

摘 要

GPS 是解决编队星座状态确定问题的最有前途的方法。但受编队星座可观测到的 GPS 卫星数目的限制,不足以进行高轨或深空探测的编队星座的状态确定,而且只利用 GPS 信息难以快速、准确的将 GPS 星间载波相位单差模糊度解算出来。因此本文在 GPS 测量的基础上,引入了星间相对测距技术——类 GPS 技术,并针对编队星座状态确定问题,分别对两种测量体制及其联合运用进行了讨论,进一步建立了联合 GPS 测量和类 GPS 测量进行编队星座状态整体确定的模型,最后给出了数学仿真结果。

针对低轨编队星座类 GPS 测量不能长期保持的问题,研究了一种类 GPS 天线的安装方式,讨论了在这种安装方式下的类 GPS 天线姿态,并进行了可进行类 GPS 测量的时间段的分析。

根据载波差分基线的不同,分别讨论了 GPS 星内和星间载波差分整周模糊初始化问题:基于运动的方法完成了星内差分模糊度初始化;利用类 GPS 测量提供的高精度星间测距信息对星间基线形成的约束,采用 Bayes 最小二乘快速完成了星间差分模糊度的初始化。数学仿真表明:在一定范围内进行卫星姿态机动,300s 内成功解算 GPS 星内差分模糊度的概率为 95%;无需进行卫星姿态机动,200s 内成功解算 GPS 星间差分模糊度的概率为 90%。模糊度初始化完成后,星间相对位置解算精度优于 $10^{-2} m$ 、卫星姿态解算精度优于 $10^{-5} rad$ 。

关键词:编队星座, GPS 载波差分, 类 GPS 测量, 整周模糊度, 类 GPS 天线

ABSTRACT

The Global Positioning System (GPS) is one of the best ways in states determination for satellite formation constellation. However, in high orbit or deep space, GPS may not be reliable sufficiently to determine the states of formation constellation lacking of the GPS satellite that can be observed by formation constellation. Further more, it would be so difficult to resolve the integer ambiguity of carrier phase differential GPS (CDGPS) inter-satellite only using GPS measurement. So, in this paper, like-GPS, one of the measurement technologies between satellites, was introduced on the base of GPS measurement, and then applications of two kinds of measurements and their combination on states determination of formation constellation were discussed separately. Further more, a mathematical model of states determination of formation constellation was set up combining with GPS measurement and like-GPS measurement. Lastly, the result of simulation analysis was given.

In order to solve the problem that like-GPS measurement of low orbit formation constellation can not work on for long time, a method of like-GPS antenna's setting was investigated. The attitude of like-GPS antenna and the viable time of like-GPS measurement were studied while like-GPS antenna was set in this method.

According to the difference of carrier phase differential base-line, this paper has discussed the initialization of the ambiguity intra-satellite and inter-satellite separately. Based on the method of movement, the initialization of ambiguity intra-satellite was completed. With the centimeter length constraint to the kilometer baseline inter-satellite which supplied by high accurate like-GPS measurement, the ambiguity inter-satellite was initialized quickly using Bayes Least Square. Learning from the result of simulation analysis, the ambiguity intra-satellite could be initialized successfully within 300 seconds at 95% level with the maneuver of satellite attitude within a special range, and the ambiguity inter-satellite could be initialized successfully within 200 seconds at 90% level without any maneuver of satellite attitude. After the initialization of ambiguity was completed, the accuracy of relative positions between satellites is superior to $10^{-2} m$ and the accuracy of attitudes of satellite is superior to $10^{-5} rad$.

**Keyword: Formation Constellation, CDGPS, Like-GPS Measurement,
Integer Ambiguity, Like-GPS Antenna**

图目录

| | |
|--|----|
| 图 2.1 编队卫星体坐标系与姿态的定义..... | 11 |
| 图 2.2 载波差分基本原理示意图..... | 13 |
| 图 2.3 视线平行假设原理图..... | 15 |
| 图 2.4 视线不平行改正原理图..... | 17 |
| 图 3.1 星座坐标系、类 GPS 天线安装坐标系及类 GPS 天线位置示意图..... | 29 |
| 图 3.2 空间圆三星编队星座几何分布示意图..... | 34 |
| 图 3.3 类 GPS 天线保持标称阵列结构时的星座平面图..... | 35 |
| 图 3.4 经过上中天, 类 GPS 天线保持标称结构时的星座整体状况图..... | 36 |
| 图 3.5 由 n 颗卫星组成的空间圆编队星座..... | 37 |
| 图 3.6 卫星绕 S_1 运行时, 卫星的类 GPS 天线共视的变化过程..... | 38 |
| 图 4.1 GPS 天线和类 GPS 天线安装示意图..... | 41 |
| 图 5.1 编队星座星下点轨迹..... | 59 |
| 图 5.2 卫星姿态 ψ 变化规律..... | 60 |
| 图 5.3 联合解算数据采样开始时刻, 编队星座整体状况图..... | 61 |
| 图 5.4-a $t_n = 10$ 时, σ_{N_s} 解算结果..... | 63 |
| 图 5.4-b $t_n = 15$ 时, σ_{N_s} 解算结果..... | 63 |
| 图 5.4-c $t_n = 20$ 时, σ_{N_s} 解算结果..... | 63 |
| 图 5.4-d $t_n = 30$ 时, σ_{N_s} 解算结果..... | 63 |
| 图 5.5-a $t_n = 10$ 时, σ_N 解算结果..... | 64 |
| 图 5.5-b $t_n = 15$ 时, σ_N 解算结果..... | 64 |
| 图 5.5-c $t_n = 20$ 时, σ_N 解算结果..... | 65 |
| 图 5.6-a x_{12} 解算中误差..... | 66 |
| 图 5.6-b y_{12} 解算中误差..... | 66 |
| 图 5.6-c z_{12} 解算中误差..... | 66 |
| 图 5.7-a x_{13} 解算中误差..... | 66 |
| 图 5.7-b y_{13} 解算中误差..... | 66 |
| 图 5.7-c z_{13} 解算中误差..... | 67 |
| 图 5.8-a ψ_1 解算中误差..... | 67 |
| 图 5.8-b θ_1 解算中误差..... | 67 |
| 图 5.8-c ϕ_1 解算中误差..... | 67 |
| 图 5.9-a ψ_2 解算中误差..... | 68 |

| | |
|---------------------------------|----|
| 图 5.9-b θ_2 解算中误差 | 68 |
| 图 5.9-c ϕ_2 解算中误差 | 68 |
| 图 5.10-a ψ_3 解算中误差 | 68 |
| 图 5.10-b θ_3 解算中误差 | 68 |
| 图 5.10-c ϕ_3 解算中误差 | 69 |

表目录

| | |
|---|----|
| 表 1.1 星载雷达各种方案性能指标比较..... | 4 |
| 表 3.1 经过上中天时的卫星姿态角..... | 35 |
| 表 3.2 类 GPS 天线保持标称阵列结构时的相对姿态角..... | 35 |
| 表 3.3 经过上中天, 类 GPS 天线保持标称阵列结构时的绝对姿态角..... | 36 |
| 表 5.1 空间圆编队伴星轨道根数..... | 59 |
| 表 5.2 编队星座同时可观测的 GPS 卫星的轨道根数..... | 60 |
| 表 5.3 GPS 伪距观测值误差源及其影响..... | 62 |
| 表 5.4 GPS 载波相位观测值误差源及其影响..... | 62 |

第一章 绪论

卫星编队星座是二十世纪九十年代出现的一项新技术，它拓展了小卫星的应用领域，打破了传统航天器按硬件组合的观念，提出了按功能组合航天器的新概念，使未来的航天领域发生了革命性的变化。

本章首先介绍了卫星编队星座的有关概念和应用情况，编队星座面临的主要技术难题；其次介绍了国内外在编队星座状态确定方面的研究现状；最后提出了本课题研究的内容、方法和意义。

§ 1.1 卫星编队星座

现代小卫星技术发展和七十年代以来计算机工业中微机和个人计算机，以及当今笔记本电脑的发展非常相似。计算机发展引起当今全世界一场持久不断的技术革命和全球信息化。同样地，以重量轻，性能好，成本低，周期短为特征的现代小卫星发展，正在引起一场空间技术革命和空间应用深入与普及。

纵观现代小卫星近十几年的发展，可以总结出其具有的三个不同技术发展层次^[1]：①单颗小卫星，采用崭新的设计思想和大量高新技术，使单颗卫星达到成本低、性能好、重量轻、体积小、周期短，并能批量生产；②星座，由若干颗卫星按要求分布在单个或多个轨道平面而构成，以扩大对地面的覆盖范围和缩短重访周期，达到大卫星难以达到的目的；③编队星座，由若干颗微小卫星组成，并以相同轨道周期构成一定形状的飞行轨迹，以分布方式构成一颗“虚拟卫星”。这使小卫星向更快、更省、更好的方向发展，也为当前小卫星开拓了一个崭新的应用领域。

1.1.1 编队星座的概念及特点

编队星座（formation constellation）是以某一点为基准，由若干颗相距较近的卫星构成特定形状的编队飞行卫星群（formation flying satellites）。它一般由一颗参考卫星和若干颗伴随卫星组成，因此编队星座有时也称为伴随星座。

编队星座与通常意义的星座相比有一些新的特点^[2]，如：①卫星间的距离比轨道半径

小若干个数量级，为几米至几百千米；②各卫星的轨道长半轴严格相等，其它轨道根数有微小差别；③相对伴随轨道具有一定的性质，其构形基本上依靠自然规律维持；④编队星座中各卫星彼此协调工作，在整体功能上相当于一颗大的“虚拟卫星”，可实现对目标同时、多点观测，可用于电子侦察、分布式合成孔径雷达和天基干涉测量等。

1.1.2 编队星座的意义

小卫星编队飞行组成一颗虚拟的大卫星，不但在性能上超过了传统的航天器，降低费用，提高航天器的生存能力，而且可以完成许多传统航天器无法完成的任务。

1. 改变了传统观念

小卫星编队飞行组成一颗虚拟卫星，打破了传统航天器按硬件组合的观念，提出了按功能组合航天器的新概念，使未来的航天领域发生了革命性的变化。多个编队飞行的航天器同时测量所带来的好处，已经使未来地球科学和空间科学研究方法发生了实质性的变化。可以用一个简单的例子说明编队飞行技术带来的变化，该例了是从两个不同的角度观看一场足球比赛。今天地球科学和空间科学研究所用的测量犹如通过低速率的静止图像来观看一场足球比赛。使用编队飞行技术，观看的视角将发生根本性的变化。在此例中，编队飞行技术就类似于通过使用多个固定和移动的摄像机，观看足球比赛的实况转播^[3]。

2. 在科学研究方面的意义

现在地球科学研究的一种方法是通过使用非常大且昂贵的空间飞行器平台对地面目标区域进行低频率的测量。在未来，大群廉价的成编队飞行的小型空间飞行器将代替这些昂贵的飞行器平台，这些飞行器编队将对影响地球的变化过程和事件进行连续观测。编队飞行技术也将给空间科学带来深远的影响。例如空间科学界获知发生在太阳和地球之间的事件和过程的能力被局限在不同的地心和日心轨道中的一些飞行器上，如果用一个绕地日松散编队飞行的小型科学探测器群代替这些飞行器，将显著提高获取磁层动态变化的能力。通过几个飞行器编队飞行，增加系统中仪器的数量，消除通过使用物理结构进行维修、控制仪器间隔和稳定的约束，可大大提高天基干涉测量的性能^[3]。

3. 在军事应用方面的价值

卫星编队飞行不但在科学研究领域具有广阔的应用前景，而且在军事领域具有巨大的应用价值。有些军事航天侦察系统获取信息的能力与航天器的物理尺寸有紧密的联系，如

美空军提出的合成孔径雷达。合成孔径雷达获取地面目标信息的能力随着飞行器的物理尺寸的增大而增强，但是单颗侦察卫星的尺寸不可能做得很大。应用编队飞行技术，可以使若干颗廉价的小卫星在空间形成一个巨大的分布式合成孔径雷达，雷达的物理尺寸可达到数百公里。

1.1.3 编队星座的应用

由编队飞行的若干颗小卫星构成一个虚拟大卫星，这是非常创新的思想，也是与常规完全不同的分布式的系统卫星。目前国内外还处在概念性和可行性研究阶段，但是由于它具有很大的潜力优势，特别是开辟了小卫星的一个崭新应用领域，所以倍受人们重视。下面将介绍这项技术的主要应用领域^[1]。

1. 分布式星载微波雷达

美国空军实验室研究所 (Air Force Research Laboratory, 简称 AFRL) 1998 年提出了 Techsat 21 卫星发展计划，由编队飞行的若干颗小卫星协同工作实现单颗大卫星的功能，具体目标是星载雷达。根据美国全球战略需要，空间任务要求应用星载雷达全天候覆盖全球，重访时间几分钟，雷达使用 X 波段 (10GHz)，卫星轨道高度 800 km，地面目标分辨率 1 m。若使用传统大雷达卫星，则需要 35 颗，均匀分布在 7 个轨道平面，每个轨道平面均匀分布 5 颗，并取另外 5 颗作为备份星，总共 40 颗。

根据上述要求，美国军方研究单位作了三种比较方案。第一种采用当前技术 (90 年代技术)，第二种方案采用先进技术水平 (时间限度到 2003 年)，第三种方案采用 8 颗小卫星组成分布式雷达卫星，这种分布式系统其功能效果相当第一方案或第二方案大雷达卫星。表 1.1 列出上述三种方案主要技术特性比较。从表中可以清楚看出：由小卫星组成虚拟雷达卫星的第三种方案具有很大优点，不仅成本费用仅占 1/3，而且每颗卫星重量轻，体积小，卫星组成和结构基本相同，可以成批生产，发射机会多，成本低。

表 1.1 星载雷达各种方案性能指标比较

| 方案 指标 | 采用当前技术 (90 年代) | 采用先进技术 (2000~2003 年) | 采用小卫星组成分布式雷达卫星 (虚拟卫星)(2005~2010 年) |
|--------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---|
| 每颗卫星重量 | 12500 kg | 4400 kg | 由 8 颗小卫星组成。每颗小卫星重为 77 kg；虚拟卫星重量 $8 \times 77 = 616 \text{ kg}$ |
| 天线发射功率 | 2000 W (估计整星功率为 8 kW) | 2000 W (估计整星功率为 8 kW) | 每颗小卫星的天线发射 (X 波段) 200 W；总共 $8 \times 200 = 1.6 \text{ kW}$ (虚拟卫星) |
| 天线面积 | $6 \times 22 = 132 \text{ m}^2$ | $6 \times 22 = 132 \text{ m}^2$ | 每颗小卫星天线面积 4 m^2 $8 \times 4 = 32 \text{ m}^2$ (虚拟卫星) |
| 每颗卫星费用 | 6.7 亿美元 | 3.7 亿美元 | 每颗小卫星: 0.26 亿美元 虚拟卫星: $8 \times 0.26 = 2.08$ 亿美元 |
| 总费用 (全球覆盖 35 颗卫星, 另外 5 颗备份, 总共 40 颗) | $6.7 \times 40 = 268$ 亿美元 | $3.7 \times 40 = 149$ 亿美元 | $2.08 \times 40 = 83$ 亿美元 (小卫星总数 $8 \times 40 = 320$ 颗) |

2. 小卫星编队飞行组成电子侦察卫星

编队飞行分布虚拟卫星做为一项新技术, 应用于空间对地的无源反向定位电子侦察系统, 其优势可得到充分发挥, 达到在技术上扬长避短的目的。因为反向定位卫星系统需要多星具有良好的轨道形状 (组网状态) 和定位基线组合, 对卫星姿态精度要求较低, 而利用微小卫星进行编队飞行分布式组网, 正好发挥其轨道形状方面的优势, 避开微小卫星在姿态控制精度方面要求较高的难点, 此方案与世界上以往所有电子侦察卫星比较, 具体有如下几个方面的技术优势: 定位精度高, 覆盖范围大 (大于 3000 km), 连续监视时间长 (15 min 左右), 具有高效能的军事信息获取能力, 侦察信息多, 全方位、全天候和高速军事侦察功能。

3. 高分辨率光学合成孔径对地成像静止侦察卫星

在地球同步轨道上设置一颗高分辨率光学遥感卫星, 连续不断对地球某热点地区进行侦察, 重访时间为零, 但是按常规方法, 估算这种传感器望远镜口径需要 40~50 m 的直径, 这在现有的技术条件下是不可行性的, 而且卫星重量巨大, 无法发射。如果应用编队卫星,

由若干颗小卫星（每颗装有一个小口径望远镜）利用干涉原理组成一个大合成孔径光学成像传感器，就可以达到系统的要求。

1.1.4 编队星座的研究现状和面临的挑战

卫星编队飞行技术具有巨大的应用前景，NASA 已将其定为未来的关键技术，并在新千年里提出了几项编队飞行的任务，用于研究验证这项技术；国内在这方面的研究起步晚，基础比较薄弱，但近几年来受到各研究单位的普遍重视，且得到国家自然科学基金项目、国家“863”和“973”项目的大力支持，具有广阔的发展前景。

虽然卫星编队飞行技术给未来的航天界带来了革命性的变化，但它的具体实现还需解决许多技术难题。NASA 和 AFRL 正领导着几个由政府、企业和高校组成的联合研究小组进行攻关，以便使这种技术早日应用于航天领域。经过他们的研究，确定下面 6 项技术为卫星编队飞行的关键技术^[3]。

现在针对这六大关键技术，介绍一下研究现状：

1. 传感器技术

单个飞行器和飞行器编队的相对位置、姿态和速度的确定和控制完全取决于飞行器上的星载传感器，所以相对的和绝对的传感器技术是编队飞行的第一大关键技术。

星载 GPS—对于编队飞行而言，最好的定位和授时传感技术是天基的 GPS，包括 NASA 的 GSFC（Goddard Space Flight Center）、APL（Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory）和 JPL（Jet Propulsion Laboratory）在内的几个研究小组，正在和高校、企业合作共同推动这一技术的发展。研究表明，要满足未来编队飞行任务的需要，GPS 空间飞行器交联传感器还要经过三次大的发展，当第三代 GPS 接收机、星载自主机动策略和轨道控制软件相结合时，编队飞行技术才会实现。

GPS 能以较低的费用完成飞行器相对和绝对位置的确定、飞行器授时、姿态确定和控制、数据的自主传输。小型化的 GPS 接收机也可作为自主编队飞行中微型航天器的核心，完成定姿定轨、姿态控制、轨道控制、数据处理、编队控制信息的发布与接收和科学设备的授时等任务。

VISNAV—许多编队飞行任务（特别是干涉测量）非常依赖高精度的相对位置和绝对位置信息。虽然 GPS 能在近地空间提供这种功能，但在深空必须依靠其它技术，一种代替的

技术是可视化导航系统 (vision-based navigation, VISNAV)。VISNAV 包括一个装有特制光源 (信标) 的光学传感器, 装上这种光源是为了传感器具备视觉选择的功能, 即所谓的“智力”视觉。这种传感器由一个放置在大角度透镜的焦点平面上的位置传感电极 (Position Sensing Diode, PSD) 组成, 当 PSD 中长方形硅材料区域被信标照射时, 将产生电流, 这种电流经过处理能确定信标的位置坐标。所谓“智能”视觉指的是 PSD 只能探测到唯一的特定光源或信标, 这种光源可以安装在某个飞行器伸出的横架的末端来控制队形, 或者编队中另一架飞行器上用于定姿和定轨。

姿态传感器—如果编队飞行技术要想达到虚拟卫星的要求, 则需要一整套确定飞行器相对和绝对姿态的传感器。高精度恒星跟踪系统和陀螺仪系统能够满足诸如干涉测量及其相关任务的精度要求。另外, 正在研究的低费用编队飞行器需要便宜且小型化的姿态传感器 (例如微型陀螺仪) 和重量轻、耗能少的姿态跟踪装置。

2. 发动机技术

飞行器的再定向和整个编队的转移与旋转都取决于安装的姿态和轨道动力装置。从姿态控制的角度来看, 这些动力装置包括相互作用的飞轮和发动机; 从轨道的角度来看, 这些动力装置指主发动机。编队飞行的控制对这些动力装置提出了很高的要求, 必须开发新的技术以满足需要, 这些新技术包括更紧凑的结构安排, 更精确的推力和更高的推进剂的使用效率, 这是因为为了保持飞行期间精确的相对位置, 动力装置需要频繁的发动和关闭。

研究的重点是微型反作用飞轮和微型发动机, 这些技术能应用于微或纳卫星, 特别是编队飞行任务 (例如: 行星探测、干涉测量、合成孔径雷达和其他的类似任务)。在 NASA, GSFC 制导、导航和控制中心正在指导微型发动机的研究工作, 以支持未来的编队飞行测试平台, 例如 ST—5 和 Orion; 同样, 在 AFRL 的 GSFC 正在大力开发微型机电系统 (Micro-Electro-Mechanical Systems, MEMS)、脉冲等离子和胶体发动机。

3. 编队飞行器内部通信技术

如果没有足够多的空间飞行器交互通信媒介, 编队飞行很难完成, 这种应用于编队飞行的特殊的通信媒介是许多空间任务的功能之一, 也是采集科学数据的需要。对于编队信息、控制 (公里级到厘米级) 和数据传输要求不高的任务将采用无线电广播频率进行通信。目前正在论证 GPS 收发两用机作为编队飞行中主要的通信媒介的可行性。那些对编队信息与控制 (毫米到皮米级) 或数据传输速率要求很高 (>10Mbps) 的任务则需要可视化通信

方法支持。

实现星间通信主要有两种方式：基于无线电射频测量技术和基于光学的星间通信与测量技术。

基于无线电射频测量技术：APL 开发了一种交联收发两用系统 (Cross Link Transceiver, CLT)，可为多个空间分布式卫星组成的编队星座提供一体化的星间交联通信和星间相对导航。JPL 开发的自主编队飞行技术 (Autonomous Formation Flying, AFF) 是一项无线电精密定位与姿态确定技术。斯坦福大学正在开发一种用于编队星座相对导航和通信的具有交联收发功能的系统 (Stanford Pseudelites Transceiver Crosslink, SPTC)。NASA/GSFC 和斯坦福大学通信系正联合开发一项低功耗收发系统 (Low Power Transceiver, LPT)。

基于光学的星间通信与测量技术：JPL 正在开展关于光学通信系统的研究，使用这种光学通信和测量系统，使几个飞行器保持一个紧凑队形，形成虚拟孔径。这种技术对要求高精度队形控制能力的地球和空间科学任务非常关键。

4. 编队控制策略

分布式卫星概念的实现，需要紧密保持和控制卫星的相对位置和姿态，因此编队控制在以下领域提出了非常迫切的要求：测量飞行器相对和绝对位置（姿态）的星载传感器；控制、重新寻找目标、避免相撞和优化孔径，其中包括编队中资源和任务的配置；轨道机理、大气阻力与太阳摄动影响的建模；编队和飞行器的自主化，包括高层的错误诊断和修复，加强系统的鲁棒性；大量飞行器组成的编队的分布式控制和计算；测试平台和仿真器（验证各种传感器和控制技术）。

地基的指挥控制系统对编队飞行器进行相对定位，负担过重，也不能提供足够快速准确的控制命令，因此，编队控制策略的核心是增加未来飞行器的自主能力，减少地面的支持。

5. 计算及数据管理

计算和数据管理在硬件和算法领域均提出了一些挑战。高性能、低能耗的计算设备对星载 GPS、编队飞行和纳卫星是非常关键的，复杂编队飞行的控制算法，编队飞行及 GPS 应用要求的浮点运算能力，均需要高性能的微处理器。由于这些设备对科学任务是十分关键的，所以它们需要具有较强的散热和容错能力。

6. 工具和测试平台

分布式飞行器系统的挑战性, 不仅在于控制飞行器而获得和保持一个特定的编队, 还在于飞行器间的信息分配, 使它们如一个虚拟飞行器般协调工作, 这就需要研究先进的分布式飞行器控制结构和算法, 绝对和相对导航和姿态传感器, 飞行器内部通信系统, 以及编队管理系统, 当这些新技术融入编队飞行任务中时, 为了使伴随的危险性最小化, 需要测试平台进行综合的仿真和试验。

§ 1.2 编队星座状态确定的研究现状

作为 6 大关键技术之一的传感器技术对小卫星编队飞行来说是十分重要的。目前解决这一技术难题最有前途的方法是利用 GPS 技术。GPS 是目前技术上最成熟且已真正实用的一种卫星导航定位系统, 它具有全球、全天候、连续实时的精密三维导航定位能力, 采用了伪码测距、载波相位差分测量等技术, 在高精度定位、定速、定姿和定时方面已成为最基本的手段, 具有广泛的理论价值和应用价值。对于中/低轨道的编队星座, 基于 GPS 的状态测量是一种极为有效的方法, 它能提供卫星绝对定位、星间相对定位、姿态确定和精确定时。

GPS 作为一个全方位的传感器系统, 可以满足各种编队的要求, 可以以较低的费用完成编队星座的状态确定。但是 GPS 的测量精度和可用性与编队卫星可观测到的 GPS 卫星的数目有关, 当在高空甚至深空, 编队卫星观测到的 GPS 卫星的数目不足以确定编队卫星的状态, 因此必须采用其它技术。现在国外研究较多的是将 GPS 技术扩展到编队卫星上, 即在编队卫星上安装类似 GPS 的接收机和发射机, 进行编队卫星相对状态的自主确定。

国际上, 对编队星座高精度状态确定(主要是定轨、定姿和星间相对定位)一般采用星载传感器技术, 如星载 GPS、星间无线电测量、类 GPS 的或激光的星间交联测距等方式。

编队星座状态确定问题还是一个新课题, 但在国外已进行了广泛的研究, 并即将进行飞行验证试验, 研究主要集中在几个方面:

1. 通过使用 GPS 信号或类 GPS 信号, 建立各种差分模型对编队星座状态进行确定。通过建立各种测量模型, 使用 GPS 差分技术(CDGPS 技术)及各种估计算法(最小二乘法, 加权迭代最小二乘, 扩展卡尔曼滤波、迭代的扩展卡尔曼滤波等), 应用于编队星座状态确定, 并进行了相应的仿真试验, 通过试验进行优劣的比较, 找出满足精度要求的较佳的模型和估计算法^{[4][5]}。

2. 研究在 GPS 信号不能覆盖时编队星座状态测量问题, 创立了基于扩展 GPS 的自主编队飞行技术 (Autonomous Formation Flyer, AFF)^{[6][7]}, 并研究 AFF 在双星编队星座状态确定中的有关问题, 对 AFF 系统可能达到的定位精度进行了研究^[8]。

