最新2016年八年级下册数学教案全册

第十六章　　分式

16．1 分式

16.1.1 从分数到分式

一、 教学目标

1.　了解分式、有理式的概念.

2．理解分式有意义的条件，分式的值为零的条件；能熟练地求出分式有意义的条件，分式的值为零的条件.

二、重点、难点

1．重点：理解分式有意义的条件，分式的值为零的条件.

2．难点：能熟练地求出分式有意义的条件，分式的值为零的条件.

三、课堂引入

1．让学生填写 P4[思考]，学生自己依次填出：$\frac{10}{7}$，$\frac{s}{a}$，$\frac{200}{33}$，$\frac{v}{s}$.

2．学生看 P3 的问题：一艘轮船在静水中的最大航速为 20 千米/时，它沿江以最大航速顺流航行 100 千米所用实践，与以最大航速逆流航行 60 千米所用时间相等，江水的流速为多少？

请同学们跟着教师一起设未知数，列方程.

设江水的流速为 x 千米/时.

轮船顺流航行 100 千米所用的时间为$\frac{100}{20+v}$小时，逆流航行 60 千米所用时间$\frac{60}{20-v}$小时，所以$\frac{100}{20+v}=\frac{60}{20-v}$.

3. 以上的式子$\frac{100}{20+v}$，$\frac{60}{20-v}$，$\frac{s}{a}$，$\frac{v}{s}$，有什么共同点？它们与分数有什么相同点和不同点？

五、例题讲解

P5 例 1. 当 x 为何值时，分式有意义.

[分析]已知分式有意义，就可以知道分式的分母不为零，进一步解出字母 x 的取值范围.

[提问]如果题目为：当 x 为何值时，分式无意义.你知道怎么解题吗？这样可以使学生一题二用，也可以让学生更全面地感受到分式及有关概念.

(补充)例 2. 当 m 为何值时，分式的值为 0？

（1）$\frac{m}{m-1}$　（2）$\frac{m-2}{m+3}$　　(3)　$\frac{m^2-1}{m+1}$

[分析] 分式的值为 0 时，必须同时满足两个条件：①分母不能为零；②分子为零，这样求出的 m 的解集中的公共部分，就是这类题目的解.

[答案] （1）m=0　　（2）m=2　　（3）m=1

六、随堂练习

1．判断下列各式哪些是整式，哪些是分式？

9x+4，　$\frac{7}{x}$ ，$\frac{9+y}{20}$，$\frac{m-4}{5}$，　$\frac{8y-3}{y^2}$，$\frac{1}{x-9}$

2. 当 x 取何值时，下列分式有意义？

（1）$\frac{3}{x+2}$　　（2）$\frac{x+5}{3-2x}$　　（3）$\frac{2x-5}{x^2-4}$

3. 当 x 为何值时，分式的值为 0？

（1）$\frac{x+7}{5x}$　　（2）$\frac{7x}{21-3x}$　　(3)　$\frac{x^2-1}{x^2-x}$

七、课后练习

1.列代数式表示下列数量关系，并指出哪些是正是？哪些是分式？

（1）甲每小时做 x 个零件，则他 8 小时做零件_____个，做 80 个零件需____小时.

（2）轮船在静水中每小时走 a 千米，水流的速度是 b 千米/时，轮船的顺流速度是千米/时，轮船的逆流速度是_______千米/时.

(3)x 与 y 的差于 4 的商是_______.

2. 当 x 取何值时，分式 $\frac{x^2+1}{3x-2}$ 无意义？

3. 当 x 为何值时，分式 $\frac{|x|-1}{x^2-x}$ 的值为 0？

八、答案：

六、1.整式：9x+4，$\frac{9+y}{20}$，$\frac{m-4}{5}$　分式：$\frac{7}{x}$，$\frac{8y-3}{y^2}$，$\frac{1}{x-9}$

2.（1）x≠-2　（2）x≠ $\frac{3}{2}$　（3）x≠±2

3.（1）x=-7　（2）x=0　(3)x=-1

七、1. 18x, $\frac{80}{x}$，a+b，$\frac{s}{a+b}$，$\frac{x-y}{4}$；　整式：8x，a+b，$\frac{x-y}{4}$；

分式：$\frac{80}{x}$，$\frac{s}{a+b}$

2. X = $\frac{2}{3}$　3. x=-1

课后反思：

16.1.2 分式的基本性质

一、教学目标

1．理解分式的基本性质.

2．会用分式的基本性质将分式变形.

二、重点、难点

1．重点：理解分式的基本性质.

2．难点：灵活应用分式的基本性质将分式变形.

三、例、习题的意图分析

1．P7 的例 2 是使学生观察等式左右的已知的分母（或分子），乘以或除以了什么整式，然后应用分式的基本性质，相应地把分子（或分母）乘以或除以了这个整式，填到括号里作为答案，使分式的值不变.

2．P9 的例 3、例 4 地目的是进一步运用分式的基本性质进行约分、通分.值得注意的是：约分是要找准分子和分母的公因式，最后的结果要是最简分式；通分是要正确地确定各个分母的最简公分母，一般的取系数的最小公倍数，以及所有因式的最高次幂的积，作为最简公分母.

教师要讲清方法，还要及时地纠正学生做题时出现的错误，使学生在做提示加深对相应概念及方法的理解.

3．P11 习题 16.1 的第 5 题是：不改变分式的值，使下列分式的分子和分母都不含“-”号.这一类题教材里没有例题，但它也是由分式的基本性质得出分子、分母和分式本身的符号，改变其中任何两个，分式的值不变.

“不改变分式的值，使分式的分子和分母都不含‘-’号”是分式的基本性质的应用之一，所以补充例 5.

四、课堂引入

1．请同学们考虑：$\frac{3}{4}$ 与 $\frac{15}{20}$ 相等吗？$\frac{9}{24}$ 与 $\frac{3}{8}$ 相等吗？为什么？

2．说出 $\frac{3}{4}$ 与 $\frac{15}{20}$ 之间变形的过程，$\frac{9}{24}$ 与 $\frac{3}{8}$ 之间变形的过程，并说出变形依据？

3．提问分数的基本性质，让学生类比猜想出分式的基本性质.

五、例题讲解

P7 例 2.填空：

[分析]应用分式的基本性质把已知的分子、分母同乘以或除以同一个整式，使分式的值不变.

P11 例 3．约分：

[分析] 约分是应用分式的基本性质把分式的分子、分母同除以同一个整式，使分式的值不变.所以要找准分子和分母的公因式，约分的结果要是最简分式.

P11 例 4．通分：

[分析] 通分要想确定各分式的公分母，一般的取系数的最小公倍数，以及所有因式的最高次幂的积，作为最简公分母.

（补充）例 5. 不改变分式的值，使下列分式的分子和分母都不含“-”号.

$\frac{-6b}{-5a}$，$\frac{-x}{3y}$，$-\frac{2m}{-n}$，$-\frac{-7m}{6n}$，$-\frac{-3x}{-4y}$。

[分析]每个分式的分子、分母和分式本身都有自己的符号，其中两个符号同时改变，分式的值不变.

解：$\frac{-6b}{-5a}=\frac{6b}{5a}$，$\frac{-x}{3y}=-\frac{x}{3y}$，$-\frac{2m}{-n}=\frac{2m}{n}$，

$-\frac{-7m}{6n}=\frac{7m}{6n}$，$-\frac{-3x}{-4y}=\frac{3x}{4y}$。

六、随堂练习

1．填空：

（1）$\frac{2x^2}{x^2+3x}=\frac{(\quad)}{x+3}$　　（2）$\frac{6a^3b^2}{8b^3}=\frac{3a^3}{(\quad)}$

（3）$\frac{b+1}{a+c}=\frac{(\quad)}{an+cn}$　　（4）$\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}=\frac{x-y}{(\quad)}$

2．约分：

（1）$\frac{3a^2b}{6ab^2c}$　（2）$\frac{8m^2n}{2mn^2}$　（3）$\frac{-4x^2yz^3}{16xyz^5}$　（4）$\frac{2(x-y)^3}{y-x}$

3．通分：

（1）$\frac{1}{2ab^3}$和$\frac{2}{5a^2b^2c}$　（2）$\frac{a}{2xy}$和$\frac{b}{3x^2}$

（3）$\frac{3c}{2ab^2}$和$-\frac{a}{8bc^2}$　（4）$\frac{1}{y-1}$和$\frac{1}{y+1}$

4．不改变分式的值，使下列分式的分子和分母都不含“-”号.

（1）$-\frac{-x^3y}{3ab^2}$　（2）$-\frac{-a^3}{-17b^2}$　（3）$\frac{-5a}{-13x^2}$　（4）$\frac{-(a-b)^2}{m}$

七、课后练习

1．判断下列约分是否正确：

（1）$\frac{a+c}{b+c}=\frac{a}{b}$　（2）$\frac{x-y}{x^2-y^2}=\frac{1}{x+y}$

（3）$\frac{m+n}{m+n}$=0

2．通分：

（1）$\frac{1}{3ab^2}$和$\frac{2}{7a^2b}$　（2）$\frac{x-1}{x^2-x}$和$\frac{x-1}{x^2+x}$

3．不改变分式的值，使分子第一项系数为正，分式本身不带“-”号.

（1）$\dfrac{-2a-b}{-a+b}$　　（2）$-\dfrac{-x+2y}{3x-y}$

八、答案：

六、1.（1）2x　（2）4b　（3）bn+n　（4）x+y

2.（1）$\dfrac{a}{2bc}$　（2）$\dfrac{4m}{n}$　（3）$-\dfrac{x}{4z^2}$　（4）$-2(x-y)^2$

3. 通分：

（1）$\dfrac{1}{2ab^3}=\dfrac{5ac}{10a^2b^3c}$，　$\dfrac{2}{5a^2b^2c}=\dfrac{4b}{10a^2b^3c}$

（2）$\dfrac{a}{2xy}=\dfrac{3ax}{6x^2y}$，　$\dfrac{b}{3x^2}=\dfrac{2by}{6x^2y}$

（3）$\dfrac{3c}{2ab^2}=\dfrac{12c^3}{8ab^2c^2}$　$-\dfrac{a}{8bc^2}=\dfrac{ab}{8ab^2c^2}$

（4）$\dfrac{1}{y-1}=\dfrac{y+1}{(y-1)(y+1)}$　$\dfrac{1}{y+1}=\dfrac{y-1}{(y-1)(y+1)}$

4.（1）$\dfrac{x^3y}{3ab^2}$　（2）$-\dfrac{a^3}{17b^2}$　（3）$\dfrac{5a}{13x^2}$　（4）$-\dfrac{(a-b)^2}{m}$

课后反思：

16．2 分式的运算

16．2．1 分式的乘除(一)

一、教学目标：理解分式乘除法的法则，会进行分式乘除运算.

二、重点、难点

1．**重点：**会用分式乘除的法则进行运算.

2．**难点：**灵活运用分式乘除的法则进行运算 .

三、例、习题的意图分析

1．P13 本节的引入还是用问题 1 求容积的高，问题 2 求大拖拉机的工作效率是小拖拉机的工作效率的多少倍，这两个引例所得到的容积的高是 $\frac{v}{ab}\cdot\frac{m}{n}$，大拖拉机的工作效率是小拖拉机的工作效率的 $\left(\frac{a}{m}\div\frac{b}{n}\right)$ 倍.引出了分式的乘除法的实际存在的意义，进一步引出P14[观察]从分数的乘除法引导学生类比出分式的乘除法的法则.但分析题意、列式子时，不易耽误太多时间.

2．P14 例 1 应用分式的乘除法法则进行计算，注意计算的结果如能约分，应化简到最简.

3．P14 例 2 是较复杂的分式乘除，分式的分子、分母是多项式，应先把多项式分解因式，再进行约分.

4．P14 例 3 是应用题，题意也比较容易理解，式子也比较容易列出来，但要注意根据问题的实际意义可知 $a>1$,因此 $(a-1)^2=a^2-2a+1<a^2-2+1$,即 $(a-1)^2<a^2-1$.这一点要给学生讲清楚，才能分析清楚“丰收 2 号”单位面积产量高.（或用求差法比较两代数式的大小）

四、课堂引入

1.出示 P13 本节的引入的问题 1 求容积的高 $\frac{v}{ab}\cdot\frac{m}{n}$，问题 2 求大拖拉机的工作效率是小拖拉机的工作效率的 $\left(\frac{a}{m}\div\frac{b}{n}\right)$ 倍.

[引入]从上面的问题可知，有时需要分式运算的乘除.本节我们就讨论数量关系需要进行分式的乘除运算.我们先从分数的乘除入手，类比出分式的乘除法法则.

1． P14[观察] 从上面的算式可以看到分式的乘除法法则.

3．[提问] P14[思考]类比分数的乘除法法则，你能说出分式的乘除法法则?

类似分数的乘除法法则得到分式的乘除法法则的结论.

五、例题讲解

P14 例 1.

[分析]这道例题就是直接应用分式的乘除法法则进行运算.应该注意的是运算结果应约分到最简，还应注意在计算时跟整式运算一样，先判断运算符号，在计算结果.

P15 例 2.

[分析] 这道例题的分式的分子、分母是多项式，应先把多项式分解因式，再进行约分. 结果的分母如果不是单一的多项式，而是多个多项式相乘是不必把它们展开.

P15 例.

[分析]这道应用题有两问，第一问是：哪一种小麦的单位面积产量最高？先分别求出“丰收 1 号”、“丰收 2 号”小麦试验田的面积，再分别求出“丰收 1 号”、“丰收 2 号”小麦试验田的单位面积产量，分别是 $\frac{500}{a^2-1}$ 、$\frac{500}{(a-1)^2}$ ，还要判断出以上两个分式的值，哪一个值更大. 要根据问题的实际意义可知 a>1, 因此 $(a-1)^2=a^2-2a+1<a^2-2+1$, 即 $(a-1)^2<a^2-1$，可得出“丰收 2 号”单位面积产量高.

六、随堂练习

计算

（1）$\frac{c^2}{ab}\cdot\frac{a^2b^2}{c}$　　（2）$-\frac{n^2}{2m}\cdot\frac{4m^2}{5n^3}$　　（3）$\frac{y}{7x}\div\left(-\frac{2}{x}\right)$

（4）$-8xy\div\frac{2y}{5x}$　　(5) $\frac{a^2-4}{a^2-2a+1}\cdot\frac{a^2-1}{a^2+4a+4}$　　(6) $\frac{y^2-6y+9}{y+2}\div(3-y)$

七、课后练习

计算

（1）$\frac{x^2y}{x^3}\cdot\left(-\frac{1}{y}\right)$　　（2）$\frac{5b^2}{3ac}\div\left(-\frac{10bc}{21a}\right)$　　（3）$\frac{12xy}{5a}\div\left(-8x^2y\right)$

（4）$\frac{a^2-4b^2}{3ab^2}\cdot\frac{ab}{a-2b}$　　（5）$\frac{x^2-x}{x-1}\div(4-x)$　　（6）$\frac{42(x^2-y^2)}{x}\cdot\frac{-x^2}{35(y-x)^3}$

八、答案:

六、（1）ab　（2）$-\frac{2m}{5n}$　（3）$-\frac{y}{14}$　（4）$-20x^2$　（5）$\frac{(a+1)(a-2)}{(a-1)(a+2)}$

（6）$\frac{3-y}{y+2}$

七、（1）$-\frac{1}{x}$　（2）$-\frac{7b}{2c^2}$　（3）$-\frac{3}{10ax}$　（4）$\frac{a+2b}{3b}$

（5）$\frac{x}{1-x}$　（6）$\frac{6x(x+y)}{5(x-y)^2}$

课后反思:

16．2．1 分式的乘除(二)

一、教学目标：熟练地进行分式乘除法的混合运算.

二、重点、难点

1．**重点：**熟练地进行分式乘除法的混合运算.

2．**难点：**熟练地进行分式乘除法的混合运算.

三、例、习题的意图分析

1．P17 页例 4 是分式乘除法的混合运算. 分式乘除法的混合运算先把除法统一成乘法运算，再把分子、分母中能因式分解的多项式分解因式，最后进行约分，注意最后的结果要是最简分式或整式.

教材 P17 例 4 只把运算统一乘法，而没有把 $25x^2-9$ 分解因式,就得出了最后的结果，教师在见解是不要跳步太快，以免学习有困难的学生理解不了，造成新的疑点.

2，P17 页例 4 中没有涉及到符号问题，可运算符号问题、变号法则是学生学习中重点，也是难点，故补充例题，突破符号问题.

四、课堂引入

计算

（1）$\frac{y}{x}\div\frac{x}{y}\cdot(-\frac{y}{x})$　　　　（2）$\frac{3x}{4y}\div(-\frac{3x}{y})\cdot(-\frac{1}{2x})$

五、例题讲解

（P17）例 4. 计算

[分析] 是分式乘除法的混合运算. 分式乘除法的混合运算先统一成为乘法运算，再把分子、分母中能因式分解的多项式分解因式，最后进行约分，注意最后的计算结果要是最简的.

（补充）例. 计算

(1) $\frac{3ab^2}{2x^3y}\cdot(-\frac{8xy}{9a^2b})\div\frac{3x}{(-4b)}$

$=\frac{3ab^2}{2x^3y}\cdot(-\frac{8xy}{9a^2b})\cdot\frac{-4b}{3x}$　　（先把除法统一成乘法运算）

$=\frac{3ab^2}{2x^3y}\cdot\frac{8xy}{9a^2b}\cdot\frac{4b}{3x}$　　（判断运算的符号）

$=\frac{16b^2}{9ax^3}$　　（约分到最简分式）

(2) $\frac{2x-6}{4-4x+4x^2}\div(x+3)\cdot\frac{(x+3)(x-2)}{3-x}$

$=\frac{2x-6}{4-4x+4x^2}\cdot\frac{1}{x+3}\cdot\frac{(x+3)(x-2)}{3-x}$　　（先把除法统一成乘法运算）

$=\dfrac{2(x-3)}{(2-x)^2}\cdot\dfrac{1}{x+3}\cdot\dfrac{(x+3)(x-2)}{3-x}$　　（分子、分母中的多项式分解因式）

$=\dfrac{2(x-3)}{(x-2)^2}\cdot\dfrac{1}{x+3}\cdot\dfrac{(x+3)(x-2)}{-(x-3)}$

$=-\dfrac{2}{x-2}$

六、随堂练习

计算

(1) $\dfrac{3b^2}{16a}\div\dfrac{bc}{2a^2}\cdot(-\dfrac{2a}{b})$　　（2） $\dfrac{5c}{2a^2b^4}\div(-6ab^6c^2)\div\dfrac{20c^3}{30a^3b^{10}}$

（3） $\dfrac{3(x-y)^2}{(y-x)^3}\cdot(x-y)^4\div\dfrac{9}{y-x}$　　（4） $(xy-x^2)\div\dfrac{x^2-2xy+y^2}{xy}\cdot\dfrac{x-y}{x^2}$

七、课后练习

计算

(1) $-8x^2y^4\cdot\dfrac{3x}{4y^6}\div(-\dfrac{x^2y}{6z})$　　(2) $\dfrac{a^2-6a+9}{4-b^2}\div\dfrac{3-a}{2+b}\cdot\dfrac{a^2}{3a-9}$

(3) $\dfrac{y^2-4y+4}{2y-6}\cdot\dfrac{1}{y+3}\div\dfrac{12-6y}{9-y^2}$　　(4) $\dfrac{x^2+xy}{x^2-xy}\div(x+y)\div\dfrac{xy}{y^2-xy}$

八、答案：

六.（1） $-\dfrac{3a^2}{4c}$　　（2） $-\dfrac{5}{8c^4}$　　（3） $\dfrac{(x-y)^4}{3}$　　（4） −y

七.（1） $\dfrac{36xz}{y^3}$　　(2) $\dfrac{a^2}{b-2}$　　（3） $\dfrac{2-y}{12}$　　（4） $-\dfrac{1}{x}$

课后反思：

16．2．1 分式的乘除(三)

一、教学目标：理解分式乘方的运算法则，熟练地进行分式乘方的运算.

二、重点、难点

1．**重点：**熟练地进行分式乘方的运算.

2．**难点：**熟练地进行分式乘、除、乘方的混合运算.

三、例、习题的意图分析

1．P17 例 5 第（1）题是分式的乘方运算，它与整式的乘方一样应先判断乘方的结果的符号，在分别把分子、分母乘方.第（2）题是分式的乘除与乘方的混合运算，应对学生强调运算顺序：先做乘方，再做乘除..

2．教材 P17 例 5 中象第（1）题这样的分式的乘方运算只有一题，对于初学者来说，练习的量显然少了些，故教师应作适当的补充练习.同样象第（2）题这样的分式的乘除与乘方的混合运算，也应相应的增加几题为好.

分式的乘除与乘方的混合运算是学生学习中重点，也是难点，故补充例题，强调运算顺序，不要盲目地跳步计算，提高正确率，突破这个难点.

四、课堂引入

计算下列各题：

（1）$(\frac{a}{b})^2=\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}=$（　　）　（2）$(\frac{a}{b})^3=\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}=$（　　）

（3）$(\frac{a}{b})^4=\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}=$（　　）

[提问]由以上计算的结果你能推出$(\frac{a}{b})^n$（n 为正整数）的结果吗？

五、例题讲解

（P17）例 5.计算

[分析]第（1）题是分式的乘方运算，它与整式的乘方一样应先判断乘方的结果的符号，再分别把分子、分母乘方.第（2）题是分式的乘除与乘方的混合运算，应对学生强调运算顺序：先做乘方，再做乘除.

六、随堂练习

1．判断下列各式是否成立，并改正.

（1）$(\frac{b^3}{2a})^2=\frac{b^5}{2a^2}$　　（2）$(\frac{-3b}{2a})^2=\frac{-9b^2}{4a^2}$

（3）$(\frac{2y}{-3x})^3=\frac{8y^3}{9x^3}$　　（4）$(\frac{3x}{x-b})^2=\frac{9x^2}{x^2-b^2}$

2．计算

(1) $(\frac{5x^2}{3y})^2$　（2）$(\frac{3a^2b}{-2c^3})^3$　（3）$(\frac{a^3}{3xy^2})^2\div(-\frac{ay}{2x^2})^3$

（4）$(\frac{x^2y}{-z^2})^3\div(\frac{-x^3}{z})^2$　5) $(-\frac{x}{y})^2\cdot(-\frac{y^2}{x})\div(-xy^4)$

(6) $(-\frac{y}{2x})^2\cdot(-\frac{3x}{2y})^3\div(-\frac{3x}{2ay})^2$

七、课后练习

计算

(1) $(-\frac{2b^2}{a^3})^3$　　(2) $(-\frac{a^2}{b^{n+1}})^2$

(3) $(\frac{c^3}{a^2b})^2\div(\frac{c^4}{a^3b})^2\div(\frac{a}{c})^4$　　(4) $(\frac{a-b}{ab})^2\cdot(\frac{-a}{b-a})^3\cdot(a^2-b^2)$

八、答案：

六、1.（1）不成立，$(\frac{b^3}{2a})^2=\frac{b^6}{4a^2}$　　（2）不成立，$(\frac{-3b}{2a})^2=\frac{9b^2}{4a^2}$

（3）不成立，$(\frac{2y}{-3x})^3=-\frac{8y^3}{27x^3}$　　（4）不成立，$(\frac{3x}{x-b})^2=\frac{9x^2}{x^2-2bx+b^2}$

2.（1）$\frac{25x^4}{9y^2}$　（2）$-\frac{27a^6b^3}{8c^9}$　（3）$-\frac{8a^3x^4}{9y^2}$　（4）$-\frac{y^3}{z^4}$

(5) $\frac{1}{x^2}$　(6) $\frac{a^3y^2}{4x^2}$

七、(1) $-\frac{-8b^6}{a^9}$　(2) $\frac{a^4}{b^{2n+2}}$　（3）$\frac{c^2}{a^2}$　（4）$\frac{a+b}{b}$

课后反思：

16．2．2 分式的加减（一）

一、教学目标：（1）熟练地进行同分母的分式加减法的运算.

（2）会把异分母的分式通分，转化成同分母的分式相加减.

二、重点、难点

1．**重点：**熟练地进行异分母的分式加减法的运算.

2．**难点：**熟练地进行异分母的分式加减法的运算.

三、例、习题的意图分析

1．P18 问题 3 是一个工程问题，题意比较简单，只是用字母 n 天来表示甲工程队完成一项工程的时间，乙工程队完成这一项工程的时间可表示为 n+3 天，两队共同工作一天完成这项工程的$\frac{1}{n}+\frac{1}{n+3}$.这样引出分式的加减法的实际背景，问题 4 的目的与问题 3 一样，从上面两个问题可知，在讨论实际问题的数量关系时，需要进行分式的加减法运算.

2．P19[观察]是为了让学生回忆分数的加减法法则，类比分数的加减法，分式的加减法的实质与分数的加减法相同，让学生自己说出分式的加减法法则.

3．P20 例 6 计算应用分式的加减法法则.第（1）题是同分母的分式减法的运算，第二个分式的分子式个单项式，不涉及到分子变号的问题，比较简单，所以要补充分子是多项式的例题，教师要强调分子相减时第二个多项式注意变号；

第（2）题是异分母的分式加法的运算，最简公分母就是两个分母的乘积，没有涉及分母要因式分解的题型.例 6 的练习的题量明显不足，题型也过于简单，教师应适当补充一些题，以供学生练习，巩固分式的加减法法则.

（4）P21 例 7 是一道物理的电路题，学生首先要有并联电路总电阻 R 与各支路电阻 R_1，R_2，…，R_n 的关系为$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\cdots+\frac{1}{R_n}$.若知道这个公式，就比较容易地用含有 R_1 的式子表示 R_2，列出$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_1+50}$，下面的计算就是异分母的分式加法的运算了，得到$\frac{1}{R}=\frac{2R_1+50}{R_1(R_1+50)}$，再利用倒数的概念得到 R 的结果.这道题的数学计算并不难，但是物理的知识若不熟悉，就为数学计算设置了难点.鉴于以上分析，教师在讲这道题时要根据学生的物理知识掌握的情况，以及学生的具体掌握异分母的分式加法的运算的情况，可以考虑是否放在例 8 之后讲.

四、课堂堂引入

1.出示 P18 问题 3、问题 4，教师引导学生列出答案.

引语：从上面两个问题可知，在讨论实际问题的数量关系时，需要进行分式的加减法运算.

2．下面我们先观察分数的加减法运算，请你说出分数的加减法运算的法则吗？

3．分式的加减法的实质与分数的加减法相同，你能说出分式的加减法法则？

4．请同学们说出$\frac{1}{2x^2y^3},\frac{1}{3x^4y^2},\frac{1}{9xy^2}$的最简公分母是什么？你能说出最简公分母的确定方法吗？

五、例题讲解

（P20）例 6. 计算

［分析］第（1）题是同分母的分式减法的运算，分母不变，只把分子相减，第二个分式的分子式个单项式，不涉及到分子是多项式时，第二个多项式要变号的问题，比较简单；第（2）题是异分母的分式加法的运算，最简公分母就是两个分母的乘积.

（补充）例. 计算

（1）$\dfrac{x+3y}{x^2-y^2}-\dfrac{x+2y}{x^2-y^2}+\dfrac{2x-3y}{x^2-y^2}$

［分析］第（1）题是同分母的分式加减法的运算，强调分子为多项式时，应把多项事看作一个整体加上括号参加运算，结果也要约分化成最简分式.

解：$\dfrac{x+3y}{x^2-y^2}-\dfrac{x+2y}{x^2-y^2}+\dfrac{2x-3y}{x^2-y^2}$

$=\dfrac{(x+3y)-(x+2y)+(2x-3y)}{x^2-y^2}$

$=\dfrac{2x-2y}{x^2-y^2}$

$=\dfrac{2(x-y)}{(x-y)(x+y)}$

$=\dfrac{2}{x+y}$

(2) $\dfrac{1}{x-3}+\dfrac{1-x}{6+2x}-\dfrac{6}{x^2-9}$

［分析］第（2）题是异分母的分式加减法的运算，先把分母进行因式分解，再确定最简公分母,进行通分，结果要化为最简分式.

