



Nanjing University of Aeronautics and Astronautics

The Graduate School

College of Energy and Power Engineering

**Numerical Simulation of Unsteady Boundary
Layer in Turbomachinery**

A Thesis in

Aerospace Propulsion Theory and Engineering

By

Jiao Huabin

Advised by

Professor Ge Ning

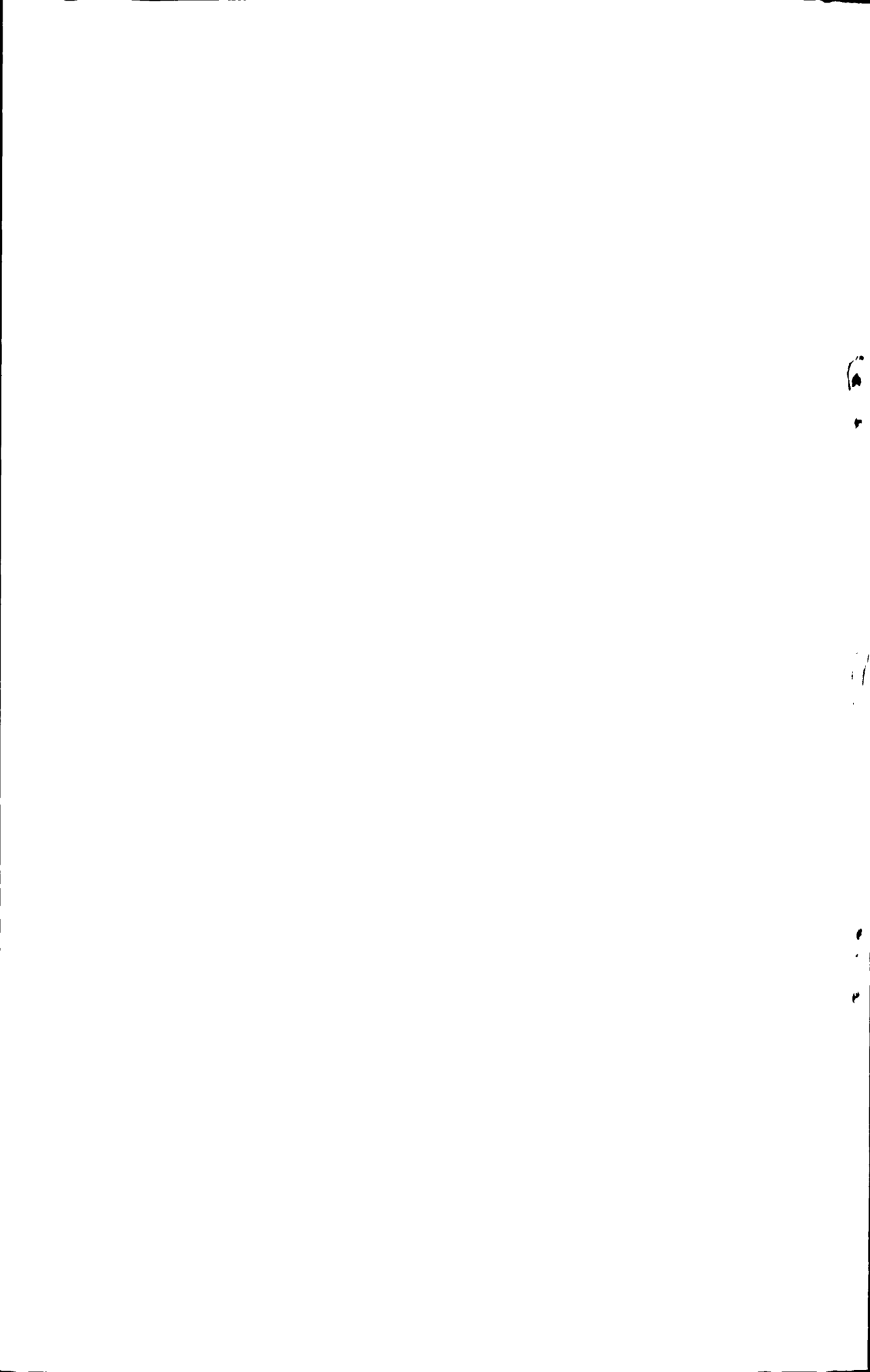
Submitted in Partial Fulfillment

of the Requirements

for the Degree of

Master of Engineering

December 2009



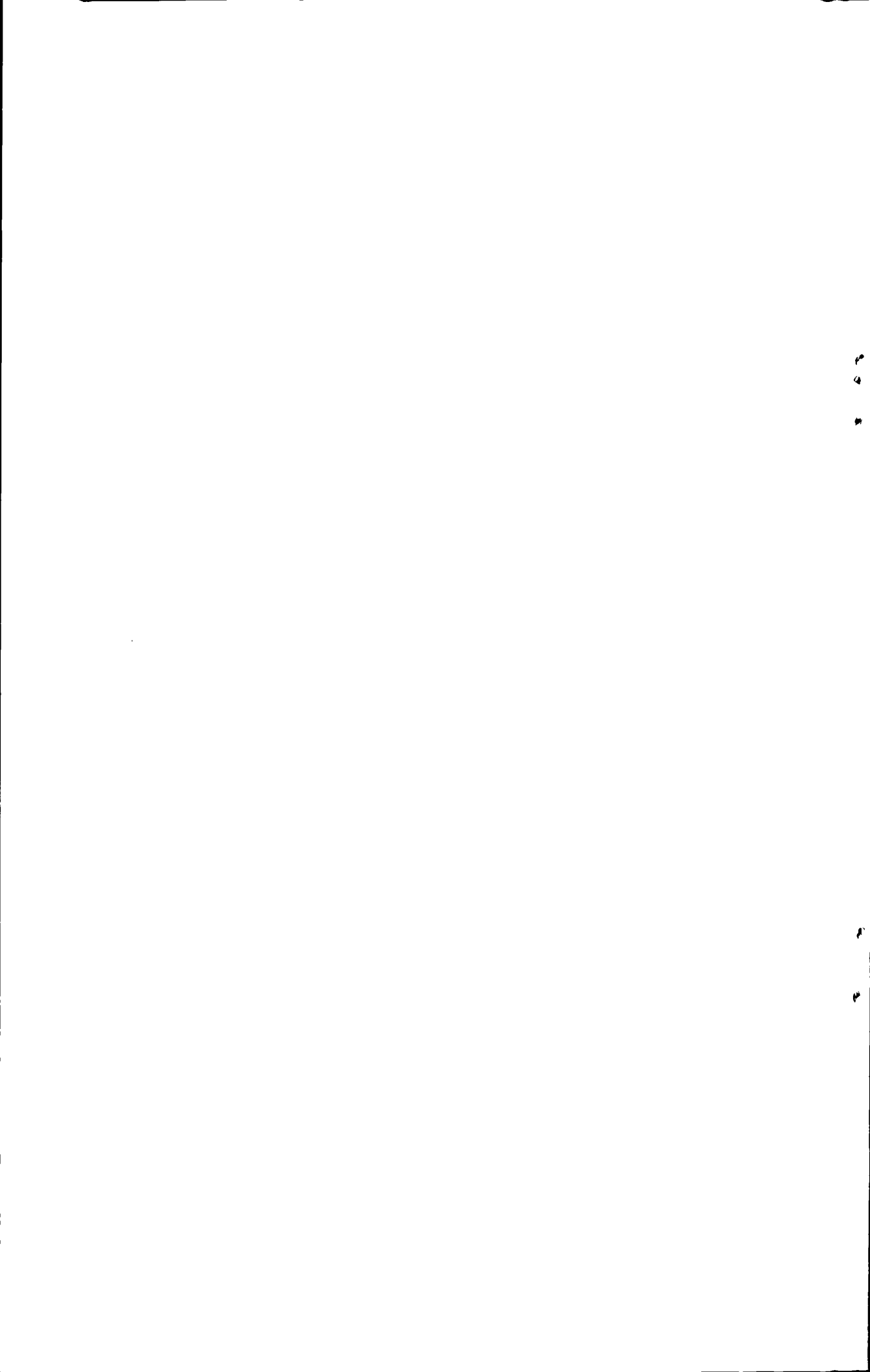
承诺书

本人郑重声明：所提交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

本人授权南京航空航天大学可以有权保留送交论文的复印件，允许论文被查阅和借阅，可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文。

