left(\tan^{-1} \frac{Y}{X} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}} \right) \right] \cos \sigma - Z_{Q_1} \right\}^2 = R_1^2 \quad (4.49)$$

假设上述曲线在 c 点的切线的斜率为 k , 斜率角为 α , 根据上式有,

$$k = \tan \alpha = \frac{dY}{dX} \Big|_{X_c, Y_c} \\ = \frac{\left[\frac{R Y_c \cos \sigma}{(X_c^2 + Y_c^2) \tan \beta_1} - \frac{R r_0 X_c \cos \sigma}{(X_c^2 + Y_c^2) \sqrt{X_c^2 + Y_c^2 - r_0^2} \tan \beta_1} + \frac{X_c \cos \sigma}{\tan \xi \sqrt{X_c^2 + Y_c^2 - r_0^2}} + \sin \sigma \cos \omega \right] \\ \times (X_c \sin \sigma \cos \omega + Y_c \sin \sigma \sin \omega - Z_c \cos \sigma + Z_{Q_1}) + \sin \omega (X_c \sin \omega - Y_c \cos \omega - Y_{Q_1})}{\left[\frac{R X_c \cos \sigma}{(X_c^2 + Y_c^2) \tan \beta_1} + \frac{R r_0 Y_c \cos \sigma}{(X_c^2 + Y_c^2) \sqrt{X_c^2 + Y_c^2 - r_0^2} \tan \beta_1} - \frac{Y_c \cos \sigma}{\tan \xi \sqrt{X_c^2 + Y_c^2 - r_0^2}} - \sin \sigma \sin \omega \right] \\ \times (-X_c \sin \sigma \cos \omega - Y_c \sin \sigma \sin \omega + Z_c \cos \sigma - Z_{Q_1}) - \cos \omega (X_c \sin \omega - Y_c \cos \omega - Y_{Q_1}) \\ + \left(\frac{\cos \sigma}{\tan \xi} + \sin \sigma \cos \omega \right) (X_c \sin \sigma \cos \omega + r_0 \sin \sigma \sin \omega \\ + h_0 \cos \sigma + Z_{Q_1}) + \sin \omega (X_c \sin \omega - r_0 \cos \omega - Y_{Q_1})} \\ = \frac{\left(\frac{R \cos \sigma}{X_c \tan \beta_1} - \frac{r_0 \cos \sigma}{X_c \tan \xi} - \sin \sigma \sin \omega \right) (X_c \sin \sigma \cos \omega + r_0 \sin \sigma \sin \omega \\ + h_0 \cos \sigma + Z_{Q_1}) + \cos \omega (X_c \sin \omega - r_0 \cos \omega - Y_{Q_1})}{\left(\frac{R Y_c \cos \sigma}{(X_c^2 + Y_c^2) \tan \beta_1} - \frac{R r_0 X_c \cos \sigma}{(X_c^2 + Y_c^2) \sqrt{X_c^2 + Y_c^2 - r_0^2} \tan \beta_1} + \frac{X_c \cos \sigma}{\tan \xi \sqrt{X_c^2 + Y_c^2 - r_0^2}} + \sin \sigma \cos \omega \right) \\ \times (X_c \sin \sigma \cos \omega + Y_c \sin \sigma \sin \omega - Z_c \cos \sigma + Z_{Q_1}) + \sin \omega (X_c \sin \omega - Y_c \cos \omega - Y_{Q_1})} \quad (4.50)$$

式中 $X_c = \sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho$, Y_{Q_1} 、 Z_{Q_1} 由式 (4.31) 解出。

根据图 2.3 有:

$$\alpha_{ic} = \frac{\pi}{2} + \mu_c - \alpha \quad (4.51)$$

则

$$\tan \alpha_{ic} = \frac{\cot \alpha + \tan \mu_c}{1 - \cot \alpha \tan \mu_c} = \frac{1 + k \tan \mu_c}{k - \tan \mu_c} \quad (4.52)$$

又

$$\tan \mu_c = \frac{Y_c}{X_c} \quad (4.53)$$

将式 (4.53) 代入式 (4.52) 得:

$$\tan \alpha_{ic} = \frac{k Y_c + X_c}{k X_c - Y_c} \quad (4.54)$$

4.5.1.4 求解圆弧刃刃磨参数的方程组

圆弧刃后刀面与内刃后刀面的交线投影点 n 在钻头结构坐标系中的坐标为

(X_n, Y_n, Z_n) , 由于 n 点在钻沟前刀面 S' 上, 因此,

$$Z_n = \frac{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho - \sqrt{X_n^2 + Y_n^2 - r_0^2}}{\tan \rho_0} - h_0 \quad (4.55)$$

$$+ \frac{R}{\tan \beta_0} \left(\tan^{-1} \frac{Y_n}{X_n} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X_n^2 + Y_n^2 - r_0^2}} \right)$$

由式 (4.2) 和式 (4.6) 有:

$$\begin{cases} Y_{Q_1} = R_1 \cos \lambda - X_n \sin \omega + Y_n \cos \omega \\ Z_{Q_1} = R_1 \sin \lambda + X_n \sin \sigma \cos \omega + Y_n \sin \sigma \sin \omega + Z_n \cos \sigma \end{cases} \quad (4.56)$$

上式代入到式 (4.37) 和式 (4.50) 中得到:

$$\begin{cases} -X_n \sin \omega + Y_n \cos \omega = -\tan \lambda (X_n \sin \sigma \cos \omega + Y_n \sin \sigma \sin \omega + Z_n \cos \sigma) \\ [R_1 \cos \lambda - X_n \sin \omega + Y_n \cos \omega - (\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho) \sin \omega + r_0 \cos \omega]^2 \\ + [R_1 \sin \lambda + X_n \sin \sigma \cos \omega + Y_n \sin \sigma \sin \omega + Z_n \cos \sigma + h_0 \sin \sigma \\ + (\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho) \sin \sigma \cos \omega + r_0 \sin \sigma \sin \omega]^2 = R_1^2 \end{cases} \quad (4.57)$$

$$k = \frac{\left(\frac{\cos \sigma}{\tan \xi} + \sin \sigma \cos \omega \right) [R_1 \sin \lambda + (X_c + X_n) \sin \sigma \cos \omega + (r_0 + Y_n) \sin \sigma \sin \omega + (h_0 + Z_n) \cos \sigma] + \sin \omega [(X_c + X_n) \sin \omega - (r_0 + Y_n) \cos \omega - R_1 \cos \lambda]}{\left(\frac{R \cos \sigma}{X_c \tan \beta_1} - \frac{r_0 \cos \sigma}{X_c \tan \xi} - \sin \sigma \sin \omega \right) [(X_c + X_n) \sin \sigma \cos \omega + (r_0 + Y_n) \sin \sigma \sin \omega + (h_0 + Z_n) \cos \sigma + R_1 \sin \lambda] + \cos \omega [(X_c + X_n) \sin \omega - (r_0 + Y_n) \cos \omega - R_1 \cos \lambda]} \quad (4.58)$$

再根据上式和式 (4.54) 得:

$$\frac{\tan \alpha_{ic} \frac{Y_c + X_c}{X_c} + X_c}{\tan \alpha_{ic} X_c - Y_c} = \frac{\left(\frac{\cos \sigma}{\tan \xi} + \sin \sigma \cos \omega \right) [R_1 \sin \lambda + (X_c + X_n) \sin \sigma \cos \omega + (r_0 + Y_n) \sin \sigma \sin \omega + (h_0 + Z_n) \cos \sigma] + \sin \omega [(X_c + X_n) \sin \omega - (r_0 + Y_n) \cos \omega - R_1 \cos \lambda]}{\left(\frac{R \cos \sigma}{X_c \tan \beta_1} - \frac{r_0 \cos \sigma}{X_c \tan \xi} - \sin \sigma \sin \omega \right) [(X_c + X_n) \sin \sigma \cos \omega + (r_0 + Y_n) \sin \sigma \sin \omega + (h_0 + Z_n) \cos \sigma + R_1 \sin \lambda] + \cos \omega [(X_c + X_n) \sin \omega - (r_0 + Y_n) \cos \omega - R_1 \cos \lambda]} \quad (4.59)$$

将式 (4.47) 代入式 (4.44) 有:

$$\tan \alpha_{rn} = \frac{\cos(\omega - \arctan \frac{Y_n}{X_n})}{\cos \sigma \tan \lambda} + \tan \sigma \sin(\omega - \arctan \frac{Y_n}{X_n}) \quad (4.60)$$

因此, 根据前文的推导, 联立式 (4.41)、(4.55)、(4.57)、(4.59) 和 (4.60) 最终得到了求解刃磨圆弧刃和内刃后刀面的刃磨参数的方程组, 即

$$\left\{ \begin{aligned}
 Z_n &= \frac{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho - \sqrt{X_n^2 + Y_n^2 - r_0^2}}{\tan \rho_0} - h_0 + \frac{R}{\tan \beta_0} \left(\tan^{-1} \frac{Y_n}{X_n} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X_n^2 + Y_n^2 - r_0^2}} \right) \\
 -X_n \sin \omega + Y_n \cos \omega &= -\tan \lambda (X_n \sin \sigma \cos \omega + Y_n \sin \sigma \sin \omega + Z_n \cos \sigma) \\
 [R_1 \cos \lambda - X_n \sin \omega + Y_n \cos \omega - (\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho) \sin \omega + r_0 \cos \omega]^2 &+ [R_1 \sin \lambda + X_n \sin \sigma \cos \omega \\
 + Y_n \sin \sigma \sin \omega + Z_n \cos \sigma + h_0 \sin \sigma + (\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho) \sin \sigma \cos \omega + r_0 \sin \sigma \sin \omega]^2 &= R_1^2 \\
 \tan \psi &= \frac{\sin \omega - \sin \sigma \cos \omega \tan \lambda}{\cos \omega + \sin \sigma \sin \omega \tan \lambda} \\
 \tan \alpha_{Rn} &= \frac{\cos(\omega - \arctan(\frac{Y_n}{X_n}))}{\cos \sigma \tan \lambda} + \tan \sigma \sin(\omega - \arctan(\frac{Y_n}{X_n})) \\
 &\quad \left(\frac{\cos \sigma}{\tan \xi} + \sin \sigma \cos \omega \right) [R_1 \sin \lambda + (X_c + X_n) \sin \sigma \cos \omega + (r_0 + Y_n) \sin \sigma \sin \omega] \\
 \tan \alpha_{ic} Y_c + X_c &= \frac{+(h_0 + Z_n) \cos \sigma + \sin \omega [(X_c + X_n) \sin \omega - (r_0 + Y_n) \cos \omega - R_1 \cos \lambda]}{\left(\frac{R \cos \sigma}{X_c \tan \beta_1} - \frac{r_0 \cos \sigma}{X_c \tan \xi} - \sin \sigma \sin \omega \right) [(X_c + X_n) \sin \sigma \cos \omega + (r_0 + Y_n) \sin \sigma \sin \omega]} \\
 \tan \alpha_{ic} X_c - Y_c &= \frac{+(h_0 + Z_n) \cos \sigma + R_1 \sin \lambda + \cos \omega [(X_c + X_n) \sin \omega - (r_0 + Y_n) \cos \omega - R_1 \cos \lambda]}{\left(\frac{R \cos \sigma}{X_c \tan \beta_1} - \frac{r_0 \cos \sigma}{X_c \tan \xi} - \sin \sigma \sin \omega \right) [(X_c + X_n) \sin \sigma \cos \omega + (r_0 + Y_n) \sin \sigma \sin \omega]}
 \end{aligned} \right.$$

$$\text{式中 } X_c = \sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho \quad (4.61)$$

4.5.2 修磨横刃时刃磨参数的求解

修磨横刃的刃磨参数为旋转角 λ_1 、 σ_1 和 ω_1 ，与之相对应的群钻设计参数为内刃斜角 τ 、内刃法前角 γ_{rc} 和补充参数 β_1 ，与求解圆弧刃刃磨参数方法相同，建立修磨横刃时刃磨参数与设计参数之间的关系式就能得到求解刃磨参数的方程组。