解：$\dfrac{1}{x-3}+\dfrac{1-x}{6+2x}-\dfrac{6}{x^2-9}$

$=\dfrac{1}{x-3}+\dfrac{1-x}{2(x+3)}-\dfrac{6}{(x+3)(x-3)}$

$=\dfrac{2(x+3)+(1-x)(x-3)-12}{2(x+3)(x-3)}$

$=\dfrac{-(x^2-6x+9)}{2(x+3)(x-3)}$

$=\dfrac{-(x-3)^2}{2(x+3)(x-3)}$

$=-\dfrac{x-3}{2x+6}$

六、随堂练习

计算

(1) $\dfrac{3a+2b}{5a^2b}+\dfrac{a+b}{5a^2b}-\dfrac{b-a}{5a^2b}$　　（2）$\dfrac{m+2n}{n-m}-\dfrac{n}{m-n}+\dfrac{2m}{n-m}$

（3）$\frac{1}{a+3}+\frac{6}{a^2-9}$　　　　（4）$\frac{3a-6b}{a+b}-\frac{5a-6b}{a-b}-\frac{4a-5b}{a+b}-\frac{7a-8b}{a-b}$

七、课后练习

计算

(1) $\frac{5a+6b}{3a^2bc}+\frac{3b-4a}{3ba^2c}-\frac{a+3b}{3cba^2}$　　(2) $\frac{3b-a}{a^2-b^2}-\frac{a+2b}{a^2-b^2}-\frac{3a-4b}{b^2-a^2}$

(3) $\frac{b^2}{a-b}+\frac{a^2}{b-a}+a+b+1$　　(4) $\frac{1}{6x-4y}-\frac{1}{6x-4y}-\frac{3x}{4y^2-6x^2}$

八、答案：

四．（1）$\frac{5a+2b}{5a^2b}$　（2）$\frac{3m+3n}{n-m}$　（3）$\frac{1}{a-3}$　（4）1

五．(1) $\frac{2}{a^2b}$　(2) $\frac{a-3b}{a^2-b^2}$　（3）1　（4）$\frac{1}{3x-2y}$

课后反思：

16．2．2 分式的加减（二）

一、教学目标：明确分式混合运算的顺序，熟练地进行分式的混合运算.

二、重点、难点

1．**重点：**熟练地进行分式的混合运算.

2．**难点：**熟练地进行分式的混合运算.

三、例、习题的意图分析

1． P21 例 8 是分式的混合运算. 分式的混合运算需要注意运算顺序，式与数有相同的混合运算顺序：先乘方，再乘除，然后加减,最后结果分子、分母要进行约分，注意最后的结果要是最简分式或整式.

例 8 只有一道题，训练的力度不够，所以应补充一些练习题，使学生熟练掌握分式的混合运算.

2． P22 页练习 1：写出第 18 页问题 3 和问题 4 的计算结果.这道题与第一节课相呼应，也解决了本节引言中所列分式的计算，完整地解决了应用问题.

四、课堂引入

1．说出分数混合运算的顺序.

2．教师指出分数的混合运算与分式的混合运算的顺序相同.

五、例题讲解

（P21）例 8.计算

[分析] 这道题是分式的混合运算，要注意运算顺序，式与数有相同的混合运算顺序：先乘方，再乘除，然后加减,最后结果分子、分母要进行约分，注意运算的结果要是最简分式.

（补充）计算

（1） $(\dfrac{x+2}{x^2-2x}-\dfrac{x-1}{x^2-4x+4})\div\dfrac{4-x}{x}$

[分析] 这道题先做括号里的减法，再把除法转化成乘法，把分母的“-”号提到分式本身的前边..

解： $(\dfrac{x+2}{x^2-2x}-\dfrac{x-1}{x^2-4x+4})\div\dfrac{4-x}{x}$

$=[\dfrac{x+2}{x(x-2)}-\dfrac{x-1}{(x-2)^2}]\cdot\dfrac{x}{-(x-4)}$

$=[\dfrac{(x+2)(x-2)}{x(x-2)^2}-\dfrac{x(x-1)}{x(x-2)^2}]\cdot\dfrac{x}{-(x-4)}$

$=\dfrac{x^2-4-x^2+x}{x(x-2)^2}\cdot\dfrac{x}{-(x-4)}$

$=-\dfrac{1}{x^2-4x+4}$

（2） $\dfrac{x}{x-y}\cdot\dfrac{y^2}{x+y}-\dfrac{x^4y}{x^4-y^4}\div\dfrac{x^2}{x^2+y^2}$

［分析］这道题先做乘除，再做减法，把分子的“-”号提到分式本身的前边.

解：$\frac{x}{x-y}\cdot\frac{y^2}{x+y}-\frac{x^4y}{x^4-y^4}\div\frac{x^2}{x^2+y^2}$

$=\frac{x}{x-y}\cdot\frac{y^2}{x+y}-\frac{x^4y}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)}\cdot\frac{x^2+y^2}{x^2}$

$=\frac{xy^2}{(x-y)(x+y)}\cdot-\frac{x^2y}{x^2-y^2}$

$=\frac{xy(y-x)}{(x-y)(x+y)}$

$=-\frac{xy}{x+y}$

六、随堂练习

计算

（1）$(\frac{x^2}{x-2}+\frac{4}{2-x})\div\frac{x+2}{2x}$　　（2）$(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{b-a})\div(\frac{1}{a}-\frac{1}{b})$

（3）$(\frac{3}{a-2}+\frac{12}{a^2-4})\div(\frac{2}{a-2}-\frac{1}{a+2})$

七、课后练习

1．计算

(1) $(1+\frac{y}{x-y})(1-\frac{x}{x+y})$

(2) $(\frac{a+2}{a^2-2a}-\frac{a-1}{a^2-4a+4})\cdot\frac{a-2}{a}\div\frac{4-a}{a^2}$

(3) $(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z})\cdot\frac{xy}{xy+yz+zx}$

2．计算 $(\frac{1}{a+2}-\frac{1}{a-2})\div\frac{4}{a^2}$，并求出当 $a=-1$ 的值.

八、答案：

六、（1）2x　（2）$\frac{ab}{a-b}$　（3）3

七、1. (1) $\frac{xy}{x^2-y^2}$　(2) $\frac{1}{a-2}$　（3）$\frac{1}{z}$　2. $-\frac{a^2}{a^2-4}, -\frac{1}{3}$

课后反思：

16．2．3 整数指数幂

一、教学目标：

1．知道负整数指数幂 $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$（a≠0，n 是正整数）．

2．掌握整数指数幂的运算性质．

3．会用科学计数法表示小于 1 的数．

二、重点、难点

1．**重点：**掌握整数指数幂的运算性质．

2．难点：会用科学计数法表示小于 1 的数．

三、例、习题的意图分析

1． P23 思考提出问题，引出本节课的主要内容负整数指数幂的运算性质．

2． P24 观察是为了引出同底数的幂的乘法：$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$，这条性质适用于 m,n 是任意整数的结论,说明正整数指数幂的运算性质具有延续性．其它的正整数指数幂的运算性质，在整数范围里也都适用．

3． P24 例 9 计算是应用推广后的整数指数幂的运算性质，教师不要因为这部分知识已经讲过，就认为学生已经掌握，要注意学生计算时的问题，及时矫正，以达到学生掌握整数指数幂的运算的教学目的．

4． P25 例 10 判断下列等式是否正确？是为了类比负数的引入后使减法转化为加法，而得到负指数幂的引入可以使除法转化为乘法这个结论，从而使分式的运算与整式的运算统一起来．

5．P25 最后一段是介绍会用科学计数法表示小于 1 的数． 用科学计算法表示小于 1 的数，运用了负整数指数幂的知识． 用科学计数法不仅可以表示小于 1 的正数，也可以表示一个负数．

6．P26 思考提出问题，让学生思考用负整数指数幂来表示小于 1 的数，从而归纳出：对于一个小于 1 的数，如果小数点后至第一个非 0 数字前有几个 0，用科学计数法表示这个数时，10 的指数就是负几．

7．P26 例 11 是一个介绍纳米的应用题，使学生做过这道题后对纳米有一个新的认识．更主要的是应用用科学计数法表示小于 1 的数．

四、课堂引入

1．回忆正整数指数幂的运算性质：

（1）同底数的幂的乘法：$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$(m,n 是正整数)；

（2）幂的乘方：$(a^m)^n=a^{mn}$(m,n 是正整数)；

（3）积的乘方：$(ab)^n=a^nb^n$(n 是正整数)；

（4）同底数的幂的除法：$a^m\div a^n=a^{m-n}$（ a≠0，m,n 是正整数，m＞n)；

（5）商的乘方：$(\dfrac{a}{b})^n=\dfrac{a^n}{b^n}$(n 是正整数)；

2．回忆 0 指数幂的规定，即当 a≠0 时，$a^0=1$．

3．你还记得 1 纳米=10^{-9}米，即 1 纳米=$\frac{1}{10^9}$米吗？

4．计算当 a≠0 时，$a^3\div a^5=\frac{a^3}{a^5}=\frac{a^3}{a^3\cdot a^2}=\frac{1}{a^2}$，再假设正整数指数幂的运算性质 $a^m\div a^n=a^{m-n}$ (a≠0，m,n 是正整数，m＞n)中的 m＞n 这个条件去掉，那么 $a^3\div a^5=a^{3-5}=a^{-2}$. 于是得到 $a^{-2}=\frac{1}{a^2}$（a≠0），就规定负整数指数幂的运算性质：当 n 是正整数时，$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$（a≠0）.

五、例题讲解

（P24）例 9. 计算

[分析] 是应用推广后的整数指数幂的运算性质进行计算，与用正整数指数幂的运算性质进行计算一样，但计算结果有负指数幂时，要写成分式形式.

（P25）例 10. 判断下列等式是否正确?

[分析] 类比负数的引入后使减法转化为加法，而得到负指数幂的引入可以使除法转化为乘法这个结论，从而使分式的运算与整式的运算统一起来，然后再判断下列等式是否正确.

（P26）例 11.

[分析] 是一个介绍纳米的应用题，是应用科学计数法表示小于 1 的数.

六、随堂练习

1. 填空

（1）-2^2=__________　（2）$(-2)^2$=__________　（3）$(-2)^0$=__________

（4）2^0=__________　（5）2^{-3}=__________　（6）$(-2)^{-3}$=__________

2. 计算

(1) $(x^3y^{-2})^2$　（2）$x^2y^{-2}\cdot(x^{-2}y)^3$　(3) $(3x^2y^{-2})^2\div(x^{-2}y)^3$

七、课后练习

1. 用科学计数法表示下列各数：

0．000 04，　-0. 034，　0.000 000 45，　0. 003 009

2. 计算

(1) $(3\times10^{-8})\times(4\times10^3)$　(2) $(2\times10^{-3})^2\div(10^{-3})^3$

八、答案：

六、1.（1）-4　（2）4　（3）1　（4）1（5）$\frac{1}{8}$　（6）$-\frac{1}{8}$

2.（1）$\frac{x^6}{y^4}$　（2）$\frac{y}{x^4}$　（3）$\frac{9x^{10}}{y^7}$

七、1. (1) 4×10^{-5}　(2) 3.4×10^{-2}　（3）4.5×10^{-7}　（4）3.009×10^{-3}

2.（1）1.2×10^{-5}　（2）4×10^3

课后反思：

16．3 分式方程(一)

一、教学目标：

1．了解分式方程的概念, 和产生增根的原因.

2．掌握分式方程的解法，会解可化为一元一次方程的分式方程，会检验一个数是不是原方程的增根.

二、重点、难点

1．**重点：**会解可化为一元一次方程的分式方程，会检验一个数是不是原方程的增根.

2．**难点：**会解可化为一元一次方程的分式方程，会检验一个数是不是原方程的增根.

三、例、习题的意图分析

1． P31 思考提出问题，引发学生的思考，从而引出解分式方程的解法以及产生增根的原因.

2．P32 的归纳明确地总结了解分式方程的基本思路和做法.

3． P33 思考提出问题，为什么有的分式方程去分母后得到的整式方程的解就是原方程的解，而有的分式方程去分母后得到的整式方程的解就不是原方程的解，引出分析产生增根的原因，及 P33 的归纳出检验增根的方法.

4． P34 讨论提出 P33 的归纳出检验增根的方法的理论根据是什么？

5． 教材 P38 习题第 2 题是含有字母系数的分式方程，对于学有余力的学生，教师可以点拨一下解题的思路与解数字系数的方程相似，只是在系数化 1 时，要考虑字母系数不为 0,才能除以这个系数. 这种方程的解必须验根.

四、课堂引入

1．回忆一元一次方程的解法，并且解方程 $\frac{x+2}{4}-\frac{2x-3}{6}=1$

2．提出本章引言的问题：

一艘轮船在静水中的最大航速为 20 千米/时,它沿江以最大航速顺流航行 100 千米所用时间，与以最大航速逆流航行 60 千米所用时间相等，江水的流速为多少？

分析：设江水的流速为 v 千米/时，根据“两次航行所用时间相同”这一等量关系，得到方程 $\frac{100}{20+v}=\frac{60}{20-v}$.

像这样分母中含未知数的方程叫做分式方程.

五、例题讲解

（P34）例 1.解方程

[分析]找对最简公分母 x(x-3),方程两边同乘 x(x-3),把分式方程转化为整式方程，整式方程的解必须验根

这道题还有解法二：利用比例的性质“内项积等于外项积”，这样做也比较简便.

（P34）例 2.解方程

[分析]找对最简公分母(x-1)(x+2),方程两边同乘(x-1)(x+2)时,学生容易把整数 1 漏

乘最简公分母(x-1)(x+2)，整式方程的解必须验根.

六、随堂练习

解方程

(1) $\frac{3}{x}=\frac{2}{x-6}$　　(2) $\frac{2}{x+1}+\frac{3}{x-1}=\frac{6}{x^2-1}$

(3) $\frac{x+1}{x-1}-\frac{4}{x^2-1}=1$　　(4) $\frac{2x}{2x-1}+\frac{x}{x-2}=2$

七、课后练习

1．解方程

(1) $\frac{2}{5+x}-\frac{1}{1+x}=0$　　(2) $\frac{6}{3x-8}=1-\frac{4x-7}{8-3x}$

(3) $\frac{2}{x^2+x}+\frac{3}{x^2-x}-\frac{4}{x^2-1}=0$　　(4) $\frac{1}{x+1}-\frac{5}{2x+2}=-\frac{3}{4}$

2．X为何值时，代数式$\frac{2x+9}{x+3}-\frac{1}{x-3}-\frac{2}{x}$的值等于 2?

八、答案:

六、（1）x=18　（2）原方程无解　（3）x=1　（4）x=$\frac{4}{5}$

七、1.（1）x=3　(2) x=3　（3）原方程无解　（4）x=1　2. x=$\frac{3}{2}$

课后反思:

16．3 分式方程(二)

一、教学目标：

1．会分析题意找出等量关系.

2．会列出可化为一元一次方程的分式方程解决实际问题.

二、重点、难点

1．重点：利用分式方程组解决实际问题.

2．难点：列分式方程表示实际问题中的等量关系.

三、例、习题的意图分析

本节的 P35 例 3 不同于旧教材的应用题有两点：（1）是一道工程问题应用题，它的问题是甲乙两个施工队哪一个队的施工速度快？这与过去直接问甲队单独干多少天完成或乙队单独干多少天完成有所不同，需要学生根据题意，寻找未知数，然后根据题意找出问题中的等量关系列方程.求得方程的解除了要检验外，还要比较甲乙两个施工队哪一个队的施工速度快，才能完成解题的全过程（2）教材的分析是填空的形式，为学生分析题意、设未知数搭好了平台，有助于学生找出题目中等量关系，列出方程.

P36 例 4 是一道行程问题的应用题也与旧教材的这类题有所不同（1）本题中涉及到的列车平均提速 v 千米/时，提速前行驶的路程为 s 千米，

完成. 用字母表示已知数（量）在过去的例题里并不多见，题目的难度也增加了；（2）例题中的分析用填空的形式提示学生用已知量 v、s 和未知数 x，表示提速前列车行驶 s 千米所用的时间，提速后列车的平均速度设为未知数 x 千米/时，以及提速后列车行驶（x+50）千米所用的时间.

这两道例题都设置了带有探究性的分析，应注意鼓励学生积极探究，当学生在探究过程中遇到困难时，教师应启发诱导，让学生经过自己的努力，在克服困难后体会如何探究，教师不要替代他们思考，不要过早给出答案.

教材中为学生自己动手、动脑解题搭建了一些提示的平台，给了设未知数、解题思路和解题格式，但教学目标要求学生还是要独立地分析、解决实际问题，所以教师还要给学生一些问题，让学生发挥他们的才能，找到解题的思路，能够独立地完成任务.特别是题目中的数量关系清晰，教师就放手让学生做，以提高学生分析问解决问题的能力.

四、例题讲解

P35 例 3

分析：本题是一道工程问题应用题，基本关系是：工作量=工作效率×工作时间.这题没有具体的工作量，工作量虚拟为 1，工作的时间单位为“月”.

等量关系是：甲队单独做的工作量+两队共同做的工作量=1

P36 例 4

分析：是一道行程问题的应用题，基本关系是：速度=$\frac{\text{路程}}{\text{时间}}$.这题用字母表示已知数（量）.等量关系是：提速前所用的时间=提速后所用的时间

五、随堂练习

1. 学校要举行跳绳比赛，同学们都积极练习.甲同学跳 180 个所用的时间，乙同学可以跳 240 个；又已知甲每分钟比乙少跳 5 个，求每人每分钟各跳多少个.

2. 一项工程要在限期内完成.如果第一组单独做,恰好按规定日期完成;如果第二组单

独做,需要超过规定日期 4 天才能完成,如果两组合作 3 天后,剩下的工程由第二组单独做,正好在规定日期内完成,问规定日期是多少天?

3. 甲、乙两地相距 19 千米，某人从甲地去乙地，先步行 7 千米，然后改骑自行车，共用了 2 小时到达乙地，已知这个人骑自行车的速度是步行速度的 4 倍，求步行的速度和骑自行车的速度.

六、课后练习

1．某学校学生进行急行军训练，预计行 60 千米的路程在下午 5 时到达，后来由于把速度加快 $\frac{1}{5}$ ，结果于下午 4 时到达，求原计划行军的速度。

2．甲、乙两个工程队共同完成一项工程，乙队先单独做 1 天后，再由两队合作 2 天就完成了全部工程，已知甲队单独完成工程所需的天数是乙队单独完成所需天数的 $\frac{2}{3}$，求甲、乙两队单独完成各需多少天？

3．甲容器中有 15%的盐水 30 升，乙容器中有 18%的盐水 20 升，如果向两个容器个加入等量水，使它们的浓度相等，那么加入的水是多少升？

七、答案：

五、1．15 个，20 个　 2.　12 天　　3.　5 千米/时，20 千米/时

六、1．10 千米/时　 2.　4 天，6 天　 3.　20 升

课后反思：

第十七章　反比例函数

17．1．1 反比例函数的意义

一、教学目标

1．使学生理解并掌握反比例函数的概念

2．能判断一个给定的函数是否为反比例函数，并会用待定系数法求函数解析式

3．能根据实际问题中的条件确定反比例函数的解析式，体会函数的模型思想

二、重、难点

1．重点：理解反比例函数的概念，能根据已知条件写出函数解析式

2．难点：理解反比例函数的概念

三、例题的意图分析

教材第 46 页的思考题是为引入反比例函数的概念而设置的，目的是让学生从实际问题出发，探索其中的数量关系和变化规律，通过观察、讨论、归纳，最后得出反比例函数的概念，体会函数的模型思想。

教材第 47 页的例 1 是一道用待定系数法求反比例函数解析式的题，此题的目的一是要加深学生对反比例函数概念的理解，掌握求函数解析式的方法；二是让学生进一步体会函数所蕴含的“变化与对应”的思想，特别是函数与自变量之间的单值对应关系。

补充例 1、例 2 都是常见的题型，能帮助学生更好地理解反比例函数的概念。补充例 3 是一道综合题，此题是用待定系数法确定由两个函数组合而成的新的函数关系式，有一定难度，但能提高学生分析、解决问题的能力。

四、课堂引入

1．回忆一下什么是正比例函数、一次函数？它们的一般形式是怎样的？

2．体育课上，老师测试了百米赛跑，那么，时间与平均速度的关系是怎样的？

五、例习题分析

例 1．见教材 P47

分析：因为 y 是 x 的反比例函数，所以先设 $y=\frac{k}{x}$，再把 x＝2 和 y＝6 代入上式求出常数 k，即利用了待定系数法确定函数解析式。

例 1．（补充）下列等式中，哪些是反比例函数

（1）$y=\frac{x}{3}$　（2）$y=-\frac{\sqrt{2}}{x}$　（3）xy＝21　（4）$y=\frac{5}{x+2}$　（5）$y=-\frac{3}{2x}$

（6）$y=\frac{1}{x}+3$　（7）y＝x－4

分析：根据反比例函数的定义，关键看上面各式能否改写成$y=\frac{k}{x}$（k 为常数，k≠0）的形式，这里（1）、（7）是整式，（4）的分母不是只单独含 x，（6）改写后是$y=\frac{1+3x}{x}$，分子不是常数，只有（2）、（3）、（5）能写成定义的形式

例 2．（补充）当 m 取什么值时，函数$y=(m-2)x^{3-m^2}$是反比例函数？

分析：反比例函数$y=\frac{k}{x}$（k≠0）的另一种表达式是$y=kx^{-1}$（k≠0），后一种写法中 x 的次数是－1，因此 m 的取值必须满足两个条件，即 m－2≠0 且 3－m^2＝－1，特别注

意不要遗漏 k≠0 这一条件，也要防止出现 $3-m^2=1$ 的错误。
解得 m＝－2

例 3．（补充）已知函数 $y=y_1+y_2$，y_1 与 x 成正比例，y_2 与 x 成反比例，且当 x＝1 时，y＝4；当 x＝2 时，y＝5

（1）　求 y 与 x 的函数关系式

（2）　当 x＝－2 时，求函数 y 的值

分析：此题函数 y 是由 y_1 和 y_2 两个函数组成的，要用待定系数法来解答，先根据题意分别设出 y_1、 y_2 与 x 的函数关系式，再代入数值，通过解方程或方程组求出比例系数的值。这里要注意 y_1 与 x 和 y_2 与 x 的函数关系中的比例系数不一定相同，故不能都设为 k，要用不同的字母表示。

略解：设 $y_1=k_1x$（$k_1\neq0$），$y_2=\frac{k_2}{x}$（$k_2\neq0$），则 $y=k_1x+\frac{k_2}{x}$，代入数值求得 $k_1=2$，$k_2=2$，则 $y=2x+\frac{2}{x}$，当 x＝－2 时，y＝－5

六、随堂练习

1．苹果每千克 x 元，花 10 元钱可买 y 千克的苹果，则 y 与 x 之间的函数关系式为___

2．若函数 $y=(3+m)x^{8-m^2}$ 是反比例函数，则 m 的取值是__________

3．矩形的面积为 4，一条边的长为 x，另一条边的长为 y，则 y 与 x 的函数解析式为_

4．已知 y 与 x 成反比例，且当 x＝－2 时，y＝3，则 y 与 x 之间的函数关系式是__________，当 x＝－3 时，y＝________

5．函数 $y=-\frac{1}{x+2}$ 中自变量 x 的取值范围是________

七、课后练习

已知函数 $y=y_1+y_2$，y_1 与 x＋1 成正比例，y_2 与 x 成反比例，且当 x＝1 时，y＝0；当 x＝4 时，y＝9，求当 x＝－1 时 y 的值

答案：y＝4

课后反思：

17．1．2 反比例函数的图象和性质（1）

一、教学目标

1．会用描点法画反比例函数的图象

2．结合图象分析并掌握反比例函数的性质

3．体会函数的三种表示方法，领会数形结合的思想方法

二、重点、难点

1．重点：理解并掌握反比例函数的图象和性质

2．难点：正确画出图象，通过观察、分析，归纳出反比例函数的性质

三、例题的意图分析

教材第 48 页的例 2 是让学生经历用描点法画反比例函数图象的过程，一方面能进一步熟悉作函数图象的方法，提高基本技能；另一方面可以加深学生对反比例函数图象的认识，了解函数的变化规律，从而为探究函数的性质作准备。

补充例 1 的目的一是复习巩固反比例函数的定义，二是通过对反比例函数性质的简单应用，使学生进一步理解反比例函数的图象特征及性质。

补充例 2 是一道典型题，是关于反比例函数图象与矩形面积的问题，要让学生理解并掌握反比例函数解析式 $y=\frac{k}{x}$（k≠0）中 $|k|$ 的几何意义。

四、课堂引入

提出问题：

1．一次函数 y＝kx＋b（k、b 是常数，k≠0）的图象是什么？其性质有哪些？正比例函数 y＝kx（k≠0）呢？

2．画函数图象的方法是什么?其一般步骤有哪些？应注意什么？

3．反比例函数的图象是什么样呢?