(保密的学位论文在解密后适用本承诺书)

作者签名： 任伟宾
日期： 2010.3.19



摘 要

叶轮机内部流动非常复杂, 仅以传统的稳态全湍流方法对叶轮机内边界层流动进行数值模拟显然已不能满足工程需求。

本文首先基于雷诺平均方法求解 Navier-Stokes 方程, 将原始 SA 湍流模型的生成项看作一个输运变量, 在数值模拟中额外引入其输运方程以考虑流动中的转捩现象。采用有限体积法进行空间离散, 迎风的 Roe 通量差分裂方法及三阶 MUSCL 格式计算对流通量, 粘性通量采用二阶中心差分离散, 同时引入低速预处理技术。发展了一套适用于求解叶轮机内复杂流动的非定常数值求解方法。

其次, 选用平板边界层转捩流动、定常/非定常条件下的分离流动和叶栅通道内分离流动对该方法进行了数值验证, 通过与实验对比发现, 该方法不仅对叶轮机中常见的旁路转捩有较好的预测性能, 还对于定常/非定常条件下分离边界层分离点以及分离诱导转捩的模拟也具有一定的精度, 为叶轮机内复杂流动的模拟提供了一种简单而有效的数值方法。

最后, 分析分离边界层的模拟结果表明, 叶栅通道内分离泡的大小对叶轮机的性能有着重要的影响, 当分离泡为小分离泡时, 分离泡会促使边界层由层流迅速转变为湍流, 使边界层内动能加大, 流动不易分离, 对叶轮机性能的提高发挥着积极的作用。而当分离泡为长分离泡时, 因分离泡的存在促使通道内流通面积发生变化, 通道在非设计工况下工作, 流动损失加大。

关键词: 叶轮机, 非定常流, SA 模型, 转捩, 分离

ABSTRACT

In turbomachinery, the flow is very complex. It is obvious that only using traditional steady turbulent simulation to numerical simulate the boundary layer in turbomachinery can not meet the requirements of engineering.

First, the unsteady CFD solver used for the simulations is based on the Reynolds averaged Navier-Stokes equations. The original SA turbulence model production term has been reformulated and introduces its transport equation for transition prediction. Finite volume method is used to integrate equation in space, convective fluxes are evaluated using Roe's flux difference splitting to form a third-order MUSCL scheme, while diffusive fluxes are evaluated using central difference scheme, and introduce the low speed preconditioning method. The author developed a CFD solver for turbomachinery complex unsteady flow simulation.

Second, the steady transition boundary layer on a flat plate, the unsteady boundary layer with separation bubble on a flat plate, and the separation flow in a cascade have been numerically simulated. The results of comparing the experiments show that, this method has a good prediction performance not only for bypass transition, but also for steady/unsteady separation boundary layer transition. So, it provides a simple and effective method for numerical investigation of turbomachinery complex flow.

The last, analyzing the phenomenon of separation boundary layer shows that the size of separation bubble in cascade has great influence on turbomachinery performance. When the bubble is short, it impels the laminar rapid transition to turbulence. As the turbulent boundary layer has great kinetic energy, separate is difficult. It is beneficial to turbomachinery performance. While the long bubble in cascade may change the passage area lead to turbomachinery work under off-design condition and increase flow losses.

Key words: turbomachinery, unsteady flow, SA turbulence model, transition, separation

目 录

摘 要.....	i
ABSTRACT.....	ii
目 录.....	iii
图表清单.....	v
注释表.....	vii
第一章 绪 论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 叶轮机内部流场的研究方法.....	1
1.2.1 叶轮机内部流场实验方法的发展.....	1
1.2.2 叶轮机内部流场数值方法的发展.....	2
1.2.3 叶轮机内非定常流数值方法研究现状.....	3
1.3 研究内容.....	5
第二章 NS 方程组的定常与非定常数值求解.....	6
2.1 控制方程及有限体积法.....	6
2.1.1 控制方程.....	6
2.1.2 矩阵的预处理.....	12
2.1.3 有限体积法.....	13
2.2 空间离散格式.....	14
2.3 特征边界条件.....	15
2.3.1 进口边界条件.....	16
2.3.2 出口边界条件.....	17
2.3.3 壁面边界条件.....	18
2.4 时间推进.....	18
2.4.1 定常求解的时间推进方法.....	18
2.4.2 非定常求解的时间推进方法.....	19
2.4.3 加速收敛技术.....	19
2.5 本章小结.....	20
第三章 湍流模型及转换模型.....	21
3.1 湍流模型.....	21
3.2 转换模型.....	22
3.3 湍流模型中其他项的修正.....	24
3.4 边界层参数的求解.....	25
3.5 本章小结.....	26
第四章 零压力梯度下平板边界层转换数值模拟.....	27
4.1 T3 系列平板实验介绍.....	27
4.2 T3 系列平板边界层转换的数值模拟.....	28
4.2.1 计算模型与网格.....	28

4.2.2 T3A 平板边界层转捩预测	28
4.2.3 T3B 平板边界层转捩预测	30
4.2.4 计算结果分析	32
4.3 本章小结	33
第五章 定常/非定常分离边界层数值模拟	34
5.1 定常/非定常分离边界层实验介绍	34
5.2 定常/非定常分离边界层数值模拟	35
5.2.1 几何模型与计算网格	35
5.2.2 定常分离边界层数值模拟与结果分析	36
5.2.3 非定常分离边界层数值模拟与结果分析	39
5.3 本章小结	43
第六章 双圆弧平面叶栅边界层数值模拟	45
6.1 双圆弧平面叶栅实验介绍	45
6.2 双圆弧平面叶栅数值模拟	46
6.2.1 几何模型与计算网格	46
6.2.2 双圆弧平面叶栅数值模拟结果与分析	47
6.3 本章小结	53
第七章 结论与展望	54
7.1 本文结论	54
7.2 展望	55
参考文献	56
致 谢	60
在学期间的研究成果及发表的学术论文	61

图表清单

图 3. 1 原始的 χ 值与修正后的 χ^* 值对衰减函数 f_{v1} 的影响	24
图 3. 2 原始的 χ 值与修正后的 χ^* 值对衰减函数 f_{v2} 的影响	25
图 4. 1 T3 系列平板边界层转捩实验示意图	27
图 4. 2 T3 系列平板数值模拟网格	28
图 4. 3 T3A 平板表面壁面摩擦系数沿流向分布	29
图 4. 4 T3A 平板边界层形状因子沿流向分布	29
图 4. 5 T3A 平板边界层位移厚度沿流向分布	30
图 4. 6 T3A 平板边界层动量厚度沿流向分布	30
图 4. 7 T3B 平板表面壁面摩擦系数沿流向分布	31
图 4. 8 T3B 平板边界层形状因子沿流向分布	31
图 4. 9 T3B 平板边界层位移厚度沿流向分布	32
图 4. 10 T3B 平板边界层动量厚度沿流向分布	32
图 5. 1 收缩-扩张平板边界层转捩实验示意图	34
图 5. 2 收缩-扩张通道的数值模拟网格	35
图 5. 3 定常条件下平板边界层主流速度分布与实验值对比	36
图 5. 4 平板边界层位移厚度与实验值对比	37
图 5. 5 平板边界层动量厚度与实验值对比	38
图 5. 6 平板边界层形状因子与实验值对比	38
图 5. 7 无量纲速度分布与实验对比	39
图 5. 8 湍动能模拟值与实验测得的速度 RMS 值对比	39
图 5. 9 非定常条件下进口速度随时间变化图	40
图 5. 10 一个周期内无量纲速度分布实验值	41
图 5. 11 一个周期内无量纲速度分布计算值	42
图 5. 12 分离点时-空变化关系图	43
图 6. 1 双圆弧平面叶栅外形示意图	45
图 6. 2 双圆弧平面叶栅计算网格及边界条件的给定	46
图 6. 3 利用周期平移得到的模型在叶片前缘处的局部图	47
图 6. 4 叶片表面压力系数数值模拟结果与实验值对比	48
图 6. 5 叶栅通道内数值模拟的马赫数分布云图	48

