漳州市2020届高中毕业班高考适应性测试

理科数学试题答案

评分说明：

1．本解答给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制定相应的评分细则。

2．对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应给分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分。

3．解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数。

4．只给整数分数。选择题和填空题不给中间分。

一、选择题：本大题考查基础知识和基本运算．每小题5分，满分60分．

1．C	2．B	3．C	4．D	5．C	6．C
7．B	8．C	9．C	10．A	11．A	12．A

【选择题详解】

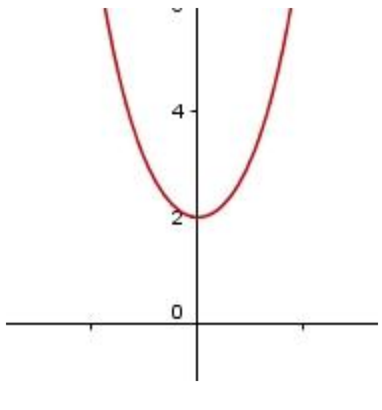
1. 解析:选C. $A=\left[-1,1\right]$, $B=\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$, 则 $A\cap C_R B=\left[-1,\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2},1\right]$.

2. 解析:选B. $\bar{z}=i+3$，则 $\bar{z}+\left|\bar{z}\right|=i+3+\sqrt{10}$.

3. 解析:选C.中国和巴西获得金牌总数为154,按照分层抽样方法,22名获奖代表中有中国选手19个,巴西选手3个.故 $P=\dfrac{C_{19}^1C_3^2}{C_{22}^3}=\dfrac{57}{1540}$.

4．解析：选D.因为 a_7 是 a_3 与 a_9 的等比中项，所以 $a_7^2=a_3a_9$，又数列 $\left\{a_n\right\}$ 的公差为 -2，所以 $(a_1-12)^2=(a_1-4)(a_1-16)$，解得 $a_1=20$，故 $a_n=20+(n-1)\times(-2)=22-2n$，所以 $S_{10}=\dfrac{10(a_1+a_{10})}{2}=5\times(20+2)=110$.

5.解析:选C ，通过偶函数定义判断可知 $f\left(x\right)$ 为偶函数，求导作出下图.

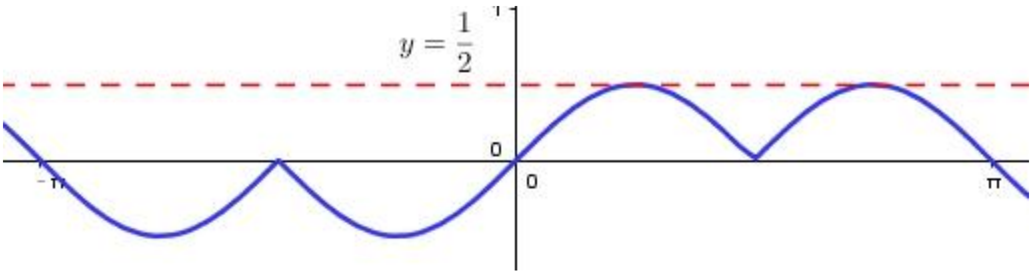


6. 解析：选 C．分别取 C_1D_1．CC_1 中点 E．F，易知平面 EFM 平行于平面 A_1BD，又平面 α 过点 M，平面 α 平行于平面 A_1BD，所以平面 EFM 与平面 α 是同一个平面，所以体积较小的几何体等于 $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot(\frac{1}{2})^2\cdot 1=\frac{1}{24}$.

7.解析:选 B.$a^2=\frac{1}{e}=\frac{e^3}{e^4}$,$b^2=\frac{16}{e^4}$,$c^2=\frac{4}{e^2}=\frac{4e^2}{e^4}$,$d^2=\frac{9e}{e^4}$,

由于 $e\approx 2.7$,$e^2\approx 7.39$,$e^3\approx 20.09$,所以 $c>d>a>b$.

8. 解析:选 C.如图，最小正周期为 2π,最大值为 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$,所以最小正周期与最大值之比为 4π.