五、例习题分析

例 2．见教材 P48，用描点法画图，注意强调：

（1）列表取值时，x≠0，因为 x＝0 函数无意义，为了使描出的点具有代表性，可以“0”为中心，向两边对称式取值，即正、负数各一半，且互为相反数，这样也便于求 y 值

（2）由于函数图象的特征还不清楚，所以要尽量多取一些数值，多描一些点，这样便于连线，使画出的图象更精确

（3）连线时要用平滑的曲线按照自变量从小到大的顺序连接，切忌画成折线

（4）由于 x≠0，k≠0，所以 y≠0，函数图象永远不会与 x 轴、y 轴相交，只是无限靠近两坐标轴

例 1．（补充）已知反比例函数 $y=(m-1)x^{m^2-3}$ 的图象在第二、四象限，求 m 值，并指出在每个象限内 y 随 x 的变化情况？

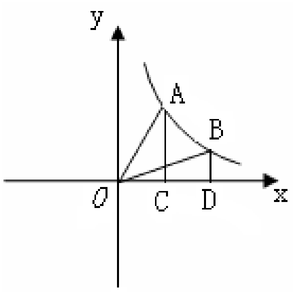
分析：此题要考虑两个方面，一是反比例函数的定义，即 $y=kx^{-1}$（k≠0）自变量 x 的指数是－1，二是根据反比例函数的性质：当图象位于第二、四象限时，k＜0，则 m－1＜0，不要忽视这个条件

略解：∵ $y=(m-1)x^{m^2-3}$ 是反比例函数　　　∴m^2－3＝－1，且 m－1≠0

又∵图象在第二、四象限　　　∴m－1＜0

解得 $m=\pm\sqrt{2}$ 且 m＜1　　　则 $m=-\sqrt{2}$

例 2．（补充）如图，过反比例函数 $y=\dfrac{1}{x}$（x＞0）的图象上任意两点 A、B 分别作 x 轴的垂线，垂足分别为 C、D，连接 OA、OB，设△AOC 和△BOD 的面积分别是 S_1、S_2，比较它们的大小，可得（　　　）



（A）$S_1>S_2$　　　　　（B）$S_1=S_2$

（C）$S_1<S_2$　　　　　（D）大小关系不能确定

分析：从反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$（k≠0）的图象上任一点 P（x，y）向 x 轴、y 轴作垂线段，与 x 轴、y 轴所围成的矩形面积 $S=|xy|=|k|$，由此可得 $S_1=S_2=\dfrac{1}{2}$，故选 B

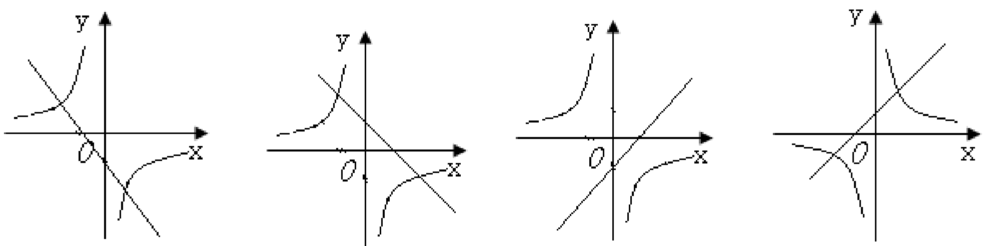
六、随堂练习

1．已知反比例函数 $y=\dfrac{3-k}{x}$，分别根据下列条件求出字母 k 的取值范围

（1）函数图象位于第一、三象限

（2）在第二象限内，y 随 x 的增大而增大

2．函数 y＝－ax＋a 与 $y=\dfrac{-a}{x}$（a≠0）在同一坐标系中的图象可能是（　　　）



(A)　　　　(B)　　　　(C)　　　　(D)

3．在平面直角坐标系内，过反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$（k＞0）的图象上的一点分别作 x 轴、y 轴的垂线段，与 x 轴、y 轴所围成的矩形面积是 6，则函数解析式为__________

七、课后练习

1．若函数 $y=(2m-1)x$ 与 $y=\dfrac{3-m}{x}$ 的图象交于第一、三象限，则 m 的取值范围是_

2. 反比例函数 $y=-\dfrac{2}{x}$，当 x＝－2 时，y＝_______；当 x＜－2 时；y 的取值范围是_____；当 x＞－2 时；y 的取值范围是_____

3．已知反比例函数 $y=(a-2)x^{a^2-6}$，当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大，求函数关系式

答案：3． $a=-\sqrt{5},y=\dfrac{-\sqrt{5}-2}{x}$

17．1．2 反比例函数的图象和性质（2）

一、教学目标

1．使学生进一步理解和掌握反比例函数及其图象与性质

2．能灵活运用函数图象和性质解决一些较综合的问题

3．深刻领会函数解析式与函数图象之间的联系，体会数形结合及转化的思想方法

二、重点、难点

1．重点：理解并掌握反比例函数的图象和性质，并能利用它们解决一些综合问题

2．难点：学会从图象上分析、解决问题

三、例题的意图分析

教材第 51 页的例 3 一是让学生理解点在图象上的含义，掌握如何用待定系数法去求解析式，复习巩固反比例函数的意义；二是通过函数解析式去分析图象及性质，由“数”到“形”，体会数形结合思想，加深学生对反比例函数图象和性质的理解。

教材第 52 页的例 4 是已知函数图象求解析式中的未知系数，并由双曲线的变化趋势分析函数值 y 随 x 的变化情况，此过程是由“形”到“数”，目的是为了提高学生从函数图象中获取信息的能力，加深对函数图象及性质的理解。

补充例 1 目的是引导学生在解有关函数问题时，要数形结合，另外，在分析反比例函数的增减性时，一定要注意强调在哪个象限内。

补充例 2 是一道有关一次函数和反比例函数的综合题，目的是提高学生的识图能力，并能灵活运用所学知识解决一些较综合的问题。

四、课堂引入

复习上节课所学的内容

1．什么是反比例函数？

2．反比例函数的图象是什么？有什么性质？

五、例习题分析

例 3．见教材 P51

分析：反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象位置及 y 随 x 的变化情况取决于常数 k 的符号，因此要先求常数 k，而题中已知图象经过点 A（2，6），即表明把 A 点坐标代入解析式成立，所以用待定系数法能求出 k，这样解析式也就确定了。

例 4．见教材 P52

例 1．（补充）若点 A（－2，a）、B（－1，b）、C（3，c）在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$（k＜0）图象上，则 a、b、c 的大小关系怎样？

分析：由 k＜0 可知，双曲线位于第二、四象限，且在每一象限内，y 随 x 的增大而增大，因为 A、B 在第二象限，且－1＞－2，故 b＞a＞0；又 C 在第四象限，则 c＜0，所以 b＞a＞0＞c

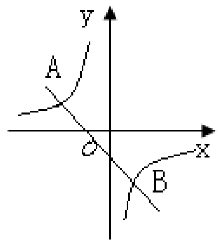
说明：由于双曲线的两个分支在两个不同的象限内，因此函数 y 随 x 的增减性就不能连续的看，一定要强调“在每一象限内”，否则，笼统说 k＜0 时 y 随 x 的增大而增大，就会误认为 3 最大，则 c 最大，出现错误。

此题还可以画草图，比较 a、b、c 的大小，利用图象直观易懂，不易出错，应学会使用。

例 2．（补充）如图，　一次函数 y＝kx＋b 的图象与反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$ 的图象交于 A（－2，1）、B（1，n）两点

（1）求反比例函数和一次函数的解析式

（2）根据图象写出一次函数的值大于反比例函数的值的 x 的取值范围



分析：因为 A 点在反比例函数的图象上，可先求出反比例函数的解析式 $y=-\frac{2}{x}$，又 B 点在反比例函数的图象上，代入即可求出 n 的值，最后再由 A、B 两点坐标求出一次函数解析式 y＝－x－1，第（2）问根据图象可得 x 的取值范围 x＜－2 或 0＜x＜1，这是因为比较两个不同函数的值的大小时，就是看这两个函数图象哪个在上方，哪个在下方。

六、随堂练习

1．若直线 y＝kx＋b 经过第一、二、四象限，则函数 $y=\frac{kb}{x}$ 的图象在（　　　）

（A）第一、三象限　　　　（B）第二、四象限

（C）第三、四象限　　　　（D）第一、二象限

2．已知点（－1，y_1）、（2，y_2）、（π，y_3）在双曲线 $y=-\frac{k^2+1}{x}$ 上，则下列关系式正确的是（　　　）

（A）$y_1>y_2>y_3$　　　　（B）$y_1>y_3>y_2$

（C）$y_2>y_1>y_3$　　　　（D）$y_3>y_1>y_2$

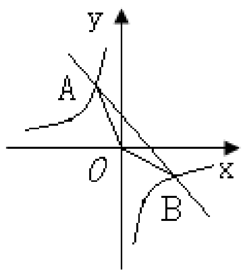
七、课后练习

1. 已知反比例函数 $y=\frac{2k+1}{x}$ 的图象在每个象限内函数值 y 随自变量 x 的增大而减小，且 k 的值还满足 $9-2(2k-1)$ ≥2k－1，若 k 为整数，求反比例函数的解析式

2．已知一次函数 $y=kx+b$ 的图像与反比例函数 $y=-\frac{8}{x}$ 的图像交于 A、B 两点，且点 A 的横坐标和点 B 的纵坐标都是－2 ，

求（1）一次函数的解析式；

（2）△AOB 的面积



答案：

1.　$y=\frac{1}{x}$ 或 $y=\frac{3}{x}$ 或 $y=\frac{5}{x}$

2.　**（1）** y＝－x＋2，（2）面积为 6

课后反思：

17．2 实际问题与反比例函数（1）

一、教学目标

1．利用反比例函数的知识分析、解决实际问题

2．渗透数形结合思想，提高学生用函数观点解决问题的能力

二、重点、难点

1．重点：利用反比例函数的知识分析、解决实际问题

2．难点：分析实际问题中的数量关系，正确写出函数解析式

三、例题的意图分析

教材第 57 页的例 1，数量关系比较简单，学生根据基本公式很容易写出函数关系式，此题实际上是利用了反比例函数的定义，同时也是要让学生学会分析问题的方法。

教材第 58 页的例 2 是一道利用反比例函数的定义和性质来解决的实际问题，此题的实际背景较例 1 稍复杂些，目的是为了提高学生将实际问题抽象成数学问题的能力，掌握用函数观点去分析和解决问题的思路。

补充例题一是为了巩固反比例函数的有关知识，二是为了提高学生从图象中读取信息的能力，掌握数形结合的思想方法，以便更好地解决实际问题

四、课堂引入

寒假到了，小明正与几个同伴在结冰的河面上溜冰，突然发现前面有一处冰出现了裂痕，小明立即告诉同伴分散趴在冰面上，匍匐离开了危险区。你能解释一下小明这样做的道理吗？

五、例习题分析

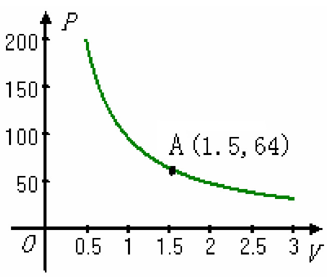
例 1．见教材第 57 页

分析：（1）问首先要弄清此题中各数量间的关系，容积为 10^4，底面积是 S，深度为 d，满足基本公式：圆柱的体积　＝底面积×高，由题意知 S 是函数，d 是自变量，改写后所得的函数关系式是反比例函数的形式，（2）问实际上是已知函数 S 的值，求自变量 d 的取值，（3）问则是与（2）相反

例 2．见教材第 58 页

分析：此题类似应用题中的“工程问题”，关系式为工作总量＝工作速度×工作时间，由于题目中货物总量是不变的，两个变量分别是速度 v 和时间 t，因此具有反比关系，（2）问涉及了反比例函数的增减性，即当自变量 t 取最大值时，函数值 v 取最小值是多少？

例 1．（补充）某气球内充满了一定质量的气体，当温度不变时，气球内气体的气压 P（千帕）是气体体积 V（立方米）的反比例函数，其图像如图所示（千帕是一种压强单位）



（1）写出这个函数的解析式；

（2）当气球的体积是 0.8 立方米时，气球内的气压是多少千帕？

（3）当气球内的气压大于 144 千帕时，气球将爆炸，为了安全起见，气球的体积应不小于多少立方米？

分析：题中已知变量 P 与 V 是反比例函数关系，并且图象经过点 A，利用待定系数法可以求出 P 与 V 的解析式，得 $P=\dfrac{96}{V}$，（3）问中当 P 大于 144 千帕时，气球会爆炸，即当 P 不超过 144 千帕时，是安全范围。根据反比例函数的图象和性质，P 随 V 的增大而减

小，可先求出气压 P＝144 千帕时所对应的气体体积，再分析出最后结果是不小于$\frac{2}{3}$立方米

六、随堂练习

1．京沈高速公路全长 658km，汽车沿京沈高速公路从沈阳驶往北京，则汽车行完全程所需时间 t（h）与行驶的平均速度 v（km/h）之间的函数关系式为____________

2．完成某项任务可获得 500 元报酬，考虑由 x 人完成这项任务，试写出人均报酬 y（元）与人数 x（人）之间的函数关系式________________

3．一定质量的氧气，它的密度 ρ（kg/m^3）是它的体积 V（m^3）的反比例函数，当 V＝10 时，ρ＝1.43，（1）求 ρ 与 V 的函数关系式；（2）求当 V＝2 时氧气的密度 ρ

答案： $\rho=\frac{14.3}{V}$，当 V＝2 时，ρ＝7.15

七、课后练习

1．小林家离工作单位的距离为 3600 米，他每天骑自行车上班时的速度为 v（米/分），所需时间为 t（分）

（1）则速度 v 与时间 t 之间有怎样的函数关系？

（2）若小林到单位用 15 分钟，那么他骑车的平均速度是多少？

（2）如果小林骑车的速度最快为 300 米/分，那他至少需要几分钟到达单位？

答案： $v=\frac{3600}{t}$，v＝240，t＝12

2．学校锅炉旁建有一个储煤库，开学初购进一批煤，现在知道：按每天用煤 0.6 吨计算，一学期（按 150 天计算）刚好用完.若每天的耗煤量为 x 吨，那么这批煤能维持 y 天

（1）则 y 与 x 之间有怎样的函数关系？

（2）画函数图象

（3）若每天节约 0.1 吨，则这批煤能维持多少天？

课后反思：

17．2 实际问题与反比例函数（2）

一、教学目标

1．利用反比例函数的知识分析、解决实际问题

2．渗透数形结合思想，进一步提高学生用函数观点解决问题的能力，体会和认识反比例函数这一数学模型

二、重点、难点

1．重点：利用反比例函数的知识分析、解决实际问题

2．难点：分析实际问题中的数量关系，正确写出函数解析式，解决实际问题

三、例题的意图分析

教材第 58 页的例 3 和例 4 都需要用到物理知识，教材在例题前已给出了相关的基本公式，其中的数量关系具有反比例关系，通过对这两个问题的分析和解决，不但能复习巩固反比例函数的有关知识，还能培养学生应用数学的意识

补充例题是一道综合题，有一定难度，需要学生有较强的识图、分析和归纳等方面的能力，此题既有一次函数的知识，又有反比例函数的知识，能进一步深化学生对一次函数和反比例函数知识的理解和掌握，体会数形结合思想的重要作用，同时提高学生灵活运用函数观点去分析和解决实际问题的能力

四、课堂引入

1．小明家新买了几桶墙面漆，准备重新粉刷墙壁，请问如何打开这些未开封的墙面漆桶呢？其原理是什么？

2．台灯的亮度、电风扇的转速都可以调节，你能说出其中的道理吗？

五、例习题分析

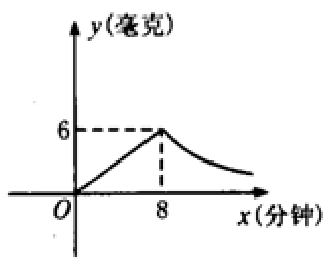
例 3．见教材第 58 页

分析：题中已知阻力与阻力臂不变，即阻力与阻力臂的积为定值，由“杠杆定律”知变量动力与动力臂成反比关系，写出函数关系式，得到函数动力 F 是自变量动力臂 l 的反比例函数，当 l ＝1.5 时，代入解析式中求 F 的值；（2）问要利用反比例函数的性质，l 越大 F 越小，先求出当 F＝200 时，其相应的 l 值的大小，从而得出结果。

例 4．见教材第 59 页

分析：根据物理公式 PR＝U^2，当电压 U 一定时，输出功率 P 是电阻 R 的反比例函数，则 $P=\dfrac{220^2}{R}$，（2）问中是已知自变量 R 的取值范围，即 110≤R≤220，求函数 P 的取值范围，根据反比例函数的性质，电阻越大则功率越小，

得 220≤P≤440



例 1.（补充）为了预防疾病，某单位对办公室采用药熏消毒法进行消毒，已知药物燃烧时，室内每立方米空气中的含药量 y(毫克)与时间 x(分钟)成为正比例,药物燃烧后，y 与 x 成反比例(如图)，现测得药物 8 分钟燃毕，此时室内空气中每立方米的含药量 6 毫克，请根据题中所提供的信息，解答下列问题：

(1)药物燃烧时，y 关于 x 的函数关系式为________,自变量 x 的取值范为________；药物燃烧后，y 关于 x 的函数关系式为________.

(2)研究表明，当空气中每立方米的含药量低于 1.6 毫克时员工方可进办公室，那么从消毒开始，至少需要经过______分钟后，员工才能回到办公室；

(3)研究表明，当空气中每立方米的含药量不低于 3 毫克且持续时间不低于 10 分钟时，才能有效杀灭空气中的病菌，那么此次消毒是否有效?为什么?

分析：（1）药物燃烧时，由图象可知函数 y 是 x 的正比例函数，设$y=k_1x$，将点（8，6）代人解析式，求得$y=\frac{3}{4}x$，自变量 0＜x≤8；药物燃烧后，由图象看出 y 是 x 的反比例函数，设$y=\frac{k_2}{x}$，用待定系数法求得$y=\frac{48}{x}$

（2）燃烧时，药含量逐渐增加，燃烧后，药含量逐渐减少，因此，只能在燃烧后的某一时间进入办公室，先将药含量 y＝1.6 代入$y=\frac{48}{x}$，求出 x＝30，根据反比例函数的图象与性质知药含量 y 随时间 x 的增大而减小，求得时间至少要 30 分钟

（3）药物燃烧过程中，药含量逐渐增加，当 y＝3 时，代入$y=\frac{3}{4}x$中，得 x＝4，即当药物燃烧 4 分钟时，药含量达到 3 毫克；药物燃烧后，药含量由最高 6 毫克逐渐减少，其间还能达到 3 毫克，所以当 y＝3 时，代入$y=\frac{48}{x}$，得 x＝16，持续时间为 16－4＝12＞10，因此消毒有效

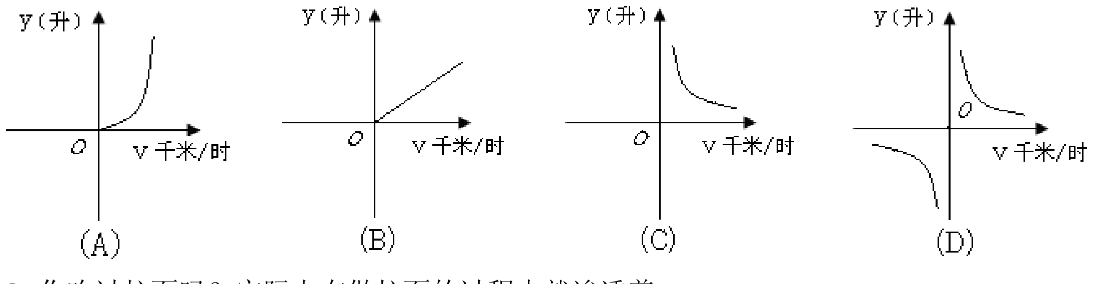
六、随堂练习

1．某厂现有 800 吨煤，这些煤能烧的天数 y 与平均每天烧的吨数 x 之间的函数关系是（　）

（A）$y=\frac{300}{x}$（x＞0）　　（B）$y=\frac{300}{x}$（x≥0）

（C）y＝300x（x≥0）　　（D）y＝300x（x＞0）

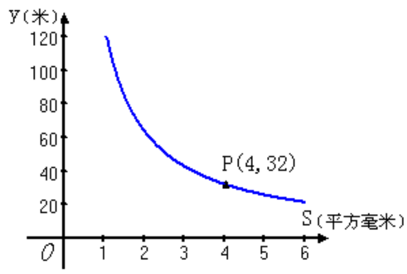
2．已知甲、乙两地相 s（千米），汽车从甲地匀速行驶到达乙地，如果汽车每小时耗油量为 a（升），那么从甲地到乙地汽车的总耗油量 y（升）与汽车的行驶速度 v（千米/时）的函数图象大致是（　　）



3. 你吃过拉面吗？实际上在做拉面的过程中就渗透着数学知识，一定体积的面团做成拉面，面条的总长度 y（m）是面条的粗细（横截面积）S（mm^2）的反比例函数，其图象如图所示：

（1）写出 y 与 S 的函数关系式；

（2）求当面条粗 1.6mm^2 时，面条的总长度是多少米？



七．课后练习

一场暴雨过后，一洼地存雨水 20 米 ^{3}，如果将雨水全部排完需 t 分钟，排水量为 a 米 ^{3}/分，且排水时间为 5～10 分钟

（1）试写出 t 与 a 的函数关系式，并指出 a 的取值范围；

（2）请画出函数图象

（3）根据图象回答：当排水量为 3 米 ^{3}/分时，排水的时间需要多长？

课后反思：

第十八章　勾股定理

18．1　勾股定理（一）

一、教学目标

1．了解勾股定理的发现过程，掌握勾股定理的内容，会用面积法证明勾股定理。

2．培养在实际生活中发现问题总结规律的意识和能力。

3．介绍我国古代在勾股定理研究方面所取得的成就，激发学生的爱国热情，促其勤奋学习。

二、重点、难点

1．重点：勾股定理的内容及证明。

2．难点：勾股定理的证明。

三、例题的意图分析

例 1（补充）通过对定理的证明，让学生确信定理的正确性；通过拼图，发散学生的思维，锻炼学生的动手实践能力；这个古老的精彩的证法，出自我国古代无名数学家之手。激发学生的民族自豪感，和爱国情怀。

例 2 使学生明确，图形经过割补拼接后，只要没有重叠，没有空隙，面积不会改变。进一步让学生确信勾股定理的正确性。

四、课堂引入

目前世界上许多科学家正在试图寻找其他星球的“人”，为此向宇宙发出了许多信号，如地球上人类的语言、音乐、各种图形等。我国数学家华罗庚曾建议，发射一种反映勾股定理的图形，如果宇宙人是“文明人”，那么他们一定会识别这种语言的。这个事实可以说明勾股定理的重大意义。尤其是在两千年前，是非常了不起的成就。

让学生画一个直角边为 3cm 和 4cm 的直角△ABC，用刻度尺量出 AB 的长。

以上这个事实是我国古代 3000 多年前有一个叫商高的人发现的，他说：“把一根直尺折成直角，两段连结得一直角三角形，勾广三，股修四，弦隅五。”这句话意思是说一个直角三角形较短直角边（勾）的长是 3，长的直角边（股）的长是 4，那么斜边（弦）的长是 5。

再画一个两直角边为 5 和 12 的直角△ABC，用刻度尺量 AB 的长。

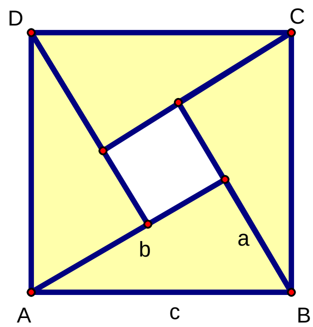
你是否发现 3^2+4^2 与 5^2 的关系，5^2+12^2 和 13^2 的关系，即 $3^2+4^2=5^2$，$5^2+12^2=13^2$，那么就有勾 ^{2}+股 ^{2}=弦 ^{2}。

对于任意的直角三角形也有这个性质吗？

五、例习题分析

例 1（补充）已知：在△ABC 中，∠C=90°，∠A、∠B、∠C 的对边为 a、b、c。

求证：$a^2+b^2=c^2$。



分析：⑴让学生准备多个三角形模型，最好是有颜色的吹塑纸，让学生拼摆不同的形状，利用面积相等进行证明。

⑵拼成如图所示，其等量关系为：$4S_{\triangle}+S_{小正}=S_{大正}$

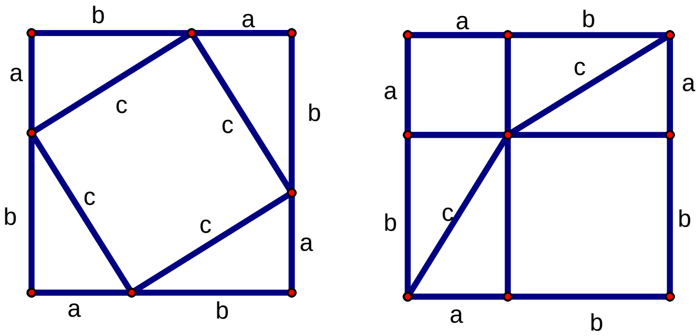
$4\times\frac{1}{2}ab+(b-a)^2=c^2$，化简可证。

⑶发挥学生的想象能力拼出不同的图形，进行证明。

⑷ 勾股定理的证明方法，达 300 余种。这个古老的精彩的证法，出自我国古代无名数学家之手。激发学生的民族自豪感，和爱国情怀。

例 2 已知：在△ABC 中，∠C=90°，∠A、∠B、∠C 的对边为 a、b、c。

求证：$a^2+b^2=c^2$。



分析：左右两边的正方形边长相等，则两个正方形的面积相等。

左边 $S=4\times\frac{1}{2}ab+c^2$

右边 $S=(a+b)^2$

左边和右边面积相等，即

$4\times\frac{1}{2}ab+c^2=(a+b)^2$

化简可证。

六、课堂练习

1．勾股定理的具体内容是：____。

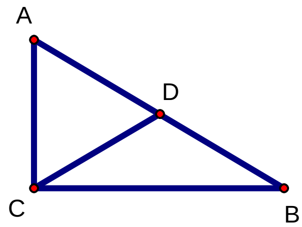
2．如图，直角△ABC 的主要性质是：∠C=90°，（用几何语言表示）

(1)两锐角之间的关系：__________________；

(2)若 D 为斜边中点，则斜边中线__________________；

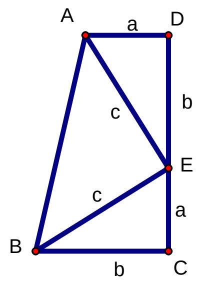
(3)若∠B=30°，则∠B 的对边和斜边：__________________；

(4)三边之间的关系：__________________。



3．△ABC 的三边 a、b、c，若满足 $b^2=a^2+c^2$，则________=90°；若满足 $b^2>c^2+a^2$，则∠B 是________角；若满足 $b^2<c^2+a^2$，则∠B 是角。

4．根据如图所示，利用面积法证明勾股定理。



七、课后练习

1．已知在 Rt△ABC 中，∠B=90°，a、b、c 是△ABC 的三边，则

(1)c=________________。（已知 a、b，求 c）

(2)a=________________。（已知 b、c，求 a）

(3)b=________________。（已知 a、c，求 b）

2．如下表，表中所给的每行的三个数 a、b、c，有 a<b<c，试根据表中已有数的规律，写出当 a=19 时，b，c 的值，并把 b、c 用含 a 的代数式表示出来。

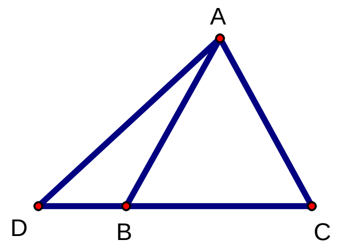
3、4、5	$3^2+4^2=5^2$
5、12、13	$5^2+12^2=13^2$
7、24、25	$7^2+24^2=25^2$
9、40、41	$9^2+40^2=41^2$
……	……
19，b、c	$19^2+b^2=c^2$

3．在△ABC 中，∠BAC=120°，AB=AC=$10\sqrt{3}$cm，一动点 P 从 B 向 C 以每秒 2cm 的速度移动，问当 P 点移动多少秒时，PA 与腰垂直。

4．已知：如图，在△ABC 中，AB=AC，D 在 CB 的延长线上。

求证：⑴$AD^2-AB^2=BD\cdot CD$

⑵若 D 在 CB 上，结论如何，试证明你的结论。



课后反思：

八、参考答案

课堂练习

1．略；

2．⑴∠A+∠B=90°；⑵CD=$\frac{1}{2}$AB；⑶AC=$\frac{1}{2}$AB；⑷$AC^2+BC^2=AB^2$。

3．∠B，钝角，锐角；

4．提示：因为 $S_{梯形ABCD}=S_{\triangle ABE}+S_{\triangle BCE}+S_{\triangle EDA}$，又因为 $S_{梯形ACDG}=\frac{1}{2}(a+b)^2$，$S_{\triangle BCE}=S_{\triangle EDA}=\frac{1}{2}ab$，$S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}c^2$，$\frac{1}{2}(a+b)^2=2\times\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}c^2$。

课后练习

1．⑴c=$\sqrt{b^2-a^2}$；⑵a=$\sqrt{b^2-c^2}$；⑶b=$\sqrt{c^2+a^2}$

2．$\begin{cases}a^2+b^2=c^2\\ c=b+1\end{cases}$；则 b=$\frac{a^2-1}{2}$，c=$\frac{a^2+1}{2}$；当 a=19 时，b=180，c=181。

3．5 秒或 10 秒。

4．提示：过 A 作 AE⊥BC 于 E。

18．1　勾股定理（二）

一、教学目标

1．会用勾股定理进行简单的计算。

2．树立数形结合的思想、分类讨论思想。

二、重点、难点

1．重点：勾股定理的简单计算。

2．难点：勾股定理的灵活运用。

三、例题的意图分析

例 1（补充）使学生熟悉定理的使用，刚开始使用定理，让学生画好图形，并标好图形，理清边之间的关系。让学生明确在直角三角形中，已知任意两边都可以求出第三边。并学会利用不同的条件转化为已知两边求第三边。

例 2（补充）让学生注意所给条件的不确定性，知道考虑问题要全面，体会分类讨论思想。

例 3（补充）勾股定理的使用范围是在直角三角形中，因此注意要创造直角三角形，作高是常用的创造直角三角形的辅助线做法。让学生把前面学过的知识和新知识综合运用，提高综合能力。

四、课堂引入

复习勾股定理的文字叙述；勾股定理的符号语言及变形。学习勾股定理重在应用。

五、例习题分析

例 1（补充）在 Rt△ABC，∠C=90°

⑴已知 a=b=5,求 c。

⑵已知 a=1,c=2, 求 b。

⑶已知 c=17,b=8, 求 a。

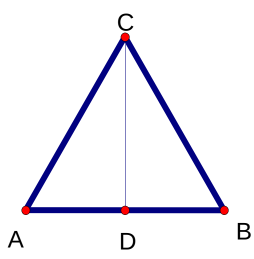
⑷已知 a：b=1：2,c=5, 求 a。

⑸已知 b=15，∠A=30°，求 a，c。

分析：刚开始使用定理，让学生画好图形，并标好图形，理清边之间的关系。⑴已知两直角边，求斜边直接用勾股定理。⑵⑶已知斜边和一直角边，求另一直角边，用勾股定理的便形式。⑷⑸已知一边和两边比，求未知边。通过前三题让学生明确在直角三角形中，已知任意两边都可以求出第三边。后两题让学生明确已知一边和两边关系，也可以求出未知边，学会见比设参的数学方法，体会由角转化为边的关系的转化思想。

例 2（补充）已知直角三角形的两边长分别为 5 和 12，求第三边。

分析：已知两边中较大边 12 可能是直角边，也可能是斜边，因此应分两种情况分别进形计算。让学生知道考虑问题要全面，体会分类讨论思想。



例 3（补充）已知：如图，等边△ABC 的边长是 6cm。

⑴求等边△ABC 的高。

⑵求 $S_{\triangle ABC}$。

分析：勾股定理的使用范围是在直角三角形中，因此注意要创造直角三角形，作高是常用的创造直角三角形的辅助线做法。欲求高 CD，可将其置身于 Rt△ADC 或 Rt△BDC 中，但只有一边已知，根据等腰三角形三线合一性质，可求 AD=CD=$\frac{1}{2}$AB=3cm，则此题可解。

