

# 摘 要

梁格分析法是用计算机分析桥梁上部结构比较实用有效的空间分析方法,它具有基本概念清晰、易于理解和使用等特点,因此在桥梁结构分析中得到了广泛的采用。它是将结构原型模拟成便于计算机分析的等效梁格,通过对等效梁格的分析,得到结构原型的力学性能和内力情况。梁格法的主要思路是将上部结构用一个等效梁格来模拟,将分散在板式或箱梁每一区段内的弯曲刚度和抗扭刚度集中于最邻近的等效梁格内,实际结构的纵向刚度集中于纵向梁格构件内,而横向刚度则集中于横向梁格构件内。

本文是利用梁格法对斜弯桥空间结构进行分析,文中探讨了斜弯桥上部结构的力学性能,板式、梁板式及箱梁截面上部结构的网格划分与相应截面特性的计算方法,以及考虑各种预应力损失,通过等效荷载计算预应力束的总效应。在分析过程中,作为一种新的尝试,本文采用 MATLAB 语言来实现梁格结构的有限元法分析、空间预应力效应的计算,由于该软件具有强大的矩阵计算功能,利用一般的符号和函数就可以对矩阵进行加、减、乘、除的运算以及转置和求逆运算,而且可以处理稀疏矩阵等特殊的矩阵,非常适合于有限元等大型数值算法的编程,因而极大地提高了编程效率与结果的准确性。

**关键词:** 梁格法 斜弯桥 空间梁单元 空间预应力 MATLAB

## Abstract

The beam grid analysis method is more practical and more effective than others in space structure which uses computer means to analyze top structure of bridge. Because it has the feature that its basic conception is legible and is easy to understand and to use, used widely in bridge structure analysis. The method simulates the structure with equivalent beam grid that is easy for the analysis of computer, and by the analysis of the equivalent beam grid the mechanical characteristics and internal stress can be obtained. The main way of the method of beam grid is to simulate the top structure with a equivalent beam grid, and concentrates the scattered bending rigid and tension rigid in slab or box beam into the close equivalent beam grid, and the longitudinal rigid of the real structure is concentrated in longitudinal beam rigid, and the lateral rigid is concentrated in lateral beam rigid.

The thesis probes into space structure of oblique and curved bridge with beam grid method. It is discussed in the thesis about mechanics capability of top structure of oblique and curved bridge and how to divide grid and calculate its section attribution of shell, beam-shell, box beam's top structure, and calculates the total effect of pre-stressed bunch, considering all kinds of the lost of pre-stress. In the course of analysis, as a new attempt, the thesis uses MATLAB language to carry out finite element method of beam grid structure and calculate space pre-stress force. Because of the powerful function of matrix's calculation, the procedure utilizes normal signs and functions to plus, subtract, multiply, divide, transpose and inverse matrix, and can handle special matrix such as the sparse matrix, and is suitable for the programming of the large-scale numerical algorithm of finite element. So it advances efficiency of programming and precise of result extremely.

**Key words:** beam grid method, oblique and curved bridge, space beam element, space pre-tress, MATLAB

# 1. 前言

## 1.1 问题的提出

交通是一个国家的经济命脉，经济的发展要有一个便利、通畅的交通系统，而交通的发展反过来又能促进经济的发展。目前，我国交通事业的落后状态正严重制约着经济的进一步发展，成为经济发展的一个瓶颈，因此发展交通事业成了当务之急，被列为国家重要发展项目。

随着我国交通事业和城市建设的迅速发展，新的桥梁结构形式不断涌现，工程技术人员在进行桥梁结构设计时，对结构的分析计算提出了更高的要求。从20世纪70年代开始，我国就自行研制了面向桥梁结构设计实践的“桥梁综合计算程序”<sup>[1,2,3]</sup>，它采用平面离散结构，通用性强，自动化程度高，在桥梁结构设计中发挥了重要作用。但是，由于它采用平面杆系内力分析模块，在一些新的桥式应用上就存在很大的局限性。

为改善城市交通的紧张状况，在繁忙地段修建立交桥和高架桥是一项有效措施。在立交桥和高架桥中，由于线形和环境的限制，同时追求结构美观，往往要采用斜弯结合，以提供顺畅的交通路线和减少交通占地，因此，桥梁上部结构的选型已日益采用箱形截面连续梁结构，出现了许多斜交梁桥及弯梁桥。在公路和铁路建设中，特别是高等级公路中，由于总体线形的需要或地形地物的要求，也常需要修建斜弯桥，以满足交通运营要求，节省投资。

由于斜弯桥结构的复杂性，加上采用各种不规则支承，人们对斜弯桥特别是预应力混凝土斜弯桥的结构特点和受力性能的认识还不够完善，使得其设计难度加大。目前，国内外简单和实用的计算程序尚少。这样，对于这种复杂的桥梁结构设计，设计者往往要花费很大的精力用 ANSYS、SAP 系列等大型结构分析程序做结构计算，不仅效率低，而且这些分析程序计算的结果文件庞大，整理起来十分麻烦，不便于桥梁设计人员采用<sup>[4,5]</sup>。本文旨在提出一套斜弯桥与预应力混凝土斜弯桥的理论分析方法和相应程序，从而为这种桥型的设计提供精确、便利的分析工具。

## 1.2 分析方法简介

在国外，斜弯桥已有很长的历史了。1914年德国的卡普斯就对高速铁路上曲线桁架桥作了分析，在随后的几十年中，人们对斜弯桥的认识不断加深。在我国，斜弯桥的起步较晚，以前经常采用弯桥直做的办法来回避这种复杂结构。近十几年来，随着经济的发展，对交通的要求日益提高，经过许多专家学者的研究和实践，取得了很大的进展。八十年代初北京到八达岭新线上建成了砣双跨斜弯桥，从这以后，斜弯桥逐渐为工程界所熟知、运用和发展。

90年首次用顶推法建成三跨预应力砼曲线连续梁桥<sup>[6]</sup>，91年又成功地运用到南浦大桥的引桥中<sup>[7]</sup>。

常用的斜弯桥空间结构分析方法可分为：①空间梁单元法；②板壳元法；③三维实体元法；④梁格分析法<sup>[8]</sup>。

### 一、空间梁单元法

空间梁单元法用一维空间梁单元对结构进行离散。这种方法的特点是能直接给出计算截面的内力和变形。根据结构受载后截面是否保持平截面，可区分为自由扭转理论和翘曲扭转理论两种。

空间梁单元法按自由扭转理论分析的基本假定为：

- ①横截面尺寸与跨度相比很小，即可将实际结构视作位于剪切中心上的弹性梁元；
- ②平截面假定，即变形前的平截面变形后仍保持平截面；
- ③刚性截面假定，即变形后梁截面周边形状不变（无畸变）；
- ④截面剪切中心线与梁截面形心轴线相重合。

翘曲扭转理论考虑了受载后横截面发生了翘曲，增加了截面双力矩和翘曲扭矩两项内力。

对于混凝土桥梁结构，理论计算和试验均证明，截面翘曲引起的正应力与按自由扭转理论算得应力值相比很小，通常误差不超过5%~10%<sup>[9,10]</sup>，一般按自由扭转理论进行分析便可以满足设计要求。但对于钢桥梁，则必须考虑用翘曲扭转进行梁单元的离散<sup>[11]</sup>。

### 二、板壳元法

众所周知，有限元法是把原型的连续体分割成许多细小的单元，在称为节点的离散点处连续起来分析复杂结构的方法。结构划分为简单单元的基本原理可以应用到所有形状的复杂结构上，理论上讲，它可以分析任何复杂形状的结构。钢筋混凝土桥梁通常做成空间箱形结构，采用板、壳单元进行离散，当板壳单元相当细密时，可以包括桥梁结构的各种受力行为，如弯曲变形、扭转变形和局部变形。由理论计算和试验可知，用板、壳单元法与空间梁单元法相比，变位基本一致。

虽然板壳元法是分析桥梁上部结构最通用的一种方法，但在实际应用时，它需要整理大量的输入、输出数据，容易出错，对计算作出正确评价及对结构受力行为进行解释都感到非常困难，给不出与现行设计规范有直接联系的内力结果，不便于工程技术人员使用。此外，板壳元法分析对有些结构也不是十分有效，如对混凝土箱梁桥，一般用板壳元法模拟结构顶、底板误差并不大，而横梁尺寸一般比顶、底板大得多，用板壳元法模拟其受力，误差较大。由于桥梁结构施工过程复杂，又承受汽车或列车活载作用，用此法求各种工况下的最不利情况，计算工作量巨大，在应用上受到很大限制。因此，对桥梁结构分析应寻求一种实

用、简便、有效的方法。

### 三、三维实体元法

桥梁结构分析过程中,对受力复杂部位有时需要知道结构的局部应力状态,以进行结构的合理配筋设计。如桥梁结构承台、斜拉桥塔柱及主梁锚固区段、系杆拱桥拱梁连接结构、悬臂梁桥梁端牛腿等。对此类结构的局部分析可以从整体结构中取出隔离体,按整体分析得到的隔离体截面内力或位移条件作为隔离体边界条件,采用三维实体元进行子结构分析。实体元可以采用四面体或六面体单元。

但是,从整体结构中取出隔离体进行局部分析时,隔离体的大小、内力、位移边界条件等因素对分析结果影响很大,这里不再详述。

### 四、梁格法

梁格分析法是用计算机分析桥梁上部结构比较实用有效的空间分析方法,它具有基本概念清晰、易于理解和使用等特点,因此在桥梁结构分析中得到了广泛的采用<sup>[12,13,14,15]</sup>。它是将结构原型模拟成便于计算机分析的等效梁格,通过对等效梁格的分析,得到结构原型的力学性能和内力情况。由于梁格能较好地模拟原结构的空问受力性能,而且便于用计算机分析,因此广泛用于各类桥梁的分析中。它不仅适用于板式、梁板式及箱梁截面的上部结构,而且对分析弯、斜梁桥特别有效。另外,梁格分析法适应性好,可以考虑各种不规则支承的情况和斜桥等形状不规则的桥梁。由于采用了纵向梁格和横向梁格,因此特别适合宽梁桥,纵向梁格代表结构纵向内力,横向梁格代表结构横向内力。可见,等效梁格的选取将直接影响到计算结果的精度和可靠性。因梁格法较其他分析方法在实际应用上更为有效,故一般采用梁格法进行分析,作为结构设计整体控制。

## 1.3 本文研究内容

- ①研究各种类型上部结构的梁格网格划分及等效梁格中纵、横梁刚度的取值方法;
- ②分析空间梁单元(包括考虑剪切变形)的刚度矩阵、转换矩阵及外荷载的等效节点力的计算方法;
- ③考虑各种预应力损失,通过等效荷载计算预应力束的总效应;
- ④编制程序以实现上述 2-3 点的内容。因而本程序具有以下功能:
  - i 计算结构在恒载及外荷载(包括节点力、单元集中力及单元均布力)作用下的结构内力、位移和支承反力;
  - ii 求出预应力钢筋对结构的总效应。

## 1.4 程序编制环境MATLAB简介

为了保证程序编制时的快速、高效以及结果的可靠性，本程序采用 MATLAB 作为编程语言来实现梁格结构的有限元法分析。

### 一、概述

MATLAB 是由 MathWorks 公司于1984年推出的一套数值计算软件，分为总包和若干个工具箱，可以实现数值分析、优化、统计、偏微分方程数值解、自动控制、信号处理、图像处理等若干个领域的计算和图形显示功能。它将不同数学分支的算法以函数的形式分类成库，使用时直接调用这些函数并赋予实际参数就可以解决问题，快速而且准确<sup>[16,17]</sup>。

近年来，MATLAB 在国内的知名度越来越大，并已被广泛地应用于教学和科研。该软件的特点可以归纳为以下几点：

①简单易学，MATLAB 是一门编程语言，其语法规则与一般的结构化高级编程语言如 C 语言等大同小异，而且它不需要定义变量和数组，使用更加方便。具有一般语言基础的用户很快就可以掌握。

②代码短小高效，由于 MATLAB 已经将数学问题的具体算法编成了现成的函数，用户只要熟悉算法的特点、使用场合、函数的调用格式和参数意义等，通过调用函数就可以很快地解决问题，而不必花大量的时间纠缠于具体的算法。

③计算功能非常强大，该软件具有强大的矩阵计算功能，利用一般的符号和函数就可以对矩阵进行加、减、乘、除的运算以及转置和求逆运算，而且可以处理稀疏矩阵等特殊的矩阵，非常适合于有限元等大型数值算法的编程。此外，该软件现有的六十多个工具箱，可以数学和工程领域的绝大多数问题。

④强大的图形表达功能，该软件不仅可以绘制一般的二维、三维图形，如线图、条形图、饼图、散点图、直方图与误差图等，还可以绘制工程特性较强的特殊图形，如极坐标图等。

⑤可扩展性能，可扩展性能是该软件的一大优点，用户可以自己编写 M 文件，组成自己的工具箱，以解决本领域内常见的问题。

### 二、MATLAB 的运行方式

MATLAB 提供了两种运行方式，即命令行方式和 M 文件方式。两种运行方式各有其特点，下面分别介绍。

#### ①命令行运行方式

可以通过直接在命令窗口输入命令行来实现计算或作图功能。例如，要求矩阵 A 和 B 的和，其中

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -7 & 9 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

首先打开 MATLAB 界面，如图 1-1 所示。

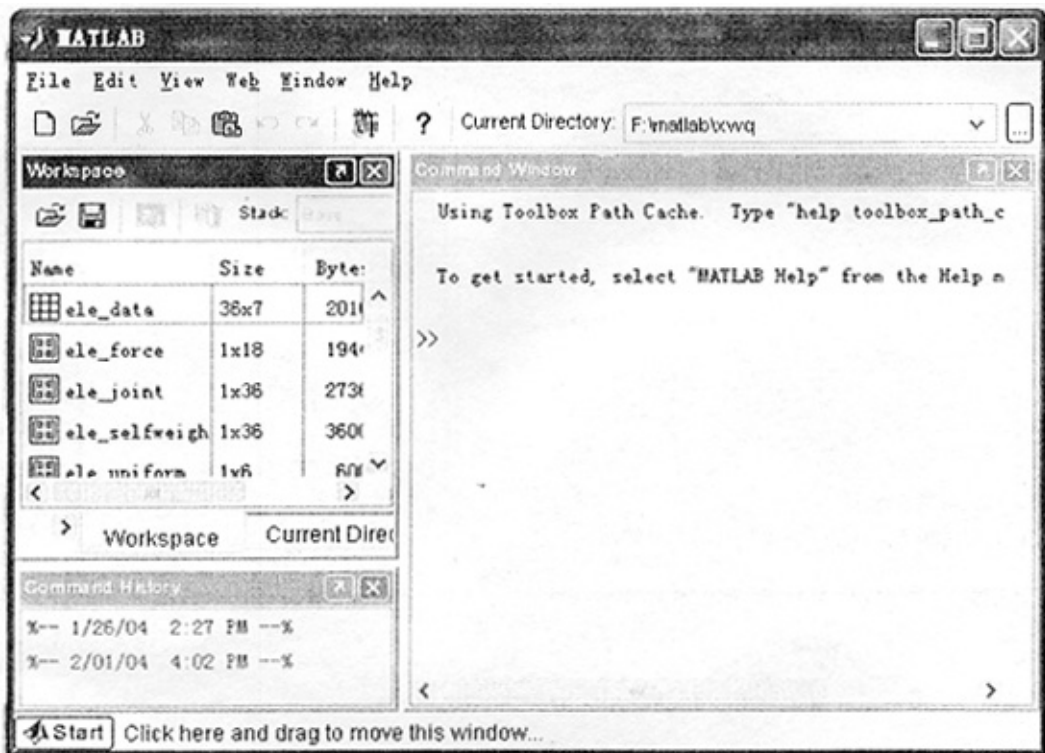


图1-1 MATLAB界面

在命令窗口输入下面的命令行

```
A=[2 5;6 3];
```

```
B=[-7 9;-2 0];
```

```
C=A+B;
```

最终显示

```
C =
```

```
    -5    14
```

```
     4     3
```

## ②M文件运行方式

在 MATLAB 窗口中单击 File 菜单，然后依次选择 New->M-File，打开M文件输入运行界面，如图 1-2 所示。在该窗口中输入程序文件，可以进行调试或运行。与命令行方式相比，M文件方式的优点是可调试，可重复应用。

对于前面的矩阵求和问题，在M文件输入运行界面中输入程序，如图 1-2 所示。然后在

Debug 菜单中选择 Run 选项，将在命令窗口输出矩阵  $A+B=C$  的值。

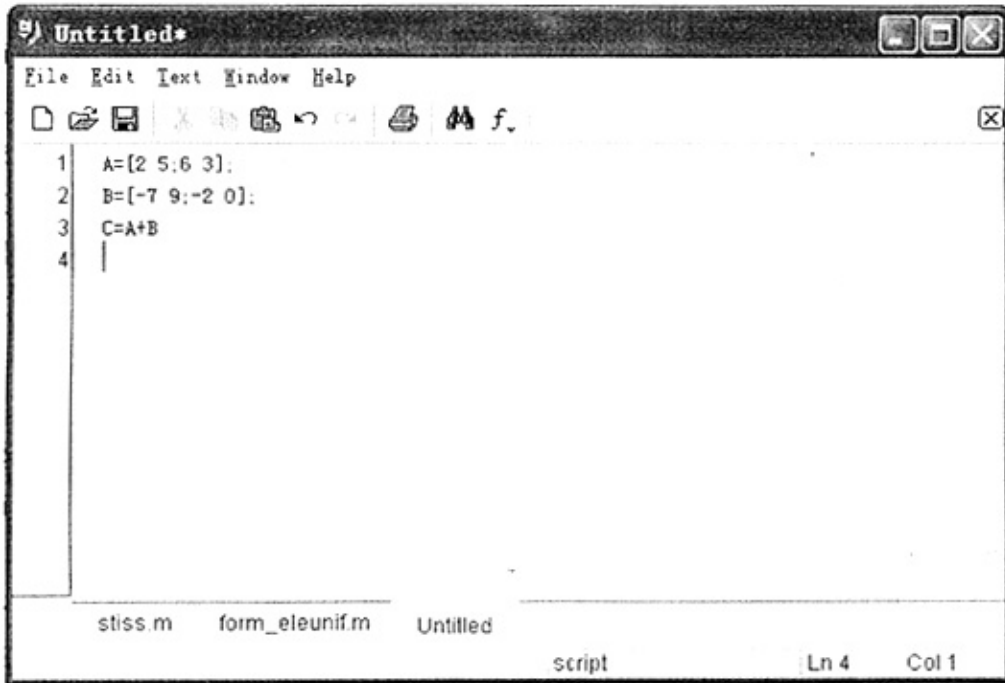


图1-2 M文件输入运行界面



## 2. 斜弯桥上部构造性能及受力特点

### 2.1 斜桥上部结构

目前大部分桥梁上部结构建成斜交、变宽度或曲线的形式。如果为了避免桥梁的斜交及复杂性而改用其他运输定线方案，就会对交通规划有效空间及行车速率的提高增加限制。可幸的是，由于借助计算机分析方法的出现，对日益需要的较大斜交的桥梁已伴随产生，现在一般能够设计出任意斜交角度的结构<sup>[18]</sup>。

除介绍上部结构的设计细节外，斜交桥在上部结构性能和临界设计应力上都有值得重视的效应。关于斜交板式上部结构的特性，现扼要列于图 2-1 中，即为<sup>[18]</sup>：

①沿宽度最大弯矩方向的变化，在边缘处与斜跨方向平行，在板的中央则接近垂直于桥台；

②靠近钝角处出现上拱弯矩；

③上部结构承受很大的扭转；

④钝角角隅处出现较大的反力和剪力；

⑤锐角角隅处出现较小的反力，还可能出现翘起。

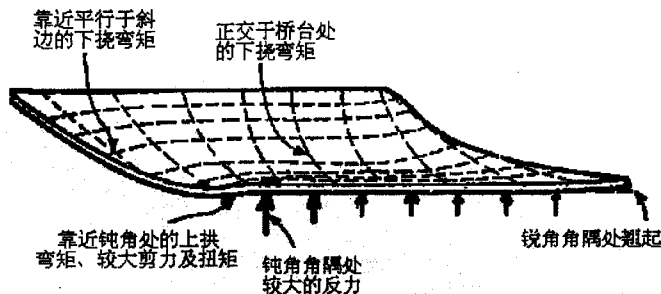


图2-1 斜桥上部结构的特性

这些效应的大小与斜交角、宽跨比、特别是上部结构和支点构造形式有关。图 2-2 则表明形状和边缘细节能够影响到最大弯矩的方向。在图 2-2a 和 b 中上部结构直接置于桥台之上，而图 2-2c 则具有加强的边梁对板起着线支承作用使板沿人宽与桥台直交。而图 2-2d 斜角特大，使得上部结构在锐角角隅好象从桥台悬臂出似的。

上部结构支承在软支座上可以减小斜交的危害影响。在钝角角隅处支座上较大的反力由邻近支座所分担，除减少最大反力值外，还降低了板内由于剪力和扭转形成的剪应力，并且减少了在钝角隅处的上拱弯矩，使锐角隅处的翘起也可以消除。然而，这种沿着桥台的力重

分布却带来跨径内的下挠弯矩的增加。

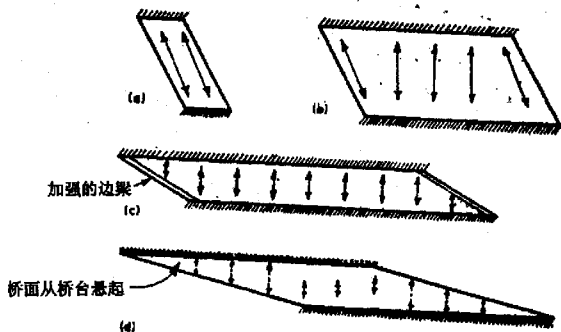


图2-2 斜桥上部结构主弯矩方向

上述的特性在实体的和分格的板式上部结构中是特别明显的，因为它们有较大的抗扭刚度来抵抗上部结构的扭矩。相反，在梁板式上部结构中，特别是稀排梁板式，斜交式的特性是不明显的。图 2-3 示出一个承受均布荷载的稀排梁板式上部结构的平面、正面和正剖面。在桥台处相邻梁各靠近点，其纵向坡度有很大的差别，而且还有一相对的垂直位移。如果板与梁的抗扭刚度很小，则上部结构的扭转变形就可能在没有产生很大反力的情况下出现。在局部集中荷载作用下的分布仍然由于板的横向弯曲而发生，但各梁在纵向跨度上要比正桥大得多。然而，在钝角处梁内的剪力和反力的增加仍然是明显的，而且应予以考虑。但在锐角处翘起则是不可能的。必须注意，如果梁是具有很大抗扭刚度的箱型截面，则它们将引起很大的扭转。可以发现腹板内的扭转剪力是过大，因而在扭转上有柔性的工字梁是比较合适的。

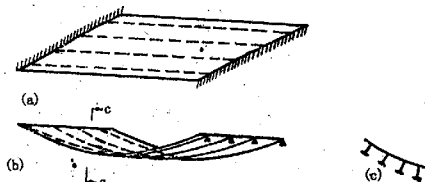


图2-3 斜交梁板式上部结构

(a)平面 (b)正面 (c)剖面

一般来说，在斜交角小于  $20^\circ$  的简支上部结构中，斜交的影响是不予考虑的。然而，在连续式上部结构，特别是在中部支承区域内，虽然斜交角较小，但影响是明显的。图 2-4a 和

b 示出三跨分格式上部结构边腹板的梁格弯矩图。在图 2-4a 表示与支承正交，在图 2-4b 表示与支承成斜交角  $20^\circ$ 。这两者均在整个中跨受载。在中跨处差别很小。然而，由于斜交关系，在斜交的支点靠近受荷载跨内的支点处弯矩、剪力（锯齿形弯矩图的斜率）和反力都有很大的增加。