图 6. 6 叶栅通道内数值模拟的无量纲压力分布云图	49
图 6. 7 压力面边界层位移厚度计算值与实验值对比	50
图 6. 8 压力面边界层形状因子与实验值对比	50
图 6. 9 压力面壁面摩擦系数与实验值对比	51
图 6. 10 吸力面边界层位移厚度计算值与实验值对比	52
图 6. 11 吸力面边界层形状因子与实验值对比	52
图 6. 12 吸力面壁面摩擦系数与实验值对比	53
表 4. 1 T3A、T3B 平板边界层转换实验的进口条件	27
表 5. 1 收缩-扩张平板两组典型的实验进口条件	35
表 6. 1 双圆弧平面叶栅实验进口条件	46

注释表

英文字母:

Re	雷诺数
x, y, z	笛卡儿坐标系下坐标
u, v, w	三个方向上的速度
Q	守恒变量
f, g, h	对流通量、粘性通量
t	时间
e	内能
p	压强
h	焓
M_r	相对马赫数
q_i	i 向热通量
c	声速
Pr	普朗特数
T	温度、切应力
k_T	热传导系数
C_p	定压比热、压力系数
J	坐标变换矩阵
q	原始变量
R	气体常数、残值、特征矩阵
W	特征变量
p_e	出口静压
VOL	单元体体积
H_{12}	形状因子
Tu	湍流强度
Prod	生成项
C_f	壁面摩擦系数

Sr	斯特劳哈尔数
Amp	速度振幅
f	频率
L	板长
i	攻角
C	弦长
S	栅距
Ma	马赫数

希腊字母:

k	湍流动能、冯.卡门常数
ε	湍流脉动耗散率
μ	粘性系数
γ	间歇因子、绝热指数
ω	动能耗散率、涡量
ρ	密度
τ	剪切应力、虚拟时间
ξ, η, ζ	曲线坐标系下坐标
Γ_a^{-1}	预处理矩阵
Λ	对角矩阵
ϕ	气流进口角度
λ	特征值
ν	运动粘性系数
χ	S-A 模型中的中间变量
δ	边界层厚度、落后角
δ^*	位移厚度
θ	动量厚度、叶型弯角
φ	相位角

上标:

- V 粘性
- $\hat{}$ Roe 平均、有量纲参数
- + 以摩擦速度为特征尺度的量纲一量
- *

下标:

- t 湍流、转捩、气体总参数
- l 层流
- eff 有效值
- θ 动量厚度
- r 特征量
- L 格元左界面值
- R 格元右界面值
- b 边界
- f 虚拟时间步下的值
- p 物理时间步下的值
- cr 临界值
- FSTI 自由流湍流度影响



第一章 绪论

1.1 研究背景及意义

叶轮机是航空动力系统核心部件，其设计性能的好坏直接影响着发动机甚至整个航空器性能的优劣。随着对航空器的高参数、高性能、高可靠性的要求，对叶轮机的设计也不断提出挑战。除了在材料、加工工艺上的提高，其内部流场的研究也可以直接有利于提高叶轮机的性能参数。

现有的叶轮机定常气动设计理论是在定常条件下得出的，人为地绕过了叶轮机内部流动的非定常流动特征，没有完全真实地反映叶轮机内部流动的复杂情况。事实上叶轮机内的流动是非定常的，作用在压气机和涡轮叶片上的非定常气动力对其性能的影响也始终是一个严重的问题，而这些在现有的设计体系中没有考虑或考虑较少。

对于压气机而言，考虑非定常因素的压气机叶片气动设计理论和方法依赖于对叶栅通道内非定常流动的深入认识。在压气机中，由于逆压流动的复杂性，流动分离是很经常的，旋涡脱落现象也总是存在并影响着压气机的气动性能。叶片在大的正攻角下工作时，在吸力面上发生分离，产生旋涡。如何控制分离，或减小损失是叶轮机气动力学研究人员长期共同追求的目标^[1]。

就涡轮而言，随着叶片载荷的增加，将引起较大的流动折转，同时会加强叶栅内的二次流动并伴有流动分离，使涡轮效率有减小的趋势。研究叶栅通道内流动分离的产生与发展，找出避免分离或减小分离的有效方法，对于高效率、高载荷的涡轮叶片气动设计有着重要的指导作用。

综上所述，研究叶轮机内部的非定常流动，无论是在认识其真实流动的本质、搞清其流动现象的发展规律上，还是在缩短叶轮机设计周期、降低设计风险、改善叶轮机气动性能以及探索叶轮机气动设计的新方法上都具有重要的意义^[2]。

1.2 叶轮机内部流场的研究方法

研究叶轮机内部流场的方法主要有两种：实验方法和数值模拟方法。

1.2.1 叶轮机内部流场实验方法的发展

实验研究是人们认识叶轮机内部流动现象、掌握流动机理最基本的途径。为了定量研究叶轮机内部的复杂流动机理，国内外发展了纹影和阴影法，旋转探针、热线风速仪、激光多普勒测速法(LDV)、高频动态压力探针和机匣壁面动态压力测量等一系列测试技术，从而对各种叶

轮机械内复杂流动的平均流动、湍流特性、激波结构和局部的压力分布等都有了深刻的理解和把握,大大地促进了叶轮机的发展。Dean&senoo 利用热线风速仪首先定量地测量出了径向叶轮出口极不均匀的流动结构,实验测得沿圆周方向气流速度具有非均匀性,其大小在圆周方向某一位置处发生阶跃变化,称这种气流突然变化的流动现象为射流-尾迹现象。E. Lennemann 采用氢气泡流动显示法研究了小流量工况下叶轮流道内失速团形成的原因^[1]。Steve Deutsch 和 William C. Zierke^[3]利用五孔探针和单向 LDV 对叶型弯角为 65° 的双圆弧叶片在不同攻角下的吸力面分离情况进行了细致的研究。葛敬东、周海等^[4]利用 IFA300 热线风速仪等测试仪器进行了叶栅分离旋涡脱落频率的测量研究。

以 LDV 为代表的这些观测技术都是单点测量,需要通过锁相实现对通道内整个流场的测量,得到的是平均意义下的流动速度分布和湍流强度分布,在深入研究叶轮机械内部非定常流场时具有一定的局限性。随着激光技术、微电子技术和计算机技术突飞猛进的发展,流体力学测试技术出现了数字式 PIV (Particle Image Velocimetry) 为代表地新一代流动瞬态场测量技术。在最近的十余年间,叶轮机内部流动测量的技术不断得到进步,对叶轮机内部流动的实验研究也得到了飞速的发展。1996 年, W. E. Carsacne 对跨音速涡轮叶栅尾缘涡的脱落进行了研究,被称为叶栅尾缘涡脱落方面研究的拓荒者^[5]。1997 年, Zunino^[6]采用时均技术开发了相位锁定系统,用于分析分离流动的周期性和随机波动,对涡轮叶栅周期性分离流动进行了实验研究。2000 年, Lou 与 Hourmouziadis^[7]利用模拟的周期性非定常流动作为来流,对分离、转捩以及再附的机理进行了研究。并分析了在不同的来流情况下,分离泡的形成过程。得出了一个周期内的速度场。