9. 解析:选 C.由已知可得 $AB=4, CE=AE=BE=2$.设 $\theta=<\overrightarrow{CE},\overrightarrow{CD}>$.当 D 与 E 重合时,$\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{CD}=2\cdot 2\cdot\cos 0=4$,符合题意;当 D 与 A 重合时,$\angle BDC=\theta$,$CD=4\cos\theta$,代入 $\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{CD}=4$,得 $2\cdot 4\cos\theta\cdot\cos\theta=4$,此时 $\theta=\frac{\pi}{4}$.故 $\theta\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$.此时由 $\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{CD}=4$,得 $2\cdot CD\cdot\cos\theta=4$,即 $CD=\frac{2}{\cos\theta}$,结合 $\theta\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ 可得 $CD\in\left[2,2\sqrt{2}\right]$.

10．解析:选 A.函数 $y=f(x)=\sin x$ 在 $x=0$，$x=\frac{\pi}{2}$，$x=\pi$ 处的函数值分别为

$y_1=f(0)=0$，$y_2=f(\frac{\pi}{2})=1$，$y_3=f(\pi)=0$，

故 $k_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2}{\pi}$，$k=\frac{y_3-y_2}{x_3-x_2}=-\frac{2}{\pi}$，$k_2=\frac{k-k_1}{x_3-x_1}=-\frac{4}{\pi^2}$，

故 $f(x)=\frac{2}{\pi}x-\frac{4}{\pi^2}x(x-\frac{\pi}{2})=-\frac{4}{\pi^2}x^2+\frac{4}{\pi}x$，

即 $\sin x\approx-\frac{4}{\pi^2}x^2+\frac{4}{\pi}x$，

所以 $\sin\frac{2\pi}{5}\approx-\frac{4}{\pi^2}\times(\frac{2\pi}{5})^2+\frac{4}{\pi}\times\frac{2\pi}{5}=\frac{24}{25}$.故选 A.

11．解析:选 A.设 $A\left(x_1,y_1\right)$,$B\left(x_2,y_2\right)$,抛物线焦点为 F.

由已知有 $AF+BF=2p$,即 $y_1+y_2=p$.

由 $\begin{cases}\dfrac{{x_1}^2}{a^2}=1+\dfrac{{y_1}^2}{b^2}\\ \dfrac{{x_2}^2}{a^2}=1+\dfrac{{y_2}^2}{b^2}\end{cases}$.两式相减得 $\dfrac{{x_1}^2-{x_2}^2}{a^2}=\dfrac{(y_1-y_2)(y_1+y_2)}{b^2}$,

即 $\dfrac{2py_1-2py_2}{a^2}=\dfrac{(y_1-y_2)(y_1+y_2)}{b^2}$,故 $\dfrac{b^2}{a^2}=\dfrac{1}{2}$,所以渐近线方程为 $y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$.

12. 解析:选 A. 令 $t=e^x,t>0,x=\ln t$. 转化成 $t\ln t-a(t^2-1)=0$, 即 $\ln t-a\left(t-\dfrac{1}{t}\right)=0$

令 $f(t)=\ln t-a\left(t-\dfrac{1}{t}\right)$, 显然 $f(1)=0$

问题转化成函数 $f(t)$ 在 $(0,+\infty)$ 上只有一个零点 1

$f'(t)=\dfrac{1}{t}-a\left(1+\dfrac{1}{t^2}\right)=\dfrac{-at^2+t-a}{t^2}$

若 $a=0$, 则 $f(t)=\ln t$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增, $f(1)=0$, 此时符合题意;

若 $a<0$, 则 $f'(t)>0$, $f(t)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增, $f(1)=0$, 此时符合题意;

若 $a>0$, 记 $h(t)=-at^2+t-a$, 开口向下, 对称轴 $t=\dfrac{1}{2a}>0$，过 $(0,-a)$，$\Delta=1-4a^2$.

当 $\Delta\le 0$ 时, 即 $1-4a^2\le 0$, $a\ge\dfrac{1}{2}$ 时，$f'(t)\le 0$，$f(t)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减，$f(1)=0$，此时符合题意;

当 $\Delta>0$ 时，即 $1-4a^2>0$，$0<a<\dfrac{1}{2}$ 时，设 $h(t)=0$ 有两个不等实根 t_1,t_2，$0<t_1<t_2$.