4.5.2.1 内刃斜角 τ 与刃磨参数的关系

由前文论述可知：内刃斜角 τ 是内刃在端平面上的投影与钻头结构坐标系 X 轴之间的夹角。根据内刃的数学模型式 (4.38)，将方程中的 Z 消去，就得到内刃在钻头结构坐标系 XOY 面的投影方程：

$$\begin{aligned}
 &X[\cos \sigma_1 \cot \lambda_1 (\sin \omega - \sin \sigma \cos \omega \tan \lambda) - \cos \sigma \tan \lambda (\sin \omega_1 + \sin \sigma_1 \cos \omega_1 \cot \lambda_1)] \\
 &- Y[\cos \sigma_1 \cot \lambda_1 (\cos \omega + \sin \sigma \sin \omega \tan \lambda) - \cos \sigma \tan \lambda (\cos \omega_1 - \sin \sigma_1 \sin \omega_1 \cot \lambda_1)] \quad (4.62) \\
 &= \cos \sigma \tan \lambda \left[\frac{b_0}{2} \sin(\psi - \omega_1) - \frac{b_0}{2} \cot \lambda_1 \sin \sigma_1 \cos(\psi - \omega_1) \right]
 \end{aligned}$$

根据上式有：

$$\tan \tau = \frac{dY}{dX} = \frac{\cos \sigma_1 \cot \lambda_1 (\sin \omega - \sin \sigma \cos \omega \tan \lambda) - \cos \sigma \tan \lambda (\sin \omega_1 + \sin \sigma_1 \cos \omega_1 \cot \lambda_1)}{\cos \sigma_1 \cot \lambda_1 (\cos \omega + \sin \sigma \sin \omega \tan \lambda) - \cos \sigma \tan \lambda (\cos \omega_1 - \sin \sigma_1 \sin \omega_1 \cot \lambda_1)} \quad (4.63)$$

4.5.2.2 内刃法前角 γ_{rc} 与刃磨参数的关系

内刃法前角 γ_{rc} 是内刃中点的结构法前角，它是在内刃法平面内测量的在该点的前刀面与内刃结构基面之间的夹角。为求内刃法前角 γ_{rc} ，将前刀面 4 的方程式 (1.20) 进行两次坐标变换：第一次绕 Z 逆时针转 τ 角得到坐标系 $O_1-X_1Y_1Z_1$ ，第二次绕 Y_1 逆时针转 $\frac{\pi}{2}-\rho_r$ 角得到坐标系 $O_2-X_2Y_2Z_2$ ，如图 4.6 所示。上述坐标变换矩阵为：

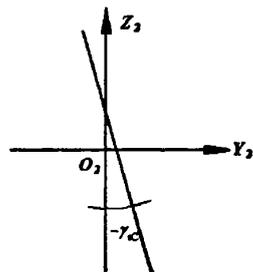


图 4.6 内刃法前角

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau & 0 \\ \sin \tau & \cos \tau & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \rho_r & 0 & \cos \rho_r \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos \rho_r & 0 & \sin \rho_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

将上式代入到内刃前刀面的方程式 (4.20) 中得：

$$\begin{aligned} & -(X_2 \cos \tau \sin \rho_r - Y_2 \sin \tau + Z_2 \cos \tau \cos \rho_r)(\sin \omega_1 + \sin \sigma_1 \cos \omega_1 \cot \lambda_1) \\ & + (X_2 \sin \tau \sin \rho_r + Y_2 \cos \tau + Z_2 \sin \tau \cos \rho_r)(\cos \omega_1 - \sin \sigma_1 \sin \omega_1 \cot \lambda_1) \\ & - (-X_2 \cos \rho_r + Z_2 \sin \rho_r) \cos \sigma_1 \cot \lambda_1 \\ & = \frac{b_0}{2} \sin(\psi - \omega_1) - \frac{b_0}{2} \cot \lambda_1 \sin \sigma_1 \cos(\psi - \omega_1) \end{aligned} \quad (4.65)$$

令 $X_2=0$ ，可得内刃前刀面与新坐标系 $Y_2O_2Z_2$ 面的交线方程，即：

$$\begin{aligned} & Y_2[\cos(\tau - \omega_1) + \sin \sigma_1 \cot \lambda_1 \sin(\tau - \omega_1)] - Z_2[-\cos \rho_r \sin(\tau - \omega_1) \\ & + \cos \rho_r \sin \sigma_1 \cot \lambda_1 \cos(\tau - \omega_1) + \sin \rho_r \cos \sigma_1 \cot \lambda_1] \\ & = \frac{b_0}{2} \sin(\psi - \omega_1) - \frac{b_0}{2} \cot \lambda_1 \sin \sigma_1 \cos(\psi - \omega_1) \end{aligned} \quad (4.66)$$

上式即为图 4.6 中的直线方程。由于内刃法前角为负值，则该直线与 Z_2 轴的夹角为 $-\gamma_{rc}$ ，根据解析几何知识有，

$$\tan(-\gamma_{rc}) = -\frac{dY_2}{dZ_2} = \frac{\sin \rho_r \cos \sigma_1 \cot \lambda_1 - \cos \rho_r \sin(\tau - \omega_1) + \cos \rho_r \sin \sigma_1 \cot \lambda_1 \cos(\tau - \omega_1)}{\cos(\tau - \omega_1) + \sin \sigma_1 \cot \lambda_1 \sin(\tau - \omega_1)} \quad (4.67)$$

$$\text{即：} \quad \tan \gamma_{rc} = \frac{\sin \rho_r \cos \sigma_1 \cot \lambda_1 - \cos \rho_r \sin(\tau - \omega_1) + \cos \rho_r \sin \sigma_1 \cot \lambda_1 \cos(\tau - \omega_1)}{\cos(\tau - \omega_1) + \sin \sigma_1 \cot \lambda_1 \sin(\tau - \omega_1)} \quad (4.68)$$

4.5.2.3 补充参数 β_i 与刃磨参数的关系

由于内刃半顶角 ρ_r 取决于内刃斜角 τ ，不是独立参数，为求解修磨横刃时的三个刃磨参数 λ_1 、 σ_1 和 ω_1 ，要引入补充几何参数 β_i 。 β_i 是辅助圆柱面 6 的母线与钻头端面的夹角，也是辅助圆柱面 6 的轴线与钻头端面的夹角。这一参数虽然不

对钻头切削刃几何角度产生影响,但它决定了内刃前刀面容屑空间的大小。

根据前文 4.3.6 中的内容可知,在机床结构坐标系中,辅助圆柱面 6 轴线的方程为:

$$\begin{cases} Y_M = \frac{b_0}{2} \sin(\omega_1 + \psi) + R_2 \sin \lambda_1 \\ Z_M = \frac{b_0}{2} \sin \sigma_1 \cos(\omega_1 + \psi) - R_2 \cos \lambda_1 \end{cases} \quad (4.69)$$

根据坐标变换矩阵式 (4.16) 可知,在钻头结构坐标系中其方程为:

$$\begin{cases} -X \sin \omega_1 + Y \cos \omega_1 = \frac{b_0}{2} \sin(\psi - \omega_1) + R_2 \sin \lambda_1 \\ X \sin \sigma_1 \cos \omega_1 + Y \sin \sigma_1 \sin \omega_1 + Z \cos \sigma_1 = \frac{b_0}{2} \sin \sigma_1 \cos(\psi - \omega_1) - R_2 \cos \lambda_1 \end{cases} \quad (4.70)$$

由上式可知,辅助圆柱面 6 的轴线是由两个法向量分别为 $(-\sin \omega_1, \cos \omega_1, 0)$ 和 $(\sin \sigma_1 \cos \omega_1, \sin \sigma_1 \sin \omega_1, \cos \sigma_1)$ 的两个平面相交得到。假设辅助圆柱面 6 的轴线的切向量为 \vec{P} , 则有:

$$\begin{aligned} \vec{P} &= (-\sin \omega_1, \cos \omega_1, 0) \times (\sin \sigma_1 \cos \omega_1, \sin \sigma_1 \sin \omega_1, \cos \sigma_1) \\ &= (\cos \omega_1 \cos \sigma_1, \sin \omega_1 \cos \sigma_1, -\sin \sigma_1) \end{aligned} \quad (4.71)$$

根据补充参数的定义有:

$$\tan \beta_i = \frac{\sin \sigma_1}{\sqrt{(\cos \omega_1 \cos \sigma_1)^2 + (\sin \omega_1 \cos \sigma_1)^2}} = \tan \sigma_1 \quad (4.72)$$

$$\text{即:} \quad \beta_i = \sigma_1 \quad (4.73)$$

4.5.2.4 求解横刃修磨刃磨参数的方程组

根据前文所述,联立式 (4.63)、式 (4.68) 和式 (4.73) 得到求解刃磨圆弧刃和内刃后刀面的刃磨参数的方程组, 即:

$$\begin{cases} \tan \tau = \frac{\cos \sigma_1 \cot \lambda_1 (\sin \omega - \sin \sigma \cos \omega \tan \lambda) - \cos \sigma \tan \lambda (\sin \omega_1 + \sin \sigma_1 \cos \omega_1 \cot \lambda_1)}{\cos \sigma_1 \cot \lambda_1 (\cos \omega + \sin \sigma \sin \omega \tan \lambda) - \cos \sigma \tan \lambda (\cos \omega_1 - \sin \sigma_1 \sin \omega_1 \cot \lambda_1)} \\ \tan \gamma_{rc} = \frac{\sin \rho_r \cos \sigma_1 \cot \lambda_1 - \cos \rho_r \sin(\tau - \omega_1) + \cos \rho_r \sin \sigma_1 \cot \lambda_1 \cos(\tau - \omega_1)}{\cos(\tau - \omega_1) + \sin \sigma_1 \cot \lambda_1 \sin(\tau - \omega_1)} \\ \beta_i = \sigma_1 \end{cases} \quad (4.74)$$

4.5.3 刃磨分屑槽时刃磨参数的求解

刃磨分屑槽时,刃磨参数为旋转角 λ_2 、 σ_2 、 ω_2 , 与之相对应的群钻设计参数

为 E 点侧后角 α_{E} 、F 点圆周后角 α_{RF} 及 EF (EF 指的是它所在部分的平面, 下文的 FH 也是指平面) 与外刃在 XOZ 平面内的夹角 α_{EF} , 只要建立刃磨分屑槽时刃磨参数与设计参数之间的关系方程组就能够求解出此时的刃磨参数。

4.5.3.1 α_{E} 与刃磨参数的关系

E 点侧后角 α_{E} 是在钻头端平面内测量的分屑槽与外刃后刀面交线在 E 点的切线与 E 点的圆周切线之间的夹角。图 4.7 中 EJ 为分屑槽与外刃后刀面交线的切线, EI 与 OE 垂直, 则 E 点侧后角 α_{E} 即 $\angle IEJ$ 。

求解 E 点侧后角 α_{E} 与求解圆弧刃 c 点侧后角 α_{c} 类似, 联立式 (4.34) 中 EF 的方程与式 (4.14) 得分屑槽与外刃后刀面的交线方程, 即:

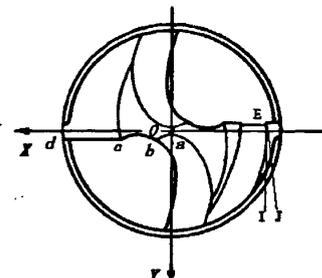


图 4.7 E 点侧后角

$$\begin{cases} Z = \frac{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho - \sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}}{\tan \xi} - h_0 + \frac{R(\tan^{-1} \frac{Y}{X} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}})}{\tan \beta_1} & (4.75) \\ (X + \sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho)(\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2) + (Y + r_0)(-\cos \omega_2 \\ + \cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2) + [Z + h_0 + (l - l_1) \cos \rho] \cot \lambda_2 \cos \sigma_2 = 0 \end{cases}$$

将上式两个方程中的参数 Z 消掉, 得到交线在钻头端平面内的投影方程:

$$\begin{aligned} & (X + \sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho)(\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2) + (Y + r_0)(\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 \\ & - \cos \omega_2) + \left[\frac{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho - \sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}}{\tan \xi} + \frac{R}{\tan \beta_1} (\tan^{-1} \frac{Y}{X} \right. \\ & \left. - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}}) + (l - l_1) \cos \rho \right] \cot \lambda_2 \cos \sigma_2 = 0 \end{aligned} \quad (4.76)$$