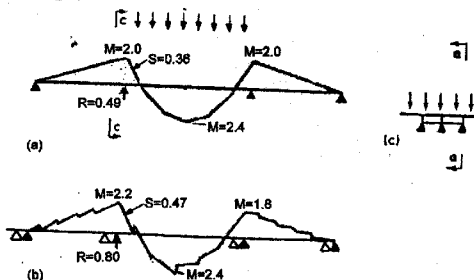


图 2-4 边腹板的梁格弯矩图

(a) 正交的三跨分格式上部结构； (b) 斜交  $20^\circ$  角的三跨分格式上部结构

## 2.2 弯桥上部结构<sup>[19]</sup>

弯桥工作的特点主要取决于曲率大小的影响。当垂直荷载作用于弯桥上时，弯桥将同时产生弯矩和扭矩，并且相互影响，造成弯桥力学分析的复杂性。

### 一、挠曲变形

弯桥的挠曲变形一般要比相同跨径的直桥要大，这是因为弯桥的挠曲变形不但来自于弯力矩，而且还来自于扭转力矩。弯桥的挠曲变形一般与跨长  $L$ 、曲率半径  $R$ 、中心角  $\alpha$  以及弯曲与纯扭转的刚度比  $\frac{EI}{GK}$  和纯扭转与弯曲扭转的刚度比  $\frac{GK}{EI_w}$  有关，并且与荷载的形式

（集中荷载还是均布荷载）等有关。

### 二、弯矩

弯桥的弯矩与跨长  $L$ 、曲率半径  $R$ 、中心角  $\alpha$  以及荷载的形式有关，而与弯桥的截面形状无关（即截面形状是 T 形还是箱形的）。弯桥的弯矩一般比相同跨径的直桥要大。

通常把弯桥的跨中弯矩与相同跨径的直桥的跨中弯矩之比称为弯桥的跨中弯矩修正系数。

图 2-5 所示即为弯桥跨中弯矩修正系数曲线，它是以弯桥跨长  $L$  和曲率半径  $R$  为参数，分别在跨中作用集中荷载和全桥均布荷载的条件下得到的。

由图 2-5 可见，在相当大的范围内（例如当  $l \leq 30\text{m}$ ， $R \geq 100\text{m}$  时），弯矩的跨中修正系数接近 1，因此，可以不作计算直接用直桥的跨中弯矩值来进行各项内力计算。

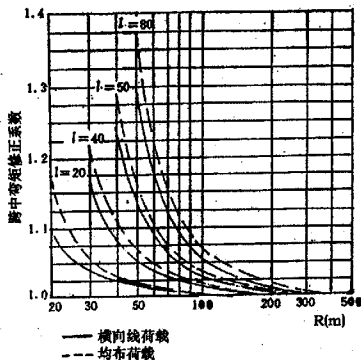


图2-5 弯桥跨中弯矩修正系数曲线

### 三、扭矩

对于一般的直桥，因扭矩的数值较小，且影响范围也小，通常不作计算，只有在扭矩存在的部位进行局部构造处理。对于弯桥，扭矩的分析和计算则是十分重要的。

弯桥截面上的总扭矩  $T$  是由自由扭转的扭矩  $T_K$  和约束扭转的扭矩  $T_W$  所组成。自由扭转的扭矩  $T_K$  和约束扭转的扭矩  $T_W$  在总扭矩中所占比例的大小，取决于弯梁轴线的曲率半径及梁的截面形状。

图 2-6(a)、(b)、(c) 分别表示工形并列弯梁桥、双箱梁桥及单箱梁桥中总扭矩  $T$  与自由扭转扭矩  $T_K$ 、约束扭转扭矩  $T_W$  的关系。

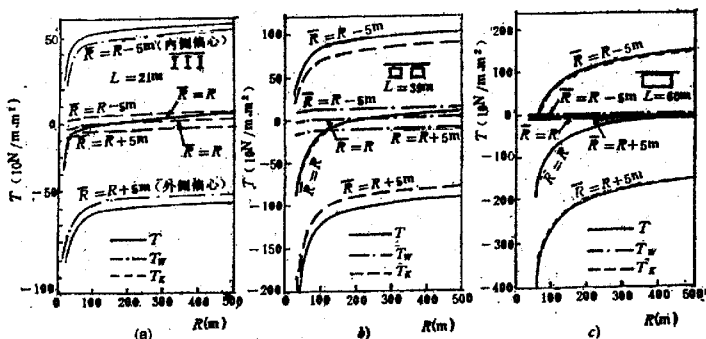


图2-6 总扭矩 $T$ 与自由扭转扭矩 $T_K$ 、约束扭转扭矩 $T_W$ 的关系

图 2-6(a) 中，当杆件为开口截面时，自由扭转扭矩很小，总扭矩主要由约束扭矩形成，可近似取  $T = T_W$ ， $T_K = 0$ 。曲线半径  $R$  在 100 m 以上时，扭矩变化缓慢；但当  $R \leq 100$

m时, 随着R的减小, 扭矩  $T \approx T_w$  急剧增加。

图 2-6(b) 中, 当杆件为开闭口混合式截面时, 总扭矩大部分由自由扭转扭矩构成, 约束扭转的扭矩只占一小部分。

图 2-6(c) 中, 当杆件为闭口截面时, 总扭矩主要由自由扭转的扭矩构成, 可认为  $T \approx T_k$ ,  $T_w \approx 0$ 。

在所有这三种情况中, 总的规律是: 当曲线半径  $R > 100$  m 时, 总扭矩  $T$  随  $R$  的增大而变化缓慢; 而当  $R < 100$  m 时, 总扭矩  $T$  随  $R$  的减小急剧增加。

#### 四、截面旋转角

在荷载作用下, 截面的旋转角  $\beta$  随截面的形状和杆件的中心角  $\alpha$  不同而变化, 如图 2-7 所示。

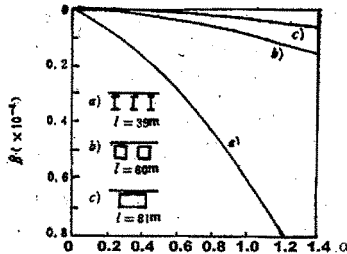


图2-7 旋转角  $\beta$  随截面的形状和杆件的中心角  $\alpha$  变化图

由图 2-7 还可以看出这样几个规律:

①当中心角  $\alpha$  为定值且相等时, 不同梁系其截面的旋转角  $\beta$  因截面形状的不同而有很大的差别;

②不同梁系的中心角  $\alpha$  等量增加时, 并列工字梁的截面旋转角  $\beta$  急剧增加; 并列箱梁的截面旋转角增加缓慢; 单箱梁的截面旋转角增加很小。

#### 五、支承条件和支承反力

弯桥根据支承条件的不同, 可以分为静定和超静定两类。由于弯桥同时存在弯矩和扭矩, 因此静定和超静定必须按弯矩和扭矩分别确定。

对于弯矩的静定和超静定, 大家都很熟悉, 而对于扭矩的静定和超静定, 在工程设计中一般是这样假定的: 如果支承线上有两个或两以上的支座或者相邻的梁由坚固的横梁连接起来时, 因支承和横梁对扭转有约束作用, 在内力计算时, 特别在手工计算时, 将这类支承条件视为扭转的固定支座, 如图 2-8 所示。

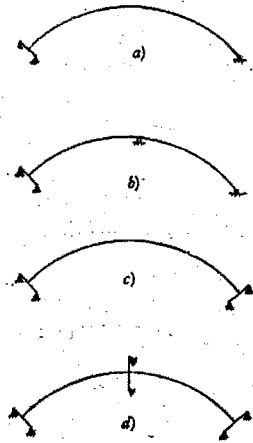


图2-8 曲梁的力学性能

- (a) 对弯矩和扭矩均为静定；(b) 扭矩为静定，弯矩为一次超静定；(c) 弯矩为静定，扭矩为一次超静定；(d) 对扭矩和弯矩均为超静定

在弯桥中，往往因为曲率很大，在固定支座处产生很大的扭矩，甚至可能出现负的反力，因此在设计支座时应予以注意。

为了将曲线桥做为外部静定体系，以消除因温度（均匀）变化产生的温度应力，必须全桥只有一个固定点，以该点为中心，其它各方向均可以自由活动，如图 2-9(a)。但是，这样外部静定的支承状况，一旦发生地震，固定支座处将产生很大的水平力，则给支座设计带来很大的困难。因此，对于宽度不大的一般弯桥，多将配置在某一桥墩或桥台上的全部支座做成固定的，其他桥墩或桥台的的支座做成沿桥轴方向可以活动的支座。当桥的宽度较小时，桥体在宽度方向上的位移，可以利用支座部分的空隙来放松，不致产生大的水平力，如图 2-9 所示。地震力作用时，由于地震力方向的不确定性，设计桥梁支座及下部结构时应予以考虑。支座宜用多向活动支座；下部结构应按最不利方向的截面进行验算。在预应力混凝土连续弯梁桥中张拉预应力筋时，对支座，对下总结都将产生不可忽视 径向作用力，设计时也应予以考虑。

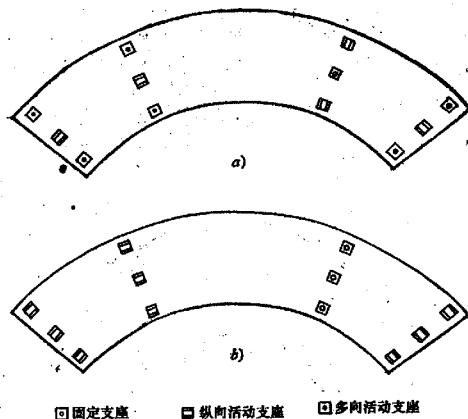


图2-9 曲梁的支座

### 2.3 斜弯桥上部结构

本文所研究的斜弯桥即为如图2-10所示的斜支承曲线梁桥。国内外一般理论分析均采用扇形曲梁作为基本体系，主要原因是用结构力学方法，可以很方便地得出单极扇形曲梁的各种函数值的精确解，而认为非径向支承的曲梁是一个很难解析的问题。实际上，斜弯桥是由多根曲梁组成，采用扇形平面必然导致每根曲梁的半径 $R$ 、跨径 $L$ 及变形系数的不等，加之曲线和斜支承特有的弯曲和扭转的耦合作用，使计算变得更复杂化。它的力学特性，普遍认为为是斜桥和弯桥的力学特性的简单叠加<sup>[20]</sup>。

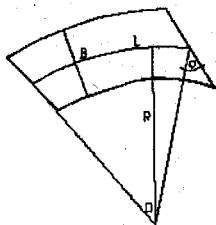


图2-10 斜弯桥

### 3. 斜弯桥空间结构分析的梁格法

#### 3.1 梁格法的基本原理

梁格法是借助计算机分析桥梁上部结构的一种有效实用的方法。它易于理解和使用，在桥梁结构设计中得到了广泛的应用<sup>[12,13,21]</sup>，已被认为是精确而有效的。它适用于板式、梁板式及箱梁截面的上部结构及各种组合体系桥梁<sup>[8]</sup>。

梁格法的主要思路是将上部结构用一个等效梁格来模拟，如图 3-1。将分散在板式或箱梁每一区段内的弯曲刚度和抗扭刚度集中于最邻近的等效梁格内，实际结构的纵向刚度集中于纵向梁格构件内，而横向刚度则集中于横向梁格构件内。从理论上讲，梁格必须满足以下等效原则：当原型实际结构和对应的等效梁格承受相同荷载时，两者的挠曲应是恒等的，而且在任一梁格内的弯矩、剪力和扭矩应等于该梁格所代表的实际结构部分的内力。由于实际结构和梁格体系有着不同的结构特性，上述“等效”的理想状况是难以达到的，模拟只能是近似的。这种特性表现在以下方面：

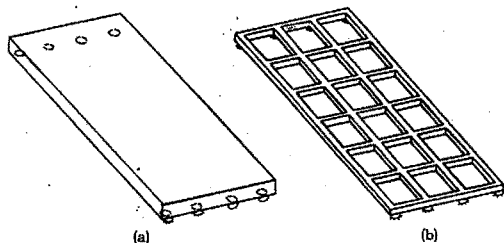


图3-1 梁格分析法

(a) 实际结构；(b) 等效梁格

①梁格法中任意梁内的弯矩严格与其曲率成正比，而在原结构如板结构中，任一方向上的弯矩和该方向和正交方向上的曲率有关。对钢筋混凝土构件或预应力混凝土构件而言，一般按纵向、横向双向配筋，同时混凝土泊松比较小（ $= -0.15 \sim -0.16$ ），所以用梁格法导出的纵向弯矩和横向弯矩对结构设计是足够精确的<sup>[12,13]</sup>。

②实际板结构中，任一单元的平衡要求扭矩在正交方向上是相等的，而且扭率在正交方向上也是相同的。在等效梁格中，由于两类结构特性不同，无法使扭矩和扭率在正交方向的节点上相等，然而梁格网格相当细密时，梁格随着挠曲而成一曲面，在正交方向上可近似相等。



## 3.2 板式上部结构

当桥梁跨度较小时，可以用板结构作为承重结构。板式上部结构，在两维平面板内结构上是连续的，因此作用荷载由剪力、弯矩和扭矩的两维分布来支承。这些分布比那些按一维的连续梁来得复杂，因为对于一个实际的板式上部结构，基本方程不大可能求得精确解答，所以大多数用近似方法解决之，这就是梁格分析。

### 3.2.1 结构类型<sup>[18]</sup>

图 3-2 表示桥面板的某些普通类型。图 3-2a 为实体的钢筋混凝土板。在图 3-2b 中，则在板的高度范围内浇成空心来减轻重量，这种上部结构称为“空心板”。若空心的高度超过板的高度 60%，则板不再象单块板那样而却与格格式上部结构相似，其分析方法将在后面叙述。板式上部结构可以建造成组合式构造，如图 3-2 c 和 d 所示。在图 3-2 c 中用混凝土填充密排的各梁之间，顶部和底部连续的横向钢筋而构成整体板。在图 3-2 d 中，上部结构用密排的箱梁构成，在横向上用后张法使板具有抗弯矩的连续性。

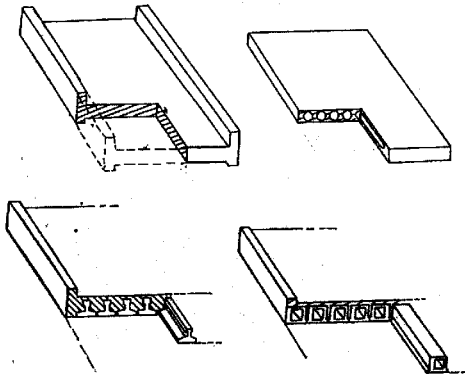


图3-2 板式上部结构

(a) 实体的；(b) 空心的；(c) 混合实体的；(d) 混合空心的

板式上部结构有时具有上伸及下伸式的加劲梁，如图 3-2a 所示。这种结构能够把作用在中央处的荷载分布到板的两侧，甚至作用在边缘处的荷载也能传递一部分至板上，而另一部分则传递至加劲梁。对具有加劲梁的上部结构提出精确分析的问题时，除非上伸或下伸部分较大以致加劲梁的中性轴与板的中间平面有明显的差值，使用后述的近似方法并不复杂。

### 3.2.2 梁格网格

利用刚度等效原则对板式结构进行梁格划分时，由于上部结构截面形状和支点布置方式

的多样化，网格划分很难得到统一的规律，一般根据板结构布筋方向及结构形式来定<sup>[8]</sup>。

### 一、斜交板网格划分

斜交板桥与正交桥相比其内力分布特点有很大不同。其受力特性前面已有叙述，此处不再详述。

由于斜交板桥的受力特性，斜交板桥的梁格划分应尽量与力的作用方向或结构内配筋方向一致。当斜交角较小（一般斜交角小于  $20^{\circ}$ ）时，可采用斜交网格如图 3-3a；当桥面较窄且斜交角较大时，梁格划分应平行设计强度线如图 3-3b；当桥台宽度大于跨度时，梁格划分按图 3-3c 是比较合适的。梁格间距可参考正交桥所述原则。

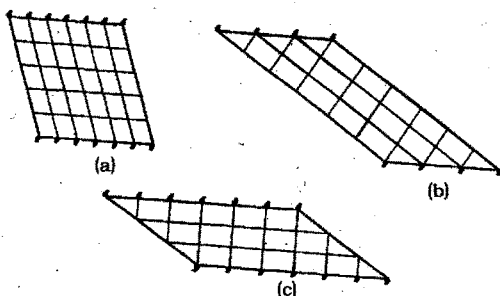


图3-3 斜板网格划分

(a) 斜网格；(b) 垂直跨长网格；(c) 垂直支承网格

### 二、弯板及扇形板

用梁格法分析弯板或扇形结构时，如图 3-4，辐射式构件之间的夹角可以做成不大于  $15^{\circ}$ ，梁格网格接近于正方形，辐射式构件的刚度等效于位于其长度中点的截面刚度。

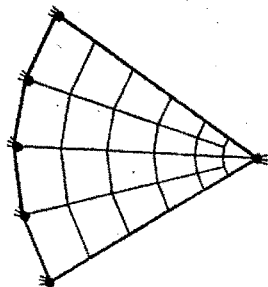


图3-4 弯板或扇形板网格划分

### 3.2.3 梁格构件截面特性<sup>[18]</sup>

惯性矩

纵向和横向的梁格构件的惯性矩，系考虑每根构件代表至相邻平行构件间对中划分的桥面板的宽度来计算，如图 3-5 所示。应按板的中性轴计算惯性矩，于是对于各向同性板，则有：

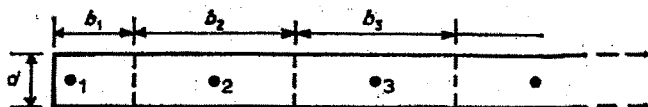


图3-5 板式上部结构对于纵向梁格构件的划分

$$I = \frac{bd^3}{12} \quad (3.1)$$

若上部结构具有薄的悬臂或薄的中间板条，则纵向构件可以布置如图 3-6a 或 b 所示。在图 3-6a 中所有构件的惯性矩是根据板的中性轴计算求得的。然而，若梁格构件布置如图 3-6b 时，则在构件 1、5 和 9 上面的薄板本来是作为构件 2、4、6 和 8 的翼缘的。因此，1、5 和 9 的惯性矩按绕薄板的形心计算，而杆件 2、4、6 和 8 则如图 3-6a 按带翼缘计算后减去 1、5 和 9 那些小惯性矩。横向上，薄板绕其本身的形心弯曲，因而在式(3.1)中对于杆件 1-2,4-5,6-8,9 采用薄板的高度，而在杆 2-3,3-4,6-7 和 7-8 中采用厚板的高度。

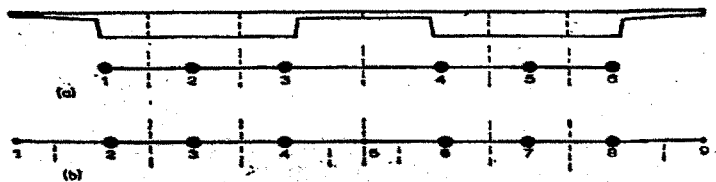


图3-6 具有薄悬臂和薄连接板的纵向梁格构件的两种布置

图 3-7 所示空心板式上部结构纵向梁格构件的惯性矩，由阴影截面按绕中性轴计算。横向上惯性矩一般按绕空心的中线计算。然而，对于空心高度小于总高度的 60% 者，则横向惯量通常可以假定它等于每单位宽度的纵向惯量，两种计算都不够精确，但两者都能满足设计目的。

如果把板的弯矩曲率方程式(3.2)与梁的方程式(3.3)作比较，可以看出板的方程式不仅由于横向曲率效应而异，并且还因为有效刚度为梁的  $\frac{1}{1-\nu^2}$  倍。在整个等效梁格分析中，这种

板的刚度增大的因素通常是略而不计的。因为纵向和横向两者的刚度受到相同的增值的影响不改变荷载的分布。

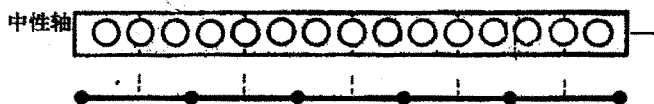


图3-7 空心板上部结构纵向梁构件的布置

$$\frac{\sigma_x}{z} = \frac{m_x}{I} = \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{1}{R_x} + \frac{\nu}{R_y} \right)$$

$$\frac{\sigma_y}{z} = \frac{m_y}{I} = \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{1}{R_y} + \frac{\nu}{R_x} \right) \quad (3.2)$$

式中:

$z$ --- 中性轴以下的垂直距离;

$I$ --- 每单位宽度内板的惯性矩  $\left( I = \frac{d^3}{12} \right)$ ;

$d$ --- 板厚;

$R_x$ --- $x$  方向上的曲率半径;

$E$ --- 杨氏模量;

$\nu$ --- 泊松比。

$$\frac{\sigma}{z} = \frac{M}{I} = \frac{E}{R} \quad (3.3)$$

式中:

$M$ --- 截面上的总弯矩;

$I$ --- 截面绕中性轴的面积二次矩或惯性矩;

$E$ --- 弹性模量。

钢筋混凝土和预应力钢筋混凝土板桥, 往往在纵向和横向上具有相同刚度, 这是由于假定全部不开裂的混凝土截面是有效而略去钢筋不计的结果, 这是足够精确的。然而, 若横向配筋少而在桥梁纵向是预应力或配筋多时, 这就要考虑到受弯开裂, 在两个方向的惯量各自按不同的换算截面加以计算。

扭转

由于一块板每单位宽度的抗扭常数为:

$$c = \frac{d^3}{6} \text{ 每单位宽度}$$

因而，对于代表板宽  $b$  的梁格，则为

$$C = \frac{bd^3}{6} \quad (3.4)$$

这是式 (3.1) 所给出的惯性矩值的两倍，故对于代表板的梁格可以假定  $C = 2I$ ，对于空心板计算  $C$  值却没有简单精确的规律，上述的  $C = 2I$  是方便，而且精确的对任何情况均适用。

在真正的正交异性板中，横向与纵向的扭矩是相等的，并且同时两个扭率恒等于

$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ 。因此，横向和纵向梁格有着每单位板宽相等的抗扭常数。此抗扭常数为

$$c = 2\sqrt{I_x I_y} \quad (3.5)$$

式中：

$c$ --- 每单位板宽的抗扭常数；

$I_x$ --- 每单位板宽的纵向构件惯性矩；

$I_y$ --- 每单位板宽的横向构件惯性矩。

### 3.3 梁板式上部结构

近代的中小跨径桥梁，大部分是梁板式上部结构。为了设计的目的，本章叙述如何把这种结构考虑为两维结构来分析，其方法在若干方面的性能要比板简单。

#### 3.3.1 结构类型

大多数梁板式上部结构，在桥台之间置有多根纵梁，而横向上用一薄板横盖其顶面，如图 3-8 所示。对于小跨径，纵梁通常是密排的，如图 3-8a 所示，但对于较大跨径，其设置如图 3-8b 和 c，并在支点上设置称之为“横隔板”的横梁，以连接纵向梁，有时也在沿跨径各处设置如图 3-8d 所示形式。桥面可以有较大的斜交角，纵梁距离可以彼此不一致，也可布置为加宽式，弯桥通常用板的边宽来调节成合适的弯度，但支承在每跨为直线的梁上。有时也把纵梁做成曲线的。

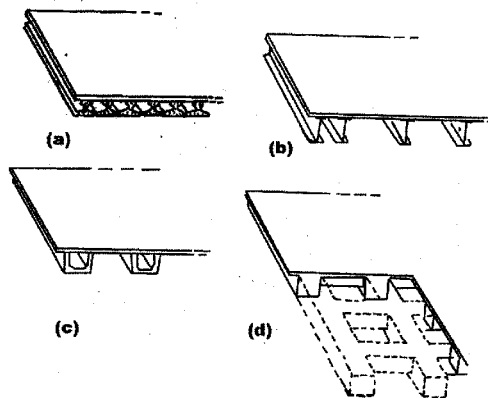


图3-8 梁板式上部结构

(a) 密排式；(b) 稀排式工字梁；(c) 稀排式箱形梁；(d) 格梁

### 3.3.2 梁格网格

对于梁板式上部结构，如同板式上部结构一样，决定适当的梁格网格最好以考虑到具体上部结构的结构性能去处理比用一些规定为好<sup>[8]</sup>。图 3-9 表示四种上部结构型式适宜的网格的示例。

