27.2　相似三角形

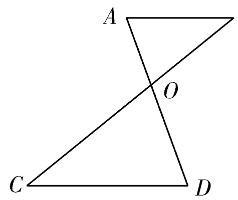
第 1 课时　相似三角形的判定(1)

学习目标视窗

1. 了解相似三角形的概念,会准确找出两个相似三角形的对应边、对应角.
2. 理解平行线分线段成比例定理及其推论.
3. 知道三边对应成比例的两个三角形相似,两边夹角对应相等的两个三角形相似.会选择恰当的方法判定两个三角形相似.

基础巩固提优　夯实基础,才能有所突破……

1. 如图,$AB/\!/CD$,$AB=6$,$CD=9$,$AD=10$,则 OD 的长是(　　).

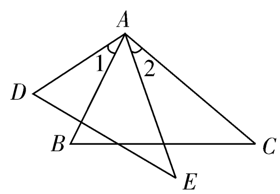


(第 1 题)

A. 4　　B. 5
C. 6　　D. 7

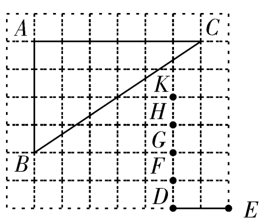
2. 如图,$AB\cdot AE=AC\cdot AD$,且$\angle 1=\angle 2$,下列结论不一定正确的是(　　).

A. $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$
B. $\angle B=\angle D$
C. $\angle E=\angle C$
D. $\angle B=\angle E$



(第 2 题)

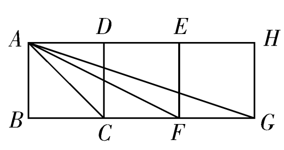
3. 如图,点 A、B、C、D、E、F、G、H、K 都是 7×8 方格纸中的格点,为使$\triangle DEM\backsim\triangle ABC$,则点 M 应是 F、G、H、K 四点中的(　　).



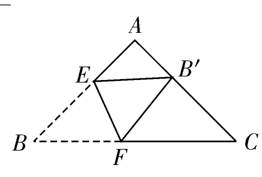
(第 3 题)

A. F　　B. G
C. H　　D. K

4. 已知四边形 $ABCD$、$CDEF$、$EFGH$ 是边长为 1 的正方形,则$\angle AFC+\angle AGC=$________.



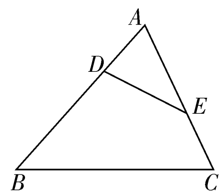
(第 4 题)



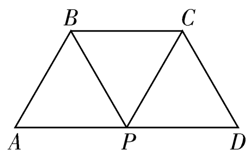
(第 5 题)

5. 将三角形纸片($\triangle ABC$)按如图所示的方式折叠,使点 B 落在边 AC 上,记为点 B',折痕为 EF.已知 $AB=AC=3$,$BC=4$,若以点 B'、F、C 为顶点的三角形与$\triangle ABC$ 相似,那么 BF 的长度是________.

6. 如图,点 D、E 分别是$\triangle ABC$ 的边 AB、AC 上的点,请你添加一个条件,使$\triangle ABC$ 与$\triangle AED$ 相似,你添加的条件是________.



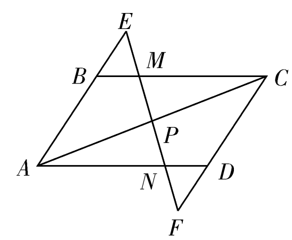
(第 6 题)



(第 7 题)

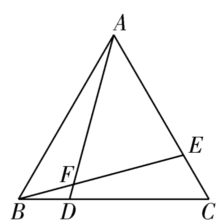
7. 如图,点 P 是等腰梯形 $ABCD$ 的底 AD 上的一点,若$\angle A=\angle BPC$,则和$\triangle ABP$ 相似的三角形有________个.

8. 如图,在▱$ABCD$ 中,EF 交 AB 的延长线于点 E,交 BC 于点 M,交 AC 于点 P,交 AD 于点 N,交 CD 的延长线于点 F.
求证:$PE\cdot PM=PF\cdot PN$.