3. 若采用 GPS 载波相位差分技术, 整周模糊度初始化是一个非常重要的问题。据文献可以看出国内外在这方面作了相当多的研究。整周模糊度求解一般有两种方法: 搜索法和基于运动的方法。搜索法以快速方法获得载波相位数据, 在目标函数最小时求取载波相位整周模糊度^{[9][10]}。在基于运动的方法中, 当航天器在运动状态下采集载波相位数据, 依靠天线的几何位置变化来确定整周模糊度, 并确定较优的机动方案^{[5][11]}。

§ 1.3 课题背景及论文研究的意义、方法和内容

编队星座的状态确定是编队飞行的关键技术之一, 国外在这一方面已展开了广泛的研究, 而国内正处在起步阶段。本课题就是在国家自然科学基金的资助下, 对这一新领域进行跟踪, 研究 CDGPS 技术和类 GPS 技术在编队星座状态确定中的应用。在理论方面, 本课题对联合 CDGPS 和类 GPS 进行编队星座状态确定的基本原理、基本方法进行开拓性的研究, 为编队星座状态的确定提供理论依据; 在实践方面, 本课题拓展了现有的 GPS 的应用范围, 为我国将来建立自己的星座测量系统提供依据。

本课题研究的方法就是通过对 GPS 测量技术的基本原理进行分析, 借鉴大地测量中的有关理论和方法^[12], 在课题组已有的数学模型基础上, 提出编队星座状态测量方案, 建立相应的数学模型, 利用 STK (Satellite Tool Kit)、Matlab 和 Fortran PowerStation 等软件, 采用仿真分析的方法, 高精度确定出编队卫星的位置、姿态和时间等状态参数。在研究过程中, 采用先易后难, 循序渐进的方法, 先对 GPS 差分技术应用于编队星座状态确定进行分析研究, 在此基础上引入类 GPS 技术, 讨论了其天线的安装方式, 最后联合两者进行编队星座的状态确定, 同时研究了相关的整周模糊度初始化问题。

本课题研究的主要内容包括:

第二章 GPS 载波差分应用于编队星座状态确定。给出了载波相位差分的数学模型; 考虑到编队卫星状态的耦合性和观测数据的相关性, 提出了利用星内和星间 CDGPS 进行编队星座状态整体确定的方案。重点研究了星内差分整周模糊度初始化问题, 并提出了结合星间相对测距技术进行星间单差整周模糊度解算的思路。

第三章 类 GPS 技术原理及其天线相关分析。首先介绍了类 GPS 技术基本原理，给出了类 GPS 伪距、载波及载波差分观测量的数学模型；针对低轨编队星座类 GPS 测量不能长期保持的问题，研究了一种类 GPS 天线的安装方式，讨论了在这种安装方式下的类 GPS 天线姿态，并进行了可进行类 GPS 测量的时间段的分析。

第四章 GPS 载波差分 and 类 GPS 技术联合应用于编队星座状态确定。建立了联合 CDGPS 和类 GPS 进行编队星座状态确定的数学模型，使用 Bayes 最小二乘法^[13]进行状态参数二次平差，确定出编队星座的状态参数；先由 GPS 伪距单点定位、GPS 星内差分定姿获得卫星间相对位置、卫星姿态的先验信息，在此基础上，利用高精度的类 GPS 测量信息给卫星间公里级的基线提供厘米级的约束，并采用 Bayes 最小二乘法快速完成了 GPS 星间载波单差整周模糊度的初始化；

第五章 仿真试验。建立了空间圆三星编队星座，分别对 GPS 星内载波单差模糊度的初始化算法和 GPS 星间载波单差模糊度的初始化算法进行了数学仿真；在完成模糊度初始化后，进行了联合 GPS 和类 GPS 进行编队星座状态整体确定的数学模型的仿真解算。

第二章 GPS 载波差分用于编队星座状态确定

作为 6 大关键技术之一的传感器技术对小卫星编队飞行来说至关重要，因为编队星座功能的实现依赖于星座状态的确定精度，特别是卫星姿态、星间相对位置和时间同步的确定精度。目前解决这一技术难题最有前途的方法是利用 GPS 载波相位差分技术。

本章着重研究 GPS 载波差分应用于编队星座状态确定的有关问题。第一节介绍了相关坐标系和卫星姿态的定义。第二节给出了载波相位差分的数学模型。第三节考虑到星座状态的耦合性和观测数据的相关性，提出了利用 GPS 星内和星间载波差分进行星座状态整体确定的方案。第四节重点讨论了星内差分整周模糊度初始化问题，并提出了星间差分整周模糊度的初始化方法。

§ 2.1 坐标系和卫星姿态定义

为了定义编队卫星的姿态这里定义两个坐标系——编队卫星的体坐标系 $O_B - x_B y_B z_B$ 和当地水平坐标系 $O_L - x_L y_L z_L$ 。

当地水平坐标系的定义是： O_L 为卫星的质心， x_L 轴指向正北， y_L 轴指向正东， z_L 轴沿当地法线向下从而构成一个右手坐标系（简称北东地，North-Earth-Down）。

编队卫星的体坐标系如图 2.1 所示。体坐标系与编队卫星固连， O_B 为卫星的质心， x_B 轴指向为卫星的纵轴方向， z_B 轴垂直纵平面向下， y_B 轴构成右手系。

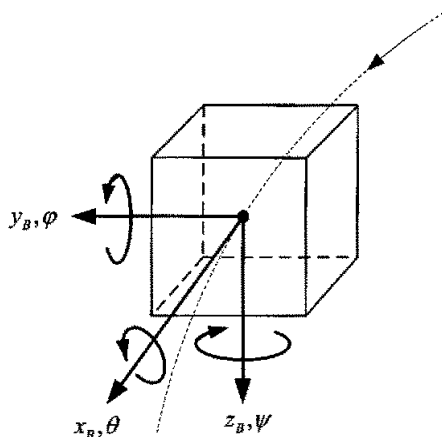


图 2.1 编队卫星体坐标系与姿态的定义

作了以上介绍后,我们可以定义编队卫星的姿态为卫星星体坐标系按 312 的顺序转到当地水平坐标系的三个欧拉角: ψ 、 θ 、 φ 。故可得旋转矩阵

$$\mathbf{R}_b^l(\psi, \theta, \varphi) = \mathbf{R}_2(\varphi)\mathbf{R}_1(\theta)\mathbf{R}_3(\psi) \quad (2.1.1)$$

其中 $\mathbf{R}_b^l(\psi, \theta, \varphi)$ 表示体坐标系到当地水平坐标系的转换矩阵。 $\mathbf{R}_i(\phi)$ ($i=1,2,3$) 为坐标系绕 i 轴旋转 ϕ 角的初等变换矩阵, 具体表示为:

$$\mathbf{R}_1(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.1.2)$$

$$\mathbf{R}_2(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix} \quad (2.1.3)$$

$$\mathbf{R}_3(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1.4)$$

故可得:

$$\mathbf{R}_b^l(\psi, \theta, \varphi) = \begin{bmatrix} \cos\psi \cos\varphi - \sin\psi \sin\theta \sin\varphi & \cos\psi \sin\theta \sin\varphi + \sin\psi \cos\varphi & -\cos\theta \sin\varphi \\ -\sin\psi \cos\theta & \cos\psi \cos\theta & \sin\theta \\ \cos\psi \sin\varphi + \sin\psi \sin\theta \cos\varphi & -\cos\psi \sin\theta \cos\varphi + \sin\psi \sin\varphi & \cos\theta \cos\varphi \end{bmatrix}$$

当利用 CDGPS 求解编队卫星姿态时, 还需进一步考虑由当地水平坐标系到地心惯性坐标系(Earth-Centered-Earth-Inertial, ECEI)的坐标变换矩阵

$$\mathbf{R}_l^i(\alpha, \delta) = \mathbf{R}_3(-\alpha)\mathbf{R}_2(90^\circ + \delta) \quad (2.1.5)$$

其中, α 和 δ 分别表示编队卫星质心的赤经和赤纬, 它们可以用编队卫星主天线的伪距定位值计算, 精度可以满足要求, 具体为

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \arctg\left(\frac{z}{\sqrt{(x)^2 + (y)^2}}\right) \\ \delta &= \arctg\left(\frac{y}{x}\right) \end{aligned} \right\} \quad (2.1.6)$$

其中, x , y , z 为编队卫星质心在 ECEI 下的坐标分量。

§ 2.2 载波相位差分的基本原理和模型

根据应用对象的不同, 可以将 GPS 载波相位差分技术分为两类, 即 GPS 载波相位姿

态确定技术和 GPS 载波相位相对定位技术。在 GPS 载波相位姿态确定技术中，基线的长度通常较短，一般为米级，并且长度在整个姿态确定过程中保持不变；而 GPS 载波相位精确相对定位技术中，基线的长度通常较长，为公里级，并且长度随着载体的运动不断的发生变化。二者的基本原理完全一致，核心问题均为整周模糊度的求解以及周跳的检测和恢复。

考虑到整周模糊度的求解与周跳的检测和恢复是两个相对独立的问题，可以分开进行研究。在本文中重点讨论了整周模糊度的求解，而周跳问题不进行具体展开，假设该问题已解决。

2.2.1 差分基本原理

载波相位差分的基本原理如图 2.2 所示，两个 GPS 天线的相位中心组成了空间中的一个矢量，假如确定一号天线为起点，二号天线为终点，则该矢量即为一个方向确定的矢量，称之为基线矢量 \vec{b}_{12} 。该基线始末端点相对于 GPS 卫星的距离差 $\Delta D'_{12}$ 可以通过测量每个天线到卫星的载波相位值计算得到。而载波相位观测量是 GPS 接收机所接收的卫星载波信号与接收机本振参考信号的相位差，实际测量中只能测定不足一周的小数部分，因此便产生了整周模糊度的问题^[14]。

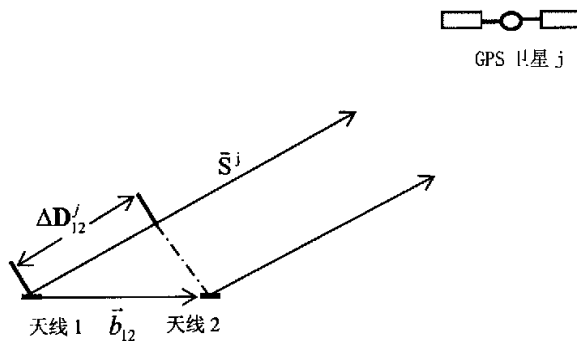


图 2.2 载波差分基本原理示意图

通过测量该基线相对多个 GPS 卫星的精确载波相位差值，在正确解出整周模糊度的前提下，对于公里级长度的基线，便可以得到仅有厘米级误差的空间矢量解，从而得到两个天线之间的精确相对位置关系，完成相对定位；而在基线长度较短，例如只有米级的情况下，则可以得到毫米级精度的空间矢量解，如果在载体上安装多个天线，构成至少两根非平行基线，通过确定各基线的空间矢量解，并联立它们之间的相对几何关系，便可最终确

定载体的三维姿态。

2.2.2 差分观测方程

将 GPS 载波相位差分技术应用于编队星座状态测量时, 可得到如下的星内和星间差分观测方程。

1. 星内差分观测方程

设编队星座每颗卫星上安装多个接收天线, m 为主天线, 其它天线为 j 。在 t 时刻, 第 i 颗编队卫星主天线观测第 k 颗 GPS 卫星的载波信号, 其基本载波相位测量方程为

$$\phi_{im}^{Gk}(t) = \left| \mathbf{D}_{im}^{Gk}(t) \right| + c\tau_i^G(t) - c\tau^{Gk}(t) - \lambda^G N_{im}^{Gk} + \varepsilon_{im}^{Gk}(t) \quad (2.2.1)$$

其中

$\phi_{im}^{Gk}(t)$ 为 t 时刻第 i 颗编队卫星主天线观测第 k 颗 GPS 卫星的载波相位观测值对应的距离量;

$\mathbf{D}_{im}^{Gk}(t)$ 为第 i 颗编队卫星主天线 m 到第 k 颗 GPS 卫星的位置矢量;

$\tau_i^G(t)$ 为 t 时刻第 i 颗编队卫星的接收机钟差;

$\tau^{Gk}(t)$ 为 t 时刻 GPS 卫星钟差; c 表示光速;

λ^G 为 GPS 载波信号波长;

N_{im}^{Gk} 为第 i 颗编队卫星主天线观测第 k 颗 GPS 卫星的载波相位整周模糊度, 它不随时间变化;

$\varepsilon_{im}^{Gk}(t)$ 为 t 时刻第 i 颗编队卫星主天线观测第 k 颗 GPS 卫星的载波相位观测值误差。同理可得该星上其它天线的载波相位测量方程为

$$\phi_{ij}^{Gk}(t) = \left| \mathbf{D}_{ij}^{Gk}(t) \right| + c\tau_i^G(t) - c\tau^{Gk}(t) - \lambda^G N_{ij}^{Gk} + \varepsilon_{ij}^{Gk}(t) \quad (2.2.2)$$

其中, $\phi_{ij}^{Gk}(t)$ 为在 t 时刻第 i 颗编队卫星天线 j 观测第 k 颗 GPS 卫星的载波相位观测值对应的距离量; $\mathbf{D}_{ij}^{Gk}(t)$ 为第 i 颗编队卫星天线 j 到第 k 颗 GPS 卫星的位置矢量; N_{ij}^{Gk} 为第 i 颗编队卫星天线 j 与第 k 颗 GPS 卫星的载波相位整周模糊度, 在这里它不随时间变化; $\varepsilon_{ij}^{Gk}(t)$ 为 t 时刻第 i 颗编队卫星天线 j 观测第 k 颗 GPS 卫星的载波相位观测值误差。

同一颗卫星的主天线和其它天线到同一颗 GPS 卫星的载波相位观测值进行单差, 得到

载波相位星内单差的测量方程为

$$\Delta\phi_{imj}^{Gk}(t) = \left| \mathbf{D}_{ij}^{Gk}(t) \right| - \left| \mathbf{D}_{im}^{Gk}(t) \right| - \lambda^G \Delta N_{imj}^{Gk} + \Delta\varepsilon_{imj}^{Gk}(t) \quad (2.2.3)$$

其中, $\Delta\phi_{imj}^{Gk}(t)$ 为第 i 颗编队卫星的主天线和天线 j 关于第 k 颗 GPS 卫星的载波相位单差对应的距离量; ΔN_{imj}^{Gk} 为对应的星内单差整周模糊度; $\Delta\varepsilon_{imj}^{Gk}(t)$ 为对应的观测误差。由上式可以看出, 由于对同一个接收机中不同天线的载波相位测量值进行差分, 接收机钟差 τ_i^G 和 GPS 卫星钟差 τ^{Gk} 在差分中均被消除。

由于 GPS 卫星到编队卫星接收天线的距离很远, GPS 信号波阵面到达接收机天线时可以近似认为是平面, 也就是认为各接收机天线至同一颗 GPS 卫星的视线方向平行, 如图 2.3 所示。

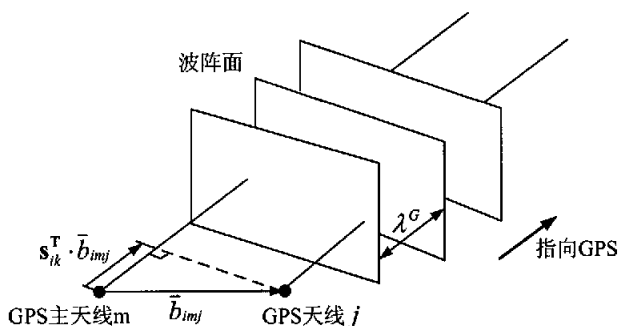


图 2.3 视线平行假设原理图

图中 \mathbf{s}_{ik}^T 表示第 i 颗编队卫星的主接收天线 m 到 GPS 卫星视线方向的单位矢量, $\bar{\mathbf{b}}_{imj}^B$ 表示第 i 颗编队卫星主天线 m 到天线 j 的基线矢量在体坐标系下的表示。

在这种假设下, 可认为 GPS 卫星到两天线的距离差近似等于基线矢量 $\bar{\mathbf{b}}_{imj}$ 与视线方向的单位矢量 \mathbf{s}_{ik}^T 的点积。用公式表示如下:

$$\left| \mathbf{D}_{im}^k(t) \right| - \left| \mathbf{D}_{ij}^k(t) \right| \approx \mathbf{s}_{ik}^T \cdot \bar{\mathbf{b}}_{imj} \quad (2.2.4)$$

而 $\bar{\mathbf{b}}_{imj}$ 在体坐标系下的表示为 $\bar{\mathbf{b}}_{imj}^B$, 则有:

$$\bar{\mathbf{b}}_{imj} = \mathbf{R}_{B_i}^I \cdot \bar{\mathbf{b}}_{imj}^B \quad (2.2.5)$$

其中 $\mathbf{R}_{B_i}^I$ 为由编队卫星 i 的体坐标系到地心惯性坐标系的旋转矩阵, 由方程(2.1.1)和(2.1.5)

可得:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{B}_i}^1(\alpha_i, \delta_i, \psi_i, \theta_i, \varphi_i) = \mathbf{R}_{\mathbf{L}_i}^1(\alpha_i, \delta_i) \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{B}_i}^1(\psi_i, \theta_i, \varphi_i) \quad (2.2.6)$$

将方程(2.2.4)~(2.2.6)代入方程(2.2.3), 可将星内单差的测量方程改写为

$$\Delta\phi_{ij}^{Gk}(t) = -\mathbf{s}_{ik}^T \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{B}_i}^1(\alpha_i, \delta_i, \psi_i, \theta_i, \varphi_i) \cdot \bar{d}_{ij}^B(t) - \lambda^G \Delta N_{ij}^{Gk} + \Delta\varepsilon_{ij}^{Gk}(t) \quad (2.2.7)$$

2. 星间单差观测方程

在 t 时刻, 编队星座中的某一颗卫星 (设为编队卫星 1) 的主天线同其它卫星 (设为编队卫星 i) 的主天线对第 k 颗 GPS 卫星的载波相位观测值进行差分, 组成载波相位星间单差的测量方程为

$$\Delta\phi_{m_i m_1}^{Gk}(t) = \left| \mathbf{D}_{m_i}^{Gk}(t) \right| - \left| \mathbf{D}_{m_1}^{Gk}(t) \right| + c\tau_i^G(t) - c\tau_1^G(t) - \lambda^G \Delta N_{m_i m_1}^{Gk} + \Delta\varepsilon_{m_i m_1}^{Gk}(t) \quad (2.2.8)$$

其中, $\Delta\phi_{m_i m_1}^{Gk}(t)$ 为第一颗编队卫星和第 i 颗编队卫星主天线的关于第 k 颗 GPS 卫星的载波观测值单差对应的距离量; $\Delta N_{m_i m_1}^{Gk}$ 为对应的星间单差整周模糊度; $\Delta\varepsilon_{m_i m_1}^{Gk}(t)$ 为对应的观测值误差。

同理, 由视线平行假设, 可将方程(2.2.8)的星间单差测量方程改写为

$$\Delta\phi_{m_i m_1}^{Gk}(t) = -\mathbf{s}_{ik}^T \bar{\mathbf{L}}_{m_i m_1}(t) + c \cdot \Delta\tau_{i1}^G(t) - \lambda^G \Delta N_{m_i m_1}^{Gk} + \Delta\varepsilon_{m_i m_1}^{Gk}(t) \quad (2.2.9)$$

其中, \mathbf{s}_{ik} 表示编队卫星 1 的主天线至 GPS 卫星 k 视线方向的单位矢量, 值得注意的是这里用编队卫星 1 的主天线至 GPS 卫星 k 的视线方向的单位矢量代替了其它编队卫星 i 的主天线至 GPS 卫星 k 的视线方向的单位矢量; $\Delta\tau_{i1}^G(t) = \tau_i^G(t) - \tau_1^G(t)$ 表示 t 时刻编队卫星 1 与编队卫星 i 的接收机钟差之差; $\bar{\mathbf{L}}_{m_i m_1}$ 表示编队卫星 1 主天线 m_1 与编队卫星 i 主天线 m_i 构成的基线矢量。其具体表达式为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{L}}_{m_i m_1} &= \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{\mathbf{B}_i}^1(\alpha_i, \delta_i, \psi_i, \theta_i, \varphi_i) \mathbf{a}_{m_i}^G - \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{\mathbf{B}_1}^1(\alpha_1, \delta_1, \psi_1, \theta_1, \varphi_1) \mathbf{a}_{m_1}^G \\ &= \begin{bmatrix} x_{i1} \\ y_{i1} \\ z_{i1} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{\mathbf{B}_i}^1(\alpha_i, \delta_i, \psi_i, \theta_i, \varphi_i) \mathbf{a}_{m_i}^G - \mathbf{R}_{\mathbf{B}_1}^1(\alpha_1, \delta_1, \psi_1, \theta_1, \varphi_1) \mathbf{a}_{m_1}^G \end{aligned} \quad (2.2.10)$$

其中, $[x_i, y_i, z_i]^T$ 和 $[x_1, y_1, z_1]^T$ 分别表示编队卫星 i 和编队卫星 1 的质心在地心惯性坐标系中的位置矢量; $[x_{i1}, y_{i1}, z_{i1}]^T$ 表示编队卫星 i 相对编队卫星 1 的位置矢量; $\mathbf{a}_{m_i}^G$ 和 $\mathbf{a}_{m_1}^G$ 分别表示编

队卫星 i 和编队卫星 1 的主天线的在它们各自的体坐标系中的位置矢量。

2.2.3 视线偏差不平行改正

在上一节中, 假设各接收机天线至同一颗 GPS 卫星的视线方向平行, 然而在编队星座的实际应用中, 由于编队星座各卫星之间存在一定距离, 随着编队卫星之间距离的增大, 同时编队星座到 GPS 卫星距离的减小 (尤其在较高轨道情况), 这种假设存在一定的局限性。视线方向实际上是不平行的, 因此会给载波相位差分方程带来一定的误差。以下对视线方向不平行性带来的误差以及这种误差的修正方法进行讨论。

如图 2.4 所示, 编队星座的两颗卫星接收同一颗 GPS 卫星发射的信号。

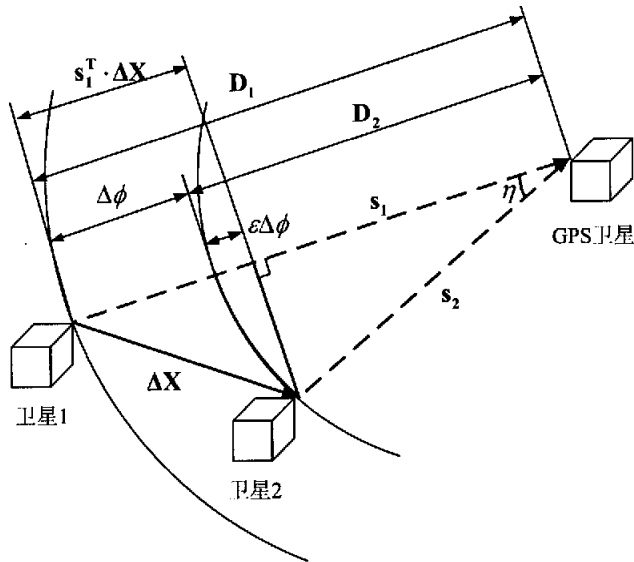


图 2.4 视线不平行改正原理图

图中, $\Delta\phi$ 为载波差分对应的距离量; \mathbf{D}_i 为卫星 i 到 GPS 卫星的位置矢量; $\Delta\mathbf{X}$ 为基线矢量; \mathbf{s}_i 表示卫星 i 到 GPS 卫星视线方向的单位矢量; η 表示视线方向间的夹角; $\varepsilon\Delta\phi$ 表示视线平行假设带来的误差。则卫星 1 和卫星 2 之间的载波相位差分方程可表示为

$$\Delta\phi = |\mathbf{D}_1| - |\mathbf{D}_2| + \beta + \nu \quad (2.2.11)$$

其中, β 为差分整周模糊度对应的距离量, ν 为测量噪声。

设基线矢量 $\Delta\mathbf{X} = (dx, dy, dz)^T$, 矢量 $\mathbf{D}_1 = (x_{D_1}, y_{D_1}, z_{D_1})^T$, 矢量 $\mathbf{D}_2 = (x_{D_2}, y_{D_2}, z_{D_2})^T$, 则有

$$|\mathbf{D}_1| - |\mathbf{D}_2| = \sqrt{x_{D_1}^2 + y_{D_1}^2 + z_{D_1}^2} - \sqrt{(x_{D_1} - dx)^2 + (y_{D_1} - dy)^2 + (z_{D_1} - dz)^2}$$

对上式第二项在 $(x_{D_1}, y_{D_1}, z_{D_1})$ 处进行泰勒展开并取至二阶项有

$$\begin{aligned} |\mathbf{D}_1| - |\mathbf{D}_2| &= \frac{x_{D_1}}{\sqrt{x_{D_1}^2 + y_{D_1}^2 + z_{D_1}^2}} dx + \frac{y_{D_1}}{\sqrt{x_{D_1}^2 + y_{D_1}^2 + z_{D_1}^2}} dy + \frac{z_{D_1}}{\sqrt{x_{D_1}^2 + y_{D_1}^2 + z_{D_1}^2}} dz \\ &\quad - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{2\sqrt{x_{D_1}^2 + y_{D_1}^2 + z_{D_1}^2}} \\ &= \mathbf{s}_1^T \cdot \Delta \mathbf{X} - \frac{|\Delta \mathbf{X}|^2}{2|\mathbf{D}_1|} \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

当

$$\frac{|\Delta \mathbf{X}|^2}{2|\mathbf{D}_1|} < \text{Error}_{\max} \quad (2.2.13)$$

则有

$$|\mathbf{D}_1| - |\mathbf{D}_2| \approx \mathbf{s}_1^T \cdot \Delta \mathbf{X} \quad (2.2.14)$$

上式表明, 当方程(2.2.13)成立时, 视线方向不平行性带来的误差可忽略, 其中 Error_{\max} 是接收机相位噪声的量级。在编队星座应用中, 组成星内差分方程时可以不考虑该误差的影响; 但在组成星间差分方程时, 则应根据星间距离和轨道高度的情况确定是否考虑该误差的影响。

对于低轨道的编队星座, 设其卫星到 GPS 卫星的距离 $|\mathbf{D}_1| \approx 2 \times 10^7 m$, 若各卫星之间的相对距离为 $10 km$ 时, 则有

$$\frac{|\Delta \mathbf{X}|^2}{2|\mathbf{D}_1|} = \frac{(10^4)^2}{2(2 \times 10^7)} = 2.5m \gg \text{Error}_{\max} \quad (2.2.15)$$