又 $h(1)>0$，对称轴 $t=\dfrac{1}{2a}>1$，所以 $0<t_1<1<t_2$。

则 $f(t)$ 在 $(0,t_1)$ 单调递减，(t_1,t_2) 单调递增，$(t_2,+\infty)$ 单调递增。

由于 $f(1)=0$ 所以 $f(t_2)>0$

取 $t_0=e^{\frac{1}{a}}$，$f(t_0)=\dfrac{1-a^2e^{\frac{1}{a}}+a^2e^{-\frac{1}{a}}}{a}$

记 $\varphi(a)=1-a^2e^{\frac{1}{a}}+a^2e^{-\frac{1}{a}}$ 令 $t=\dfrac{1}{a},t>2$

则 $\varphi(a)=m(t)=\dfrac{t^2-e^t+e^{-t}}{t^2}<0$，所以 $f(t_0)<0$

结合零点存在性定理可知, 函数 $f(t)$ 在 (t_2,t_0) 存在一个零点, 不符合题意.

综上, 符合题意的a的取值范围是$a \le 0$或$a \ge \frac{1}{2}$.

二．填空题：本大题考查基础知识和基本运算．每小题 5 分，共 20 分．

13．$216x^2y^2$　　14．9　　15．$1-\frac{\sqrt{14}}{2} \le a \le 1+\frac{\sqrt{14}}{2}$　　16．$\sqrt{10}$

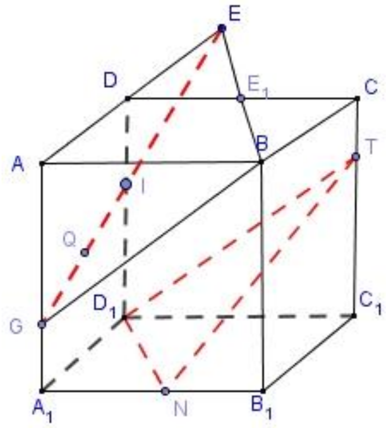
【填空题详解】

13. 解析: $T_3 = C_4^2(2x)^2(3y)^2 = 216x^2y^2$.

14. 解析: 当a老师监考B班时, 剩下的三位老师有 3 种情况, 同理当a老师监考C班时, 也有 3 种, 当a老师监考D班时, 也有 3 种, 共 9 种.

15. 解析: 由已知有$|QO| = 2$, 即点Q的轨迹方程为圆T: $x^2 + y^2 = 4$. 问题转化为圆N和圆T有公共点. 则$1 \le \sqrt{a^2 + (a-2)^2} \le 3$, 故$1-\frac{\sqrt{14}}{2} \le a \le 1+\frac{\sqrt{14}}{2}$.

16.解析:由于$QB//$面D_1NT,所以点Q在过B且与面D_1NT平行的平面上.取DC中点E_1,取$A_1G=1$,则面$BGE_1//$面D_1NT.延长BE_1,延长AD,交于点E,连接EG,交DD_1于点I.显然,面$BGE\cap$面$D_1DAA_1=GI$,所以点Q的轨迹是线段GI.易求得$GI=\sqrt{10}$.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17. 解：（1）$f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}(1-\cos 2x) + \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}(\sin 2x + \cos 2x)$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x + \frac{\pi}{4})$,……………………………………………………3 分

由 $2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\le 2x+\dfrac{\pi}{4}\le 2k\pi+\dfrac{3\pi}{2},k\in Z,$ 得 $k\pi+\dfrac{\pi}{8}\le x\le k\pi+\dfrac{5\pi}{8},$

所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left[k\pi+\dfrac{\pi}{8},k\pi+\dfrac{5\pi}{8}\right],k\in Z.$ ……………………6 分