(第 8 题)

9. 如图,$\triangle ABC$ 是等边三角形,点 D、E 分别在 BC、AC 上,且 $BD=CE$,AD 与 BE 相交于点 F.
(1)证明:$\triangle ABD\cong\triangle BCE$;
(2)$\triangle AEF$ 与$\triangle ABE$ 相似吗?说说你的理由;
(3)$BD^2=AD\cdot DF$ 吗?请说明理由.

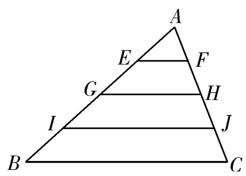


(第 9 题)

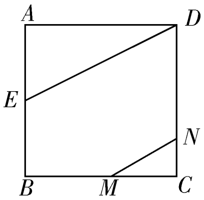
思维拓展提优 课内与课外的桥梁是这样架设的。

10. 已知$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$，$\triangle ABC$的三边长分别为$\sqrt{2}$，2，$\sqrt{10}$，$\triangle A'B'C'$的两边长分别为1和$\sqrt{5}$，那么$\triangle A'B'C'$的第三边长为________.

11. 如图，在$\triangle ABC$中，$EF \parallel GH \parallel IJ \parallel BC$，则图中相似三角形共有________对.



（第11题）



（第12题）

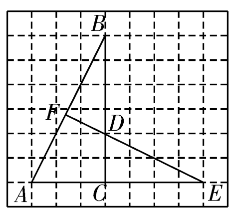
12. 如图，正方形$ABCD$的边长为2，$AE=EB$，$MN=1$，线段MN的两端在CB、CD上滑动，当$CM=$________时，$\triangle AED$与以M、N、C为顶点的三角形相似.

13. 已知，在$\triangle ABC$中，$AB=8$，$BC=7$，$AC=6$，点D、E分别在边AB、AC上，如果以点A、D、E为顶点的三角形和以点A、B、C为顶点的三角形相似且相似比为$1:3$，求AD和AE的长.

14. 如图，网格中的每个小正方形的边长都是1，每个小正方形的顶点叫做格点. $\triangle ACB$和$\triangle DCE$的顶点都在格点上，ED的延长线交AB于点F. 求证：

(1)$\triangle ACB \backsim \triangle DCE$；

(2)$EF \perp AB$.



（第14题）

开放探究提优 对未知的探索，你准行！

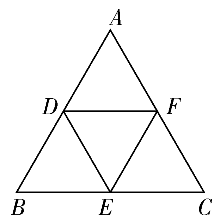
15. 已知$\triangle ABC \backsim \triangle A_1B_1C_1$，$\triangle ABC \backsim \triangle A_2B_2C_2$，则$\triangle ABC$与$\triangle A_2B_2C_2$有怎样的位置关系？为什么？

16. 如图，分别取等边三角形ABC各边的中点D、E、F，得$\triangle DEF$. 若$\triangle ABC$的边长为a.

(1)$\triangle DEF$与$\triangle ABC$相似吗？如果相似，相似比是多少？

(2)分别求出这两个三角形的面积；

(3)这两个三角形的面积比与边长之比有什么关系吗？



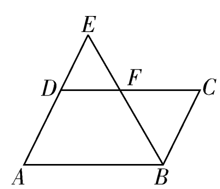
（第16题）

走进中考前沿 解剖真题，体验情境。

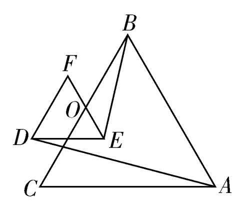
17. **(2012·山东泰安)** 如图，点F是$\square ABCD$的边CD上一点，直线BF交AD的延长线于点E，则下列结论错误的是(　　).

A. $\dfrac{ED}{EA}=\dfrac{DF}{AB}$　　B. $\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{EF}{FB}$

C. $\dfrac{BC}{DE}=\dfrac{BF}{BE}$　　D. $\dfrac{BF}{BE}=\dfrac{BC}{AE}$



（第17题）



（第18题）

18. **(2012·广东)** 如图，$\triangle ABC$与$\triangle DEF$均为等边三角形，点O为BC、EF的中点，则$AD:BE$的值为(　　).