在过去的几十年中,随着测量技术的发展,人们通过实验测量对叶轮机内部流动的了解经历了一个从粗浅到详细的过程。然而,仅以实验作为研究手段去研究叶轮机内边界层的流动机理,探求叶轮机气动设计的新方法,不但测量技术不能满足要求,高昂的实验经费也会让人望而却步。因此,促使叶轮机内部流场的数值模拟得到了迅速的发展。

1.2.2 叶轮机内部流场数值方法的发展^[8]

随着计算机技术和 CFD 的发展,数值模拟以其效率高、投资小、周期短等特点,在叶轮机的发展中起着越来越重要的作用,叶轮机内部流场的数值模拟已成为研究叶轮机内部流动机理,探求叶轮机气动设计新方法的重要手段。

叶轮机械内部流场数值模拟大致经历了三个发展过程。

1) 无粘流动的数值模拟

上世纪七十年代中期以前,叶轮机械内部流场的数值模拟大多基于无粘流体流动模型。从流动模型的简化程度及其发展阶段来分主要经历了流线曲率法、流面上的二维

流动解法、两类流面迭代的准三元方法以及完全三维的 Euler 方程方法。在当时的计算条件下,无粘流体流动模型在叶轮机内部流动的研究方面取得了一定的成果,对当时叶轮机内部流动的研究和设计方面起到了很大的推动作用。但由于模拟中没有考虑真实流体的中粘性的作用,而使得模拟的结果与真实流动差距较大。

2) 有粘流动的数值模拟

随着计算机技术和流体力学理论的发展,在叶轮机内部流场数值模拟中,开始考虑了流体粘性对叶轮机内流动的影响。与无粘流动的数值模拟相比,有粘流动的数值模拟可以有有效的预测无分离的流动和边界层内存在局部分离的流动,但对于逆压力梯度下的大面积分离流动和其他复杂的流动现象仍然难以预测。

3) 湍流流动的数值模拟

叶轮机的内部流体流动,由于受到旋转、曲率、三维性、分离、来流湍流度、可压缩性、大尺度的非定常性、热传导和其他复杂变形效果的影响,其内部流动大多为湍流流动,由于层流与湍流的流动特征存在较大差异,仅以层流来模拟叶轮机内部复杂流动显然也不能满足工程要求。上世纪八十年代后,许多研究者开始了应用湍流模型求解时均 Navier-Stokes 方程来研究叶轮机内部的复杂流动。

在国内,我国学者在上世纪八十年代初期就已采用时间推进法和 SIMPLE 法开始了叶轮机 CFD 研究。并已取得了许多研究成果。上世纪九十年代后期,非结构化网格的应用、动静叶藕合的非定常流动的研究以及基于 CFD 的叶轮机优化设计理论和方法的研究也逐渐增多。为叶轮机的气动设计,叶轮机性能的提升发挥了重要的作用。

1.2.3 叶轮机内非定常流数值方法研究现状

针对叶轮机内的非定常边界层复杂流动,单纯地结合湍流模型求解时均 Navier-Stokes 方程来研究叶轮机内部的复杂流动显然已不能满足工程需求,促使在叶轮机非定常边界层数值模拟领域对非定常流动以及转捩模型的研究得到了快速发展。

对于叶轮机的非定常数值模拟研究,早在 1995 年, Halstead 等人^[9]就对其做了许多基础研究,他们通过稳态的 BL 模型和非定常的 $k-\varepsilon$ 模型对多级压气机叶片和涡轮叶片表面的边界层进行了数值模拟,并首次与实验值进行了详细的对比,虽然模拟中转捩的起始点和转捩长度无法预测准确,但却可以给工程设计提供一个很好的指导。后来, Fan 与 Lakshminarayana^[10]指出非定常的准确模拟须考虑流动的历史效应,故他们利用非定常的两方程湍流模型对因尾迹产生的周期性非定常流动边界层进行了数值模拟。当然,利用非定常下的两方程湍流模型对周期性非定常流动进行模拟的类似研究很多,详细可参阅文献^[9, 10, 11, 12]。另外,代数方法也曾应用于该领域^[9],如 Emudns^[13]和 Adamczyk 等人^[14]利用 BL 湍流模型进行了非定常的数值模拟。

虽然,许多湍流模型都曾不同程度地应用于周期性非定常流动的模拟,但1997年Luo和Lkasmhniaryanaa^[15]曾指出,利用RANS方法对非定常流动进行数值计算很大程度上依赖于所采用的湍流模型。要准确地模拟非定常流动,必须得考虑流动的历史效应。这对于雷诺平均方法的代数模型很难做到。相比之下,一方程模型与两方程模型都能考虑流动历史效应的影响,适用于周期性非定常流动的预测。虽然,已有很多文献证明,两方程模型能较好地预测出叶轮机内周期性非定常流动,但相对简单的SA一方程模型并不比它所预测的差。2000年,A. Gehrler等人^[16]利用SA模型和 $k-\varepsilon$ 模型对涡轮叶栅尾迹流场进行了定常和非定常数值模拟,结果表明,SA模型较 $k-\varepsilon$ 模型更适应非定常周期性波动的计算,具有更高的扩散速度和更强的适应性。

转捩预测方面,由于缺乏对边界层转捩机理的足够认识,目前还没有一套完整的理论来准确模拟边界层转捩。但通过引入一些经验公式,使转捩模型在工程当中得到了较广泛的应用。按传统的湍流模型分类方法,转捩模型也可以分为:零方程(即转捩经验准则)、一方程和多方程转捩模型^[17]。

- 1) 零方程转捩模型:由于转捩理论研究的复杂性、困难性,对转捩的研究主要依赖于实验,从大量的实验数据中总结出各种情况下判断转捩的经验关系。把这些经验关系直接应用于、或融入其它现存代数湍流模型后间接应用于实际流场分析便构成了零方程转捩模型。目前,常被使用的经验准则主要有Abu-Ghannam & Shaw经验准则^[18]、Mayle经验准则^[19]等。将转捩经验准则应用于求解NS方程的零方程湍流模型通常做法是:由经验准则判断出转捩起点、终点,并计算出间歇因子分布,然后在转捩区前令 $\mu_t = 0$,在转捩区内使用 $\mu_{eff} = (1-\gamma)\mu_t + \gamma\mu_t$ 。
- 2) 一方程及多方程转捩模型:在一方程和多方程转捩模型当中,大都引入一个或多个湍流模型中的相关项的输运方程,通过计算该些项在层流至湍流中的变化来达到预测转捩的目的。如DIRK等人^[20]在SA湍流模型中引入了一个湍流模型生成项的输运方程,通过控制生成项的变化成功地实现了转捩的预测。两方程模型中,Menter和Langtry^[20]针对SST $k-\omega$ 湍流模型引入了当地 γ 和 Re_α 的输运方程同样成功地实现了转捩的预测。

另外,除了利用RANS方法去模拟叶轮机非定常边界层外,大涡模拟(LES)也越来越受人们关注,并且,同样在叶轮机非定常边界层的数值模拟中得到了应用。如Seungbae Lee(2001)等^[21]利用大涡模拟方法对一排压气机叶栅进行了数值模拟,并与实验进行了对比。日本的Toshiba Corporation Research and Development Center(2006)^[22]针对低压涡轮周期性非定常转捩发展了一套高精度的大涡模拟数值计算方法,计算结果与实验值吻合得较好。

相比RANS和LES方法,虽然直接数值模拟(DNS)可以获得更高的精度,更深入地研究边界层内的流动机理,但由于对计算机硬件要求较高,目前在叶轮机非定常边界层上的应用极少。