（2）由正弦定理得 $\sin A\cos 2B=\sin A\cos B-\sin B\sin A,$

$\because \sin A\neq 0,\therefore \cos 2B=\cos B-\sin B,$

即 $(\cos B-\sin B)(\cos B+\sin B)=\cos B-\sin B,$

$(\cos B-\sin B)(\cos B+\sin B-1)=0,$

得 $\cos B-\sin B=0,$ 或 $\cos B+\sin B=1,$

解得 $B=\dfrac{\pi}{4},$ 或 $B=\dfrac{\pi}{2}$ (舍去), ……………………………………………9 分

$\because \triangle ABC$ 为锐角三角形， $A+C=\dfrac{3\pi}{4},$

$\therefore \begin{cases} 0<A<\dfrac{\pi}{2}, \\ 0<\dfrac{3\pi}{4}-A<\dfrac{\pi}{2}, \end{cases}$ 解得 $\dfrac{\pi}{4}<A<\dfrac{\pi}{2},$

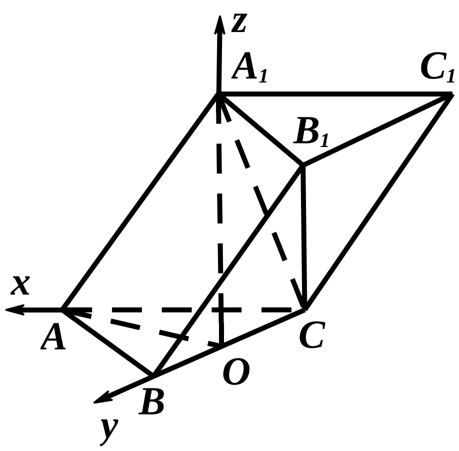
$\therefore \dfrac{3\pi}{4}<2A+\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{5\pi}{4},-\dfrac{\sqrt{2}}{2}<\sin(2A+\dfrac{\pi}{4})<\dfrac{\sqrt{2}}{2},$

$\therefore f(A)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin(2A+\dfrac{\pi}{4})$ 的取值范围为 $(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2})$.……………………12 分

18. (12 分)

解：(1)连接 AO,因为 O 为 BC 的中点，

可得 $BC\perp AO$，………………………………1 分



$\because A_1O\perp$ 平面ABC， $BC\subset$ 平面ABC，

$\therefore A_1O\perp BC$， ……………………………………2 分

又 $\because AO\cap A_1O=O$，$\therefore BC\perp$ 平面AA_1O，

$\therefore BC\perp AA_1$，……………………………………3 分

$\because BB_1\parallel AA_1$， $\therefore BC\perp BB_1$，

又 $\because$ 四边形 BB_1C_1C 为平行四边形，$\therefore$ 四边形 BB_1C_1C 为矩形.…………………………5 分

(2) 如图，分别以 OA,OB,OA_1 所在直线为 x,y,z 轴，建立空间直角坐标系，则

$A(1,0,0), B(0,2,0), C(0,-2,0)$, ……………………………………6 分

$Rt\triangle AOB$ 中，$AO=\sqrt{AB^2-BO^2}=1$，$Rt\triangle AA_1O$ 中，$A_1O=\sqrt{AA_1^{\ 2}-AO^2}=2$，

$A_1(0,0,2)$，$\therefore \overrightarrow{AA_1}=(-1,0,2)$，$\overrightarrow{A_1C}=(0,-2,-2)$，$\overrightarrow{A_1B_1}=\overrightarrow{AB}=(-1,2,0)$，………7 分

设平面 A_1B_1C 的法向量是 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

由 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{A_1C}=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}-x+2y=0,\\ -2y-2z=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x=2y,\\ z=-y,\end{cases}$，可取 $\boldsymbol{n}=(2,1,-1)$，………………9 分

设直线 AA_1 与平面 A_1B_1C 所成角为 θ，则 $\theta\in[0,\frac{\pi}{2}]$，

$\sin\theta=\left|\cos<\overrightarrow{AA_1},\boldsymbol{n}>\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{AA_1}\cdot\boldsymbol{n}\right|}{\left|\overrightarrow{AA_1}\right|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\dfrac{4}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{6}}=\dfrac{2}{15}\sqrt{30}$,…………………………11 分

$\because \theta\in[0,\frac{\pi}{2}]$，$\therefore \cos\theta=\sqrt{1-\sin^2\theta}=\dfrac{\sqrt{105}}{15}$，