在图 3-9a 中，上部结构实际是纵梁和横梁的梁格。因为平均的纵向和横向弯曲刚度是相差不大的。承受局部荷载时，它的分布多少相似于一受扭的柔性板。梁格可采用与原型梁中心线相重合的构件去近似的模拟原型。

在图 3-9b 中，上部结构的纵梁比行车道略窄，将原型梁中心线作为纵向梁格既方便，又自然合理。没有跨中横隔板的横向梁格，其间距可以任意选择，但一般约取有效跨径的  $\frac{1}{4}$  到  $\frac{1}{8}$ 。如原型支点上横隔板，则必须设置一根梁格与它相重合。

图 3-9c 是中心密排的梁式上部结构。由于用梁格纵向构件与所有的纵梁相重合是十分费事，又不易处理，因此，适宜的方法是用一根梁格去代替一根以上的纵梁。然而，如同梁板式上部结构一样，其分布性能不佳，因而布置梁格间距不要超过  $\frac{1}{10}$  跨径，这是十分重要的，否则，在梁格分析中，弯矩集中将不明显。

图 3-9d 所示的上部结构具有纵向大梁，它的宽度构成很大的中心距离。在横向弯曲过

程中，薄板弯曲比厚梁为大，梁格必然随着整个薄板的宽度上的弯曲，所以横向构件要由串连的构件构成，它的不同刚度代表在原型中的不同刚度。这种上部结构也可以作为每根纵梁用两根梁格的板式上部结构来处理，如图 3-5 所示，但必须作为一块板来计算抗扭参数。

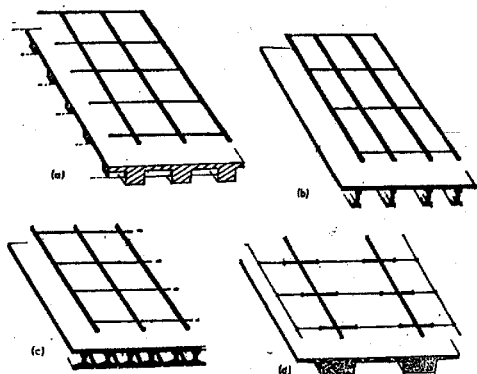


图3-9 梁格网格

### 3.3.3 梁格构件截面的特性

#### 一、纵向梁格构件截面特性

每一梁格构件截面抗弯刚度  $EI_y$  按截面形心计算：

$$EI_y = E \cdot (\text{截面所代表面积对 } Y \text{ 轴的惯性矩}) \quad (3.6)$$

在实际桥梁结构中，边梁腹板一般比中板的厚，内梁格构件和边梁格构件截面形心处在不同水平线上，这种差距一般不计，有必要时，可用偏心刚臂模拟。

若上部结构梁的间距大于有效跨径的  $\frac{1}{6}$ ，或若边梁悬臂长度超过有效跨径的  $\frac{1}{12}$ ，这时由于剪力滞的影响，梁的翼缘有效宽度明显减小。这时截面的惯性矩必须用折减后的特性计算。截面翼缘有效宽度计算参见《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTJ023-85)。

每一梁格构件的抗剪刚度：

$$GAs = G \cdot (\text{梁格代表的纵梁肋板面积}) \quad (3.7)$$

每一梁格构件的抗扭刚度：

$$GJ_x = G \cdot (\text{纵梁抗扭惯性矩} + \text{板抗扭惯性矩}) \quad (3.8)$$

对如图 3-6 所示中间虚拟梁格，其抗扭刚度设为  $J_x = \frac{bh^3}{6}$ ，其中  $b$  为该梁格代表的板

宽,  $h$  为板的厚度。

## 二、横向梁格构件截面特性

①若梁格无横隔板, 横向梁格用板表示:

$$EI_x = \frac{Ebh^3}{12} \quad (3.9)$$

$$GI_x = \frac{Gbh^3}{6} \quad (3.10)$$

②若梁格有横隔板, 且间距不大时:

$$EI_x = E \cdot (T \text{形截面对} x \text{轴的惯性矩}) \quad (3.11)$$

$$GI_x = G \cdot ( \text{横隔板抗扭惯性矩} + \frac{bh^3}{6} ) \quad (3.12)$$

③若梁格有横隔板, 且间距较大时, T 梁截面中翼缘取有效跨径的  $\frac{1}{12}$ 。

若结构在纵向、横向有不同的截面特性, 则必须谨慎计算它们的相对刚度。如纵向配置预应力的梁板结构, 纵向为预应力混凝土, 而横向为普通钢筋混凝土。所以, 纵向按全截面工作, 而横向只有部分截面参加工作。

## 3.4 箱梁上部结构

### 3.4.1 结构类型

图3-10示出可以用剪力柔性梁格法分析的多种分格式上部结构。对于具有薄板封闭式, 矩形宽的多格式上部结构来说, 这种分析方法是最适宜的。它还可用于仅有一个或几个格室的结构的的上部结构, 及具有斜腹板的上部结构的分析, 均可得到令人满意的精度。它还可以用于具有大量的圆柱形空洞式上部结构。可以考虑表结构高度或板的厚度的变化, 但不能考虑到在梁腋处的拱式作用。上部结构在平面上还可以是弯的或变宽度的<sup>[18]</sup>。



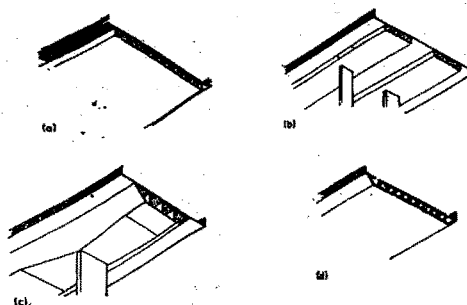


图3-10 分格式上部结构

### 3.4.2 梁格网格<sup>[8]</sup>

#### 一、等宽多室箱梁结构

用梁格法模拟箱梁结构时，假定梁格网格在上部结构弯曲的主轴平面内，纵向构件的位置均与纵向腹板相重合，这种布置可使腹板剪力直接由横截面上同一点的梁格剪力来表示。如图3-11。在悬臂板边缘纵向应设置一个纵向构件，以便于计算悬臂处的荷载。

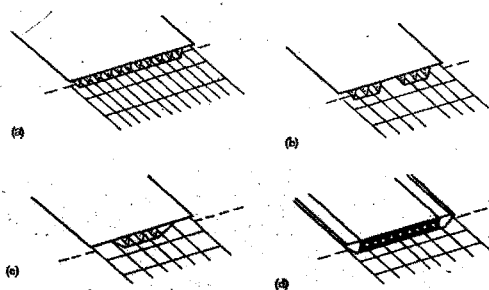


图3-11 箱梁结构的模拟梁格

对单箱室横向施加预应力的截面或双箱截面，在顶板上应增设纵向梁格构件，用虚拟构件改善上部结构内的静力分布，其设置方式和板式及梁板式结构相同。

对于具有斜腹板的上部结构，代表斜腹板的梁格的位置具有一定的随意性，对一个五室箱梁的分析结果表明，将斜腹板对应的梁格设置在水平投影长度的中心处，可以得到满意的结果。

横向梁格设置应视结构的实际情况确定。若横隔板相当多，这时横向构件应与横隔板重心重合。若横隔板的间距较大，则必须增加横向虚拟梁格，其间距一般为反弯点之间距离的

$\frac{1}{4}$ 。较密的间距使结构模型具有连续性，可得到内力分析较详细的细节。

## 二、曲线型箱梁结构

曲线型箱梁结构可以用图3-12中曲线式构件或直线构件所组成的梁格进行分析。研究表明，曲线式梁格构件与直线式梁格构件相比在精度上的改善并不显著。因此，本项目研究均采用直线构件进行梁格分析。

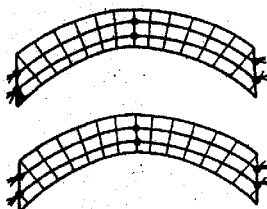


图3-12 曲线箱梁的模拟梁格

按前述原则进行纵向和横向梁格设置时，梁格在节点处方向最大误差值一般均小于 $5^\circ$ ，当满足这一条件时，曲线梁与直线梁格的“曲线”模拟在性能上没有明显差别。在原型结构内，弯矩和扭矩相互影响，在直线式梁格内，这些影响只发生在每个节点上。

### 3.4.3 箱梁梁格构件的截面特性

#### 一、纵向梁格构件截面特性

##### ①弯曲刚度

假设把箱梁结构在顶板、底板纵向切开成许多工字梁如图3-13所示。

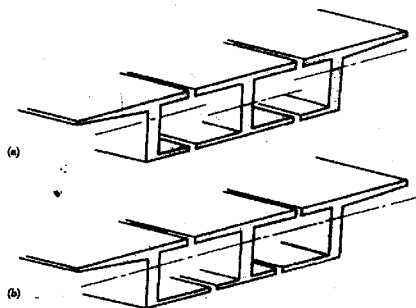


图3-13 箱梁从顶板、底板切开成工字梁

(a) 对中切开；(b) 保证中性轴一致

根据梁格等效的基本原理，图3-14中梁格构件中的弯曲应力分布应与简单梁理论结果相似：

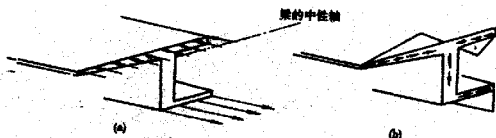


图3-14 “边梁”绕自身中性轴弯曲时的正应力与剪应力

$$\frac{\sigma}{z} = \frac{M}{I} = \frac{E}{R} \quad (3.13)$$

$$\tau = \frac{Q_M \bar{A} z}{I} \quad (3.14)$$

由于弯曲在工字梁中（即在腹板内）产生的垂直剪力为：

$$Q_M = \frac{dM}{dx} \quad (3.15)$$

$Q_M$  仅是腹板内总剪力的一部分，腹板内还有由于扭转产生的另一剪力分量  $Q_T$ 。

按图3-13所示，将箱梁在腹板之间切开，此时各工字梁的重心将不在同一水平线上，如图3-15所示。这与实际结构是不相符的。实际上梁受载弯曲时，应绕同一中性轴而弯曲，因此，梁格构件所代表的每根工字梁的截面特性应绕整体的上部结构中中性轴计算。这样尽管悬臂板可能较大，以及边腹板与中腹板厚度不同，上部结构沿纵向梁格间切开仍是合适的。当翼缘较宽或悬臂板较大时，应考虑截面有效宽度影响。

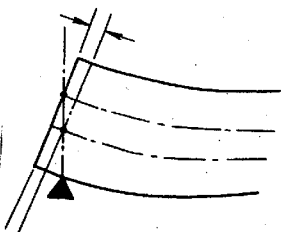


图3-15 中性轴不一致引起梁端“位移”

综上所述，纵向梁格构件的弯曲刚度为：

$$EI_y = E \cdot (\text{梁格构件所代表的截面对箱梁整体截面的 } y \text{ 中性轴的惯性矩}) \quad (3.16)$$

②扭转刚度

这里所谓扭转, 仅指箱梁的刚体扭转, 而不考虑箱梁横截面畸变的影响。当箱梁结构作整体扭转时, 环绕顶板、底板和腹板呈现剪力流网络, 如图3-15所示。大多数的剪力流通过顶板、底板和腹板的周界流动, 少量通过中间腹板。在比拟的梁格体系受扭时, 在横截面上, 总的扭转由两部分组成, 一部分是纵向构件的扭转, 另一部分是由各梁格间相反的剪力流组成, 如图3-16, 这些剪力流将与横向构件内的扭转相平衡, 如图3-17。由此可见, 图3-18两个图所示力系非常相似。若在两腹板之间将箱梁切开, 箱梁内总扭矩由各梁格扭矩及梁格剪力  $Q_T$  进行合成, 其中梁格扭矩代表了由于顶板和底顶内相反的剪力流在上部结构内形成的扭矩, 而梁格剪力  $Q_T$  代表腹板内的剪力流。

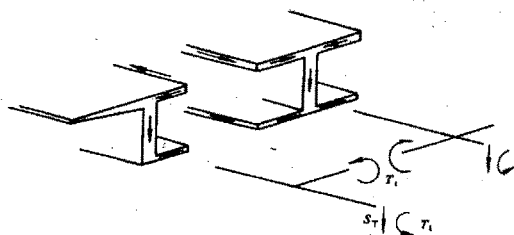


图3-16 截面受扭时剪力分布

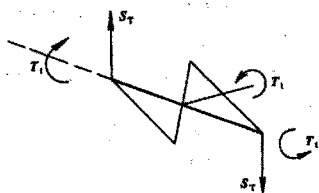


图3-17 梁格节点的内力平衡

因此, 纵向梁格构件的扭转刚度为:

$$GJ_x = G \cdot (\text{梁格代表的顶、底板翼缘对 } x \text{ 中性轴的惯性矩}) \quad (3.17)$$

图3-19所示截面单位宽度内的扭转刚度:

$$GJ_x = 2G(h^2 d' + h'^2 d'') = \frac{2Gh^2 d' d''}{(d' + d'')} \quad (3.18)$$

### ③ 剪切刚度

如前所述, 腹板内的剪力流由弯曲剪力流和扭转剪力流组成, 即  $Q = Q_M + Q_T$ 。由于剪力流使腹板产生剪切变形, 纵向梁格的剪切面积应等于腹板的横截面积。

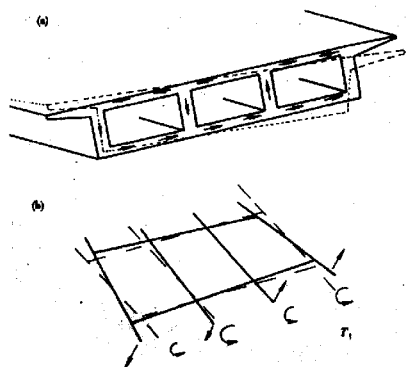


图3-18 箱梁等效梁格及力

## 二、横向梁格构件截面特性

### ①弯曲刚度

由于箱梁在横向也产生弯曲变形，根据板的弯曲理论，由于泊松比的影响，纵向弯矩将使横向弯矩较简单梁理论计算结果产生一定误差，众多文献资料表明，对混凝土结构通常可以略去泊松比的影响。因此横向梁格弯曲刚度：

$$EI_x = E \cdot (\text{横向梁格所代表的截面对 } x \text{ 中性轴的惯性矩}) \quad (3.19)$$

若横向梁格内包括有横隔板，则惯性矩应计入横隔板影响。如图 3-19 所示，每单位宽度内的抗弯刚度为：

$$GI_x = (h^2 d' + h'^2 d'') = \frac{h^2 d' d''}{(d' + d'')} \quad (3.20)$$

### ②扭转刚度

对于无中间横梁或有部分中间横梁的横向梁格，其抗扭刚度与纵向构件相似：

$$GI_y = G \cdot (\text{梁格代表的顶、底板翼缘对 } y \text{ 中性轴的惯性矩}) \quad (3.21)$$

如图 3-19 所示，每单位宽度内的扭转刚度为：

$$GI_y = 2G(h^2 d' + h'^2 d'') = \frac{2Gh^2 d' d''}{(d' + d'')} \quad (3.22)$$

### ③剪切刚度

当箱梁结构仅有少数或没有横隔板时，则横贯格室的垂直力将导致顶板、底板和腹板发生局部变形，即为箱梁的畸变。这种受力情况可以由剪切刚度较小的横向梁格来模拟，即选择横向梁格构件的剪切刚度，使箱梁承受同样的剪力时，梁格构件与实际结构产生同样的变

形。

为了求出横向梁格的等效剪切面积，必须建立垂直剪力  $Q$  与剪切位移  $W_s$  之间的关系，如图 3-19。用精确方法建立该式是相当复杂的，假定剪力在顶板、底板之间按弯曲刚度比例分布，并且腹板中间有反弯点，则剪切公式如下所述，对图 3-19 所示截面，因为：

$$Q = \frac{d^{I3} + d^{n3}}{C^3} \left[ \frac{d_w^3 l}{d_w^3 l + (d^{I3} + d^{n3})h} \right] E W_s \quad (3.23)$$

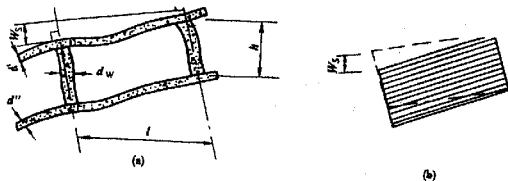


图3-19 箱梁和等效梁格的横向剪切变形

(a) 箱梁畸变 (b) 剪切变形

对于柔性剪力梁格构件，剪力和位移的关系：

$$Q = \frac{A_x G W_s}{l} \quad (3.24)$$

于是横向梁格构件等效剪切刚度：

$$G A_s = \left( \frac{d^{I3} + d^{n3}}{l} \right) \left[ \frac{d_w^3 l}{d_w^3 l + (d^{I3} + d^{n3})h} \right] E \quad (3.25)$$

若箱梁内有横隔板， $A_s$  中还应包括横隔板面积。

## 4. 梁格结构的有限单元法分析及其MATLAB实现

将桥梁上部结构模拟成纵梁、横梁等组成的梁格体系以后，梁格体系的计算可利用空间杆系的计算方法及原理，只是在计算过程中应根据梁格体系的特性及受力特点，对空间杆系的计算方法进行适当的修正，使之能充分反映实桥的受力情况<sup>[8]</sup>。本章将扼要介绍有限单元法空间梁单元的主要公式及其利用 MATLAB 语言的实现问题。关于 MATLAB 语言将在下一章作简要介绍。

### 4.1 空间梁单元分析

#### 4.1.1 单元刚度矩阵

如图 4-1 所示两节点空间梁单元，梁单元的节点具有六个自由度，其中三个线位移分量三个转角分量，与此相应有六个节点力，它们的符号规定示于图 4-1 上，箭头方向为正，反之为负<sup>[8,22,23]</sup>。

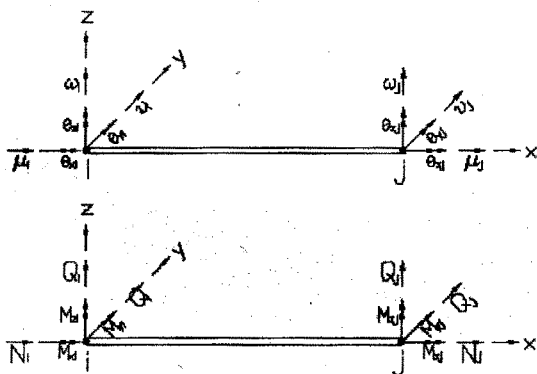


图4-1 两节点空间梁单元

梁单元节点位移：

$$\{\delta\}_e = \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \end{Bmatrix} \quad (4.1.1)$$

$$\{\delta_i\} = \{u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}\}^T$$

$$\{\delta_j\} = \{u_j, v_j, w_j, \theta_{xj}, \theta_{yj}, \theta_{zj}\}^T$$

梁单元节点力：

$$\{F\}_e = \begin{Bmatrix} Fi \\ Fj \end{Bmatrix} \quad (4.1.2)$$

$$\{Fi\} = \{Ni \quad Qyi \quad Qzi \quad Mxi \quad Myi \quad Mzi\}^T$$

$$\{Fj\} = \{Nj \quad Qyj \quad Qzj \quad Mxj \quad Myj \quad Mzj\}^T$$

设梁单元位移为:  $\{u\} = \{u \quad v \quad w \quad \theta\}^T$ , 则该位移可由单元节点位移描述, 即:

$$\{u\} = [N]\{\delta\}_e \quad (4.1.3)$$

其中  $[N]$  为梁单元的形函数, 其值为:

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_3 & 0 & 0 & 0 & N_4 & 0 & N_5 & 0 & 0 & 0 & N_6 \\ 0 & 0 & N_3 & 0 & -N_4 & 0 & 0 & 0 & N_5 & 0 & -N_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

其中  $N_1$ 、 $N_2$ 、 $N_3$ 、 $N_4$ 、 $N_5$ 、 $N_6$  为梁单元的形函数, 式中:

$$N_1 = 1 - \frac{x}{l}$$

$$N_2 = \frac{x}{l}$$

$$N_3 = 1 - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3}$$

$$N_4 = x - \frac{2x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}$$

$$N_5 = \frac{3x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3}$$

$$N_6 = -\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}$$

梁单元的的几何方程为:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ k_z \\ k_y \\ k_x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{du}{dx} \\ \frac{d^2v}{dx^2} \\ \frac{d^2w}{dx^2} \\ \frac{d\theta}{dx} \end{Bmatrix} = [B]\{\delta\}_e \quad (4.1.4)$$

式中:

$\varepsilon_x$  —— 梁单元的轴向应变;

$k_z$  —— 梁单元挠度曲线在坐标两面  $Oxy$  内的曲率;

$k_y$  —— 梁单元挠度曲线在坐标两面  $Ozx$  内的曲率;

$k_x$  —— 梁单元的扭率;



$$[B] = \begin{bmatrix} N_1' & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2' & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -N_3'' & 0 & 0 & 0 & -N_4'' & 0 & -N_5'' & 0 & 0 & 0 & -N_6'' \\ 0 & 0 & -N_3'' & 0 & N_4'' & 0 & 0 & 0 & -N_5'' & 0 & N_6'' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1' & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2' & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

其中，“'”表示对  $x$  的一阶导数，“''”表示对  $x$  的二阶导数， $[B]$  是几何矩阵。

对应于几何方程的内力矩阵是：

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} N \\ Mz \\ My \\ Mx \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ k_z \\ k_y \\ k_x \end{Bmatrix} = [D]\{\varepsilon\} \quad (4.1.5)$$

其中：

$$[D] = \begin{Bmatrix} EA & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Elz & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Ely & 0 \\ 0 & 0 & 0 & GJ \end{Bmatrix}$$

式中：

$EA$  —— 轴向抗拉刚度；

$GJ$  —— 扭转刚度；

$Ely$  —— 竖向弯曲刚度；

$Elz$  —— 横向弯曲刚度。

故单元弹性应变能：

$$Ue = \frac{1}{2} \int_0^L \sigma \alpha dx = \frac{1}{2} \int_0^L \{\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} dx = \frac{1}{2} \{\delta\}^T \int_0^L [B]^T [D] [B] dx \{\delta\} \quad (4.1.6)$$

令

$$[k] = \int_0^L [B]^T [D] [B] dx \quad (4.1.7)$$

将式(4.1.4)及式(4.1.5)代入式(4.1.7)，则得到空间梁单元的刚度矩阵  $[k]$ 。

### 4.1.2 等效节点荷载<sup>[23,24]</sup>

在有限元位移法中建立的是节点平衡方程，因而，如同桁架那样必须把外加荷载按静力等效原则转化成节点荷载。对任意变形体的静力等效原则是，转化后的节点荷载与原荷载在任意虚位移上的虚功相等。按节点荷载计算，对结构应力或内力的影响根据圣维南原理是局

部的 [23]。

设在单元内的任意一点  $M(x,y,z)$  上作用有荷载  $P$ ，其荷载分量用列阵表示为  $\{P\}$ 。由  $\{P\}$  转化为节点荷载，节点荷载分量用列阵表示为  $\{Re\}$ 。

根据静力等效原则，可以得到等效节点荷载公式：

$$\{Re\} = [N]^T \{P\} \quad (4.1.8)$$

如果在单元的表面上沿一曲线作用有分布荷载  $\{P\}$ ，其节点荷载公式是：

$$\{Re\} = \int [N]^T \{P\} dl \quad (4.1.9)$$

因此，作用在单元上的外荷载，按静力等效原则转化成的节点荷载表示为：

$$\{Re\} = \begin{Bmatrix} Ri \\ Rj \end{Bmatrix} \quad (4.1.10)$$

$$\{Ri\} = \{Xi \quad Yi \quad Zi \quad Tix \quad Tiy \quad Tiz\}^T$$

$$\{Rj\} = \{Xj \quad Yj \quad Zj \quad Tjx \quad Tjy \quad Tjz\}^T$$

关于节点荷载方向表示在图 4-1 上，箭头方向为正，反之为负。

### 4.1.3 坐标变换

由于各单元局部坐标系不同，整体求解时需要建立统一的坐标系即整体坐标系。各单元在局部坐标系中建立的物理量需要进行坐标变换，得到它们在整体坐标系中的表达形式。为此规定，参照整体坐标系的物理量用带“—”表示，而参照局部坐标系的物理量则不另作标号 [23]。