显然, 对于长基线问题, 应该考虑视线方向不平行性带来的误差影响。

图 2.3 还说明了编队星座的两颗卫星与一颗 GPS 卫星之间的几何关系, 即载波相位差分观测和线性化测量模型 $(\mathbf{s}_1^T \cdot \Delta \mathbf{X})$ 之间的关系。设线性化带来的误差表示为 $\varepsilon \Delta \phi$, 线性化的方程表示为

$$\varepsilon \Delta \phi = \mathbf{s}_1^T \cdot \Delta \mathbf{X} - (|\mathbf{D}_1| - |\mathbf{D}_2|) \quad (2.2.16)$$

考虑视线方向不平行性带来的误差, 使用如下线性化的方程表达式

$$\Delta \phi + \varepsilon \Delta \phi = \mathbf{s}_1^T \cdot \Delta \mathbf{X} + \beta + \nu \quad (2.2.17)$$

其中 $\varepsilon\Delta\phi$ 称为视线方向不平行性改正, 可根据 GPS 卫星与编队星座卫星之间的几何关系计算得出, 由图 2.3 可知

$$\varepsilon\Delta\phi = |\mathbf{D}_2|(1 - \cos\eta) = |\mathbf{D}_2|(1 - \mathbf{s}_1^T \cdot \mathbf{s}_2^T) \quad (2.2.18)$$

§ 2.3 利用 GPS 载波差分进行状态的整体确定

利用 CDGPS 进行编队星座状态确定, 其基本原理是将 GPS 载波相位构成星内和星间差分观测值进行状态解算。在差分观测值中, 星内差分方程(2.2.7)主要与单星的姿态有关; 星间差分方程(2.2.9)反映了由编队星座各卫星天线构成的空间三维网提供的约束, 它与卫星的姿态和相对位置都有关。而卫星的质心运动和绕质心运动是相互耦合的, 对编队卫星而言, 相对位置和姿态解算相互影响, 同时星内和星间差分观测值具有一定的相关性, 分开利用星内差分和星间差分进行状态确定, 将割裂状态的耦合关系且忽略了数据间的相关性, 一种有效方案是联合星内和星间差分进行编队星座状态整体确定^[15]。

这里假设编队卫星数为 n_F , 且每颗卫星上安装 n_d^G 个 GPS 天线、可同时的观测 GPS 卫星数为 n_G , 则在 t_i 时刻联合全部的星内和星间单差方程可以得到

$$\begin{bmatrix} \Delta\phi_{112}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\phi_{11n_d^G}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\phi_{n_F 12}^{Gn_G} \\ \vdots \\ \Delta\phi_{n_F 1n_d^G}^{Gn_G} \\ \Delta\phi_{m_1 m_2}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\phi_{m_1 m_2}^{Gn_G} \\ \vdots \\ \Delta\phi_{m_1 m_{n_F}}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\phi_{m_1 m_{n_F}}^{Gn_G} \end{bmatrix} (t_i) = \begin{bmatrix} -\mathbf{s}_{11}^T \cdot \mathbf{R}_{B1}^I \cdot \bar{\mathbf{b}}_{112}^B \\ \vdots \\ -\mathbf{s}_{11}^T \cdot \mathbf{R}_{B1}^I \cdot \bar{\mathbf{b}}_{11n_d^G}^B \\ \vdots \\ -\mathbf{s}_{n_F n_G}^T \cdot \mathbf{R}_{Bn_F}^I \cdot \bar{\mathbf{b}}_{n_F 12}^B \\ \vdots \\ -\mathbf{s}_{n_F n_G}^T \cdot \mathbf{R}_{Bn_F}^I \cdot \bar{\mathbf{b}}_{n_F 1n_d^G}^B \\ -\mathbf{s}_{11}^T \cdot \bar{\mathbf{L}}_{m_1 m_2} \\ \vdots \\ -\mathbf{s}_{1n_G}^T \cdot \bar{\mathbf{L}}_{m_1 m_2} \\ \vdots \\ -\mathbf{s}_{11}^T \cdot \bar{\mathbf{L}}_{m_1 m_{n_F}} \\ \vdots \\ -\mathbf{s}_{1n_G}^T \cdot \bar{\mathbf{L}}_{m_1 m_{n_F}} \end{bmatrix} (t_i) - \lambda^G \cdot \begin{bmatrix} \Delta N_{112}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta N_{11n_d^G}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta N_{n_F 12}^{Gn_G} \\ \vdots \\ \Delta N_{n_F 1n_d^G}^{Gn_G} \\ \Delta N_{m_1 m_2}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta N_{m_1 m_2}^{Gn_G} \\ \vdots \\ \Delta N_{m_1 m_{n_F}}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta N_{m_1 m_{n_F}}^{Gn_G} \end{bmatrix} + c \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \Delta\tau_{12}^G \\ \vdots \\ \Delta\tau_{12}^G \\ \vdots \\ \Delta\tau_{1n_F}^G \\ \vdots \\ \Delta\tau_{1n_F}^G \end{bmatrix} (t_i) + \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{112}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\varepsilon_{11n_d^G}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\varepsilon_{n_F 12}^{Gn_G} \\ \vdots \\ \Delta\varepsilon_{n_F 1n_d^G}^{Gn_G} \\ \Delta\varepsilon_{m_1 m_2}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\varepsilon_{m_1 m_2}^{Gn_G} \\ \vdots \\ \Delta\varepsilon_{m_1 m_{n_F}}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\varepsilon_{m_1 m_{n_F}}^{Gn_G} \end{bmatrix} (t_i) \quad (2.3.1)$$

其中, $\Delta\phi_{ij}^{Gk}$ ($i, j=1,2,3, k=1, \dots, n^G$) 为第 i 颗编队卫星的 GPS 主天线和天线 j 关于 GPS 卫星 k 的载波相位星内单差观测值对应的距离量, ΔN_{ij}^{Gk} 和 $\Delta\varepsilon_{ij}^{Gk}$ 分别为对应的整周模糊度和观测值误差; $\Delta\phi_{m_1 m_i}^{Gk}$ ($i=2,3, k=1, \dots, K$) 为第 1 颗编队卫星和第 i 颗编队卫星主天

线关于 GPS 卫星 k 的载波相位星间单差观测值对应的距离量, $\Delta N_{m_i, m_j}^{Gk}$ 和 $\Delta \varepsilon_{m_i, m_j}^{Gk}$ 分别为对应的整周模糊度和观测值误差。

整周模糊度的初始化是载波相位差分技术的关键问题, 具体细节将在 2.4 节进行讨论。在完成整周模糊度初始化后, 由单点定位得到的位置参数做差作为相对位置的先验信息, 建立观测数据的权矩阵, 并将方程(2.3.1)线性化后, 可利用 Bayes 最小二乘法 (带有先验信息的最小二乘法) 进行编队星座状态的整体确定, 其状态包括各编队卫星的姿态、编队卫星间的相对位置和钟差之差。考虑到论文的结构, 上述步骤中的先验信息的求解、观测数据相关权矩阵的建立、方程的线性化及 Bayes 最小二乘法的运算在此不详细展开, 具体细节将在第四章加以讨论。

§ 2.4 整周模糊度问题

2.4.1 模糊度初始化基本方法

载波相位观测量是 GPS 接收机所接收的卫星载波信号与接收机本振参考信号的相位差, 实际测量中只能测定不足一周的小数部分, 因此便产生了整周模糊度的问题。模糊度的求解是 GPS 载波相位差分技术研究中的核心问题之一。

根据使用方法的不同, 可以将模糊度求解技术分成四类^[16]:

第一类为需要专门操作的模糊度求解, 是 GPS 动态定位技术发展早期的成果, 要求专门操作来获得模糊度, 通常称这些操作为模糊度初始化过程。最常用的方法是初始化是已经知道基线的矢量值, 即所谓的静态初始化, 它利用短时间观测值便可准确地解算出整周未知数。理论上, 只要简化模型中非模型化的差分残余项与噪声项的误差和不超过半周, 简单的比较相位观测值和基线坐标代入观测方程得到的计算值便可获得正确的模糊度。Remondi^[17]第一个描述了载波相位观测值在动态环境中的运用, 他提出一种交换天线的专门操作方法。Hwang^[18]分析了另一种交换天线的方法在初始化阶段求解整周模糊度的思想, 并对确定初始模糊度后的实时位置和模糊度解给出了详细的滤波方法。其它的专门操作方法如两次设站法, 为了改变卫星几何图形, 要求接收机天线至少在待定点分两次设站。该方法不要求运动接收机移动中保持对卫星的跟踪, 适合于信号易阻挡地区的 GPS 定位。

第二类为在观测域里搜索的模糊度求解, 它直接利用伪距观测值来确定载波相位观测值的模糊值, 只要平滑伪距与载波相位观测值的差别就可以获得模糊度的实值估计。1982

年 Hatch 将之运用于非差分环境, 1986 年直接运用于差分导航。当能测量两个频率的伪距和相位观测值时, 可以形成不同的线性组合, 加强这种技术的运用。一个极为重要的组合是超宽巷技术, 宽巷相位观测值波长较长, 简化观测方程残差项对求解模糊度的影响相对小。许多研究表明每个历元的双差宽巷模糊度不超过三周, 故可认为短时间内的平均解就是要确定的模糊度。一旦宽巷模糊度正确求解, 就容易求解其它波长较短的相位观测值的模糊度。

第三类为在位置域里搜索的模糊度求解, 代表之作是 Counselman 和 Gourevitch 1981 年提出的模糊度函数^{[19][20]}, 从那时开始它逐渐运用于静态定位、伪动态定位和动态定位^[21]之中。但是 Hatch^[22]和 Euler 1994 年指出模糊度函数技术有许多不利之处, 这限制了模糊度函数技术的运用。模糊度函数方法不仅浪费了相位观测值中大量的信息, 它也被认为是所有模糊度求解技术中计算量最大的一个。

第四类为在模糊度空间中搜索的模糊度求解, 这也是当前国际和国内重点研究的一种模糊度求解方法。典型的包括最小二乘搜索 (Least Squares Search——LSS) 方法^[23]、快速动态模糊度求解^[24] (Fast Ambiguity Resolution Approach——FARA)、快速模糊度搜索滤波技术^[25] (Fast Ambiguity Search Filter——FASF) 和最小二乘模糊度去相关方法^[26] (Least Squares AMBiguity Decorrelation Adjustment——LAMBDA)。

方程(2.3.1)包括有 GPS 星内和星间单差模糊度。其中星内单差的基线长度较短, 一般为米级, 并且长度在整个姿态确定过程中保持不变; 而星间单差基线的长度较长, 为公里级。因此根据基线的实际情况, 模糊度的求解方法存在一定的差异, 下面讨论以最小二乘搜索对星内整周模糊度进行解算, 并讨论了星间整周模糊度的解算方法。

2.4.2 星内单差模糊度初始化

假设 GPS 天线在星体上的安装位置已知, 则可得到其基线的长度, 从而对模糊度形成约束, 进一步联合多个观测时刻, 采用最小二乘搜索可完成整周模糊度的初始化。在联合的多个时刻中, 卫星姿态进行一定机动以加强方程的结构性, 提高整周模糊度解算精度。在下面的讨论中假设可见 GPS 星为 n_G , 星上 GPS 接收天线个数为 n_A^G , 历元数目为 n_T , 则载波观测量有 $n_A^G \times n_G \times n_T$ 个, 载波星内单差观测量有 $(n_A^G - 1) \times n_G \times n_T$ 个, 总的待估参数为 $3 \cdot n_T + (n_A^G - 1) \times n_G$, 包括每一个观测时刻的 3 个姿态分量和不随时间变化的 $(n_A^G - 1) \times n_G$ 个

星内单差整周模糊度。

1. 单历元观测方程线性化

在 t_i 时刻各天线对主天线（第 m 天线）进行单差消除了钟差影响，可得 $(n_i^G - 1) \times n_G$ 个星内单差观测测量。根据方程(2.2.7)，联合同一时刻编队卫星 i 的所有星内单差方程可得

$$Y = H(X) - \lambda^G \cdot \Delta N + \varepsilon \quad (2.4.1)$$

其中：

$$Y = \begin{bmatrix} \Delta\phi_{i12}^{G1} \\ \Delta\phi_{i13}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\phi_{i1n_i^G}^{G1} \\ \Delta\phi_{i12}^{G2} \\ \vdots \\ \Delta\phi_{i1n_i^G}^{G2} \\ \vdots \\ \Delta\phi_{i1n_i^G}^{Gn_G} \end{bmatrix} (t_i); \quad H = \begin{bmatrix} -s_{i1}^T \cdot R_{B_1}^1 \cdot \bar{b}_{im2}^B \\ -s_{i1}^T \cdot R_{B_1}^1 \cdot \bar{b}_{im3}^B \\ \vdots \\ -s_{i1}^T \cdot R_{B_1}^1 \cdot \bar{b}_{imn_i^G}^B \\ -s_{i2}^T \cdot R_{B_1}^1 \cdot \bar{b}_{im2}^B \\ \vdots \\ -s_{i2}^T \cdot R_{B_1}^1 \cdot \bar{b}_{imn_i^G}^B \\ \vdots \\ -s_{in_G}^T \cdot R_{B_1}^1 \cdot \bar{b}_{imn_i^G}^B \end{bmatrix} (t_i); \quad \Delta N = \begin{bmatrix} \Delta N_{i12}^{G1} \\ \Delta N_{i13}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta N_{i1n_i^G}^{G1} \\ \Delta N_{i12}^{G2} \\ \vdots \\ \Delta N_{i1n_i^G}^{G2} \\ \vdots \\ \Delta N_{i1n_i^G}^{Gn_G} \end{bmatrix}; \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{i12}^{G1} \\ \Delta\varepsilon_{i13}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\varepsilon_{i1n_i^G}^{G1} \\ \Delta\varepsilon_{i12}^{G2} \\ \vdots \\ \Delta\varepsilon_{i1n_i^G}^{G2} \\ \vdots \\ \Delta\varepsilon_{i1n_i^G}^{Gn_G} \end{bmatrix} (t_i)$$

假设待估参数的迭代初始值为：

$$[X(t_i)_0 \quad \Delta N_0]^T = [\psi_i(t_i)_0 \quad \theta_i(t_i)_0 \quad \varphi_i(t_i)_0 \quad (\Delta N_{i12}^1)_0 \quad (\Delta N_{i13}^1)_0 \quad \cdots \quad (\Delta N_{i1n_i^G}^1)_0 \quad \cdots \quad (\Delta N_{i1n_i^G}^{n_G})_0]^T \quad \text{最}$$

小二乘解算的改正量为：

$$[dX(t_i) \quad d\Delta N]^T = [d\psi_i(t_i) \quad d\theta_i(t_i) \quad d\varphi_i(t_i) \quad d\Delta N_{i12}^1 \quad d\Delta N_{i13}^1 \quad \cdots \quad d\Delta N_{i1n_i^G}^1 \quad \cdots \quad d\Delta N_{i1n_i^G}^{n_G}]^T$$

则对方程(2.4.1)进行线性化可得误差方程：

$$V = [G(t_i) \quad G_{\Delta N}(t_i)] \cdot \begin{bmatrix} dX(t_i) \\ d\Delta N \end{bmatrix} - L(t_i) \quad (2.4.2)$$

其中， $G(t_i)$ 为误差方程的姿态系数阵：

$$G(t_i) = \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial \psi_i(t_i)} & \frac{\partial H}{\partial \theta_i(t_i)} & \frac{\partial H}{\partial \varphi_i(t_i)} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix}
 \frac{-s_{i1}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{im2}^B}{\partial \psi_i(t_i)} & \frac{-s_{i1}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{im2}^B}{\partial \theta_i(t_i)} & \frac{-s_{i1}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{im2}^B}{\partial \varphi_i(t_i)} \\
 \frac{-s_{i1}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{im3}^B}{\partial \psi_i(t_i)} & \frac{-s_{i1}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{im3}^B}{\partial \theta_i(t_i)} & \frac{-s_{i1}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{im3}^B}{\partial \varphi_i(t_i)} \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 \frac{-s_{i1}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{imn_G}^B}{\partial \psi_i(t_i)} & \frac{-s_{i1}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{imn_G}^B}{\partial \theta_i(t_i)} & \frac{-s_{i1}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{imn_G}^B}{\partial \varphi_i(t_i)} \\
 \frac{-s_{i2}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{im2}^B}{\partial \psi_i(t_i)} & \frac{-s_{i2}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{im2}^B}{\partial \theta_i(t_i)} & \frac{-s_{i2}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{im2}^B}{\partial \varphi_i(t_i)} \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 \frac{-s_{i2}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{imn_G}^B}{\partial \psi_i(t_i)} & \frac{-s_{i2}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{imn_G}^B}{\partial \theta_i(t_i)} & \frac{-s_{i2}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{imn_G}^B}{\partial \varphi_i(t_i)} \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 \frac{-s_{in_G}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{imn_G}^B}{\partial \psi_i(t_i)} & \frac{-s_{in_G}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{imn_G}^B}{\partial \theta_i(t_i)} & \frac{-s_{in_G}^T \cdot \partial \mathbf{R}_{B_1}^I \cdot \bar{b}_{imn_G}^B}{\partial \varphi_i(t_i)}
 \end{bmatrix}_{(n_A^G-1)n_G \times 3} \quad (2.4.3)$$

$\mathbf{G}_{\Delta N}(t_i)$ 为误差方程的模糊度系数阵:

$$\mathbf{G}_{\Delta N}(t_i) = \begin{bmatrix} -\lambda^G & & \\ & \ddots & \\ & & -\lambda^G \end{bmatrix}_{(n_A^G-1)n_G \times (n_A^G-1)n_G}$$

$\mathbf{L}(t_i)$ 为自由项:

$$\mathbf{L}(t_i) = Y - H(X_0) + \lambda \cdot \Delta N$$

2. 多历元观测方程线性化

在上面建立的单历元误差方程基础上, 可以联合多个观测时刻建立多历元的误差方程如下所示:

$$V = [\mathbf{G} \quad \mathbf{G}_{\Delta N}] \cdot \begin{bmatrix} dX \\ d\Delta N \end{bmatrix} - \mathbf{L} \quad (2.4.4)$$

其中, 系数阵:

$$[\mathbf{G} \quad \mathbf{G}_{\Delta N}] = \begin{bmatrix} \mathbf{G}(1) & & & \mathbf{G}_{\Delta N}(1) \\ & \mathbf{G}(2) & & \mathbf{G}_{\Delta N}(2) \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & \mathbf{G}(n_T) \quad \mathbf{G}_{\Delta N}(n_T) \end{bmatrix}$$

自由项:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}(1) \\ \mathbf{L}(2) \\ \vdots \\ \mathbf{L}(n_T) \end{bmatrix}$$

待估参数的迭代初始值为:

$$[X_0 \quad \Delta N_0]^T = [X(1)_0 \quad X(2)_0 \quad \cdots \quad X(n_T)_0 \quad \Delta N_0]^T$$

参数改正量为:

$$\begin{aligned} [dX \quad d\Delta N]^T &= [dX(1) \quad dX(2) \quad \cdots \quad dX(n_T) \quad d\Delta N]^T = \\ &= [d\psi_i(1) \quad d\theta_i(1) \quad d\phi_i(1) \quad \cdots \quad d\psi_i(n_T) \quad d\theta_i(n_T) \quad d\phi_i(n_T) \quad d\Delta N_{i12}^1 \quad d\Delta N_{i13}^1 \quad \cdots \quad d\Delta N_{i1n_G}^1 \quad \cdots \quad d\Delta N_{i1n_G}^{n_G}]^T \end{aligned}$$

3. 最小二乘解算

利用最小二乘对方程(2.4.4)进行解算得

$$\begin{bmatrix} dX \\ d\Delta N \end{bmatrix} = \left([\mathbf{G} \quad \mathbf{G}_{\Delta N}]^T \cdot \mathbf{P}_{\Delta\phi} \cdot [\mathbf{G} \quad \mathbf{G}_{\Delta N}] \right)^{-1} [\mathbf{G} \quad \mathbf{G}_{\Delta N}]^T \cdot \mathbf{P}_{\Delta\phi} \cdot \mathbf{L} \quad (2.4.5)$$

其中: $\mathbf{P}_{\Delta\phi}$ 为差分观测值权矩阵, 它可由下述方法得到, 假设基本观测量为 ϕ , 其权矩阵为 \mathbf{P}_ϕ , 因为基本观测值都是载波观测值, 故 \mathbf{P}_ϕ 为单位阵 \mathbf{I} ; 差分观测值 (单差) 为 $\Delta\phi$, 其权矩阵为 $\mathbf{P}_{\Delta\phi}$, 若 $\Delta\phi = A\phi$, 则: $\mathbf{P}_{\Delta\phi} = (A \cdot \mathbf{P}_\phi \cdot A^T)^{-1}$ 。

$$A = \begin{bmatrix} A(1) & & & & \\ & A(2) & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & & A(n_T) \end{bmatrix} \quad (2.4.6)$$

其中:

$$A(t_i) = \begin{bmatrix} A^1 & & & & \\ & A^2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & & A^{n_G} \end{bmatrix} \quad (t_i = 1, 2, \cdots, n_T), \quad A^j = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & & \\ -1 & & 1 & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ -1 & & & & 1 \end{bmatrix}_{(n_i^G - 1) \times n_i^G} \quad (j = 1, 2, \cdots, n_G) \quad (2.4.7)$$

其中, A^j 它表示各天线对主天线做单差。

利用最小二乘法求得的所有观测方程的单位权中误差为:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{V^T P_{\Delta\phi} V}{n-m}} \quad (2.4.8)$$

其中:

n 表示总的单差观测方程的个数, $n = (n_A^G - 1) \times n_G \times n_T$ 。

m 表示待估参数的个数, $m = 3 \times n_T + (n_A^G - 1) \times n_G$ 。

另外, 求得观测方程的协方差阵为

$$Q = \left([G \ G_{\Delta N}]^T \cdot P_{\Delta\phi} \cdot [G \ G_{\Delta N}] \right)^{-1}$$

则星内单差各模糊度解算精度可由下式估计

$$\sigma_{N_{S_i}} = \sigma_0 \cdot \sqrt{q_{(3n_T+i),(3n_T+i)}} \quad (i=1, \dots, (n_A^G - 1)n_G)$$

其中, $\sigma_{N_{S_i}}$ 为星内单差各模糊度的中误差; q_{ii} 表示权矩阵 Q 中第 i 个对角线元素。

星内单差模糊度均方差 σ_{N_S} 为各模糊度中误差的平均

$$\sigma_{N_S} = \frac{1}{(n_A^G - 1) \times n_G} \cdot \sum \sigma_{N_{S_i}} \quad (2.4.9)$$

2.4.3 星间单差模糊度初始化思路

GPS 载波星间单差的基线较长, 为公里级, 导致其模糊度空间极度庞大, 因此只利用 GPS 载波信号难以快速、准确地将模糊度解算出来。一种有效手段是利用星载伪卫星技术, 增加星间相对测量以提供高精度的星间相对位置信息, 给星间公里级的基线提供厘米级的约束, 在此基础上进行星间单差模糊度的初始化^[27], 具体的分析将在第四章进行。

§ 2.5 小结

本章讨论了 GPS 载波相位差分技术的基本原理, 推导了 GPS 载波相位的星内和星间单差方程, 在此基础上建立了联合 GPS 星内和星间载波单差进行编队星座状态整体确定的模型。基于运动的方法, 利用最小二乘法进行了星内单差整周模糊度的解算, 并最后提出了结合星间相对测距技术进行星间单差整周模糊度解算的思路。

第三章 类 GPS 技术原理及其天线相关分析

进行编队星座高精度状态确定的另一种有效方法是星间交联测距，国际上对这一方法已开展了深入的研究，典型代表是 JPL 提出的自主编队飞行技术(Autonomous Formation Flying, AFF)。AFF 技术的基本思想来源于 GPS，故又称之为星载类 GPS 技术，它是将 GPS 接收机和发射机应用到航天器上，利用无线电定位原理进行编队星座相对状态的整体确定。

本章针对三星空间圆编队星座，第一节介绍了类 GPS 技术的基本原理及优势；第二节给出了类 GPS 技术的观测方程；第三节针对低轨编队星座类 GPS 测量不能长期保持的问题，研究了一种类 GPS 天线的安装方式，讨论了在这种安装方式下的类 GPS 天线姿态角，并分析了可进行类 GPS 测量的时间段的分布和长度。

§ 3.1 类 GPS 技术基本原理及优势

3.1.1 类 GPS 技术原理

类 GPS 技术的基本思想是在每一个编队飞行器上安装一个接收机，每个接收机上可安装多个发射天线和接收天线（如 JPL 研制的 TurboRogue GPS 接收机），一般来说，为了降低成本，要减少接收天线和发射天线的数量。在 DS-3 中，1 个接收天线和 3 个发射天线安装在飞行器一个面的 4 个角上，每个航天器上的 3 个接收天线互相接收其它飞行器发射天线发射的测距信号，进行相对姿态、相对位置和相对钟差的精确确定。类 GPS 技术可以构成一个完全独立的系统，既可以独立使用，又可以和 GPS 整合在一起，提高测量精度。类 GPS 系统一般工作在 Ka 波段，而不是 GPS 的 L 波段，使用 Ka 波段的目的是有两个：一是提高测距信号的精度，在 Ka 波段，类 GPS 伪距测量的精度可达到 1cm ，类 GPS 载波测量的精度为 $10\mu\text{m}$ ；二是避免类 GPS 系统在近地空间使用时和 GPS 的信号发生冲突。

3.1.2 类 GPS 技术优势

类 GPS 技术作为一种全新的 GN&C 传感器，有着自己独特的优势：

1. 完全自主的全方位传感器

类 GPS 是一个完全自主的传感器系统，可以通过本星座内部的相互测量，获取编队状态信息，然后通过星载的智能控制系统完成星座的构型保持或构型变换，这种完全的自主性，减轻了地面测控的负担，提高了星座的生存能力。类 GPS 是一种全方位的传感器，它可以整体的确定编队星座的相对位置、相对姿态、相对钟差、相对速度和相对姿态变化律，满足全方位的导航和控制要求。

2. 高精度的传感器

类 GPS 工作在 Ka 波段，其工作区域一般超出了大气层，所以它的测距精度远远高于 GPS 的测距精度。国外的相关研究表明，类 GPS 的伪距测量精度为 1cm ，载波测量精度为 $10\mu\text{m}$ ，最终的定位精度相对位置可达到 1cm ，相对姿态可到达 1arcmin [6][7][8]。

3. 廉价的传感器

类 GPS 应用廉价的 GPS 接收机，使用接收天线接收的测距信息进行编队星座状态的整体确定，降低了航天器的重量和成本。例如空基的 GPS 全向补偿天线的质量为 100g ，成本为几百美元^[6]。由于类 GPS 系统几乎同步接收和发射伪距与载波信号，因此不需要对星载时钟的稳定性提出特别的要求，大大降低了系统的成本。