与国外相比,国内对于叶轮机周期性非定常流动实验的研究相对较少,但数值模拟的研究却比较丰富。例如,北航周盛、陆亚钧等人^[24,25]对扩压叶栅非定常流动做了大量的数值模拟和实验研究,中科院工程热物理研究所王正明、王嘉炜等人^[5,26]对叶轮机中的一些非定常流动特性进行了较详细的研究,并通过数值模拟与实验相结合的方法,解释了一些流动现象。

1.3 研究内容

本文选用 RANS 方法对叶轮机内的周期性非定常流进行数值模拟。意在发展出一套程序结构简单、预测精度较高的适用于叶轮机内的复杂流动的数值模拟程序。其工作主要体现在以下几个方面:

- 1) 从原始 SA 模型出发,采用有限体积法进行空间离散,时间推进采用四步 Runge-Kutta,同时引入预处理技术,使程序能适用于叶轮机内的低马赫数流动。
- 2) 采用文献^[23]中的思想,对原始 SA 模型进行改进,使程序具有预测转捩的性能,并通过对 T3 系列平板边界层进行模拟,验证该方法的转捩预测性能。
- 3) 将 Jameson^[27]提出的双重时间方法引入到了程序中,避免非定常计算受时间步长的限制,提高计算效率,同时也提高了时间精度。
- 4) 对定常/非定常进口条件下的分离边界层进行数值模拟,通过与实验对比,检验该程序对分离诱导转捩等复杂流动的预测性能,并对非定常分离流中脱落涡的发展进行初步的探讨。
- 5) 对双圆弧平面叶栅边界层进行数值模拟,通过数值模拟再现实验中一些难以捕捉到的流动现象,分析边界层内的流动状态对叶轮机性能的影响。

第二章 NS 方程组的定常与非定常数值求解

2.1 控制方程及有限体积法

2.1.1 控制方程^{[29][30][31]}

在直角坐标系下,忽略重力做功和辐射传热的守恒三维 NS 方程组的微分形式可写为如下的矢量形式:

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{f}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{g}}{\partial y} + \frac{\partial \hat{h}}{\partial z} = \frac{\partial \hat{f}^v}{\partial x} + \frac{\partial \hat{g}^v}{\partial y} + \frac{\partial \hat{h}^v}{\partial z} \quad (2-1)$$

式中:

$$\hat{Q} = \begin{bmatrix} \hat{\rho} \\ \hat{\rho}\hat{u} \\ \hat{\rho}\hat{v} \\ \hat{\rho}\hat{w} \\ \hat{\rho}\hat{e}_t \end{bmatrix}, \quad \hat{f} = \begin{bmatrix} \hat{\rho}\hat{u} \\ \hat{\rho}\hat{u}^2 + \hat{p} \\ \hat{\rho}\hat{v}\hat{u} \\ \hat{\rho}\hat{w}\hat{u} \\ \hat{\rho}\hat{u}\hat{h}_t \end{bmatrix}, \quad \hat{g} = \begin{bmatrix} \hat{\rho}\hat{v} \\ \hat{\rho}\hat{u}\hat{v} \\ \hat{\rho}\hat{v}^2 + \hat{p} \\ \hat{\rho}\hat{w}\hat{v} \\ \hat{\rho}\hat{v}\hat{h}_t \end{bmatrix}, \quad \hat{h} = \begin{bmatrix} \hat{\rho}\hat{w} \\ \hat{\rho}\hat{u}\hat{w} \\ \hat{\rho}\hat{v}\hat{w} \\ \hat{\rho}\hat{w}^2 + \hat{p} \\ \hat{\rho}\hat{w}\hat{h}_t \end{bmatrix},$$

$$\hat{f}^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{t}_{xx} \\ \hat{t}_{xy} \\ \hat{t}_{xz} \\ (\hat{u}\hat{t}_{xx} + \hat{v}\hat{t}_{xy} + \hat{w}\hat{t}_{xz}) - \hat{q}_x \end{bmatrix},$$

$$\hat{g}^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{t}_{yx} \\ \hat{t}_{yy} \\ \hat{t}_{yz} \\ (\hat{u}\hat{t}_{xy} + \hat{v}\hat{t}_{yy} + \hat{w}\hat{t}_{yz}) - \hat{q}_y \end{bmatrix},$$

$$\hat{h}^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{t}_x \\ \hat{t}_y \\ \hat{t}_z \\ (\hat{u}\hat{t}_x + \hat{v}\hat{t}_y + \hat{w}\hat{t}_z) - \hat{q}_z \end{bmatrix}$$

其中:

$$\hat{t}_x = \frac{2}{3}\hat{\mu}\left(2\frac{\partial\hat{u}}{\partial\hat{x}} - \frac{\partial\hat{v}}{\partial\hat{y}} - \frac{\partial\hat{w}}{\partial\hat{z}}\right)$$

$$\hat{t}_y = \frac{2}{3}\hat{\mu}\left(2\frac{\partial\hat{v}}{\partial\hat{y}} - \frac{\partial\hat{u}}{\partial\hat{x}} - \frac{\partial\hat{w}}{\partial\hat{z}}\right)$$

$$\hat{t}_z = \frac{2}{3}\hat{\mu}\left(2\frac{\partial\hat{w}}{\partial\hat{z}} - \frac{\partial\hat{v}}{\partial\hat{y}} - \frac{\partial\hat{u}}{\partial\hat{x}}\right)$$

$$\hat{t}_{xy} = \hat{t}_{yx} = \hat{\mu}\left(\frac{\partial\hat{v}}{\partial\hat{x}} + \frac{\partial\hat{u}}{\partial\hat{y}}\right)$$

$$\hat{t}_{xz} = \hat{t}_{zx} = \hat{\mu}\left(\frac{\partial\hat{w}}{\partial\hat{x}} + \frac{\partial\hat{u}}{\partial\hat{z}}\right)$$

$$\hat{t}_{yz} = \hat{t}_{zy} = \hat{\mu}\left(\frac{\partial\hat{v}}{\partial\hat{z}} + \frac{\partial\hat{w}}{\partial\hat{y}}\right)$$

三个方向的热通量可表示为:

$$\hat{q}_x = -\hat{k}_T \frac{\partial\hat{T}}{\partial\hat{x}}$$

$$\hat{q}_y = -\hat{k}_T \frac{\partial\hat{T}}{\partial\hat{y}}$$

$$\hat{q}_z = -\hat{k}_T \frac{\partial\hat{T}}{\partial\hat{z}}$$

假定流动中气体为理想气体, 为封闭方程组, 补充以下方程:

$$\hat{p} = (\gamma - 1)\hat{\rho}\hat{e} = \hat{\rho}\hat{R}\hat{T}; \quad \hat{e}_t = \hat{e} + \frac{1}{2}(\hat{u}^2 + \hat{v}^2 + \hat{w}^2); \quad \hat{h}_t = \hat{e}_t + \frac{\hat{p}}{\hat{\rho}}$$

在数值方法中, 一个有效的技术是对实际方程进行无量纲化。本文采用 Wang^[29] 的无量纲方法, 将有量纲变量与特征变量相比得到相应的无量纲变量:

$$x = \frac{\hat{x}}{\hat{L}_r}, \quad y = \frac{\hat{y}}{\hat{L}_r}, \quad z = \frac{\hat{z}}{\hat{L}_r}, \quad u = \frac{\hat{u}}{\hat{U}_r}, \quad v = \frac{\hat{v}}{\hat{U}_r}, \quad w = \frac{\hat{w}}{\hat{U}_r}, \quad T = \frac{\hat{T}}{\hat{T}_r}$$

$$p = \frac{\hat{p}}{\hat{\rho}_r \hat{U}_r^2}, \quad \rho = \frac{\hat{\rho}}{\hat{\rho}_r}, \quad t = \frac{\hat{t} \hat{U}_r}{\hat{L}_r}, \quad e_t = \frac{\hat{e}_t}{\hat{C}_p \hat{T}_r}, \quad \mu = \frac{\hat{\mu}}{\hat{\mu}_r}, \quad h_t = \frac{\hat{h}_t}{\hat{C}_p \hat{T}_r}$$