上式对 Y 求导并整理后可得:

$$\begin{aligned} & -\frac{R \cot \lambda_2 \cos \sigma_2}{\tan \beta_1} \frac{X \sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2} + r_0 Y}{(X^2 + Y^2) \sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}} \\ & + \frac{\cot \lambda_2 \cos \sigma_2}{\tan \xi} \frac{Y}{\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}} - (\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 - \cos \omega_2) \\ \frac{dX}{dY} = & \frac{R \cot \lambda_2 \cos \sigma_2}{\tan \beta_1} \frac{r_0 X - Y \sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}}{(X^2 + Y^2) \sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}} & (4.77) \\ & - \frac{\cot \lambda_2 \cos \sigma_2}{\tan \xi} \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2 - r_0^2}} + (\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2) \end{aligned}$$

设 E 点钻心角为 μ_E , 据图 4.7 中的几何关系有:

$$\frac{dY}{dX} \Big|_{\frac{X-X_E}{Y-Y_E}} = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \mu_E - \alpha_{E}\right) = \cot(\alpha_{E} - \mu_E) \quad (4.78)$$

根据式 (4.32)、式 (4.77) 和式 (4.78) 有:

$$\tan(\alpha_{iE} - \mu_E) = \frac{\left(\frac{R}{\tan \beta_1} - \frac{r_0}{\tan \xi}\right) \frac{\cot \lambda_2 \cos \sigma_2}{-\sqrt{R^2 - r_0^2} + l_1 \sin \rho} + \cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 - \cos \omega_2}{\frac{\cot \lambda_2 \cos \sigma_2}{\tan \xi} + \cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2} \quad (4.79)$$

由于 $\tan \mu_E = \frac{Y_E}{X_E} = \frac{r_0}{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho}$, 于是可以得到:

$$\frac{(\sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho) \tan \alpha_{iE} - r_0}{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho + r_0 \tan \alpha_{iE}} = \frac{\left(\frac{r_0}{\tan \xi} - \frac{R}{\tan \beta_1}\right) \frac{\cot \lambda_2 \cos \sigma_2}{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho} + \cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 - \cos \omega_2}{\frac{\cot \lambda_2 \cos \sigma_2}{\tan \xi} + \cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2} \quad (4.80)$$

4.5.3.2 α_{RF} 与刃磨参数的关系

圆周后角 α_{RF} 是在以钻头轴线为轴线的圆柱面内测量的 F 点处后刀面廓线的切线与端面之间的夹角。设 F 点在钻头结构坐标系中坐标为 (X_F, Y_F, Z_F) , 钻心角为 μ_F , 将 FH 的方程绕群钻 Z 轴逆时针旋转 μ_F 到新坐标系 $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$, 坐标变换矩阵为:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \mu_F & -\sin \mu_F & 0 \\ \sin \mu_F & \cos \mu_F & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} \quad (4.81)$$

在新坐标系 $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 中 FH 方程如下:

$$\begin{aligned} & \bar{X}[\tan \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos(\omega_2 - \mu_F) - \sin(\omega_2 - \mu_F)] + \bar{Y}[\tan \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin(\omega_2 - \mu_F) \\ & + \cos(\omega_2 - \mu_F)] + [\bar{Z} + h_0 + (l - l_1) \cos \rho] \tan \lambda_2 \cos \sigma_2 + r_0 (\tan \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 \\ & + \cos \omega_2) + (\sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho) (\tan \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 - \sin \omega_2) + c \sec \lambda_2 = 0 \end{aligned} \quad (4.82)$$

则 F 点圆周后角可以由下式求出:

$$\begin{aligned} \tan \alpha_{RF} &= -\frac{\partial \bar{Z}}{\partial \bar{Y}} \\ &= \frac{\cos(\omega_2 - \mu_F)}{\cos \sigma_2 \tan \lambda_2} + \tan \sigma_2 \sin(\omega_2 - \mu_F) \\ &= \frac{\cos(\omega_2 - \arctan \frac{Y_F}{X_F})}{\cos \sigma_2 \tan \lambda_2} + \tan \sigma_2 \sin(\omega_2 - \arctan \frac{Y_F}{X_F}) \end{aligned} \quad (4.83)$$

由于 F 点既在分屑槽底面和侧面的交线上, 又在钻沟前刀面上, 因此, 其坐标满足下面的方程,

$$\begin{cases} (\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2)(X_F + \sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho) + (\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 \\ - \cos \omega_2)(Y_F + r_0) + \cot \lambda_2 \cos \sigma_2 [Z_F + h_0 + (l - l_1) \cos \rho] = 0 \\ (\tan \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 - \sin \omega_2)(X_F + \sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho) + (\tan \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 \\ + \cos \omega_2)(Y_F + r_0) + \tan \lambda_2 \cos \sigma_2 [Z_F + h_0 + (l - l_1) \cos \rho] + c \sec \lambda_2 = 0 \\ Z_F = \frac{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho - \sqrt{X_F^2 + Y_F^2 - r_0^2}}{\tan \rho_0} - h_0 + \frac{R}{\tan \beta_0} \left(\tan^{-1} \frac{Y_F}{X_F} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X_F^2 + Y_F^2 - r_0^2}} \right) \end{cases}$$

4.5.3.3 α_{EF} 与刃磨参数的关系 (4.84)

α_{EF} 为 EF 与外刃在 XOZ 平面内的夹角, 若在 XOZ 平面 EF 与 Z 轴夹角为 α , 则 $\alpha_{EF} = \alpha + \rho$ 。令式 (4.33) 中 EF 方程中 $Y = 0$ 就得到 EF 与 XOZ 平面的交线,

$$(X + \sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho)(\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2) + r_0(\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 - \cos \omega_2) + [Z + h_0 + (l - l_1) \cos \rho] \cot \lambda_2 \cos \sigma_2 = 0 \quad (4.85)$$

$$\text{则有: } \tan \alpha = -\frac{dX}{dZ} = \frac{\cot \lambda_2 \cos \sigma_2}{\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2} \quad (4.86)$$

$$\text{所以: } \tan \alpha_{EF} = \frac{\cot \lambda_2 \cos \sigma_2 + \cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 \tan \rho + \sin \omega_2 \tan \rho}{\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2 - \cot \lambda_2 \cos \sigma_2 \tan \rho} \quad (4.87)$$

4.5.3.4 求解分屑槽刃磨参数的方程组

联立式 (4.80)、(4.83)、(4.84)、(4.87) 得到求解分屑槽刃磨参数的方程组

$$\begin{cases} (\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2)(X_F + \sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho) + (\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 \\ - \cos \omega_2)(Y_F + r_0) + \cot \lambda_2 \cos \sigma_2 [Z_F + h_0 + (l - l_1) \cos \rho] = 0 \\ (\tan \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 - \sin \omega_2)(X_F + \sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho) + (\tan \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 \\ + \cos \omega_2)(Y_F + r_0) + \tan \lambda_2 \cos \sigma_2 [Z_F + h_0 + (l - l_1) \cos \rho] + c \sec \lambda_2 = 0 \\ Z_F = \frac{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l \sin \rho - \sqrt{X_F^2 + Y_F^2 - r_0^2}}{\tan \rho_0} - h_0 + \frac{R}{\tan \beta_0} \left(\tan^{-1} \frac{Y_F}{X_F} - \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{X_F^2 + Y_F^2 - r_0^2}} \right) \\ \frac{(\sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho) \tan \alpha_E - r_0}{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho + r_0 \tan \alpha_E} = \frac{\left(\frac{r_0}{\tan \xi} - \frac{R}{\tan \beta_1} \right) \frac{\cot \lambda_2 \cos \sigma_2}{\sqrt{R^2 - r_0^2} - l_1 \sin \rho} + \cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \sin \omega_2 - \cos \alpha}{\frac{\cot \lambda_2 \cos \sigma_2}{\tan \xi} + \cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2} \\ \tan \alpha_{RF} = \frac{\cos(\omega_2 - \arctan \frac{Y_F}{X_F})}{\cos \sigma_2 \tan \lambda_2} + \tan \sigma_2 \sin(\omega_2 - \arctan \frac{Y_F}{X_F}) \\ \tan \alpha_{EF} = \frac{\cot \lambda_2 \cos \sigma_2 + \cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 \tan \rho + \sin \omega_2 \tan \rho}{\cot \lambda_2 \sin \sigma_2 \cos \omega_2 + \sin \omega_2 - \cot \lambda_2 \cos \sigma_2 \tan \rho} \end{cases}$$

(4.88)

4.5.4 刃磨外刃时刃磨参数的求解

群钻的外刃刃磨与螺旋面钻尖的刃磨方法相似，而且更简单。刃磨螺旋面钻尖时要求刃磨出钻心部分的圆螺旋面，而刃磨群钻外刃时只要保证外刃顶角和外刃螺旋角即可。因此，相应地刃磨群钻外刃时只需要两个刃磨参数 ξ 和 β_1 ，根据第二章的内容很容易得到求解外刃刃磨参数的方程组，

$$\begin{cases} \tan \xi = \frac{\tan \rho_0 \tan \rho - \tan \rho_0 \sin \mu_0 \tan \beta_0}{\tan \rho_0 (1 - \tan \beta_0 \tan \alpha_{fc}) + \tan \beta_0 (\tan \rho \tan \alpha_{fc} - \sin \mu_0)} \\ \beta_1 = 90^\circ - \alpha_{fc} \end{cases} \quad (4.89)$$

4.6 小结

(1) 描述了群钻和 GrindSmart 620XS 工具磨床的结构坐标系，介绍了建立群钻数学模型的方法。

(2) 结合磨床的特点，提出了群钻圆弧刃和内刃后刀面、内刃前刀面、辅助圆柱面及分屑槽的具体刃磨方法。

(3) 根据三维坐标变换原理，详细地推导出了群钻圆弧刃后刀面、内刃后刀面、内刃前刀面、辅助圆柱面、螺旋面外刃后刀面、钻沟前刀面和分屑槽的数学模型。

(4) 根据各型面的数学模型推导了外刃、圆弧刃、内刃和横刃的数学模型。

(5) 推导了刃磨圆弧刃和内刃后刀面、横刃修磨、刃磨分屑槽和刃磨外刃时求解刃磨参数的方程组。

第 5 章 群钻刃磨参数的求解实例

由于除外刃外的其他求解刃磨参数的方程组非常复杂，而且都是非线性方程组，因此，很难得到用设计参数表示的刃磨参数的显示表达式。要求解刃磨参数，可以结合具体的群钻结构和设计参数，采用数值解法求解，而 Matlab 在求解非线性数值方程方面有独到之处，故将其作为求解工具。下文将以直径 $d=8\text{mm}$ 不带分屑槽小型群钻为例，求解其刃磨参数。

5.1 求解工具及求解方法介绍

5.1.1 Matlab 简介

最初的 Matlab 软件包是 1967 年由 Clere Maler 用 FORTRAN 语言编写的，新版的 Matlab 是由 Mathworks 用 C 语言完成的，它自 1984 年推向市场以来，历经十几年的发展和竞争，现已成为国际认可的最好的科技应用软件。

与其他高级语言相比，Matlab 提供了一个人机交互的数学系统环境，并以矩阵作为基本的数据结构，可以大大节省编程时间。Matlab 语法规则简单、容易掌握、调试方便，调试过程中可以设置断点，存储中间结果，从而很快查出程序中的错误。

Matlab 功能强大，能够进行大量的科学计算和工程运算。并且，通常这些运算是人工难以实现的，即使能够实现，也需要相当大的工作量，编程也极其复杂。而 Matlab 工具使这些计算变得简单而且准确有效，其产生的工作进程和效率是用通常的编程方法所无法比拟的。Matlab 不但功能强大，而且简单易用，只需要少量的 Windows 操作经验，甚至不需要任何基础知识就可以在短时间内快速掌握其主要内容和基本操作，并且运用它解决大量手工难以完成的工作^[39]。