根据测量精度和视场的要求，传统的星座初始化包含了三种不同的测量系统。第一层是无线电测距系统，它用于粗略的状态捕获，其精度可达到米级，它可以提供很大的视场，有利于星座的初始状态捕获；第二层是光学测量系统，它用于较高精度的状态捕获，其精度可达到厘米级，但它的视场较小；第三层是激光测距系统，它为星座之间提供最终的测距信息，但它的视场角非常小。传统的星座初始化就是依次使用这三种测量系统，确定星座的最终状态^[6]。使用类 GPS 系统，可以代替传统无线电测距系统和光学测距系统，大大降低了传感器系统的复杂性，减轻的航天器的质量，降低编队星座的成本。

§ 3.2 参数选取和基本观测量

以三星空间圆编队星座为对象，讨论状态参数的选取和基本观测量模型的建立。

3.2.1 坐标系统和类 GPS 天线姿态

为了描述类 GPS 测量信息, 建立星座坐标系 $O_H - x_H y_H z_H$: 以卫星 1 的质心为坐标原点 O_H , 卫星 1 质心指向卫星 2 质心的方向为 x_H 轴的正方向, 以三颗星质心所在的平面为 $x_H y_H$ 平面, 卫星 3 质心所在的一侧为 y_H 的正侧, z_H 轴构成右手系, 如图 3.1 所示。

为了描述类 GPS 天线的安装, 定义类 GPS 天线安装坐标系: 以各卫星质心为原点, 坐标轴的指向由类 GPS 天线姿态角确定。考虑到类 GPS 天线在不同情况下的描述, 定义了两种类 GPS 天线姿态——类 GPS 天线绝对姿态和类 GPS 天线相对姿态。

1. 类 GPS 天线绝对姿态

进行类 GPS 天线在卫星上安装位置的描述时, 需要知道类 GPS 天线安装坐标系和星体坐标系的关系, 因此定义类 GPS 天线安装坐标系到卫星星体坐标系的欧拉角 (312 顺序) 为类 GPS 天线的绝对姿态角 ϕ'_A 、 θ'_A 、 ψ'_A 。当类 GPS 天线绝对姿态角均为零时, 类 GPS 天线安装坐标系和星体坐标系重合。

2. 类 GPS 天线相对姿态

和可观测到的 GPS 卫星的几何分布影响着 GPS 定位精度类似, 不同卫星上的类 GPS 天线在星座坐标系中的相互关系影响着类 GPS 测量进行状态确定的精度。因此定义类 GPS 天线坐标系按照 312 的顺序转到星座坐标系的欧拉角为类 GPS 天线的相对姿态角 ϕ_A 、 θ_A 、 ψ_A 。通过调整类 GPS 天线的相对姿态角可以使类 GPS 测量达到最佳性能。当类 GPS 天线相对姿态角均为零时, 类 GPS 天线安装坐标系和星座坐标系重合。

由于天线的具体安装方式与卫星的结构和具体任务有关, 为了讨论方便, 在此假设卫星为边长为 $1m$ 的立方体, 类 GPS 天线固定安装在类 GPS 天线安装坐标系中的一个边长为 $1m$ 的正方形四个角上, 该正方形平行与 $y_A z_A$ 平面, 中心在安装坐标系中的矢量为 $[0.5 \ 0 \ 0]^T$, 包含该正方形的平面称为类 GPS 天线阵面。具体情况如图 3.1。

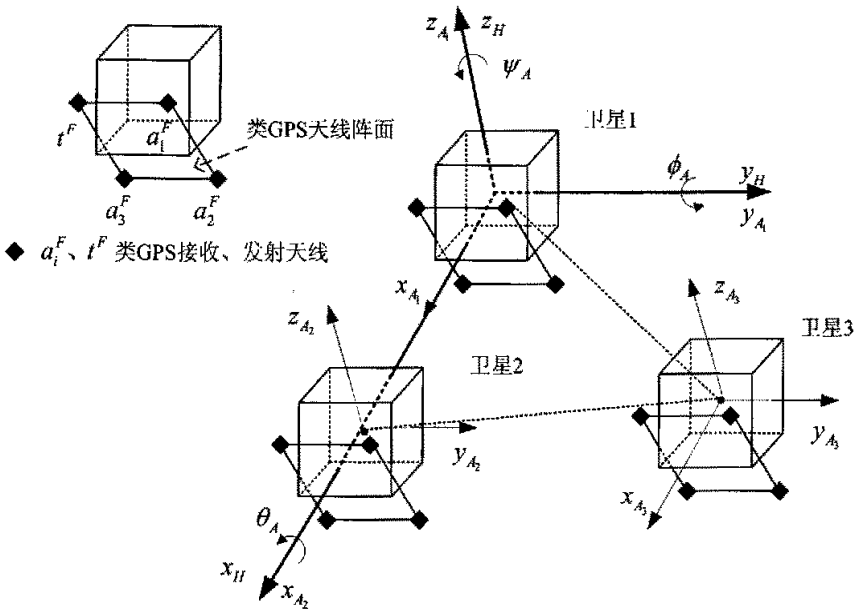


图 3.1 星座坐标系、类 GPS 天线安装坐标系及类 GPS 天线位置示意图

3.2.2 状态参数的选取

使用类 GPS 提供的星间相对测量信息，可以进行编队星座相对状态（包括相对位置、相对姿态和相对钟差）的自主确定^[28]。但本文考虑到 GPS 测量和类 GPS 测量在编队星座状态确定中的联合运用，故选取在地心惯性坐标系下的星间相对位置、卫星绝对姿态角和类 GPS 钟差之差作为状态参数。

1. 星间相对位置

选编队卫星中的一个为主卫星，则其它卫星相对主卫星构成星间相对位置在地心惯性坐标系中的表示为

$$\begin{aligned} \vec{r}_{12}^{-I} &= \begin{bmatrix} x_{12} \\ y_{12} \\ z_{12} \end{bmatrix}, & \vec{r}_{13}^{-I} &= \begin{bmatrix} x_{13} \\ y_{13} \\ z_{13} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2. 卫星姿态角

编队星座中各卫星有三个姿态角，3 颗卫星共有 9 个描述姿态的参数，具体为 ψ_1 、 θ_1 、 ϕ_1 、 ψ_2 、 θ_2 、 ϕ_2 、 ψ_3 、 θ_3 、 ϕ_3 。

3. 类 GPS 钟差之差

设同一卫星上的类 GPS 发射和接收天线具有相同钟差（通过精心的设计和校准这一假设是完全可能的），则 3 颗卫星有 3 个钟差 τ_1^F 、 τ_2^F 、 τ_3^F 。三个卫星间存在三个星间钟差之差 $\tau_{12}^F = \tau_2^F - \tau_1^F$ 、 $\tau_{13}^F = \tau_3^F - \tau_1^F$ 、 $\tau_{23}^F = \tau_3^F - \tau_2^F$ ，但只有 2 个是独立的。因此在状态参数中加入 2 个类 GPS 天线钟差之差 τ_{12}^F 、 τ_{13}^F 。

在这种状态参数选取方式的情况下，包括了编队星座的绝对状态，因为缺少一个绝对的定位基准，只利用类 GPS 测量信息是不足以进行状态确定的，必须联合 GPS 或其它测量手段才能完成编队星座的状态确定。

3.2.3 类 GPS 观测方程

按照图 3.1 所示，一个时刻类 GPS 测量可形成 18 个伪距观测量和 18 个载波观测量

1. 类 GPS 伪距观测方程^[29]

共有 18 个类 GPS 伪距观测值，其方程为

对卫星 1 为：

$$\begin{aligned}\rho_{1j}^{F2} &= \left| \bar{r}_{12}^{-I} + \mathbf{R}_{A_2}^1 \cdot t_2^F - \mathbf{R}_{A_1}^1 \cdot a_{1j}^F \right| + c\tau_{12}^F + \varepsilon_{1j}^{F2} \\ \rho_{1j}^{F3} &= \left| \bar{r}_{13}^{-I} + \mathbf{R}_{A_3}^1 \cdot t_3^F - \mathbf{R}_{A_1}^1 \cdot a_{1j}^F \right| + c\tau_{13}^F + \varepsilon_{1j}^{F3}\end{aligned}\quad (3.2.1)$$

对卫星 2 为：

$$\begin{aligned}\rho_{2j}^{F1} &= \left| -\bar{r}_{12}^{-I} + \mathbf{R}_{A_1}^1 \cdot t_1^F - \mathbf{R}_{A_2}^1 \cdot a_{2j}^F \right| - c\tau_{12}^F + \varepsilon_{2j}^{F1} \\ \rho_{2j}^{F3} &= \left| -\bar{r}_{12}^{-I} + \bar{r}_{13}^{-I} + \mathbf{R}_{A_3}^1 \cdot t_3^F - \mathbf{R}_{A_2}^1 \cdot a_{2j}^F \right| - c\tau_{12}^F + c\tau_{13}^F + \varepsilon_{2j}^{F3}\end{aligned}\quad (3.2.2)$$

对卫星 3 为：

$$\begin{aligned}\rho_{3j}^{F1} &= \left| -\bar{r}_{13}^{-I} + \mathbf{R}_{A_1}^1 \cdot t_1^F - \mathbf{R}_{A_3}^1 \cdot a_{3j}^F \right| - c\tau_{13}^F + \varepsilon_{3j}^{F1} \\ \rho_{3j}^{F2} &= \left| \bar{r}_{12}^{-I} - \bar{r}_{13}^{-I} + \mathbf{R}_{A_2}^1 \cdot t_2^F - \mathbf{R}_{A_3}^1 \cdot a_{3j}^F \right| + c\tau_{12}^F - c\tau_{13}^F + \varepsilon_{3j}^{F2}\end{aligned}\quad (3.2.3)$$

其中， ρ_{ij}^{Fk} 为类 GPS 伪距观测值（ i 为接收信号卫星、 j 为卫星 i 的类 GPS 接收天线、 k 为发射信号卫星，且 $i, j, k = 1, 2, 3, (i \neq k)$ ）； a_{ij}^F 为卫星 i 的第 j 个类 GPS 接收天线在类 GPS 天线安装坐标系中的位置矢量； t_i^F 为卫星 i 的类 GPS 发射天线在类 GPS 天线安装坐标系中的位置矢量； ε_{ij}^k 为 ρ_{ij}^k 的观测误差； $\mathbf{R}_{A_i}^1$ 为卫星 i 的类 GPS 天线安装坐标系到地心惯性坐标系的变换矩阵：

$$\mathbf{R}_{A_i}^1 = \mathbf{R}_{B_i}^1 \cdot \mathbf{R}_y(\phi'_i) \cdot \mathbf{R}_x(\theta'_i) \cdot \mathbf{R}_z(\psi'_i) \quad (3.2.4)$$

2. 类 GPS 载波观测方程

与伪距观测量类似，一个时刻有 18 个载波观测量，其方程为

对卫星 1 为：

$$\begin{aligned}\phi_{1j}^{F2} &= \left| \bar{r}_{12}^I + \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot t_2^F - \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot a_{1j}^F \right| + c\tau_{12}^F - \lambda^F N_{1j}^{F2} + \varepsilon_{1j}^{F2} \\ \phi_{1j}^{F3} &= \left| \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot t_3^F - \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot a_{1j}^F \right| + c\tau_{13}^F - \lambda^F N_{1j}^{F3} + \varepsilon_{1j}^{F3}\end{aligned}\quad (3.2.5)$$

对卫星 2 为：

$$\begin{aligned}\phi_{2j}^{F1} &= \left| -\bar{r}_{12}^I + \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot t_1^F - \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot a_{2j}^F \right| - c\tau_{12}^F - \lambda^F N_{2j}^{F1} + \varepsilon_{2j}^{F1} \\ \phi_{2j}^{F3} &= \left| -\bar{r}_{12}^I + \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot t_3^F - \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot a_{2j}^F \right| - c\tau_{12}^F + c\tau_{13}^F - \lambda^F N_{2j}^{F3} + \varepsilon_{2j}^{F3}\end{aligned}\quad (3.2.6)$$

对卫星 3 为：

$$\begin{aligned}\phi_{3j}^{F1} &= \left| -\bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot t_1^F - \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot a_{3j}^F \right| - c\tau_{13}^F - \lambda^F N_{3j}^{F1} + \varepsilon_{3j}^{F1} \\ \phi_{3j}^{F2} &= \left| \bar{r}_{12}^I - \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot t_2^F - \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot a_{3j}^F \right| + c\tau_{12}^F - c\tau_{13}^F - \lambda^F N_{3j}^{F2} + \varepsilon_{3j}^{F2}\end{aligned}\quad (3.2.7)$$

其中， ϕ_{ij}^{Fk} 为类 GPS 载波观测值对应的距离量（ i 为接收信号卫星、 j 为卫星 i 的类 GPS 接收天线、 k 为发射信号卫星，且 $i, j, k = 1, 2, 3, (i \neq k)$ ）； N_{ij}^{Fk} 为对应的整周模糊度； λ^F 为类 GPS 载波波长。

3. 类 GPS 载波差分观测方程

类 GPS 载波观测方程编队卫星上的主类 GPS 接收天线和其它接收天线接收到同一颗发射卫星上的载波观测值作差可得 12 个类 GPS 载波单差，具体如下所示：

对卫星 1 为：

$$\begin{aligned}\Delta\phi_{1mj}^{F2} &= \left| \bar{r}_{12}^I + \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot t_2^F - \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot a_{1j}^F \right| - \left| \bar{r}_{12}^I + \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot t_2^F - \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot a_{1m}^F \right| - \lambda^F \Delta N_{1mj}^{F2} + \varepsilon_{1mj}^{F2} \\ \Delta\phi_{1mj}^{F3} &= \left| \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot t_3^F - \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot a_{1j}^F \right| - \left| \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot t_3^F - \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot a_{1m}^F \right| - \lambda^F \Delta N_{1mj}^{F3} + \varepsilon_{1mj}^{F3}\end{aligned}\quad (3.2.8)$$

对卫星 2 为：

$$\begin{aligned}\Delta\phi_{2mj}^{F1} &= \left| -\bar{r}_{12}^I + \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot t_1^F - \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot a_{2j}^F \right| - \left| -\bar{r}_{12}^I + \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot t_1^F - \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot a_{2m}^F \right| - \lambda^F \Delta N_{2mj}^{F1} + \varepsilon_{2mj}^{F1} \\ \Delta\phi_{2mj}^{F3} &= \left| -\bar{r}_{12}^I + \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot t_3^F - \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot a_{2j}^F \right| - \left| -\bar{r}_{12}^I + \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot t_3^F - \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot a_{2m}^F \right| - \lambda^F \Delta N_{2mj}^{F3} + \varepsilon_{2mj}^{F3}\end{aligned}\quad (3.2.9)$$

对卫星 3 为：

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{3mj}^{F1} &= \left| -\bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_1}^1 \cdot t_1^F - \mathbf{R}_{A_3}^1 \cdot a_{3j}^F \right| - \left| -\bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_1}^1 \cdot t_1^F - \mathbf{R}_{A_3}^1 \cdot a_{3m}^F \right| - \lambda^F \Delta N_{3mj}^{F1} + \varepsilon_{3mj}^{F1} \\ \Delta\phi_{3mj}^{F2} &= \left| \bar{r}_{12}^I - \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_2}^1 \cdot t_2^F - \mathbf{R}_{A_3}^1 \cdot a_{3j}^F \right| - \left| \bar{r}_{12}^I - \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_2}^1 \cdot t_2^F - \mathbf{R}_{A_3}^1 \cdot a_{3m}^F \right| - \lambda^F \Delta N_{3mj}^{F2} + \varepsilon_{3mj}^{F2} \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

其中, $\Delta\phi_{i_1 i_2}^{Fj}$ 为类 GPS 载波单差对应的距离量 (i_1 为接收信号卫星, i_2 为发射信号卫星, m 为类 GPS 主接收天线, j 为其它类 GPS 接收天线, 且 $i_1, i_2 = 1, 2, 3, (i_1 \neq i_2)$; $j = 2, 3$); $\Delta N_{i_1 i_2}^{Fj}$ 为对应的整周模糊度; $\varepsilon_{i_1 i_2}^{Fj}$ 为对应的观测值误差。

§ 3.3 类 GPS 天线安装方式及共视分析

和可观测到的 GPS 卫星的几何分布影响着 GPS 定位精度类似, 不同卫星上的类 GPS 天线在星座坐标系中的相互关系影响着类 GPS 测量进行状态确定的精度。为了使类 GPS 测量达到最佳性能, 每颗卫星的类 GPS 天线阵面都应指向编队星座的中心, 称类 GPS 天线的这种结构为标称阵列结构^[7]。当类 GPS 天线的相互关系偏离标称阵列结构时, 用类 GPS 技术进行编队星座状态测量, 得到的协方差结果非常差^[31]。

此外, 使用类 GPS 测量的前提是要保证类 GPS 天线的共视: 即各卫星发射的信号能够被其他卫星上的接收天线接收到。对于高轨道或深空探测的编队星座, 由于卫星运动的周期较长 (24 个小时以上), 卫星的姿态随着其运动变化较慢, 因而类 GPS 天线的共视可长时间保持, 保证了类 GPS 测量长时间有效; 但是对于中、低轨道的近地编队星座, 卫星的运动周期相对较短 (90 分钟到几个小时), 各卫星的姿态随其运动变化较快, 类 GPS 天线的共视不能长时间保持, 导致类 GPS 测量的可用性受限。而类 GPS 天线的可共视时间段与天线的张角 (信号圆锥面上的任一母线与信号中心线的夹角) 及其安装方式密切相关, 因此对于近地编队飞行任务而言, 类 GPS 技术的关键问题之一是天线张角及其安装方式的选择。

目前, 对地观测的编队星座受到国内外研究人员的普遍重视, 并开展了相应的研究, 如分布式 SAR 编队系统、空间光学综合孔径望远镜阵等。故本文针对以对地观测为飞行任务的低轨编队星座, 在类 GPS 天线保持标称结构的时刻, 对卫星姿态、类 GPS 天线姿态进行了具体分析, 并进一步研究了类 GPS 天线共视对类 GPS 天线张角的限制, 分析了类 GPS 天线的可共视时间段。

考虑到类 GPS 天线的两种姿态角是通过卫星姿态相互联系在一起的, 因此有必要首先

对类 GPS 天线两种姿态的相互关系进行深入研究。

3.3.1 类 GPS 天线两种姿态的相互转换

类 GPS 天线的两种姿态角从不同的侧面描述了类 GPS 天线的安装,在进行星间类 GPS 测量精度分析时,需要利用相对姿态角;在确定类 GPS 天线在卫星上的安装位置时,采用绝对姿态角。它们是一个事物的两种表现形式,是相互联系,并可以相互转化的。假设已知了类 GPS 天线的相对姿态角,则可以求解出类 GPS 天线的绝对姿态角,其过程如下:

首先,由类 GPS 天线的相对姿态角,可得卫星 i 的安装坐标系到星座坐标系的变换矩阵 $\mathbf{R}_{A_i}^H$:

$$\mathbf{R}_{A_i}^H = \mathbf{R}_2(\phi_{A_i}) \cdot \mathbf{R}_1(\theta_{A_i}) \cdot \mathbf{R}_3(\psi_{A_i}) \quad (3.3.1)$$

下一步确定星座坐标系和 ECEI 的关系,由卫星的轨道根数可以确定任一时刻卫星在 ECEI 中的位置矢量 \vec{r}_i^I ,进而得到卫星 2、3 相对卫星 1 的位置矢量 \vec{r}_{ij}^I ($j=2,3$):则 \vec{r}_{12}^I 的方向即为星座坐标系的 x_H 轴方向, \vec{r}_{12}^I 又乘 \vec{r}_{13}^I 所得矢量 \vec{r}_z^I 的方向即为星座坐标系的 z_H 轴方向,进一步 \vec{r}_z^I 又乘 \vec{r}_{12}^I 所得矢量 \vec{r}_y^I 的方向即为星座坐标系的 y_H 轴方向,由此可得:

$$\vec{r}_z^I = \vec{r}_{12}^I \times \vec{r}_{13}^I \quad (3.3.2)$$

$$\vec{r}_y^I = \vec{r}_z^I \times \vec{r}_{12}^I \quad (3.3.3)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{r}_{12}^I & \vec{r}_y^I & \vec{r}_z^I \end{bmatrix} = \mathbf{R}_H^I \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3.4)$$

$$\mathbf{R}_H^I = \begin{bmatrix} \vec{r}_{12}^I & \vec{r}_y^I & \vec{r}_z^I \end{bmatrix} \quad (3.3.5)$$

其中 \vec{r}_{12}^I \vec{r}_y^I \vec{r}_z^I 分别为 \vec{r}_{12}^I \vec{r}_y^I \vec{r}_z^I 的单位矢量, \mathbf{R}_H^I 即为星座坐标系到 ECEI 的变化矩阵。

其次,由本文 2.1 节内容可求得 ECEI 到卫星 i 的当地水平坐标系的变换矩阵为:

$$\mathbf{R}_i^L(\alpha_i, \delta_i) = \mathbf{R}_2(-90^\circ - \delta_i) \mathbf{R}_3(\alpha_i) \quad (3.3.6)$$

最后,由卫星姿态角 ψ_i 、 θ_i 、 ϕ_i 可得卫星 i 的当地水平坐标系到星体坐标系的变换矩阵 $\mathbf{R}_{L_i}^B$:

$$\mathbf{R}_{L_i}^B = \mathbf{R}_3(-\psi_i) \cdot \mathbf{R}_1(-\theta_i) \cdot \mathbf{R}_2(-\phi_i) \quad (3.3.7)$$

综合方程(3.3.1)、(3.3.5)、(3.3.6)和(3.3.7)可得卫星 i 的安装坐标系到星体坐标系的变换矩阵 $\mathbf{R}_{A_i}^B$,进一步可求得卫星 i 的类 GPS 天线的绝对姿态角。

$$\mathbf{R}_{A_i}^B = \mathbf{R}_{L_i}^B \cdot \mathbf{R}_i^L \cdot \mathbf{R}_H^I \cdot \mathbf{R}_{A_i}^H \quad (3.3.8)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi'_A &= \operatorname{arctg}\left(\frac{-\mathbf{R}_{A_i}^{B_i}(3,2)}{\sqrt{\mathbf{R}_{A_i}^{B_i}(3,1)^2 + \mathbf{R}_{A_i}^{B_i}(3,3)^2}}\right) \\ \theta'_A &= \operatorname{arctg}\left(\frac{\mathbf{R}_{A_i}^{B_i}(3,1)}{\mathbf{R}_{A_i}^{B_i}(3,3)}\right) \\ \psi'_A &= \operatorname{arctg}\left(\frac{\mathbf{R}_{A_i}^{B_i}(1,2)}{\mathbf{R}_{A_i}^{B_i}(2,2)}\right) \end{aligned} \right\} \quad (3.3.9)$$

其中 $\mathbf{R}_{A_i}^{B_i}(n, m)$ 表示矩阵 $\mathbf{R}_{A_i}^{B_i}$ 的第 n 行, 第 m 列的元素。

易知, 以上的求解过程是可逆的。故两者可以通过卫星姿态进行相互转化。从根本上来说, 类 GPS 天线绝对姿态反映的是类 GPS 天线的绝对状态(可由 GPS 测量确定), 而类 GPS 天线的相对姿态反映的是类 GPS 天线的相对状态(可由类 GPS 测量确定)。通过类 GPS 天线的两种姿态可以将 GPS 测量和类 GPS 测量进行联合运用, 故此两种姿态可称为联合 GPS 测量和类 GPS 测量的桥梁。

3.3.2 对地观测情况下的类 GPS 天线姿态和卫星姿态分析

以对地观测为任务背景, 建立一低轨空间圆三星编队星座^{[1][30]}, 进行类 GPS 天线姿态和卫星姿态的具体分析。该空间圆三星编队星座, 如图 3.2 所示, 三颗伴随卫星间的相对距离为 d , 并按等分角度分布在一个以虚拟卫星 S_v 为圆心, 半径为 r 的圆周上, 此圆周与虚拟卫星处在同一个平面(该平面称为星座平面)内。该平面并不完全垂直于虚拟卫星地球轨道平面, 而是与虚拟卫星地球轨道平面的垂直面保持一个固定的夹角 $\alpha_H = 30^\circ$ (α_H 也称星座平面仰角)。

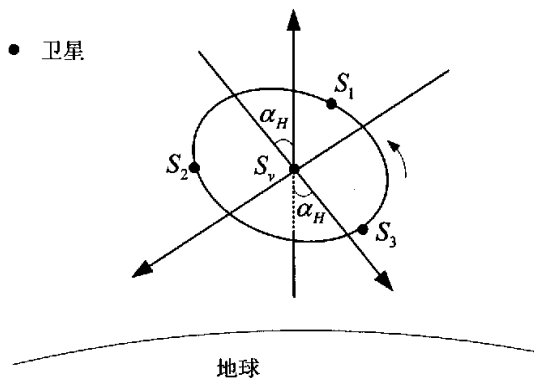


图 3.2 空间圆三星编队星座几何分布示意图

图中 $S_i (i=1,2,3)$ 表示卫星 i ，当虚拟卫星 S_v 沿某一地球轨道运行时，处于星座平面内的伴随卫星以同样的速度绕地球运行，而且伴随卫星也沿它们的分布式圆周绕 S_v 运动，每颗伴随卫星绕 S_v 一周的时间 T_v 恰好等于 S_v 绕地球轨道一周的周期 T_e ，即 $T_v = T_e$ 。

在编队星座对地观测任务需求下，每颗卫星需保持对地定向，即卫星星体坐标系的 z_b 轴与当地水平坐标系的 z_L 轴重合，且一般情况下，卫星星体纵轴 x_b 与卫星轨道的切向一致。当卫星经过上中天（即卫星下点位于最高纬度，且因为三颗伴随卫星相对距离 d 远小于长半轴 a ，故认为三颗卫星同时经过上中天）时，轨道切向为当地东向，也即是 x_b 轴与 y_L 轴重合，则此时卫星姿态角如表 3.1 所示：

表 3.1 经过上中天时的卫星姿态角 单位：°

| | 卫星 1 | | | 卫星 2 | | | 卫星 3 | | |
|-----|----------|------------|----------|----------|------------|----------|----------|------------|----------|
| | ψ_1 | θ_1 | ϕ_1 | ψ_2 | θ_2 | ϕ_2 | ψ_3 | θ_3 | ϕ_3 |
| 姿态角 | 90 | 0 | 0 | 90 | 0 | 0 | 90 | 0 | 0 |