通过以上无量纲方法, 可以得出下无量纲关系式:

$$p = \frac{\rho c^2}{\gamma}, \quad c^2 = \frac{T}{M_r^2}$$

$$e_t = M_r^2 \left(\frac{c^2}{\gamma} + \frac{\gamma-1}{2} U^2 \right)$$

$$h_t = M_r^2 \left(c^2 + \frac{\gamma-1}{2} U^2 \right) = e_t + \frac{E_c p}{\rho}$$

其中, $E_c = (\gamma-1)M_r^2$, $M_r = \hat{U}_r / \hat{c}_r$ 为相对马赫数, $\hat{c}_r = \sqrt{\gamma \hat{R} \hat{T}_r}$ 。

无量纲化的守恒三维 NS 方程组的微分形式可写为如下的矢量形式:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\partial f^v}{\partial x} + \frac{\partial g^v}{\partial y} + \frac{\partial h^v}{\partial z} \quad (2-2)$$

式中:

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e_t \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho v u \\ \rho w u \\ \rho u h_t \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^2 + p \\ \rho w v \\ \rho v h_t \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho u w \\ \rho v w \\ \rho w^2 + p \\ \rho w h_t \end{bmatrix},$$

$$f^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ (\gamma-1)M_r^2 (u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz}) - q_x \end{bmatrix},$$

$$g^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ (\gamma-1)M_r^2(u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz}) - q_y \end{bmatrix},$$

$$h^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ (\gamma-1)M_r^2(u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz}) - q_z \end{bmatrix}$$

其中:

$$\tau_{xx} = \frac{\mu}{\text{Re}} \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{yy} = \frac{\mu}{\text{Re}} \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{zz} = \frac{\mu}{\text{Re}} \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{\mu}{\text{Re}} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{\mu}{\text{Re}} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \frac{\mu}{\text{Re}} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

$$M_r = U_r / c_r, \quad c_r = \sqrt{\gamma R T_r}$$

三个方向的热通量可表示为:

$$q_x = -\frac{\mu}{\text{Pr Re}} \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$q_y = -\frac{\mu}{\text{PrRe}} \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$q_z = -\frac{\mu}{\text{PrRe}} \frac{\partial T}{\partial z}$$

基于涡粘性假设, 粘性系数 $\mu = \mu_l + \mu_t$ 。根据 Sutherland 公式^[28], 层流粘性系数

$$\mu_l = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1.5} \frac{T_0 + S}{T + S}, \quad \text{式中对于空气取 } T_0 = 273.16\text{K}, \quad \mu_0 = 17.161 \times 10^{-6} \text{Pa}\cdot\text{s},$$

$S = 110.6\text{K}$ 。湍流粘性系数由湍流模型计算得出, 将在第三章讨论。雷诺数 $\text{Re} = \rho_r U_r L_r / \mu_r$,

为参考变量下的雷诺数。普朗特数 $\text{Pr} = \mu_r C_p / k_T$, k_T 为热传导系数。层流与湍流的普朗特数

分别为: $\text{Pr}_l = 0.72$, $\text{Pr}_t = 0.9$ 。

为封闭方程组, 还需补充以下方程:

$$p = (\gamma - 1) \rho e = \rho RT; \quad e_t = e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2); \quad h_t = e_t + \frac{p}{\rho}$$

为了解任意几何形状的流程问题, 将方程 (2-2) 的形式从笛卡尔坐标系下转换到通用贴体的曲线坐标系是合适的。在曲线坐标系中, 物体表面边界与常坐标值对应。在这样的坐标系中, 边界条件的处理可以得到简化。考虑一个通用的与实际边界表面相适应的曲线坐标系, 曲线坐标如下:

$$\begin{cases} t = t \\ \xi = \xi(x, y, z, t) \\ \eta = \eta(x, y, z, t) \\ \zeta = \zeta(x, y, z, t) \end{cases}$$

则变换后的NS方程组为:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} + \frac{\partial H}{\partial \zeta} = \frac{\partial F^v}{\partial \xi} + \frac{\partial G^v}{\partial \eta} + \frac{\partial H^v}{\partial \zeta} \quad (2-3)$$

J 代表变换 Jacobian, $J = \left| \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} \right|$, 其值等于网格单元体的体积。

$$Q = J \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e_t \end{bmatrix}; \quad F = J \begin{bmatrix} \rho \cdot U \\ \rho u \cdot U + p \cdot \xi_x \\ \rho v \cdot U + p \cdot \xi_y \\ \rho w \cdot U + p \cdot \xi_z \\ \rho h_t \cdot U \end{bmatrix};$$

$$G = J \begin{bmatrix} \rho \cdot V \\ \rho u \cdot V + p \cdot \eta_x \\ \rho v \cdot V + p \cdot \eta_y \\ \rho w \cdot V + p \cdot \eta_z \\ \rho h_t \cdot V \end{bmatrix}, \quad H = J \begin{bmatrix} \rho \cdot W \\ \rho u \cdot W + p \cdot \zeta_x \\ \rho v \cdot W + p \cdot \zeta_y \\ \rho w \cdot W + p \cdot \zeta_z \\ \rho h_t \cdot W \end{bmatrix};$$

$$F^V = J \begin{bmatrix} 0 \\ T_{\xi_1} \\ T_{\xi_2} \\ T_{\xi_3} \\ (\gamma-1)M_r^2(uT_{\xi_1} + vT_{\xi_2} + wT_{\xi_3}) - Q_\xi \end{bmatrix},$$

$$G^V = J \begin{bmatrix} 0 \\ T_{\eta_1} \\ T_{\eta_2} \\ T_{\eta_3} \\ (\gamma-1)M_r^2(uT_{\eta_1} + vT_{\eta_2} + wT_{\eta_3}) - Q_\eta \end{bmatrix},$$

$$H^V = J \begin{bmatrix} 0 \\ T_{\zeta_1} \\ T_{\zeta_2} \\ T_{\zeta_3} \\ (\gamma-1)M_r^2(uT_{\zeta_1} + vT_{\zeta_2} + wT_{\zeta_3}) - Q_\zeta \end{bmatrix},$$

定义逆变 (Contravariant) 速度为:
$$\begin{cases} U = u \cdot \xi_x + v \cdot \xi_y + w \cdot \xi_z \\ V = u \cdot \eta_x + v \cdot \eta_y + w \cdot \eta_z \\ W = u \cdot \zeta_x + v \cdot \zeta_y + w \cdot \zeta_z \end{cases}$$

转换后得到的剪切应力与热通量表示为:

$$T_{\xi_1} = \tau_{xx} \cdot \xi_x + \tau_{xy} \cdot \xi_y + \tau_{xz} \cdot \xi_z, \quad T_{\eta_1} = \tau_{xx} \cdot \eta_x + \tau_{xy} \cdot \eta_y + \tau_{xz} \cdot \eta_z,$$

$$T_{\xi_2} = \tau_{xy} \cdot \xi_x + \tau_{yy} \cdot \xi_y + \tau_{yz} \cdot \xi_z, \quad T_{\eta_2} = \tau_{xy} \cdot \eta_x + \tau_{yy} \cdot \eta_y + \tau_{yz} \cdot \eta_z,$$

$$T_{\xi_3} = \tau_{xx} \cdot \xi_x + \tau_{yy} \cdot \xi_y + \tau_{zz} \cdot \xi_z, \quad T_{\eta_3} = \tau_{xx} \cdot \eta_x + \tau_{yy} \cdot \eta_y + \tau_{zz} \cdot \eta_z,$$

$$T_{\zeta_1} = \tau_{xx} \cdot \zeta_x + \tau_{yy} \cdot \zeta_y + \tau_{zz} \cdot \zeta_z, \quad Q_{\xi} = q_x \cdot \xi_x + q_y \cdot \xi_y + q_z \cdot \xi_z,$$

$$T_{\zeta_2} = \tau_{yy} \cdot \zeta_x + \tau_{yy} \cdot \zeta_y + \tau_{zz} \cdot \zeta_z, \quad Q_{\eta} = q_x \cdot \eta_x + q_y \cdot \eta_y + q_z \cdot \eta_z,$$

$$T_{\zeta_3} = \tau_{xx} \cdot \zeta_x + \tau_{yy} \cdot \zeta_y + \tau_{zz} \cdot \zeta_z, \quad Q_{\zeta} = q_x \cdot \zeta_x + q_y \cdot \zeta_y + q_z \cdot \zeta_z,$$