六、课堂练习

1．填空题

⑴在 Rt△ABC，∠C=90°，a=8，b=15，则 c=________。

⑵在 Rt△ABC，∠B=90°，a=3，b=4，则 c=________。

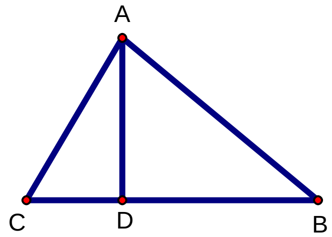
⑶在 Rt△ABC，∠C=90°，c=10，a：b=3：4，则 a=________，b=________。

⑷一个直角三角形的三边为三个连续偶数，则它的三边长分别为______________。

⑸已知直角三角形的两边长分别为 3cm 和 5cm，，则第三边长为______________。

⑹已知等边三角形的边长为 2cm，则它的高为_________，面积为___________。

2．已知：如图，在△ABC 中，∠C=60°，AB= $4\sqrt{3}$，AC=4，AD 是 BC 边上的高，求 BC 的长。



3．已知等腰三角形腰长是 10，底边长是 16，求这个等腰三角形的面积。

七、课后练习

1．填空题

在 Rt△ABC，∠C=90°，

⑴如果 a=7，c=25，则 b=_______。

⑵如果∠A=30°，a=4，则 b=________。

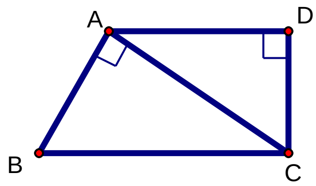
⑶如果∠A=45°，a=3，则 c=________。

⑷如果 c=10，a-b=2，则 b=_______。

⑸如果 a、b、c 是连续整数，则 a+b+c=__________。

⑹如果 b=8，a：c=3：5，则 c=_________。

2．已知：如图，四边形 ABCD 中，AD∥BC，AD⊥DC，AB⊥AC，∠B=60°，CD=1cm，求 BC 的长。



课后反思：

八、参考答案

课堂练习

1．17；　$\sqrt{7}$；　6，8；　6，8，10；　4 或 $\sqrt{34}$；　$\sqrt{3}$，$\sqrt{3}$；

2．8；　　3．48。

课后练习

1．24；　$4\sqrt{3}$；　$3\sqrt{2}$；　6；　12；　10；　　2．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

18．1　勾股定理（三）

一、教学目标

1．会用勾股定理解决简单的实际问题。

2．树立数形结合的思想。

二、重点、难点

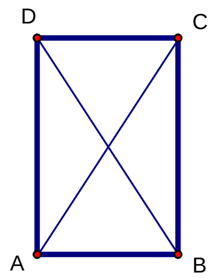
1．重点：勾股定理的应用。

2．难点：实际问题向数学问题的转化。

三、例题的意图分析

例 1（教材 P74 页探究 1）明确如何将实际问题转化为数学问题，注意条件的转化；学会如何利用数学知识、思想、方法解决实际问题。

例 2（教材 P75 页探究 2）使学生进一步熟练使用勾股定理，探究直角三角形三边的关系：保证一边不变，其它两边的变化。



四、课堂引入

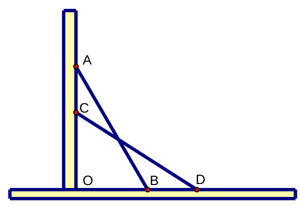
勾股定理在实际的生产生活当中有着广泛的应用。勾股定理的发现和使用解决了许多生活中的问题，今天我们就来运用勾股定理解决一些问题，你可以吗？试一试。

五、例习题分析

例 1（教材 P74 页探究 1）

分析：⑴在实际问题向数学问题的转化过程中，注意勾股定理的使用条件，即门框为长方形，四个角都是直角。⑵让学生深入探讨图中有几个直角三角形？图中标字母的线段哪条最长？⑶指出薄木板在数学问题中忽略厚度，只记长度，探讨以何种方式通过？⑷转化为勾股定理的计算，采用多种方法。⑸注意给学生小结深化数学建模思想，激发数学兴趣。

例 2（教材 P75 页探究 2）



分析：⑴在△AOB 中，已知 AB=3，AO=2.5，利用勾股定理计算 OB。⑵ 在△COD 中，已知 CD=3，CO=2，利用勾股定理计算 OD。

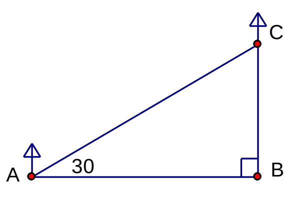
则 BD=OD－OB，通过计算可知 BD≠AC。

⑶进一步让学生探究 AC 和 BD 的关系，给 AC 不同的值，计算 BD。

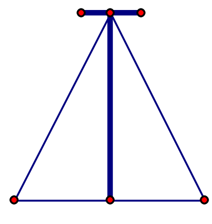
六、课堂练习

1．小明和爸爸妈妈十一登香山，他们沿着 45 度的坡路走了 500 米，看到了一棵红叶树，这棵红叶树的离地面的高度是_________米。

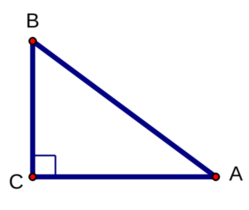
2．如图，山坡上两株树木之间的坡面距离是 $4\sqrt{3}$ 米，则这两株树之间的垂直距离是_______米，水平距离是　　　　　　　　米。



2 题图



3 题图

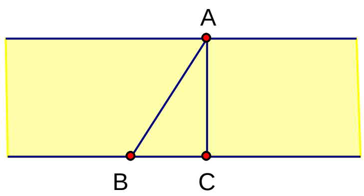


4 题图

3．如图，一根 12 米高的电线杆两侧各用 15 米的铁丝固定，两个固定点之间的距离

是________________。

4．如图，原计划从 A 地经 C 地到 B 地修建一条高速公路，后因技术攻关，可以打隧道由 A 地到 B 地直接修建，已知高速公路一公里造价为 300 万元，隧道总长为 2 公里，隧道造价为 500 万元，AC=80 公里，BC=60 公里，则改建后可省工程费用是多少？

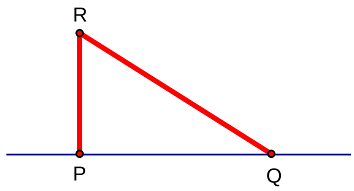


七、课后练习

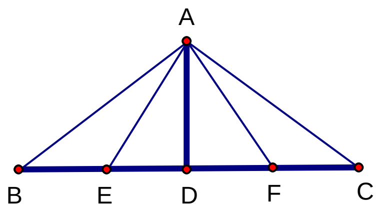
1．如图，欲测量松花江的宽度，沿江岸取 B、C 两点，在江对岸取一点 A，使 AC 垂直江岸，测得 BC=50 米，∠B=60°，则江面的宽度为______________。

2．有一个边长为 1 米正方形的洞口，想用一个圆形盖去盖住这个洞口，则圆形盖半径至少为____________米。

3．一根 32 厘米的绳子被折成如图所示的形状钉在 P、Q 两点，PQ=16 厘米，且 RP⊥PQ，则 RQ=________厘米。



4．如图，钢索斜拉大桥为等腰三角形，支柱高 24 米，∠B=∠C=30°，E、F 分别为 BD、CD 中点，试求 B、C 两点之间的距离，钢索 AB 和 AE 的长度。（精确到 1 米）



课后反思：

八、参考答案：

课堂练习：

1．$250\sqrt{2}$；　　2．6，$2\sqrt{3}$；

3．18 米；　　4．11600；

课后练习

1．$50\sqrt{3}$ 米；　　2．$\frac{\sqrt{2}}{2}$；

3．20；　　4．83 米，48 米，32 米；

18．1　勾股定理（四）

一、教学目标

1．会用勾股定理解决较综合的问题。

2．树立数形结合的思想。

二、重点、难点

1．重点：勾股定理的综合应用。

2．难点：勾股定理的综合应用。

三、例题的意图分析

例 1（补充）“双垂图”是中考重要的考点，熟练掌握“双垂图”的图形结构和图形性质，通过讨论、计算等使学生能够灵活应用。目前“双垂图”需要掌握的知识点有：3 个直角三角形，三个勾股定理及推导式 $BC^2-BD^2=AC^2-AD^2$，两对相等锐角，四对互余角，及 30°或 45°特殊角的特殊性质等。

例 2（补充）让学生注意所求结论的开放性，根据已知条件，作适当辅助线求出三角形中的边和角。让学生掌握解一般三角形的问题常常通过作高转化为直角三角形的问题。使学生清楚作辅助线不能破坏已知角。

例 3（补充）让学生掌握不规则图形的面积，可转化为特殊图形求解，本题通过将图形转化为直角三角形的方法，把四边形面积转化为三角形面积之差。在转化的过程中注意条件的合理运用。让学生把前面学过的知识和新知识综合运用，提高解题的综合能力。

例 4（教材 P76 页探究 3）让学生利用尺规作图和勾股定理画出数轴上的无理数点，进一步体会数轴上的点与实数一一对应的理论。

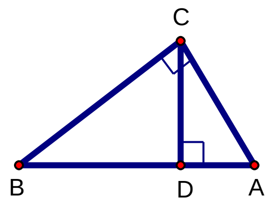
四、课堂引入

复习勾股定理的内容。本节课探究勾股定理的综合应用。

五、例习题分析

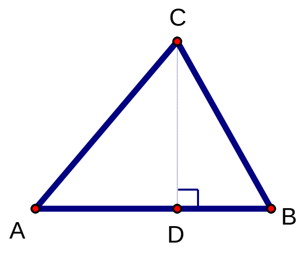
例 1（补充）1．已知：在 Rt△ABC 中，∠C=90°，CD⊥BC 于 D，∠A=60°，CD=$\sqrt{3}$，求线段 AB 的长。

分析：本题是“双垂图”的计算题，“双垂图”是中考重要的考点，所以要求学生对图形及性质掌握非常熟练，能够灵活应用。目前“双垂图”需要掌握的知识点有：3 个直角三角形，三个勾股定理及推导式 $BC^2-BD^2=AC^2-AD^2$，两对相等锐角，四对互余角，及 30°或 45°特殊角的特殊性质等。



要求学生能够自己画图，并正确标图。引导学生分析：欲求 AB，可由 AB=BD+CD，分别在两个三角形中利用勾股定理和特殊角，求出 BD=3 和 AD=1。或欲求 AB，可由 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}$，分别在两个三角形中利用勾股定理和特殊角，求出 AC=2 和 BC=6。

例 2（补充）已知：如图，△ABC 中，AC=4，∠B=45°，∠A=60°，根据题设可知什么？

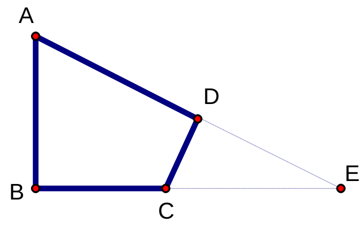


分析：由于本题中的△ABC 不是直角三角形，所以根据题设只能直接求得∠ACB=75°。在学生充分思考和讨论后，发现添置 AB 边上的高这条辅助线，就可以求得 AD，CD，BD，AB，BC 及 $S_{\triangle ABC}$。让学生充分讨论还可以作其它辅助线吗？为什么？

小结：可见解一般三角形的问题常常通过作高转化为直角三角形的问题。并指出如何作辅助线？

解略。

例 3（补充）已知：如图，∠B=∠D=90°，∠A=60°，AB=4，CD=2。求：四边形 ABCD 的面积。



分析：如何构造直角三角形是解本题的关键，可以连结 AC，或延长 AB、DC 交于 F，或延长 AD、BC 交于 E，根据本题给定的角应选后两种，进一步根据本题给定的边选第三种较为简单。教学中要逐层展示给学生，让学生深入体会。

解：延长 AD、BC 交于 E。

∵∠A=∠60°，∠B=90°，∴∠E=30°。

∴AE=2AB=8，CE=2CD=4，

∴$BE^2=AE^2-AB^2=8^2-4^2=48$，BE=$\sqrt{48}=4\sqrt{3}$。

∵$DE^2=CE^2-CD^2=4^2-2^2=12$，∴DE=$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$。

∴$S_{\text{四边形}ABCD}=S_{\triangle ABE}-S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}AB\cdot BE-\frac{1}{2}CD\cdot DE=6\sqrt{3}$

小结：不规则图形的面积，可转化为特殊图形求解，本题通过将图形转化为直角三角形的方法，把四边形面积转化为三角形面积之差。

例 4（教材 P76 页探究 3）

分析：利用尺规作图和勾股定理画出数轴上的无理数点，进一步体会数轴上的点与实数一一对应的理论。

变式训练：在数轴上画出表示 $\sqrt{3}-1, 2-\sqrt{2}$ 的点。

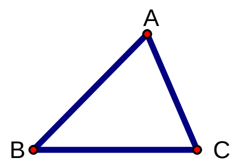
六、课堂练习

1．△ABC 中，AB=AC=25cm，高 AD=20cm,则 BC=__________，$S_{\triangle ABC}$=________。

2．△ABC 中，若∠A=2∠B=3∠C，AC= $2\sqrt{3}$ cm，则∠A=_________度，∠B=_________度，∠C=_________度，BC=__________，$S_{\triangle ABC}$=_________。

3．△ABC 中，∠C=90°，AB=4，BC= $2\sqrt{3}$，CD⊥AB 于 D，则 AC=___________，CD=___________，BD=____________，AD=__________,$S_{\triangle ABC}$=_________。

4．已知：如图，△ABC 中，AB=26，BC=25，AC=17，求 $S_{\triangle ABC}$。

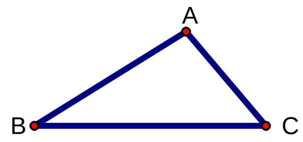


七、课后练习

1．在 Rt△ABC 中，∠C=90°，CD⊥BC 于 D，∠A=60°，CD= $\sqrt{3}$，AB=________。

2．在 Rt△ABC 中，∠C=90°，$S_{\triangle ABC}$=30，c=13，且 a＜b，则 a=______，b=_______。

3．已知：如图，在△ABC 中，∠B=30°，∠C=45°，AC= $2\sqrt{2}$，



求（1）AB 的长；（2）$S_{\triangle ABC}$。

4．在数轴上画出表示$-\sqrt{5},\sqrt{2}+\sqrt{5}$的点。

课后反思：

八、参考答案：

课堂练习：

1．30cm，300cm^2；

2．90，60，30，4，$2\sqrt{3}$；

3．2，$\sqrt{3}$，3，1，$2\sqrt{3}$；

4．作 BD⊥AC 于 D，设 AD=x，则 CD=17-x，$25^2-x^2=26^2-(17-x)^2$，x=7，BD=24，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BD=254$；

课后练习：

1．4；

2．5，12；

3. 提示：作 AD⊥BC 于 D，AD=CD=2，AB=4，BD=$2\sqrt{3}$，BC=2+$2\sqrt{3}$，$S_{\triangle ABC}$= =2+$2\sqrt{3}$；

4．略。

18．2　勾股定理的逆定理（一）

一、教学目标

1．体会勾股定理的逆定理得出过程，掌握勾股定理的逆定理。

2．探究勾股定理的逆定理的证明方法。

3．理解原命题、逆命题、逆定理的概念及关系。

二、重点、难点

1．重点：掌握勾股定理的逆定理及证明。

2．难点：勾股定理的逆定理的证明。

三、例题的意图分析

例 1（补充）使学生了解命题，逆命题，逆定理的概念，及它们之间的关系。

例 2（P82 探究）通过让学生动手操作，画好图形后剪下放到一起观察能否重合，激发学生的兴趣和求知欲，锻炼学生的动手操作能力，再通过探究理论证明方法，使实践上升到理论，提高学生的理性思维。

例 3（补充）使学生明确运用勾股定理的逆定理判定一个三角形是否是直角三角形的一般步骤：①先判断那条边最大。②分别用代数方法计算出 a^2+b^2 和 c^2 的值。③判断 a^2+b^2 和 c^2 是否相等，若相等，则是直角三角形；若不相等，则不是直角三角形。

四、课堂引入

创设情境：⑴怎样判定一个三角形是等腰三角形？

⑵怎样判定一个三角形是直角三角形？和等腰三角形的判定进行对比，从勾股定理的逆命题进行猜想。

五、例习题分析

例 1（补充）说出下列命题的逆命题，这些命题的逆命题成立吗？

⑴同旁内角互补，两条直线平行。

⑵如果两个实数的平方相等，那么两个实数平方相等。

⑶线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等。

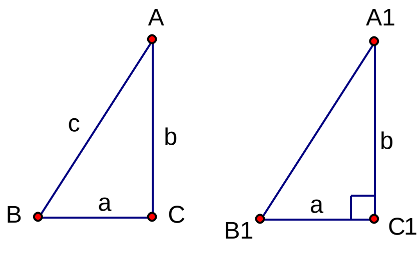
⑷直角三角形中 30° 角所对的直角边等于斜边的一半。

分析：⑴每个命题都有逆命题，说逆命题时注意将题设和结论调换即可，但要分清题设和结论，并注意语言的运用。

⑵理顺他们之间的关系，原命题有真有假，逆命题也有真有假，可能都真，也可能一真一假，还可能都假。

解略。

例 2（P82 探究）证明：如果三角形的三边长 a，b，c 满足 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形是直角三角形。



分析：⑴注意命题证明的格式，首先要根据题意画出图形，然后写已知求证。

⑵如何判断一个三角形是直角三角形，现在只知道若有一个角是直角的三角形是直角三角形，从而将问题转化为如何判断一个角是直角。

⑶利用已知条件作一个直角三角形，再证明和原三角形全等，使问题得以解决。

⑷先做直角，再截取两直角边相等，利用勾股定理计算斜边 $A_1B_1=c$，则通过三边对应相等的两个三角形全等可证。

⑸先让学生动手操作，画好图形后剪下放到一起观察能否重合，激发学生的兴趣和求知

欲，再探究理论证明方法。充分利用这道题锻炼学生的动手操作能力，由实践到理论学生更容易接受。

证明略。

例 3（补充）已知：在△ABC 中，∠A、∠B、∠C 的对边分别是 a、b、c，$a=n^2-1$，$b=2n$，$c=n^2+1$（n＞1）

求证：∠C=90°。

分析：⑴运用勾股定理的逆定理判定一个三角形是否是直角三角形的一般步骤：①先判断那条边最大。②分别用代数方法计算出 a^2+b^2 和 c^2 的值。③判断 a^2+b^2 和 c^2 是否相等，若相等，则是直角三角形；若不相等，则不是直角三角形。

⑵要证∠C=90°，只要证△ABC 是直角三角形，并且 c 边最大。根据勾股定理的逆定理只要证明 $a^2+b^2=c^2$ 即可。

⑶由于 $a^2+b^2=(n^2-1)^2+(2n)^2=n^4+2n^2+1$，$c^2=(n^2+1)^2=n^4+2n^2+1$，从而 $a^2+b^2=c^2$，故命题获证。

六、课堂练习

1．判断题。

⑴在一个三角形中，如果一边上的中线等于这条边的一半，那么这条边所对的角是直角。

⑵命题：“在一个三角形中，有一个角是 30°，那么它所对的边是另一边的一半。”的逆命题是真命题。

⑶勾股定理的逆定理是：如果两条直角边的平方和等于斜边的平方，那么这个三角形是直角三角形。

⑷△ABC 的三边之比是 1：1：$\sqrt{2}$，则△ABC 是直角三角形。

2．△ABC 中∠A、∠B、∠C 的对边分别是 a、b、c，下列命题中的假命题是（　　）

A．如果∠C－∠B=∠A，则△ABC 是直角三角形。

B．如果 $c^2=b^2-a^2$，则△ABC 是直角三角形，且∠C=90°。

C．如果 $(c+a)(c-a)=b^2$，则△ABC 是直角三角形。

D．如果∠A：∠B：∠C=5：2：3，则△ABC 是直角三角形。

3．下列四条线段不能组成直角三角形的是（　　）

A．a=8，b=15，c=17

B．a=9，b=12，c=15

C．$a=\sqrt{5}$，$b=\sqrt{3}$，$c=\sqrt{2}$

D．a：b：c=2：3：4

4．已知：在△ABC 中，∠A、∠B、∠C 的对边分别是 a、b、c，分别为下列长度，判断该三角形是否是直角三角形？并指出那一个角是直角？

⑴$a=\sqrt{3}$，$b=2\sqrt{2}$，$c=\sqrt{5}$；　　⑵a=5，b=7，c=9；

⑶a=2，$b=\sqrt{3}$，$c=\sqrt{7}$；　　⑷a=5，$b=2\sqrt{6}$，c=1。

七、课后练习，

1．叙述下列命题的逆命题，并判断逆命题是否正确。

⑴如果 $a^3>0$，那么 $a^2>0$；

⑵如果三角形有一个角小于 90°，那么这个三角形是锐角三角形；

⑶如果两个三角形全等，那么它们的对应角相等；

⑷关于某条直线对称的两条线段一定相等。

2．填空题。

⑴任何一个命题都有________，但任何一个定理未必都有_________。

⑵“两直线平行，内错角相等。”的逆定理是__________。

⑶在△ABC 中，若 $a^2=b^2-c^2$，则△ABC 是_________三角形，_________是直角；若 $a^2<b^2-c^2$，则∠B 是__________。

⑷若在△ABC 中，$a=m^2-n^2$，$b=2mn$，$c= m^2+n^2$，则△ABC 是_________三角形。

3．若三角形的三边是 ⑴1、$\sqrt{3}$、2； ⑵$\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5}$； ⑶$3^2$，$4^2$，$5^2$ ⑷9，40，41；

⑸$(m+n)^2-1$，$2(m+n)$，$(m+n)^2+1$；则构成的是直角三角形的有（　　）

A. 2 个　　B. 3 个　　C． 4 个　　D． 5 个

4．已知：在△ABC 中，∠A、∠B、∠C 的对边分别是 a、b、c，分别为下列长度，判断该三角形是否是直角三角形？并指出那一个角是直角？

⑴a=9，b=41，c=40；　　⑵a=15，b=16，c=6；

⑶a=2，b=$2\sqrt{3}$，c=4；　　⑷a=5k，b=12k，c=13k（k＞0）。

课后反思：

八、参考答案：

课堂练习：

1．对，错，错，对；　　2．D；

3．D；　　4．⑴是，∠B；⑵不是；⑶是，∠C；⑷是，∠A。

课后练习：

1．⑴如果 $a^2>0$，那么 $a^3>0$；假命题。

⑵如果三角形是锐角三角形，那么有一个角是锐角；真命题。

⑶如果两个三角形的对应角相等，那么这两个三角形全等；假命题。

⑷两条相等的线段一定关于某条直线对称；假命题。

2．⑴逆命题，逆定理；⑵内错角相等，两直线平行；⑶直角，∠B，钝角；⑷直角。

3．B　　4．⑴是，∠B；⑵不是，；⑶是，∠C；⑷是，∠C。

18．2　勾股定理的逆定理（二）

一、教学目标

1．灵活应用勾股定理及逆定理解决实际问题。

2．进一步加深性质定理与判定定理之间关系的认识。

二、重点、难点

1．重点：灵活应用勾股定理及逆定理解决实际问题。

2．难点：灵活应用勾股定理及逆定理解决实际问题。

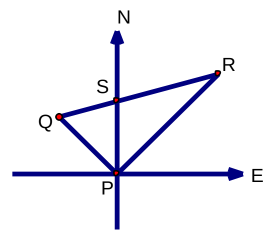
三、例题的意图分析

例 1（P83 例 2）让学生养成利用勾股定理的逆定理解决实际问题的意识。

例 2（补充）培养学生利用方程思想解决问题，进一步养成利用勾股定理的逆定理解决实际问题的意识。

四、课堂引入

创设情境：在军事和航海上经常要确定方向和位置，从而使用一些数学知识和数学方法。



五、例习题分析

例 1（P83 例 2）

分析：⑴了解方位角，及方位名词；

⑵依题意画出图形；

⑶依题意可得 PR=12×1.5=18，PQ=16×1.5=24，　　QR=30；

⑷因为 $24^2+18^2=30^2$，$PQ^2+PR^2=QR^2$，根据勾股定理 的逆定理，知∠QPR=90°；

⑸∠PRS=∠QPR-∠QPS=45°。

小结：让学生养成“已知三边求角，利用勾股定理的逆定理”的意识。

例 2（补充）一根 30 米长的细绳折成 3 段，围成一个三角形，其中一条边的长度比较短边长 7 米，比较长边短 1 米，请你试判断这个三角形的形状。

分析：⑴若判断三角形的形状，先求三角形的三边长；

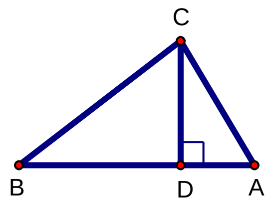
⑵设未知数列方程，求出三角形的三边长 5、12、13；

⑶根据勾股定理的逆定理，由 $5^2+12^2=13^2$，知三角形为直角三角形。

解略。

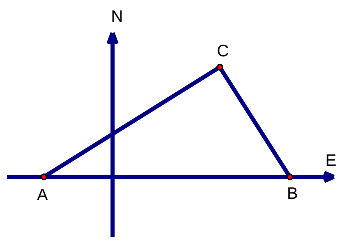
六、课堂练习

1．小强在操场上向东走 80m 后，又走了 60m，再走 100m 回到原地。小强在操场上向东走了 80m 后，又走 60m 的方向是________________。



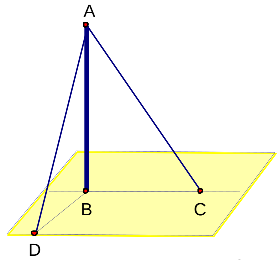
2．如图，在操场上竖直立着一根长为 2 米的测影竿，早晨测得它的影长为 4 米，中午测得它的影长为 1 米，则 A、B、C 三点能否构成直角三角形？为什么？

3．如图，在我国沿海有一艘不明国籍的轮船进入我国海域，我海军甲、乙两艘巡逻艇立即从相距 13 海里的 A、B 两个基地前去拦截，六分钟后同时到达 C 地将其拦截。已知甲巡逻艇每小时航行 120 海里，乙巡逻艇每小时航行 50 海里，航向为北偏西 40°，问：甲巡逻艇的航向？



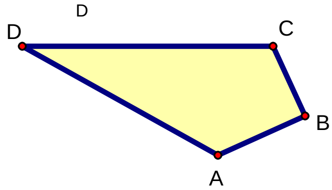
七、课后练习

1．一根 24 米绳子，折成三边为三个连续偶数的三角形，则三边长分别为______________，此三角形的形状为_____________。



2．一根 12 米的电线杆 AB，用铁丝 AC、AD 固定，现已知用去铁丝 AC=15 米，AD=13 米，又测得地面上 B、C 两点之间距离是 9 米，B、D 两点之间距离是 5 米，则电线杆和地面是否垂直，为什么？

3．如图，小明的爸爸在鱼池边开了一块四边形土地种了一些蔬菜，爸爸让小明计算一下土地的面积，以便计算一下产量。小明找了一卷米尺，测得 AB=4 米，BC=3 米，CD=13 米，DA=12 米，又已知∠B=90°。



课后反思：

八、参考答案：

课堂练习：

1．向正南或正北。

2．能，因为 $BC^2=BD^2+CD^2=20$，$AC^2=AD^2+CD^2=5$，$AB^2=25$，所以 $BC^2+AC^2=AB^2$；

3．由△ABC 是直角三角形，可知∠CAB+∠CBA=90°，所以有∠CAB=40°，航向为北偏东 50°。

课后练习：

1．6 米，8 米，10 米，直角三角形；

2．△ABC、△ABD 是直角三角形，AB 和地面垂直。

3．提示：连结 AC。$AC^2=AB^2+BC^2=25$，$AC^2+AD^2=CD^2$，因此∠CAB=90°，$S_{四边形}=S_{\triangle ADC}+S_{\triangle ABC}=36$ 平方米。

18．2　勾股定理的逆定理（三）

一、教学目标

1．应用勾股定理的逆定理判断一个三角形是否是直角三角形。

2．灵活应用勾股定理及逆定理解综合题。

3．进一步加深性质定理与判定定理之间关系的认识。

二、重点、难点

1．重点：利用勾股定理及逆定理解综合题。

2．难点：利用勾股定理及逆定理解综合题。

三、例题的意图分析

例 1（补充）利用因式分解和勾股定理的逆定理判断三角形的形状。

例 2（补充）使学生掌握研究四边形的问题，通常添置辅助线把它转化为研究三角形的问题。本题辅助线作平行线间距离无法求解。创造 3、4、5 勾股数，利用勾股定理的逆定理证明 DE 就是平行线间距离。