上述梁单元的节点位移式(4.1.1)，节点力式(4.1.2)，节点荷载式(4.1.10)以及单元刚度矩阵式(4.1.7)是在局部坐标系中建立的。由于该坐标系以梁单元  $ij$  的轴线为  $x$  轴， $y$  轴和  $z$  轴沿杆件横截面的两个主惯性矩轴向，坐标方向符合右螺旋法则，因此进行单元分析是简单的。

在建立整体结构的节点平衡方程或集合总刚度矩阵和形成右端项时，必须采用公共的整体坐标系。为此，利用坐标变换，分别写出梁单元在整体坐标系中的节点位移列阵、节点力列阵、节点荷载列阵和单元刚度矩阵如下：

$$\{\delta\} = [\lambda] \{\bar{\delta}\} \quad (4.1.11)$$

$$\{F\} = [\lambda] \{\bar{F}\} \quad (4.1.12)$$

$$\{\bar{Re}\} = [\lambda]^T \{Re\} \quad (4.1.13)$$

$$\{\bar{K}\} = [\lambda]^T [K] [\lambda] \quad (4.1.14)$$

其中，坐标变换矩阵  $[\lambda]$  为：

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_1 \end{bmatrix} \quad (4.1.15)$$

而

$$[\lambda_1] = \begin{bmatrix} \lambda_{xx}^- & \lambda_{xy}^- & \lambda_{xz}^- \\ \lambda_{yx}^- & \lambda_{yy}^- & \lambda_{yz}^- \\ \lambda_{zx}^- & \lambda_{zy}^- & \lambda_{zz}^- \end{bmatrix} \quad (4.1.16)$$

式中  $\lambda_{xx}^-$  为  $x$  轴与  $\bar{x}$  轴的夹角余弦, 其余依次类推。

一般来说, 对于空间梁单元的轴线方向  $x$  轴, 它的方向余弦是容易求得的, 但是对于主截面主轴  $y$  和  $z$  的方向余弦, 比较难于确定, 一般可以通过二次转换得到<sup>[24]</sup>。经二次转换后, 其坐标变换矩阵为:

$$[\lambda_1] = \begin{bmatrix} l_1 & -\frac{m_1 \cos \theta + l_1 n_1 \sin \theta}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2}} & \frac{m_1 \sin \theta - l_1 n_1 \cos \theta}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2}} \\ m_1 & \frac{l_1 \cos \theta - m_1 n_1 \sin \theta}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2}} & -\frac{l_1 \sin \theta + m_1 n_1 \cos \theta}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2}} \\ n_1 & \frac{\sqrt{l_1^2 + m_1^2} \sin \theta}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2}} & \frac{\sqrt{l_1^2 + m_1^2} \cos \theta}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2}} \end{bmatrix} \quad (4.1.17)$$

式中:

$l_1$ 、 $m_1$ 、 $n_1$  —— 单元的轴线方向  $x$  轴在总体坐标系中的方向余弦;

$\theta = (\bar{y}, \bar{y})$  —— 单元主惯性轴的方位角。

特别注意的是, 上述计算公式还不能适用于例外的情况。即当  $x$  轴平行于  $\bar{z}$  轴时,  $l_1$  和  $m_1$  均为零, 式 (4.1.17) 就无法进行计算。此时, 可以  $\bar{z}$  为轴, 定义  $\theta = (\bar{y}, \bar{y})$  如图 4-2 所示。

于是得到:

$$[\lambda_1] = \begin{bmatrix} 0 & \sin \theta & -n_1 \cos \theta \\ 0 & \cos \theta & n_1 \sin \theta \\ n_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.1.18)$$

在式中, 若  $x$  轴和  $\bar{z}$  轴方向一致, 则取  $n_1=1$ , 否则取  $n_1=-1$ 。

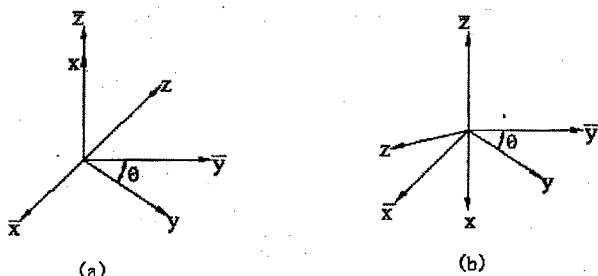


图4-2 坐标转换的特殊情况

#### 4.1.4 总刚度矩阵及整体平衡方程

##### 一、总刚度矩阵的集成

结构总刚度矩阵  $[K]$  可以具体表示为:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \cdots & K_{1,2n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \cdots & K_{2,2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \cdots & K_{3,2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ K_{2n,1} & K_{2n,2} & K_{2n,3} & \cdots & K_{2n,2n} \end{bmatrix} \quad (4.1.19)$$

总刚度矩阵  $[K]$  可以用单元刚度矩阵  $[k]$  一个一个地对号集成, 这在电算中是经常使用的<sup>[23]</sup>。对号集成的方法是: 首先将整体刚度矩阵充零, 然后从第一个单元开始, 先对每个单元求出单元刚度矩阵  $[k]$ , 然后将其中的每个子块  $[k_{i,j}]$  按其下标所代表的行和列依次分别送到整体刚度矩阵的相应位置上, 直至最后一个单元。在同一位置上有几个单元的相应子阵送到, 就将它们进行叠加, 得到在该位置上的整体刚度矩阵的子阵, 便形成了整体刚度矩阵<sup>[25,26]</sup>。综上所述, 结构的总刚度矩阵可由下式求得:

$$[K] = \sum_{e=1}^m [K]^e \quad (4.1.20)$$

式中  $[K]^e$  是单元的贡献矩阵。  $[K]$  和  $[K]^e$  是  $2N$  阶方阵,  $[K]$  是由各个单元的  $[K]^e$  集成, 而  $[K]^e$  是单元刚度矩阵  $[k]$  扩大而成<sup>[23]</sup>。

##### 二、右端项的集成

把所有作用在同一个单元上的外加荷载 (作用在节点上的集中力是特例) 转化成节点荷载, 并把节点荷载进行合成, 得到:

$$\{R_e\} = \begin{Bmatrix} R_i \\ R_j \end{Bmatrix}$$

$$\{R_i\} = \{X_i \ Y_i \ Z_i \ T_{ix} \ T_{iy} \ T_{iz}\}^T$$

$$\{R_j\} = \{X_j \ Y_j \ Z_j \ T_{jx} \ T_{jy} \ T_{jz}\}^T$$

将上式写成方程组右端项的贡献矩阵  $\{P\}^e$ ，其  $\{R_e\}$  与  $\{P\}^e$  的元素对应关系为

$$\left. \begin{array}{l} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ T_{ix} \\ T_{iy} \\ T_{iz} \end{array} \right\} \text{对应成为} \{P\}^e \text{的第} \left\{ \begin{array}{l} 6i-5 \text{行元素} \\ 6i-4 \text{行元素} \\ 6i-3 \text{行元素} \\ 6i-2 \text{行元素} \\ 6i-1 \text{行元素} \\ 6i \text{行元素} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} X_j \\ Y_j \\ Z_j \\ T_{jx} \\ T_{jy} \\ T_{jz} \end{array} \right\} \text{对应成为} \{P\}^e \text{的第} \left\{ \begin{array}{l} 6j-5 \text{行元素} \\ 6j-4 \text{行元素} \\ 6j-3 \text{行元素} \\ 6j-2 \text{行元素} \\ 6j-1 \text{行元素} \\ 6j \text{行元素} \end{array} \right.$$

$\{P\}^e$  的其余元素全是零。

利用每一个单元的贡献矩阵  $\{P\}^e$  的代数和来集成方程组的右端项  $\{P\}$ ，即

$$\{P\} = \sum_{e=1}^m \{P\}^e \quad (4.1.21)$$

三、结构的整体平衡方程组

利用式 (4.1.20) 和式 (4.1.21)，建立结构的整体平衡方程为

$$[K]\{\delta\} = \{P\} \quad (4.1.22)$$

这是一个  $2N$  阶线性代数方程组。

式中， $\{\delta\}$  是整个结构的节点位移列阵； $\{R\}$  是节点荷载列阵，包括分布荷载移置到节点的等效力； $[K]$  为结构的整体刚度矩阵。如果节点荷载和边界条件为已知，则由上式求解联列方程组得出节点位移值<sup>[24]</sup>。

#### 4.1.5 边界条件的处理

求得整体刚度矩阵和整体结构节点荷载列阵后还不能立即求解，因为在建立整体刚度矩阵时，认为结构不受外界约束，是一个自由体，结构具有刚体位移，在数学上称之为奇异矩

阵, 因此, 这样的刚度方程不可能有确定的解答。要使刚度方程有唯一解, 必须消除结构的刚体位移, 即必须代入几何边界条件以限制刚体位移。

在这里应该指出的是, 同一个受外载的结构, 在不同的约束条件下, 或者说引入不同的几何边界条件时, 求得的结果是会大不相同的。因此, 正确的引入几何边界条件, 就能真实地反映结构的实际受力状态, 获得较高的计算精度。由此可知, 在求解刚度方程 (也称为线性代数方程组) 时, 正确地处理几何边界条件是个重要而又复杂的问题, 有时还要辅以实验研究<sup>[26]</sup>。

把支承条件引进到总刚度矩阵  $[K]$  中, 经常使用的办法是: 在总刚度矩阵  $[K]$  中, 把支承条件所对应的一行对角线元素改为 1, 该行其余的元素和对应的右端项元素改为零。这等于用一个边界条件 (支承条件)  $u_i=0$  代替了该支承条件所对应的平衡方程。把该行的对角线元素所在列的其余元素改为零, 使支承条件  $u_i=0$  在其它方程中予以反映。把每一个支承条件都引进到总刚度矩阵以后, 总刚度矩阵仍然是对称的, 矩阵的阶数不变。

在本程序的编制中, 针对预定位移为零的几何边界条件的处理将采用一种新的方式, 即删除行、列法<sup>[27]</sup>。

为了说明这个问题, 现举一个最简单的例子。假设结构只划分为一个单元, 如图 4-3 所示。在节点 1, 2 均有铰支座支承, 则有  $u_1 = v_1 = w_1 = \alpha_1 = \alpha_2 = v_2 = w_2 = \alpha_2 = \alpha_2 = 0$  的零位移边界条件。

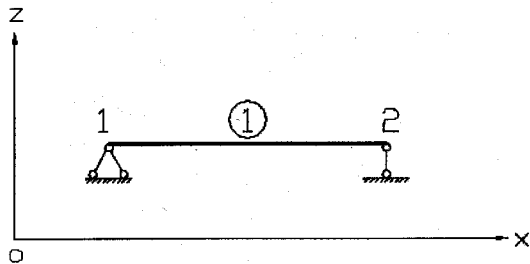


图4-3 边界位移为零的处理方法

由于结构只有一个单元, 显然, 结构的刚度方程就是单元的刚度方程, 考虑到荷载情况及约束情况, 式 (4.1.22) 就可以写成

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \\ T_{1x} \\ T_{1y} \\ T_{1z} \\ X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \\ T_{2x} \\ T_{2y} \\ T_{2z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & a_{18} & a_{19} & a_{1,10} & a_{1,11} & a_{1,12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} & a_{28} & a_{29} & a_{2,10} & a_{2,11} & a_{2,12} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & a_{37} & a_{38} & a_{39} & a_{3,10} & a_{3,11} & a_{3,12} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & a_{47} & a_{48} & a_{49} & a_{4,10} & a_{4,11} & a_{4,12} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & a_{57} & a_{58} & a_{59} & a_{5,10} & a_{5,11} & a_{5,12} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} & a_{67} & a_{68} & a_{69} & a_{6,10} & a_{6,11} & a_{6,12} \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & a_{75} & a_{76} & a_{77} & a_{78} & a_{79} & a_{7,10} & a_{7,11} & a_{7,12} \\ a_{81} & a_{82} & a_{83} & a_{84} & a_{85} & a_{86} & a_{87} & a_{88} & a_{89} & a_{8,10} & a_{8,11} & a_{8,12} \\ a_{91} & a_{92} & a_{93} & a_{94} & a_{95} & a_{96} & a_{97} & a_{98} & a_{99} & a_{9,10} & a_{9,11} & a_{9,12} \\ a_{10,1} & a_{10,2} & a_{10,3} & a_{10,4} & a_{10,5} & a_{10,6} & a_{10,7} & a_{10,8} & a_{10,9} & a_{10,10} & a_{10,11} & a_{10,12} \\ a_{11,1} & a_{11,2} & a_{11,3} & a_{11,4} & a_{11,5} & a_{11,6} & a_{11,7} & a_{11,8} & a_{11,9} & a_{11,10} & a_{11,11} & a_{11,12} \\ a_{12,1} & a_{12,2} & a_{12,3} & a_{12,4} & a_{12,5} & a_{12,6} & a_{12,7} & a_{12,8} & a_{12,9} & a_{12,10} & a_{12,11} & a_{12,12} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \theta_1 \\ 0 \\ u_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \theta_2 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

(4.1.23a)

在上式中要求的基本未知量是位移  $\theta_1$ 、 $u_2$  和  $\theta_2$ ，这样只需将上述方程的第五、七、十一行抽出即可得到解答，即

$$\begin{Bmatrix} T_{1y} \\ X_2 \\ T_{2y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{55} & a_{57} & a_{5,11} \\ a_{75} & a_{77} & a_{7,11} \\ a_{11,5} & a_{11,7} & a_{11,11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ u_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (4.1.23b)$$

由式 (4.1.23b) 即可解得  $\theta_1$ 、 $u_2$  和  $\theta_2$ 。

我们将式 (4.1.23a) 与式 (4.1.23b) 进行比较后可以发现，如果将式 (4.1.23a) 刚度矩阵中与零位移相对应的各行和同号的各列元素都删去，同时将左端荷载向量中与零位移相对应的荷载向量也删去，就可以直接得到式 (4.1.23b)。

通过此方法处理后的刚度矩阵存储容量大为减少，从而在很大程度上降低了对内存的需求量和处理的计算量。

#### 4.1.6 MATLAB 程序说明

在进行空间梁单元的计算时，利用式 (4.1.7) 求得在局部坐标系下梁单元刚度矩阵和节点荷载，再借助式 (4.1.15) 和式 (4.1.16)，利用式 (4.1.13) 和 (4.1.14) 求得在整体坐标系下的梁单元刚度矩阵  $[k]$  和节点荷载列阵  $[Re]$ 。利用  $[k]$  和  $[Re]$  对号集成整体结构在整体坐标系下的总刚度矩阵  $[K]$  和右端项列阵  $[P]$ 。通过解代数方程组，求出的是在整体坐标系下的节点位移分量。进而通过式 (4.1.11) 和式 (4.1.12) 求得在局部坐标系下的节点位移分量和节点力分量。

在本模块的程序编制过程中，代码的编制采用上述计算顺序，限于篇幅原因，本节仅将

程序编制过程中各关键步骤的 MATLAB 实现作简要介绍。

### 一、几何矩阵 [B]

```
B=[diff(Nu,'x')
    -diff(Nv,'x',2)
    -diff(Nw,'x',2)
    diff(No,'x')];
```

式中 Nu、No、Nw、Nv 分别表示形函数 N 的各行阵

diff(Nv,'x',2) 表示对 Nv 进行二次微分，其余类似，并形成矩阵 [B]。

### 二、内力矩阵 [D]

```
D_temp=[E*A,E*Iz,E*Iy,G*J];
D=diag(D_temp);
```

上述命令的意义为利用 D\_temp 内各元素形成对角矩阵 [D]。

### 三、单元刚度矩阵 [k]

```
k=int(B'*D*B,'x',0,L);
```

上述命令的意义为，将  $[B]^T[D]B$  对 x 从 0 到 L 进行积分，并得到 k，此处 k 即为空间梁单元的刚度矩阵。

### 四、等效节点荷载

```
P_temp=int(B'*p,'x',0,L);
P_temp=simple(P_temp);
P=double(P_temp);
```

上述命令的意义为，如果在单元的表面沿一曲线作用有分布荷载，求其节点荷载，也即公式 (4.1.9) 的程序实现。P=double(P\_temp) 表示将节点荷载列阵由符号模式转化为数值模式。

### 五、总刚度矩阵 [K]

整体刚度矩阵 [K] 的绝大多数元素都是零，这是因为大型结构离散化之后，单元和节点数目往往很多，但每一节点只与少数几个单元相关，与某一个节点相关的节点数一般不会超过 9 个，而整体结构若有 200 个节点，则矩阵 [K] 一行中的非零子块和该行的子块总数相比不大于 9/200，即在 5% 以下。因此整体刚度矩阵是一个具有大量零元素的稀疏矩阵，整体网格划分得越细，则 [K] 的稀疏性越突出，利用这特点可设法只存贮非零元素，从而节省存贮容量<sup>[25,26]</sup>。

MATLAB 中，为矩阵提供了两种完全不同的存储方式，即满 (full) 和稀疏 (sparse)。在一般情况下，MATLAB 所创建的矩阵均为 full 的存储类型<sup>[28]</sup>。



稀疏矩阵 (sparse matrix) 是 MATLAB 矩阵的一种特殊类型, 它包含了大量的值为零的矩阵元素。正是由于这个特性, MATLAB 系统为稀疏矩阵提供了完全不同的存储方式和处理方法, 即只对那些非零元素进行存储和计算, 从而在很大程度上降低了对内存的需求量和处理的计算量。

在本程序中, 将总刚度矩阵转化为稀疏矩阵的命令为

```
K=sparse(KK);
```

#### 六、边界条件的处理

在本程序的编制中, 利用 MATLAB 的矩阵构造运算符[]来进行几何边界条件的处理, 即删除刚度矩阵中与零位移相对应的各行和同号的各列。

在 MATLAB 中, 用户可以利用运算符[]构造一种极为特别的矩阵—空矩阵, 它不包含任何元素, 维数为  $0 \times 0$ , 其主要用途是用来传播空矩阵。利用这个特性, 可以对矩阵的部分行或列进行删除, 例如命令  $A(:,1:3)=[ ]$  的功能就是将矩阵 A 的第一到第三列删除。

#### 七、求解整体平衡方程组

```
d=full(sparse(KK)\sparse(PP));
```

上述命令的意义为先将总刚度矩阵及荷载矩阵转化为稀疏矩阵, 然后相除, 再转化为满阵, 即得总体坐标系中各节点位移。

## 4.2 预应力损失及预应力效应计算

### 4.2.1 预应力损失

#### 一、孔道摩阻及偏差

公路桥规中提供的磨擦损失计算公式仅适用于平面线形的预应力钢筋, 而对于既有平弯又有竖弯的预应力钢筋布置, 一般只单独考虑平弯或竖弯的影响, 但是实际上它是一根空间曲线。预应力混凝土弯梁中, 预应力索自身曲线形式与梁体曲线式叠加后, 形成一空间曲线形式, 若仍按规范提供的公式计算空间预应力筋的预应力磨擦损失, 就会引起较大的误差, 因此空间曲线配索时预应力束磨擦损失计算一直是人们关心的问题<sup>[29]</sup>。

桥规中平曲线摩阻应力损失公式为<sup>[30]</sup>:

$$\sigma_{s1} = \sigma_k [1 - e^{-(\mu\theta + kx)}] \quad (4.2.1)$$

空间曲线束摩阻力损失的理论公式的表达式与平曲线的表达式完全相似, 仅需用空间曲线包角  $\beta$  置换式(4-2-1)中的  $\theta$ , 用弧长  $s$  置换式(4-2-1)中的  $x$ 。下面讨论空间曲线包角  $\beta$  及弧长  $s$  的计算公式。如图 4-4 所示, 空间包角应为曲率的积分<sup>[9]</sup>:

$$\beta = \int \rho(s) ds \quad (4.2.2)$$

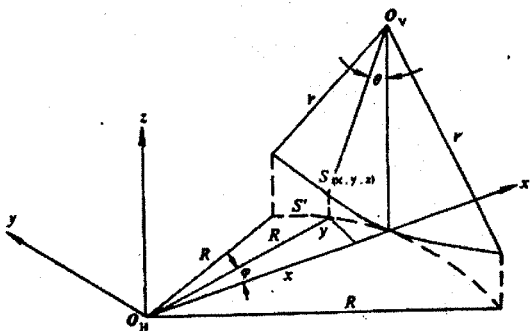


图4-4 平圆、竖圆曲线

式中： $\rho(s)$ 为空间曲线的曲率。设空间曲线为 $R(s)$ ，由微分几何学知：

$$\rho(s) = \frac{|R' \times R''|}{|R'|^3} = \frac{\left| \frac{dR}{ds} \times \frac{d^2R}{ds^2} \right|}{\left| \frac{dR}{ds} \right|^3} \quad (4.2.3)$$

若类型素的定义为：

$$R(s) = \{x(l), y(l), z(l)\} \quad (4.2.4)$$

则：

$$\frac{dR}{ds} = \{x', z', y'\}$$

$$\frac{d^2R}{ds^2} = \{x'', z'', y''\}$$

故：

$$\rho(s) = \frac{\left[ (yz'' - z'y'')^2 + (z'x'' - xz'')^2 + (xy'' - y'x'')^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\left[ (x')^2 + (y')^2 + (z')^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (4.2.5)$$

将上式代入式(4-2-2)进行数值积分即可得到空间包角 $\beta$ 。弧长为：

$$s = \int ds = \int \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} dt \quad (4.2.6)$$

利用空间包角和弧长计算摩阻预应力损失时，摩阻系数和偏差系数仍可按规范取值。

## 二、锚头变形，钢束回缩预应力损失

由于反摩阻的作用，锚固时的预应力损失主要集中在张拉端部，如图 4-5。图中 ABNC 为张拉时预应力沿程分布曲线，传力锚固时，预应力值降低，扣除反向摩阻后，钢束预应力沿程分布为 A'B'NC，两曲线之差即为该截面由于锚具变形引起的损失。N 点损失为 0，应力最大。由图中可知，回缩总量：

$$\Delta l = \frac{1}{Eg} \int \sigma_{s2} d\zeta \quad (4.2.7)$$

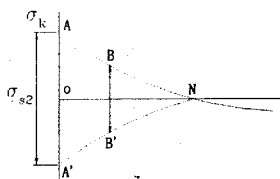


图4-5 锚具回缩预应力沿程分布曲线

由桥规中已知  $\Delta l$  则可确定 N 点的位置，从而计算由于回缩引起的预应力损失。在设计时，有时也忽略反摩阻的影响得到偏于安全的结果。

## 三、弹性压缩损失

在计算弹性压缩损失时，后张拉钢束产生的弹性压缩将使所有已张拉的钢束产生预应力损失，取弹性压缩的总平均值作为每根钢束由混凝土弹性压缩引起的预应力损失计算值：

$$\sigma_{s4} = \frac{1}{2} \left( \frac{N-1}{N} \right) n \sigma_h \quad (4.2.8)$$