其中:

$$\tau_{xx} = \frac{\mu}{\text{Re}} \frac{2}{3} \left[2 \left(\xi_x \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right) - \left(\xi_y \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial v}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right) - \left(\xi_z \frac{\partial w}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial w}{\partial \eta} + \zeta_z \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) \right]$$

$$\tau_{yy} = \frac{\mu}{\text{Re}} \frac{2}{3} \left[2 \left(\xi_y \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial v}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right) - \left(\xi_x \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right) - \left(\xi_z \frac{\partial w}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial w}{\partial \eta} + \zeta_z \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) \right]$$

$$\tau_{zz} = \frac{\mu}{\text{Re}} \frac{2}{3} \left[2 \left(\xi_z \frac{\partial w}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial w}{\partial \eta} + \zeta_z \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) - \left(\xi_x \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right) - \left(\xi_y \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial v}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right) \right]$$

$$\tau_{xy} = \frac{\mu}{\text{Re}} \left[\left(\xi_x \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial v}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right) + \left(\xi_y \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial u}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right) \right]$$

$$\tau_{xz} = \frac{\mu}{\text{Re}} \left[\left(\xi_x \frac{\partial w}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial w}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) + \left(\xi_z \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial u}{\partial \eta} + \zeta_z \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right) \right]$$

$$\tau_{yz} = \frac{\mu}{\text{Re}} \left[\left(\xi_y \frac{\partial w}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial w}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) + \left(\xi_z \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial v}{\partial \eta} + \zeta_z \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right) \right]$$

$$q_x = -\frac{\mu}{\text{Pr Re}} \left(\xi_x \frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial T}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial T}{\partial \zeta} \right)$$

$$q_y = -\frac{\mu}{\text{Pr Re}} \left(\xi_y \frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial T}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial T}{\partial \zeta} \right)$$

$$q_z = -\frac{\mu}{\text{Pr Re}} \left(\xi_z \frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial T}{\partial \eta} + \zeta_z \frac{\partial T}{\partial \zeta} \right)$$

2.1.2 矩阵的预处理

在低马赫数下, 由于速度和音速相比之下变得非常小, 方程的几个特征值之间的差异会变得很大, 这样就会使得方程变得很僵硬, 时间推进方案就会收敛的很慢, 当雷诺数变小的时候,

这种情况会更加严重。对于包含低速区域的可压缩流场以及极低马赫数的不可压缩流场，必须得采取措施来减轻方程的僵硬程度。本文采用盛等人发展的预处理矩阵。

没有预处理的控制方程如下：

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} + \frac{\partial H}{\partial \zeta} = \frac{\partial F^V}{\partial \xi} + \frac{\partial G^V}{\partial \eta} + \frac{\partial H^V}{\partial \zeta}$$

引入 $q = J(\rho, u, v, w, p)^T$ ，则方程变为：

$$M \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} + \frac{\partial H}{\partial \zeta} = \frac{\partial F^V}{\partial \xi} + \frac{\partial G^V}{\partial \eta} + \frac{\partial H^V}{\partial \zeta} \quad (2-4)$$

其中， $M = \partial Q / \partial q$ ，引入预处理矩阵 $\Gamma_q^{-1} = \text{diag}[1, 1, 1, 1, 1 / \beta(M_r)]$ ，对时间导数项加入预处理矩阵，则带预处理的控制方程为：

$$M \Gamma_q^{-1} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} + \frac{\partial H}{\partial \zeta} = \frac{\partial F^V}{\partial \xi} + \frac{\partial G^V}{\partial \eta} + \frac{\partial H^V}{\partial \zeta} \quad (2-5)$$

其中，预处理矩阵中的 $\beta(M_r)$ 可由下式得到：

$$\beta(M_r) = \begin{cases} M_r^2 & (M_r < 1), \\ 1 & (M_r \geq 1), \end{cases} \quad (2-6)$$

2.1.3 有限体积法

在曲线坐标系下，计算域被连续的单位长度单元体所分割， $\Delta \xi = \Delta \eta = \Delta \zeta = 1$ 。对一个格元采用积分方法即可得到离散的有限体积公式。在曲线坐标系下带预处理的控制方程 (2-5) 的有限体积公式为：

$$\begin{aligned} & M \Gamma_q^{-1} \frac{\Delta(Jq)^n}{\Delta t} \Delta \xi \Delta \eta \Delta \zeta + \left(F_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} - F_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} \right) \Delta \eta \Delta \zeta + \left(G_{j+\frac{1}{2}}^{n+1} - G_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} \right) \Delta \xi \Delta \zeta + \left(H_{k+\frac{1}{2}}^{n+1} - H_{k-\frac{1}{2}}^{n+1} \right) \Delta \xi \Delta \eta \\ & = \left(F_{i+\frac{1}{2}}^{Vn+1} - F_{i-\frac{1}{2}}^{Vn+1} \right) \Delta \eta \Delta \zeta + \left(G_{j+\frac{1}{2}}^{Vn+1} - G_{j-\frac{1}{2}}^{Vn+1} \right) \Delta \xi \Delta \zeta + \left(H_{k+\frac{1}{2}}^{Vn+1} - H_{k-\frac{1}{2}}^{Vn+1} \right) \Delta \xi \Delta \eta \end{aligned}$$

式中 Δt 为时间步从 n 到 $n+1$ 的变化量， F 、 G 、 H 分别代表相应方向的无粘通量， F^V 、 G^V 、 H^V

分别表示相应方向的粘性通量。由于 $\Delta \xi = \Delta \eta = \Delta \zeta = 1$ ，上式的方程可写为：

$$M \Gamma_q^{-1} \frac{\Delta(Jq)^n}{\Delta t} + \delta_i F^{n+1} + \delta_j G^{n+1} + \delta_k H^{n+1} = \delta_i F^{Vn+1} + \delta_j G^{Vn+1} + \delta_k H^{Vn+1} \quad (2-7)$$

其中：

$\Delta(\cdot)^n = (\cdot)^{n+1} - (\cdot)^n$ 得:

$$\Delta(Jq)^n = (Jq)^{n+1} - (Jq)^n = J^{n+1}\Delta q^n + q^n\Delta J^n \quad (2-8)$$

中心差分算子 δ 定义为:

$$\delta_i(\cdot) = (\cdot)_{i+1/2} - (\cdot)_{i-1/2}$$

用下标 V 表示单元体的体积平均值, 则方程 (2-7) 可写为:

$$(M\Gamma_q^{-1})_V \frac{\Delta(Jq)^n}{\Delta t} = -R^{n+1} \quad (2-9)$$

其中:

$$R^{n+1} = \delta_i F^{n+1} + \delta_j G^{n+1} + \delta_k H^{n+1} - \delta_i F^{Vn+1} - \delta_j G^{Vn+1} - \delta_k H^{Vn+1}$$