例 3（补充）勾股定理及逆定理的综合应用，注意条件的转化及变形。

四、课堂引入

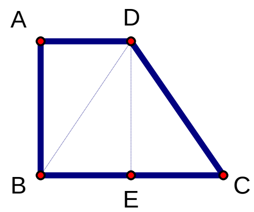
勾股定理和它的逆定理是黄金搭档，经常综合应用来解决一些难度较大的题目。

五、例习题分析

例 1（补充）已知：在△ABC 中，∠A、∠B、∠C 的对边分别是 a、b、c，满足 $a^2+b^2+c^2+338=10a+24b+26c$。

试判断△ABC 的形状。

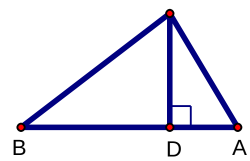
分析：⑴移项，配成三个完全平方；⑵三个非负数的和为 0，则都为 0；⑶已知 a、b、c，利用勾股定理的逆定理判断三角形的形状为直角三角形。



例 2（补充）已知：如图，四边形 ABCD，AD∥BC，AB=4，BC=6，CD=5，AD=3。

求：四边形 ABCD 的面积。

分析：⑴作 DE∥AB，连结 BD，则可以证明△ABD≌△EDB（ASA）；⑵DE=AB=4，BE=AD=3，EC=EB=3；⑶在△DEC 中，3、4、5 勾股数，△DEC 为直角三角形，DE⊥BC；⑷利用梯形面积公式可解，或利用三角形的面积。



例 3（补充）已知：如图，在△ABC 中，CD 是 AB 边上的高，且 $CD^2=AD\cdot BD$。

求证：△ABC 是直角三角形。

分析：∵$AC^2=AD^2+CD^2$，$BC^2=CD^2+BD^2$

∴$AC^2+BC^2=AD^2+2CD^2+BD^2$

$=AD^2+2AD\cdot BD+BD^2$

$=(AD+BD)^2=AB^2$

六、课堂练习

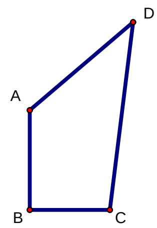
1．若△ABC 的三边 a、b、c，满足 $(a-b)(a^2+b^2-c^2)=0$，则△ABC 是（　　）

A．等腰三角形；

B．直角三角形；

C．等腰三角形或直角三角形；

D．等腰直角三角形。



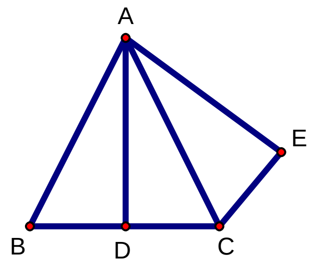
2．若△ABC 的三边 a、b、c，满足 a：b：c=1：1：$\sqrt{2}$，试判断△ABC 的形状。

3．已知：如图，四边形 ABCD，AB=1，BC=$\frac{3}{4}$，CD=$\frac{13}{4}$，AD=3，且 AB⊥BC。

求：四边形 ABCD 的面积。

4．已知：在△ABC 中，∠ACB=90°，CD⊥AB 于 D，且 CD^2=AD・BD。

求证：△ABC 中是直角三角形。



七、课后练习，

1．若△ABC 的三边 a、b、c 满足 $a^2+b^2+c^2+50=6a+8b+10c$，求△ABC 的面积。

2．在△ABC 中，AB=13cm，AC=24cm，中线 BD=5cm。

求证：△ABC 是等腰三角形。

3．已知：如图，∠1=∠2，AD=AE，D 为 BC 上一点，且 BD=DC，$AC^2=AE^2+CE^2$。

求证：$AB^2=AE^2+CE^2$。4．已知△ABC 的三边为 a、b、c，且 a+b=4，ab=1，c=$\sqrt{14}$，试判定△ABC 的形状。

课后反思：

八、参考答案：

课堂练习：

1．C；

2．△ABC 是等腰直角三角形；

3．$\frac{9}{4}$

4．提示：∵$AC^2=AD^2+CD^2$，$BC^2=CD^2+BD^2$，∴$AC^2+BC^2=AD^2+2CD^2+BD^2=AD^2+2AD\cdot BD+BD^2=(AD+BD)^2=AB^2$，∴∠ACB=90°。

课后练习：

1．6；

2．提示：因为 $AD^2+BD^2=AB^2$，所以 AD⊥BD，根据线段垂直平分线的判定可知 AB=BC。

3．提示：有 $AC^2=AE^2+CE^2$ 得∠E=90°；由△ADC≌△AEC，得 AD=AE，CD=CE，∠ADC=∠BE=90°，根据线段垂直平分线的判定可知 AB=AC，则 $AB^2=AE^2+CE^2$。

4．提示：直角三角形，用代数方法证明，因为 $(a+b)^2=16$，$a^2+2ab+b^2=16$，ab=1，所以 $a^2+b^2=14$。又因为 $c^2=14$，所以 $a^2+b^2=c^2$。

第十九章 平行四边形

19.1.1　平行四边形及其性质(一)

一、　　教学目标：

1．理解并掌握平行四边形的概念和平行四边形对边、对角相等的性质．

2．会用平行四边形的性质解决简单的平行四边形的计算问题，并会进行有关的论证．

3．培养学生发现问题、解决问题的能力及逻辑推理能力．

二、　　重点、难点

1．重点：平行四边形的定义，平行四边形对角、对边相等的性质，以及性质的应用．

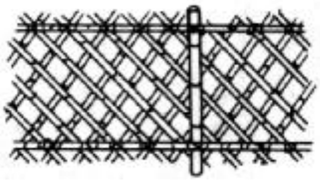
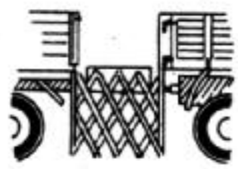
2．难点：运用平行四边形的性质进行有关的论证和计算．

三、例题的意图分析

例 1 是教材 P93 的例 1，它是平行四边形性质的实际应用，题目比较简单，其目的就是让学生能运用平行四边形的性质进行有关的计算，讲课时，可以让学生来解答．例 2 是补充的一道几何证明题，即让学生学会运用平行四边形的性质进行有关的论证，又让学生从较简单的几何论证开始，提高学生的推理论证能力和逻辑思维能力，学会演绎几何论证的方法．此题应让学生自己进行推理论证．

四、课堂引入

1．我们一起来观察下图中的竹篱笆格子和汽车的防护链，想一想它们是什么几何图形的形象？

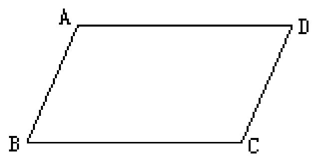



平行四边形是我们常见的图形，你还能举出平行四边形在生活中应用的例子吗？

你能总结出平行四边形的定义吗？

(1)定义：**两组对边分别平行的四边形是平行四边形．**

(2)表示：平行四边形用符号“▱”来表示．



如图，在四边形 ABCD 中，AB∥DC，AD∥BC，那么四边形 ABCD 是平行四边形．平行四边形 ABCD 记作“▱ABCD”，读作“平行四边形 ABCD”．

①∵$AB//DC$,$AD//BC$，　∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形（判定）；

②∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形∴$AB//DC$，　$AD//BC$（性质）．

注意：平行四边形中对边是指无公共点的边，对角是指不相邻的角，邻边是指有公共端点的边，邻角是指有一条公共边的两个角．而三角形对边是指一个角的对边，对角是指一条边的对角．（教学时要结合图形，让学生认识清楚）

2.【探究】平行四边形是一种特殊的四边形，它除具有四边形的性质和两组对边分别平行外，还有什么特殊的性质呢？我们一起来探究一下．

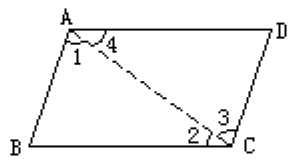
让学生根据平行四边形的定义画一个一个平行四边形，观察这个四边形，它除具有四边形的性质和两组对边分别平行外以，它的边和角之间有什么关系？度量一下，是不是和你猜想的一致？

（1）由定义知道，平行四边形的对边平行．根据平行线的性质可知，在平行四边形中，相邻的角互为补角．

（相邻的角指四边形中有一条公共边的两个角．注意和第一章的邻角相区别．教学时结合图形使学生分辨清楚．）

（2）**猜想**　平行四边形的对边相等、对角相等．

下面证明这个结论的正确性．



已知：如图▱ABCD，

求证：AB＝CD，CB＝AD，∠B＝∠D，∠BAD＝∠BCD．

分析：作▱ABCD 的对角线 AC，它将平行四边形分成△ABC 和△CDA，证明这两个三角形全等即可得到结论．

（作对角线是解决四边形问题常用的辅助线，通过作对角线，可以把未知问题转化为已知的关于三角形的问题．）

证明：连接 AC，

∵　AB∥CD，AD∥BC，

∴　∠1＝∠3，∠2＝∠4．

又　AC＝CA，

∴　△ABC≌△CDA　（ASA）．

∴　AB＝CD，CB＝AD，∠B＝∠D．

又 ∠1＋∠4＝∠2＋∠3，

∴　∠BAD＝∠BCD．

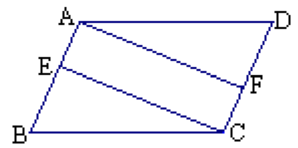
由此得到：

平行四边形性质 1　　平行四边形的对边相等．

平行四边形性质 2　　平行四边形的对角相等．

五、例习题分析

例 1（教材 P93 例 1）



例 2（补充）如图，在平行四边形 ABCD 中，AE=CF，

求证：AF=CE.

分析：要证 AF=CE，需证△ADF≌△CBE，由于四边形 ABCD 是平行四边形，因此有∠D=∠B ，AD=BC，AB=CD，又 AE=CF，根据等式性质，可得 BE=DF．由“边角边”可得出所需要的结论．

证明略.

六、随堂练习

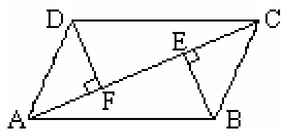
1．填空：

（1）在▱ABCD 中，∠A= 50°，则∠B=_____度，∠C=____度，∠D=____度.

（2）如果▱ABCD 中，∠A—∠B=240，则∠A=___度，∠B=___度，∠C=___度，∠D=___度.

（3）如果▱ABCD 的周长为 28cm，且 AB：BC=2∶5，那么 AB=_____cm，BC=____cm，CD=____cm，CD=____cm.

2．如图 4.3－9，在▱ABCD 中，AC 为对角线，BE⊥AC，DF⊥AC，E、F 为垂足，求证：BE＝DF.



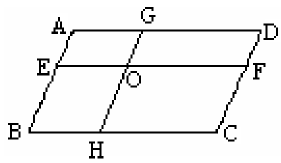
七、课后练习

1．（选择）在下列图形的性质中，平行四边形不一定具有的是（　　）.

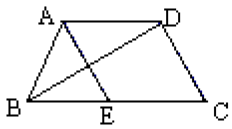
（A）对角相等　（B）对角互补　（C）邻角互补　（D）内角和是360°

2．在▱ABCD 中，如果 EF∥AD，GH∥CD，EF 与 GH 相交与点 O，那么图中的平行四边形一共有（　　）.

（A）4 个　（B）5 个　（C）8 个　（D）9 个



3．如图，AD∥BC，AE∥CD，BD 平分∠ABC，求证 AB=CE.



19.1.1 平行四边形的性质(二)

一、　　教学目标：

1．理解平行四边形中心对称的特征，掌握平行四边形对角线互相平分的性质．

2．能综合运用平行四边形的性质解决平行四边形的有关计算问题，和简单的证明题．

3．培养学生的推理论证能力和逻辑思维能力．

二、　　重点、难点

1．重点：平行四边形对角线互相平分的性质，以及性质的应用．

2．难点：综合运用平行四边形的性质进行有关的论证和计算．

三、例题的意图分析

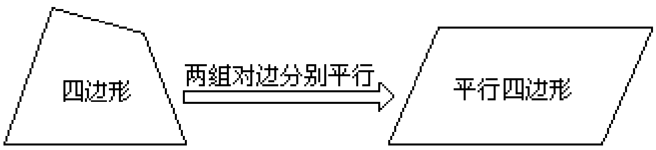
本节课安排了两个例题，例 1 是一道补充题，它是性质 3 的直接运用，然后对例 1 进行了引申，可以根据学生的实际情况选讲，并归纳结论：过平行四边形对角线的交点作直线交对边或对边的延长线，所得的对应线段相等．例 1 与后面的三个图形是一组重要的基本图形，熟悉它的性质对解答复杂问题是很有帮助的．

例 2 是教材 P94 的例 2，这是复习巩固小学学过的平行四边形面积计算．这个例题比小学计算平行四边形面积的题加深了一步，需要应用勾股定理，先求得平行四边形一边上的高，然后才能应用公式计算．在以后的解题中，还会遇到需要应用勾股定理来求高或底的问题，在教学中要注意使学生掌握其方法．

四、课堂引入

1．复习提问：

（1）什么样的四边形是平行四边形？四边形与平行四边形的关系是：



（2）平行四边形的性质：

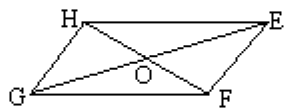
①具有一般四边形的性质（内角和是 360°）．

②角：平行四边形的对角相等，邻角互补．

边：平行四边形的对边相等．

2．【探究】：

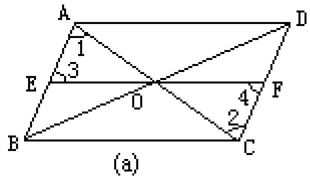
请学生在纸上画两个全等的▱ABCD 和▱EFGH，并连接对角线 AC、BD 和 EG、HF，设它们分别交于点 O．把这两个平行四边形落在一起，在点 O 处钉一个图钉，将▱ABCD 绕点 O 旋转 180°，观察它还和▱EFGH 重合吗？你能从子中看出前面所得到的平行四边形的边、角关系吗？进一步，你还能发现平行四边形的什么性质吗？



结论：（1）平行四边形是中心对称图形，两条对角线的交点是对称中心；

（2）平行四边形的对角线互相平分．

五、例习题分析



(a)

例 1（补充）　已知：如图 4－21，▱ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，EF 过点 O 与 AB、CD 分别相交于点 E、F．

求证：OE＝OF，AE=CF，BE=DF．

证明：在 ▱ABCD 中，AB∥CD，

∴　∠1＝∠2．∠3＝∠4．

又　OA＝OC(平行四边形的对角线互相平分)，

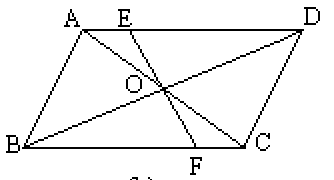
∴　△AOE≌△COF（ASA）．

∴　OE＝OF，AE=CF（全等三角形对应边相等）．

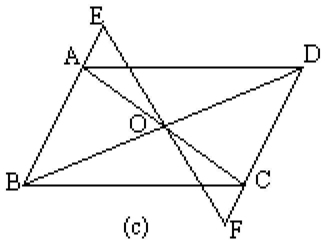
∵　▱ABCD，∴ AB=CD（平行四边形对边相等）．

∴　AB—AE=CD—CF．　即 BE=FD．

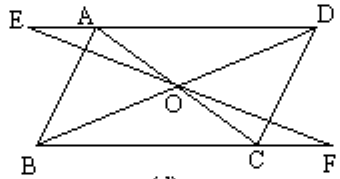
※【引申】若例 1 中的条件都不变，将 EF 转动到图 b 的位置，那么例 1 的结论是否成立？若将 EF 向两方延长与平行四边形的两对边的延长线分别相交（图 c 和图 d），例 1 的结论是否成立，说明你的理由．



(b)

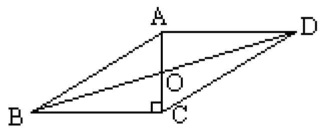


(c)



(d)

解略



例 2（教材 P94 的例 2）已知四边形 ABCD 是平行四边形，AB＝10cm，AD＝8cm，AC⊥BC，求 BC、CD、AC、OA 的长以及▱ABCD 的面积．

分析：由平行四边形的对边相等，可得 BC、CD 的长，在 Rt△ABC 中，由勾股定理可得 AC 的长．再由平行四边形的对角线互相平分可求得 OA 的长，根据平行四边形的面积计算公式：平行四边形的面积=底×高（高为此底上的高），可求得▱ABCD 的面积．（平行四边形的面积小学学过，再次强调“底”是对应着高说的，平行四边形中，任一边都可以作为“底”，“底”确定后，高也就随之确定了．）3. 平行四边形的面积计算

解略（参看教材 P94）．

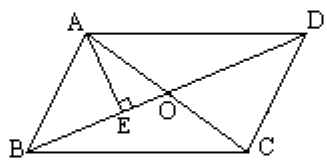
六、随堂练习

1．在平行四边形中，周长等于 48，

① 已知一边长 12，求各边的长

② 已知 AB=2BC，求各边的长

③ 已知对角线 AC、BD 交于点 O，△ AOD 与△ AOB 的周长

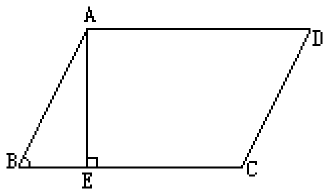


的差是 10，求各边的长

2．如图，▱ABCD 中，AE⊥BD，∠EAD=60°，AE=2cm，AC+BD=14cm，则△OBC 的周长是________cm．

3．▱ABCD 一内角的平分线与边相交并把这条边分成 5cm，7cm 的两条线段，则▱ABCD 的周长是________cm．

(4)▱ABCD 的周长为 36cm，AB=8cm，BC=________；当∠B=60°时，AD、BC 的距离 AE=________，▱ABCD 的面积 $S_{▱ABCD}$=________．



七、课后练习

1．判断对错

（1）在▱ABCD 中，AC 交 BD 于 O，则 AO=OB=OC=OD．　　（　　）

（2）平行四边形两条对角线的交点到一组对边的距离相等．　　（　　）

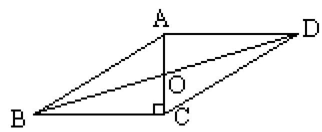
（3）平行四边形的两组对边分别平行且相等．　　（　　）

（4）平行四边形是轴对称图形．　　（　　）

2．在 ABCD 中，AC＝6、BD＝4，则 AB 的范围是____________．

3．在平行四边形 ABCD 中，已知 AB、BC、CD 三条边的长度分别为（x+3），（x-4）和 16，则这个四边形的周长是________．

4．公园有一片绿地，它的形状是平行四边形，绿地上要修几条笔直的小路，如图，AB＝15cm，AD＝12cm，AC⊥BC，求小路 BC，CD，OC 的长，并算出绿地的面积．



19.1.2（一）　平行四边形的判定

一、　　教学目标：

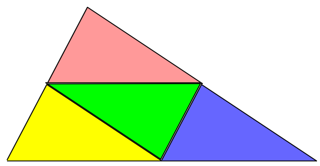
1. 在探索平行四边形的判别条件中，理解并掌握用边、对角线来判定平行四边形的方法.
2. 会综合运用平行四边形的判定方法和性质来解决问题.
3. 培养用类比、逆向联想及运动的思维方法来研究问题.

二、重点、难点

3. 重点：平行四边形的判定方法及应用.
4. 难点：平行四边形的判定定理与性质定理的灵活应用.

三、例题的意图分析

本节课安排了3个例题，例1是教材P96的例3，它是平行四边形的性质与判定的综合运用，此题最好先让学生说出证明的思路，然后老师总结并指出其最佳方法. 例2与例3都是补充的题目，其目的就是让学生能灵活和综合地运用平行四边形的判定方法和性质来解决问题. 例3是一道拼图题，教学时，可以让学生动起来，边拼图边说明道理，即可以提高学生的动手能力和学生的思维能力，又可以提高学生的学习兴趣. 如让学生再用四个不等边三角形拼一个如图的大三角形，让学生指出图中所有的平行四边形，并说明理由.



四、课堂引入

1．欣赏图片、提出问题.

展示图片，提出问题，在刚才演示的图片中，有哪些是平行四边形？你是怎样判断的？

2．**【探究】**：小明的父亲手中有一些木条，他想通过适当的测量、割剪，钉制一个平行四边形框架，你能帮他想出一些办法来吗？

让学生利用手中的学具——硬纸板条通过观察、测量、猜想、验证、探索构成平行四边形的条件，思考并探讨：

（1）你能适当选择手中的硬纸板条搭建一个平行四边形吗？

（2）你怎样验证你搭建的四边形一定是平行四边形？

（3）你能说出你的做法及其道理吗？

（4）能否将你的探索结论作为平行四边形的一种判别方法？你能用文字语言表述出来吗？

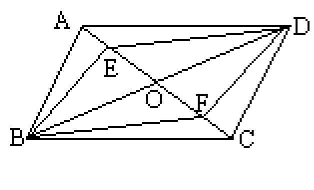
（5）你还能找出其他方法吗？

从探究中得到：

平行四边形判定方法 1　两组对边分别相等的四边形是平行四边形。

平行四边形判定方法 2　对角线互相平分的四边形是平行四边形。

五、例习题分析



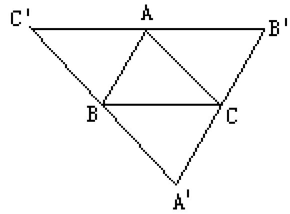
例 1（教材 P96 例 3）已知：如图▱ABCD 的对角线 AC、BD 交于点 O，E、F 是 AC 上的两点，并且 AE=CF.

求证：四边形 BFDE 是平行四边形.

分析：欲证四边形 BFDE 是平行四边形可以根据判定方法 2 来证明．

（证明过程参看教材）

问;你还有其它的证明方法吗？比较一下,哪种证明方法简单．



例 2（补充） 已知：如图，A′B′∥BA，B′C′∥CB，C′A′∥AC．

求证：(1) ∠ABC＝∠B′，∠CAB＝∠A′，∠BCA＝∠C′;

(2) △ABC 的顶点分别是△B′C′A′各边的中点．

证明：(1) ∵ A′B′∥BA，C′B′∥BC，

∴ 四边形 ABCB′是平行四边形．

∴ ∠ABC＝∠B′(平行四边形的对角相等)．

同理∠CAB＝∠A′，∠BCA＝∠C′．

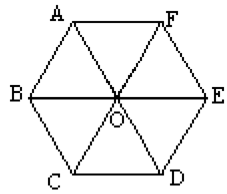
(2) 由(1)证得四边形 ABCB′是平行四边形．同理，四边形 ABA′C 是平行四边形．

∴ AB＝B′C， AB＝A′C(平行四边形的对边相等)．

∴ B′C＝A′C．

同理 B′A＝C′A， A′B＝C′B．

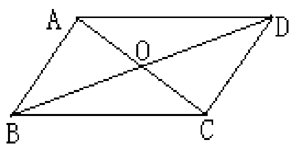
∴ △ABC 的顶点 A、B、C 分别是△B′C′A′的边 B′C′、C′A′、A′B′的中点．



例3（补充）小明用手中六个全等的正三角形做拼图游戏时，拼成一个六边形．你能在图中找出所有的平行四边形吗？并说说你的理由．

解:有 6 个平行四边形,分别是▱ABOF,▱ABCO，▱BCDO，▱CDEO，▱DEFO，▱EFAO．

理由是：因为正△ABO≌正△AOF，所以 AB=BO，OF=FA．根据 “两组对边分别相等的四边形是平行四边形”，可知四边形 ABCD 是平行四边形．其它五个同理．

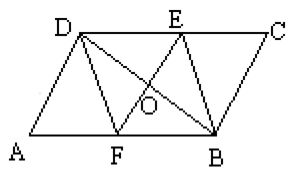


六、随堂练习

1．如图，在四边形 ABCD 中，AC、BD 相交于点 O，

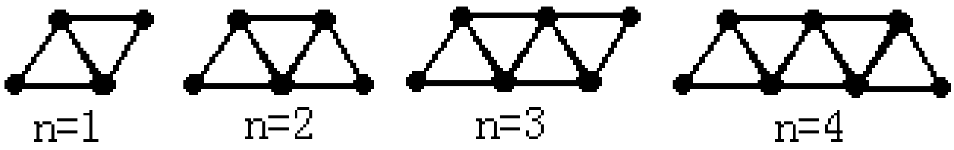
（1）若 AD=8cm，AB=4cm，那么当 BC=______cm，CD=______cm 时，四边形 ABCD 为平行四边形;

（2）若 AC=10cm，BD=8cm，那么当 AO=______cm，DO=______cm 时，四边形 ABCD 为平行四边形.



2．已知：如图，▱ABCD 中，点 E、F 分别在 CD、AB 上，DF∥BE，EF 交 BD 于点 O．求证：EO=OF．

3．灵活运用课本 P89 例题，如图：由火柴棒拼出的一列图形，第 n 个图形由（n+1）个等边三角形拼成，通过观察，分析发现：



①第4个图形中平行四边形的个数为________.　　　(6个)

②第8个图形中平行四边形的个数为________.　　　(20个)

七、课后练习

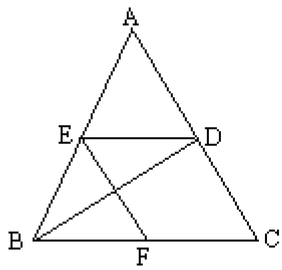
1．（选择）下列条件中能判断四边形是平行四边形的是（　　）.