在卫星经过上中天这一时刻，通过调整类 GPS 天线的相对姿态角，可以使类 GPS 天线保持标称阵列结构，此时各卫星类 GPS 天线安装坐标系的 z_A 轴都垂直于星座 $x_H o y_H$ 平面，与星座坐标系的 z_H 轴指向一致，同时 x_A 轴都指向 S_v ，如图 3.3 所示。类 GPS 天线的相对姿态角如表 3.2 所示：

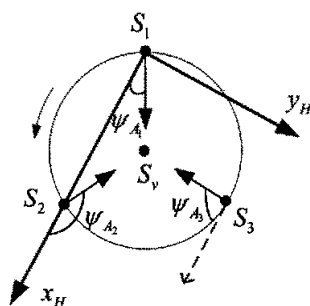


图 3.3 类 GPS 天线保持标称阵列结构时的星座平面图

表 3.2 类 GPS 天线保持标称阵列结构时的相对姿态角 单位：°

| | 卫星 1 | | | 卫星 2 | | | 卫星 3 | | |
|-----|--------------|----------------|--------------|--------------|----------------|--------------|--------------|----------------|--------------|
| | ψ_{A_1} | θ_{A_1} | ϕ_{A_1} | ψ_{A_2} | θ_{A_2} | ϕ_{A_2} | ψ_{A_3} | θ_{A_3} | ϕ_{A_3} |
| 姿态角 | 30 | 0 | 0 | 150 | 0 | 0 | -90 | 0 | 0 |

所以当卫星经过上中天时，已知了卫星的姿态角和类 GPS 天线的相对姿态角，根据方程(3.3.1)~方程(3.3.9)，可计算得到类 GPS 天线的绝对姿态角，如表 3.3 所示：

表 3.3 经过上中天，类 GPS 天线保持标称阵列结构时的绝对姿态角 单位：°

| | 卫星 1 | | | 卫星 2 | | | 卫星 3 | | |
|-----|---------------|-----------------|---------------|---------------|-----------------|---------------|---------------|-----------------|---------------|
| | ψ'_{A_1} | θ'_{A_1} | ϕ'_{A_1} | ψ'_{A_2} | θ'_{A_2} | ϕ'_{A_2} | ψ'_{A_3} | θ'_{A_3} | ϕ'_{A_3} |
| 姿态角 | 90 | -30 | 180 | -150 | -30 | 180 | -30 | -30 | 180 |

根据表 3.3，可以确定此时类 GPS 天线在卫星星体上的安装位置，故编队星座整体状况如图 3.4 所示。

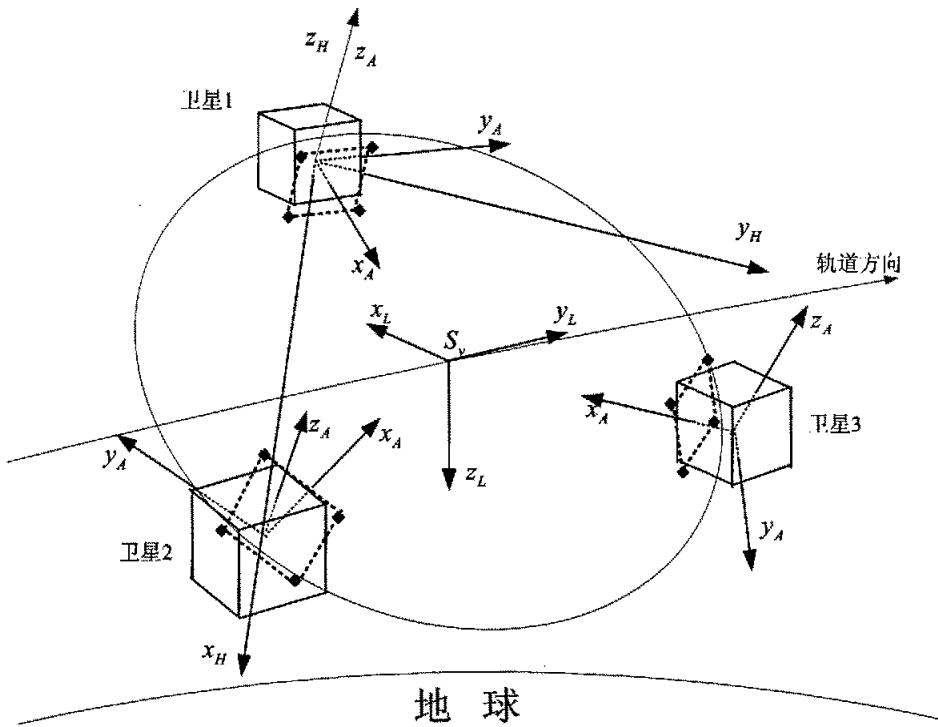


图 3.4 经过上中天，类 GPS 天线保持标称结构时的星座整体状况图

3.3.3 类 GPS 天线共视分析

1. 共视对类 GPS 天线张角的限制

类 GPS 天线的共视与类 GPS 天线张角密切相关。当张角小于某一个值时，类 GPS 天

线将无法形成共视。对于伴随卫星数均匀分布的空间圆编队星座而言, 该最小张角决定于组成星座的伴随卫星数, 具体分析如下:

假设组成空间圆编队星座的卫星数为 n , 因为各卫星的均匀分布, 类 GPS 天线以最小张角达到共视时, 天线的信号中心线都应该指向星座中心, 如图 3.5 所示。由图中可知, 当任一卫星的类 GPS 天线张角小于 β 时, 类 GPS 天线将无法形成共视, 因此 β 即为类 GPS 天线的最小张角。

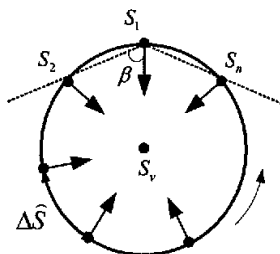


图 3.5 由 n 颗卫星组成的空间圆编队星座

其中, $\Delta\hat{S}$ 表示相邻两颗卫星间的弧段所对应的圆心角; n 表示构成星座的卫星数, 则

$$\Delta\hat{S} = 360^\circ / n \quad (3.3.10)$$

$$\beta = (360^\circ - 2\Delta\hat{S}) / 4 = 90^\circ - 180^\circ / n \quad (3.3.11)$$

因此, 当 $n=3$ 时, 类 GPS 天线最小张角 $\beta=30^\circ$ 。为了讨论其它因素对类 GPS 天线共视性的影响, 本文选取类 GPS 天线张角为极限情况的 90° , 以避免天线张角对共视产生限制。

2. 可共视时间段分析

除了天线张角外, 类 GPS 天线的相对姿态角也是影响其共视的关键因素。当编队星座各卫星的类 GPS 天线形成标称阵列结构时, 类 GPS 天线具有最佳共视性能, 各卫星的类 GPS 天线相对姿态角如表 3.2 所列。当卫星绕 S_v 运行一周时, 星座坐标系的 x_H 轴在星座平面内绕 S_v 转动 360° , 若要类 GPS 天线时刻保持标称阵列结构, 则各卫星 x_A 轴也需在星座平面内绕 S_v 同方向转动 360° , 其转动速度 $\omega = 360^\circ / T_e$, 这样使得各卫星的类 GPS 天线的相对姿态角保持不变, 也保证了类 GPS 天线时刻具有最佳共视。

若考虑到能源问题, 各卫星的类 GPS 天线固定在卫星星体上, 不作任何机动, 则当卫星绕 S_v 运行一周时, 类 GPS 天线只能在某一时刻保持标称阵列结构, 而且类 GPS 天线的共视也只能在一段时间内保持。假设类 GPS 天线张角为 90° , 则其信号圆锥面扩展为信号平面 (有信号一侧为正侧), 且与星座平面垂直相交于一条直线, 如图 3.6 中的虚线所示。

只有当其它卫星都处于任一卫星的信号面正侧时,卫星的类 GPS 天线才能共视。而形成共视的临界时刻是卫星 S_{i+1} 进入卫星 S_i 的类 GPS 天线信号平面正侧的时刻;共视结束的临界时刻是卫星 S_j 退出卫星 S_{i+1} 的类 GPS 天线信号平面正侧的时刻。图 3.6 演示了编队卫星的类 GPS 天线共视的变化过程。

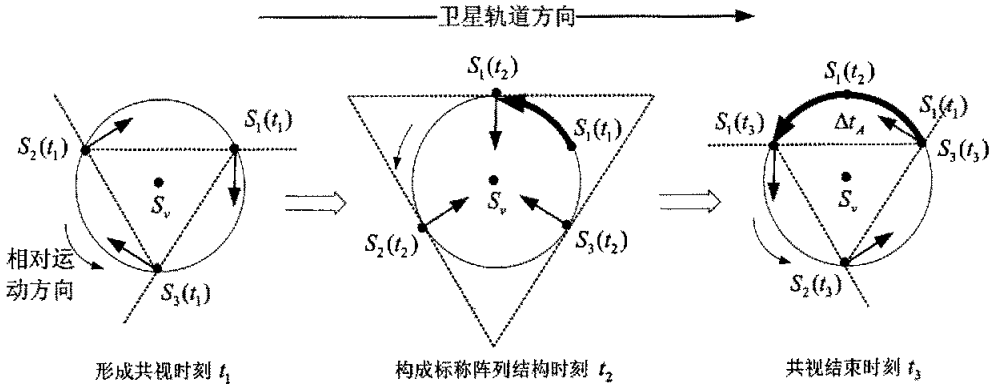


图 3.6 卫星绕 S_v 运行时,卫星的类 GPS 天线共视的变化过程

图中, $S_i(t_j)$ ($i, j=1,2,3$) 表示 t_j 时刻第 i 颗卫星的位置。加黑的弧段表示类 GPS 天线可共视的时间段 Δt_A , 则当构成空间圆编队星座的卫星数为 n 时:

$$\Delta t_A = T_e / n \quad (3.3.12)$$

$$P_A = 1/n \quad (3.3.13)$$

其中, P_A 表示类 GPS 天线可共视时间段占整个轨道周期的比例, 它决定于构成星座的卫星数而与轨道高度、空间圆半径均无关。因此当 $n=3$ 时, $P_A=33.3\%$ 。但是 Δt_A 除了跟卫星数有关外, 还决定于卫星轨道周期 T_e 。当 $n=3$, 对于长周期 ($T_e \geq 24h$) 的高轨编队飞行任务, $\Delta t_A \geq 8h$, 类 GPS 天线的共视可长时间保持; 而对于短周期 (如 $T_e=105.59\text{min}$) 的低轨编队飞行任务, $\Delta t_A=39.20\text{min}$, 类 GPS 天线的共视时间只有几十分钟。

§ 3.4 小结

本章首先介绍了类 GPS 技术的基本原理和优势, 给出了类 GPS 测量的伪距观测量、载波观测量和载波差分观测量的数学模型; 针对低轨编队星座类 GPS 测量不能长期保持的问题进行了相应的分析, 得出如下结论。

1. 类 GPS 天线的两种姿态, 作为联和 GPS 测量和类 GPS 测量的桥梁, 从不同的侧面描述了类 GPS 天线的安装, 它们是相互联系的, 通过卫星姿态可以进行相互转化。

2. 随着构成空间圆编队星座的卫星数目的增加, 类 GPS 天线所必需的最小张角逐渐增大。当卫星数目为 n 时, 要求最小张角 $\beta \geq 90^\circ - 180^\circ / n$ 。因此在选择类 GPS 天线时, 需要考虑编队卫星数对类 GPS 天线提出的要求。

3. 对于低轨空间圆编队飞行任务, 若类 GPS 天线固定安装, 可共视时间段与构成星座的卫星数目成反比, 当卫星数目为 n 时, 可共视时间段占整个轨道周期的 $1/n$ 。因此存在着飞行任务的工作时间段选择问题; 或者通过轨道设计, 改变类 GPS 天线可共视时间段在一轨周期内的分布, 使其在飞行任务的工作时间段内可共视。

第四章 GPS 载波差分 and 类 GPS 技术联合用于编队星座状态确定

GPS 可作为传感器用于编队星座的状态测量,但其测量精度和可靠性与编队星座可观测到的 GPS 卫星数目和几何分布密切相关。对于中、低轨道的编队星座一般不存在 GPS 卫星数目和几何分布问题,但对于高轨道、甚至深空探测的编队星座, GPS 则不能有效、可靠地用于编队星座的状态测量,此外 GPS 星间载波单差的基线较长,为公里级,导致其模糊度空间极度庞大,只利用 GPS 信息难以快速、准确地将其模糊度解算出来;而在类 GPS 测量中,所有观测量都是星间相对测量信息,缺少一个绝对基准点,因此无法确定编队星座的绝对状态。

若联合两种测量体制进行编队星座状态的整体确定,则可解决高轨道编队星座可见 GPS 卫星不足的问题,而且可利用类 GPS 测量的高精度星间测距信息,给星间公里级的基线提供厘米级的约束,极大压缩了其模糊度搜索空间;同时 GPS 测量又可给星间相对测量提供星座绝对状态的基准点。联合 GPS 测量和星间相对测量进行编队星座状态确定,可克服各自缺点,提高编队星座状态确定的精度,加快 GPS 与类 GPS 载波差分模糊度的搜索速度,提高状态确定的时效性与鲁棒性^{[7][32]}。

本章重点讨论了联合 GPS 和类 GPS 进行编队星座状态确定的相关问题。第一节建立了联合 GPS 星内、星间载波单差和类 GPS 伪距、类 GPS 载波单差进行编队星座状态整体确定的模型;第二节分析了不同差分观测值的相关性,并建立了相应的权矩阵;第三节利用 GPS 伪距单点定位获得相对位置的先验信息;第四节将方程线性化后采用 Bayes 最小二乘进行状态解算,并进行了精度分析;第五节讨论了整周模糊度初始化问题。最后给出了数学仿真结果。

§ 4.1 数学模型

以空间圆三星编队星座为对象,假设每颗卫星上安装 4 个 GPS 天线、为了更好的观测 GPS 卫星, GPS 天线固定安装在立方体顶面的四个角上且天线的指向沿 z_b 负方向,假设可同时观测的 GPS 卫星数为 $n_G = 5$;此外每颗卫星上安装 3 个类 GPS 接收天线和一个类 GPS 发射天线,其安装方式与 3.2 节所述相同。如图 4.1 所示。

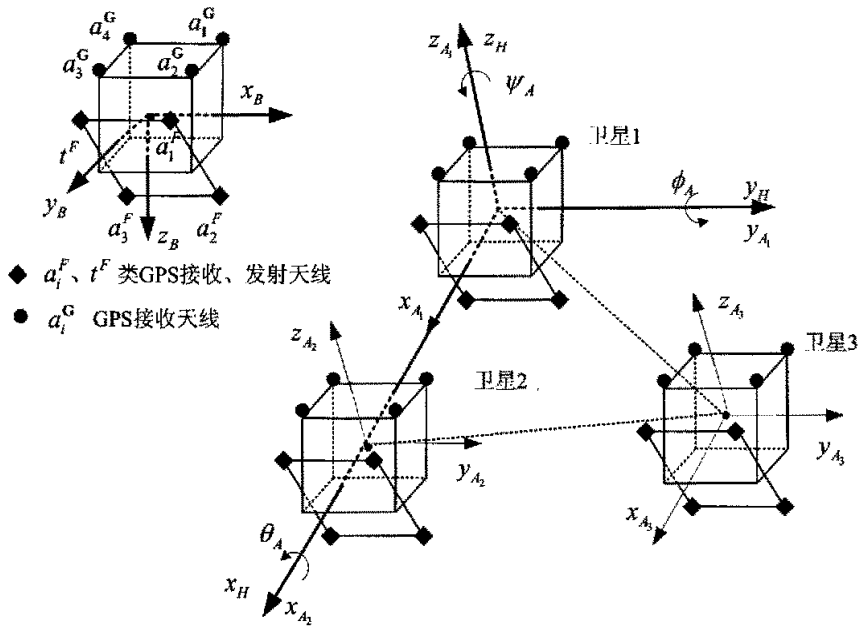


图 4.1 GPS 天线和类 GPS 天线安装示意图

则由方程(2.3.1)、方程(3.2.1)~方程(3.2.3)和方程(3.2.8)~方程(3.2.10)，联合 GPS 星内载波单差、GPS 星间载波单差和类 GPS 伪距、类 GPS 载波单差得方程

$$Y = H(X) - \lambda \cdot \Delta N + \varepsilon \quad (4.1.1)$$

其中， Y 是观测量； $H(X)$ 是状态参数的函数； ΔN 是整周模糊度； ε 是观测值误差，它们具体形式为

$$H(X) = \begin{bmatrix} h_4 \\ \vdots \\ h_{16} \\ \vdots \\ h_{31} \\ \vdots \\ h_{45} \\ h_{46} \\ \vdots \\ h_{50} \\ h_{51} \\ \vdots \\ h_{55} \\ h_{56} \\ h_{59} \\ h_{62} \\ h_{65} \\ h_{68} \\ h_{71} \\ h_{75} \\ h_{77} \\ h_{79} \\ h_{81} \\ h_{83} \\ h_{85} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_{11}^T \cdot \mathbf{R}_{B1}^I \cdot \bar{b}_{112}^B \\ \vdots \\ -s_{21}^T \cdot \mathbf{R}_{B1}^I \cdot \bar{b}_{212}^B \\ \vdots \\ -s_{31}^T \cdot \mathbf{R}_{B3}^I \cdot \bar{b}_{312}^B \\ \vdots \\ -s_{3n_0}^T \cdot \mathbf{R}_{B3}^I \cdot \bar{b}_{314}^B \\ -s_{11}^T \cdot \bar{L}_{m_1 m_2} \\ \vdots \\ -s_{1n_0}^T \cdot \bar{L}_{m_1 m_2} \\ -s_{11}^T \cdot \bar{L}_{m_1 m_3} \\ \vdots \\ -s_{1n_0}^T \cdot \bar{L}_{m_1 m_3} \\ \left| \bar{r}_{12}^I + \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot t_2^F - \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot a_{1j}^F \right| \\ \left| \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot t_3^F - \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot a_{1j}^F \right| \\ \left| -\bar{r}_{12}^I + \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot t_1^F - \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot a_{2j}^F \right| \\ \left| -\bar{r}_{12}^I + \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot t_3^F - \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot a_{2j}^F \right| \\ \left| -\bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot t_1^F - \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot a_{3j}^F \right| \\ \left| \bar{r}_{12}^I - \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot t_2^F - \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot a_{3j}^F \right| \\ \left| \bar{r}_{12}^I + \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot t_2^F - \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot a_{1m}^F \right| - \left| \bar{r}_{12}^I + \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot t_2^F - \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot a_{1m}^F \right| \\ \left| \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot t_3^F - \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot a_{1j}^F \right| - \left| \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot t_3^F - \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot a_{1m}^F \right| \\ \left| -\bar{r}_{12}^I + \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot t_1^F - \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot a_{2j}^F \right| - \left| -\bar{r}_{12}^I + \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot t_1^F - \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot a_{2m}^F \right| \\ \left| -\bar{r}_{12}^I + \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot t_3^F - \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot a_{2j}^F \right| - \left| -\bar{r}_{12}^I + \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot t_3^F - \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot a_{2m}^F \right| \\ \left| -\bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot t_1^F - \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot a_{3j}^F \right| - \left| -\bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_1}^I \cdot t_1^F - \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot a_{3m}^F \right| \\ \left| \bar{r}_{12}^I - \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot t_2^F - \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot a_{3j}^F \right| - \left| \bar{r}_{12}^I - \bar{r}_{13}^I + \mathbf{R}_{A_2}^I \cdot t_2^F - \mathbf{R}_{A_3}^I \cdot a_{3m}^F \right| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \Delta \tau_{12}^G \\ \vdots \\ \Delta \tau_{12}^G \\ \Delta \tau_{13}^G \\ \vdots \\ \Delta \tau_{13}^G \\ \tau_{12}^F \\ (t_i) - c \cdot \tau_{13}^F \\ -\tau_{12}^F \\ -\tau_{12}^F + \tau_{13}^F \\ -\tau_{13}^F \\ \tau_{12}^F - \tau_{13}^F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (t_i)$$

$$Y = \begin{bmatrix} \Delta\phi_{112}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\phi_{212}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\phi_{312}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\phi_{314}^{Gn_G} \\ \Delta\phi_{m_1m_2}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\phi_{m_1m_2}^{Gn_G} \\ \Delta\phi_{m_1m_3}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\phi_{m_1m_3}^{Gn_G} \\ \rho_{1j}^{F2} \\ \rho_{1j}^{F3} \\ \rho_{2j}^{F1} \\ \rho_{2j}^{F3} \\ \rho_{3j}^{F1} \\ \rho_{3j}^{F2} \\ \Delta\phi_{1mj}^{F2} \\ \Delta\phi_{1mj}^{F3} \\ \Delta\phi_{2mj}^{F1} \\ \Delta\phi_{2mj}^{F3} \\ \Delta\phi_{3mj}^{F1} \\ \Delta\phi_{3mj}^{F2} \end{bmatrix} (t_i), \quad \lambda \cdot \Delta N = \begin{bmatrix} \lambda^G \cdot \Delta N_{112}^{G1} \\ \vdots \\ \lambda^G \cdot \Delta N_{212}^{G1} \\ \vdots \\ \lambda^G \cdot \Delta N_{312}^{G1} \\ \vdots \\ \lambda^G \cdot \Delta N_{314}^{Gn_G} \\ \lambda^G \cdot \Delta N_{m_1m_2}^{G1} \\ \vdots \\ \lambda^G \cdot \Delta N_{m_1m_2}^{Gn_G} \\ \lambda^G \cdot \Delta N_{m_1m_3}^{G1} \\ \vdots \\ \lambda^G \cdot \Delta N_{m_1m_3}^{Gn_G} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \lambda^F \cdot \Delta N_{1mj}^{F2} \\ \lambda^F \cdot \Delta N_{1mj}^{F3} \\ \lambda^F \cdot \Delta N_{2mj}^{F1} \\ \lambda^F \cdot \Delta N_{2mj}^{F3} \\ \lambda^F \cdot \Delta N_{3mj}^{F1} \\ \lambda^F \cdot \Delta N_{3mj}^{F2} \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{112}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\varepsilon_{212}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\varepsilon_{312}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\varepsilon_{314}^{Gn_G} \\ \Delta\varepsilon_{m_1m_2}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\varepsilon_{m_1m_2}^{Gn_G} \\ \Delta\varepsilon_{m_1m_3}^{G1} \\ \vdots \\ \Delta\varepsilon_{m_1m_3}^{Gn_G} \\ \varepsilon_{1j}^{F2} \\ \varepsilon_{1j}^{F3} \\ \varepsilon_{2j}^{F1} \\ \varepsilon_{2j}^{F3} \\ \varepsilon_{3j}^{F1} \\ \varepsilon_{3j}^{F2} \\ \Delta\varepsilon_{1mj}^{F2} \\ \Delta\varepsilon_{1mj}^{F3} \\ \Delta\varepsilon_{2mj}^{F1} \\ \Delta\varepsilon_{2mj}^{F3} \\ \Delta\varepsilon_{3mj}^{F1} \\ \Delta\varepsilon_{3mj}^{F2} \end{bmatrix} (t_i)$$

对于每一时刻, 方程(4.1.1)中有 $11 \times n_G + 30$ 个观测方程, 包括 $9 \times n_G$ 个 GPS 星内载波单差方程, $2 \times n_G$ 个 GPS 星间载波单差方程, 18 个类 GPS 伪距方程和 12 个类 GPS 载波单差方程。

§ 4.2 观测值相关性和权矩阵

将编队星座各卫星的 GPS 载波观测量、类 GPS 伪距和类 GPS 载波观测量作为基本观测量，则方程(4.1.1)中的差分观测量为基本观测量的线性组合，差分观测量为相关观测量，其相关性应该在状态解算中予以考虑。

4.2.1 观测量相关性分析

下面对方程(4.1.1)中的各观测量分别进行相关性分析

1. GPS 星内载波单差相关性

假定 GPS 载波观测量的观测误差呈正态分布，其期望值为 0，协方差为 σ_ϕ^G ，载波观测量线性无关。 ϕ^G 表示 GPS 载波相位，则有

$$\text{cov}(\phi^G) = (\sigma_\phi^G)^2 \mathbf{I} \quad (4.2.1)$$

上方程表示 GPS 载波观测量的协方差矩阵，其中 \mathbf{I} 表示单位阵。

GPS 星内载波单差观测量可表示为

$$\Delta\phi_{mj}^{Gk} = \phi_{ij}^{Gk} - \phi_{im}^{Gk} \quad (4.2.2)$$

用 $\Delta\phi_{mj}^G$ 表示 GPS 星内载波单差观测量矩阵，写成矩阵形式

$$\Delta\phi_{mj}^G = A_{\Delta\phi_{mj}^G} \phi^G \quad (4.2.3)$$

其中

$$\Delta\phi_{mj}^G = [\Delta\phi_{12}^{G1}, \Delta\phi_{13}^{G1}, \Delta\phi_{14}^{G1}, \dots, \Delta\phi_{212}^{G1}, \Delta\phi_{213}^{G1}, \Delta\phi_{214}^{G1}, \dots, \Delta\phi_{312}^{G1}, \Delta\phi_{313}^{G1}, \Delta\phi_{314}^{G1}, \dots]^T_{9n_G \times 1}$$

$$\phi^G = [\phi_{11}^{G1}, \phi_{12}^{G1}, \phi_{13}^{G1}, \phi_{14}^{G1}, \dots, \phi_{21}^{G1}, \phi_{22}^{G1}, \phi_{23}^{G1}, \phi_{24}^{G1}, \dots, \phi_{31}^{G1}, \phi_{32}^{G1}, \phi_{33}^{G1}, \phi_{34}^{G1}, \dots]^T_{12n_G \times 1}$$

$$A_{\Delta\phi_{mj}^G} = \begin{bmatrix} A_{\Delta\phi_{mj}^G} & & & & \\ & A_{\Delta\phi_{mj}^G} & & & \\ & & A_{\Delta\phi_{mj}^G} & & \\ & & & A_{\Delta\phi_{mj}^G} & \\ & & & & A_{\Delta\phi_{mj}^G} \end{bmatrix}_{9n_G \times 12n_G} \quad (4.2.4)$$

$$A_{\Delta\phi_{mj}^G} = \begin{bmatrix} A_{\Delta\phi_{mj}^{G1}} & & & \\ & A_{\Delta\phi_{mj}^{G2}} & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_{\Delta\phi_{mj}^{Gn_G}} \end{bmatrix} \quad (i=1,2,3,j=2,3,4)$$

$$A_{\Delta\phi_{mj}^{Gk}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (k=1,2,\dots,n_G)$$