其中：N——被张拉钢束的根数；

$\sigma_h$  ——在预应力钢筋重心处混凝土正应力（各单元分别取值）；

n ——预应力钢筋弹性模量与混凝土弹性模量之比。

## 四、钢束松弛损失<sup>[13]</sup>

预应力钢筋松弛损失终极值按下列公式计算：

### ①对于冷拉粗钢筋

$$\text{一次张拉} \quad \sigma_{s5} = 0.05\sigma_k \quad (4.2.9)$$

$$\text{超张拉} \quad \sigma_{s5} = 0.035\sigma_k \quad (4.2.10)$$

### ②对于钢丝、钢绞线

$$\text{一次张拉} \quad \sigma_{s5} = (0.025 - 0.007)\sigma_k \quad (4.2.11)$$

$$\text{超张拉} \quad \sigma_{s5} = 0.045\sigma_k \quad (4.2.12)$$

其中:  $\sigma_k$  为锚下控制应力。

#### 五、混凝土收缩、徐变引起的预应力损失<sup>[30]</sup>

由砼收缩和徐变引起的预应力损失, 本文按考虑非预应力钢筋影响的公式计算。即

$$\sigma_{S6} = \frac{n_y \cdot \sigma_k \cdot \varphi(\infty, \tau) + E_y \cdot \varepsilon(\infty, \tau)}{1 + 10\mu \cdot \rho_A} \quad \text{式中各参数的含义均与规范同。}$$

计算该项损失时, 假定全桥的  $\varphi(\infty, \tau)$  和  $\varepsilon(\infty, \tau)$  相等。

### 4.2.2 预应力效应计算

在分析预应力效应时, 将预应力作为作用在混凝土单元上的一组外力, 如图 4-6。

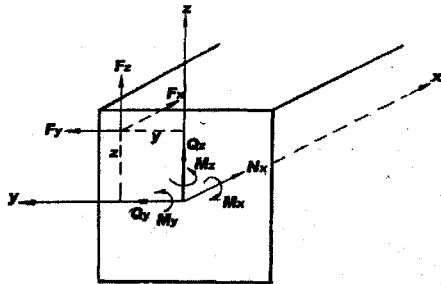


图4-6 预应力作用效应

预应力荷载等效节点力推导如下<sup>[12,24]</sup>:

设每束预应力钢筋的预张力为  $F$ , 在梁单元局部坐标系, 杆端  $i$ 、 $j$  截面上的坐标为  $(y_1, z_1)$  和  $(y_2, z_2)$ , 设梁单元的长度为  $l$ , 并假定预应力钢筋在单元内的走向呈线性变化, 则在单元内预应力钢筋的长度:

$$l_s = \sqrt{l^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (4.2.13)$$

预应力钢筋中预应力向量  $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$

其中:

$$\begin{aligned} F_y &= F \frac{y_2 - y_1}{l_s} \\ F_z &= F \frac{z_2 - z_1}{l_s} \\ F_x &= \sqrt{F^2 - F_z^2 - F_y^2} \end{aligned} \quad (4.2.14)$$

如图 4-6 所示, 在预应力的作用下, 由平衡方程可求出  $x$  截面处的内力:

$$\left. \begin{aligned} \{\sigma^0\} &= \{N_x^0 \quad Q_y^0 \quad Q_z^0 \quad M_x^0 \quad M_y^0 \quad M_z^0\}^T \\ N_x^0 &= -F_x \\ Q_y^0 &= -F_y \\ Q_z^0 &= -F_z \\ M_x^0 &= F_y z - F_z y \\ M_y^0 &= -F_x z \\ M_z^0 &= F_x y \end{aligned} \right\} \quad (4.2.15)$$

设  $\{F\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}$  为预应力作用于杆端的等效节点力, 其中:

$$\begin{aligned} \{F_1\} &= \{N_{x1} \quad Q_{y1} \quad Q_{z1} \quad M_{x1} \quad M_{y1} \quad M_{z1}\}^T \\ \{F_2\} &= \{N_{x2} \quad Q_{y2} \quad Q_{z2} \quad M_{x2} \quad M_{y2} \quad M_{z2}\}^T \end{aligned}$$

由虚功原理, 略去剪切的影响, 得:

$$\{F\} = \int_0^l \left( N_x^0 [N_u]^T + M_x^0 [N_\theta]^T + M_y^0 [N_w]^T + M_z^0 [N_v]^T \right) dx \quad (4.2.16)$$

进行积分运算可得下式:

$$\begin{aligned} \{F_1\} &= \left\{ F_x \quad F_x \frac{y_2 - y_1}{l} \quad F_x \frac{z_2 - z_1}{l} \quad - \left[ F_y \frac{z_2 + z_1}{2} - F_z \frac{y_2 + y_1}{2} \right] \quad F_x z_1 \quad -F_x y_1 \right\}^T \\ \{F_2\} &= \left\{ -F_x \quad -F_x \frac{y_2 - y_1}{l} \quad -F_x \frac{z_2 - z_1}{l} \quad \left[ F_y \frac{z_2 + z_1}{2} - F_z \frac{y_2 + y_1}{2} \right] \quad -F_x z_2 \quad F_x y_2 \right\}^T \end{aligned} \quad (4.2.17)$$

将上述节点力经坐标变换可形成总体坐标上的荷载列阵。计算结果为结构由于预应力效应引起的总内力, 它包括静定内力和二次内力。

### 4.2.3 MATLAB程序说明

求预应力作用于杆端的等效节点荷载列阵的命令如下:

```

% 形成预应力作用于杆端的等效节点荷载列阵
% Nu,Nv,Nw,No 的具体构成请参见单元刚度矩阵命令流
syms x y z L F FF real;
syms y1 y2 z1 z2;
ls=sqrt(L^2+(y2-y1)^2+(z2-z1)^2);
Fy=F*(y2-y1)/ls; Fz=F*(z2-z1)/ls;
Fx=sqrt(F^2-Fz^2-Fy^2);
Nx=-Fx; Mx=Fy*z-Fz*y; My=-Fx*z; Mz=Fx*y;
m_Nu=diff(Nu,'x'); m_No=diff(No,'x');
m_Nw=diff(Nw,'x',2); m_Nv=diff(Nv,'x',2);
FF=int(Nx*m_Nu'+Mx*m_No'+My*m_Nw'+Mz*m_Nv',x',0,L);

```

有关命令解释如下:

- ①  $m\_Nu=diff(Nu,'x');$   $m\_No=diff(No,'x');$   
 $m\_Nw=diff(Nw,'x',2); m\_Nv=diff(Nv,'x',2);$   
 上述命令的意义, 可参阅前面单元刚度矩阵部分。
- ②  $FF=int(Nx*m\_Nu'+Mx*m\_No'+My*m\_Nw'+Mz*m\_Nv',x',0,L)$

对应于式 (4.2.16), 即对式内方程进行积分, 计算后结果为式 (4.2.17)。

## 5. 程序的编制及运行

### 5.1 程序的编制步骤

用梁格法进行斜弯桥空间结构分析的主要计算步骤如下：

一、原始输入数据的整理

二、考虑剪切变形的单元刚度矩阵的形成

从梁格中取出任一单元（考虑剪切变形的空间梁单元）进行分析，根据局部坐标系中的单元刚度矩阵 $[k_e]$ 和坐标转换矩阵即可求得总体坐标下的单元刚度矩阵 $[k_e]$ 。

三、荷载矩阵 [P] 的形成

对于不同的荷载形式（包括预应力等效节点荷载），等效移置到节点的方式不相同，但最后均叠加到总荷载矩阵 [P] 中。对于 n 种荷载工况，荷载矩阵 [P] 共有 n 种。

四、总刚度矩阵的形成及边界条件的处理

将单元刚度矩阵 $[k_e]$ 按单元对号入座叠加到总刚度矩阵 [k] 中。形成 [k] 后，再根据实际边界的约束条件或给定的已知的位移，就可列出方程：

$$[K]\delta = [P] \quad (5.1)$$

五、位移条件和内力的计算

求解式(5.1)后，可得出总体坐标系中的节点位移。进而通过式 (4.1.11) 和式 (4.1.12) 求得在局部坐标系下的节点位移分量和节点力分量。

六、计算结果的后处理

将计算结果以各种有效格式输出，包括电子表格、图形等，使用户能够方便地实时查看结构属性或结果数据。

### 5.2 程序的运行

为了保证程序获得最佳的运行及计算效果，建议在 MATLAB 环境下运行本程序。

由于程序设计采用了可视化界面及人机交互式输入计算数据，因而对于程序本身的运行这里不再详述，操作时只要按照前述要求输入梁格数据即可。

本系统的图形界面采用交互式操作（见图 5-1），主窗口包括以下主要部分：

①主菜单

主菜单提供了本程序中所有的命令，用户提供选取主菜单中的菜单项，执行各项命令。

②工具条

工具条作用与主菜单相似，但提供更为简洁快速的命令输入方式。

### ③图形窗口。

图形窗口用于显示计算后生成的图形，用户可在图形区实时查看各类属性及计算数据。

### ④信息窗口

信息窗口是系统向用户输出信息的窗口，包括对用户的提示。

程序运行的主界面如图 5-1 所示。

## 5.3 数据的输入与输出

本程序的数据输入与输出基本上是参照 SAP2000 的数据输入与输出格式来编写，既提高了计算数据的输入效率，又增加了计算结果查看的方便性与实用性。

### 5.3.1 数据文件的编写

Excel 是 Microsoft 公司推出的一套很著名的电子表格软件，它风靡全球，广泛地应用在社会各个领域。从国家政府部门、世界著名的大公司和大企业到小的工厂、家庭都在使用 Excel。Excel 主要是用来管理、组织和处理各种各样的数据。国家政府机构的职能部门可以用它来处理日常办公事务，传递各种文件，打印各式各样的表格；公司的管理部门可以利用它来管理生产和销售计划，并帮助公司的领导完成投资决策；财务部门可以利用它来分析形形色色的数据，把结果以各种统计图形的形式表现出来，并完成各种财务报表的制作。Excel2000 是微软公司新近推出的 2000 年版本，它在数据计算、文字编辑、图形编辑和排版输出方面的功能是非常优秀的。

为了提高用户的计算数据文件的编写效率，本程序在编制过程中考虑到这一点并参考了 sap2000 的数据文件导入格式，因此本程序采用使用者最为熟悉的 Excel2000 作为计算数据文件的输入平台，用户可以充分利用 Excel2000 的强大数据处理功能来实现计算原始数据的输入。

计算数据的 Excel 文件如图 5-2 所示，在数据文件中包括多个数据表，含有控制数据、节点信息、单元信息、材料信息等各项计算数据，使用者只要在对应位置填写并编辑数据即可，实践表明，利用 Excel2000 作为计算数据文件的输入平台，极大地提高了数据的填写效率，节约了计算时间。



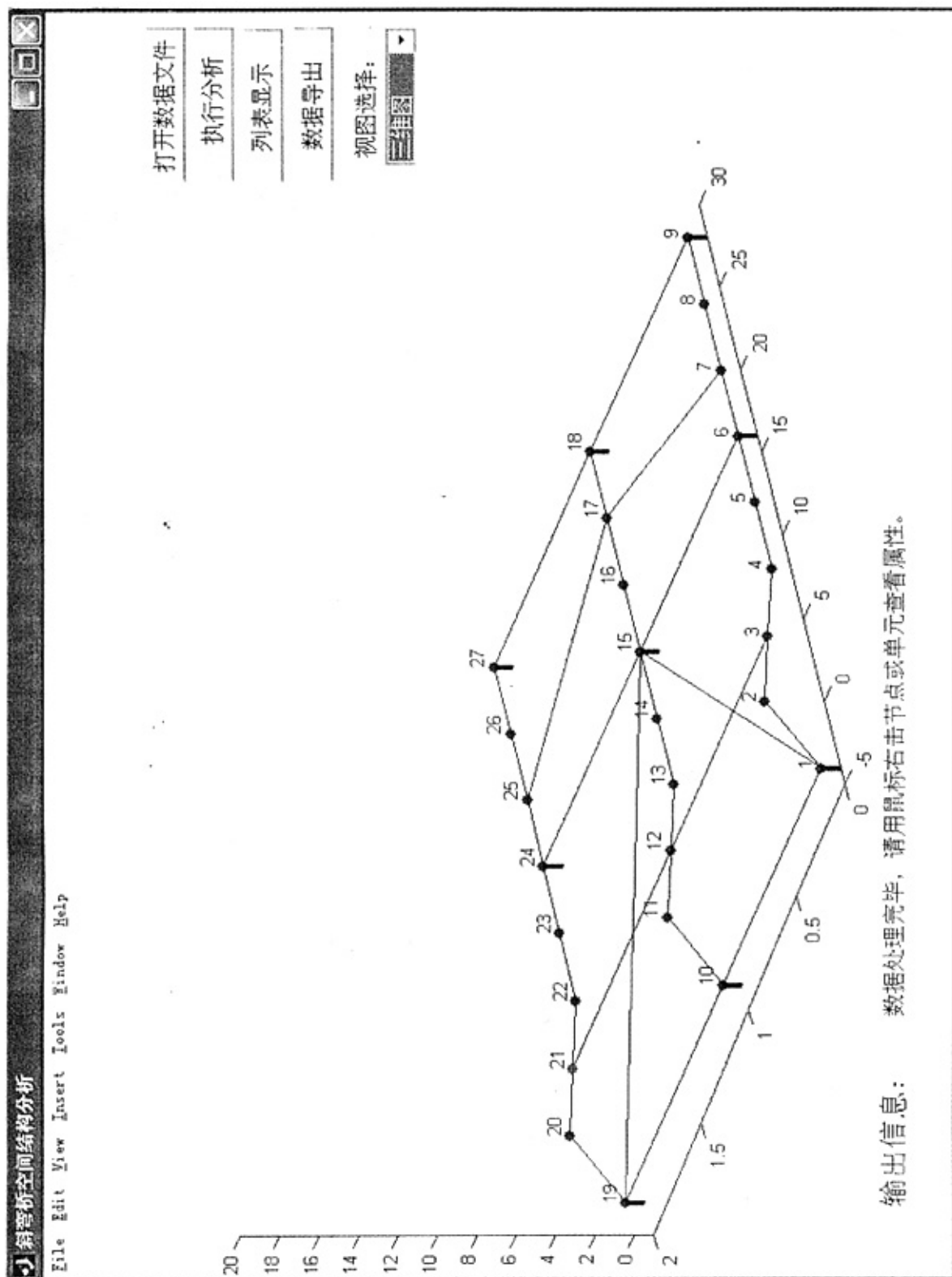


图 5-1 程序主界面

1	A	B	C	D	E	F	G
1	单元信息						
2	单元号	I	J	截面类型	材料类型		
3	1	1	2	1	1		
4	2	2	3	1	1		
5	3	3	4	1	1		
6	4	4	5	1	1		
7	5	5	6	1	1		
8	6	6	7	1	1		
9	7	7	8	1	1		
10	8	8	9	1	1		
11	9	10	11	1	1		
12	10	11	12	1	1		
13	11	12	13	1	1		

图5-2 单元信息数据块

### 5.3.2 计算结果的输出

本程序参考了sap2000的结果输出格式，在计算结果的输出中，采用两种结果输出方式，即：实时输出、列表输出（包含图形显示）。

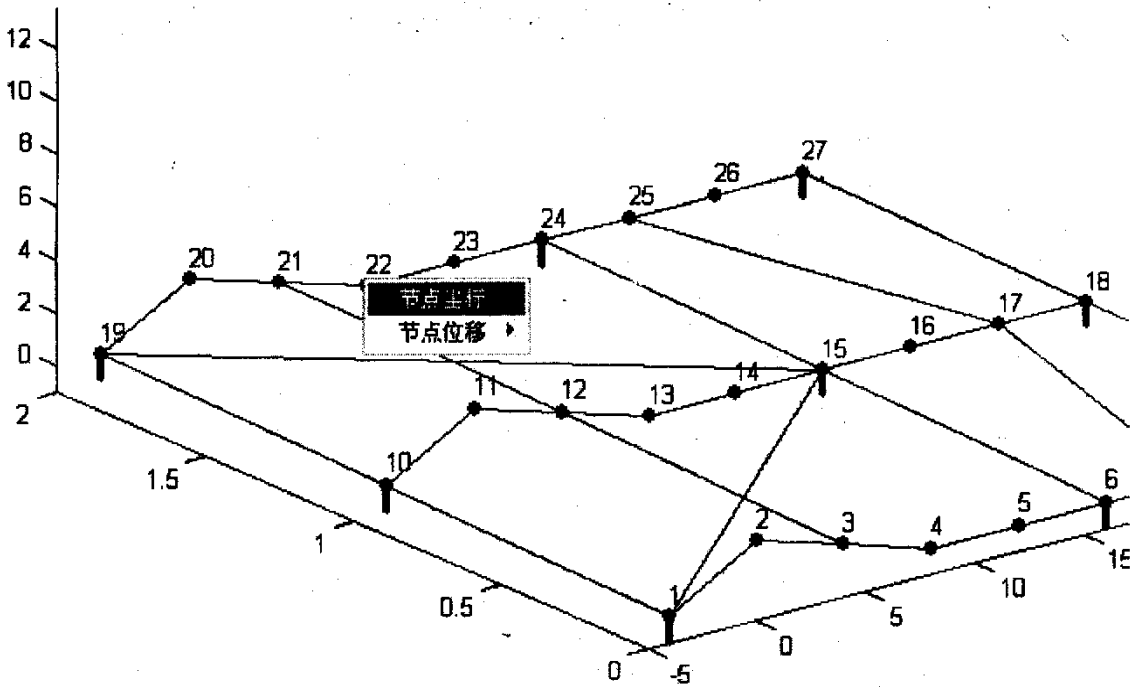
本程序还提供了数据文件的导出功能，用户可据此作进一步的处理。

#### 一、实时输出

在执行分析计算后，用户可在图形区鼠标右击要选择的节点或单元查看属性及其内力或位移，约束信息及其反力也可用此方法显示。图 5-3 示出了以鼠标右键按一下选择的节点，将打开的一个浮动菜单，此菜单中包含了两个菜单项，在节点位移菜单项中还包含了恒载效应、预应力效应、活载效应及荷载组合四个菜单子项，如图 5-4 所示，用户在单击节点位移菜单项后即可显示此项。单元与约束信息的查看与此相似。

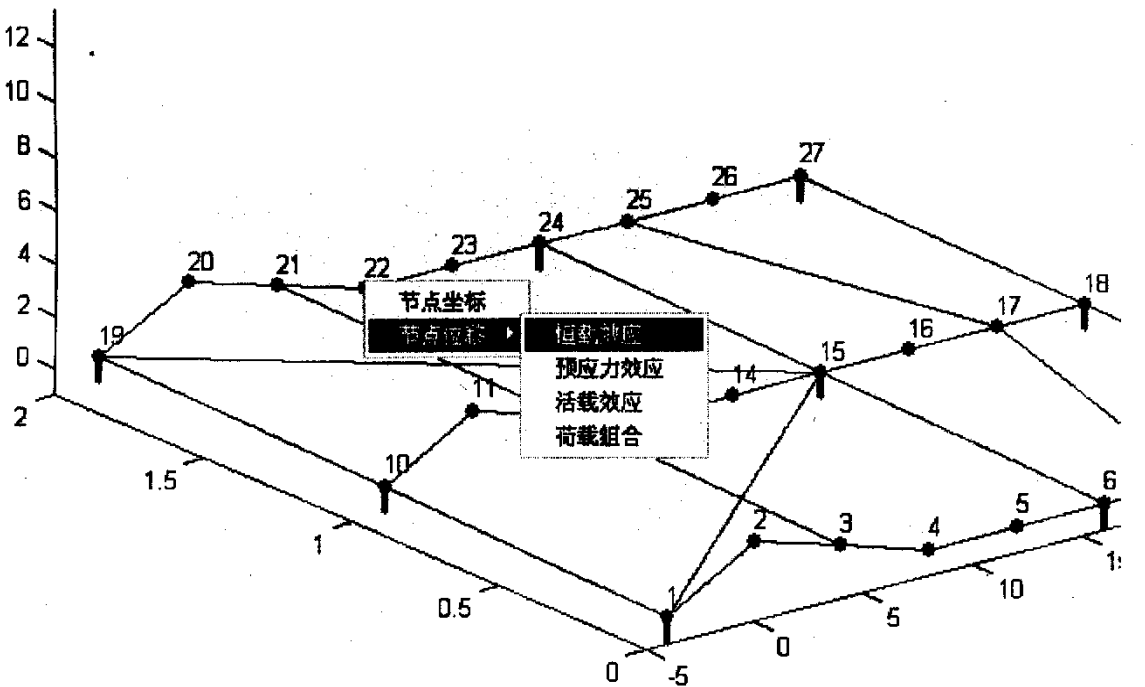
用鼠标单击所选择的节点坐标后，即可出现一个显示节点坐标的浮动列表框，如图 5-5 所示。