（A）对角线互相垂直　　　　（B）对角线相等

（C）对角线互相垂直且相等　　（D）对角线互相平分

2．已知：如图，△ABC，BD平分∠ABC，DE∥BC，EF∥BC，

求证：BE=CF



19.1.2（二）　平行四边形的判定

一、　　教学目标：

1．掌握用一组对边平行且相等来判定平行四边形的方法．

2．会综合运用平行四边形的四种判定方法和性质来证明问题．

3．通过平行四边形的性质与判定的应用，启迪学生的思维，提高分析问题的能力．

二、　　重点、难点

1．重点：平行四边形各种判定方法及其应用，尤其是根据不同条件能正确地选择判定方法．

2．难点：平行四边形的判定定理与性质定理的综合应用．

三、例题的意图分析

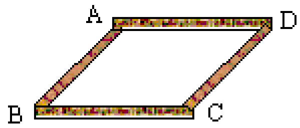
本节课的两个例题都是补充的题目，目的是让学生能掌握平行四边形的第三种判定方法和会综合运用平行四边形的判定方法和性质来解决问题．学生程度好一些的学校，可以适当地自己再补充一些题目，使同学们会应用这些方法进行几何的推理证明，通过学习，培养学生分析问题、寻找最佳解题途径的能力．

四、课堂引入

1．平行四边形的性质；

2．平行四边形的判定方法；

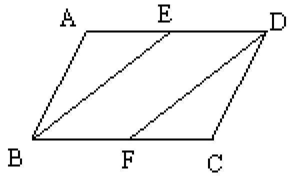
3．【探究】　取两根等长的木条AB、CD，将它们平行放置，再用两根木条BC、AD加固，得到的四边形ABCD是平行四边形吗？



结论：一组对边平行且相等的四边形是平行四边形．

五、例习题分析

例1（补充）已知：如图，▱ABCD中，E、F分别是AD、BC的中点，求证：BE=DF．



分析：证明BE=DF，可以证明两个三角形全等，也可以证明四边形BEDF是平行四边形，比较方法，可以看出第二种方法简单．

证明：∵　四边形ABCD是平行四边形，

∴　AD∥CB，AD=CD．

∵　E、F分别是AD、BC的中点，

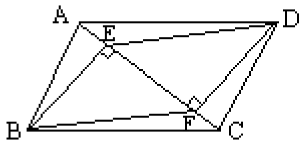
∴　DE∥BF，且DE=$\frac{1}{2}$AD，BF=$\frac{1}{2}$BC．

∴　DE=BF．

∴　四边形BEDF是平行四边形（一组对边平行且相等的四边形平行四边形）．

∴　BE=DF．

此题综合运用了平行四边形的性质和判定，先运用平行四边形的性质得到判定另一个四边形是平行四边形的条件，再应用平行四边形的性质得出结论；题目虽不复杂，但层次有三，且利用知识较多，因此应使学生获得清晰的证明思路．



例2（补充）已知：如图，▱ABCD中，E、F分别是AC上两点，且BE⊥AC于E，DF⊥AC于F．求证：四边形BEDF是平行四边形．

分析：因为BE⊥AC于E，DF⊥AC于F，所以BE∥DF．需再证明BE=DF，这需要证明△ABE与△CDF全等，由角角边即可．

证明：∵　四边形ABCD是平行四边形，

∴　AB=CD，且AB∥CD．

∴　∠BAE=∠DCF．

∵　BE⊥AC于E，DF⊥AC于F，

∴　BE∥DF，且∠BEA=∠DFC=90°．

∴　△ABE≌△CDF　（AAS）．

∴　BE=DF．

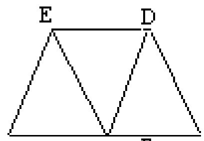
∴　四边形BEDF是平行四边形（一组对边平行且相等的四边形平行四边形）．

六、课堂练习

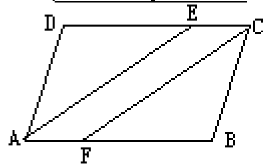
1．（选择）在下列给出的条件中，能判定四边形ABCD为平行四边形的是（　　）．

（A）AB∥CD，AD=BC　　　（B）∠A=∠B，∠C=∠D

（C）AB=CD，AD=BC　　　（D）AB=AD，CB=CD



2．已知：如图，AC∥ED，点B在AC上，且AB=ED=BC，　找出图中的平行四边形，并说明理由．



3．已知：如图，在▱ABCD 中，AE、CF 分别是∠DAB、∠BCD 的平分线．

求证：四边形 AFCE 是平行四边形．

七、课后练习

1．判断题：

(1)相邻的两个角都互补的四边形是平行四边形；　　(　　)

(2)两组对角分别相等的四边形是平行四边形；　　(　　)

(3)一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形；　　(　　)

(4)一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；　　(　　)

(5)对角线相等的四边形是平行四边形；　　(　　)

(6)对角线互相平分的四边形是平行四边形．　　(　　)

2．延长△ABC 的中线 AD 至 E，使 DE=AD．求证：四边形 ABEC 是平行四边形．

3．在四边形 ABCD 中，(1)AB∥CD；(2)AD∥BC；(3)AD＝BC；(4)AO＝OC；(5)DO＝BO；(6)AB＝CD．选择两个条件，能判定四边形 ABCD 是平行四边形的共有________对．（共有 9 对）

19.1.2（三）　平行四边形的判定——三角形的中位线

一、　　教学目标：

1．　理解三角形中位线的概念，掌握它的性质．

2．　能较熟练地应用三角形中位线性质进行有关的证明和计算．

3．经历探索、猜想、证明的过程，进一步发展推理论证的能力．

4．能运用综合法证明有关三角形中位线性质的结论．理解在证明过程中所运用的归纳、类比、转化等思想方法．

二、　　重点、难点

1．重点：掌握和运用三角形中位线的性质．

2．难点：三角形中位线性质的证明（辅助线的添加方法）．

三、例题的意图分析

例1是教材P98的例4，这是三角形中位线性质的证明题，教材采用的是先证明后引出概念与性质的方法，它一是要练习巩固平行四边形的性质与判定，二是为了降低难度，因此教师们在教学中要把握好度．

建议讲完例 1，引出三角形中位线的概念和性质后，马上做一组练习，以巩固三角形中位线的性质，然后再讲例 2．

例 2 是一道补充题，选自老教材的一个例题，它是三角形中位线性质与平行四边形的判定的混合应用题，题型挺好，添加辅助线的方法也很巧，结论以后也会经常用到，可根据学生情况适当的选讲例 2．教学中，要把辅助线的添加方法讲清楚，可以借助与多媒体或教具．

四、课堂引入

1．　平行四边形的性质；平行四边形的判定；它们之间有什么联系？

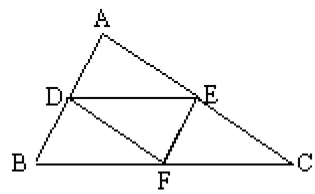
2．　你能说说平行四边形性质与判定的用途吗？

（答：平行四边形知识的运用包括三个方面：一是直接运用平行四边形的性质去解决某些问题．例如求角的度数，线段的长度，证明角相等或线段相等等；二是判定一个四边形是平行四边形，从而判定直线平行等；三是先判定一个四边形是平行四边形，然后再眼再用平行四边形的性质去解决某些问题．）

3．创设情境

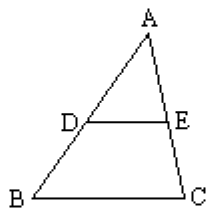
实验：请同学们思考：将任意一个三角形分成四个全等的三角形，你是如何切割的？（答案如图）

图中有几个平行四边形？你是如何判断的？



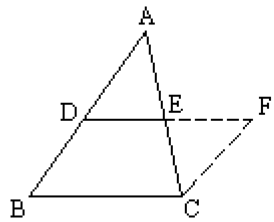
五、例习题分析

例 1（教材P98 例 4） 如图，点D、E、分别为△ABC 边 AB、AC 的中点，求证：DE∥BC 且 DE=$\frac{1}{2}$BC．



分析：所证明的结论既有平行关系，又有数量关系，联想已学过的知识，可以把要证明的内容转化到一个平行四边形中，利用平行四边形的对边平行且相等的性质来证明结论成立，从而使问题得到解决，这就需要添加适当的辅助线来构造平行四边形．

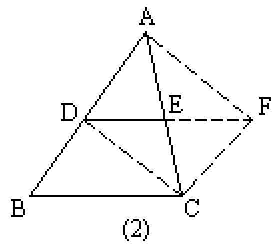
方法 1：如图（1），延长 DE 到 F，使 EF=DE，连接 CF，由△ADE≌△CFE，可得 AD∥FC，且 AD=FC，因此有 BD∥FC，BD=FC，所以四边形 BCFD 是平行四边形．所以 DF∥BC，DF=BC，因为 DE=$\frac{1}{2}$DF，所以 DE∥BC 且 DE=$\frac{1}{2}$BC．



(1)

（也可以过点 C 作 CF∥AB 交 DE 的延长线于 F 点，证明方法与上面大体相同）

方法2：如图（2），延长 DE 到 F，使 EF=DE，连接 CF、CD 和 AF，又 AE=EC，所以四边形 ADCF 是平行四边形．所以 AD∥FC，且 AD=FC．因为 AD=BD，所以 BD∥FC，且 BD=FC．所以四边形 ADCF 是平行四边形．所以 DF∥BC，且 DF=BC，因为 DE=$\frac{1}{2}$DF，所以 DE∥BC 且 DE=$\frac{1}{2}$BC．



(2)

定义：连接三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线．

【思考】：

（1）想一想：①一个三角形的中位线共有几条？②三角形的中位线与中线有什么区别？

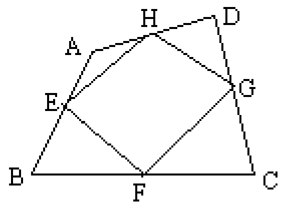
（2）三角形的中位线与第三边有怎样的关系？

（答：（1）一个三角形的中位线共有三条；三角形的中位线与中线的区别主要是线段的端点不同．中位线是中点与中点的连线；中线是顶点与对边中点的连线．（2）三角形的中位线与第三边的关系：三角形的中位线平行与第三边，且等于第三边的一半．）

三角形中位线的性质：三角形的中位线平行与第三边，且等于第三边的一半．

〖拓展〗利用这一定理，你能证明出在设情境中分割出来的四个小三角形全等吗？（让学生口述理由）

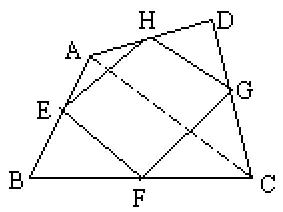
例 2（补充）已知：如图（1），在四边形 ABCD 中，E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、DA 的中点．



(1)

求证：四边形 EFGH 是平行四边形．

分析：因为已知点 E、F、G、H 分别是线段的中点，可以设法应用三角形中位线性质找到四边形 EFGH 的边之间的关系．由于四边形的对角线可以把四边形分成两个三角形，所以添加辅助线，连接 AC 或 BD，构造“三角形中位线”的基本图形后，此题便可得证．



(2)

证明：连结 AC（图（2）），△DAG 中，

∵　AH=HD，CG=GD，

∴　HG∥AC，HG=$\frac{1}{2}$AC（三角形中位线性质）．

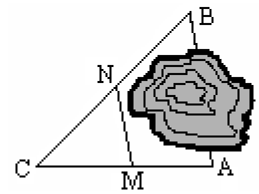
同理 EF∥AC，EF=$\frac{1}{2}$AC．

∴　HG∥EF，且 HG=EF．

∴　四边形 EFGH 是平行四边形．

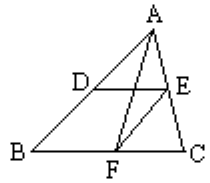
此题可得结论：顺次连结四边形四条边的中点，所得的四边形是平行四边形．

六、课堂练习



1．（填空）如图，A、B两点被池塘隔开，在AB外选一点C，连结AC和BC，并分别找出AC和BC的中点M、N，如果测得MN=20 m，那么A、B两点的距离是__________m，理由是______________________________.

2．已知：三角形的各边分别为8cm 、10cm和12cm ，求连结各边中点所成三角形的周长．



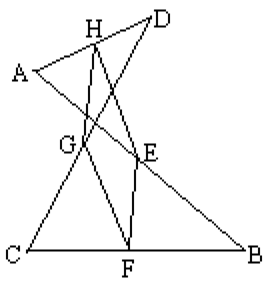
3．如图，△ABC中，D、E、F分别是AB、AC、BC的中点，

（1）若EF=5cm，则AB=_____cm；若BC=9cm，则DE=______cm；

（2）中线AF与DE中位线有什么特殊的关系？证明你的猜想．

七、课后练习

1．（填空）一个三角形的周长是135cm，过三角形各顶点作对边的平行线，则这三条平行线所组成的三角形的周长是____________cm．



2．（填空）已知：△ABC中，点D、E、F分别是△ABC三边的中点，如果△DEF的周长是12cm，那么△ABC的周长是______cm．

3．已知：如图，E、F、G、H分别是AB、BC、CD、DA的中点．求证：四边形EFGH是平行四边形．

19.2.1　矩形(一)

一、教学目标：

1．掌握矩形的概念和性质，理解矩形与平行四边形的区别与联系．

2．会初步运用矩形的概念和性质来解决有关问题．

3．渗透运动联系、从量变到质变的观点．

二、重点、难点

1．重点：矩形的性质．

2．难点：矩形的性质的灵活应用．

三、例题的意图分析

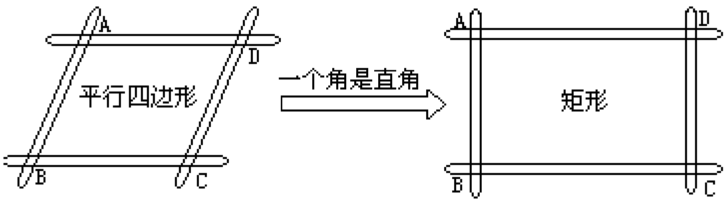
例 1 是教材 P104 的例 1，它是矩形性质的直接运用，它除了用以巩固所学的矩形性质外，对计算题的格式也起了一个示范作用．例 2 与例 3 都是补充的题目，其中通过例 2 的讲解是想让学生了解：（1）因为矩形四个角都是直角，因此矩形中的计算经常要用到直角三角形的性质，而利用方程的思想，解决直角三角形中的计算，这是几何计算题中常用的方法；（2）“直角三角形斜边上的高”是一个基本图形，利用面积公式，可得到两直角边、斜边及斜边上的高的一个基本关系式．并能通过例 2、例 3 的讲解使学生掌握解决有关矩形方面的一些计算题目与证明题的方法．

四、课堂引入

1．展示生活中一些平行四边形的实际应用图片（推拉门，活动衣架，篱笆、井架等），想一想：这里面应用了平行四边形的什么性质？

2．思考：拿一个活动的平行四边形教具，轻轻拉动一个点，观察不管怎么拉，它还是一个平行四边形吗？为什么？（动画演示拉动过程如图）

3．再次演示平行四边形的移动过程，当移动到一个角是直角时停止，让学生观察这是什么图形？（小学学过的长方形）引出本课题及矩形定义．



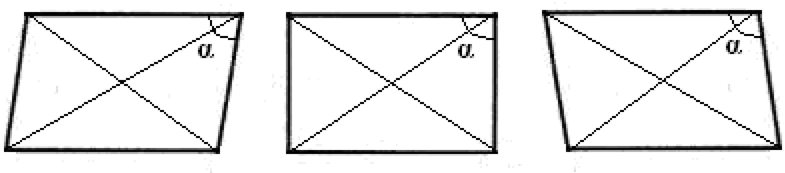
矩形定义：有一个角是直角的平行四边形叫做矩形(通常也叫长方形)．

矩形是我们最常见的图形之一，例如书桌面、教科书的封面等都有矩形形象．

【探究】在一个平行四边形活动框架上，用两根橡皮筋分别套在相对的两个顶点上（作出对角线），拉动一对不相邻的顶点，改变平行四边形的形状．

① 随着∠α 的变化，两条对角线的长度分别是怎样变化的？

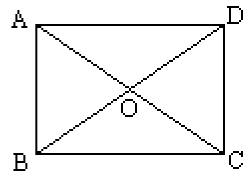
② 当∠α 是直角时，平行四边形变成矩形，此时它的其他内角是什么样的角？它的两条对角线的长度有什么关系？



操作，思考、交流、归纳后得到矩形的性质．

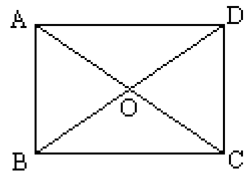
矩形性质 1　矩形的四个角都是直角．

矩形性质 2　矩形的对角线相等.



如图，在矩形 ABCD 中，AC、BD 相交于点 O，由性质 2 有 AO=BO=CO=DO= $\frac{1}{2}$AC= $\frac{1}{2}$BD. 因此可以得到直角三角形的一个性质：**直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.**

五、例习题分析



例 1（教材 P104 例 1）已知：如图，矩形 ABCD 的两条对角线相交于点 O，∠AOB=60°，AB=4cm，求矩形对角线的长.

分析：因为矩形是特殊的平行四边形，所以它具有对角线相等且互相平分的特殊性质，根据矩形的这个特性和已知，可得△OAB 是等边三角形，因此对角线的长度可求.

解：∵　四边形 ABCD 是矩形，

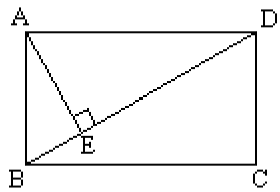
∴　AC 与 BD 相等且互相平分.

∴　OA=OB.

又　∠AOB=60°，

∴　△OAB 是等边三角形.

∴　矩形的对角线长 AC=BD = 2OA=2×4=8（cm）.



例 2（补充）已知：如图，矩形 ABCD，AB 长 8 cm，对角线比 AD 边长 4 cm. 求 AD 的长及点 A 到 BD 的距离 AE 的长.

分析：（1）因为矩形四个角都是直角，因此矩形中的计算经常要用到直角三角形的性质，而此题利用方程的思想，解决直角三角形中的计算，这是几何计算题中常用的方法.

略解：设 AD=xcm，则对角线长（x+4）cm，在 Rt△ABD 中，由勾股定理：$x^2+8^2=(x+4)^2$，解得 x=6．　则 AD=6cm.

（2）“直角三角形斜边上的高”是一个基本图形，利用面积公式，可得到两直角边、斜边及斜边上的高的一个基本关系式：　AE×DB=　AD×AB，解得　AE=　4.8cm.

例 3（补充）已知：如图，矩形 ABCD 中，E 是 BC 上一点，DF⊥AE 于 F，若 AE=BC. 求证：CE=EF.

分析：CE、EF 分别是 BC，AE 等线段上的一部分，若 AF＝BE，则问题解决，而证明 AF＝BE，只要证明△ABE≌△DFA 即可，在矩形中容易构造全等的直角三角形.

证明：∵　四边形 ABCD 是矩形，

∴　∠B=90°，且 AD∥BC.　　∴　∠1=∠2.

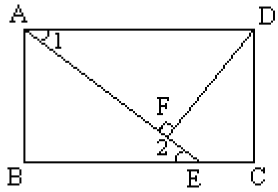
∵　DF⊥AE，　　∴　∠AFD=90°.

∴　∠B=∠AFD.　又　AD=AE，

∴　△ABE≌△DFA（AAS）.

∴　AF=BE.

∴　EF=EC.



此题还可以连接 DE，证明△DEF≌△DEC，得到 EF＝EC.

六、随堂练习

1. （填空）

（1）矩形的定义中有两个条件：一是________________，二是__________________.

（2）已知矩形的一条对角线与一边的夹角为 30°，则矩形两条对角线相交所得的四个角的度数分别为_________、_________、_________、_________.

（3）已知矩形的一条对角线长为 10cm，两条对角线的一个交角为 120°，则矩形的边长分别为_________cm，_________cm，_________cm，_________cm.

2. （选择）

（1）下列说法错误的是（　　）.

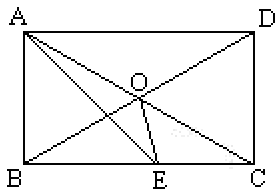
（A）矩形的对角线互相平分　　（B）矩形的对角线相等

（C）有一个角是直角的四边形是矩形　　（D）有一个角是直角的平行四边形叫做矩形

（2）矩形的对角线把矩形分成的三角形中全等三角形一共有（　　）.

（A）2 对　（B）4 对　（C）6 对　（D）8 对

3. 已知：如图，O 是矩形 ABCD 对角线的交点，AE 平分∠BAD，∠AOD=120°，求∠AEO 的度数.



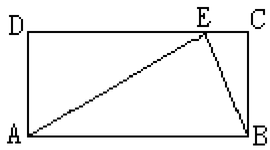
七、课后练习

1.（选择）矩形的两条对角线的夹角为 60°，对角线长为 15cm，较短边的长为（　）.

(A)12cm　　(B)10cm　　(C)7.5cm　　(D)5cm

2. 在直角三角形 ABC 中，∠C=90°，AB=2AC，求∠A、∠B 的度数.

3. 已知：矩形 ABCD 中，BC=2AB，E 是 BC 的中点，求证：EA⊥ED.



4. 如图，矩形 ABCD 中，AB=2BC，且 AB=AE，求证：∠CBE 的度数.

19.2.1　矩形(二)

一、教学目标：

1．理解并掌握矩形的判定方法．

2．使学生能应用矩形定义、判定等知识，解决简单的证明题和计算题，进一步培养学生的分析能力

二、重点、难点

1．重点：矩形的判定．

2．难点：矩形的判定及性质的综合应用．

三、例题的意图分析

本节课的三个例题都是补充题，例 1 在的一组判断题是为了让学生加深理解判定矩形的条件，老师们在教学中还可以适当地再增加一些判断的题目；例 2 是利用矩形知识进行计算；例 3 是一道矩形的判定题，三个题目从不同的角度出发，来综合应用矩形定义及判定等知识的．

四、课堂引入

1．什么叫做平行四边形？什么叫做矩形？

2．矩形有哪些性质？

3．矩形与平行四边形有什么共同之处？有什么不同之处？

4．事例引入：小华想要做一个矩形像框送给妈妈做生日礼物，于是找来两根长度相等的短木条和两根长度相等的长木条制作，你有什么办法可以检测他做的是矩形像框吗？看看谁的方法可行？

通过讨论得到矩形的判定方法．

矩形判定方法 1：对角钱相等的平行四边形是矩形．

矩形判定方法 2：有三个角是直角的四边形是矩形．

（指出：判定一个四边形是矩形，知道三个角是直角，条件就够了．因为由四边形内角和可知，这时第四个角一定是直角．）

五、例习题分析

例 1（补充）下列各句判定矩形的说法是否正确？为什么？

（1）有一个角是直角的四边形是矩形；　　（×）

（2）有四个角是直角的四边形是矩形；　　（√）

（3）四个角都相等的四边形是矩形；　　（√）

（4）对角线相等的四边形是矩形；　　（×）

（5）对角线相等且互相垂直的四边形是矩形；　　（×）

（6）对角线互相平分且相等的四边形是矩形；　　（√）

（7）对角线相等，且有一个角是直角的四边形是矩形；　　（×）

（8）一组邻边垂直，一组对边平行且相等的四边形是矩形；　（√）

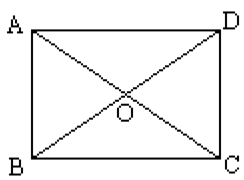
（9）两组对边分别平行，且对角线相等的四边形是矩形．　　(√)

指出：

⑴ 所给四边形添加的条件不满足三个的肯定不是矩形；

（2）所给四边形添加的条件是三个独立条件，但若与判定方法不同，则需要利用定义和判定方法证明或举反例，才能下结论．

例 2（补充）已知 ▱ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，△AOB 是等边三角形，AB=4　cm，求这个平行四边形的面积．



分析：首先根据△AOB 是等边三角形及平行四边形对角线互

相平分的性质判定出 ABCD 是矩形，再利用勾股定理计算边长，从而得到面积值．

解：∵　四边形 ABCD 是平行四边形，

∴　AO=$\frac{1}{2}$AC，BO=$\frac{1}{2}$BD．

∵　AO=BO，

∴　AC=BD．

∴　▱ABCD 是矩形（对角线相等的平行四边形是矩形）．

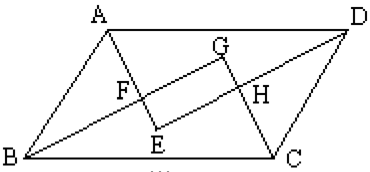
在 Rt△ ABC 中，

∵　AB=4cm，AC=2AO=8cm，

∴　BC=$\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$（cm）．

∴　$S_{▱ABCD}=AB\cdot BC=4\times 4\sqrt{3}=16\sqrt{3}(cm^2)$.

例 3（补充）已知：如图（1），▱ABCD 的四个内角的平分线分别相交于点 E，F，G，H．求证：四边形 EFGH 是矩形．



(1)

分析：要证四边形 EFGH 是矩形，由于此题目可分解出基本图形，如图（2），因此，可选用“三个角是直角的四边形是矩形”来证明．

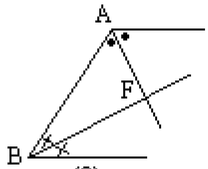
证明：∵　四边形 ABCD 是平行四边形，

∴　AD∥BC．

∴　∠DAB＋∠ABC=180°．

又　AE 平分∠DAB，BG 平分∠ABC　，

∴　∠EAB＋∠ABG=$\frac{1}{2}$×180°=90°　．



(2)

∴　∠AFB=90°．

同理可证　∠AED=∠BGC=∠CHD=90°．

∴　四边形 EFGH 是平行四边形（有三个角是直角的四边形是矩形）．

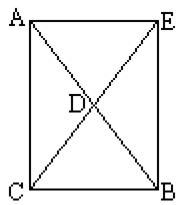
六、随堂练习

1．（选择）下列说法正确的是（　　）．

（A）有一组对角是直角的四边形一定是矩形（B）有一组邻角是直角的四边形一定是矩形

（C）对角线互相平分的四边形是矩形　　　（D）对角互补的平行四边形是矩形

2．已知：如图，在△ABC 中，∠C＝90°，CD 为中线，延长 CD 到点 E，使得 DE＝CD．连结 AE，BE，则四边形 ACBE 为矩形．



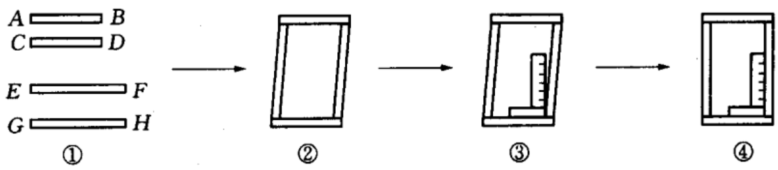
七、课后练习

1．工人师傅做铝合金窗框分下面三个步骤进行：

⑴ 先截出两对符合规格的铝合金窗料（如图①），使 AB＝CD，EF＝GH;

⑵ 摆放成如图②的四边形，则这时窗框的形状是_____形，根据的数学道理是：___________;

⑶ 将直角尺靠紧窗框的一个角（如图③），调整窗框的边框，当直角尺的两条直角边与窗框无缝隙时（如图④），说明窗框合格，这时窗框是____形，根据的数学道理是：_______;



2．在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AB=2AC，求∠A、∠B 的度数．

19.2.2　菱形（一）

一、教学目的：

1．掌握菱形概念，知道菱形与平行四边形的关系．

2．理解并掌握菱形的定义及性质 1、2；会用这些性质进行有关的论证和计算，会计算菱形的面积．

3．通过运用菱形知识解决具体问题，提高分析能力和观察能力．

4．根据平行四边形与矩形、菱形的从属关系，通过画图向学生渗透集合思想．

二、重点、难点

1．教学重点：菱形的性质 1、2．

2．教学难点：菱形的性质及菱形知识的综合应用．

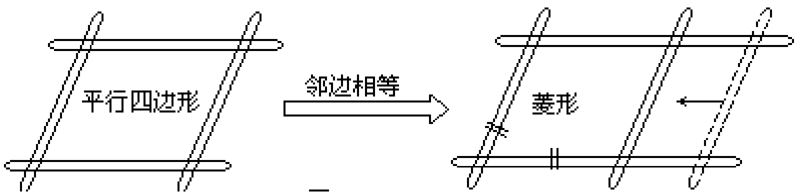
三、例题的意图分析

本节课安排了两个例题，例 1 是一道补充题，是为了巩固菱形的性质；例 2 是教材 P108 中的例 2，这是一道用菱形知识与直角三角形知识来求菱形面积的实际应用问题．此题目，除用以巩固菱形性质外，还可以引导学生用不同的方法来计算菱形的面积，以促进学生熟练、灵活地运用知识．

四、课堂引入

1.（复习）什么叫做平行四边形？什么叫矩形？平行四边形和矩形之间的关系是什么？

2．（引入）我们已经学习了一种特殊的平行四边形——矩形，其实还有另外的特殊平行四边形，请看演示：（可将事先按如图做成的一组对边可以活动的教具进行演示）如图，改变平行四边形的边，使之一组邻边相等，从而引出菱形概念．



菱形定义：有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形．

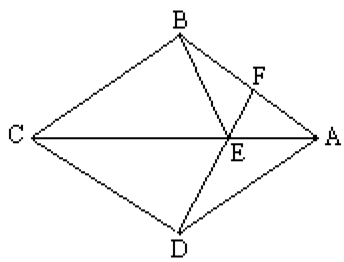
【强调】　菱形（1）是平行四边形；（2）一组邻边相等．

让学生举一些日常生活中所见到过的菱形的例子．

五、例习题分析

例 1（补充）　已知：如图，四边形 ABCD 是菱形，F 是 AB 上一点，DF 交 AC 于 E．

求证：∠AFD=∠CBE．



证明：∵　四边形 ABCD 是菱形，

∴　CB=CD，　CA 平分∠BCD．

∴　∠BCE=∠DCE．又　CE=CE，

∴　△BCE≌△COB（SAS）．

∴　∠CBE=∠CDE．

∵　在菱形 ABCD 中，AB∥CD，　∴∠AFD=∠FDC

∴　∠AFD=∠CBE．

例 2 （教材 P108 例 2）略

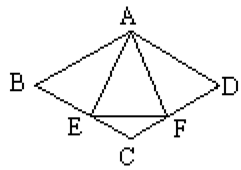
六、随堂练习

1．若菱形的边长等于一条对角线的长，则它的一组邻角的度数分别为_______________.

2．已知菱形的两条对角线分别是 6cm 和 8cm ，求菱形的周长和面积.

3．已知菱形 ABCD 的周长为 20cm，且相邻两内角之比是 1∶2，求菱形的对角线的长和面积.

4．已知：如图，菱形 ABCD 中，E、F 分别是 CB、CD 上的点，且 BE=DF．求证：∠AEF=∠AFE.



七、课后练习

1．菱形 ABCD 中，∠D∶∠A=3∶1，菱形的周长为 8cm，求菱形的高.

2．如图，四边形 ABCD 是边长为 13cm 的菱形，其中对角线 BD 长 10cm，求（1）对角线 AC 的长度；（2）菱形 ABCD 的面积.