即直线 AA_1 与平面 A_1B_1C 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{105}}{15}$.………………………………12 分

19. 解：（1）由已知，单只海产品质量 $\xi\sim N(280,25)$，则 $\mu=280$，$\sigma=5$，…………1 分

由正态分布的对称性可知，

$P(\xi<265)=\frac{1}{2}[1-P(265<\xi<295)]=\frac{1}{2}[1-P(\mu-3\sigma<\xi<\mu+3\sigma)]=\frac{1}{2}(1-0.9974)=0.0013$，

………………………………………………………………………………………………3 分

设购买 10 只该商家海产品，其中质量小于 265 g 的为 X 只，故 $X\sim B(10,0.0013)$，

故 $P(X\geqslant 1)=1-P(X=0)=1-(1-0.0013)^{10}\approx 1-0.9871=0.0129$，

所以随机购买 10 只该商家的海产品，至少买到一只质量小于 265 克的概率为 0.0129 .…6 分

（2）由 $\bar{t}=6.8$，$\bar{y}=563$，$\sum\limits_{i=1}^{8}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})=108.8$，$\sum\limits_{i=1}^{8}(t_i-\bar{t})^2=1.6$，

有 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{8}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{8}(t_i-\bar{t})^2}=\dfrac{108.8}{1.6}=68$，………………………………………………………8 分

且 $\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}=563-68\times6.8=100.6$，………………………………………………………9 分

所以 y 关于 x 的回归方程为 $\hat{y}=100.6+68\sqrt{x}$，……………………………………………10 分

当 $x=49$ 时，年销售量 y 的预报值 $\hat{y}=100.6+68\sqrt{49}=576.6$ 千元.

所以预测先进养殖技术投入为 49 千元时的年收益增量为 576.6 千元. ……………………12 分

20. 解：（1）因为 $\frac{|EB|}{|AC|}=\frac{|ED|}{|AD|}$，又因为 $|AC|=|AD|=4$，所以 $|EB|=|ED|$， ……………1 分

所以 $|EB|+|EA|=|ED|+|EA|=|AD|=4>|AB|=2$，……………………………………………2 分

所以 E 的轨迹是焦点为 A，B，长轴为 4 的椭圆的一部分，

设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，

则 $2a=4$，$2c=2$，所以 $a^2=4$，$b^2=a^2-c^2=3$，

所以椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，……………………………………………………………3 分

又因为点 E 不在 x 轴上，所以 $y\neq 0$，

所以点 E 的轨迹 τ 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1(y\neq 0)$.………………………………………4 分

（2）因为直线 HG 斜率不为 0，设为 $x=ty+1$，………………………………………5 分

设 $G\left(x_1,y_1\right)$，$H\left(x_2,y_2\right)$，联立 $\begin{cases}x=ty+1,\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$ 整理得 $\left(3t^2+4\right)y^2+6ty-9=0$，

所以 $\Delta=36t^2+36(3t^2+4)=144(t^2+1)>0$，$y_1+y_2=\frac{-6t}{3t^2+4}$，$y_1y_2=\frac{-9}{3t^2+4}$，…………6 分

所以 $S_{\triangle OHG}=\frac{1}{2}|OA||y_1-y_2|=\frac{6\sqrt{t^2+1}}{3t^2+4}$，………………………………………………8 分

$\because \overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{OM}$，$\therefore S_{\triangle GHN}=2S_{\triangle OHG}$，

设四边形 $OHNG$ 的面积为 S，

则 $S=S_{\triangle OHG}+S_{\triangle GHN}=3S_{\triangle OHG}=\frac{18\sqrt{t^2+1}}{3t^2+4}=\frac{18}{\frac{3t^2+4}{\sqrt{t^2+1}}}=\frac{18}{3\sqrt{t^2+1}+\frac{1}{\sqrt{t^2+1}}}$ ……………10 分

令 $\sqrt{t^2+1}=m(m\geqslant 1)$，

再令 $y=3m+\frac{1}{m}$，则 $y=3m+\frac{1}{m}$ 在 $[1,+\infty)$ 单调递增，

所以 $m=1$ 时，$y_{\min}=4$，

此时 $t=0$，$3\sqrt{t^2+1}+\frac{1}{\sqrt{t^2+1}}$ 取得最小值 4，所以 $S_{\max}=\frac{9}{2}$.……………………………12 分