执行分析后，用鼠标单击恒载效应，即可出现一个显示由恒载效应产生的节点位移的浮动列表框，如图 5-6 所示。



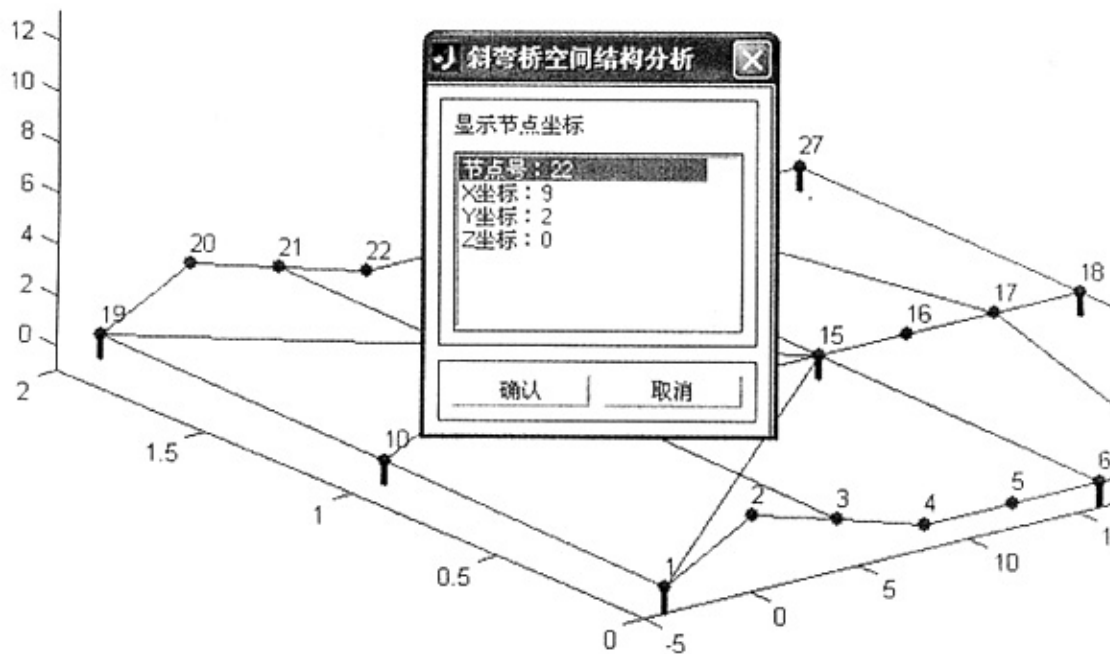
输出信息： 数据处理完毕，请用鼠标右击节点或单元查看属性。

图5-3 鼠标右击所选择的节点后图形



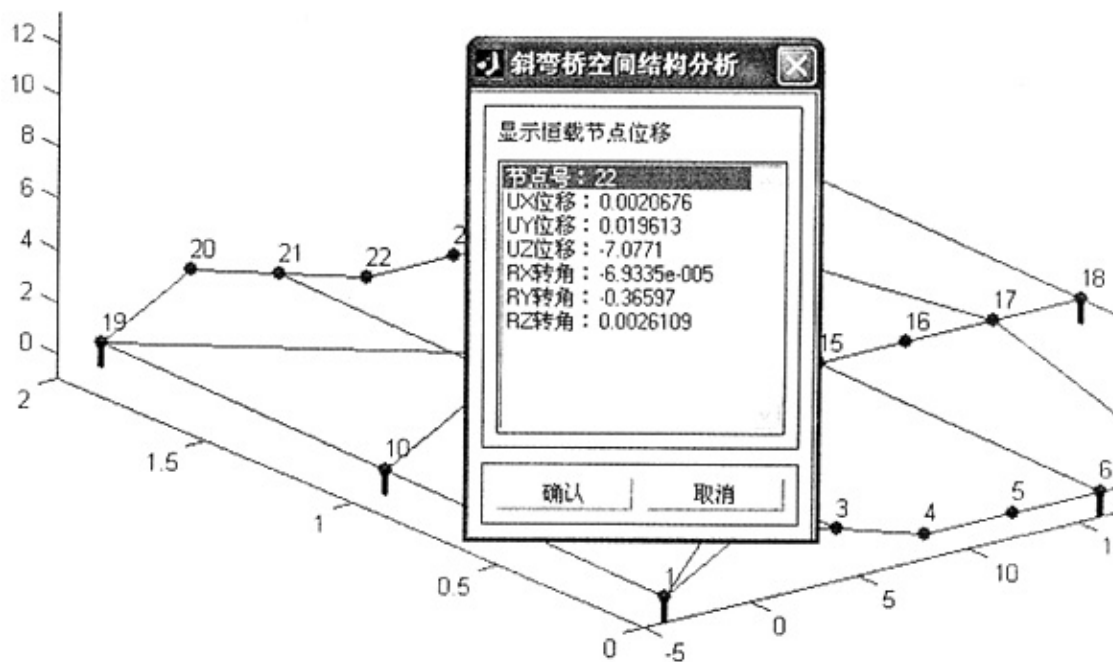
输出信息： 数据处理完毕，请用鼠标右击节点或单元查看属性。

图5-4 节点位移后的四个菜单子项



输出信息： 数据处理完毕，请用鼠标右击节点或单元查看属性。

图5-5 节点坐标显示



输出信息： 运算完毕，请用鼠标右击节点或单元查看荷载效应。

图5-6 恒载节点位移的显示

与节点信息相似，单元与约束信息或内力的查看列表框如图 5-7 与图 5-8 所示。



图5-7 单元属性及恒载内力列表框



图5-8 约束属性及恒载内力列表框

结构由于预应力效应引起的总内力显示如图 5-9 所示。

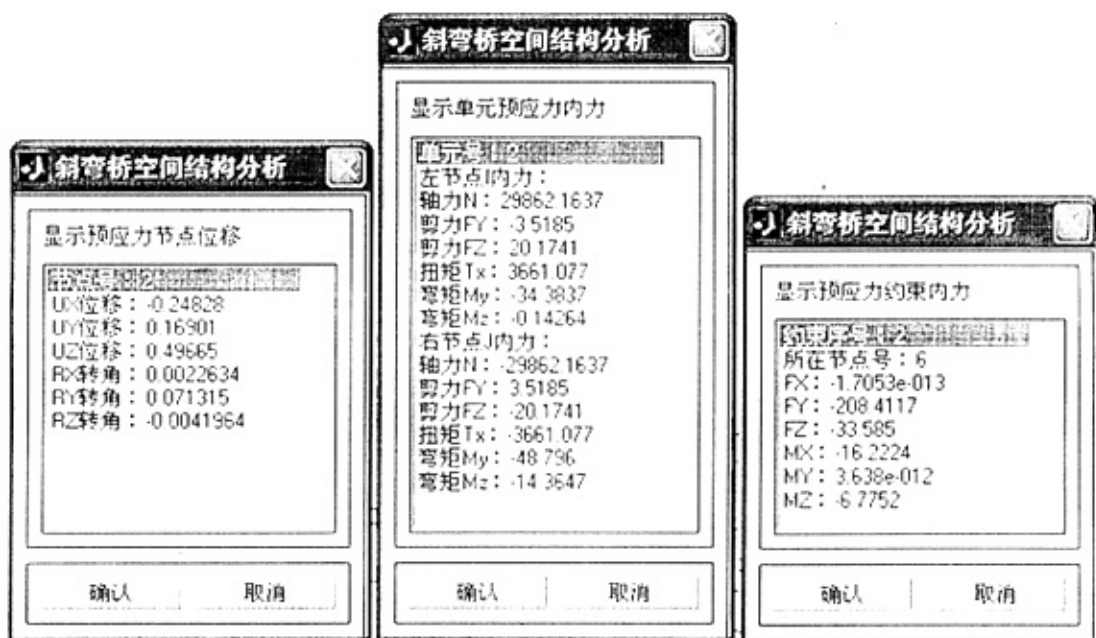
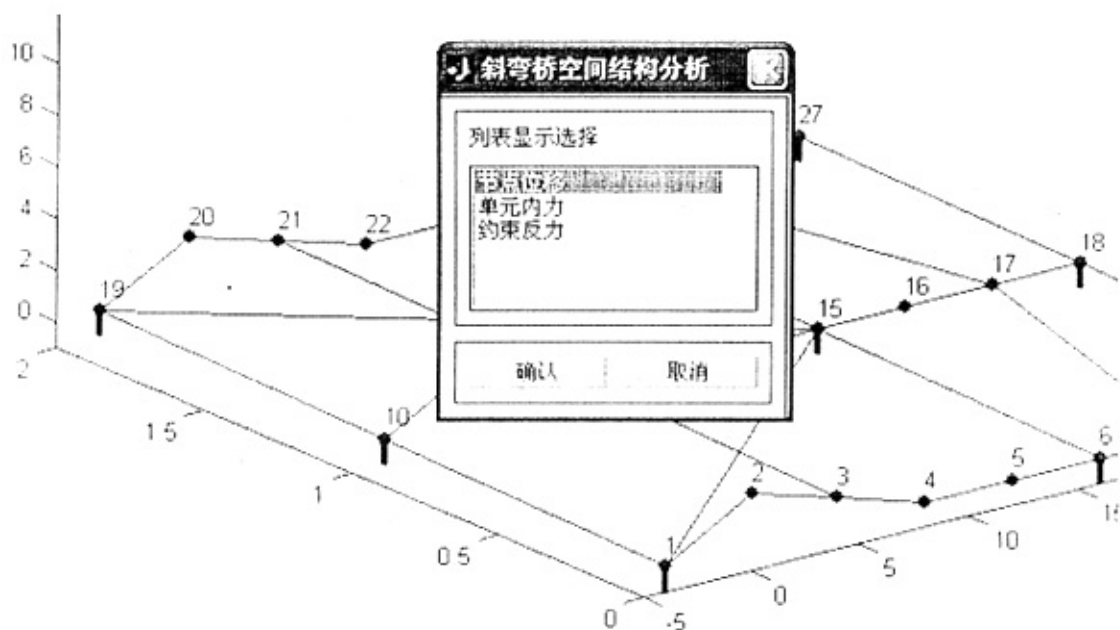


图5-9 由于预应力效应引起的位移及内力显示列表框

## 二、列表输出

计算结果的列表输出是将结果以电子表格形式显示出来，其较文本输出更直观、简洁明了。如图5-10所示，可分别显示节点位移、单元内力、约束反力在各种工况下的计算值。



输出信息： 运算完毕，请用鼠标右击节点或单元查看荷载效应。

图5-10 列表显示选择对话框

图 5-11 显示了节点位移的输出列表。

The screenshot shows a window titled "Array Editor: out\_joint" with a menu bar (File, Edit, View, Web, Window, Help) and a numeric format dropdown set to "shortG". The table below displays the output data.

1	2	3	4	5	6	7
节点号	UX位移	UY位移	UZ位移	RX转角	RY转角	RZ转角
2 1	0	0	0	0	0.13249	0
3 2	1.0803	-0.0093839	-2.1612	0.0013108	0.87622	-0.0026064
4 3	0.20797	0.0048085	-5.65	0.0043209	0.86991	0.0094154
5 4	0.001893	0.013578	-6.4736	0.00011371	-0.31225	-0.0071744
6 5	0.0017368	-0.00038553	-3.3803	5.6855e-005	-1.089	-0.00075223
7 6	0.0015805	0	0	0	-0.19763	0
8 7	0.0015654	-0.0004388	-0.15843	-0.00052414	0.078945	2.7084e-006
9 8	0.0015508	-0.00021669	-0.41092	-0.00026207	-0.026625	8.1598e-005
10 9	0.0015362	0	0	0	-0.074939	0
11 10	0	0	0	0	0.13248	0
12 11	1.1295	-0.0041815	-2.2596	0.00068953	0.93886	-0.0013637
13 12	0.19933	0.009128	-5.9797	0.0028913	0.67066	0.0074228

图5-11 节点位移输出列表

### 三、数据文件的导出

为方便用户对计算结果作进一步的处理，用户可将结果数据以文件形式导出，如图 5-12 所示，本程序具有导出文本文件、EXCEL 文件、结构简图三个选项。

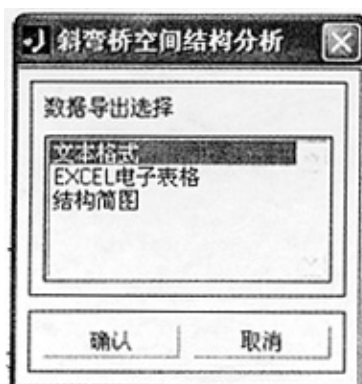


图5-8 数据导出选择对话框

## 6. 算例

### 6.1 算例一：三跨双室箱梁上部结构梁格网格及截面特性

图 6-1 为一与支座成  $30^\circ$  斜交的三跨双室箱梁的详图。所选择的梁格网格是具有与腹板重合的三根“结构的”纵向构件 2、3 和 4，两根“虚拟”构件 1 和 5 则沿悬臂边缘设置。代表顶板和底板的横向构件则与纵向构件正交。它们沿跨度方向的间隔接近反弯点  $\frac{1}{4}$  的距离，但在中间支点上间隔较小，以便能更明确表示弯矩图在高峰处的较详细数据。端部斜交构件代表面板和横隔板，而在内支点上斜交构件正好代表没有翼缘的实体横隔板。

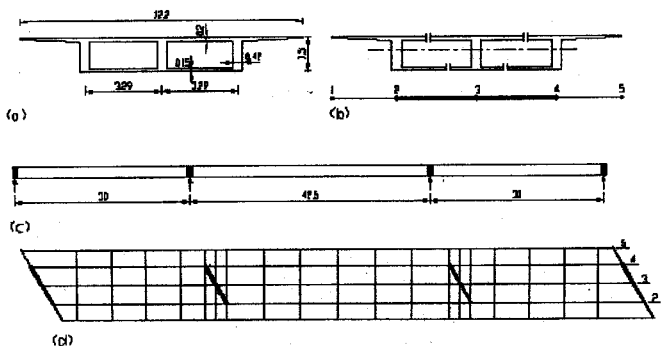


图6-1 三跨双室混凝土箱梁上部结构的梁格

(a) 上部结构截面；(b) 梁格截面；(c) 上部结构纵向截面；(d) 梁格网格

纵向“结构”构件 2、3 和 4 的惯性矩，可从图 6-1b 中的上部结构切开成“工字梁”求得，因此每一“工字梁”的形心是在上部结构的主轴上。在此种情况中，每一根梁计入三分之一顶板和三分之一底板。每根梁的惯性，是上部结构总惯性矩的三分之一，即：

$$I_2 = I_3 = I_4 = \frac{1.54}{3} = 0.51m^4$$

每单位宽度的抗扭常数如下：

$$c = \frac{2h^2 d' d''}{(d' + d'')} = \frac{2 \times 1.325^2 \times 0.2 \times 0.15}{(0.2 + 0.15)} = 0.30m^4/m$$

在构件 2、3 和 4 中，格室宽度分别为  $3.29/2$ 、 $3.29$  和  $3.29/2$ ，因此它们的抗扭常数为：



$$C_2 = C_4 = \frac{3.29}{2} \times 0.30 = 0.49m^4$$

$$C_3 = 3.29 \times 0.30 = 0.99m^4$$

构件 2、3 和 4 的剪切面积等于腹板的面积:

$$A_{s2} = A_{s3} = A_{s4} = 0.42 \times 1.325 = 0.56m^2$$

接近支点处上部结构的底板是较厚的, 在这些区域中, 如同上述每一梁格的特性以同样的方法沿其长度取位于中间的截面来计算。

“虚拟”边构件为悬臂的截面特性的一半。

$$I_1 = I_5 = \frac{bd^3}{12} = \frac{2.81}{2} \times \frac{0.2^3}{12} = 0.00094m^4$$

$$C_1 = C_5 = \frac{bd^3}{6} = \frac{2.81}{2} \times \frac{0.2^3}{6} = 0.0019m^4$$

$$A_{s1} = A_{s5} = bd' = \frac{2.81}{2} \times 0.2 = 0.28m^2$$

代表格室的横向构件的截面特性为 (每单位宽度):

$$i_{23} = \frac{h^2 d' d''}{(d' + d'')} = \frac{1.325^2 \times 0.2 \times 0.15}{(0.2 + 0.15)} = 0.15m^4/m$$

$$c_{23} = \frac{2h^2 d' d''}{(d' + d'')} = \frac{2 \times 1.325^2 \times 0.2 \times 0.15}{(0.2 + 0.15)} = 0.30m^4/m$$

$$a_{s23} = \frac{(d'^3 + d''^3)}{l^2} \left[ \frac{d_w^3 l}{d_w^3 l + (d'^3 + d''^3)h} \right] \frac{E}{G} = 0.0024m^2/m$$

悬臂上的横向构件特性按顶板计算 (每单位宽度):

$$i_{12} = \frac{d^3}{12} = \frac{0.2^3}{12} = 0.00067m^4/m$$

$$c_{12} = \frac{d^3}{6} = \frac{0.2^3}{6} = 0.00134m^4/m$$

$$a_{s12} = d = 0.2m^2/m$$

代表内横隔板 (宽 1.5 米) 的斜交构件为实体截面的特性。其截面的特性为:

$$I = \frac{1.5 \times 1.325^2}{12} = 0.29m^4$$

$$C = \frac{3 \times 1.5^3 \times 1.325^3}{10(1.5^2 + 1.325^2)} = 0.59m^4$$

$$A_s = 1.5 \times 1.325 = 2.0 \text{ m}^2$$

## 6.2 算例二：具有斜边腹板的连续斜箱梁桥

现取《混凝土斜梁桥》P98 中数例作为本文对比算例<sup>[31]</sup>。

某跨线桥方案，平面布置及主梁断面如图 6-2 所示，其斜度为  $35^\circ$ ，桥台为 GPZ-DX-3000 支座，边墩为 GPZ-DX-7000 支座，边墩高 5 米，中墩与斜主梁固结，墩高 6 米。主梁为 30 号混凝土。

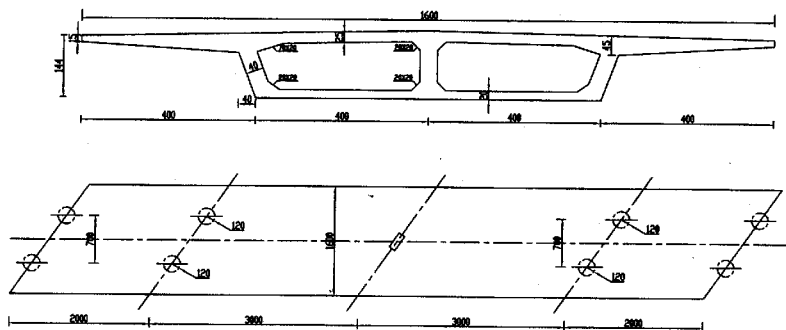


图6-2 斜桥平面布置及主梁断面图

### (一) 梁格网格划分

将图 6-2 所示箱梁结构用空间剪力柔性梁格进行离散，梁格构件刚度取它代表的区域内梁肋刚度，纵向构件代表梁格纵向刚度，横向构件代表梁格的横向刚度，其梁格离散如图 6-3 所示。全桥共划分为 117 个节点，203 个单元，用 3 种梁格截面特性模拟实际结构。

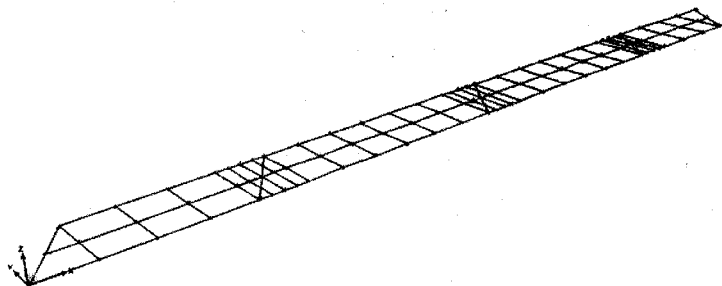


图6-3 结构离散简图

## (二) 计算条件

- ①结构自重、桥面铺装及防撞栏折算恒载: 204.7KN/m;  
 ②桥台支座竖向刚度  $k_1=1.732 \times 10^6$ KN/m;  
 ③边墩竖向刚度  $k_2=1.119 \times 10^6$ KN/m;  
 ④中墩竖向刚度  $k_3=11.785 \times 10^6$ KN/m;  
 ⑤弹性模量  $E=3 \times 10^7$ KN/m<sup>2</sup>, 泊松比  $\mu=0.167$ 。

## (三) 空间内力分析结果

- ①恒载弯矩对比见表 6-1

表6-1 恒载弯矩对照表(单位: KN·m)

位置(m)	文献	梁格	位置(m)	文献	梁格
0	-373.1	-326.3	65	8317.4	8044.4
10	4088.9	4326.1	80	-11943.9	-10152.5
20	-11943.9	-10048.3	90	4088.9	4318.6
35	8317.4	8045.9	100	-373.1	-326.3
50	-17478.9	-12125.9			

- ②恒载扭矩对比见表 6-2

表6-2 恒载扭矩对照表(单位: KN·m)

位置	第一跨	第二跨	第三跨	第四跨
文献	-536.8	-570.6	-570.6	-536.8
梁格	-555	-530.5	-519.9	-554.9

该算例的理论解可参阅文献<sup>[31]</sup>, 计算数据结果表明, 用梁格法所解得内力结果与解析理论解基本一致。

### 6.3 算例三: 鸡西黄泥河桥有机玻璃模型

本算例为验证恒载作用下本程序的计算结果与SAP2000计算结果一致。

鸡西黄泥河桥位于鸡西一图们公路上, 桥跨结构为单箱四室变截面钢筋混凝土三跨连续箱梁斜弯桥, 跨径组成为 20m+24m+20m, 曲率半径 150m, 斜交角 50°, 下部结构为肋型台、柱式墩、天然扩大基础。箱梁采用土模就地浇筑施工。本桥为单箱四室变截面钢筋砼连续箱梁斜弯桥, 模型材料选用有机玻璃, 模型与原型采用完全相似, 原型各方向上的线性尺寸均按 1/25 缩小成模型的几何尺寸。有机玻璃模型各部尺寸如图 6-4。有机玻璃在试验温度 14°C 时的弹性模量  $E=2760.2$ MP, 泊松比  $\mu=0.372$ 。结构离散简图如图 6-5 所示。

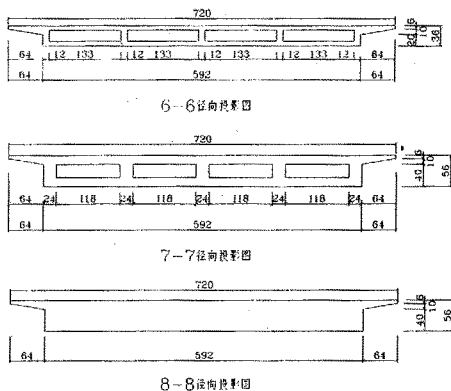
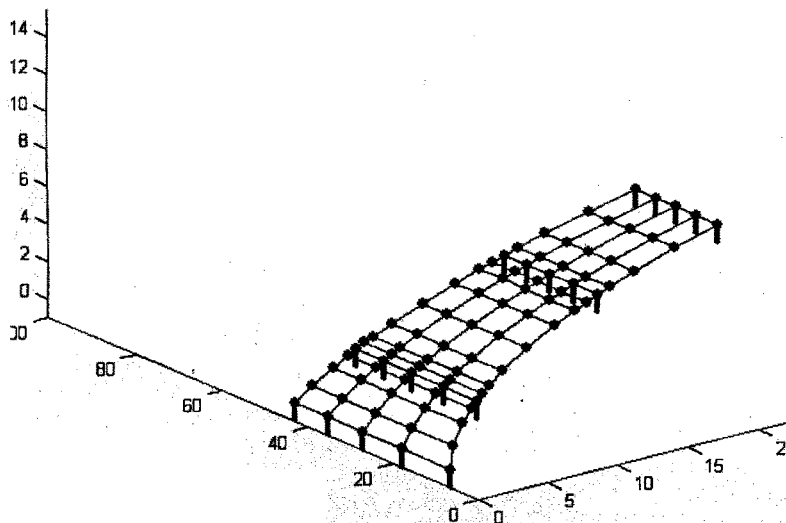


图6-4 有机玻璃模型构造剖面图



输出信息： 运算完毕，请用鼠标右击节点或单元查看荷载效应。

图6-5 鸡西黄泥河桥有机玻璃模型梁格网络划分图

在此算例中，为计算方便，结构几何尺寸取实测桥尺寸，并经过一定处理，故计算结果与实测数据稍有不符。全桥共划分为85个节点，148个单元，经空间内力分析后，计算结果对照表见表 6-3。

表6-3

跨中位移比较表

单位: mm

节点号	竖向位移		RX转角		RY转角	
	本程序	SAP2000	本程序	SAP2000	本程序	SAP2000
11	-0.274	-0.275	0.040	0.040	-0.010	-0.010
12	-0.111	-0.111	0.030	0.030	-0.009	-0.008
13	-0.019	-0.020	0.022	0.022	-0.005	-0.004
14	0.041	0.041	0.021	0.021	0.004	0.004
15	0.132	0.132	0.026	0.026	0.024	0.024
41	-1.257	-1.259	-0.017	-0.017	0.021	0.021
42	-1.271	-1.272	0.005	0.005	0.021	0.021
43	-1.190	-1.191	0.015	0.015	0.019	0.019
44	-1.082	-1.083	0.020	0.020	0.015	0.015
45	-0.937	-0.939	0.031	0.031	0.008	0.008
71	0.108	0.108	-0.028	-0.028	0.000	0.000
72	0.013	0.013	-0.018	-0.018	0.018	0.018
73	-0.036	-0.036	-0.013	-0.013	0.028	0.028
74	-0.071	-0.072	-0.012	-0.012	0.031	0.031
75	-0.119	-0.119	-0.016	-0.016	0.029	0.029

表6-4

跨中内力比较表

单位: KN·m

位置	扭矩		弯矩	
	本程序	SAP2000	本程序	SAP2000
第一跨	-421.839	-421.499	597.919	597.848
第二跨	843.662	843.574	1482.709	1483.267
第三跨	158.511	158.489	724.275	724.349

从上述两表中可以看出, 由本程序得出的计算结果与SAP2000的计算结果基本一致, 这说明只要对结构的梁格划分与截面特性计算正确, 使用本程序进行梁格结构的有限元法分析具有一定的可信度。

## 7. 结论

梁格分析法是用计算机分析桥梁上部结构较有效的方法，它是将结构原型模拟成便于计算机分析的等效梁格，通过对等效梁格的分析，得到结构原型的力学性能和内力情况。由于梁格能较好地模拟原结构的空问受力性能，而且便于用计算机分析，因此广泛用于各类桥梁的分析中。另外，梁格分析法适应性好，可以考虑各种不规则支承的情况和斜桥等形状不规则的桥梁。在计算机和占机内存方面都远远小于板壳元分析，从分析结果来看，梁格分析结果简单、实用、符合工程习惯。由上也可知，等效梁格的选取将直接影响到计算结果的精度和可靠性。

## 参 考 文 献

- [1] 陆敏等. 桥梁结构电算. 北京: 人民交通出版社, 1983.
- [2] 钢筋混凝土及预应力混凝土桥综合设计程序. 铁道部大桥工程局设计院, 1986.
- [3] 超静定混凝土桥梁设计分析程序. 长沙铁道学院桥梁教研室, 1992.
- [4] SAPV线性静动力结构分析程序学习班讲义. [学术报告]. 郑州, 1980.
- [5] 李皓月等. ANSYS工程计算应用教程. 北京: 中国铁道出版社, 2003.
- [6] 易建国等. 平顺县预应力混凝土曲线连续梁桥的设计. 全国桥梁结构学术大会, 1992.
- [7] 姚玲森等. 南浦大桥东引桥预应力混凝土连续曲线箱梁桥设计. 全国桥梁结构学术大会, 92.
- [8] 戴公连、李德建. 桥梁结构空间分析设计方法与应用. 北京: 人民交通出版社, 2001.
- [9] 邵容光. 混凝土弯梁桥. 北京: 人民交通出版社, 1992.
- [10] 黄剑源. 考虑翘曲作用的曲线格子梁理论及应用. 土木工程学报, 1987.3.
- [11] 青岛铁港头立交桥预应力混凝土弯梁桥. 现代预应力混凝土工程实践与应用. 北京: 中国建筑工业出版社, 1989.
- [12] 预应力混凝土三跨连续空心板弯桥的研究. 国外公路, 1986.
- [13] 预应力梁整体式桥. 国外公路, 1992.
- [14] Cable Stayed Bridge. 1990.
- [15] Clark. Concrete Slab, London, 1982.
- [16] 苏金明等. MATLAB6.1实用指南. 北京: 电子工业出版社, 2002.
- [17] 张志瀚. 精通MATLAB5.3版. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2001.
- [18] E·C·汉勃利. 桥梁上部构造性能. 北京: 人民交通出版社, 1982.
- [19] 吴西伦. 弯梁桥设计. 北京: 人民交通出版社, 1989.
- [20] 斜弯桥结构分析课题组. 斜弯桥结构分析模型静动载试验报告. 哈尔滨, 1995.11.
- [21] Hambly. Bridge Deck Behaviour, London, 1976.
- [22] 王勖成. 有限元法基本原理及数值方法. 北京: 清华大学出版社, 1994.
- [23] 张允真、曹富新. 弹性力学及其有限元法. 北京: 中国铁道出版社, 1983.
- [24] 谢贻权、何福保. 弹性和塑性力学中的有限单元法. 北京: 机械工业出版社, 1981.
- [25] 蒋孝煜. 有限元法基础. 北京: 清华大学出版社, 1992.
- [26] 孙菊芳、荣王伍. 有限元法及其应用. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1990.
- [27] 夸克工作室. 有限元分析ANSYS与Mathematica. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [28] 刘志俭等. MATLAB外部程序接口(6.x). 北京: 科学出版社, 2002.
- [29] 张华新. 空间预应力钢筋预应力损失的计算. 中国公路学报, 1993.2.
- [30] 公路桥涵设计规范编写组. 公路桥梁设计规范汇编. 北京: 人民交通出版社, 1993.
- [31] 黄平明. 混凝土斜梁桥. 北京: 人民交通出版社, 1999.