5.1.2 fsolve 函数介绍

在 Matlab 中，用 fsolve 函数求解非线性方程组，其语法结构有七种，本文所用的 fsolve 函数语法结构如下：

$$x = \text{fsolve}(\text{fun}, x_0, \text{options})$$

用 options 结构指定的优化参数进行最小化，函数包括 fun 和 options 两个变量。fun 变量为目标函数，即需要最小化的目标函数。fun 函数需要输入标量参数 x ，返回 x 处的目标函数标量值 f 。options 变量是优化参数选项，可以用 optimset 函数设置或改变这些选项。

fsolve 函数的算法基于非线性最小二乘法，采用该法的优点在于：如果等式系统没有零解，该算法仍然返回一个残差很小的点。但是，若系统的雅可比矩阵

是奇异矩阵，则该算法将会收敛于一点，该点不是等式系统的解。该算法要求解的函数必须是连续的，当成功收敛时，fsolve 函数只给出一个根；当函数收敛于非零点时，用其他初值进行试算^[40]。

5.2 群钻刃磨参数的求解

5.2.1 群钻结构和设计参数的取值

据表 2.1 和文献[1]，群钻结构及设计参数值分别如下：

$$R = 4, r_0 = 1, h_0 = 0.34, R_1 = 1, l = 1.9, b_0 = 0.34, 2\rho = 125^\circ, 2\rho_0 = 118^\circ, \beta_0 = 30^\circ, 2\rho_\tau = 135^\circ, \psi = 65^\circ, \gamma_{\tau c} = -15^\circ, \tau = 20^\circ, \alpha_{fc} = 15^\circ, \alpha_{Rn} = 18^\circ.$$

取 c 点侧后角 $\alpha_{c'} = 15^\circ$ ，补充几何参数 $\beta_i = 40^\circ$ ，另计算出 X_c 值为 2.1877，待用。

5.2.2 外刃刃磨参数的求解

求解外刃刃磨参数的方程组是显式表达式，直接将以上参数代入式中即可求出刃磨参数如下： $\xi = 62.19^\circ$ ， $\beta_1 = 75^\circ$ 。

5.2.3 圆弧刃和内刃后刀面刃磨参数的求解

将前文的数据代入到式 (4.61) 中，使各方程式的符号参数变为数字参数，在 Matlab 中编写如下 M 文件，保存文件名为 group11.m。

```
function m=group(n)
a=n(1);b=n(2);c=n(3);Xn=n(4);Yn=n(5);Zn=n(6);
m(1)=sin(c)-sin(b)*cos(c)*tan(a)-2.1445*(cos(c)+sin(b)*sin(c)*tan(a));
m(2)=-5.9343*((4/2.1877/tan(75/180*pi)-1/2.1877/1.8956)*cos(b)-sin(b)*sin(c))
*((2.1877+Xn)*sin(b)*cos(c)+(1+Yn)*sin(b)*sin(c)+(0.34+Zn)*cos(b)+sin(a))-5.9343
*cos(c)*((2.1877+Xn)*sin(c)-(1+Yn)*cos(c)-cos(a))-(1/1.8956*cos(b)+sin(b)*cos(c))^2
*((2.1877+Xn)*sin(b)*cos(c)+(1+Yn)*sin(b)*sin(c)+(0.34+Zn)*cos(b)+sin(a))-sin(c)*
(2.1877+Xn)*sin(c)-(1+Yn)*cos(c)-cos(a));
m(3)=0.3249*cos(b)*tan(a)-cos(c-atan(Yn/Xn))-sin(b)*tan(a)*sin(c-atan(Yn/Xn))
;
m(4)=(-Xn*sin(c)+Yn*cos(c))/(Xn*sin(b)*cos(c)+Yn*sin(b)*sin(c)+Zn*cos(b))+
tan(a);
m(5)=(cos(a)-Xn*sin(c)+Yn*cos(c)-2.1877*sin(c)+cos(c))^2+(sin(a)+Xn*sin(b)*
cos(c)+Yn*sin(b)*sin(c)+Zn*cos(b)+0.34*sin(b)+2.1877*sin(b)*cos(c)+sin(b)*sin(c))
^2-1;
m(6)=(2.1877-sqrt(Xn^2+Yn^2-1))/1.6643-0.34+6.9282*(atan(Yn/Xn)-atan(1/sqr
```

$t(X_n^2+Y_n^2-1))-Z_n$;

(注:为保留文件原貌,乘号按 Matlab 中的规定采用梅花点,下文也是如此。)

上述 M 文件中的变量 a 、 b 、 c 即刃磨参数 λ 、 σ 和 ω , 下面类似。

由于 Matlab 软件中用 Fsolve 命令求解非线性方程组时对初始值有较高要求,初始值选择不当可能导致计算结果不收敛,甚至出现错误的结果。因此,必须选择合适的初始值。根据群钻的大小及其在加工时的与磨床的相对位置关系对 n 点的坐标及刃磨参数进行合理估计,取初值 $n_0=[1.3,0.3,1.5,-1,-0.9,-0.3]$,得到了理想的结果。求解过程和结果如图 5.1 所示。

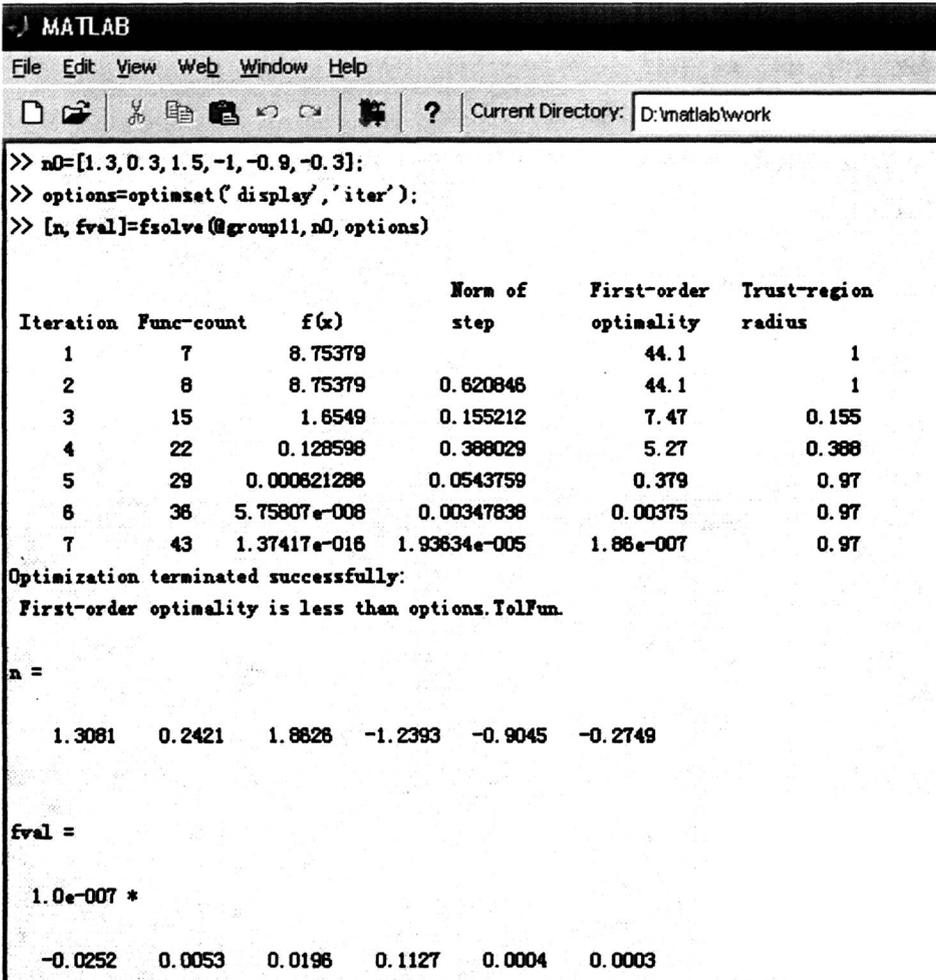


图 5.1 圆弧刃和内刃后刀面刃磨参数的求解

即圆弧刃刃磨参数为: $\lambda=1.3081$ 、 $\sigma=0.2421$ 、 $\omega=1.8626$, 以度数为单位分别为 74.95° 、 13.87° 和 106.72° 。

5.2.4 修磨横刃刃磨参数的求解

与圆弧刃刃磨参数的求解类似, 根据方程组 (4.74) 和前面已经求出来的圆

弧刃刃磨参数，在 Matlab 中编写如下 M 文件，保存为 group12.m。

```
function m=group(n)
a=n(1);b=n(2);c=n(3);
m(1)=(cos(b)*cot(a)*(cos(1.8626)+sin(0.2421)*sin(1.8626)*tan(1.3081))-cos(0.2421)*tan(1.3081)*(cos(c)-sin(b)*sin(c)*cot(a))*tan(pi/9)-cos(b)*cot(a)*(sin(1.8626)-sin(0.2421)*cos(1.7256)*tan(1.3081))+cos(0.2421)*tan(1.3081)*(sin(c)+sin(b)*cos(c)*cot(a));
m(2)=sin(67.5/180*pi)*cos(b)*cot(a)-cos(67.5/180*pi)*sin(pi/18-c)+cos(67.5/180*pi)*sin(b)*cot(a)*cos(pi/18-c)-tan(-pi/12)*cos(pi/18-c)-tan(-pi/12)*sin(b)*cot(a)*sin(pi/18-c);
m(3)=b-40/180*pi
```

取初值 $n_0=[0.8,0.7,0.5]$ ，在命令窗口中用 `fsolve` 命令进行求解，其结果如图 5.2 所示。

```
Optimization terminated successfully:
First-order optimality is less than options.TolFun.

n =

    1.9067    0.6981    0.5013

fval =

    1.0e-009 *

   -0.8908   -0.4935    0
```

图 5.2 横刃修磨刃磨参数求解结果

即横刃修磨刃磨参数为： $\lambda_1 = 1.9067$ 、 $\sigma_1 = 0.6981$ 、 $\omega_1 = 0.5013$ ，以度数为单位分别为 109.25° 、 40° 和 28.72° 。

5.3 小结

本章以直径 $d=8\text{mm}$ 群钻为例，详细地介绍了刃磨参数的求解过程，并得到了刃磨参数的值，为群钻的三维建模提供了必需和可靠的数据。根据本人的体会，刃磨参数的求解成功对于群钻数学模型的正确性也是一种有力的肯定：群钻刃面和切削刃的复杂性，决定了其数学模型和求解刃磨参数方程组的复杂性。这些非线性的方程组如果出现一点小问题可能就得不到收敛的解，即输入不同的初始值会得到不同的结果，甚至出现复数解。

第 6 章 群钻三维 CAD 建模和仿真

经过严密的推导,前文得到了基本型群钻的数学模型,并在数学模型的基础上推导出了求解刃磨参数的方程组。这些数学模型是否正确,需要经过进一步验证。验证的方法有两种:一是在 GrindSmart 620XS 工具磨床上,根据刃磨参数,将群钻刃磨出来,通过分析群钻结构和设计参数的测量结果对数学模型的正确性作出判断;二是根据钻头在磨床上刃磨时磨床和钻头的刃磨运动,通过三维 CAD 建模对钻头的整个刃磨过程进行模拟,从而得到群钻的实体模型。再通过分析从实体模型得到的群钻结构和设计参数的测量结果,对数学模型正确性作出判断。

对于前一种方法,要在磨床上刃磨出群钻,需要根据数学模型和刃磨参数正确编写出数控加工程序。然而,该磨床配置的编程系统具有一定的独特性,要完成数控编程,必须花费大量时间去熟悉编程系统中各种指令和代码的含义及其在磨床上的实现过程;另外,该磨床分配有自己的生产任务,而且操作人员对于编程也不甚了解。因此,该方法执行起来难度比较大。与其相比,后一种方法虽然存在一定的缺陷,但简单、方便,在证明数学模型正确性方面也具有相当大的价值。由于时间方面的限制,本章将采取后一种办法对数学模型正确性进行论证。