19.2.2　菱形（二）

一、教学目的：

1．理解并掌握菱形的定义及两个判定方法；会用这些判定方法进行有关的论证和计算；

2．在菱形的判定方法的探索与综合应用中，培养学生的观察能力、动手能力及逻辑思维能力．

二、重点、难点

1．教学重点：菱形的两个判定方法．

2．教学难点：判定方法的证明方法及运用．

三、例题的意图分析

本节课安排了两个例题，其中例 1 是教材 P109 的例 3，例 2 是一道补充的题目，这两个题目都是菱形判定方法的直接的运用，主要目的是能让学生掌握菱形的判定方法，并会用这些判定方法进行有关的论证和计算．这些题目的推理都比较简单，学生掌握起来不会有什么困难，可以让学生自己去完成．程度好一些的班级，可以选讲例 3．

四、课堂引入

1．复习

（1）菱形的定义：一组邻边相等的平行四边形；

（2）菱形的性质 1　菱形的四条边都相等；

性质 2　菱形的对角线互相平分，并且每条对角线平分一组对角；

（3）运用菱形的定义进行菱形的判定，应具备几个条件？（判定：2 个条件）

2.【问题】要判定一个四边形是菱形，除根据定义判定外，还有其它的判定方法吗？

3.【探究】（教材 P109 的探究）用一长一短两根木条，在它们的中点处固定一个小钉，做成一个可转动的十字，四周围上一根橡皮筋，做成一个四边形．转动木条，这个四边形什么时候变成菱形？

通过演示，容易得到：

菱形判定方法 1　对角线互相垂直的平行四边形是菱形．

注意此方法包括两个条件：（1）是一个平行四边形；（2）两条对角线互相垂直．

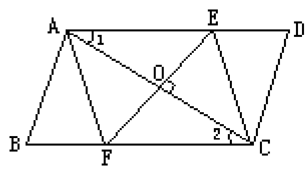
通过教材 P109 下面菱形的作图，可以得到从一般四边形直接判定菱形的方法：

菱形判定方法 2　四边都相等的四边形是菱形．

五、例习题分析

例 1（教材 P109 的例 3）略

例 2（补充）已知：如图▱ABCD 的对角线 AC 的垂直平分线与边 AD、BC 分别交于 E、F．



求证：四边形 AFCE 是菱形．

证明：∵　四边形 ABCD 是平行四边形，

∴　AE∥FC．

∴　∠1=∠2．

又　∠AOE=∠COF，AO=CO，

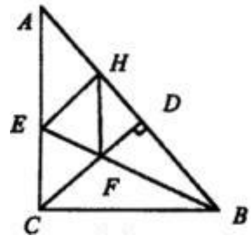
∴　△AOE≌△COF．

∴　EO=FO．

∴　四边形 AFCE 是平行四边形．

又　EF⊥AC，

∴　▱AFCE 是菱形(对角线互相垂直的平行四边形是菱形)．



※例 3（选讲）　已知：如图，△ABC 中，∠ACB=90°，BE 平分∠ABC，CD⊥AB 与 D，EH⊥AB 于 H，CD 交 BE 于 F．
求证：四边形 CEHF 为菱形．

略证：易证 CF∥EH，CE=EH，在 Rt△ BCE 中，∠CBE+∠CEB=90°，在 Rt△ BDF 中，∠DBF+∠DFB=90°，因为∠CBE=∠DBF，∠CFE=∠DFB，所以∠CEB=∠CFE，所以 CE=CF．所以，CF=CE=EH，CF∥EH，所以四边形 CEHF 为菱形．

六、随堂练习

1．填空：

（1）对角线互相平分的四边形是__________________________；

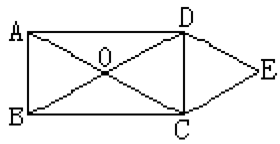
（2）对角线互相垂直平分的四边形是________；

（3）对角线相等且互相平分的四边形是________；

（4）两组对边分别平行，且对角线_______________的四边形是菱形．

2．画一个菱形，使它的两条对角线长分别为 6cm、8cm．

3．如图，O 是矩形 ABCD 的对角线的交点，DE∥AC，CE∥BD，DE 和 CE 相交于 E，求证：四边形 OCED 是菱形。



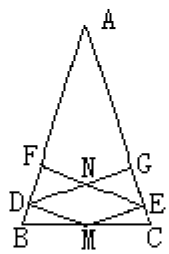
七、课后练习

1．下列条件中，能判定四边形是菱形的是　（　　）．

（A）两条对角线相等　　　　　　（B）两条对角线互相垂直

（C）两条对角线相等且互相垂直　（D）两条对角线互相垂直平分

2．已知：如图，M 是等腰三角形 ABC 底边 BC 上的中点，DM⊥AB，EF⊥AB，ME⊥AC，DG⊥AC．求证：四边形 MEND 是菱形．



3．做一做：

设计一个由菱形组成的花边图案．花边的长为 15 cm，宽为 4cm，由有一条对角线在同一条直线上的四个菱形组成，前一个菱形对角线的交点，是后一个菱形的一个顶点．画出花边图形．

19.2.3 正方形

一、教学目的

1．掌握正方形的概念、性质和判定，并会用它们进行有关的论证和计算．

2．理解正方形与平行四边形、矩形、菱形的联系和区别，通过正方形与平行四边形、矩形、菱形的联系的教学对学生进行辩证唯物主义教育，提高学生的逻辑思维能力．

二、重点、难点

1．教学重点：正方形的定义及正方形与平行四边形、矩形、菱形的联系．

2．教学难点：正方形与矩形、菱形的关系及正方形性质与判定的灵活运用．

三、例题的意图分析

本节课安排了三个例题，例 1 是教材 P111 的例 4，例 2 与例 3 都是补充的题目．其中例 1 与例 2 是正方形性质的应用，在讲解时，应注意引导学生能正确的运用其性质．例 3 是正方形判定的应用，它是先判定一个四边形是矩形，再证明一组邻边，从而可以判定这个四边形是正方形．随后可以再做一组判断题，进行练习巩固（参看随堂练习 1），为了活跃学生的思维，也可以将判断题改为下列问题让学生思考：

①对角线相等的菱形是正方形吗？为什么？

②对角线互相垂直的矩形是正方形吗？为什么？

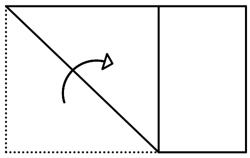
③对角线垂直且相等的四边形是正方形吗？为什么？如果不是，应该加上什么条件？

④能说“四条边都相等的四边形是正方形”吗？为什么？

⑤说“四个角相等的四边形是正方形”对吗？

四、课堂引入

1．做一做：用一张长方形的纸片（如图所示）折出一个正方形．



学生在动手做中对正方形产生感性认识，并感知正方形与矩形的关系．问题：什么样的四边形是正方形？

正方形定义：有一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形叫做**正方形**．

指出：正方形是在平行四边形这个大前提下定义的，其定义包括了两层意：

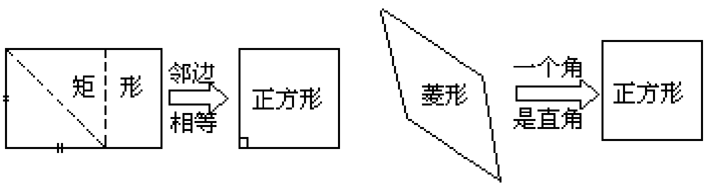
（1）有一组邻边相等的平行四边形　（菱形）→

（2）有一个角是直角的平行四边形　（矩形）→

正方形

2．【问题】正方形有什么性质？

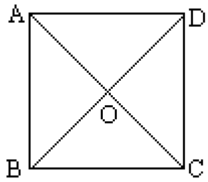
由正方形的定义可以得知，正方形既是有一组邻边相等的矩形，又是有一个角是直角的菱形．



所以，正方形具有矩形的性质，同时又具有菱形的性质．

五、例习题分析

例 1（教材 P111 的例 4）　求证：正方形的两条对角线把正方形分成四个全等的等腰直角三角形.



已知：四边形 ABCD 是正方形，对角线 AC、BD 相交于点 O（如图）.

求证：△ABO、△BCO、△CDO、△DAO 是全等的等腰直角三角形.

证明：∵　四边形 ABCD 是正方形，

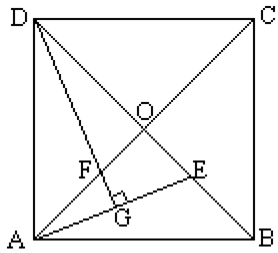
∴　AC=BD，　AC⊥BD，

AO=CO=BO=DO（正方形的两条对角线相等，并且互相垂直平分）.

∴　△ABO、△BCO、△CDO、△DAO 都是等腰直角三角形，

并且 △ABO ≌△BCO≌△CDO≌△DAO.

例 2　（补充）已知：如图，正方形 ABCD 中，对角线的交点为 O，E 是 OB 上的一点，DG⊥AE 于 G，DG 交 OA 于 F.



求证：OE=OF.

分析：要证明 OE=OF，只需证明△AEO≌△DFO，由于正方形的对角线垂直平分且相等，可以得到∠AOE=∠DOF=90°，AO=DO，再由同角或等角的余角相等可以得到∠EAO=∠FDO，根据 ASA 可以得到这两个三角形全等，故结论可得.

证明：∵　四边形 ABCD 是正方形，

∴　∠AOE=∠DOF=90°，AO=DO（正方形的对角线垂直平分且相等）.

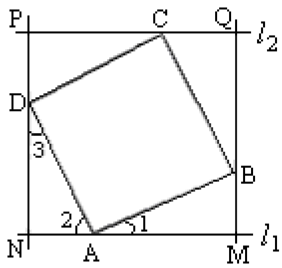
又　DG⊥AE，　∴　∠EAO+∠AEO=∠EDG+∠AEO=90°.

∴　∠EAO=∠FDO.

∴　△AEO ≌△DFO.

∴　OE=OF.

例 3　（补充）已知：如图，四边形 ABCD 是正方形，分别过点 A、C 两点作 l_1∥l_2，作 BM⊥l_1于 M，DN⊥l_1于 N，直线 MB、DN 分别交 l_2于 Q、P 点.



求证：四边形 PQMN 是正方形.

分析：由已知可以证出四边形 PQMN 是矩形，再证△ABM≌△DAN，证出 AM=DN，用同样的方法证 AN=DP．即可证出 MN=NP．从而得出结论.

证明：∵　PN⊥l_1，QM⊥l_1，

∴　PN∥QM，∠PNM=90°.

∵　PQ∥NM，

∴　四边形 PQMN 是矩形.

∵　四边形 ABCD 是正方形

∴　∠BAD=∠ADC=90°，AB=AD=DC（正方形的四条边都相等，四个角都是直角）.

∴　∠1+∠2=90°.

又　$\angle 3+\angle 2=90°$，　∴　$\angle 1=\angle 3$.

∴　△ABM≌△DAN.

∴　AM=DN.　同理　AN=DP.

∴　AM+AN=DN+DP

即　MN=PN.

∴　四边形 PQMN 是正方形（有一组邻边相等的矩形是正方形）.

六、随堂练习

1．正方形的四条边________，四个角__________，两条对角线__________.

2．下列说法是否正确，并说明理由.

①对角线相等的菱形是正方形；（　）

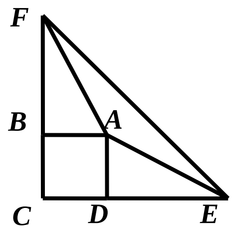
②对角线互相垂直的矩形是正方形；（　）

③对角线垂直且相等的四边形是正方形；（　）

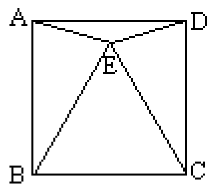
④四条边都相等的四边形是正方形；（　）

⑤四个角相等的四边形是正方形.（　）

3．已知：如图，四边形 ABCD 为正方形，E、F 分别为 CD、CB 延长线上的点，且 DE＝BF.
求证：∠AFE＝∠AEF.

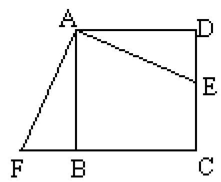


4．如图，E 为正方形 ABCD 内一点，且△EBC 是等边三角形，求∠EAD 与∠ECD 的度数.

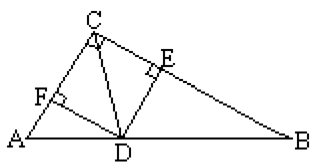


七、课后练习

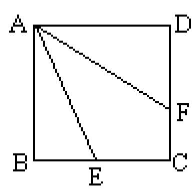
1．已知：如图，点 E 是正方形 ABCD 的边 CD 上一点，点 F 是 CB 的延长线上一点，且 DE=BF.
求证：EA⊥AF.



2．已知：如图，△ABC 中，∠C=90°，CD 平分∠ACB，DE⊥BC 于 E，DF⊥AC 于 F．求证：四边形 CFDE 是正方形.



3．已知：如图，正方形 ABCD 中，E 为 BC 上一点，AF 平分∠DAE 交 CD 于 F，求证：AE=BE+DF.



19．3　梯形（一）

一、教学目标：

1．探索并掌握梯形的有关概念和基本性质，探索、了解并掌握等腰梯形的性质．

2．能够运用梯形的有关概念和性质进行有关问题的论证和计算，进一步培养学生的分析问题能力和计算能力．

3．通过添加辅助线，把梯形的问题转化成平行四边形或三角形问题，使学生体会图形变换的方法和转化的思想．

二、重点、难点

1．重点：等腰梯形的性质及其应用．

2．难点：解决梯形问题的基本方法（将梯形转化为平行四边形和三角形及正确运用辅助线），及梯形有关知识的应用．

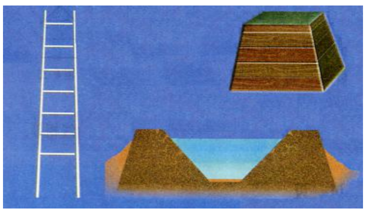
三、例题的意图分析

本节课安排了三个例题，例 1 是教材 P118 中的例 1．它是等腰梯形性质的直接运用．题目比较简单，在教学中，最好让学生分析、讲解、解答．同时也要注意引导学生，在证明△ EAD 是等腰三角形时，要用到梯形的定义“上下底互相平行（AD∥BC）”这一点．

例 2 与例 3 都是补充的题目，例 2 是一道计算题，例 3 是一道证明题，其用意一是为了巩固其概念，二是辅助线添加方法的练习，这两个题目的辅助线均是“平移一腰”，老师们在教学或练习中也可以再补充一些其它辅助线添加方法的题目，让学生多了解多见识．（但由于本教材在梯形这一部分知识中，并没有添加辅助线的要求，因此所选的题目不要太难．）通过题目的练习与讲解应让学生知道：解决梯形问题的基本思想和方法就是通过添加适当的辅助线，把梯形问题转化为已经熟悉的平行四边形和三角形问题来解决．在教学时应让学生注意它们的作用，掌握这些辅助线的使用对于学好梯形内容很有帮助．

四、课堂引入

1．创设问题情境——引出梯形概念．

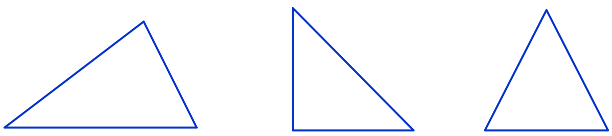


【观察】（教材 P117 中的观察）右图中，有你熟悉的图形吗？它们有什么共同的特点？

2．画一画：在下列所给图中的每个三角形中画一条线段，

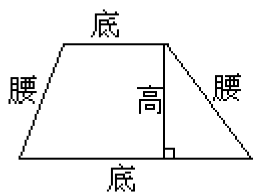
【思考】（1）怎样画才能得到一个梯形？

（2）在哪些三角形中，能够得到一个等腰梯形？



梯形 一组对边平行而另一组对边不平行的四边形叫做梯形．

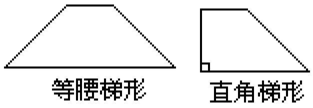
（强调：①梯形与平行四边形的区别和联系；②上、下底的概念是由底的长短来定义的，而并不是指位置来说的．）



（1）一些基本概念（如图）：底、腰、高.

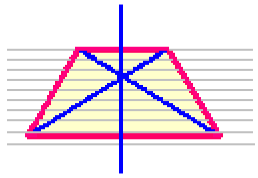
（2）**等腰梯形**：两腰相等的梯形叫做等腰梯形.

（3）**直角梯形**：有一个角是直角的梯形叫做直角梯形.



3. 做一做——探索等腰梯形的性质（引入用轴对称解决问题的思想）.

在一张方格纸上作一个等腰梯形，连接两条对角线.



【问题一】　图中有哪些相等的线段？有哪些相等的角？这个图形是轴对称图形吗？学生画图并通过观察猜想；

【问题二】　这个等腰梯形的两条对角线的长度有什么关系？

结论：①等腰梯形是轴对称图形，上下底的中点连线是对称轴.

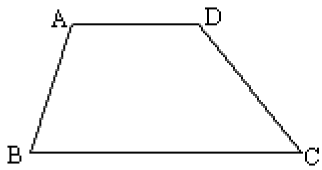
②等腰梯形同一底上的两个角相等.

③等腰梯形的两条对角线相等.

五、例习题分析

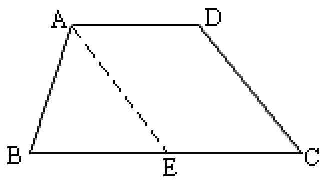
例 1（教材 P118 的例 1）略.

（延长两腰⟶梯形辅助线添加方法三）



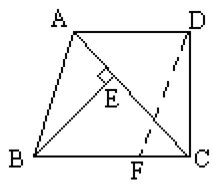
例 2（补充）如图，梯形 ABCD 中，AD∥BC，∠B=70°，∠C=40°，AD=6cm，BC=15cm.

求 CD 的长.



分析：设法把已知中所给的条件都移到一个三角形中，便可以解决问题.其方法是：平移一腰，过点 A 作 AE∥DC 交 BC 于 E，因此四边形 AECD 是平行四边形，由已知又可以得到△ABE 是等腰三角形（EA=EB），因此 CD=EA=EB=BC—EC=BC—AD=9cm.

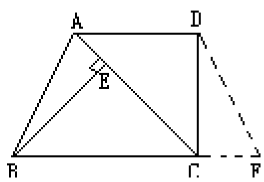
解（略）.



例 3（补充）已知：如图，在梯形 ABCD 中，AD∥BC，∠D＝90°，∠CAB＝∠ABC，　BE⊥AC 于 E．求证：BE＝CD.

分析：要证 BE=CD，需添加适当的辅助线，构造全等三角形，其方法是：平移一腰，过点 D 作 DF∥AB 交 BC 于 F，因此四边形 ABFD 是平行四边形，则 DF=AB，由已知可导出∠DFC=∠BAE，因此 Rt△ ABE≌Rt△ FDC（AAS），故可得出 BE=CD.

证明（略）



另证：如图，根据题意可构造等腰梯形 ABFD，证明△ABE≌△FDC 即可.

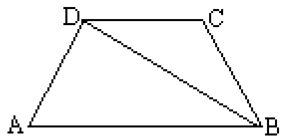
六、随堂练习

1．填空

（1）在梯形 ABCD 中，已知 AD∥BC，∠B=50°，∠C=80°，AD=a，BC=b，,则 DC=______.

（2）直角梯形的高为 6cm，有一个角是 30°，则这个梯形的两腰分别是____和______.

（3）等腰梯形 ABCD 中，AB∥DC，A C 平分∠DAB，∠DAB=60°，若梯形周长为 8cm，则 AD=_______.



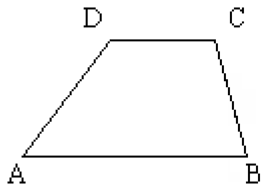
2. 已知：如图，在等腰梯形 ABCD 中，AB∥CD，AB＞CD，AD=BC，BD 平分∠ABC，∠A=60°，梯形周长是 20cm，求梯形的各边的长．　（AD=DC=BC=4，AB=8）

3．求证：等腰梯形两腰上的高相等．

七、课后练习

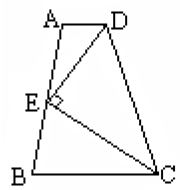
1. 填空：已知直角梯形的两腰之比是 1∶2，那么该梯形的最大角为_____，最小角为_______.

2．已知等腰梯形的锐角等于 60°它的两底分别为 15cm 和 49cm，求它的腰长和面积.



3．已知：如图，梯形 ABCD 中，CD//AB，$\angle A=40^{\circ}$，$\angle B=70^{\circ}$.

求证：AD=AB—DC.



4．已知，如图，梯形 ABCD 中，AD∥BC，E 是 AB 的中点，DE⊥CE，求证：AD+BC=DC．（延长 DE 交 CB 延长线于点 F，由全等可得结论）

19．3　梯形（二）

一、教学目标：

1．通过探究教学，使学生掌握“同一底上两底角相等的梯形是等腰梯形”这个判定方法，及其此判定方法的证明．

2．能够运用等腰梯形的性质和判定方法进行有关的论证和计算，体会转化的思想，数学建模的思想，会用分析法寻求证明题思路，从而进一步培养学生的分析能力和计算能力．

3．通过添加辅助线，把梯形的问题转化成平行四边形或三角形问题，使学生体会图形变换的方法和转化的思想．

二、重点、难点

1．重点：掌握等腰梯形的判定方法并能运用．

2．难点：等腰梯形判定方法的运用．

三、例题的意图分析

本节课安排的例题与练习较多，可供老师们**选用**．

例 1 是教材 P119 的例 2，这是一道计算题，讲解时要让学生注意，已知中并没有给出等腰梯形的条件，它需要先判定梯形 ABCD 为等腰梯形，然后再用其性质得出结论．

例 2、例 3、例 4 都是补充的题目．其中例 2 是一道文字题，这道题在进行证明时，可采用“平移对角线”或“作高”两种不同的方法，通过讲解例 2，可以再次给学生介绍解决梯形问题时辅助线的添加方法．

例 3 是一道证明等腰梯形的题，它需要先证明其四边形是梯形，即先证出 EG∥AB，此时还要由 AE，BG 延长交于 O，说明 EG≠AB，才能得出四边形 ABGE 是梯形．然后再利用同底上的两角相等得出这个梯形是等腰梯形．选讲此题的目的是为了让学生了解和掌握证明一个四边形是等腰梯形的步骤与方法．

例 4 是一道作图题，新教材 P119 的练习 4 就是一道画梯形图的题，此例 4 与练习 4 相同．通过此题的讲解与练习，就是要加强学生对梯形概念的理解，并了解梯形作图的一般方法．让学生知道梯形的画图题，也常常是通过分析，找出需要添加的辅助线，先画出三角形或四边形，再根据它们之间的联系画出所要求的梯形．

四、课堂引入

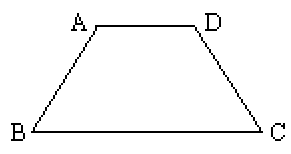
1．复习提问：（1）什么样的四边形叫梯形，什么样的梯形是直角梯形、等腰梯形？

（2）等腰梯形有哪些性质？它的性质定理是怎样证明的？

（3）在研究解决梯形问题时的基本思想和方法是什么？常用的辅助线有哪几种？

我们已经掌握了等腰梯形的性质，那么又如何来判定一个梯形是否是等腰梯形呢？今天我们就共同来研究这个问题．

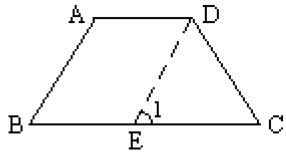
2.【提出问题】：前面所学的特殊四边形的判定基本上是性质的逆命题．等腰梯形同一底上两个角相等的逆命题是什么？



命题：同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形

问：这个命题是否成立？能否加以证明，引导学生写出已知、求证．

启发：能否转化为特殊四边形或三角形，鼓励学生大胆猜想，和求证．



已知：如图，在梯形 ABCD 中，AD∥BC，∠B=∠C.

求证：AB=CD.

分析：我们学过“如果一个三角形中有两个角相等，那么它们所对的边相等.”因此，我们只要能将等腰梯形同一底上的两个角转化为等腰三角形的两个底角，命题就容易证明了.

证明方法 1：过点 D 作 DE∥AB 交 BC 于点 F，得到△DEC.

∵AB∥DE，　∴∠B=∠1，

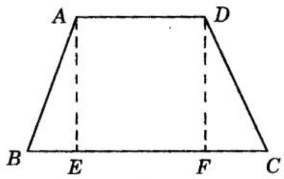
∵∠B=∠C，　∴∠1=∠C.　　∴DE＝DC.

又∵AD∥BC，　　∴DE＝AB=DC.

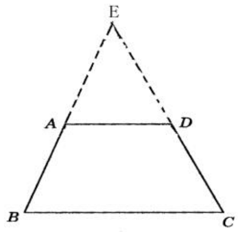
证明时，可以仿照性质证明时的分析，来启发学生添加辅助线 DE.

证明方法二：用常见的梯形辅助线方法：过点 A 作 AE⊥BC，　过 D 作 DF⊥BC，垂足分别为 E、F（见图一）.

证明方法三：　延长 BA、CD 相交于点 E（见图二）.



图一



图二

通过证明：验证了命题的正确性，从而得到：等腰梯形判定方法

等腰梯形判定方法　在同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形.

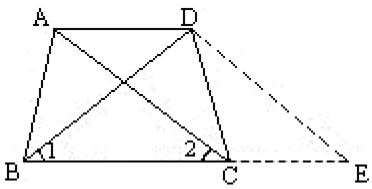
几何表达式：梯形 ABCD 中，若∠B=∠C，则 AB=DC.

【注意】等腰梯形的判定方法：①先判定它是梯形，②再用“两腰相等”“或同一底上的两个角相等”来判定它是等腰梯形.

五、例、习题分析

例 1（教材 P119 的例 2）

例 2（补充）　证明：对角线相等的梯形是等腰梯形.



已知：如图，梯形 ABCD 中，对角线 AC=BD.

求证：梯形 ABCD 是等腰梯形.

分析：证明本题的关键是如何利用对角线相等的条件来构造等腰三角形．在 ΔABC 和 ΔDCB 中，已有两边对应相等，要能证∠1=∠2，就可通过证 ΔABC ≌ΔDCB 得到 AB=DC.

证明：过点 D 作 DE∥AC，交 BC 的延长线于点 E，

又 AD∥BC，∴　四边形 ACED 为平行四边形，　∴ DE=AC　.

∵　AC=BD　，　∴ DE=BD　∴　∠1=∠E

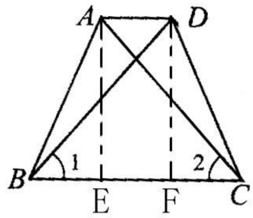
∵　∠2=∠E　，　∴　∠1=∠2

又 AC=DB，BC=CE，　　∴ ΔABC≌ΔDCB.　　∴ AB=CD.

∴ 梯形 ABCD 是等腰梯形.

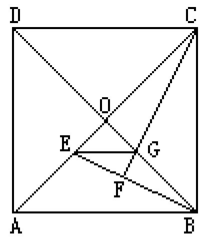
说明：如果 AC、BD 交于点 O，那么由∠1=∠2 可得 OB=OC，OA=OD ，即等腰梯形对角线相交，可以得到以交点为顶点的两个等腰三角形，这个结论虽不能直接引用，但可以为以后解题提供思路.

问：能否有其他证法，引导学生作出常见辅助线，如图，作 AE⊥BC，DF⊥BC，可证 RtΔABC≌RtΔCAE，得∠1=∠2.



例 3（补充） 已知：如图，点 E 在正方形 ABCD 的对角线 AC 上，CF⊥BE 交 BD 于 G，F 是垂足．求证：四边形 ABGE 是等腰梯形．

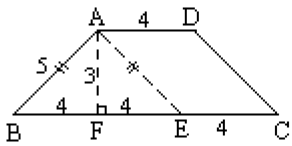
分析：先证明 OE＝OG，从而说明∠OEG＝45°，得出 EG∥AB，由 AE，BG 延长交于 O，显然 EG≠AB．得出四边形 ABGE 是梯形，再利用同底上的两角相等得出它为等腰梯形．



例 4 （补充）画一等腰梯形，使它上、下底长分别 4cm、12cm，高为 3cm，并计算这个等腰梯形的周长和面积．

分析：梯形的画图题常常通过分析，找出需添加的辅助线，归结为三角形或平行四边形的作图，然后，再根据它们之间的联系，画出所要求的梯形．

如图，先算出 AB 长，可画等腰三角形 ABE，然后完成 ▱AECD 的画图．



画法：①画 ΔABE，使 BE=12—4=8cm．

$AB = AE = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5cm$.

②延长 BE 到 C 使 EC=4cm.

③分别过 A、C 作 AD∥BC ，CD∥AE，AD、CD 交于点 D.