21．解：（1）因为 $f'(x)=\frac{1}{x}+a=\frac{ax+1}{x}$，……………………………………………1 分

当 $a\geqslant 0$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 单调递增，至多只有一个零点，不符合题意，舍去；……………………………………………………………………………………2 分

当 $a<0$ 时，若 $0<x<-\frac{1}{a}$，则 $f'(x)>0$；若 $x>-\frac{1}{a}$，则 $f'(x)<0$，

所以 $f(x)$ 在 $\left(0,-\frac{1}{a}\right)$ 单调递增，在 $\left(-\frac{1}{a},+\infty\right)$ 单调递减，………………………………3 分

所以 $f(x)_{\max}=f(-\frac{1}{a})=\ln(-\frac{1}{a})$，

因为 $f(x)$ 有两个零点，所以必须 $f(x)_{\max}>0$，则 $\ln(-\frac{1}{a})>0$，

所以 $-\frac{1}{a}>1$，解得 $-1<a<0$.

又因为 $x\to 0$ 时，$f(x)<0$；　$x\to +\infty$ 时，$f(x)<0$，

所以当 $-1<a<0$ 时，$f(x)$ 在 $\left(0,-\frac{1}{a}\right)$ 和 $\left(-\frac{1}{a},+\infty\right)$ 各有一个零点，符合题意，

综上，$-1<a<0$.………………………………………………………………………4 分

（2）由（1）知 $-1<a<0$，且 $x_0=-\frac{1}{a}$，

因为 $f(x)$ 的两个零点为 x_1,x_2，所以 $\begin{cases}f(x_1)=0,\\ f(x_2)=0,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}\ln x_1+ax_1+1=0,\\ \ln x_2+ax_2+1=0,\end{cases}$

………………………………………………………………………………………5 分

解得 $\ln\frac{x_1}{x_2}+a(x_1-x_2)=0$，令 $x_1>x_2$，所以 $a=\frac{-\ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1-x_2}$，………………………………6 分

令函数 $h(x)=\ln x-\frac{x}{e}$，则 $h'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{e}$，

当 $0<x<\mathrm{e}$ 时，$h'(x)>0$；当 $x>\mathrm{e}$ 时，$h'(x)<0$；

所以 $h(x)$ 在 $\left(0,\mathrm{e}\right)$ 单调递增，在 $\left(\mathrm{e},+\infty\right)$ 单调递减，

所以 $h(x)_{\max}=h(\mathrm{e})=0$，所以 $h(x)\leqslant 0$，所以 $\ln x\leqslant\frac{x}{e}$，………………………………8 分

因为 $f(x_0)=f(-\frac{1}{a})=\ln(-\frac{1}{a})$，又因为 $-\frac{1}{a}>1$，所以 $\ln(-\frac{1}{a})\leqslant -\frac{1}{ea}$，

所以$2e\ln(-\frac{1}{a})\leqslant-\frac{2}{a}$，即$2ef(x_0)\leqslant-\frac{2}{a}$，

要证$x_1+x_2>2ef(x_0)$，只需$x_1+x_2\geqslant-\frac{2}{a}$，……………………………………………………9 分

即证$x_1+x_2\geqslant\dfrac{2(x_1-x_2)}{\ln\frac{x_1}{x_2}}$，即证$\ln\frac{x_1}{x_2}\geqslant\dfrac{2(x_1-x_2)}{x_1+x_2}$，

即证$\ln\frac{x_1}{x_2}\geqslant\dfrac{2(\frac{x_1}{x_2}-1)}{\frac{x_1}{x_2}+1}$ ……………………………………………………………………10 分

令$x_1>x_2$，再令$t=\frac{x_1}{x_2}(t>1)$，即证$\ln t\geqslant\dfrac{2(t-1)}{t+1}$，

令$h(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}(t>1)$，则

$h'(t)=\dfrac{1}{t}-\dfrac{4}{(t+1)^2}=\dfrac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}>0$，……………………………………………………11 分