6.1 SolidWorks 软件的介绍

由于机床的加工范围为 $0.1\text{mm}\sim 16\text{mm}$,本章首先将建立直径 $d=8\text{mm}$ 的群钻三维实体模型,并分析其结构和设计参数的误差,采用 SolidWorks 软件进行群钻的三维 CAD 建模。

SolidWorks 机械设计自动化软件是一个基于特征的参数化实体建模设计工具,该软件完全采用 Windows 图形用户界面,功能强大、易学易用和技术创新是 SolidWorks 的三大特点,这使得 SolidWorks 成为领先的、主流的三维 CAD 软件。先进的特征树结构使得操作更加简单和直观,自称 100% 的参数化设计和 100% 的可修改性,这样有利于结构经过有限元分析以后,对其进行修改。同时可以对装配体进行干涉检查和间隙检测。

据相关资料介绍, SolidWorks 有很多优点,其特点主要包括以下方面^[41-43]:

(1) SolidWorks 是真正意义上的 Windows 软件,它不是将工作站上的 CAD 软件简单生硬地搬到 Windows 平台上,而是充分利用了基于组件对象模型(COM)的先进技术在 Windows 下重新开发的。这就使得设计师们在使用 CAD 系统时,能够同时进行 Windows 下的文字处理、电子报表、数据库操作等。另外,标准 Windows 风格的用户界面使设计者容易掌握。

(2) 采用 Parasolid 技术开发的内核构成了先进的基于特征的造型技术,这

也是 SolidWorks 一个重要特点之一。SolidWorks 软件在一个被称为 FeatureManager 设计树（特征管理树）的特殊窗口中显示模型的基于特征的结构。FeatureManager 设计树不仅可以显示特征创建的顺序，而且还可以使设计人员很容易地得到所有特征的相关信息。

(3) 强大的实体造型与曲面造型相结合的造型技术，使设计人员能设计出复杂的产品；变量化的草图轮廓绘制，能够自动进行动态过约束检查；用 SolidWorks 的拉伸、旋转、倒角、抽壳及倒圆角等功能可以更简便地得到要设计的实体模型；高级抽壳功能可以在同一实体上定义不同的抽壳壁厚；用高级放样、扫描和曲面延伸等功能可以生成形状复杂的构造曲面；通过直线对曲面的操作，能控制参数曲面的形状；通过简单的选取并延伸分型线，能生产非平面的分型面；能够把有公共边界线的曲面缝合成单一曲面；所有特征都可以用拖动手柄改变尺寸，并可以动态预览。

(4) SolidWorks 是面向产品级的机械设计系统，它既提供自底向上的装配设计方法，同时还提供自顶向下的装配设计方法。自顶向下的装配使设计者在装配环境中能参考装配体其它零件及尺寸设计新的零件，更加符合工程设计习惯。

(5) SolidWorks 还能进行大型产品的装配。在装配设计，特别是大型装配设计的情形下，SolidWorks 设计了具有独创性的“封套”功能，利用这项功能可以分块处理复杂装配体。装配设计中的产品配置功能，为用户设计不同结构的产品提供了解决方案，同时为产品数据管理系统的实施打下坚实的基础。另外，在调用大装配体时，“轻量化”零部件的功能极大地提高了运行速度。

(6) 装配管理器和产品管理器可对整个装配过程进行管理。同时，SolidWorks 可以自动提取和统计每个零件的系统属性和用户属性，生成 BOM（材料明细表）表。用 SolidWorks 的标注和注解工具，能快捷地生成完整的、符合实际产品要求的工程图纸；通过 Windows 的驱动程序，全线支持各种打印、绘图设备。

(7) SolidWorks 具有强大的钣金模块，但这个模块不是独立存在的，而是完全集成于 SolidWorks 设计环境，这样在进行钣金设计时更加方便；钣金模块包括平面特征、多重弯曲、切割、自动展平、弯折等功能，利用这些功能可以设计出非常复杂的钣金零件。

(8) SolidWorks 提供的插件 PhotoWorks 可以使用户迅速生成高级渲染的效果图，设计者可以随心所欲地更换场景，设置材质和光线。

(9) SolidWorks 软件提供完整的、免费的开发工具（API），用户可以用微软公司的 Visual Basic、Visual C++、Visual Basic Application（VBA）或其它支持 OLE 的编程语言建立自己的应用方案。

(10) 通过数据转换接口，SolidWorks 可以很容易地将目前市场上几乎所有的机械 CAD 软件集成到现在的设计环境中来。支持的数据标准有：IGES、DXF、

DWG、SAT (ACSI)、STEP、STL、ASCII、VDAFS (VDA)、VRML、Parasolid, 另外, 利用提供的插件, 还能够轻松读取 UG、Pro/E 的零件模型文件。

6.2 群钻的三维建模

要实现建模过程能够模拟群钻刃磨过程的目标, 建模时所有草图实体的形状尺寸参数及草图平面的空间位置必须严格按照群钻的设计参数和刃磨参数进行设定。因此, 有必要建立钻头坐标系和机床坐标系来确定草图平面和砂轮轴线的空间位置。由于在绘图空间中, 钻头实体不便进行转动, 可以假设刃磨时钻头完全静止, 所有运动均由机床完成, 根据最终刃磨时的钻头坐标系和刃磨参数就可以反推机床坐标系。因此, 机床坐标系随“刃磨”部分的不同而不同。

为确定所有坐标系, 首先在柱体上切出钻沟前刀面(截形为样条曲线)和螺旋面后刀面, 通过控制钻沟前刀面的截面形状使钻头形成近似的直线主刃, 根据主刃便可以确定钻头坐标系(“钻头坐标系”X、Y、Z 三轴方向与“群钻结构坐标系”完全相同, 而且原点也在钻轴上, 但前者原点在横刃中点正上方)。图 6.1 a) 图中最短的两条线分别代表钻头坐标系 X 轴与 Y 轴, Z 轴垂直纸面向外。

将钻头坐标系 O-XYZ 先绕 Z 轴逆时针转 106.72° , 如图 6.1 b); 再绕新坐标系 Y 轴逆时针转 13.87° , 如图 6.1 c), 得到刃磨圆弧刃时的机床坐标系; 再将机床坐标系 Z_M 轴绕 X_M 轴顺时针转 74.95° , 如图 6.1 e), 确定此时砂轮轴线的空间位置。用同样的方法, 可以确定修磨横刃时的机床坐标系和对应的砂轮轴线空间位置, 其过程如图 6.1 b)、6.1 d)、和 6.1 f) 所示。

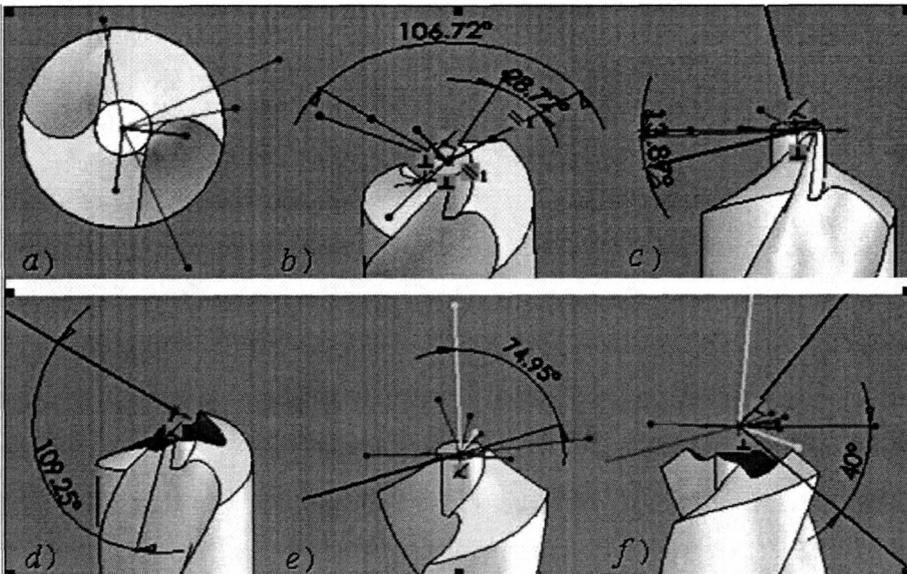


图 6.1 钻头和机床坐标系的建立

确定机床坐标系以后, 在垂直于机床坐标系 X_M 轴的平面内绘制出草图, 并保证草图中某些线条与砂轮轴之间的位置关系, 控制横刃长度和尖高的误差, 最

后执行切除命令完成群钻的实体模型（未“磨”刃背），如图 6.2 所示。

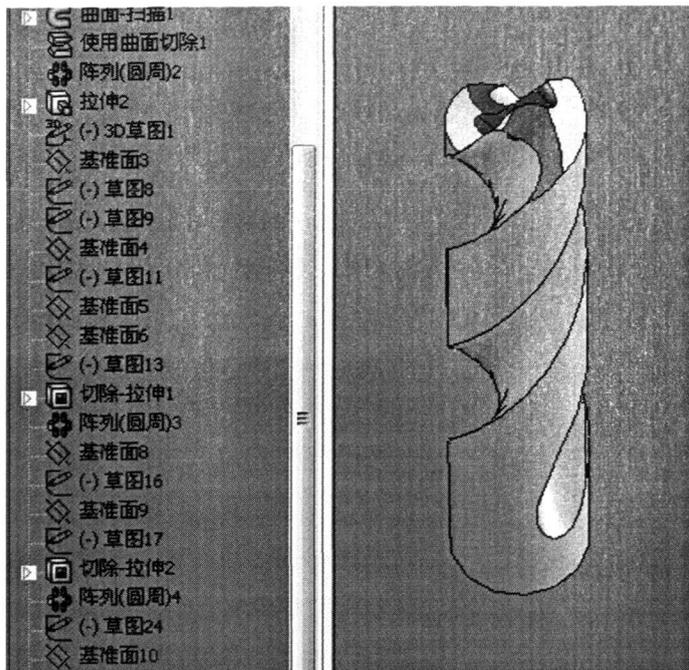


图 6.2 群钻的 CAD 实体模型及特征树

6.3 群钻数学模型正确性的评定

6.3.1 评定参数

群钻结构和设计参数共有 14 个，除去与分屑槽相关的 3 个参数和在建模时已经保证的圆弧半径 R_1 ，将另外 10 个参数作为判断群钻数学模型是否正确的评定参数，这些参数包括：外刃长度 l ，横刃长度 b_0 ，钻尖高度 h_0 ，外刃顶角 2ρ ，外刃圆周后角 α_{fc} ，圆弧刃圆周后角 α_{Rn} ，内刃斜角 τ ，内刃顶角 $2\rho_r$ ，内刃法前角 γ_w ，横刃斜角 ψ 。

6.3.2 评定参数的测量

评定参数中的 3 个线性参数可以采用标注命令进行测量；而角度参数需要先找到定义角度的基准面，然后用标注命令进行测量。由于某些角度的测量过程较复杂，下面以内刃法前角 γ_w 为例进行详细讲解。

根据内刃法前角的定义，首先过内刃中点作一垂直于内刃的平面作为剖切面和测量基准面；然后对群钻进行剖切；最后在测量基准面内作两条直线，一条与已投影成线的内刃前刀面重合，另一条与钻轴重合，这两条直线的夹角大小就是内刃前角