A. $\sqrt{3}:1$　　B. $\sqrt{2}:1$

C. $5:3$　　D. 不确定

27.2 相似三角形

第1课时 相似三角形的判定(1)

1. C 2. D 3. C 4. 45° 5. $\frac{12}{7}$或2

6. $\angle ADE=\angle C$ 或 $\angle AED=\angle B$(答案不唯一)

7. 2

8. ∵ 四边形$ABCD$是平行四边形,
∴ $AB/\!/CD, BC/\!/AD$.
∵ $AB/\!/CD$,
∴ $PE:PF=PA:PC$.
∵ $BC/\!/AD$,
∴ $PN:PM=PA:PC$.
∴ $PE:PF=PN:PM$.
∴ $PE\cdot PM=PF\cdot PN$.

9. (1)在$\triangle ABD$与$\triangle BCE$中,
∵ $AB=BC, \angle ABD=\angle BCE=60°, BD=CE$,
∴ $\triangle ABD\cong\triangle BCE$.
(2)由(1),得$\angle CBE=\angle BAD$.
∵ $\angle ABE+\angle CBE=\angle BAD+\angle DAC$,
∴ $\angle ABE=\angle DAC$.
∵ $\angle AEF$是$\triangle AEF$与$\triangle ABE$的公共角,
∴ $\triangle AEF\backsim\triangle BEA$.
(3)∵ $\angle CBE=\angle BAD$, $\angle ADB$是$\triangle BDF$与$\triangle ADB$的公共角,
∴ $\triangle BDF\backsim\triangle ADB$.
∴ $\frac{BD}{DF}=\frac{AD}{BD}$,即$BD^2=AD\cdot DF$.

10. $\sqrt{2}$ 11. 6 12. $\frac{\sqrt{5}}{5}$或$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

13. 有两种可能:
若$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$,
则有$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{1}{3}\Rightarrow AD=\frac{8}{3}, AE=2$.
若$\triangle AED\backsim\triangle ABC$,
则有$\frac{AE}{AB}=\frac{AD}{AC}=\frac{1}{3}$,得$AE=\frac{8}{3}, AD=2$.

14. (1)∵ $\frac{AC}{DC}=\frac{3}{2}, \frac{BC}{CE}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$,
∴ $\frac{AC}{DC}=\frac{BC}{CE}$.
又 $\angle ACB=\angle DCE=90°$,
∴ $\triangle ACB\backsim\triangle DCE$.
(2)∵ $\triangle ACB\backsim\triangle DCE$,
∴ $\angle ABC=\angle DEC$.
又 $\angle ABC+\angle A=90°$,
∴ $\angle DEC+\angle A=90°$.
∴$\angle EFA=90°$.
∴ $EF\perp AB$.

15. $\triangle ABC\backsim\triangle A_2B_2C_2$.
因为$\triangle ABC\backsim\triangle A_1B_1C_1$, $\triangle A_1B_1C_1\backsim\triangle A_2B_2C_2$,
所以$\angle A=\angle A_1, \angle B=\angle B_1, \angle C=\angle C_1$, $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$, $\angle A_1=\angle A_2, \angle B_1=\angle B_2, \angle C_1=\angle C_2$, $\frac{A_1B_1}{A_2B_2}=\frac{B_1C_1}{B_2C_2}=\frac{A_1C_1}{A_2C_2}$. 所以$\angle A=\angle A_2, \angle B=\angle B_2, \angle C=\angle C_2$, $\frac{AB}{A_2B_2}=\frac{BC}{B_2C_2}=\frac{AC}{A_2C_2}$.
所以$\triangle ABC\backsim\triangle A_2B_2C_2$.

16. (1)$\triangle DEF$与$\triangle ABC$相似.
根据三角形中位线定理,得$DE=\frac{1}{2}a, EF=DF=\frac{1}{2}a$,
所以$\triangle DEF$是等边三角形,$\triangle DEF$与$\triangle ABC$相似,相似比为$\frac{1}{2}$.
(2)$\triangle ABC$的面积为$\frac{1}{2}AB\cdot AE=\frac{1}{2}a\cdot\sqrt{a^2-\left(\frac{1}{2}a\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$,
$\triangle DEF$的面积为$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}a\cdot\sqrt{\left(\frac{1}{2}a\right)^2-\left(\frac{1}{4}a\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{16}a^2$.
(3) $S_{\triangle DEF}:S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{16}a^2:\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{1}{4}:1=1:4$,
这两个三角形的面积比等于边长之比的平方.

17. C 18. A