应用协方差传播定律^[33]得

$$\text{cov}(\Delta\phi_{mj}^G) = A_{\Delta\phi_{mj}^G} \cdot \text{cov}(\phi^G) \cdot (A_{\Delta\phi_{mj}^G})^T \quad (4.2.5)$$

将方程(4.2.1)代入上式可得

$$\text{cov}(\Delta\phi_{mj}^G) = (\sigma_\phi^G)^2 \cdot A_{\Delta\phi_{mj}^G} \cdot (A_{\Delta\phi_{mj}^G})^T \quad (4.2.6)$$

将方程(4.2.4)代入上式可得

$$\text{cov}(\Delta\phi_{mj}^G) = (\sigma_\phi^G)^2 \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & & & & & & & & \\ 1 & 2 & 1 & & & & & & & & \\ 1 & 1 & 2 & & & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & & & \\ & & & & 2 & 1 & 1 & & & & \\ & & & & 1 & 2 & 1 & & & & \\ & & & & 1 & 1 & 2 & & & & \\ & & & & & & & \ddots & & & \\ & & & & & & & & 2 & 1 & 1 \\ & & & & & & & & 1 & 2 & 1 \\ & & & & & & & & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}_{9n_G \times 9n_G} \quad (4.2.7)$$

上方程表明了 GPS 星内载波单差观测测量之间的相关性。

2. GPS 星间载波单差相关性

GPS 星间载波单差观测测量可表示为

$$\Delta\phi_{m_i m_j}^{Gk} = \phi_{m_i}^{Gk} - \phi_{m_j}^{Gk} \quad (4.2.8)$$

用 $\Delta\phi_{mm}^G$ 表示 GPS 星内载波单差观测测量矩阵，写成矩阵形式

$$\Delta\phi_{mm}^G = A_{\Delta\phi_{mm}^G} \phi^G \quad (4.2.9)$$

其中

$$\Delta\phi_{mm}^G = [\Delta\phi_{m_1 m_2}^{G1}, \dots, \Delta\phi_{m_1 m_3}^{G1}, \dots]_{2n_G \times 1}^T$$

$$A_{\Delta\phi_{mm}^G} = \begin{bmatrix} -A_{\Delta\phi_m^G} & A_{\Delta\phi_m^G} \\ -A_{\Delta\phi_m^G} & A_{\Delta\phi_m^G} \end{bmatrix}_{2n_G \times 12n_G} \quad (4.2.10)$$

$$A_{\Delta\phi_m^G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & & & \\ & & & & \vdots & & & & \ddots & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{n_G \times 4n_G}$$

同理，应用协方差传播定律得

$$\text{cov}(\Delta\phi_{mm}^G) = A_{\Delta\phi_{mm}^G} \cdot \text{cov}(\phi^G) \cdot (A_{\Delta\phi_{mm}^G})^T \quad (4.2.11)$$

将方程(4.2.1)代入上式可得 GPS 星间载波单差协方差阵

$$\text{cov}(\Delta\phi_{mm}^G) = (\sigma_\phi^G)^2 \cdot A_{\Delta\phi_{mm}^G} \cdot (A_{\Delta\phi_{mm}^G})^T \quad (4.2.12)$$

3. 类 GPS 伪距相关性

每一时刻有 18 个类 GPS 伪距观测值，用矩阵表示为

$$\rho^F = [\rho_{11}^{F2}, \rho_{12}^{F2}, \rho_{13}^{F2}, \rho_{11}^{F3}, \rho_{12}^{F3}, \rho_{13}^{F3}, \rho_{21}^{F1}, \rho_{22}^{F1}, \rho_{23}^{F1}, \rho_{21}^{F3}, \rho_{22}^{F3}, \rho_{23}^{F3}, \rho_{31}^{F1}, \rho_{32}^{F1}, \rho_{33}^{F1}, \rho_{31}^{F2}, \rho_{32}^{F2}, \rho_{33}^{F2}]_{18 \times 1}^T \quad (4.2.13)$$

方程(4.1.1)采用的是类 GPS 伪距的基本观测值 ρ^F ，因此其协方差阵如下

$$\text{cov}(\rho^F) = (\sigma_\rho^F)^2 \cdot A_{\rho^F} \cdot (A_{\rho^F})^T \quad (4.2.14)$$

$$A_{\rho^F} = I_{18 \times 18} \quad (4.2.15)$$

其中 $(\sigma_\rho^F)^2$ 为类 GPS 伪距协方差。

4. 类 GPS 载波单差相关性

同理，每一时刻有 18 个类 GPS 载波观测值，用矩阵表示为

$$\phi^F = [\phi_{11}^{F2}, \phi_{12}^{F2}, \phi_{13}^{F2}, \phi_{11}^{F3}, \phi_{12}^{F3}, \phi_{13}^{F3}, \phi_{21}^{F1}, \phi_{22}^{F1}, \phi_{23}^{F1}, \phi_{21}^{F3}, \phi_{22}^{F3}, \phi_{23}^{F3}, \phi_{31}^{F1}, \phi_{32}^{F1}, \phi_{33}^{F1}, \phi_{31}^{F2}, \phi_{32}^{F2}, \phi_{33}^{F2}]_{18 \times 1}^T \quad (4.2.16)$$

类 GPS 载波单差观测值可表示为

$$\Delta\phi_{ij}^{Fk} = \phi_{ij}^{Fk} - \phi_{im}^{Fk} \quad (4.2.17)$$

用矩阵形式可表示为

$$\mathbf{P}_w = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{w\phi^G} & & \\ & \mathbf{P}_{w\rho^F} & \\ & & \mathbf{P}_{w\phi^F} \end{bmatrix}_{(12n_G+36) \times (12n_G+36)} \quad (4.2.24)$$

方程(4.1.1)所包括的观测量可表示为

$$\begin{aligned} \Delta\phi = & [\Delta\phi_{112}^{G1}, \Delta\phi_{113}^{G1}, \Delta\phi_{114}^{G1}, \dots, \Delta\phi_{212}^{G1}, \Delta\phi_{213}^{G1}, \Delta\phi_{214}^{G1}, \dots, \Delta\phi_{312}^{G1}, \Delta\phi_{313}^{G1}, \Delta\phi_{314}^{G1}, \dots \\ & \Delta\phi_{m_1m_2}^{G1}, \dots, \Delta\phi_{m_1m_3}^{G1}, \dots, \\ & \rho_{11}^{F2}, \rho_{12}^{F2}, \rho_{13}^{F2}, \rho_{11}^{F3}, \rho_{12}^{F3}, \rho_{13}^{F3}, \rho_{21}^{F1}, \rho_{22}^{F1}, \rho_{23}^{F1}, \rho_{21}^{F3}, \rho_{22}^{F3}, \rho_{23}^{F3}, \rho_{31}^{F1}, \rho_{32}^{F1}, \rho_{33}^{F1}, \rho_{31}^{F2}, \rho_{32}^{F2}, \rho_{33}^{F2} \\ & \Delta\phi_{112}^{F2}, \Delta\phi_{113}^{F2}, \Delta\phi_{112}^{F3}, \Delta\phi_{113}^{F3}, \Delta\phi_{212}^{F1}, \Delta\phi_{213}^{F1}, \Delta\phi_{212}^{F3}, \Delta\phi_{213}^{F3}, \Delta\phi_{312}^{F1}, \Delta\phi_{313}^{F1}, \Delta\phi_{312}^{F2}, \Delta\phi_{313}^{F2}]_{(11n_G+30) \times 1} \end{aligned} \quad (4.2.25)$$

由方程(4.2.4)、(4.2.10)、(4.2.15)和(4.2.19)可得基本观测量和方程(4.1.1)所包括的观测量之间的关系阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\Delta\phi_{ij}^G} \\ \mathbf{A}_{\Delta\phi_{mm}^G} \\ \mathbf{A}_{\rho^F} \\ \mathbf{A}_{\Delta\phi_{ij}^F} \end{bmatrix}_{(11n_G+30) \times (12n_G+36)} \quad (4.2.26)$$

所以方程(4.1.1)观测方程的权矩阵 \mathbf{P} 为:

$$\mathbf{P} = \mathbf{A}\mathbf{P}_w\mathbf{A}^T \quad (4.2.27)$$

§ 4.3 位置先验信息

由于编队星座卫星在接收 GPS 载波信号的同时还接收 GPS 伪距信号,所以可以用 GPS 伪距观测量首先确定编队星座的位置参数作为使用载波相位差分确定编队星座状态的定位基准,星间相对位置的先验信息(先验相对位置和先验权)可由卫星位置先验信息求得。

4.3.1 伪距单点定位

伪距定位的基本原理^[14]如下:

在 t 时刻,第 i 颗编队卫星主天线观测第 k 颗 GPS 卫星的伪距信号,伪距观测方程为

$$\rho_{im}^{Gk}(t) = |\mathbf{D}_{im}^{Gk}(t)| + c\tau_i(t) - c\tau^{Gk}(t) + \varepsilon_{im}^{Gk}(t) \quad (4.3.1)$$

其中, $\rho_{im}^{Gk}(t)$ 为在 t 时刻第 i 颗编队卫星主天线观测第 k 颗 GPS 卫星的伪距信号观测量; $\varepsilon_{im}^{Gk}(t)$ 为测量误差。注意,这里使用编队卫星主天线的伪距观测量作为整颗卫星的伪距观测量,其定位精度可满足要求。

在该时刻,若已知编队卫星*i*位置参数的概略值,设为 $\vec{r}_i^l = [x_i^0, y_i^0, z_i^0]^T$,则可以计算第*i*颗编队卫星主天线观测第*k*颗 GPS 卫星的距离近似值 $\tilde{D}_{im}^{Gk}(t)$,设此时第*k*颗 GPS 卫星的位置参数为 $[x^k, y^k, z^k]^T$,则有

$$|\tilde{D}_{im}^{Gk}(t)| = \left[(x^k - x_i^0)^2 + (y^k - y_i^0)^2 + (z^k - z_i^0)^2 \right]^{1/2} \quad (4.3.2)$$

将方程(4.3.1)的观测方程在当前概略点处用泰勒级数展开,将其线性化得

$$v_i^k = s_1^k \delta x_i + s_2^k \delta y_i + s_3^k \delta z_i - b_i - L_i^k \quad (4.3.3)$$

其中, v_i^k 表示残差; s_j^k 是对第*k*颗 GPS 卫星的观测方向对第*j*坐标轴的方向余弦; $\delta x_i, \delta y_i, \delta z_i$ 表示编队卫星*i*位置参数的改正数; b_i 表示接收机钟差 $c\tau_i$; L_i^k 是观测误差方程的常数项或自由项,其具体表达式为

$$L_i^k = |\tilde{D}_{im}^{Gk}| - \rho_{im}^{Gk} - c\tau_i^{Gk} + \varepsilon_{im}^{Gk} \quad (4.3.4)$$

再将编队星座在该时刻所有伪距观测方程联立写为矩阵形式

$$\mathbf{V} = \mathbf{GX} - \mathbf{L} \quad (4.3.5)$$

其中

\mathbf{X} ——待定参数矢量

$$\mathbf{X} = [\delta x_i, \delta y_i, \delta z_i, b_i]^T \quad (4.3.6)$$

\mathbf{G} ——待定参数的系数阵

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} s_1^1 & s_2^1 & s_3^1 & -1 \\ s_1^2 & s_2^2 & s_3^2 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_1^k & s_2^k & s_3^k & -1 \end{bmatrix} \quad (4.3.7)$$

\mathbf{L} ——自由项

$$\mathbf{L} = [L_i^1, L_i^2, \dots, L_i^k]^T \quad (4.3.8)$$

\mathbf{V} ——残差

$$\mathbf{V} = [v_i^1, v_i^2, \dots, v_i^k]^T \quad (4.3.9)$$

当观测 GPS 卫星个数*k*大于4时,采用最小二乘法解算

$$\mathbf{X} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{L} \quad (4.3.10)$$

求出 \mathbf{X} 后, 用位置参数的改正数修正编队卫星 i 位置参数的概略值, 再一次进行迭代求解, 直到精度满足要求为止。

位置和 GPS 接收机钟差参数先验信息包括先验值和先验权, 其中先验值 $(\vec{r}_i^l)_0$ 可由各卫星伪距单点定位解得到

$$(\vec{r}_i^l)_0 = [x_i, y_i, z_i, b_i]^T \quad (4.3.11)$$

因为 GPS 伪距观测量和 GPS 载波观测量精度不同, 故在解算中要考虑先验权 $\mathbf{P}_{r_i^l}$ 的权重系数 $\mathbf{P}_{w_{\rho^G}}$

$$\mathbf{P}_{w_{\rho^G}} = \frac{(\sigma_\rho^G)^2}{(\sigma_\rho^C)^2} \quad (4.3.12)$$

其中, $(\sigma_\rho^G)^2$ 为 GPS 伪距协方差。故位置和钟差参数先验信息中的先验权为

$$\mathbf{P}_{r_i^l}^{-1} = \mathbf{P}_{w_{\rho^G}} \cdot \mathbf{Q}_{x_{0i}} = \mathbf{P}_{w_{\rho^G}} \cdot (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \quad (4.3.13)$$

4.3.2 星间相对位置先验信息

星间相对位置和 GPS 接收机钟差之差先验信息包括相对先验值 $(\vec{r}_{li}^l)_0$ 和相对先验权 $\mathbf{P}_{r_{li}^l}$, 其中 $(\vec{r}_{li}^l)_0$ 可由 $(\vec{r}_i^l)_0$ 直接作差可得

$$[(\vec{r}_{12}^l)_0, (\vec{r}_{13}^l)_0]^T = \mathbf{A}_{r_{li}^l} [(\vec{r}_1^l)_0, (\vec{r}_2^l)_0, (\vec{r}_3^l)_0]^T \quad (4.3.14)$$

其中, $\mathbf{A}_{r_{li}^l}$ 为 $(\vec{r}_i^l)_0$ 和 $(\vec{r}_{li}^l)_0$ 之间的关系矩阵

$$d\mathbf{X}(t_i) = [d\psi_1(t_i), d\theta_1(t_i), d\varphi_1(t_i), d\psi_2(t_i), d\theta_2(t_i), d\varphi_2(t_i), d\psi_3(t_i), d\theta_3(t_i), d\varphi_3(t_i), dx_{12}(t_i), dy_{12}(t_i), dz_{12}(t_i), dx_{13}(t_i), dy_{13}(t_i), dz_{13}(t_i), d\Delta\tau_{12}^G(t_i), d\Delta\tau_{13}^G(t_i), d\tau_{12}^F(t_i), d\tau_{13}^F(t_i)]^T \quad (4.4.3)$$

则有

$$\bar{\mathbf{X}}(t_i) = \mathbf{X}^0(t_i) + d\mathbf{X}(t_i) \quad (4.4.4)$$

4.4.2 方程线性化

将方程(4.4.4)代入方程(4.1.1)可得

$$Y(t_i) = H[\mathbf{X}^0(t_i) + d\mathbf{X}(t_i)] - \lambda \cdot \Delta N + \varepsilon(t_i) \quad (4.4.5)$$

在待估初值 $\mathbf{X}^0(t_i)$ 处进行泰勒展开至二阶项可得

$$Y(t_i) = H(\mathbf{X}^0(t_i)) + H'(\mathbf{X}^0(t_i))d\mathbf{X}(t_i) + \mathbf{V} - \lambda \cdot \Delta N + \varepsilon(t_i) \quad (4.4.6)$$

写成误差方程为

$$\mathbf{V} = \mathbf{G} \cdot d\mathbf{X}(t_i) - \mathbf{L} \quad (4.4.7)$$

其中 \mathbf{V} 称为残差项, \mathbf{G} 为改正数系数矩阵, \mathbf{L} 称为自由项

$$\mathbf{L} = Y(t_i) - H(\mathbf{X}^0(t_i)) - \varepsilon(t_i) + \lambda \cdot \Delta N \quad (4.4.8)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{G}_2 \\ \mathbf{G}_3 \\ \mathbf{G}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & & & & & \\ & \mathbf{G}_{12} & & & & \\ & & & \mathbf{G}_{13} & & \\ & & & & \mathbf{G}_2 & \\ & & & & & \mathbf{G}_3 \\ & & & & & & \mathbf{G}_4 \end{bmatrix}_{85 \times 19} \quad (4.4.9)$$

其中, $\mathbf{G}_{11}, \mathbf{G}_{12}, \mathbf{G}_{13}$ 表示 GPS 星内载波单差对应的系数矩阵; \mathbf{G}_2 表示 GPS 星间载波单差对应的系数矩阵; \mathbf{G}_3 表示类 GPS 伪距对应的系数矩阵; \mathbf{G}_4 表示类 GPS 载波单差对应的系数矩阵, 分别如下

$$\mathbf{G}_{11}(t_i) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial \psi_1} & \frac{\partial h_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_1}{\partial \varphi_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial h_{15}}{\partial \psi_1} & \frac{\partial h_{15}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{15}}{\partial \varphi_1} \end{bmatrix}_{15 \times 3} \quad (t_i), \quad \mathbf{G}_{12}(t_i) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{16}}{\partial \psi_2} & \frac{\partial h_{16}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_{16}}{\partial \varphi_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial h_{30}}{\partial \psi_2} & \frac{\partial h_{30}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_{30}}{\partial \varphi_2} \end{bmatrix}_{15 \times 3} \quad (t_i), \quad \mathbf{G}_{13}(t_i) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{31}}{\partial \psi_3} & \frac{\partial h_{31}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial h_{31}}{\partial \varphi_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial h_{45}}{\partial \psi_3} & \frac{\partial h_{45}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial h_{45}}{\partial \varphi_3} \end{bmatrix}_{15 \times 3} \quad (t_i)$$

$$\mathbf{G}_4(t_i) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{74}}{\partial \psi_1} & \frac{\partial h_{74}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{74}}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial h_{74}}{\partial \psi_2} & \frac{\partial h_{74}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_{74}}{\partial \varphi_2} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_{74}}{\partial x_{12}} & \frac{\partial h_{74}}{\partial y_{12}} & \frac{\partial h_{74}}{\partial z_{12}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial h_{76}}{\partial \psi_1} & \frac{\partial h_{76}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{76}}{\partial \varphi_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_{76}}{\partial \psi_3} & \frac{\partial h_{76}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial h_{76}}{\partial \varphi_3} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_{76}}{\partial x_{13}} & \frac{\partial h_{76}}{\partial y_{13}} & \frac{\partial h_{76}}{\partial z_{13}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial h_{78}}{\partial \psi_1} & \frac{\partial h_{78}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{78}}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial h_{78}}{\partial \psi_2} & \frac{\partial h_{78}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_{78}}{\partial \varphi_2} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_{78}}{\partial x_{12}} & \frac{\partial h_{78}}{\partial y_{12}} & \frac{\partial h_{78}}{\partial z_{12}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial h_{80}}{\partial \psi_1} & \frac{\partial h_{80}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{80}}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial h_{80}}{\partial \psi_2} & \frac{\partial h_{80}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_{80}}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial h_{80}}{\partial \psi_3} & \frac{\partial h_{80}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial h_{80}}{\partial \varphi_3} & \frac{\partial h_{80}}{\partial x_{12}} & \frac{\partial h_{80}}{\partial y_{12}} & \frac{\partial h_{80}}{\partial z_{12}} & \frac{\partial h_{80}}{\partial x_{13}} & \frac{\partial h_{80}}{\partial y_{13}} & \frac{\partial h_{80}}{\partial z_{13}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial h_{82}}{\partial \psi_1} & \frac{\partial h_{82}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{82}}{\partial \varphi_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_{82}}{\partial \psi_3} & \frac{\partial h_{82}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial h_{82}}{\partial \varphi_3} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_{82}}{\partial x_{13}} & \frac{\partial h_{82}}{\partial y_{13}} & \frac{\partial h_{82}}{\partial z_{13}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial h_{84}}{\partial \psi_1} & \frac{\partial h_{84}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{84}}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial h_{84}}{\partial \psi_2} & \frac{\partial h_{84}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_{84}}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial h_{84}}{\partial \psi_3} & \frac{\partial h_{84}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial h_{84}}{\partial \varphi_3} & \frac{\partial h_{84}}{\partial x_{12}} & \frac{\partial h_{84}}{\partial y_{12}} & \frac{\partial h_{84}}{\partial z_{12}} & \frac{\partial h_{84}}{\partial x_{13}} & \frac{\partial h_{84}}{\partial y_{13}} & \frac{\partial h_{84}}{\partial z_{13}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (t_i)$$

4.4.3 Bayes 最小二乘解算及精度分析

具体状态参数的解算根据 Bayes 最小二乘法得

$$d\mathbf{X}(t_i) = (\mathbf{G}^T \mathbf{P} \mathbf{G} + \mathbf{P}_0^{-1})^{-1} (\mathbf{G}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{L} + \mathbf{P}_0^{-1} (\bar{\mathbf{X}}(t_i) - \mathbf{X}_0(t_i))) \quad (4.4.10)$$

其中, $\mathbf{X}_0(t_i)$ 为状态参数先验值, 包括卫星间相对距离的先验值和 GPS 接收机钟差之差先验值, 姿态和类 GPS 钟差之差先验值取为 0; \mathbf{P}_0 为先验信息权矩阵, 它们分别为

$$\mathbf{X}_0(t_i) = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, x_{12}^0(t_i), y_{12}^0(t_i), z_{12}^0(t_i), x_{13}^0(t_i), y_{13}^0(t_i), z_{13}^0(t_i), \Delta \tau_{12}^{0G}(t_i), \Delta \tau_{13}^{0G}(t_i), 0, 0]_{19 \times 1}^T$$

$$\mathbf{P}_0 = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & \mathbf{P}_{r_i} & & \\ & & & \\ & & & 0 \end{bmatrix}_{19 \times 19}$$

与伪距单点定位解算的精度估计类似, 令

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{G}^T \mathbf{P} \mathbf{G} + \mathbf{P}_0^{-1})^{-1} \quad (4.4.11)$$

单位权中误差可由下式计算

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{(d\mathbf{X}(t_i))^T \mathbf{P}_0 d\mathbf{X}(t_i) + \mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{n - t}} \quad (4.4.12)$$

其中, n 为观测方程个数; t 为具有先验信息的参数个数

各状态参数解算精度由下式估计

$$\sigma_i = \sigma_0 \cdot \sqrt{q_{ii}} \quad (4.4.13)$$

其中, σ_i 为第 i 个参数的中误差; σ_0 为单位权中误差; q_{ii} 为 \mathbf{Q} 矩阵对角线的第 i 个元素。

§ 4.5 整周模糊度问题

方程(4.1.1)中包括 67 个模糊度参数 (45 个 GPS 星内载波单差模糊度、10 个 GPS 星间载波单差模糊度和 12 个类 GPS 载波单差模糊度)。其中 GPS 星内单差模糊度属于单星定姿模糊度问题, 初始化方法见 2.4.2 节; 下面讨论类 GPS 载波单差模糊度和 GPS 星间载波单差模糊度的初始化。

4.5.1 类 GPS 载波单差模糊度

类 GPS 载波单差模糊度初始化方法简介如下: 对三星编队飞行的星座而言, 类 GPS 测量可以构成了一个完备的自主状态测量系统, 在无何外界信息的情况下, 可独立自主的高精度整体确定编队星座的相对状态参数 (包括星间相对距离、卫星相对姿态——星体坐标系转到编队坐标系的欧拉角)。文献[30]中使用类 GPS 载波单差观测值进行相对状态确定, 在卫星相对姿态角机动范围为 1 弧度时, 只需联合 4 个观测时刻, 即可准确的确定出类 GPS 载波单差模糊度, 因为该方法不属于本人研究成果, 且受篇幅所限, 在此不详细叙述。下面重点介绍 GPS 星间载波单差模糊度的初始化方法。

4.5.2 GPS 星间载波单差模糊度

GPS 星间载波单差的基线较长, 为公里级, 导致其模糊度空间极度庞大, 只利用 GPS 观测信息难以快速、准确地将其模糊度解算出来。一种有效的手段是加入类 GPS 观测信息, 其高精度的星间相对测距信息, 对星间公里级的基线形成厘米级的约束, 极大的压缩了其模糊度的搜索空间^[31]。在此基础上, 无需卫星姿态机动 (卫星体坐标系的 z_b 轴保持对地定向, x_b 轴保持于轨道方向一致), 以 GPS 伪距单点定位和 GPS 星内载波单差定姿所得的星间相对位置和卫星姿态为先验信息, 联合多个观测时刻的 GPS 星间载波单差和类 GPS 伪距观测信息, 利用 Bayes 最小二乘法可快速、准确的将其模糊度解算出来。

由方程(4.1.1)可得联合 t_n 个观测时刻的 GPS 星间载波单差和类 GPS 伪距观测方程为

$$\begin{bmatrix} \Delta\phi_{m_1,m_1}^{Gk}(t_1) \\ \vdots \\ \rho_{ij}^{Fk}(t_1) \\ \vdots \\ \Delta\phi_{m_1,m_1}^{Gk}(t_n) \\ \vdots \\ \rho_{ij}^{Fk}(t_n) \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{46}(t_1) \\ \vdots \\ h_{56}(t_1) \\ \vdots \\ h_{46}(t_n) \\ \vdots \\ h_{56}(t_n) \\ \vdots \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda^G \cdot \Delta N_{m_1,m_1}^{Gk} \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \lambda^G \cdot \Delta N_{m_1,m_1}^{Gk} \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{m_1,m_1}^{Gk}(t_1) \\ \vdots \\ \varepsilon_{ij}^{Fk}(t_1) \\ \vdots \\ \Delta\varepsilon_{m_1,m_1}^{Gk}(t_n) \\ \vdots \\ \varepsilon_{ij}^{Fk}(t_n) \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{4.5.1}$$

则：方程(4.5.1)有 $28 \times t_n$ 个观测方程，包括 $10 \times t_n$ 个 GPS 星间载波单差、 $18 \times t_n$ 个类 GPS 伪距；则基本观测量和观测方程的关系矩阵 \mathbf{A}_N 、权重系数阵 \mathbf{P}_{WN} 为

$$\mathbf{A}_N = \begin{bmatrix} A_{\Delta\phi_{mm}^G} & & & & \\ & A_{\rho^F} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & A_{\Delta\phi_{mm}^G} & \\ & & & & A_{\rho^F} \end{bmatrix}_{28t_n \times 78t_n}, \quad \mathbf{P}_{WN} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{w\phi^G} & & & & \\ & \mathbf{P}_{w\rho^F} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \mathbf{P}_{w\phi^G} & \\ & & & & \mathbf{P}_{w\rho^F} \end{bmatrix}_{78t_n \times 78t_n}$$