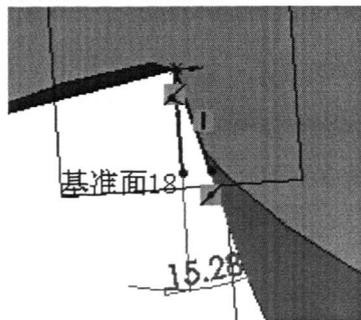


图 6.3 内刃前角的测量

的测量结果，如图 6.3 所示。

其他评定参数的模型测量值的结果见图 6.4。

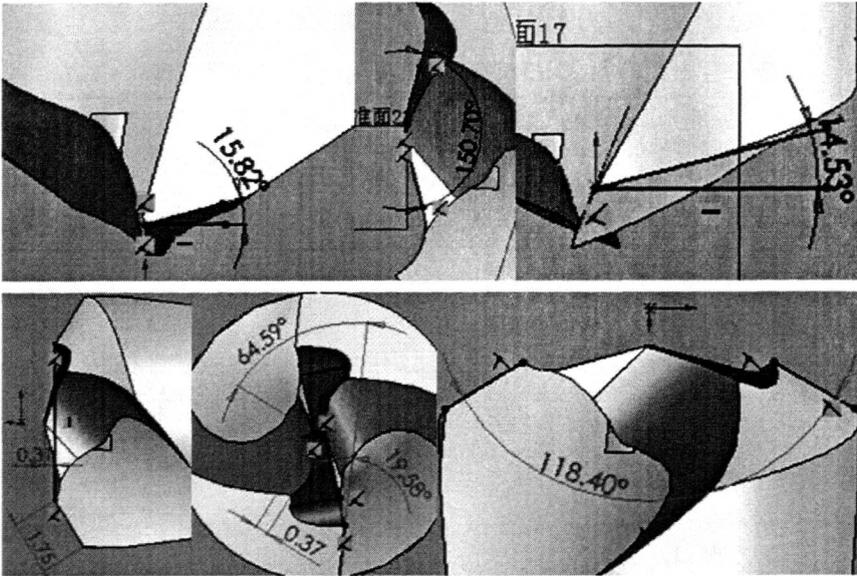


图 6.4 评定参数的测量结果

6.3.3 数学模型正确性的判定和评定参数的误差分析

为了便于进行误差分析，将评定参数理论值与模型测量值及两者之间的误差列入表 6.1 中。

表 6.1 评定参数的误差

项目	尖高 h_0	外刃长 l	横刃长 b_0	外刃顶角 2ρ	内刃顶角 $2\rho_\tau$	横刃斜角 ψ	内刃前角 γ_π	内刃斜角 τ	外刃后角 α_{fc}	圆弧后角 α_{Rn}
单位	(mm)			(°)						
理论值	0.34	1.9	0.34	125	135	65	-15	20	15	18
模型测量值	0.31	1.75	0.37	118.40	150.7	64.59	-15.28	19.58	14.53	15.82
误差 (%)	8.82	7.89	8.82	5.28	11.63	0.01	1.87	2.1	3.13	12.11

从上表可以发现，10 个评定参数中有 5 个参数的误差在 6% 以内，与理论值相当吻合，其它 5 个参数除内刃顶角和圆弧刃圆周后角外，误差也在 10% 以内。因此，可以推断，前文所建数学模型是正确的。下面对某些参数误差偏大的原因逐一进行分析。

(1) 内刃顶角的大小与刃磨参数 λ 、 σ 、 ω 和内刃前刀面有关，在不改变内刃前刀面相关参数的前提下， σ 起决定性影响作用，而 σ 的大小主要由圆弧刃圆周后角决定。因此，内刃顶角偏大是由于圆弧刃圆周后角取值偏小，要减小内刃顶角的误差，最有效的办法就是适当增大圆弧刃圆周后角 α_{Rn} 。

(2) 影响尖高的因素主要有以下两个方面：1) 圆弧刃最低点 n 相对 c 点距离太大，即“月牙槽”深度太大，这个是最重要最直接的影响因素。2) 圆弧刃圆周后角 α_{rn} 的取值偏小使内刃顶角偏大，导致横刃位置下移。

(3) 外刃与横刃长度的误差与建模时采用“拉伸切除”命令生成圆弧后刀面和内刃前刀面的截面草图参数有关，只要恰当设定草图参数，其误差完全可以得到有效控制。

(4) 外刃顶角的大小与钻沟前刀面和外刃后刀面的螺旋角有关，确定外刃螺旋角以后，其误差由钻沟前刀面决定。由于建模时，钻沟前刀面很难采用参数化设计，衡量它是否达到要求是以“主刃是否为近似直线”为依据，因此确定钻沟前刀面的过程产生了误差。另外从外刃顶角的定义来看，它是在钻头结构基面内测量的两主刃在外缘转点处切线的夹角，但实际只能以测量外缘转点 d (d') 与圆弧刃和外刃交点 c (c') 连线间的夹角来近似，这种非精确的测量方法也产生了误差。

(5) 圆弧刃圆周后角误差较大的原因尚不清楚，但测量方法同样存在误差。因为圆弧刃最低点 n 处的后刀面廓线是一条曲线，测量时要作它的切线，其准确度难以保证。

6.3.4 关于螺旋面后刀面群钻圆弧刃后角取值的探讨

前文测量的 10 个评定参数中，内刃顶角和圆弧刃圆周后角的误差较大，但增大圆弧刃圆周后角，可以有效减小内刃顶角的误差。为了论证上述观点，探讨内刃顶角和圆弧刃后角误差偏大的问题，改变圆弧刃圆周后角，研究圆弧刃圆周后角的变化对内刃顶角误差和自身误差的影响。

选取五组不同的圆弧刃圆周后角参数进行研究分析，首先计算每组参数对应的刃磨参数，其结果见表 6.2。

表 6.2 不同圆弧刃圆周后角的群钻刃磨参数值 (单位: °)

α_{rn} 取值	圆弧刃刃磨参数			横刃修磨参数		
	λ	σ	ω	λ_1	σ_1	ω_1
20	73.00	14.82	104.94	109.03	40	28.19
22	71.10	15.74	103.39	108.80		27.66
24	69.95	16.63	102.02	108.63		27.18
26	67.35	17.50	100.78	108.41		26.62
28	65.51	18.35	99.65	108.20		26.10

根据不同的刃磨参数，建立不同的三维实体模型，测量每个实体模型的评定参数，计算其误差，结果见表 6.3。由于外刃圆周后角只与钻头直径和后刀面螺旋角有关，改变圆弧刃圆周后角不会对它产生任何影响，实际模型测量结果也是如

此。因此，表中没有列出它的数值。

表 6.3 不同圆弧刃后角的实体模型评定参数的误差

项目	h_0	l	b_0	2ρ	$2\rho_r$	ψ	γ_{rc}	τ	α_{Rn}	
单位	(mm)			(°)						
20°	模型测量值	0.31	1.72	0.31	117.90	146.65	64.66	-15.00	20.24	16.86
	误差 (%)	8.82	9.47	8.82	5.68	8.63	0.52	0	1.20	15.70
22°	模型测量值	0.31	1.71	0.33	117.90	144.41	64.68	-15.20	19.68	18.42
	误差 (%)	8.82	10.00	2.94	5.68	6.97	0.50	1.33	1.60	16.27
24°	模型测量值	0.35	1.71	0.34	118.08	142.73	63.60	-15.04	19.43	19.25
	误差 (%)	2.94	10.00	0	5.54	5.72	2.15	0.27	2.85	19.79
26°	模型测量值	0.32	1.72	0.37	118.12	138.25	64.63	-15.10	19.63	19.48
	误差 (%)	5.88	9.47	8.82	5.50	2.41	0.57	0.67	1.85	25.08
28°	模型测量值	0.32	1.71	0.37	118.13	135.17	64.66	-15.10	19.66	20.66
	误差 (%)	5.88	10.00	8.82	5.50	0.13	0.52	0.67	1.70	26.21

从上表可以看出增大圆弧刃后角 α_{Rn} 对外刃顶角、横刃斜角、内刃前角和内刃斜角的误差几乎没有影响；对尖高、横刃长度和外刃长度的影响也较小；然而内刃顶角误差较大的情况却逐步得到改善，直至其误差几乎为零。这样的结果证实了内刃顶角误差较大是由于圆弧刃圆周后角取值偏小的推断。

然而，不管圆弧刃圆周后角如何取值，其自身误差较大的情况一直没有改善。本人认为出现这种情况的原因是由于某些结构和设计参数取值不当。据文献[1]来看，表 2.1 中群钻参数的取值是针对圆锥面后刀面群钻而言的，而本文的研究对象是螺旋面后刀面群钻，因此，采用同样的参数值对螺旋面后刀面群钻进行研究不一定合适。

6.4 群钻分屑槽数学模型正确性的补充证明

前文建立的是小型群钻的实体模型，不带分屑槽。根据需要，现建立了直径 $d=20\text{mm}$ 的中型群钻三维实体模型，通过分析实体模型上测量得到的分屑槽相关参数，证明分屑槽数学模型的正确性。

6.4.1 结构和设计参数的确定及刃磨参数的求解

根据前文的分析，圆弧刃圆周后角的取值应该稍微增大，因此除 α_{Rn} 外，其他参数依据表 2.1 取值分别为： $R=10$ ， $r_0=1.8$ ， $h_0=0.7$ ， $R_1=1.5$ ， $l=5.5$ ， $b_0=0.7$ ， $2\rho=125^\circ$ ， $2\rho_0=118^\circ$ ， $\beta_0=30^\circ$ ， $2\rho_r=135^\circ$ ， $\psi=65^\circ$ ， $\gamma_{rc}=-15^\circ$ ， $\tau=25^\circ$ ， $\alpha_{fc}=12^\circ$ ， $l_1=1.4$ ， $l_2=2.7$ ， $c=1$ 。

取 $\alpha_{Rn} = 20^\circ$, c 点侧后角 $\alpha_{ic} = 15^\circ$, 补充几何参数 $\beta_i = 40^\circ$, E 点侧后角 $\alpha_{E} = 10^\circ$, F 点圆周后角 $\alpha_{RF} = 20^\circ$, EF 与外刃在 XOZ 平面内的夹角 $\alpha_{EF} = 90^\circ$ 。

与第五章方法一样, 求出群钻刃磨参数见表 6.4。

表 6.4 $d=20\text{mm}$ 群钻刃磨参数 (单位: °)

外刃		圆弧刃和内刃后刀面			内刃和辅助圆柱面			分屑槽		
ξ	β_1	λ_1	σ	ω	λ_1	σ_1	ω_1	λ_2	σ_2	ω_2
62.31	78	64.64	15.85	94.95	108.52	40	31.89	61.70	13.23	84.77

其中求解分屑槽刃磨参数的 M 文件如下:

```
function m=group(n)
a=n(1);b=n(2);c=n(3);XF=n(4);YF=n(5);ZF=n(6);
m(1)=(cot(a)*sin(b)*cos(c)+sin(c))*(XF+8.5949)+(cot(a)*sin(b)*sin(c)-cos(c))*(
YF+1.8)+cot(a)*cos(b)*(ZF+0.7+4.1*cos(62.5/180*pi));
m(2)=(tan(a)*sin(b)*cos(c)-sin(c))*(XF+8.5949)+(tan(a)*sin(b)*sin(c)+cos(c))*(
YF+1.8)+tan(a)*cos(b)*(ZF+0.7+4.1*cos(62.5/180*pi))+sec(a);
m(3)=(4.9581-sqrt(XF^2+YF^2-3.24))/1.6643-0.7+17.3205*(atan(YF/XF)-atan(1
.8/sqrt(XF^2+YF^2-3.24)))-ZF;
m(4)=(8.5949*tan(10/180*pi)-1.8)*(cot(a)*cos(b)/1.9209+cot(a)*sin(b)*cos(c)+s
in(c))-(8.5949+1.8*tan(10/180*pi))*((1.8/1.9209-10/tan(78/180*pi))/8.5949*cot(a)*co
s(b)+cot(a)*sin(b)*sin(c)-cos(c));
m(5)=tan(20/180*pi)*cos(b)*tan(a)-cos(c-atan(YF/XF))-sin(b)*tan(a)*sin(c-atan(
YF/XF));
m(6)=cot(a)*sin(b)*cos(c)+sin(c)-1.9210*cot(a)*cos(b);
```

求解结果见图 6.5。

```
Optimization terminated successfully:
First-order optimality is less than options.TolFun.

n =

    1.0768    0.2309    1.4796   -8.0713   -1.2814   -3.6302

fval =

    1.0e-010 *

   -0.0142    0.0489   -0.0121    0.2202   -0.0532    0.0147
```

图 6.5 分屑槽刃磨参数求解结果

6.4.2 三维建模

由于数学模型是建立在直线主刃的基础上，而前文确定实体模型钻沟前刀面时采用的是样条曲线，这样形成的主刃只是近似直线。因此，钻头坐标系和机床坐标系的确定产生了误差，从而影响了模型的精度，最终导致某些参数出现较大误差。为了改善这种情况，采用“直线—圆弧—直线”的钻沟法向截形，这样就可以得到完全的直线刃，从理论上建立的实体模型将更精确。根据结构参数、设计参数和刃磨参数建立群钻实体模型如图 6.6 所示。