附 录

程 序 源 代 码



## 附录一 界面程序

```
function varargout = xwq(varargin)
% XWQ M-file for xwq.fig
%   XWQ, by itself, creates a new XWQ or raises the existing
%   singleton*.
%
%   H = XWQ returns the handle to a new XWQ or the handle to
%   the existing singleton*.
%
%   XWQ('CALLBACK',hObject,eventData,handles,...) calls the local
%   function named CALLBACK in XWQ.M with the given input arguments.
%
%   XWQ('Property','Value',...) creates a new XWQ or raises the
%   existing singleton*. Starting from the left, property value pairs are
%   applied to the GUI before xwq_OpeningFunction gets called. An
%   unrecognized property name or invalid value makes property application
%   stop. All inputs are passed to xwq_OpeningFcn via varargin.
%
%   *See GUI Options on GUIDE's Tools menu. Choose "GUI allows only one
%   instance to run (singleton)".
%
% See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES

% Edit the above text to modify the response to help xwq

% Last Modified by GUIDE v2.5 01-Jan-2004 22:28:51

% Begin initialization code - DO NOT EDIT
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                  'gui_Singleton',  gui_Singleton, ...
                  'gui_OpeningFcn', @xwq_OpeningFcn, ...
                  'gui_OutputFcn',  @xwq_OutputFcn, ...
                  'gui_LayoutFcn',  [], ...
                  'gui_Callback',   []);
if nargin & isstr(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end

if nargout
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
% End initialization code - DO NOT EDIT

% --- Executes just before xwq is made visible.
function xwq_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
% This function has no output args, see OutputFcn.
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
```

```

% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
% varargin  command line arguments to xwq (see VARARGIN)
view(3);
% Choose default command line output for xwq
handles.output = hObject;

% Update handles structure
guidata(hObject, handles);

% UIWAIT makes xwq wait for user response (see UIRESUME)
% uiwait(handles.figure1);
type=0;
set(handles.deadloaddist,'userdata',type);
set(handles.deadload,'userdata',type);
set(handles.deadloadres,'userdata',type);
% --- Outputs from this function are returned to the command line.
function varargout = xwq_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
% varargout  cell array for returning output args (see VARARGOUT);
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Get default command line output from handles structure
varargout{1} = handles.output;

% --- Executes on button press in pushbutton1.
function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to pushbutton1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
[fname,pname]=uigetfile('*.*xls','打开Excel数据文件');
h_out=findobj(0,'tag','outinfo');
if ~fname
    set(h_out,'string','任务取消');
    return;
else
    type=iodata(fname);
    if type==0
        set(h_out,'string','找不到数据文件或数据文件有错');
        return;
    end
end
set(h_out,'string','数据处理完毕，请用鼠标右击节点或单元查看属性。');
load caldata.mat;
X=joint(:,2); Y=joint(:,3); Z=joint(:,4);
%%%%%%%%%%
set(gca,'zlim',[-1,20]);
hold on;
h_j=findobj(0,'tag','cm_joint');
h_e=findobj(0,'tag','cm_element');
h_r=findobj(0,'tag','cm_restraint');
for i=1:joint_num
    h_joint(i)=plot3(X(i),Y(i),Z(i),'r','uicontextmenu',h_j,'markersize',20);
    text(X(i),Y(i),Z(i)+0.8,int2str(i));

```

```

end
for i=1:element_num
    temp=ele_joint{i};
    ii=temp(1); jj=temp(2);
    XX=[X(ii) X(jj)]; YY=[Y(ii) Y(jj)]; ZZ=[Z(ii) Z(jj)];
    h_ele(i)=plot3(XX,YY,ZZ,'b','uicontextmenu','h_e');
end
for i=1:length(restraint_info)
    j_temp=restraint_info{i};
    jd=j_temp(1);
    XX=[X(jd) X(jd)]; YY=[Y(jd) Y(jd)]; ZZ=[Z(jd) Z(jd)-1];
    h_res(i)=plot3(XX,YY,ZZ,'k','linewidth',3,'uicontextmenu','h_r');
end
hold off;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
h_jcoor=findobj(0,'tag','Untitled_2');
jdata{1}=joint; jdata{2}=h_joint; jdata{3}=joint_num;
set(h_jcoor,'userdata',jdata);
%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
h_elepro=findobj(0,'tag','eleproperty');
edata{1}=ele_joint; edata{2}=ele_data; edata{3}=element_num; edata{4}=h_ele;
set(h_elepro,'userdata',edata);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
h_resinfo=findobj(0,'tag','restinfo');
resdata{1}=restraint_info; resdata{2}=h_res;
set(h_resinfo,'userdata',resdata);
% -----
function cm_joint_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to cm_joint (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% -----
%%% 显示节点坐标
function Untitled_2_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to Untitled_2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
XX=get(hObject,'userdata');
joint_num=XX{3}; joint=XX{1}; h_joint=XX{2};
j=getselected(joint_num,h_joint);
%%%
str{1}=[' 节点号: ',int2str(j)];
str{2}=['X 坐标: ',num2str(joint(j,2))];
str{3}=['Y 坐标: ',num2str(joint(j,3))];
str{4}=['Z 坐标: ',num2str(joint(j,4))];
listdlg('promptstring','显示节点坐标','selectionmode','single','listsize',[160 100],'liststring',str,...
'name','斜弯桥空间结构分析','okstring','确认','cancelstring','取消');

% -----
function Untitled_5_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to Untitled_5 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB

```

```

% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
%
% -----
function cm_element_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to cm_element (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% -----
%%%%%%%%显示单元属性信息
function eleproperty_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to eleproperty (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
XX=get(hObject,'userdata');
ele_joint=XX{1}; ele_data=XX{2}; element_num=XX{3}; h_ele=XX{4};
j=getselected(element_num,h_ele);
%%%%%%%%%
t=ele_joint{j};
ii=t(1); jj=t(2);
str{1}=[' 单元号: ',int2str(j)];
str{2}=[' 左节点号 I : ',int2str(ii)];
str{3}=[' 右节点号 J : ',int2str(jj)];
str{4}=[' 单元长度 L : ',num2str(ele_data(j,1))];
str{5}=[' 弹性模量 E : ',num2str(ele_data(j,2))];
str{6}=[' 剪切模量 G : ',num2str(ele_data(j,3))];
str{7}=[' 截面积 A : ',num2str(ele_data(j,4))];
str{8}=[' 抗扭常数 J : ',num2str(ele_data(j,5))];
str{9}=[' 惯性矩 Iy : ',num2str(ele_data(j,6))];
str{10}=[' 惯性矩 Iz : ',num2str(ele_data(j,7))];
listdlg('promptstring','显示单元属性','selectionmode','single','listsize',[160 200],'liststring',str,...
        'name','斜弯桥空间结构分析','okstring','确认','cancelstring','取消');
%
% -----
function eleforce_Callback(hObject, eventdata, handles)
%% 单元内力母菜单
% hObject    handle to eleforce (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
%
% --- Executes on button press in pushbutton2.
function pushbutton2_Callback(hObject, eventdata, handles)
%%%%%%%% 执行分析计算
% hObject    handle to pushbutton2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
type=ex(1);
h_elefor=findobj(0,'tag','deadload');
h_dist=findobj(0,'tag','deadloaddist');
h_restraint=findobj(0,'tag','deadloadres');
%%%%%%%%%
h_predist=findobj(0,'tag','prestressdist');

```

```

h_prefor=findobj(0,'tag','prestress');
h_preres=findobj(0,'tag','prestressres');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
set(h_elefor,'userdata',type);
set(h_dist,'userdata',type);
set(h_restraint,'userdata',type);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
set(h_predist,'userdata',type);
set(h_prefor,'userdata',type);
set(h_preres,'userdata',type);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% 取鼠标选择句柄
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function j=getselected(A,B)
h=gco;
h_temp(1:A)=h;
temp=B-h_temp;
L=abs(temp)<0.1;
j_temp=[1:A];
j=j_temp(L);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function popupmenu1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to popupmenu1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: popupmenu controls usually have a white background on Windows.
%         See ISPC and COMPUTER.
if ispc
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
    set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end

% --- Executes on selection change in popupmenu1.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% 控制视图选择 %%%%%%%%%
function popupmenu1_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to popupmenu1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: contents = get(hObject,'String') returns popupmenu1 contents as cell array
%         contents{get(hObject,'Value')} returns selected item from popupmenu1
val=get(hObject,'value');
if val==1
    view(0,0);
elseif val==2
    view(0,90);
elseif val==3
    view(90,0);
elseif val==4
    view(3);

```

end

```
% -----  
%%%%%%%%% 显示恒载内力 %%%%%%%%%%  
function deadload_Callback(hObject, eventdata, handles)  
% hObject    handle to deadload (see GCBO)  
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB  
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)  
type=get(hObject,'userdata');  
if type  
    h_elefor=findobj(0,'tag','eleproperty');  
    XX=get(h_elefor,'userdata');  
    element_num=XX{3}; h_ele=XX{4};  
    j=getselected(element_num,h_ele);  
    %%%%%%%%%%  
    load outdat.mat elementforce;  
    temp=elementforce{j};  
    str=getforcestrng(j,temp);  
    listdlg('promptstring','显示单元恒载内力','selectionmode','single','listsize',[160 220],'liststring',str,...  
            'name','斜弯桥空间结构分析','okstring','确认','cancelstring','取消');  
else  
    warndlg('请先对数据文件执行计算','!!Warning!!');  
end  
%  
% -----  
%%%%%%%%% 显示预应力内力 %%%%%%%%%%  
function prestress_Callback(hObject, eventdata, handles)  
% hObject    handle to prestress (see GCBO)  
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB  
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)  
type=get(hObject,'userdata');  
if type  
    h_elefor=findobj(0,'tag','eleproperty');  
    XX=get(h_elefor,'userdata');  
    element_num=XX{3}; h_ele=XX{4};  
    j=getselected(element_num,h_ele);  
    %%%%%%%%%%  
    load outdat.mat elementforce_pre;  
    temp=elementforce_pre{j};  
    str=getforcestrng(j,temp);  
    listdlg('promptstring','显示单元预应力内力','selectionmode','single','listsize',[160 220],'liststring',str,...  
            'name','斜弯桥空间结构分析','okstring','确认','cancelstring','取消');  
else  
    warndlg('请先对数据文件执行计算','!!Warning!!');  
end  
%  
% -----  
%%%%%%%%% 显示活载内力 %%%%%%%%%%  
function moveload_Callback(hObject, eventdata, handles)  
% hObject    handle to moveload (see GCBO)  
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB  
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
```

```

% -----
%%%%%%%%% 显示组合内力 %%%%%%%%%%
function loadcombine_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to loadcombine (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% -----
%%%%%%%%% 显示恒载位移 %%%%%%%%%%
function deadloaddist_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to deadloaddist (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
type=get(hObject,'userdata');
if type
    h_jcoor=findobj(0,'tag','Untitled_2');
    XX=get(h_jcoor,'userdata');
    joint_num=XX{3}; joint=XX{1}; h_joint=XX{2};
    load outdat.mat joint_dist;
    j=getselected(joint_num,h_joint);
    temp=joint_dist{j};
    str=getdiststring(j,temp);
    listdlg('promptstring','显示恒载节点位移','selectionmode','single','listsize',[160 150],'liststring',str,...
        'name','斜弯桥空间结构分析','okstring','确认','cancelstring','取消');
else
    warndlg('请先对数据文件执行计算','!!Warning!!');
end
%
% -----
%%%%%%%%% 显示预应力位移 %%%%%%%%%%
function prestressdist_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to prestressdist (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
type=get(hObject,'userdata');
if type
    h_jcoor=findobj(0,'tag','Untitled_2');
    XX=get(h_jcoor,'userdata');
    joint_num=XX{3}; joint=XX{1}; h_joint=XX{2};
    load outdat.mat joint_dist_pre;
    j=getselected(joint_num,h_joint);
    temp=joint_dist_pre{j};
    str=getdiststring(j,temp);
    listdlg('promptstring','显示预应力节点位移','selectionmode','single','listsize',[160 150],'liststring',str,...
        'name','斜弯桥空间结构分析','okstring','确认','cancelstring','取消');
else
    warndlg('请先对数据文件执行计算','!!Warning!!');
end
%
% -----
%%%%%%%%% 显示活载位移 %%%%%%%%%%
function moveloaddist_Callback(hObject, eventdata, handles)

```

```
% hObject handle to moveloaddist (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
```

```
% -----
%%%%%%%%% 显示组合位移 %%%%%%%%%%
function combdist_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to combdist (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
```

```
% -----
%%%%%%%%% 约束母菜单 %%%%%%%%%%
function cm_restraint_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to cm_restraint (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
```

```
% -----
%%%%%%%%% 显示约束信息 %%%%%%%%%%
function restinfo_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to restinfo (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
```

```
XX=get(hObject,'userdata');
temp=XX{1}; h_res=XX{2};
j=getselected(length(temp),h_res);
%%
res=temp{j};
str{1}=[' 所在节点号: ',int2str(res(1))];
str{2}=['UX 约束: ',num2str(res(2))];
str{3}=['UY 约束: ',num2str(res(3))];
str{4}=['UZ 约束: ',num2str(res(4))];
str{5}=['RX 约束: ',num2str(res(5))];
str{6}=['RY 约束: ',num2str(res(6))];
str{7}=['RZ 约束: ',num2str(res(7))];
listdlg('promptstring','显示节点约束信息','selectionmode','single','listsize',[160 120],'liststring',str,...
'name','斜弯桥空间结构分析','okstring','确认','cancelstring','取消');
```

```
% -----
%%%%%%%%% 约束反力母菜单 %%%%%%%%%%
function res_force_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to res_force (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
```

```
% -----
%%%%%%%%% 显示恒载反力 %%%%%%%%%%
function deadloadres_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to deadloadres (see GCBO)
```



```

% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
type=get(hObject,'userdata');
if type
    h_resinfo=findobj(0,'tag','restinfo');
    XX=get(h_resinfo,'userdata');
    res=XX{1}; h_res=XX{2};
    j=getselected(length(res),h_res);
    %%%%%%%%%%%%%%%
    load outdat.mat jointreaction;
    res_j=jointreaction{j,1};
    temp=jointreaction{j,2};
    str=getreacstring(j,res_j,temp);
    listdlg('promptstring','显示恒载约束内力','selectionmode','single','listsize',[160 120],'liststring',str,...
        'name','斜弯桥空间结构分析','okstring','确认','cancelstring','取消');
else
    warndlg('请先对数据文件执行计算',!!!Warning!!!);
end

% -----
%%%%%%%%%%%%%% 显示预应力反力 %%%%%%%%%%%%%%%
function prestressres_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to prestressres (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
type=get(hObject,'userdata');
if type
    h_resinfo=findobj(0,'tag','restinfo');
    XX=get(h_resinfo,'userdata');
    res=XX{1}; h_res=XX{2};
    j=getselected(length(res),h_res);
    %%%%%%%%%%%%%%%
    load outdat.mat jointreaction_pre;
    res_j=jointreaction_pre{j,1};
    temp=jointreaction_pre{j,2};
    str=getreacstring(j,res_j,temp);
    listdlg('promptstring','显示预应力约束内力','selectionmode','single','listsize',[160 120],'liststring',str,...
        'name','斜弯桥空间结构分析','okstring','确认','cancelstring','取消');
else
    warndlg('请先对数据文件执行计算',!!!Warning!!!);
end

% -----
%%%%%%%%%%%%%% 显示活载反力 %%%%%%%%%%%%%%%
function moveloadres_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to moveloadres (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)

% -----
%%%%%%%%%%%%%% 显示组合反力 %%%%%%%%%%%%%%%
function combres_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to combres (see GCBO)

```

```
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
```

```
%-----
```

```
function str=getdistring(j,temp)
str{1}=' 节点号: ',int2str(j);
str{2}='UX 位移: ',num2str(temp(1));
str{3}='UY 位移: ',num2str(temp(2));
str{4}='UZ 位移: ',num2str(temp(3));
str{5}='RX 转角: ',num2str(temp(4));
str{6}='RY 转角: ',num2str(temp(5));
str{7}='RZ 转角: ',num2str(temp(6));
```

```
%-----
```

```
function str=getreacstring(j,res_j,temp)
str{1}=' 约束序号: ',int2str(j);
str{2}=' 所在节点号: ',int2str(res_j);
str{3}='FX : ',num2str(temp(1));
str{4}='FY : ',num2str(temp(2));
str{5}='FZ : ',num2str(temp(3));
str{6}='MX : ',num2str(temp(4));
str{7}='MY : ',num2str(temp(5));
str{8}='MZ : ',num2str(temp(6));
```

```
%-----
```

```
function str=getforcestring(j,temp)
str{1}=' 单元号: ',int2str(j);
str{2}=' 左节点 I 内力: ';
str{3}=' 轴力 N : ',num2str(temp(1));
str{4}=' 剪力 FY : ',num2str(temp(2));
str{5}=' 剪力 FZ : ',num2str(temp(3));
str{6}=' 扭矩Tx : ',num2str(temp(4));
str{7}=' 弯矩 My : ',num2str(temp(5));
str{8}=' 弯矩 Mz : ',num2str(temp(6));
str{9}=' 右节点 J 内力: ';
str{10}=' 轴力 N : ',num2str(temp(7));
str{11}=' 剪力 FY : ',num2str(temp(8));
str{12}=' 剪力 FZ : ',num2str(temp(9));
str{13}=' 扭矩Tx : ',num2str(temp(10));
str{14}=' 弯矩 My : ',num2str(temp(11));
str{15}=' 弯矩 Mz : ',num2str(temp(12));
```

```
%-----
```

```
% --- Executes on button press in pushbutton3.
```

```
function pushbutton3_Callback(hObject, eventdata, handles)
```

```
% hObject handle to pushbutton3 (see GCBO)
```

```
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
```

```
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
```

```
str{1}=' 节点位移: ';
```

```
str{2}=' 单元内力: ';
```

```
str{3}=' 约束反力: ';
```

```
[s,v]=listdlg('promptstring','列表显示选择','selectionmode','single','listsize',[160 80],'liststring',str,...
'name','斜弯桥空间结构分析','okstring','确认','cancelstring','取消');
```

```

load caldata.mat joint_num element_num ele_joint;
load outdat.mat;
if v
    if s==1
        out_joint=setoutjoint(joint_num,joint_dist);
        save out_joint.mat out_joint;
    elseif s==2
        out_element=setoutelement(element_num,elementforce,ele_joint);
        save out_element.mat out_element;
    elseif s==3
        out_res=setoutrest(jointreaction);
        save out_res.mat out_res;
    end
end

% --- Executes on button press in pushbutton4.
function pushbutton4_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to pushbutton4 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
str{1}=' 文本格式';
str{2}='EXCEL 电子表格';
str{3}=' 结构简图';
[s,v]=listdlg('promptstring',' 数据导出选择','selectionmode','single','listsize',[160 80],'liststring',str,...
    'name','斜弯桥空间结构分析','okstring','确认','cancelstring','取消');

%-----
function out_joint=setoutjoint(joint_num,joint_dist)
    out_joint{1,1}=' 节点号';
    out_joint{1,2}='UX 位移';
    out_joint{1,3}='UY 位移';
    out_joint{1,4}='UZ 位移';
    out_joint{1,5}='RX 转角';
    out_joint{1,6}='RY 转角';
    out_joint{1,7}='RZ 转角';
    for i=1:joint_num
        temp=joint_dist{i};
        out_joint{i+1,1}=int2str(i);
        for j=2:7
            out_joint{i+1,j}=num2str(temp(j-1));
        end
    end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%-----
function out_element=setoutelement(element_num,elementforce,ele_joint)
    out_element{1,1}=' 单元号';
    out_element{1,2}=' 节点';
    out_element{1,3}=' 轴力 N';
    out_element{1,4}=' 剪力 FY';
    out_element{1,5}=' 剪力 FZ';
    out_element{1,6}=' 扭矩 Tx';
    out_element{1,7}=' 弯矩 My';
    out_element{1,8}=' 弯矩 Mz';

```

```

for i=1:element_num
    temp1=elementforce{i};
    temp2=ele_joint{i};
    out_element{2*i,1}=int2str(i);
    out_element{2*i,2}=int2str(temp2(1));
    for j=3:8
        out_element{2*i,j}=num2str(temp1(j-2));
    end
    out_element{2*i+1,1}=int2str(i);
    out_element{2*i+1,2}=int2str(temp2(2));
    for j=3:8
        out_element{2*i+1,j}=num2str(temp1(j+4));
    end
end

```

```

%-----
%-
function out_res=setoutrest(jointreaction)
out_res{1,1}='约束序号';
out_res{1,2}='所在节点号';
out_res{1,3}=['FX'];
out_res{1,4}=['FY'];
out_res{1,5}=['FZ'];
out_res{1,6}=['MX'];
out_res{1,7}=['MY'];
out_res{1,8}=['MZ'];
for i=1:length(jointreaction)
    jd=jointreaction{i,1};
    temp=jointreaction{i,2};
    out_res{i+1,1}=int2str(i);
    out_res{i+1,2}=int2str(jd);
    for j=3:8
        out_res{i+1,j}=num2str(temp(j-2));
    end
end
%-----