四边形 ABCD 就是所求的等腰梯形．

解：梯形 ABCD 周长＝4＋12＋5×2＝26cm ．

$$S_{梯形ABCD} = \frac{1}{2} \times (4 + 12) \times 3 = 24cm^2.$$

答：梯形周长为 26cm，面积为 24cm^2．

六、随堂练习

1．下列说法中正确的是（　　）．

（A）等腰梯形两底角相等

（B）等腰梯形的一组对边相等且平行

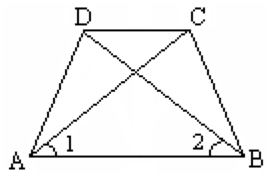
（C）等腰梯形同一底上的两个角都等于 90 度

（D）等腰梯形的四个内角中不可能有直角

2．已知等腰梯形的周长 25cm,上、下底分别为 7cm、8cm，则腰长为________cm．

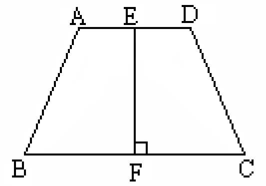
3．已知等腰梯形中的腰和上底相等，且一条对角线和一腰垂直，求这个梯形的各个角的度数．

4．已知，如图，在四边形 ABCD 中，AB＞DC，∠1=∠2，AC=BD，求证：四边形 ABCD 是等腰梯形．



（略证 $\Delta ADC \cong \Delta BDC \Rightarrow \angle ADC = \angle BCD$，AD=BC，$\Delta ADB \cong \Delta ACB \Rightarrow \angle DAB = \angle CBA$，∴ AB∥DC）

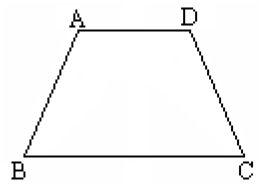
5．已知，如图，E、F 分别是梯形 ABCD 的两底 AD、BC 的中点，且 EF⊥BC，求证：梯形 ABCD 是等腰梯形．



七、课后练习

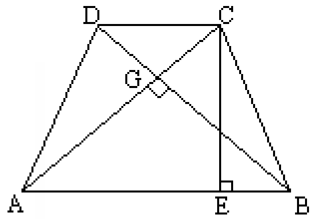
1．等腰梯形一底角 60°，上、下底分别为 8，18，则它的腰长为______，高为______，面积是_________．

2．梯形两条对角线分别为 15，20，高为 12，则此梯形面积为_________．



3．已知：如图，在四边形 ABCD 中，∠B=∠C，AB 与 CD 不平行，且 AB=CD．求证：四边形 ABCD 是等腰梯形．

4．如图 4.9-9，梯形 ABCD 中，AB∥CD，AD=BC，CE⊥AB 于 E，若 AC⊥BD 于 G．求证：CE=$\frac{1}{2}$（AB+CD）．



第二十章数据的分析

20.1 数据的代表

20.1.1 平均数（第一课时）

一、教学目标：

1、使学生理解数据的权和加权平均数的概念

2、使学生掌握加权平均数的计算方法

3、通过本节课的学习，还应使学生理解平均数在数据统计中的意义和作用：描述一组数据集中趋势的特征数字，是反映一组数据平均水平的特征数。

二、重点、难点和难点突破的方法：

1、重点：会求加权平均数

2、难点：对“权”的理解

三、例习题意图分析

1、教材 P136 的问题及讨论栏目在教学中起到的作用。

（1）、这个问题的设计和讨论栏目在此处安排最直接和最重要的目的是想引出权的概念和加权平均数的计算公式。

（2）、这个讨论栏目中的错误解法是初学者常见的思维方式，也是已学者易犯的错误。在这里安排讨论很得当，起揭示思维误区，警示学生、加深认识的作用。

（3）、客观上，教材 P136 的问题是一个实际问题，它照应了本节的前言——将在实际问题情境中，进一步探讨它们的统计意义，体会它们在解决实际问题中的作用，揭示了统计知识在解决实际问题中的重要作用。

（4）、P137 的云朵其实是复习平均数定义，小方块则强调了权意义。

2、教材 P137 例 1 的作用如下：

（1）、解决例 1 要用到加权平均数公式，所以说它最直接、最重要的目的是及时复习巩固公式，并且举例说明了公式用法和解题书写格式，给学生以示范和模仿。

（2）、这里的权没有直接给出数量，而是以比的形式出现，为加深学生对权的意义的理解。

（3）、两个问题中的权数各不相同，直接导致结果有所不同，这既体现了权数在求加权平均数的作用，又反映了应用统计知识解决实际问题时要灵活、体现知识要活学活用。

3、教材 P138 例 2 的作用如下：

（1）、这个例题再次将加权平均数的计算公式得以及时巩固，让学生熟悉公式的使用和书写步骤。

（2）、例 2 与例 1 的区别主要在于权的形式又有变化，以百分数的形式出现，升华了学生对权的意义的理解。

（3）、它也充分体现了统计知识在实际生活中的广泛应用。

四、课堂引入：

1、若不选择教材中的引入问题，也可以替换成更贴近学生学习生活中的实例，下举一例可供借鉴参考。

某校初二年级共有 4 个班，在一次数学考试中参考人数和成绩如下：

班级	1 班	2 班	3 班	4 班
参考人数	40	42	45	32
平均成绩	80	81	82	79

求该校初二年级在这次数学考试中的平均成绩？下述计算方法是否合理？为什么？

$\overline{x}=\frac{1}{4}$（79+80+81+82）=80.5

五、例习题分析：

例 1 和例 2 均为计算数据加权平均数型问题，因为是初学尤其之前与平均数计算公式已经作过比较，所以这里应该让学生搞明白问题中是否有权数，即是选择普通的平均数计算还是加权平均数计算，其次若用加权平均数计算，权数又分别是多少？例 2 的题意理解很重要，一定要让学生体会好这里的几个百分数在总成绩中的作用，它们的作用与权的意义相符，实际上这几个百分数分别表示几项成绩的权。

六、随堂练习：

1、老师在计算学期总平均分的时候按如下标准:作业占 100%、测验占 30%、期中占 35%、期末考试占 35%，小关和小兵的成绩如下表：

学生	作业	测验	期中考试	期末考试
小关	80	75	71	88
小兵	76	80	68	90

2、为了鉴定某种灯泡的质量，对其中 100 只灯泡的使用寿命进行测量，结果如下表：（单位：小时）

寿命	450	550	600	650	700
只数	20	10	30	15	25

求这些灯泡的平均使用寿命？

答案：1. $\overline{x}_{\text{小关}}$ =79.05　　$\overline{x}_{\text{小兵}}$ =80　2. $\overline{x}$ =597.5 小时

七、课后练习：

1、在一个样本中，2 出现了 x_1 次，3 出现了 x_2 次，4 出现了 x_3 次，5 出现了 x_4 次，则这个样本的平均数为_______.

2、某人打靶，有 a 次打中 x 环，b 次打中 y 环，则这个人平均每次中靶_____环。

3、一家公司打算招聘一名部门经理，现对甲、乙两名应聘者从笔试、面试、实习成绩三个方面表现进行评分，笔试占总成绩 20%、面试占 30%、实习成绩占 50%，各项成绩如表所示：

应聘者	笔试	面试	实习
甲	85	83	90
乙	80	85	92

试判断谁会被公司录取，为什么？

4、在一次英语口试中，已知 50 分 1 人、60 分 2 人、70 分 5 人、90 分 5 人、100 分 1 人，其余为 84 分。已知该班平均成绩为 80 分，问该班有多少人？

答案：1. $\frac{2x_1+3x_2+4x_3+5x_4}{x_1+x_2+x_3+x_4}$　　2. $\frac{ax+by}{a+b}$　　3. $\overline{x_{\text{甲}}}$ =86.9　$\overline{x_2}$ =96.5

乙被录取　　4.　39 人

20.1 数据的代表

20.1.1 平均数（第二课时）

一、教学目标：

1、加深对加权平均数的理解

2、会根据频数分布表求加权平均数，从而解决一些实际问题

3、会用计算器求加权平均数的值

二、重点、难点和难点的突破方法：

1、重点：根据频数分布表求加权平均数

2、难点：根据频数分布表求加权平均数

三、例习题的意图分析

1、教材 P140 探究栏目的意图。

（1）、主要是想引出根据频数分布表求加权平均数近似值的计算方法。

（2）、加深了对“权”意义的理解:当利用组中值近似取代替一组数据中的平均值时，频数恰好反映这组数据的轻重程度，即权。

这个探究栏目也可以帮助学生去回忆、复习七年级下的关于频数分布表的一些内容，比如组、组中值及频数在表中的具体意义。

2、教材 P140 的思考的意图。

（1）、使学生通过思考这两个问题过程中体会利用统计知识可以解决生活中的许多实际问题

（2）、帮助学生理解表中所表达出来的信息，培养学生分析数据的能力。

3、P141 利用计算器计算平均值

这部分篇幅较小，与传统教材那种详细介绍计算器使用方法产生明显对比。一则由于学校中学生使用计算器不同，其操作过程有差别亦不同，再者，各种计算器的使用说明书都有详尽介绍，同时也说明在今后中考趋势仍是不允许使用计算器。所以本节课的重点内容不是利用计算器求加权平均数，但是掌握其使用方法确实可以运算变得简单。统计中一些数据较大、较多的计算也变得容易些了。

四、 课堂引入

采用教材原有的引入问题，设计的几个问题如下：

（1）、请同学读 P140 探究问题，依据统计表可以读出哪些信息

（2）、这里的组中值指什么，它是怎样确定的？

（3）、第二组数据的频数 5 指什么呢？

（4）、如果每组数据在本组中分布较为均匀，比组数据的平均值和组中值有什么关系。

五、随堂练习

1、某校为了了解学生作课外作业所用时间的情况，对学生作课外作业所用时间进行调查，下表是该校初二某班 50 名学生某一天做数学课外作业所用时间的情况统计表

（1）、第二组数据的组中值是多少？

（2）、求该班学生平均每天做数学作业所用时间

2、某班 40 名学生身高情况如下图，

请计算该班学生平均身高

所用时间 t(分钟)	人数
0＜t≤10	4
0＜≤	6
20＜t≤20	14
30＜t≤40	13
40＜t≤50	9
50＜t≤60	4

答案 1.（1）.15. （2）28.　2.　165

七、课后练习：

1、某公司有 15 名员工，他们所在的部门及相应每人所创的年利润如下表

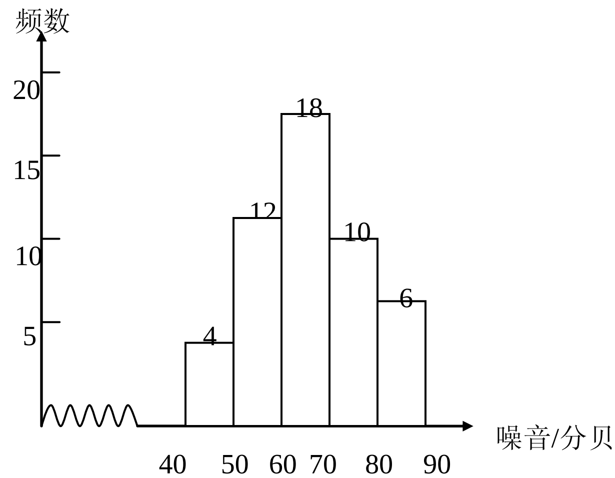
该公司每人所创年利润的平均数是多少万元?

2、下表是截至到 2002 年费尔兹奖得主获奖时的年龄，根据表格中的信息计算获费尔兹奖得主获奖时的平均年龄?

部门	A	B	C	D	E	F	G
人数	1	1	2	4	2	2	5
每人创得利润	20	5	2.5	2	1.5	1.5	1.2

3、为调查居民生活环境质量，环保局对所辖的 50 个居民区进行了噪音（单位：分贝）水平的调查，结果如下图，求每个小区噪音的平均分贝数。

年龄	频数
28≤X＜30	4
30≤X＜32	3
32≤X＜34	8
34≤X＜36	7
36≤X＜38	9
38≤X＜40	11
40≤X＜42	2



答案：1.约 2.95 万元　2.约 29 岁　3.60.54 分贝

20.1 数据的代表

20.1.2 中位数和众数（第一课时）

一、教学目标

1、认识中位数和众数，并会求出一组数据中的众数和中位数。

2、理解中位数和众数的意义和作用。它们也是数据代表，可以反映一定的数据信息，帮助人们在实际问题中分析并做出决策。

3、会利用中位数、众数分析数据信息做出决策。

二、重点、难点和难点的突破方法：

1、重点：认识中位数、众数这两种数据代表

2、难点：利用中位数、众数分析数据信息做出决策。

三、例习题的意图分析

1、教材 P143 的例 4 的意图

（1）、这个问题的研究对象是一个样本，主要是反映了统计学中常用到一种解决问题的方法：对于数据较多的研究对象，我们可以考察总体中的一个样本，然后由样本的研究结论去估计总体的情况。

（2）、这个例题另一个意图是交待了当数据个数为偶数时，中位数的求法和解题步骤。（因为在前面有介绍中位数求法，这里不再重述）

（3）、问题 2 显然反映学习中位数的意义：它可以估计一个数据占总体的相对位置，说明中位数是统计学中的一个重要的数据代表。

（4）、这个例题再一次体现了统计学知识与实际生活是紧密联系的，所以应鼓励学生学好这部分知识。

2、教材 P145 例 5 的意图

（1）、通过例 5 应使学生明白通常对待销售问题我们要研究的是众数，它代表该型号的产品销售最好，以便给商家合理的建议。

（2）、例 5 也交待了众数的求法和解题步骤（由于求法在前面已介绍，这里不再重述）

（3）、例 5 也反映了众数是数据代表的一种。

四、课堂引入

严格的讲教材本节课没有引入的问题，而是在复习和延伸中位数的定义过程中拉开序幕的，本人很同意这种处理方式，教师可以一句话引入新课：前面已经和同学们研究过了平均数的这个数据代表。它在分析数据过程中担当了重要的角色，今天我们来共同研究和认识数据代表中的新成员——中位数和众数，看看它们在分析数据过程中又起到怎样的作用。

五、例习题的分析

教材 P144 例 4，从所给的数据可以看到并没有按照从小到大（或从大到小）的顺序排列。因此，首先应将数据重新排列，通过观察会发现共有 12 个数据，偶数个可以取中间的两个数据 146、148，求其平均值，便可得这组数据的中位数。

教材 P145 例 5，由表中第二行可以查到 23.5 号鞋的频数最大，因此这组数据的众数可以得到，所提的建议应围绕利于商家获得较大利润提出。

六、随堂练习

1 某公司销售部有营销人员 15 人，销售部为了制定某种商品的销售金额，统计了这 15 个人的销售量如下（单位：件）

1800、510、250、250、210、250、210、210、150、210、150、120、120、210、150

求这 15 个销售员该月销量的中位数和众数。

假设销售部负责人把每位营销员的月销售定额定为 320 件，你认为合理吗？如果不合理，请你制定一个合理的销售定额并说明理由。

2、某商店 3、4 月份出售某一品牌各种规格的空调，销售台数如表所示：

规格 台数 月份	1 匹	1.2 匹	1.5 匹	2 匹
3 月	12 台	20 台	8 台	4 台
4 月	16 台	30 台	14 台	8 台

根据表格回答问题：

商店出售的各种规格空调中，众数是多少？

假如你是经理，现要进货，6 月份在有限的资金下进货单位将如何决定？

答案：1. （1）210 件、210 件　　（2）不合理。因为 15 人中有 13 人的销售额达不到 320 件（320 虽是原始数据的平均数，却不能反映营销人员的一般水平），销售额定为 210 件合适，因为它既是中位数又是众数，是大部分人能达到的额定。

2.　（1）1.2 匹　　（2）通过观察可知 1.2 匹的销售最大，所以要多进 1.2 匹，由于资金有限就要少进 2 匹空调。

七、课后练习

1. 数据 8、9、9、8、10、8、99、8、10、7、9、9、8 的中位数是__，众数是_
2. 一组数据 23、27、20、18、X、12，它的中位数是 21，则 X 的值是________.
3. 数据 92、96、98、100、X 的众数是 96，则其中位数和平均数分别是（　　　　）

   A.97、96　　B.96、96.4　　　C.96、97　　　D.98、97
4. 如果在一组数据中，23、25、28、22 出现的次数依次为 2、5、3、4 次，并且没有其他的数据，则这组数据的众数和中位数分别是（　　　　）

   A.24、25　　　B.23、24　　　　C.25、25　　　D.23、25
5. 随机抽取我市一年（按 365 天计）中的 30 天平均气温状况如下表：

温度(℃)	-8	-1	7	15	21	24	30
天数	3	5	5	7	6	2	2

请你根据上述数据回答问题：

（1）.该组数据的中位数是什么？

（2）.若当气温在 18℃~25℃为市民“满意温度”，则我市一年中达到市民“满意温度”的大约有多少天？

答案：1.　9；2.　22；　3.B；4.C；　 5.（1）15.　 （2）约 97 天

20.1.2 中位数和众数（第二课时）

一、教学目标：

1、进一步认识平均数、众数、中位数都是数据的代表。

2、通过本节课的学习还应了解平均数、中位数、众数在描述数据时的差异。

3、能灵活应用这三个数据代表解决实际问题。

二、重点、难点和突破难点的方法

1、重点：了解平均数、中位数、众数之间的差异。

2、难点：灵活运用这三个数据代表解决问题。

较多的一种量。另外要注意：

平均数计算要用到所有的数据，它能够充分利用所有的数据信息，但它受极端值的影响较大.

众数是当一组数据中某一数据重复出现较多时，人们往往关心的一个量，众数不受极端值的影响，这是它的一个优势，中位数的计算很少也不受极端值的影响.

平均数的大小与一组数据中的每个数据均有关系，任何一个数据的变动都会相应引起平均数的变动.

中位数仅与数据的排列位置有关，某些数据的移动对中位数没有影响，中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中，当一组数据中的个别数据变动较大时，可用中位数描述其趋势.

三、例习题的意图分析：

教材 P146 例 6 的意图

（1）、这是在学习过数据的收集、整理、描述与分析之后涉及到这四个环节的一个例题，从分析和解答过程来看它交待了该如何完整的进行这几个过程，为该怎样综合运用已学的统计知识解决实际问题作了一个标准范例。教师在授课过程中也应注意，对已学知识的巩固复习。

（2）、从分析和解答过程来看，此例题的一个主要意图是区分平均数、众数和中位数这三个数据代表的异同。

（3）、由例题中（2）问和（3）问的不同，导致结果的不同，其目的是告诉学生应该根据题目具体要求来灵活运用三个数据代表解决问题。

（4）、本例题也客观的反映了数学知识对生活实践的指导有重要的意义，也体现了统计知识与生活实践是紧密联系的。

四、课堂引入：

本节课的课堂引入可以通过复习平均数、中位数和众数定义开始，为完成重点、突破难点作好铺垫，没有必要牵强的加入一个生活实例作为引入问题。

五、例习题的分析：

例题 6 中第一问是在巩固平均数定义、中位数定义和众数的定义。可以引导学生从问题中词语特点分析它们分别指哪个数据代表，教师也可以顺便加一个发散性问题，一般地哪些词语是指平均数、中位数和众数呢？

例题 6 中的第二问学生一般不易想到，教师要将“较高目标”衡量标准引向三个数据代表身上，这样学生就不难回答了。

第三问要抓住一半左右应与哪个数据代表的意义相符这个问题。即要很好的回答第三问，学生头脑必须很清楚平均数、中位数、众数的特点。

六、随堂练习：

1、在一次环保知识竞赛中，某班 50 名学生成绩如下表所示：

得分	50	60	70	80	90	100	110	120
人数	2	3	6	14	15	5	4	1

分别求出这些学生成绩的众数、中位数和平均数.

2、公园里有甲、乙两群游客正在做团体游戏，两群游客的年龄如下：（单位：岁）

甲群：13、13、14、15、15、15、16、17、17。

乙群：3、4、4、5、5、6、6、54、57。

（1）、甲群游客的平均年龄是_____岁，中位数是____岁，众数是_____岁，其中能较好反映甲群游客年龄特征的是_______。

（2）、乙群游客的平均年龄是________岁，中位数是_______岁，众数是______岁。其中能较好反映乙群游客年龄特征的是_______。

答案：1.　众数 90　中位数 85　　平均数 84.6

2.（1）15、15、15、众数（2）.15、5.5、6、中位数

七、课后练习：

1、某公司的 33 名职工的月工资（以元为单位）如下：

职员	董事长	副董事长	董事	总经理	经理	管理员	职员
人数	1	1	2	1	5	3	20
工资	5500	5000	3500	3000	2500	2000	1500

（1）、求该公司职员月工资的平均数、中位数、众数？

（2）、假设副董事长的工资从 5000 元提升到 20000 元，董事长的工资从 5500 元提升到 30000 元，那么新的平均数、中位数、众数又是什么？（精确到元）

（3）、你认为应该使用平均数和中位数中哪一个来描述该公司职工的工资水平？

2、某公司有 15 名员工，它们所在的部门及相应每人所创的年利润如下表示：

部门	A	B	C	D	E	F	G
人数	1	1	2	4	2	2	3
每人所创的年利润	20	5	2.5	2.1	1.5	1.5	1.2

根据表中的信息填空：

（1）　该公司每人所创年利润的平均数是_______万元。

（2）　该公司每人所创年利润的中位数是________万元。

（3）　你认为应该使用平均数和中位数中哪一个来描述该公司每人所创年利润的一般水平？答________

答案：1.（1）.2090 、500、1500

（2）.3288、1500、1500

（3）中位数或众数均能反映该公司员工的工资水平，因为公司中少数人的工资额与大多数人的工资额差别较大，这样导致平均数与中位数偏差较大，所以平均数不能反映这个公司员工的工资水平。

2.（1）3.2 万元　　（2）2.1 万元　　（3）中位数

20.2

20.3 数据的波动

20.2.1 极差

一、教学目标:

1、理解极差的定义，知道极差是用来反映数据波动范围的一个量

2、会求一组数据的极差

二、重点、难点和难点的突破方法

1、重点：会求一组数据的极差

2、难点：本节课内容较容易接受，不存在难点。

三、例习题的意图分析

教材 P151 引例的意图

（1）、主要目的是用来引入极差概念的

（2）、可以说明极差在统计学家族的角色——反映数据波动范围的量

（3）、交待了求一组数据极差的方法。

四、课堂引入:

引入问题可以仍然采用教材上的“乌鲁木齐和广州的气温情”为了更加形象直观一些的反映极差的意义，可以画出温度折线图，这样极差之所以用来反映数据波动范围就不言而喻了。

五、例习题分析

本节课在教材中没有相应的例题，教材 P152 习题分析

问题 1 可由极差计算公式直接得出，由于差值较大，结合本题背景可以说明该村贫富差距较大。问题 2 涉及前一个学期统计知识首先应回忆复习已学知识。问题 3 答案并不唯一，合理即可。

六、随堂练习:

1、一组数据：473、865、368、774、539、474 的极差是_____，一组数据 1736、1350、-2114、-1736 的极差是______.

2、一组数据 3、-1、0、2、X 的极差是 5，且 X 为自然数，则 X=_____.

3、下列几个常见统计量中能够反映一组数据波动范围的是（　　　　）

A.平均数　　　B.中位数　　　C.众数　　　D.极差

4、一组数据 X_1、$X_2 \cdots X_n$ 的极差是 8，则另一组数据 $2X_1+1$、$2X_2+1\cdots$，$2X_n+1$ 的极差是（　　　）

A. 8　　　B.16　　　C.9　　　D.17

答案：1.　497、3850　　　2. 4　　　3. D　　　4.B

七、课后练习:

1、已知样本 9.9、10.3、10.3、9.9、10.1，则样本极差是（　　　）

A. 0.4　　B.16　　C.0.2　　D.无法确定

在一次数学考试中，第一小组 14 名学生的成绩与全组平均分的差是 2、3、-5、10、12、8、2、-1、4、-10、-2、5、5、-5，那么这个小组的平均成绩是（　　　）

A. 87　　B. 83　　C. 85　　D 无法确定

3、已知一组数据 2.1、1.9、1.8、X、2.2 的平均数为 2，则极差是_______。

4、若 10 个数的平均数是 3，极差是 4，则将这 10 个数都扩大 10 倍，则这组数据的平均数

是______，极差是_______。

5、某活动小组为使全小组成员的成绩都要达到优秀，打算实施“以优帮困”计划，为此统计了上次测试各成员的成绩（单位：分）

90、95、87、92、63、54、82、76、55、100、45、80

计算这组数据的极差，这个极差说明什么问题？

将数据适当分组，做出频率分布表和频数分布直方图。

答案：1.A ；　2.D ；　3. 0.4 ；　　4.30、40.　　　5（1）极差 55 分，从极差可以看出这个小组成员成绩优劣差距较大。（2）略

20.2.2 方差（第一课时）

一. 教学目标：

1. 了解方差的定义和计算公式。
2. 理解方差概念的产生和形成的过程。
3. 会用方差计算公式来比较两组数据的波动大小。

二. 重点、难点和难点的突破方法：

1. 重点：方差产生的必要性和应用方差公式解决实际问题。
2. 难点：理解方差公式

三. 例习题的意图分析：

1. 教材 P125 的讨论问题的意图：

（1）.创设问题情境，引起学生的学习兴趣和好奇心。

（2）.为引入方差概念和方差计算公式作铺垫。

（3）.介绍了一种比较直观的衡量数据波动大小的方法——画折线法。

（4）.客观上反映了在解决某些实际问题时，求平均数或求极差等方法的局限性，使学生体会到学习方差的意义和目的。

2. 教材 P154 例 1 的设计意图：

（1）.例 1 放在方差计算公式和利用方差衡量数据波动大小的规律之后，不言而喻其主要目的是及时复习，巩固对方差公式的掌握。

（2）.例 1 的解题步骤也为学生做了一个示范，学生以后可以模仿例 1 的格式解决其他类似的实际问题。

四.课堂引入：

除采用教材中的引例外，可以选择一些更时代气息、更有现实意义的引例。例如，通过学生观看 2004 年奥运会刘翔勇夺 110 米栏冠军的录像，进而引导教练员根据平时比赛成绩选择参赛队员这样的实际问题上，这样引入自然而又真实，学生也更感兴趣一些。

五. 例题的分析：

教材 P154 例 1 在分析过程中应抓住以下几点：

1. 题目中“整齐”的含义是什么？说明在这个问题中要研究一组数据的什么？学生通过思考可以回答出整齐即波动小，所以要研究两组数据波动大小，这一环节是明确题意。
2. 在求方差之前先要求哪个统计量，为什么？学生也可以得出先求平均数，因为公式中需要平均值，这个问题可以使学生明确利用方差计算步骤。
3. 方差怎样去体现波动大小？

这一问题的提出主要复习巩固方差，反映数据波动大小的规律。

六. 随堂练习：

1. 从甲、乙两种农作物中各抽取 1 株苗，分别测得它的苗高如下：（单位：cm）

甲：9、10、11、12、7、13、10、8、12、8；

乙：8、13、12、11、10、12、7、7、9、11；

问：（1）哪种农作物的苗长的比较高？

（2）哪种农作物的苗长得比较整齐？

2. 段巍和金志强两人参加体育项目训练，近期的 5 次测试成绩如下表所示，谁的成绩比较稳定？为什么？

测试次数	1	2	3	4	5
段巍	13	14	13	12	13
金志强	10	13	16	14	12

参考答案：1.（1）甲、乙两种农作物的苗平均高度相同；（2）甲整齐

2.段巍的成绩比金志强的成绩要稳定。

七. 课后练习：

1.已知一组数据为 2、0、-1、3、-4，则这组数据的方差为_______。

2.甲、乙两名学生在相同的条件下各射靶 10 次，命中的环数如下：

甲：7、8、6、8、6、5、9、10、7、4

乙：9、5、7、8、7、6、8、6、7、7

经过计算，两人射击环数的平均数相同，但 $S^2_{甲}$_____$S^2_{乙}$，所以确定________去参加比赛。

3. 甲、乙两台机床生产同种零件，10 天出的次品分别是（　　）

甲：0、1、0、2、2、0、3、1、2、4

乙：2、3、1、2、0、2、1、1、2、1

分别计算出两个样本的平均数和方差，根据你的计算判断哪台机床的性能较好？

4. 小爽和小兵在 10 次百米跑步练习中成绩如表所示：（单位：秒）

小爽	10.8	10.9	11.0	10.7	11.1	11.1	10.8	11.0	10.7	10.9
小兵	10.9	10.9	10.8	10.8	11.0	10.9	10.8	11.1	10.9	10.8

如果根据这几次成绩选拔一人参加比赛，你会选谁呢？

答案：1. 6　2. ＞、乙；3. $\bar{x}_{甲}$=1.5、$S^2_{甲}$=0.975、$\bar{x}_{乙}$＝1. 5、$S^2_{乙}$＝0.425，乙机床性能好

4. $\bar{x}_{小爽}$＝10.9、$S^2_{小爽}$＝0.02；

$\bar{x}_{小兵}$＝10.9、$S^2_{小兵}$＝0.008

选择小兵参加比赛。