所以$h(t)$在$(1,+\infty)$单调递增，所以$h(t)>h(1)=0$，

所以$\ln t>\dfrac{2(t-1)}{t+1}$，原题得证. ……………………………………………………………12 分

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题作答。如果多做，则按所做第一个题目计分。

22．解：（1）因为曲线 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\alpha,\\y=\sin\alpha,\end{cases}$

所以曲线 C_1 的普通方程为$x^2+y^2=1$， ……………………………………………………2 分

将变换 T：$\begin{cases}x'=2x,\\y'=y,\end{cases}$即$\begin{cases}x=\frac{1}{2}x',\\y=y',\end{cases}$代入$x^2+y^2=1$，得$\dfrac{x'^2}{4}+y'^2=1$， ………………4 分

所以曲线 C_2 的普通方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$． ……………………………………………………5 分

（2）因为 $m>1$，所以 C_3 上的点 A（$0,-m$）在椭圆 E：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$外． ………………6 分

当 $x>0$ 时，曲线 E 的方程化为$y=mx-m$，

代入$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，得$(4m^2+1)x^2-8m^2x+4(m^2-1)=0$，（*）

因为$\Delta=64m^4-4(4m^2+1)\cdot 4(m^2-1)=16(3m^2+1)>0$，

所以方程（*）有两个不相等的实根 x_1，x_2，

又 $x_1+x_2=\dfrac{8m^2}{4m^2+1}>0$， $x_1x_2=\dfrac{4(m^2-1)}{4m^2+1}>0$，所以 $x_1>0$，$x_2>0$，

所以当 $x>0$ 时，曲线 C_2 与曲线 C_3 有且只有两个不同的公共点，…………………………8 分

又因为曲线 C_2 与曲线 C_3 都关于 y 轴对称，
所以当 $x<0$ 时，曲线 C_2 与曲线 C_3 有且只有两个不同的公共点，…………………………9 分

综上，曲线 C_2 与曲线 C_3：$y=m|x|-m$ 的公共点的个数为 4． ………………………………10 分

23．解：（1）当 $m=5$ 时， $f(x)>0 \Leftrightarrow |x-2|+|3x+1|-5>0$，

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\le -\dfrac{1}{3}, \\ -x+2-3x-1-5>0, \end{cases} 或 \begin{cases} -\dfrac{1}{3}<x<2, \\ -x+2+3x+1-5>0, \end{cases} 或 \begin{cases} x\ge 2, \\ x-2+3x+1-5>0, \end{cases}$$

……………………………………………………………………………………………………3 分

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\le -\dfrac{1}{3}, \\ x<-1, \end{cases} 或 \begin{cases} -\dfrac{1}{3}<x<2, \\ x>1, \end{cases} 或 \begin{cases} x\ge 2, \\ x>\dfrac{3}{2}, \end{cases} \Leftrightarrow x<-1 或 1<x<2 或 x\ge 2$$

$\Leftrightarrow x<-1$ 或 $x>1$，所以不等式 $f(x)>0$ 的解集为$\{x|\,x<-1$ 或 $x>1\}$． ……………5 分

（2）由条件，有当 $x\ne \dfrac{1}{4}$ 时，不等式 $f(x)+\dfrac{16}{|4x-1|}>0$，

即 $m<|x-2|+|3x+1|+\dfrac{16}{|4x-1|}$ 恒成立， ……………………………………………………6 分

令 $g(x)=|x-2|+|3x+1|+\dfrac{16}{|4x-1|}$，

则因为 $g(x)\ge |(x-2)+(3x+1)|+\dfrac{16}{|4x-1|}=|4x-1|+\dfrac{16}{|4x-1|}$ …………………………7 分

$$\ge 2\sqrt{|4x-1|\cdot\dfrac{16}{|4x-1|}}=8,$$

且 $g(-\dfrac{3}{4})=8$， ……………………………………………………………………………9 分

所以$[g(x)]_{\min}=8$，

所以 $m<8$，即实数 m 的取值范围为（$-\infty$，8）． ……………………………………10 分