待估参数个数为 $19 \times t_n + 10$ ，包括 $19 \times t_n$ 个编队星座状态参数、10 个 GPS 星间载波单差模糊度，矩阵表示为

$$\mathbf{X} = [\psi_1(t_1), \theta_1(t_1), \varphi_1(t_1), \psi_2(t_1), \theta_2(t_1), \varphi_2(t_1), \psi_3(t_1), \theta_3(t_1), \varphi_3(t_1), x_{12}(t_1), y_{12}(t_1), z_{12}(t_1), x_{13}(t_1), y_{13}(t_1), z_{13}(t_1), \Delta\tau_{12}^G(t_1), \Delta\tau_{13}^G(t_1), \tau_{12}^F(t_1), \tau_{13}^F(t_1), \dots, \psi_1(t_n), \theta_1(t_n), \varphi_1(t_n), \psi_2(t_n), \theta_2(t_n), \varphi_2(t_n), \psi_3(t_n), \theta_3(t_n), \varphi_3(t_n), x_{12}(t_n), y_{12}(t_n), z_{12}(t_n), x_{13}(t_n), y_{13}(t_n), z_{13}(t_n), \Delta\tau_{12}^G(t_n), \Delta\tau_{13}^G(t_n), \tau_{12}^F(t_n), \tau_{13}^F(t_n), \Delta N_{12}^{G1}, \Delta N_{12}^{G2}, \Delta N_{12}^{G3}, \Delta N_{12}^{G4}, \Delta N_{12}^{G5}, \Delta N_{13}^{G1}, \Delta N_{13}^{G2}, \Delta N_{13}^{G3}, \Delta N_{13}^{G4}, \Delta N_{13}^{G5}]_{(19t_n+10) \times 1}^T$$

待估参数改正数为：

$$\begin{aligned} d\mathbf{X} = & [d\psi_1(t_1), d\theta_1(t_1), d\varphi_1(t_1), d\psi_2(t_1), d\theta_2(t_1), d\varphi_2(t_1), d\psi_3(t_1), d\theta_3(t_1), d\varphi_3(t_1), dx_{12}(t_1), dy_{12}(t_1), dz_{12}(t_1), \\ & dx_{13}(t_1), dy_{13}(t_1), dz_{13}(t_1), d\Delta\tau_{12}^G(t_1), d\Delta\tau_{13}^G(t_1), d\tau_{12}^F(t_1), d\tau_{13}^F(t_1), \dots, \\ & d\psi_1(t_n), d\theta_1(t_n), d\varphi_1(t_n), d\psi_2(t_n), d\theta_2(t_n), d\varphi_2(t_n), d\psi_3(t_n), d\theta_3(t_n), d\varphi_3(t_n), dx_{12}(t_n), dy_{12}(t_n), dz_{12}(t_n), \\ & dx_{13}(t_n), dy_{13}(t_n), dz_{13}(t_n), d\Delta\tau_{12}^G(t_n), d\Delta\tau_{13}^G(t_n), d\tau_{12}^F(t_n), d\tau_{13}^F(t_n), \\ & d\Delta N_{12}^{G1}, d\Delta N_{12}^{G2}, d\Delta N_{12}^{G3}, d\Delta N_{12}^{G4}, d\Delta N_{12}^{G5}, d\Delta N_{13}^{G1}, d\Delta N_{13}^{G2}, d\Delta N_{13}^{G3}, d\Delta N_{13}^{G4}, d\Delta N_{13}^{G5}]_{(19t_n+10) \times 1}^T \end{aligned}$$

将方程(4.5.1)线性化得误差方程

$$\mathbf{V}_N = \mathbf{G}_N \cdot d\mathbf{X} - \mathbf{L}_N \tag{4.5.2}$$

其中，残差项 \mathbf{V}_N 、自由项 \mathbf{L}_N 和方程(4.4.7)中的残差项和自由项类似；系数矩阵 \mathbf{G}_N 为

$$\mathbf{G}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_2(t_1) & & & & -\lambda \\ \mathbf{G}_3(t_1) & & & & 0 \\ & \mathbf{G}_2(t_2) & & & -\lambda \\ & \mathbf{G}_3(t_2) & & & 0 \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & \mathbf{G}_2(t_n) & -\lambda \\ & & & \mathbf{G}_3(t_n) & 0 \end{bmatrix}_{28t_n \times (19t_n + 10)} \quad (4.5.3)$$

其中, λ 表示 GPS 星间载波单差模糊度的系数阵

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda^G & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda^G \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

利用 Bayes 最小二乘法进行解算可得

$$d\mathbf{X} = (\mathbf{G}_N^T \mathbf{P}_N \mathbf{G}_N + \mathbf{P}_{N0}^{-1})^{-1} (\mathbf{G}_N^T \mathbf{P}_N^{-1} \mathbf{L}_N + \mathbf{P}_{N0}^{-1} (\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{X}_0)) \quad (4.5.4)$$

其中, \mathbf{P}_N 为相应的观测值权矩阵, 可表示为

$$\mathbf{P}_N = \mathbf{A}_N \cdot \mathbf{P}_{WN} \cdot \mathbf{A}_N^T$$

\mathbf{X}_0 为先验值, 包括 GPS 伪距单点定位得到的卫星间相对位置、GPS 接收机钟差之差先验值、GPS 星内载波单差定姿得到的卫星姿态先验值, 类 GPS 接收机钟差之差和模糊度的先验值取为 0; \mathbf{P}_{N0} 为相应的先验权矩阵。

协方差矩阵为

$$\mathbf{Q}_N = (\mathbf{G}_N^T \mathbf{P}_N \mathbf{G}_N + \mathbf{P}_{N0}^{-1})^{-1} \quad (4.5.5)$$

则单位权中误差可由下式计算

$$\sigma_{N0} = \sqrt{\frac{(d\mathbf{X}^T \mathbf{P}_{N0} d\mathbf{X} + \mathbf{V}_N^T \mathbf{P}_N \mathbf{V}_N)}{28t_n - 17t_n}} \quad (4.5.6)$$

各模糊度解算精度由下式估计

$$\sigma_{Ni} = \sigma_{N0} \cdot \sqrt{q_{(28t_n+i), (28t_n+i)}} \quad (4.5.7)$$

其中, σ_{Ni} 为第 i 个模糊度的中误差; $q_{(28t_n+i), (28t_n+i)}$ 为 \mathbf{Q}_N 矩阵对角线的第 $28t_n + i$ 个元素。

星间单差模糊度均方差 σ_N 为各模糊度中误差的平均

$$\sigma_N = \frac{1}{10} \sum_{i=1, \dots, 10} \sigma_{Ni} \quad (4.5.8)$$

§ 4.6 小结

本章建立了联合 GPS 星内、星间载波单差和类 GPS 伪距、类 GPS 载波单差进行编队星座状态整体解算的数学模型；分析了观测数据间的相关性，并建立了其权矩阵；利用 GPS 伪距单点定位得到的相对位置先验信息，采用 Bayes 最小二乘进行状态解算；利用类 GPS 测量提供的高精度伪距信息，对星间公里级基线形成厘米级约束，联合多个观测时刻的 GPS 星间载波单差和类 GPS 伪距，采用 Bayes 最小二乘完成了 GPS 星间载波单差模糊度的解算。

第五章 仿真算例

本章建立了空间圆三星编队星座，分别对 GPS 星内载波单差模糊度的初始化算法和 GPS 星间载波单差模糊度的初始化算法进行了数学仿真；在完成模糊度初始化后，进行了联合 GPS 和类 GPS 进行编队星座状态整体确定的数学模型的仿真解算。

§ 5.1 仿真场景

采用软件 Fortran Power Station^{[34][35]}、Matlab^[36]和 STK(Satellite Tool Kit)进行数学仿真。在进行数学仿真时，建立了空间圆三星编队星座，三颗伴随卫星间的相对距离 $d = 1000m$ ，并按等分角度分布在半径为 $r = 577.3m$ 的圆周上，各卫星的轨道根数如表 5.1 所示。

表 5.1 空间圆编队伴星轨道根数

| | a (km) | $e(10^{-5})$ | $i(^{\circ})$ | $\varpi(^{\circ})$ | $\Omega(^{\circ})$ | $M(^{\circ})$ |
|-----|----------|--------------|---------------|--------------------|--------------------|---------------|
| 卫星1 | 7400.0 | 3.90 | 30.003871 | 270.000000 | 100.000000 | -180.000000 |
| 卫星2 | 7400.0 | 3.90 | 29.998064 | 149.994920 | 99.993295 | -59.989112 |
| 卫星3 | 7400.0 | 3.90 | 29.998064 | 30.005080 | 100.006706 | 59.989112 |

从卫星经过上中天时刻开始的一周内（因为卫星间距较小，故认为不同卫星的星下点轨迹重合），编队星座的星下点轨迹如图 5.1 所示：因为轨道倾角 $i = 30^{\circ}$ ，故其轨迹在纬度带 $(-30^{\circ}, 30^{\circ})$ 之间变化。

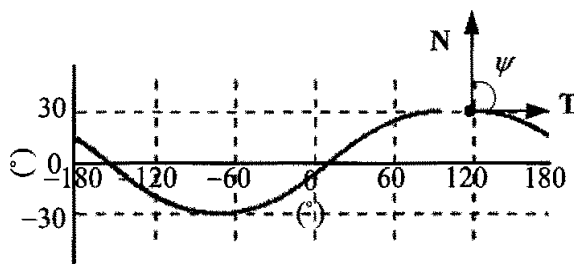


图 5.1 编队星座星下点轨迹

卫星对地定向，星体坐标系的 z_b 轴与当地水平坐标系的 z_l 重合，则卫星滚动角 θ 和俯仰角 ϕ 一直保持为 0° ，卫星纵轴 x_b 沿轨道方向，故卫星偏航角 ψ 即为星下点轨迹的切线方

向 T 与北向 N 的夹角, 其变化规律如图 5.2 所示。

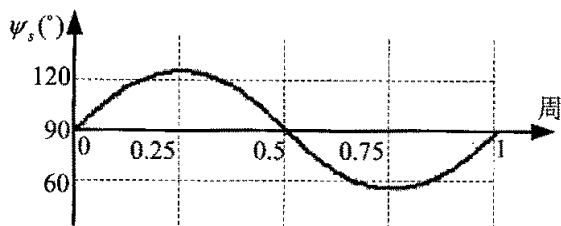


图 5.2 卫星姿态 ψ 变化规律

模拟了编队星座同时可观测的 5 颗 GPS 卫星, 其轨道根数^[38]如表 5.2 所示:

表 5.2 编队星座同时可观测的 GPS 卫星的轨道根数

| | a (km) | $e(10^{-5})$ | $i(^{\circ})$ | $\omega(^{\circ})$ | $\Omega(^{\circ})$ | $M(^{\circ})$ |
|----------|----------|--------------|---------------|--------------------|--------------------|---------------|
| GPS 卫星 1 | 27434.5 | 3.99 | 53.669 | 77.843 | 192.832 | 3.140 |
| GPS 卫星 2 | 26573.4 | 16.20 | 56.415 | 265.42 | 10.090 | 269.747 |
| GPS 卫星 3 | 26560.4 | 4.30 | 53.566 | 43.608 | 182.781 | 27.991 |
| GPS 卫星 4 | 26560.8 | 6.17 | 53.738 | 238.784 | 245.816 | 109.453 |
| GPS 卫星 5 | 26559.5 | 5.39 | 56.213 | 11.769 | 7.215 | 286.770 |

由图 4.1 可知, GPS 天线在星体坐标系中的位置矢量 \mathbf{a}_i^G ($i=1,2,3,4$) 为: $\mathbf{a}_1^G=[0.5 \ 0.5 \ 0.5]^T$ 、 $\mathbf{a}_2^G=[0.5 \ -0.5 \ -0.5]^T$ 、 $\mathbf{a}_3^G=[-0.5 \ 0.5 \ -0.5]^T$ 、 $\mathbf{a}_4^G=[-0.5 \ -0.5 \ -0.5]^T$; 类 GPS 接收天线在类 GPS 天线安装坐标系中的位置矢量 \mathbf{a}_i^F ($i=1,2,3$) 分别为: $\mathbf{a}_1^F=[0.5 \ 0.5 \ 0.5]^T$ 、 $\mathbf{a}_2^F=[0.5 \ 0.5 \ -0.5]^T$ 、 $\mathbf{a}_3^F=[0.5 \ -0.5 \ -0.5]^T$; 类 GPS 发射天线在类 GPS 天线安装坐标系中的位置矢量 \mathbf{t}^F 为: $\mathbf{t}^F=[0.5 \ -0.5 \ 0.5]^T$ 。

为了获得较好的测量性能, 在联合解算的数据采样开始时刻, 让卫星的类 GPS 接收天线保持为标称阵列结构, 此时已经完成卫星星内模糊度解算, 卫星姿态无需机动, 故能保证一段时间内, 类 GPS 天线间具有较好共视性。取卫星经过上中天时刻为开始时刻, 此时类 GPS 天线的相对姿态角如表 3.2 所示, 类 GPS 天线的绝对姿态角如表 3.3 所示。因此在联合解算的数据采样开始时刻, 编队星座的整体状况如图 5.3 所示

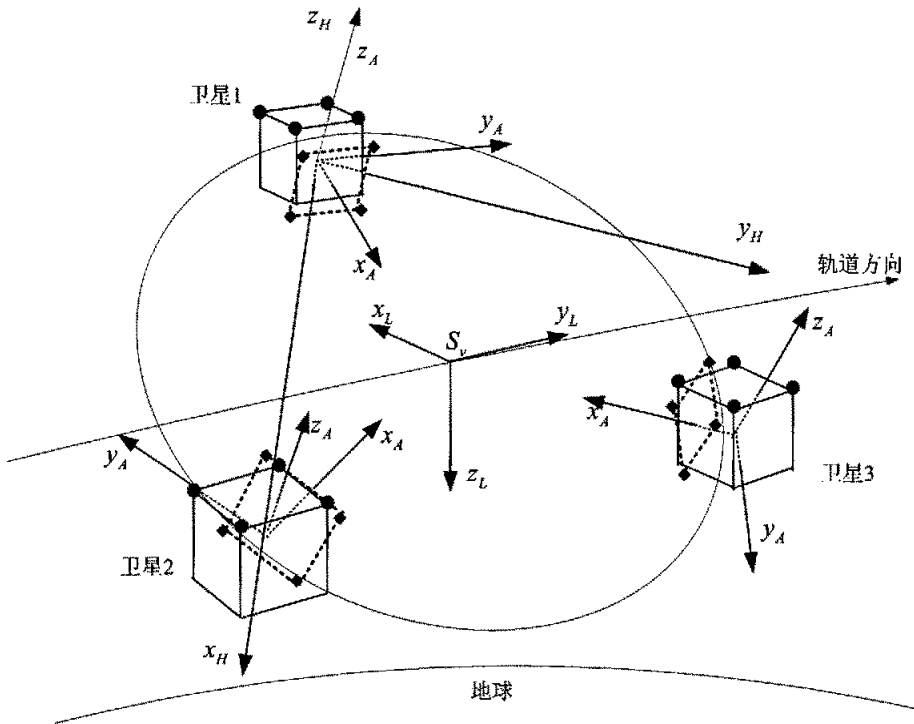


图 5.3 联合解算数据采样开始时刻，编队星座整体状况图

§ 5.2 观测数据仿真

在数学仿真中，基本观测量 \bar{R} 可表示为

$$\bar{R} = R + \text{random}(x) \cdot v \quad (5.2.1)$$

其中， R 为 \bar{R} 所要表示的真实距离； $\text{random}(x)$ 表示一个服从正态分布的随机数； v 代表影响基本观测的误差项。不同基本观测量所考虑的误差项不同，下面分别进行介绍。

1. GPS 伪距观测值

GPS 伪距观测误差项^[37]从以下几个方面考虑，如表 5.3 所示

表 5.3 GPS 伪距观测值误差源及其影响

| | 误差源 | 影响 (m) |
|------|-----------|--------|
| 卫星部分 | 星历误差与模型误差 | 4.2 |
| | 钟差与稳定性 | 3.0 |
| | 卫星摄动 | 1.0 |
| | 相位不确定性 | 0.5 |
| | 其它 | 0.9 |
| 信号传播 | 电离层折射 | 10.0 |
| | 对流层折射 | 2.0 |
| | 多路径效应 | 1.2 |
| | 其它 | 0.5 |
| 信号接收 | 接收机噪声 | 7.5 |
| | 其它 | 0.5 |

由上表可得到 GPS 伪距观测值协方差 $(\sigma_p^G)^2 = 1.90 \times 10^2 m$ 。

2. GPS 载波相位观测值

GPS 载波相位观测值误差项^[37]从以下几个方面考虑, 如表 5.4 所示

表 5.4 GPS 载波相位观测值误差源及其影响

| 误差源 | 影响 ($10^{-3} m$) |
|--------------|--------------------|
| 接收天线载波相位测量噪声 | 2 |
| 天线相位中心误差 | 5 |
| 多路径效应误差 | 5 |

由上表可得到 GPS 载波相位观测值协方差 $(\sigma_p^G)^2 = 5.4 \times 10^{-5} m$ 。

3. 类 GPS 伪距观测值和类 GPS 载波相位观测值

认为类 GPS 伪距观测值误差项为 $1 \times 10^{-2} m$, 故其协方差 $(\sigma_p^F)^2 = 1 \times 10^{-4} m$; 认为类 GPS 载波相位观测值误差项为 $1 \times 10^{-5} m$, 协方差 $(\sigma_p^F)^2 = 1 \times 10^{-10} m$ 。

§ 5.3 GPS 星内载波单差模糊度仿真结果

在进行 GPS 星间载波单差模糊度初始化时, 利用了 GPS 星内载波单差进行单星定姿提

供的卫星姿态先验信息, 因此首先要进行的是 GPS 星内载波单差模糊度的初始化, 按照 2.4.2 节的内容, 基于运动的方法进行进行其的模糊度初始化, 若使用简单有规律的卫星姿态机动方法 (如绕单轴均匀旋转), 得到的 GPS 星内载波单差模糊度的均方差 σ_{N_s} 非常差, 因此本文采用卫星在一定范围内进行姿态随机机动, 以强化解算方程的结构性, 提高解算精度。相邻观测时刻的姿态偏差取为 $[-1^\circ, 1^\circ]$ 范围内均匀分布的随机数。

数据采样间隔为 $10s$, 在观测时刻总数 t_n 分别为 10、15、20、30 的情况下, 卫星绕三轴随机旋转, GPS 星内载波单差模糊度的均方差 σ_{N_s} 解算结果如图 5.4-a~图 5.4-d 所示

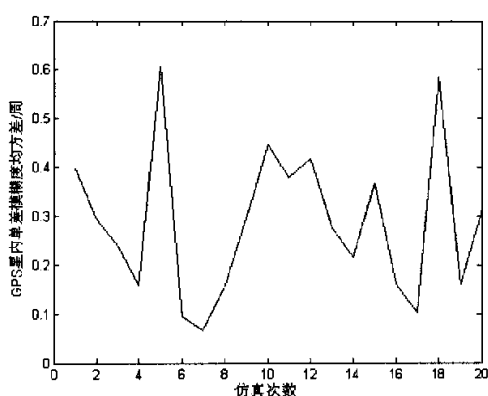


图 5.4-a $t_n = 10$ 时, σ_{N_s} 解算结果

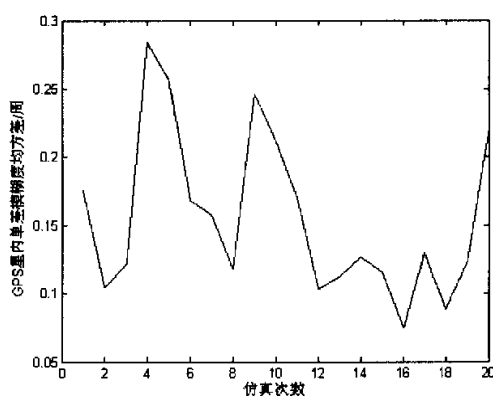


图 5.4-b $t_n = 15$ 时, σ_{N_s} 解算结果

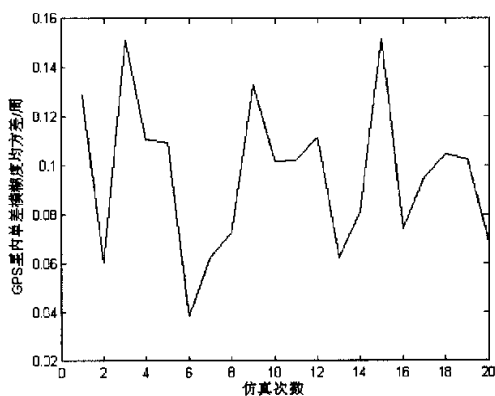


图 5.4-c $t_n = 20$ 时, σ_{N_s} 解算结果

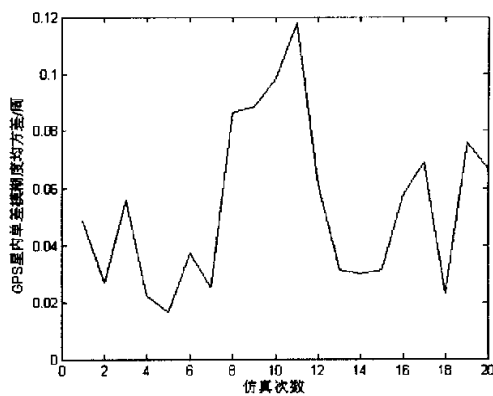


图 5.4-d $t_n = 30$ 时, σ_{N_s} 解算结果

一般在基线矢量不长 ($<15km$) 的情况下, 当解算出来的模糊度实数解在真实整周模糊度的 0.1 周邻域内, 则认为得到的模糊度实数解可取整作为模糊度的整数解^[39]。从图 5.4-a~图 5.4-d 可看出:

$t_n = 10$ 时, σ_{Ns} 的解算值分布在 $[0.1, 0.6]$ 范围内, $\sigma_{Ns} < 0.1$ 周的概率几乎为零, 模糊度初始化不成功;

$t_n = 15$ 时, σ_{Ns} 的解算值分布在 $[0.1, 0.3]$ 范围内, 精度优于 $t_n = 10$ 时 σ_{Ns} 的精度, 但 $\sigma_{Ns} < 0.1$ 周的概率依然很低, 结果很差。

$t_n = 20$ 时, σ_{Ns} 的解算值分布在 $[0.04, 0.15]$ 范围内, $\sigma_{Ns} < 0.1$ 周的概率为 50%, 虽然能完成模糊度的初始化, 但稳定性不够。

$t_n = 30$ 时, σ_{Ns} 的解算值大多在 $[0.02, 0.07]$ 范围内, $\sigma_{Ns} < 0.1$ 周的概率为 95%, 能较好的完成模糊度初始化。

综上所述, 可得出结论:

1. GPS 星内单差模糊度均方差 σ_{Ns} 随 t_n 增加呈下降趋势。
2. 认为 $t_n \geq 30$ 时, 即采样总时间 $t \geq 300s$ 时, 认为 GPS 星内单差模糊度模糊度能解算成功。

§ 5.4 GPS 星间载波单差模糊度仿真结果

完成了 GPS 星内载波单差模糊度初始化后, 根据方程(4.5.1), 在卫星姿态无需机动(卫星体坐标系 z_b 轴保持对地定向, x_b 轴和轨道方向保持一致)的情况下, 联合 t_n 个观测时刻进行 GPS 星间载波单差模糊度解算。

仿真过程中, 采样间隔取为 $10s$, 在 t_n 分别为 10、15、20 的情况下, 各进行了 20 次仿真解算, GPS 星间载波单差模糊度均方差 σ_N 的解算结果如图 5.5-a~图 5.5-c 所示。

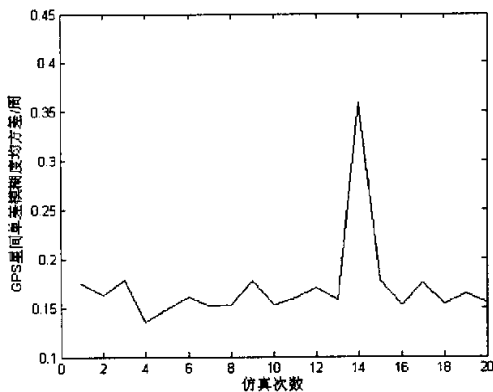


图 5.5-a $t_n = 10$ 时, σ_N 解算结果

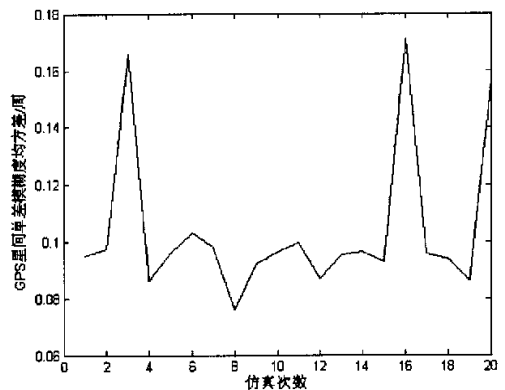
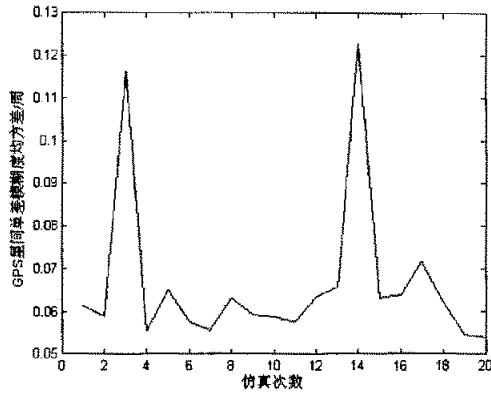


图 5.5-b $t_n = 15$ 时, σ_N 解算结果

图 5.5-c $t_n = 20$ 时, σ_N 解算结果

从图 5.5-a~图 5.5-c 可看出:

$t_n = 10$ 时, $\sigma_N < 0.1$ 周的概率为几乎为零, 结果很差;

$t_n = 15$ 时, $\sigma_N < 0.1$ 周的概率为 80%, 但 $\sigma_N < 0.1$ 周时, σ_N 大多在 $[0.08, 0.1]$ 范围内, 很接近 0.1 周, 精度不够;

$t_n = 20$ 时, $\sigma_N < 0.1$ 周的概率为 90%, 且 $\sigma_N < 0.1$ 周时, σ_N 大多在 $[0.05, 0.07]$ 范围内, 远小于 0.1 周, 结果较好。

综上所述, 可得出结论:

1. 与 GPS 星间单差模糊度类似, 星间单差模糊度均方差 σ_N 随 t_n 增加呈下降趋势。
2. 认为 $t_n \geq 20$ 时, 即采样总时间 $t \geq 200s$ 时, 认为 GPS 星间单差模糊度模糊度能解算成功。

§ 5.5 卫星间相对位置和卫星姿态仿真结果

完成模糊度的初始化后, 根据方程(4.1.1)进行编队星座状态的整体确定, 进行了 50 次仿真解算, 从仿真结果可看出: 星间相对位置解算精度优于 $10^{-2} m$ 、卫星姿态解算精度优于 $10^{-5} rad$ 。

1. 星间相对位置仿真结果

图 5.6-a~图 5.6-c 给出了卫星 2 和卫星 1 间相对位置 \vec{r}_{12}^T 的解算中误差。

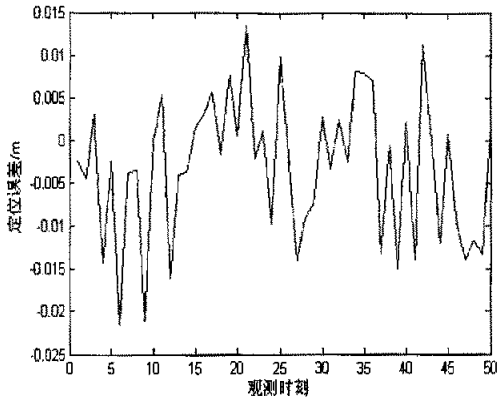


图 5.6-a x_{12} 解算中误差

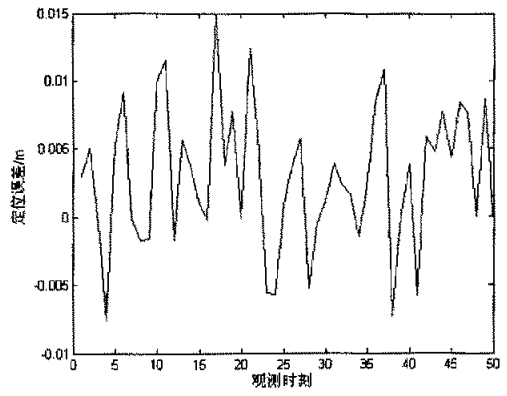


图 5.6-b y_{12} 解算中误差

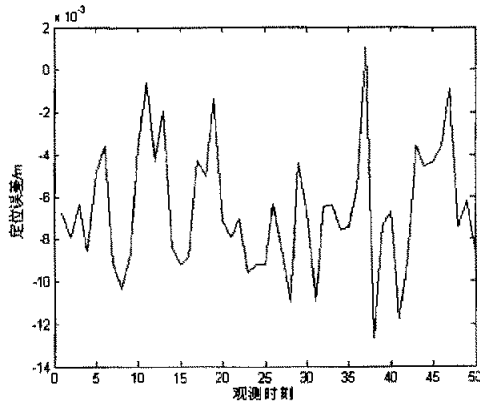


图 5.6-c z_{12} 解算中误差

图 5.7-a~图 5.7-c 给出了卫星 3 和卫星 1 间相对位置 r_{13}^{-1} 的解算中误差。

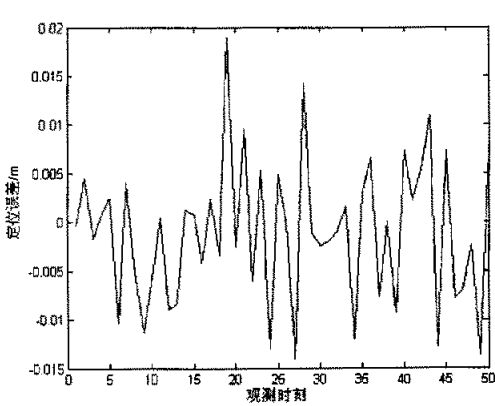


图 5.7-a x_{13} 解算中误差

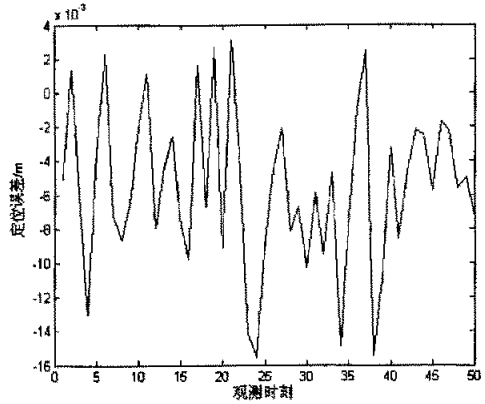
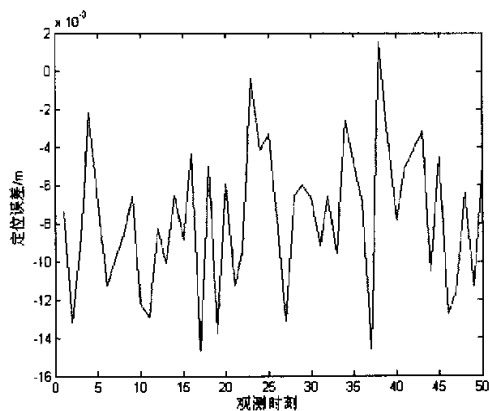


图 5.7-b y_{13} 解算中误差

图 5.7-c z_{13} 解算中误差

2. 卫星姿态仿真结果

图 5.8-a~图 5.8-c 给出了卫星 1 姿态的解算中误差。

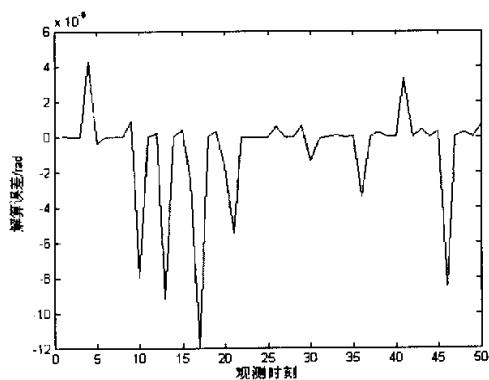
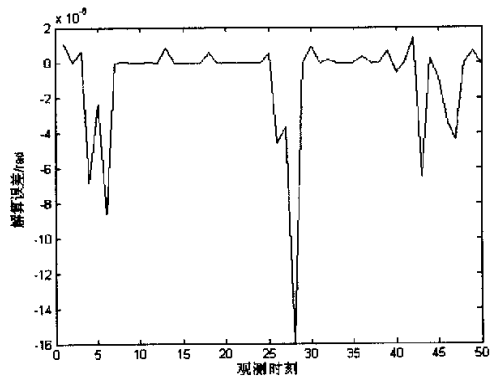
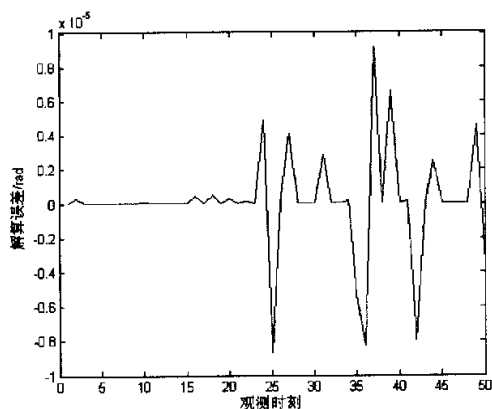
图 5.8-a ψ_1 解算中误差图 5.8-b θ_1 解算中误差图 5.8-c ϕ_1 解算中误差

图 5.9-a~图 5.9-c 给出了卫星 2 姿态的解算中误差。

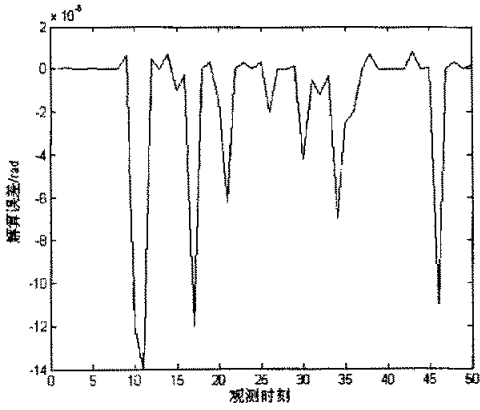


图 5.9-a ψ_2 解算中误差

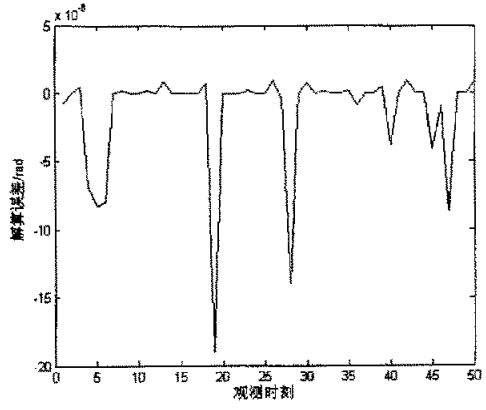


图 5.9-b θ_2 解算中误差

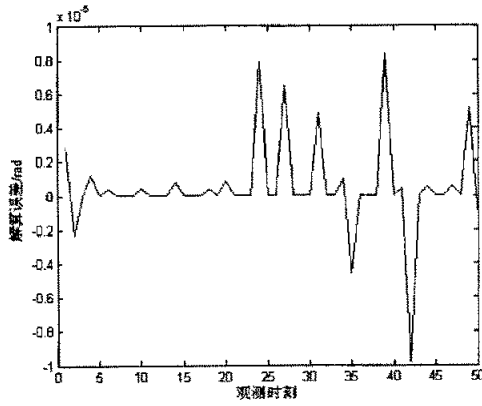


图 5.9-c ϕ_2 解算中误差

图 5.10-a~图 5.10-c 给出了卫星 3 姿态的解算中误差。

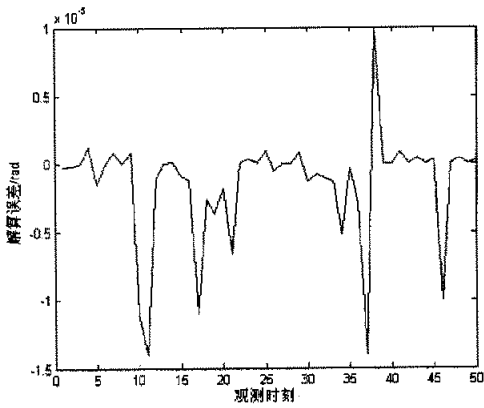


图 5.10-a ψ_3 解算中误差

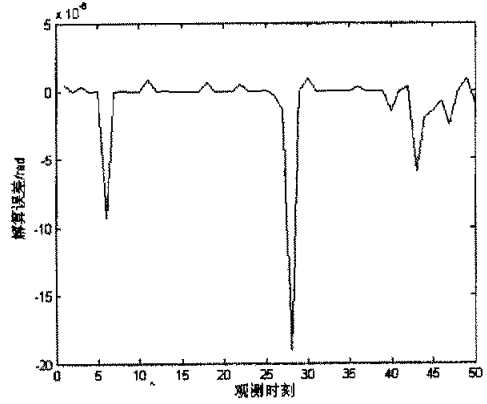
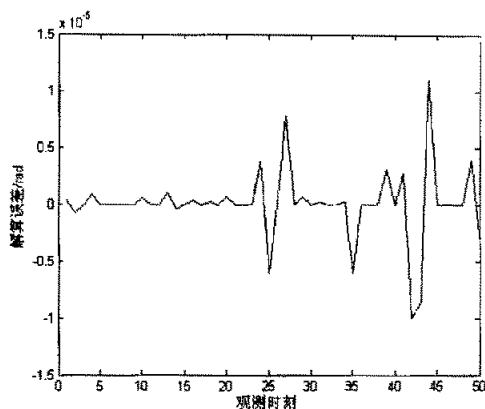


图 5.10-b θ_3 解算中误差

图 5.10-c ϕ_3 解算中误差

§ 5.6 小结

本章所进行的数学仿真结果归纳如下为：

1. 对于 GPS 星内单差模糊度初始化问题，基于运动的方法，采用卫星在一定范围内进行姿态随机机动，相邻观测时刻的姿态偏差取为 $[-1^\circ, 1^\circ]$ 范围内均匀分布的随机数，联合多个观测时刻利用最小二乘进行模糊度解算。仿真结果表明随采样总时间的增加，其模糊度解算均方差呈下降趋势；300s 内成功解算模糊度的概率为 95%。

2. 对于 GPS 星间单差模糊度初始化问题，卫星无需进行姿态机动，在 GPS 伪距单点定位和 GPS 星内载波单星定姿提供的相对位置和姿态的先验信息的基础上，利用类 GPS 测距信息对卫星间公里级的基线形成厘米级的约束，联合多个观测时刻的 GPS 载波差分 and 类 GPS 伪距，采用 Bayes 最小二乘法解决了其模糊度问题。数学仿真表明，随着采样总时间的增加，模糊度的解算均方差呈下降趋势；200s 内可成功解算模糊度的概率为 90%。

3. 利用 GPS 伪距单点定位提供的相对位置先验信息，联合 GPS 星内载波单差、GPS 星间载波单差、类 GPS 伪距和类 GPS 载波差分进行编队星座状态整体解算，数学仿真表明，星间相对位置解算精度优于 $10^{-2} m$ 、卫星姿态解算精度优于 $10^{-5} rad$ 。

第六章 结论与展望

卫星编队星座是二十世纪九十年代出现的一项新技术，它拓展了小卫星的应用领域，打破了传统航天器按硬件组合的观念，提出了按功能组合航天器的新概念，使未来的航天领域发生了革命性的变化，但这一技术的实现依赖于编队星座状态参数的精确确定，本文就是围绕这一编队星座的关键技术，研究利用 GPS 测量和类 GPS 测量进行编队星座状态确定。首先研究了 GPS 载波差分应用于编队星座状态确定的相关问题；接着介绍了类 GPS 测量的基本原理及观测量，讨论了类 GPS 天线安装方式对可进行类 GPS 测量时间段的影响；最后建立了联合 GPS 测量和类 GPS 测量进行编队星座状态整体确定的数学模型，并进行了数学仿真。本文取得成果具体如下：

1. 随着构成空间圆编队星座的卫星数目的增加，若要形成类 GPS 测量，类 GPS 天线所必需的最小张角逐渐增加。当卫星数目为 n 时，要求最小张角 $\beta \geq 90^\circ - 180^\circ / n$ 。因此在选择类 GPS 天线时，需要考虑编队卫星数对类 GPS 天线提出的要求。
2. 针对低轨空间圆编队飞行任务，分析了类 GPS 天线构成标称结构时的天线姿态。若类 GPS 天线固定安装，可共视时间段与构成星座的卫星数目成反比，当卫星数目为 n 时，可共视时间段占整个轨道周期的 $1/n$ 。因此存在着飞行任务的工作时间段选择问题；或者通过轨道设计，改变类 GPS 天线可共视时间段在一轨周期内的分布，使其在飞行任务的工作时间段内可共视。
3. 对于 GPS 星内单差模糊度初始化问题，基于运动的方法，采用卫星在一定范围内进行姿态随机机动，相邻观测时刻的姿态偏差取为 $[-1^\circ, 1^\circ]$ 范围内均匀分布的随机数，联合多个观测时刻利用最小二乘进行模糊度解算。仿真结果表明随采样总时间的增加，其模糊度解算均方差呈下降趋势；300s 内成功解算模糊度的概率为 95%。
4. 对于 GPS 星间单差模糊度初始化问题，卫星无需进行姿态机动，在 GPS 伪距单点定位和 GPS 星内载波单星定姿提供的相对位置和姿态的先验信息的基础上，利用类 GPS 测距信息对卫星间公里级的基线形成厘米级的约束，联合多个观测时刻的 GPS 载波差分 and 类 GPS 伪距，采用 Bayes 最小二乘法解决了其模糊度问题。数学仿真表明，随着采样总时间的增加，模糊度的解算均方差呈下降趋势；200s 内可

成功解算模糊度的概率为 90%。

5. 模糊度初始化完成后, 利用 GPS 伪距单点定位提供的相对位置先验信息, 联合 GPS 星内载波单差、GPS 星间载波单差、类 GPS 伪距和类 GPS 载波差分进行编队星座状态整体解算, 数学仿真表明, 星间相对位置解算精度优于 $10^{-2} m$ 、卫星姿态解算精度优于 $10^{-5} rad$ 。

本课题的研究虽然取得了一定的成果, 但是由于个人能力限制且时间紧迫, 再加上问题本身就是一个探索性的课题和缺乏足够的可借鉴的资料, 论文还存在许多未解决的问题, 这些问题在编队星座状态自主确定中是十分重要的。下面将列出一些需要进一步阐述的重要问题:

1. 文中只使用加权最小二乘法对编队星座的观测方程进行了解算, 没有进一步给出卡尔曼滤波的解算结果。在实际情况中, 卡尔曼滤波法更适合于工程实际, 因为它可以实时确定编队星座的相对状态。加权最小二乘法虽然精度较高, 但它是一种事后处理的方法, 只能在设计初始阶段用于理论分析, 不能用于实际的编队飞行中。
2. 文中只使用了编队卫星的观测方程, 并没有利用编队卫星的动力学方程。编队卫星之间是存在着一定的动力学约束的, 联合使用这些约束条件可提高编队星座相对状态的解算精度。同时利用高精度的测距信息, 也可确定出动力学方程中一些未建模的摄动力的大小, 提高动力学模型的精度。
3. 在进行 GPS 星内单差模糊度初始化时, 采用的机动方式是姿态角随机机动, 之所以采用这种方式是因为使用简单有规律的机动方法 (如绕单轴均匀旋转), 得到的均方差结果是非常差的。但这种无规律的运动在实际工程中是不易实现的, 因此需要在进一步研究中探索出一种姿态机动规律, 既能有利于工程的实现, 又能保证解算的精度。
4. 在整周模糊度问题中, 并没有讨论载波信号失锁或由于其它原因引起信号中断时的整周模糊度的重新初始化问题。此外本文没有对载波相位差分技术的另一核心问题——周跳的检测与修复进行研究。这两个问题在实际工程中是非常重要的
5. 当编队星座进行重构时, 编队构形和卫星数目可能会发生变化, 因此在进一步的研究中, 可开展如何进行编队星座重构时的状态确定。
6. 本文针对空间圆编队星座状态确定问题进行了研究, 其它不同的编队构形如: “钟摆 (Pendulum)” 编队构形、“车轮 (Cartwheel)” 编队构形等有其独特之处, 有必要对其开展相关的研究。

致 谢

经过一年多的努力，这篇硕士论文终于要画上一个句号了。这篇论文的顺利完成不仅是我个人努力的结果，而且是许多人共同劳动的结晶，如果没有他们的指导与帮助，它是不可能顺利完成。

首先，我要衷心的感谢我的导师王威副教授！王老师治学严谨，学识广博，平易近人，对各学科的认识极具前瞻性，令我由衷敬佩；在指导我完成课题与论文期间，从国内外资料的搜索整理到课题方案的提出；从开题报告到论文撰写；从重大难关的突破到细微错误的指正；从学术问题的讨论到生活点滴的问询；从科研能力的锻炼到人生价值观的熏陶等等，无不得到他的悉心指导。在整个课题及论文工作中，王老师倾注了大量的心血，在此对王老师再次致以深深的敬意！

其次要感谢郗晓宁教授！郗老师在航天领域深厚的理论功底和实践经验给予了我极大的帮助，她严谨求实的科学态度和勤奋刻苦的工作精神给了我深刻的印象。从郗老师身上，我不但学到了知识，学到了处理问题、解决问题的能力，更重要的是从她身上我学到了做人的道理，这些都是我终身的财富。

还要衷心感谢杏建军、高玉东、刘磊、李忠磊、胡利民和黄文德同学，他们在课题多次的问题讨论中，提出了许多宝贵意见和建议，并给予了我很大的帮助，在此表示深深的感谢。

最后要感谢的是我的家人，我硕士论文的顺利完成与他们的悉心照顾和默默鼓励是分不开的。

参考文献

- [1] 林来兴等. 微小卫星编队飞行组成虚拟卫星研究. 微小卫星编队飞行及应用论文集. 北京: 国家高技术航天领域专家委员会微小卫星技术组, 2000, pp.1-35
- [2] 王威. 编队飞行卫星及其状态测量. 现代小卫星星座技术与应用论文集. 国防科技大学航天与材料工程学院, 2001, pp.101-108
- [3] Frank H. Bauer, Kate Hartman, Jonathan P. How, John Bristow, David Weidow, and Franz Busse. Enabling Spacecraft Formation Flying through Spaceborne GPS and Enhanced Autonomy Technologies. ION GPS '99, 14-17 September 1999, Nashville, TN.
- [4] T. Corazzini, A. Robertson, J. C. Adams, A. Hassibi, and J. P. How. GPS sensing for spacecraft formation flying. Proc. of the ION GPS-97 Conference, (Kansas City, MO), Sept. 1997.
- [5] Olsen, E. A., C. Park, and J. P. How. 3D Formation Flight Using Differential Carrier-Phase GPS Sensors. Proc. of the ION GPS-98 Conf., September 1998.
- [6] Kenneth Lau, Stephen Lichten, Lawrence Young, Bruce Haines. AN INNOVATIVE DEEP SPACE APPLICATION OF GPS TECHNOLOGY FOR FORMATION FLYING SPACECRAFT. AIAA 96-3819, American Institute of Aeronautics and Astronautics GN&C Conference, July 1996.
- [7] G. Purcell, D. Kuang, S. Lichten, S. Wu and L. Young. Autonomous Formation Flyer Sensor Technology Development. Paper AAS 98-062, 21st Annual AAS Guidance and Control Conference, Breckenridge, CO, Feb. 1998.
- [8] Sien-Chong Wu and Da Kuang. Positioning with Autonomous Formation Flyer (AFF) on Space-Technology 3. ION GPS-99, 14-17 September 1999, Nashville, TN.
- [9] T. Corazzini and J. How. Onboard GPS Signal Augmentation for Spacecraft Formation Flying. presented at the ION- GPS Conference, Sept 1998.
- [10] T. Corazzini and J. How. Onboard Pseudolite Augmentation System for Relative Navigation. presented at the ION- GPS Conference, Sept 1999.
- [11] Eric A. Olsen, Chan-Woo Park, and Jonathan P. How. Carrier-phase Bias Initialization for Formation Flying Vehicles with Onboard Pseudolites. Proc. of the ION GPS '99 Conf., September 1999.
- [12] 黄维彬. 近代平差理论及其应用. 北京: 解放军出版社, 1992.
- [13] 张金槐. 线性模型参数估计及其改进. 国防科技大学出版社, 1992.
- [14] 张守信. GPS 卫星测量定位理论与应用. 国防科技大学出版社, 1996.

- [15] 王威, 郝晓宁, 许其凤. GPS 用于编队卫星星座的位置与姿态测量. 空间科学学报. Vol.22, No.2, pp.163-167.
- [16] 刘志俭. 初始对准技术及其组合技术研究 GPS 载波相位差分技术、捷联惯性导航系统, 博士论文, 国防科技大学, 2002.
- [17] Remondi, B.W., Performing Centimeter-level Surveys in Seconds with GPS Carrier Phase: Initial Results, Journal of The Institute of Navigation, Vol.32, No.4, Winter, 1985, pp.386-400.
- [18] Patrick Y.C. Hwang, GPS Navigation: Combining Pseudorange with Continuous Carrier Phase Using a Kalman Filter, Navigation: Journal of The Institute of Navigation, Vol.37, No.2, Summer 1990, pp.181-196.
- [19] Counselman, C.C. and S. A. Gourevitch (1981) Miniature Interferometer Terminals for Earth Surveying: Ambiguity and Multipath for the Global Positioning System. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, Vol.19, No.4: 244-252.
- [20] Remondi, B. W. (1984). Using the Global Positioning System (GPS) phase observable for relative geodesy: modeling, processing and results. Ph. D. dissertation, Center for Space Research, University of Texas at Austin.
- [21] Sally L.Frodge, Stephen R.Deloach, B.Remondi, Dariusz Lapucha, Richard A.Barker, Real-Time on-the-Fly Kinematic GPS System Results, Navigation: Journal of The Institute of Navigation, Vol.41, No.2, Summer 1994, pp.175-186.
- [22] Hatch, R., H.-J. Euler, Comparison of Several AROF Kinematic Techniques, Proceedings of ION GPS-94, Salt Lake City, USA, September 20-23, pp.363-370.
- [23] Hatch, R. (1990). "Instantaneous ambiguity resolution." Proceedings of KIS'90, Banff, Canada, 10-13 September, pp. 299-308.
- [24] Frei, E. and G. Beutler (1990). Rapid static positioning based on the fast ambiguity resolution approach "FARA": theory and first results. *Manuscripta Geodaetica*, Vol. 15, No. 4, pp. 325-356.
- [25] Chen, D. and G. Lachapelle (1995). A comparison of the FASF and least-squares search algorithms for on-the-fly ambiguity resolution. *Navigation: Journal of The Institute of Navigation*, Vol. 42, No. 2, pp. 371-390.
- [26] Teunissen, P.J.G. (1994), "A New Method for Fast Carrier Phase Ambiguity Estimation", Proceedings of the IEEE PLANS'94, pp. 562-573, Las Vegas, April.
- [27] 范国清, 王威, 郝晓宁. 联合 CDGPS 技术和星间相对测量伪距进行编队星座状态确定. 空间科学学报. 已投稿.
- [28] 杏建军, 郝晓宁, 王威, 高玉东. 星间相对测量在三星编队中的应用. 空间科学学报, Vol.23, No.4, pp.286-293.

- [29] 王威, 郝晓宁, 韩龙. 利用星间伪距观测进行编队星座相对状态测量. 国防科技大学学报, 2002, Vol.24, pp.26-29.
- [30] 郝晓宁, 王威, 高玉东. 近地航天器轨道基础. 国防科技大学出版社, 2003.
- [31] 杏建军. 星载扩展 GPS 在编队星座状态确定中的应用, 硕士论文, 国防科技大学, 2002.
- [32] 范国清, 王威, 郝晓宁. GPS 和类 GPS 载波用于编队星座状态测量. 计算机仿真. 已录用.
- [33] 曹彬等. 概率论与数理统计. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1996.
- [34] 邓巍巍等. Visual Fortran 编程指南. 北京: 人民邮电出版社, 2000.
- [35] 袁驷等. Fortran 90 编程指南. 北京: 高等教育出版社, 2000.
- [36] 张航, 黄攀. 精通 MATLAB 6. 清华大学出版社, 2002.
- [37] 袁信等. 导航系统. 北京: 航空工业出版社, 1993.
- [38] 许其凤. GPS 卫星导航与精密定位. 北京: 解放军出版社, 1992.
- [39] 何晓峰. GPS 快速精确相对定位技术, 硕士论文, 国防科技大学, 2003.