```

## 附录二 结构数据文件的处理

```
function type=iodata(filename)
type=0;
h_out=findobj(0,'tag','outinfo');
%%%%%%%%%%%%%%
set(h_out,'string','读入数据文件');
%%%%%%%%%%%%%%
set(h_out,'string','读控制信息数据 ...');
control=xlsread(filename,'control');
if judgement(control)
    set(h_out,'string','请检查控制信息数据块 !!!');
    return;
end
joint_num=control(1); element_num=control(2); material_num=control(3);
section_num=control(4); restraint_num=control(5); isjoint=control(6);
iseleforce=control(7); iseleunif=control(8); isprestress=control(9);
%%%%%%%%%%%%%%
set(h_out,'string','读节点信息数据 ...');
joint=xlsread(filename,'joint');
if judgement(joint)
    set(h_out,'string','请检查节点信息数据块 !!!');
    return;
end
%%%%%%%%%%%%%%
set(h_out,'string','读单元信息数据 ...');
element=xlsread(filename,'element');
if judgement(element)
    set(h_out,'string','请检查单元信息数据块 !!!');
    return;
end
%%%%%%%%%%%%%%
set(h_out,'string','读材料信息数据 ...');
material=xlsread(filename,'material');
if judgement(material)
    set(h_out,'string','请检查材料信息数据块 !!!');
    return;
end
%%%%%%%%%%%%%%
set(h_out,'string','读截面信息数据 ...');
section=xlsread(filename,'section');
if judgement(section)
    set(h_out,'string','请检查截面信息数据块 !!!');
    return;
end
%%%%%%%%%%%%%%
set(h_out,'string','读支承信息数据');
restraints=xlsread(filename,'restraints');
if judgement(restraints)
    set(h_out,'string','请检查支承信息数据块 !!!');
    return;
end
```

```

%%%%%%%%%
if isjoint
    set(h_out,'string','读节点荷载信息数据');
    jointload=xlsread(filename,'joint_force');
    if judgement(jointload)
        set(h_out,'string','请检查节点荷载信息数据块!!!');
        return;
    end
end
%%%%%%%%%
if iselesforce
    set(h_out,'string','读单元集中荷载信息数据');
    elementload=xlsread(filename,'element_force');
    if judgement(elementload)
        set(h_out,'string','请检查单元集中荷载信息数据块!!!');
        return;
    end
end
%%%%%%%%%
if iseleunif
    set(h_out,'string','读单元均布荷载信息数据');
    elementuload=xlsread(filename,'element_uniform');
    if judgement(elementuload)
        set(h_out,'string','请检查单元均布荷载信息数据块!!!');
        return;
    end
end
%%%%%%%%%
if isprestress
    set(h_out,'string','读预应力计算信息');
    prestressload=xlsread(filename,'prestress');
    if judgement(prestressload)
        set(h_out,'string','请检查预应力计算信息数据块!!!');
        return;
    end
end
%%%%%%%%%
set(h_out,'string','处理原始输入数据');
%%%%%%%%%
% 单元信息
for i=1:element_num
    % 单元左右节点信息: [ 节点号 i, 节点号 j]
    ii=element(i,2); jj=element(i,3); mat_type=element(i,4); sec_type=element(i,5);
    ele_joint{i}=[ii jj];
    % 单元属性信息: [ 单元长度 L, 弹性模量 E, 剪切模量 G, 截面积 A, 抗扭常数 J,
    惯性矩 Iy, 惯性矩 Iz]
    xi=joint(ii,2); yi=joint(ii,3); zi=joint(ii,4);
    xj=joint(jj,2); yj=joint(jj,3); zj=joint(jj,4);
    L=sqrt((xj-xi)^2+(yj-yi)^2+(zj-zi)^2);
    ele_data(i,:)=[L material(mat_type,2) material(mat_type,3) section(sec_type,{2:5})];
    % 单元自重信息
    ele_selfweigh(i)=[i 0 0 -section(sec_type,2)*material(mat_type,4) 0];
    % 单元主轴方向矢量信息: [oy 轴与水平面夹角, X 方向, Y 方向, Z 方向 ]

```

```

    ele_vector{i}=[0 (xj-xi)/L (yj-yi)/L (zj-zi)/L];
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% 外荷载信息
% 节点荷载: [ 节点号, X, Y, Z, Tx, My, Mz]
if isjoint
    [m,n]=size(jointload);
    for i=1:m
        joint_force{i}=[jointload(i,[2:8])];
    end
end
% 单元集中荷载: [ 单元号, 距 i 点距离, X, Y, Z, Tx]
if iselesforce
    [m,n]=size(elementfload);
    for i=1:m
        ele_force{i}=[elementfload(i,[2:7])];
    end
end
% 单元均布荷载: [ 单元号, X, Y, Z, Tx]
if iseleunif
    [m,n]=size(elementuload);
    for i=1:m
        ele_uniform{i}=[elementuload(i,[2:6])];
    end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% 边界条件信息: [ 节点号, UX, UY, UZ, RX, RY, RZ]
for i=1:restraint_num
    restraint_info{i}=[restraints(i,[2:8])];
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% 单元预应力计算信息
if isprestress
    [m,n]=size(prestressload);
    for i=1:m
        ele_preload{i}=[prestressload(i,1),ele_data(prestressload(i,1),1),prestressload(i,2:6)];
    end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% 写入原始数据
save caldata.mat joint_num element_num joint;
save caldata.mat ele_joint ele_data ele_selfweigh ele_vector -append;
save caldata.mat isjoint iseleunif iselesforce isprestress -append;
if isjoint
    save caldata.mat joint_force -append;
end
if iseleunif
    save caldata.mat ele_uniform -append;
end
if iselesforce
    save caldata.mat ele_force -append;
end
if isprestress

```

```
    save caldata.mat ele_preload -append;
end
save caldata.mat restraint_info -append;
type=1;
```



## 附录三 结构计算主执行程序

```
function success=ex(type)
success=0;
h_out=findobj(0,'tag','outinfo');
if type==0
    set(h_out,'string','找不到数据文件或数据文件有错');
    return;
else
    load caldata.mat;
end
% k1=stiss(L,E,G,A,J,Iy,Iz);
% 求各单元刚度矩阵
for i=1:element_num
    str=['计算第' int2str(i) '单元刚度矩阵'];
    set(h_out,'string',str);
    element=ele_data(i,:);
    part_coor{ i }=stiss(element);
% 求各单元坐标转换矩阵
    coor_T=zeros(12);
    elevector=ele_vector{ i };
    coor=coor_tran(elevector);
    for ii=1:4
        coor_T([(3*ii-2):3*ii],[(3*ii-2):3*ii])=coor;
    end
    coor_Tmatrix{ i }=coor_T;
% 将局部坐标系下的单元刚度矩阵转换为总体坐标下的单元刚度矩阵
    ke{ i }=coor_T*part_coor{ i }*coor_T;
end
set(h_out,'string','将各单元刚度矩阵组装总刚度矩阵');
% 将各单元刚度矩阵组装总刚度矩阵
K=total_stiss(joint_num,element_num,ke,ele_joint);
% 求等效节点荷载
set(h_out,'string','求等效节点荷载');
% P 表示总等效节点荷载,即方程式右端项
% Qe 表示各单元的等效节点力
P=zeros(6*joint_num,1);
Qe=zeros(element_num,12);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% PRE=zeros(6*joint_num,1);
% QPre=zeros(element_num,12);
% 处理节点荷载
if isjoint==1
    set(h_out,'string','处理节点荷载');
    P1=form_jointload(joint_num,joint_force);
    P=P+P1;
end
% 处理单元均布荷载
ele_length=ele_data(:,1);
if iseleunif==1
    set(h_out,'string','处理单元均布荷载');
```

```

[P2,P_unif]=form_eleunif(joint_num,element_num,ele_uniform,ele_joint,ele_length,coor_Tmatrix);
P=P+P2;
Qe=Qe+P_unif;
end
% 处理自重荷载
set(h_out,'string','处理自重荷载');
[P21,P_unif1]=form_eleunif(joint_num,element_num,ele_selfweigh,ele_joint,ele_length,coor_Tmatrix);
P=P+P21;
Qe=Qe+P_unif1;
% 处理单元集中荷载
if iseleforce==1
    set(h_out,'string','处理单元集中荷载');
    [P3,P_force]=form_eleforce(joint_num,element_num,ele_force,ele_joint,ele_length,coor_Tmatrix);
    P=P+P3;
    Qe=Qe+P_force;
end
% 处理预应力等效节点荷载
if ispretress
    % PRE=zeros(6*joint_num,1);
    % QPre=zeros(element_num,12);
    [PRE,QPre]=form_preforce(joint_num,element_num,ele_joint,ele_preload);
end
% 引入边界条件, 并修改刚度矩阵及荷载矩阵
set(h_out,'string','引入边界条件, 并修改刚度矩阵及荷载矩阵');
row=form_restraint(joint_num,restraint_info);
[KK,old_row,LL]=del_row_col(K,row);
[PP,old_row,LL]=del_row_col(P,row);
if ispretress
    [PPRE,old_row,LL]=del_row_col(PRE,row);
end
% 求解
set(h_out,'string','求解');
if det(KK)==0
    dd='此结构可能为机动状态, 请查看边界条件';
    set(h_out,'string',dd);
    return;
else
% 求解总体坐标中各节点位移
d=full(sparse(KK)\sparse(PP));
if ispretress
    d_pre=full(sparse(KK)\sparse(PPRE));
end
% 将各节点位移列阵补全, 即加入有约束节点位移
dd=zeros(6*joint_num,1);
dd_pre=zeros(6*joint_num,1);
old=old_row(LL);
for i=1:length(old)
    dd(old(i))=d(i);
    if ispretress
        dd_pre(old(i))=d_pre(i);
    end
end
% 提取各节点位移

```

```

for i=1:joint_num
    joint_dist{i}=dd((6*i-5):6*i);
    if isprestress
        joint_dist_pre{i}=dd_pre((6*i-5):6*i);
    end
end
% 求各单元内力及支承反力
% reactionforce 表示各节点等效荷载
reactionforce=zeros(6*joint_num,1);
if isprestress
    reactionforce_pre=zeros(6*joint_num,1);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:element_num
    ele_temp=ele_joint{i};
    ii=ele_temp(1); jj=ele_temp(2);
    force_temp=zeros(12,1);
%    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    force_temp(1:6)=joint_dist{ii};
    force_temp(7:12)=joint_dist{jj};
    T_coor=coor_Tmatrix{i};
    force_temp=T_coor*force_temp;
    tt=Qe(i,:);
    ttt=tt';
%    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    reacttemp=zeros(6*joint_num,1);
    tj=T_coor*ttt;
    reacttemp([(6*ii-5):6*ii])=tj(1:6);
    reacttemp([(6*jj-5):6*jj])=tj(7:12);
    reactionforce=reactionforce+reacttemp;
%    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    elementforce{i}=part_coor{i}*force_temp-ttt;
    if isprestress
        force_temp_pre=zeros(12,1);
        force_temp_pre(1:6)=joint_dist_pre{ii};
        force_temp_pre(7:12)=joint_dist_pre{jj};
        tt_pre=QPre(i,:);
        ttt_pre=tt_pre';
        reacttemp_pre=zeros(6*joint_num,1);
        reacttemp_pre([(6*ii-5):6*ii])=ttt_pre(1:6);
        reacttemp_pre([(6*jj-5):6*jj])=ttt_pre(7:12);
        reactionforce_pre=reactionforce_pre+reacttemp_pre;
        elementforce_pre{i}=part_coor{i}*force_temp_pre;
    end
end
joint_full_f=full(sparse(K)*sparse(dd))-reactionforce;
if isprestress
    joint_full_pre=full(sparse(K)*sparse(dd_pre))-reactionforce_pre;
end
% 提取支承节点的支承反力
for i=1:length(restraint_info)
    j_no=restraint_info{i};
    jt=j_no(1);
    jointreaction{i,1}=jt;
end

```

```

jointreaction{i,2}=joint_full_f([(6*jt-5):6*jt]);
if isprestress
    jointreaction_pre{i,1}=jt;
    jointreaction_pre{i,2}=joint_full_pre([(6*jt-5):6*jt]);
end
end
% 储存节点位移、单元内力、支承反力
save outdat.mat joint_dist elementforce jointreaction;
if isprestress
    save outdat.mat joint_dist_pre elementforce_pre jointreaction_pre -append;
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
set(h_out,'string', '运算完毕，请用鼠标右击节点或单元查看荷载效应。');
success=1;

```

```

% 形成空间梁单元的位移函数
% 单元轴向为 X 轴，x 为轴向变量
function [Nu,Nv,Nw,No]=n_function(L)
syms x real;
fai1=1-x/L; fai2=x/L;   fai3=1-3*(x/L)^2+2*(x/L)^3;
fai4=x-2*x^2/L+x^3/L^2;
fai5=3*(x/L)^2-2*(x/L)^3;
fai6=-x^2/L+x^3/L^2;
Nu=sym(zeros(1,12));
Nv=sym(zeros(1,12));
Nw=sym(zeros(1,12));
No=sym(zeros(1,12));
Nu(1,1)=fai1;   Nu(1,7)=fai2;
Nv(1,2)=fai3;   Nv(1,6)=fai4;   Nv(1,8)=fai5;   Nv(1,12)=fai6;
Nw(1,3)=fai3;   Nw(1,5)=-fai4;   Nw(1,9)=fai5;   Nw(1,11)=-fai6;
No(1,4)=fai1;   No(1,10)=fai2;

```

```

% 形成空间梁单元刚度矩阵
% ke=stiss(L,E,G,A,J,Iy,Iz)
% 单位 m
% L 单元长度
% E 弹性模量
% G 剪切模量
% A 单元截面积
% J 横截面对 OX 轴的极惯性矩
% Iy 横截面对中性轴 oy 的惯性矩
% Iz 横截面对中性轴 oz 的惯性矩
% function ke=stiss(L,E,G,A,J,Iy,Iz)
function ke=stiss(element)
L=element(1); E=element(2); G=element(3); A=element(4);
J=element(5); Iy=element(6); Iz=element(7);
% syms x L E G A J Iy Iz real;
% 调用形函数
[Nu,Nv,Nw,No]=n_function(L);
B={diff(Nu,'x')}

```

```

    -diff(Nv,'x',2)
    -diff(Nw,'x',2)
    diff(No,'x');
    D_temp=[E*A,E*Iz,E*Iy,G*J];
    D=diag(D_temp);
    K=int(B'*D*B,'x',0,L);
    % K=simple(K);
    ke=double(K);

```

% 求单元坐标转换矩阵

```
function coor=coor_tran(vector)
```

```

% l,m,n    单元局部坐标系中主轴（即 x 轴）的方向余弦
% a    单元局部坐标系中 oy 方向旋转角度（即 oy 正向与水平面夹角），其方向规定如下：
%    从水平面到 oy 方向旋转时，用右手螺旋法则，大拇指方向应为 x 轴正向
%    参考书《桥梁结构空间分析设计方法与应用》P43 中所示方向即为夹角正向
%    此处公式请参见参考书《弹性和塑性力学中的有限单元法》（机械工业出版社）

```

P91

```

% if (A1^2+A2^2)~=0
%     if A1~=0
%         B2=(-A2*A3*sin(a)+A1*sqrt((cos(a))^2-A3^2))/sqrt(A1^2+A2^2);
%         if (B2*A1)<0
%             B2=(-A2*A3*sin(a)-A1*sqrt((cos(a))^2-A3^2))/sqrt(A1^2+A2^2);
%         end
%         B1=(-sin(a)*A3+A2*B2)/A1;
%         B3=sin(a);
%     else
%         if A2<0
%             B1=sqrt(cos(a)^2-A3^2)/A2;
%         else
%             B1=-sqrt(cos(a)^2-A3^2)/A2;
%         end
%         B2=-A3*sin(a)/A2;
%         B3=sin(a);
%     end
% else
%     B1=cos(a);
%     B2=sin(a);
%     B3=0;
% end

```

```
a=vector(1); l=vector(2); m=vector(3); n=vector(4);
```

```

if (l^2+m^2)~=0
    A=[l m n];
    temp=sqrt(l^2+m^2);
    B=[-m/temp l/temp 0];
    C=[-l*n/temp -m*n/temp temp];
    t1=[A B C];
    t2=[1 0 0
        0 cos(-a) -sin(-a)
        0 sin(-a) cos(-a)];
    coor=t1*t2;
else if n==1
    coor=[0 sin(a) -cos(a)

```

```

        0 cos(a) sin(a)
        1 0 0];
else
    coor=[0 sin(a) cos(a)
          0 cos(a) -sin(a)
          -1 0 0];
end
end

% 形成总刚度矩阵
% joint_num 节点总数
% element_num 单元总数
% ke 各单元刚度矩阵
% ele_data 单元信息
function K=total_stiss(joint_num,element_num,ke,ele_joint)
K=zeros(6*joint_num);
for ele=1:element_num
    ele_data=ele_joint{ele};
    i=ele_data(1);
    j=ele_data(2);
    ele_stiss=ke{ele};
    K_temp=zeros(6*joint_num);
    K_temp([(6*i-5):(6*i)],[(6*i-5):(6*i)])=ele_stiss([1:6],[1:6]);
    K_temp([(6*j-5):(6*j)],[(6*j-5):(6*j)])=ele_stiss([7:12],[7:12]);
    K_temp([(6*i-5):(6*i)],[(6*j-5):(6*j)])=ele_stiss([1:6],[7:12]);
    K_temp([(6*j-5):(6*j)],[(6*i-5):(6*i)])=ele_stiss([7:12],[1:6]);
    K=K+K_temp;
end

% 边界条件的处理
function [new_mat,old_row,L]=del_row_col(old,row,col)
[m,n]=size(old);
old_row=[1:m];
L_temp=zeros(1,m);
for i=1:length(row)
    LL=(old_row~=row(i));
    L_temp=L_temp+LL;
end
L=(L_temp==length(row));
if(n==1)
    new_mat=old(L,:);
else
    new_mat=old(L,L);
end

% 处理单元集中荷载，并形成等效节点荷载列阵
function [P3,P_force]=form_eleforce(joint_num,element_num,ele_force,ele_joint,ele_length,coor_Tmatrix)
P3=zeros(6*joint_num,1);
P_force=zeros(element_num,12);
for i=1:length(ele_force)
    %%%
    temp=zeros(6*joint_num,1);
    %%%

```

```

    eleload=ele_force{i};
    ele=eleload(1); dist=eleload(2); p=eleload([3:6]);
%%%%
    nele=ele_joint{ele};
    iele=nele(1); jele=nele(2);
    L=ele_length(ele);
%%%%
    pp=join_load(L,p',1,dist);
    ppp=coor_Tmatrix{ele}*pp;
    temp([(6*iele-5):(6*iele)])=ppp([1:6]);
    temp([(6*jele-5):(6*jele)])=ppp([7:12]);
    P3=P3+temp;
    P_force(ele,:)=pp';
end

```

% 处理单元均布荷载，并形成等效节点荷载列阵

```

function [P2,P_unif]=form_eleunif(joint_num,element_num,ele_uniform,ele_joint,ele_length,coor_Tmatrix)
P2=zeros(6*joint_num,1);
P_unif=zeros(element_num,12);
for i=1:length(ele_uniform)
%%%%
    temp=zeros(6*joint_num,1);
%%%%
    eleload=ele_uniform{i};
    ele=eleload(1); p=eleload([2:5]);
%%%%
    nele=ele_joint{ele};
    iele=nele(1); jele=nele(2);
    L=ele_length(ele);
%%%%
    pp=join_load(L,p',0);
    ppp=coor_Tmatrix{ele}*pp;
    temp([(6*iele-5):(6*iele)])=ppp([1:6]);
    temp([(6*jele-5):(6*jele)])=ppp([7:12]);
    P2=P2+temp;
    P_unif(ele,:)=pp';
end

```

% 形成节点荷载矩阵

```

function P_joint=form_jointload(joint_num,joint_force)
P_joint=zeros(6*joint_num,1);
for i=1:length(joint_force)
    temp=zeros(6*joint_num,1);
    jointload=joint_force{i};
    j=jointload(1);
    temp([(6*j-5):(6*j)])=jointload([2:7]);
    P_joint=P_joint+temp;
end

```

% 处理预应力等效节点荷载

```

function [PRE,QPre]=form_preforce(joint_num,element_num,ele_joint,ele_preload)
PRE=zeros(6*joint_num,1);
QPre=zeros(element_num,12);

```

```

for i=1:length(ele_preload)
%%%%
    temp=zeros(6*joint_num,1);
%%%%
    preload=ele_preload{i};
    ele=preload(1); L=preload(2); F=preload(3);
    y1=preload(4); z1=preload(5);
    y2=preload(6); z2=preload(7);
%%%%
    nele=ele_joint{ele};
    iele=nele(1); jele=nele(2);
%%%%
    ppp=pretress(L,F,y1,z1,y2,z2);
    temp([(6*iele-5):(6*iele)])=ppp([1:6]);
    temp([(6*jele-5):(6*jele)])=ppp([7:12]);
    PRE=PRE+temp;
    QPre(ele,:)=ppp;
end

% 处理边界条件
function row=form_restraint(joint_num,restraint_info)
res=zeros(6*joint_num,1);
for i=1:length(restraint_info)
    temp=zeros(6*joint_num,1);
    jointres=restraint_info{i};
    j=jointres(1);
    temp([(6*j-5):(6*j)])=jointres([2:7]);
    res=res+temp;
end
rownum=[1:6*joint_num];
L=res>=1;
row=rownum(L);

% 计算等效节点荷载
%P=join_load(L,p,type,dist)
% L 单元长度
% p 外荷载列阵 (4X1)
% type 外荷载类型
% type=0 均布荷载
% type=1 集中荷载
% dist 集中荷载距 I 点距离
function P=join_load(L,p,type,dist)
% 调用形函数
[Nu,Nv,Nw,No]=n_function(L);
B=[Nu
    Nv
    Nw
    No];
if type==0
    P_temp=int(B'*p,'x',0,L);
    P_temp=simple(P_temp);
    P=double(P_temp);
else
    P_temp=B'*p;

```



```

P=subs(P_temp,'x',dist);
P=double(P);
end

```

```

% 形成预应力作用于杆端的等效节点荷载列阵
% Nu , Nv , Nw , No 的具体构成请参见单元刚度矩阵命令流
function FF=pretress(L,F,y1,z1,y2,z2)
% syms x y z L F FF real;
% syms y1 y2 z1 z2;
% syms Fx ls;
% ls=sqrt(L^2+(y2-y1)^2+(z2-z1)^2);
% Fy=F*(y2-y1)/L;
% Fz=F*(z2-z1)/L;
% Fx=sqrt(F^2-Fz^2-Fy^2);
% Nx=-Fx; Mx=Fy*z-Fz*y; My=-Fx*z; Mz=Fx*y;
% [Nu,Nv,Nw,No]=n_function(L);
% m_Nu=diff(Nu,'x'); m_No=diff(No,'x');
% m_Nw=diff(Nw,'x',2); m_Nv=diff(Nv,'x',2);
% FF=int(Nx*m_Nu+Mx*m_No+My*m_Nw+Mz*m_Nv,'x',0,L);
Ls=sqrt(L^2+(y2-y1)^2+(z2-z1)^2);
Fx=F;
Fy=F*(y2-y1)/Ls;
Fz=F*(z2-z1)/Ls;
% Fx=sqrt(F^2-Fy^2-Fz^2);
FF(1)=Fx; FF(2)=Fx*(y2-y1)/L; FF(3)=Fx*(z2-z1)/L;
FF(4)=-(Fy*(z1+z2)/2-Fz*(y1+y2)/2);
FF(5)=Fx*z1; FF(6)=-Fx*y1;
FF(7)=-Fx; FF(8)=-Fx*(y2-y1)/L; FF(9)=-Fx*(z2-z1)/L;
FF(10)=Fy*(z1+z2)/2-Fz*(y1+y2)/2;
FF(11)=-Fx*z2; FF(12)=Fx*y2;

```

# 致 谢

论文撰写过程中，得到了导师余诗泉教授的悉心指导，在选题、撰写、修改至最后成文都凝聚着导师的心血。学习期间，导师严谨治学的敬业精神使我受益匪浅。三年来，无论在学习、工作还是生活中导师都给予了无微不至的关怀，在此表示衷心的感谢！

论文的顺利完成与东北林业大学土木工程学院各位老师 and 同学的大力支持和热情帮助是分不开的，在此向东北林业大学土木工程学院的领导、老师和同学致以深深的谢意！

吴文明

2004年1月10日