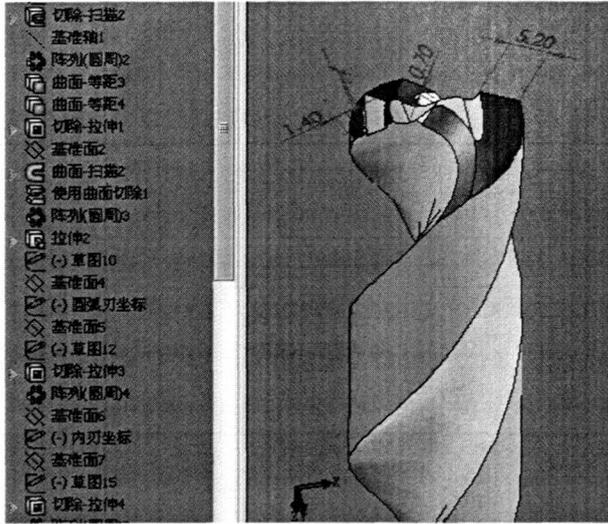


图 6.6 $d=20\text{mm}$ 群钻的 CAD 实体模型及特征树

6.4.3 分屑槽相关参数的测量及其数学模型正确性的判定

分屑槽的 3 个结构参数槽距 l_1 、槽宽 l_2 和槽深 c 是建模时完全可以保证的，如图 6.6 中 $l_1 = 1.4$ ， $c = 1$ ，以及测量得到 $l_1 = 2.7$ 与理论值完全一样，判定数学模型正确性的关键在于分屑槽设计参数的大小。另外，为了使论证更加充分，对 F 点坐标也进行了测量和分析，结果见表 6.5。（F 点坐标理论值见图 6.5）

表 6.5 分屑槽设计参数和 F 点坐标测量结果及误差

项目	α_{IE}	α_{RF}	α_{EF}	X_F	Y_F	Z_F
单位	(°)			(mm)		
理论值	10	20	90	-8.0713	-1.2814	-3.6302
模型测量值	13.15	19.82	89.26	-8.20	-1.20	-3.22
误差 (%)	31.50	0.90	0.82	1.59	6.35	11.30

上表 3 个设计参数中对群钻分屑和排屑性能影响较大的两个参数 α_{IE} 和 α_{EF} 都很小，F 点坐标误差也较小，E 点侧后角 α_{IE} 误差虽然较大，但该参数对群钻的切削性能影响很小，由此可以推断分屑槽数学模型是正确的。

6.4.4 其他参数的进一步分析

为了进一步验证群钻数学模型的正确性,对其他参数也进行了测量,结果见表 6.6。由表可知:除圆弧刃圆周后角外,其他参数误差都相当小。也就是说,采用精度更高的建模方法以后,群钻结构和设计参数的测量值与理论值更加接近,不仅受钻沟前刀面精度影响最大的外刃顶角和内刃顶角的误差大幅度减小,而且即使是圆弧刃圆周后角,其误差较大的情况也得到很大改善。另外,对比图 6.2 和图 6.3 发现:后者的“分屑槽”在垂直 X 轴方向的宽度比前者更大,在外形上与实际群钻更加接近。因此,对于直径较大的群钻,利用所求数学模型建立的实体模型其精度更高。

表 6.6 $d=20\text{mm}$ 群钻结构和设计参数测量结果与理论值对比

项目	h_0	l	b_0	2ρ	$2\rho_\tau$	ψ	γ_π	τ	α_{fc}	α_{Rn}
单位	(mm)			(°)						
理论值	0.7	5.5	0.7	125	135	65	-15	25	12	20
模型测量值	0.69	5.2	0.7	124.83	140.13	64.39	-15.01	24.40	12.55	17.68
误差 (%)	1.43	5.45	0	0.14	3.8	0.94	0.07	2.4	4.58	11.6

通过以上分析,我们可以得到以下结论:

(1) 第一个模型某些参数误差较大的情况主要是由建模误差以及结构和设计参数取值不当引起的。

(2) 钻沟前刀面的截面形状对某些参数有较大的影响。

(3) 文献 [1]中圆弧刃圆周后角的取值对于螺旋面后刀面群钻来说似乎偏小。

(4) 螺旋面后刀面群钻的主要结构和设计参数如何取值需要进一步研究,文献[1]中的数据只能作参考。

6.5 群钻的 CAD 仿真

前文已介绍过 GrindSmart 工具磨床可以实现多轴联动,因此,从理论上讲它可以加工任何复杂的曲面。为了验证在该磨床上实现群钻机械化和自动化刃磨的可能性,利用虚拟刃磨软件——VirtualGrind 对群钻的刃磨进行仿真。

对于直径 8mm 群钻,在 VirtualGrind 中其仿真步骤如下:

(1) 输入钻头的使用顶角 $2\rho = 118^\circ$ 、直径 $d = 8\text{mm}$ 、钻沟螺旋角 $\beta_0 = 30^\circ$ 和钻沟长度 32mm;

(2) 输入钻沟螺旋槽部分的相关参数,通过调整初步获得需要的螺旋槽截面形状;

(3) 选择刃磨钻沟的砂轮型号,输入砂轮参数,如图 6.7;

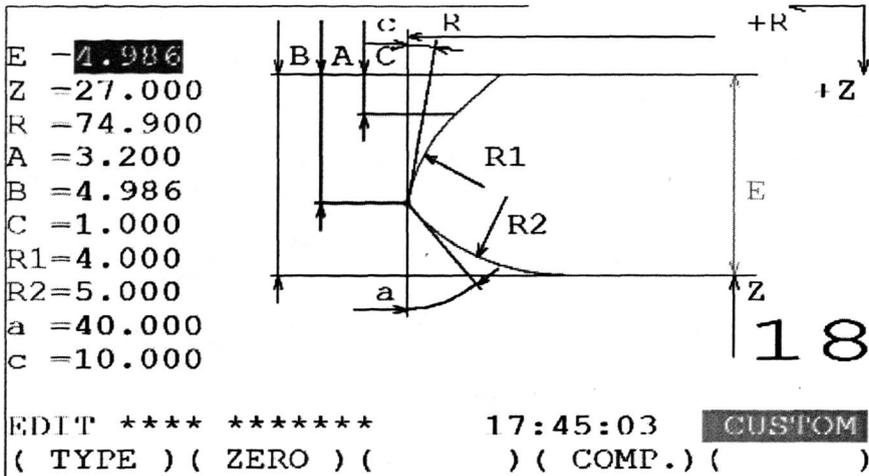
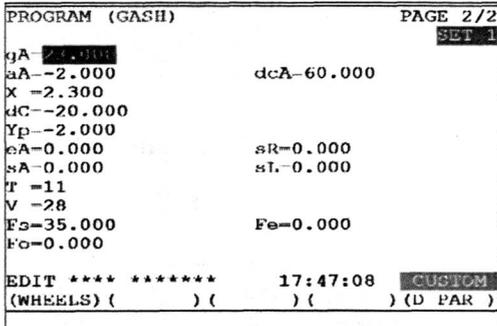
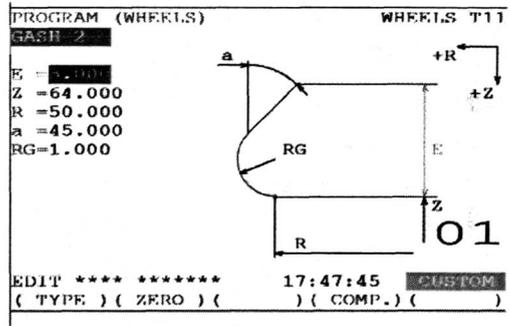


图 6.7 刃磨钻沟的砂轮参数

(4) 输入圆弧刃后刀面设计参数，选择砂轮，输入砂轮参数，如图 6.8；



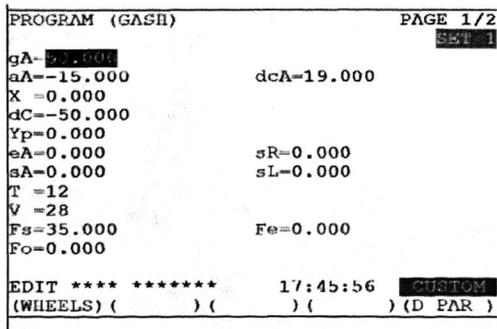
a) 刃磨圆弧刃时的参数设置



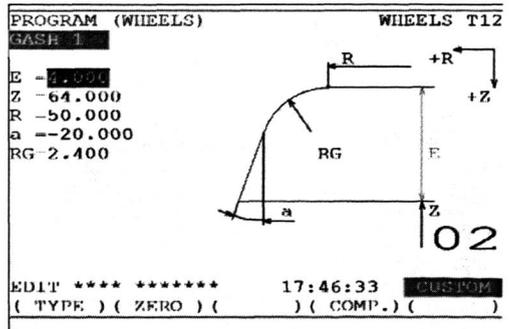
b) 刃磨圆弧刃的砂轮参数

图 6.8 刃磨圆弧刃时相关参数的设置

(5) 输入内刃前刀面和辅助圆柱面设计参数，选择砂轮，输入砂轮参数，如图 6.9；



a) 修磨横刃时的参数设置



b) 修磨横刃的砂轮参数

图 6.9 修磨横刃时相关参数的设置

(6) 计算仿真，得到群钻的三维图形，根据设计需要并结合仿真结果对砂轮型号和参数进行适当调整，直到获得满意的结果。

最后的仿真结果（见图 6.10）表明用 GrindSmart 工具磨床实现群钻的机械化和自动化刃磨完全可行。

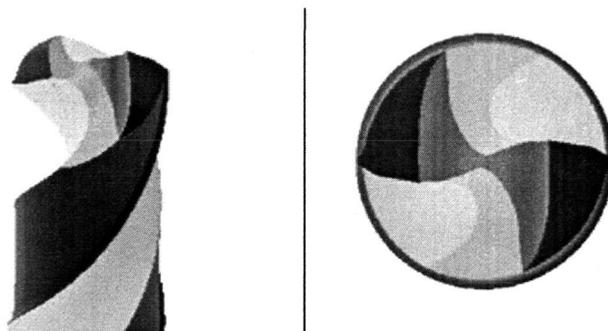


图 6.10 $d=8\text{mm}$ 群钻 VirtualGrind 仿真结果

6.5 小结

本章利用先进的 SolidWorks CAD 软件，建立了直径 8mm 和 12mm 群钻的三维实体模型，并在实体模型上对群钻所有结构和设计参数进行了测量，测量结果表明几乎所有参数的测量值与理论值保持一致，这样的结果有力地证明了前文所推导的群钻数学模型是完全正确的。最后通过 VirtualGrind 软件对群钻进行了仿真，论证了 GrindSmart 620XS 上实现群钻机械化和自动化刃磨的可行性。

结论及展望

1. 本文结论和创新点

群钻是一种切削性能非常优异的新钻型,为了使群钻技术在生产中得到大力推广和应用,必须改变群钻一直以来依靠手工或开发专用机床刃磨的状况,在普通磨床上实现群钻的机械化和自动化刃磨。解决这一问题的关键在于根据群钻刃磨机床正确建立群钻的数学模型,并求解出群钻设计参数与刃磨参数的关系。

本文选择在生产中应用非常广泛的GrindSmart 620XS数控工具磨床作为群钻刃磨机床,根据坐标变换原理,结合磨床各轴的运动特点,建立了基于该磨床的螺旋面外刃后刀面群钻数学模型,推导了刃磨参数与设计参数的关系,并以直径8mm的群钻为例,求出了具体的刃磨参数值。利用SolidWorks CAD软件对群钻刃磨进行模拟,并建立了群钻的三维实体模型,证明了数学模型的正确性。利用VirtualGrind软件对圆锥面后刀面群钻进行了仿真,证明了在该磨床上刃磨群钻的可行性。本文的研究,取得了以下成果:

1. 在对钻削和群钻技术进行简要综述的基础上,提出了采用普通的GrindSmart 620XS工具磨床实现群钻的机械化和自动化刃磨的设想。

2. 对比分析圆锥面刃磨法和螺旋面刃磨法,选择螺旋面刃磨法对群钻外刃后刀面进行刃磨。

3. 提出了群钻螺旋面外刃后刀面、圆弧刃和内刃后刀面、内刃前刀面和辅助圆柱面、以及分屑槽在采用GrindSmart 620XS工具磨床刃磨时实现刃磨的方法,并配图片进行了详细说明。

4. 根据GrindSmart 620XS工具磨床的特点,建立了基于该磨床的群钻数学模型,并推导了刃磨参数与设计参数的关系方程组。

5. 以直径8mm和20mm的群钻为例,采用Matlab求解出了具体的群钻刃磨参数值。

6. 通过SolidWorks三维建模和VirtualGrind进行仿真,证明了数学模型的正确性以及GrindSmart 620XS工具磨床上实现螺旋面外刃后刀面刃磨的可行性。

在研究过程中,本文取得了一些创新性的成果:

1. 提出了采用普通磨床实现群钻的机械化和自动化刃磨有利于群钻技术生产中的大力推广和应用的观点。

2. 推导了基于GrindSmart 620XS工具磨床的螺旋面外刃型群钻的数学模型和求解刃磨参数的方程组,尤其是得到了分屑槽的数学模型。

3. 提出了通过群钻的CAD建模来模拟群钻在机床上的刃磨过程的方法,并利

用该方法证明了数学模型的正确性。

4. 得出了对于螺旋面后刀面群钻,其圆弧刃圆周后角取值应比文献[1]中的数值有所增大的结论;在此基础上,提出了文献[1]中群钻结构和设计参数的取值不一定适合螺旋面外刃后刀面群钻的观点。

2. 研究展望

关于群钻的一个矛盾一直没有得到彻底解决:一方面群钻切削性能非常优异,应该在生产中进行大力推广和应用;另一方面,群钻结构复杂,实现机械化和自动化刃磨的难度较大,阻碍了群钻技术的发展。

本文在如何利用普通磨床实现群钻的机械化和自动化刃磨方面进行了研究,建立了群钻的数学模型,推导了求解刃磨参数的方程组。然而,受时间以及知识和能力水平的限制,本文所做的工作还不够完整全面,仍存在一些问题有待进行进一步深入开展研究。

1. 本文是通过CAD建模来证明群钻数学模型的正确性,并没有在磨床上刃磨出群钻,有必要利用GrindSmart 620XS工具磨床的数控编程系统编制群钻自动刃磨程序从而实现群钻的刃磨。

2. GrindSmart 620XS工具磨床配套有VirtualGrind仿真软件,该软件固化的模块只能实现圆锥面后刀面钻尖的刃磨,有必要开发类似能够刃磨螺旋面后刀面钻尖的模块。

3. 本文通过对螺旋面钻尖圆弧刃圆周后角取值的探讨,得出了文献[1]中该角取值偏小和文献[1]中的参数取值不一定适合螺旋面后刀面群钻的结论,但圆弧刃圆周后角最合适的取值范围,以及其他结构和设计参数的取值对螺旋面外刃群钻切削性能的影响需要进行更深入的研究。

如果能够在GrindSmart 620XS工具磨床上完成群钻刃磨数控程序的编制,并开发出刃磨群钻的软件,就可以利用该软件方便地对群钻的参数优化问题进行研究,并开发新的群钻钻型,从而刃磨出切削性能更优异的群钻。群钻将在生产中得到大力推广和应用,走上产业化的道路。

参 考 文 献

- [1] 倪志福, 陈璧光. 群钻—倪志福钻头. 上海: 科学技术出版社, 1999, 1-532
- [2] 李信能, 陈鼎昌. CNC六轴钻头刃磨机运动控制问题的分析与试验研究. 航空学报, 1990, 11(10): 55-62
- [3] 马天颖, 陈鼎昌. 基本型群钻的数控刃磨研究. 制造技术与机床, 1994, 6: 14-16
- [4] 岳素平, 刘德忠, 李士良等. 基于LAPIC并联机器人的群钻外刃的锥面刃磨法. 机械工程师, 2003, (9): 60-63
- [5] 苟琪, 王钰, 侯桂秀. CNC六坐标群钻刃磨机床研究. 青岛大学学报, 1998, 11(3): 57-60
- [6] 杨兆华. 国内外微小孔钻削加工的工艺现状. 汽车工艺与材料, 1997, (2): 5-6
- [7] H.K. Tonshoff, W. Sointig, W. Konig, A. Neises. Annals of CIRP, 1994, 43(2): 551-552
- [8] Christian Nedess, Ulrich Gunther Radial. Force in short hole drilling and their effects on drill performance. Transaction NAMRI/SME, 1992, XX:234-242
- [9] 倪志福. 谈钻孔技术创新之路. 机械工人(冷加工), 2000, (1): 1-3
- [10] 熊良山, 师汉民, 陈永洁. 钻头与钻削研究的历史、现状与发展趋势. 工具技术, 2005, 39(8): 11-14
- [11] 夏伯雄. 钻孔技术的新发展. 机电工程技术, 2002, 31(2): 11-12
- [12] M.A. Fugelso. Conical flank twist drill point. International Journal of Machine Tools Design and Research, 1999, 30: 291-295
- [13] C. Lin, Z.Q. Cao. Conical, Cylindrical and Planar Twist Drill Points-Modeling and Grinding. Transaction of the North American Manufacturing Research Institution of SME, 1991, 515: 101-107
- [14] 王平嶂, 初厚建. 麻花钻的加工方法及经济效果分析. 山东机械, 1998, (2): 43-45
- [15] Q. Shen, T.C. Lee, W.S. Lau. A finite-element analysis of temperature distributions in spade drilling. Journal of Materials Processing Technology, 1997, 66(13): 112-122
- [16] Wen-Chou Chen. Effect of the cross-sectional shape design of a drill body on drill temperature distributions. International Communications in Heat and Mass Transfer, 1996, 23(3), 6: 355-366
- [17] Kent N. Bachus, Matthew T. Rondina, Douglas T. Hutchinson. The effects of drilling force on cortical temperatures and their duration: an in vitro

- study. *Medical Engineering & Physics*, 2000, 22(10): 685-691
- [18] 蔡逸玲, 温松明, 胡思节. 群钻钻削力研究—群钻钻削的流屑角模型(I). 湖南大学学报, 1995, 22(3): 86-90
- [19] 温松明, 蔡逸玲, 周海萍. 群钻钻削力研究—群钻钻削的流屑角模型的试验验证(II). 湖南大学学报, 1995, 22(4): 65-68
- [20] 胡思节, 温松明, 蔡逸玲等. 群钻钻削力研究—群钻钻削能的理论计算(III). 湖南大学学报, 1995, 22(6): 70-74
- [21] 胡仲勋, 蔡逸玲, 温松明等. 群钻钻削力研究—群钻钻削力预测模型(IV). 湖南大学学报, 1996, 23(2): 74-83
- [22] 高永明. 新型硬质合金钻头及钻削技术. *机械工人(冷加工)*, 2001, (4): 32-39
- [23] 德国TITEX PLUS公司技术研发部. TITEX PLUS新型先进特种钻头. *航空制造技术*, 2004, (4): 106-107
- [24] 朱金安. 抛物线钻头钻尖刃磨型式的研究. *制造技术与机床*, 2000, (10): 39
- [25] 周永平. 抛物线钻头的研究与试制. *汽车技术*, 1995, (4): 24-26
- [26] 贺士起, 陈章燕, 陈祥仲. 五尖九刃麻花钻. *工具技术*, 31(4), 1997: 23-25
- [27] L. Chen, S.M. Wu. Further investigation of multifacet drills' mathematical models, methods of grinding, and computer plotting. *ASME J. of Eng. for Industry*, 1984, 106: 313-324
- [28] K.H. Fuh. Computer aided design and manufacture for Multifacet Drills: [Ph. D. Thesis]. Michigan: Univ. of Wisconsin-Madison, 1987, 1-211
- [29] Liang Enju. Computer integration for multifacet drill grinding: [Ph. D. Thesis]. Michigan: Univ. of Wisconsin-Madison, 1987, 1-236
- [30] H.T. Huang, C.I. Weng, C.K. Chen. Analysis of clearance and rake angles along cutting edge for Multifacet drills (MFD). *ASME J. of Eng. for Industry*, 1994, 116: 8-16
- [31] G.C. Wang, K.H. Fuh, B.H. Yan. A new mathematical model for Multifacet drills derived by using angle-solid model. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2001, 41: 103-132
- [32] 张世昌, 王树榛. 倪志福钻头数控刃磨技术研究. *天津大学学报*, 1993, (4): 10-17
- [33] 荣烈润. 虚拟轴机床——21世纪数控加工设备. *机电一体化*, 2005, (3): 6-13
- [34] 刘德忠, 李士良, 岳素平等. 基于LAPIK并联机器人的基本型群钻数学模型. *天津大学学报*, 2003, 29(3): 288-291
- [35] 周凯, 陶真, 毛德柱. 虚拟轴机床的发展趋势——混联机床. *现代制造工程*, 2002, (3): 5-7

- [36] 傅蔡安. 群钻电火花成形加工及其切削性能的研究. 电加工与模具, 2006, (6): 25-27
- [37] 曹正铨. 钻尖的数学模型与钻削试验研究. 北京: 北京理工大学出版社, 1993, 16-126
- [38] 胡思节. 双边非对称分屑槽群钻的数学模型. 湖南大学学报, 1994, 21(5): 67-71
- [39] 许波, 刘征. Matlab 工程数学应用. 北京: 清华大学出版社, 2000, 1-204
- [40] 苏金明, 阮沈勇. Matlab 6.1 实用指南. 北京: 电子工业出版社, 2002, 77-80
- [41] 付永忠. SolidWorks 2000高级使用指南. 北京: 中国石化出版社, 2001, 2-5
- [42] SolidWorks Corporation. SolidWorks 2003 User Guide. America: SolidWorks, 2002, 32-156
- [43] SolidWorks Corporation. SolidWorks 2003 API Help. America: SolidWorks, 2002, 5-123

致 谢

本论文是在周志雄教授悉心关怀和指导下完成的。在我攻读硕士学位的三年中，生活上，周老师给予我最大的关心；课题研究中，帮助我克服了许多难题。我研究生阶段的每一步成长都和导师的悉心教导密不可分。周老师渊博的学识，严谨的治学态度、兢兢业业的工作作风、平易近人的长者风范和勇于开拓的探索精神使我受益匪浅。他不仅传授给了我大量的理论知识，而且教会了我许多做人的道理。在此，谨向周老师表示崇高的敬意和衷心的感谢！

在课题的研究过程中，还得到了林丞教授、胡思节教授和杨军副教授的耐心指导。他们在钻头和群钻研究领域有着相当的造诣，跟他们交流能够少走许多弯路。另外，非常感谢株洲硬质合金切削刀具有限公司汤爱民主任为我提供了许多宝贵的资料，还要感谢切削实验室朱晓勇和雷春师傅以及其他成员在研究中对我的指点和鼎力支持。在此，向他们一并表示衷心的感谢。

同时，感谢言兰师姐在课题研究中给予的指导和帮助，感谢黄进财同学在学习研究中对我的督促和帮助，感谢室友王华辉、陈浩、曾伟和李志锋以及黄丰杰同学在学习生活中对我的支持和关照，感谢实验室所有师兄师姐师弟师妹在工作和生活中对我的关心。

最后，要特别感谢女朋友在生活中对我无微不至的关心和照顾；更要感谢十几年来一直在背后默默关心和鼓励我的家人，没有他们的理解和支持就没有我的今天。

曾滔

2008.04 于湖南大学

附录 A 攻读学位期间所发表的学术论文目录

- [1] 曾滔, 周志雄, 汤爱民. 基于某种工具磨床的群钻数学模型及仿真研究. 制造技术与机床, 已录用, 待发表, 稿件编号: 28-11683