将 (2-8) 代入方程 (2-9) 得:

$$(M\Gamma_q^{-1})_V \Delta(q)^n = -\frac{\Delta t}{J^{n+1}} R^{n+1} - (M\Gamma_q^{-1})_V q^n \frac{\Delta J^n}{J^{n+1}} = -\Delta\bar{t} R^{n+1} - (M\Gamma_q^{-1})_V q^n \frac{\Delta J^n}{J^{n+1}} \quad (2-10)$$

其中, $\Delta\bar{t} = \frac{\Delta t}{J^{n+1}}$ 。 ΔJ^n 表示网格单元体的体积随时间的变化量, 在本文中网格单元不随时间变化, 因此式 (2-10) 中的右边最后一项可以省去, 得:

$$(M\Gamma_q^{-1})_V \Delta(q)^n = -\frac{\Delta t}{J^{n+1}} R^{n+1} = -\Delta\bar{t} R^{n+1} \quad (2-11)$$

在有限体积法计算中, 由于守恒的特性, 穿过所有格元界面上的数值通量之和将等于穿过整个体积的净通量。这种守恒性对内流计算来说是非常有用的, 它能严格地保证流量守恒。

2.2 空间离散格式^[29]

有限体积法要求能够精确计算格元界面处的通量。即界面处的无粘通量与粘性通量, 本文中两者的计算方法并不相同。无粘通量采用迎风格式, 粘性通量采用中心差分格式。尽管无粘通量也可以采用中心差分, 但需要加入非线性人工粘性项来去掉激波前振荡, 同时需加入线性数值粘性项确保计算稳定。而迎风格式则依据 Euler 方程中波传播的信息构造格式, 无需添加人工粘性项。

为了便于说明问题, 下面以一维为例来介绍无粘通量的计算。将带预处理的控制方程 (2-7) 写成一维的形式:

$$M\Gamma_q^{-1} \frac{\partial q}{\partial t} + M\Gamma_q^{-1} a_\Gamma \frac{\partial q}{\partial \xi} = \frac{\partial F^V}{\partial \xi} \quad (2-12)$$

式中 $a_\Gamma = \Gamma_q M^{-1} A M$, $A = \partial F / \partial Q$, 令 $\partial F^V / \partial \xi = S$, 则上式可写为:

$$M\Gamma_q^{-1}\frac{\partial q}{\partial t} + M\Gamma_q^{-1}a_\tau\frac{\partial q}{\partial \xi} = S \quad (2-13)$$

本文选用Roe的通量分裂方法来计算各单元面上的无粘通量。Roe提出的通量分裂方法是基于特征值来进行通量差分的迎风计算方法，是一种近似黎曼解法。对于单元面 $i+1/2$ 处沿 ξ 方向的通量可表示为：

$$F_{i+1/2} = \frac{1}{2}(F(q_L) + F(q_R))_{i+1/2} - \frac{1}{2}\hat{M}\hat{\Gamma}_q^{-1}|\hat{a}_\tau|_{i+1/2}(q_R - q_L) \quad (2-14)$$

定义Roe平均下的原始变量 \hat{q} ：

$$\begin{aligned} \hat{\rho} &= \frac{1}{2}(\rho_L + \rho_R) \\ \hat{u} &= \frac{1}{2}(u_L + u_R) \\ \hat{v} &= \frac{1}{2}(v_L + v_R) \\ \hat{w} &= \frac{1}{2}(w_L + w_R) \\ \hat{h} &= \frac{1}{2}(h_L + h_R) \\ \hat{c} &= \frac{\hat{h}}{M_r^2} - \frac{(\gamma-1)}{2}(\hat{u}^2 + \hat{v}^2 + \hat{w}^2) \end{aligned} \quad (2-15)$$

式(2-14)中用“ $\hat{\cdot}$ ”表示是由Roe平均下的原始变量得到的矩阵。 q_L 、 q_R 分别表示格元界面处的左边和右边原始变量的值。对于一阶精度，可令它们等于各自所对应的格元中心处的值。为了获得更高的精度，本文采用了van Leer发展的MUSCL格式：

$$\begin{aligned} q_{L,i+1/2} &= q_i + \frac{\Phi}{4}[(1-\kappa)(q_i - q_{i-1}) + (1+\kappa)(q_{i+1} - q_i)] \\ q_{R,i+1/2} &= q_{i+1} - \frac{\Phi}{4}[(1-\kappa)(q_{i+2} - q_{i+1}) + (1+\kappa)(q_{i+1} - q_i)] \end{aligned} \quad (2-16)$$

式中 Φ 取1，当 $\kappa=-1$ 时，空间精度为二阶，当 $\kappa=1/3$ 时，为三阶迎风格式。

2.3 特征边界条件^{[29][30]}

特征边界条件是基于特征波理论，来进行边界条件的处理。为了得到带预处理的特征边界条件，首先要对式(2-13)中的 a_τ 进行对角化 $a_\tau = R\Lambda_\tau R^{-1}$ ， Λ_τ 为 a_τ 的特征值组成的对角矩阵， R 和 R^{-1} 分别称之为 a_τ 的右特征矩阵和左特征矩阵。由于算例中单元体体积不变，则式(2-14)可以写为：

$$\frac{\partial q}{\partial \bar{t}} + a_r \frac{\partial q}{\partial \xi} = \Gamma_q M^{-1} S \quad (2-17)$$

其中, $\bar{t} = t/J$, 方程两边同时乘以左特征矩阵 R_0^{-1} 得:

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{t}} + \Lambda_r \frac{\partial W}{\partial \xi} = R_0^{-1} \Gamma_q M^{-1} S \quad (2-18)$$

式中, $W = R_0^{-1} q$ 称之为特征变量, 下标0表示为参考值。沿特征线 $d\xi/d\bar{t} = \lambda_r$ 有:

$$\frac{dW}{d\bar{t}} = R_0^{-1} \Gamma_q M^{-1} S$$

则边界上的特征变量可以表示为:

$$W_b = W_r + R_0^{-1} \Gamma_q M^{-1} S_b \Delta \bar{t} \quad (2-19)$$

式中, 下标b表示边界上的值, 下标r表示对应参考点的值(当参考点选为内点时, r用i来表示)。

另外, 当时间推进为显式格式时, 由于每一步的时间推进非常的小, 通常可以将式(2-19)中的源项省略。

在涡轮机械流场计算中, 边界条件通常包括进出口边界条件、固壁边界条件和周期性边界条件。本文选用了T3A平板流动, 收缩-扩张通道内的平板流动以及双圆弧平面叶栅流动三个算例分别进行了计算, 各个算例的边界条件有所不同, 在后面的各算例计算中分别进行说明。下面仅以收缩-扩张通道内的平板为例进行介绍。

2.3.1 进口边界条件

对于内流的进口边界条件, 通常给定总温 T_t 、总压 P_t 以及进口气流角度 (ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z) 。定义进口绝对速度为 U_b , 则有:

$$\rho_b = \frac{\gamma P_t M_r^2}{T_t} \left[1 - \frac{(\gamma-1) U_b^2 M_r^2}{2 T_t} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (2-20)$$

$$p_b = P_t \left[1 - \frac{(\gamma-1) U_b^2 M_r^2}{2 T_t} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2-21)$$

$$u_b = U_b \cos \phi_x \quad (2-22)$$

$$v_b = U_b \cos \phi_y \quad (2-23)$$

$$w_b = U_b \cos \phi_z \quad (2-24)$$

可以发现, 上式的五个方程组中却包含了6个未知数 $(\rho_b, p_b, u_b, v_b, w_b, U_b)$, 需要增加一个

关系式才能封闭方程。

对于亚声速入流, 第5个特征值 $\lambda^{(5)}$ 为负, 特征波由流场内部向边界传播, 则有:

$$\frac{P_b}{2\rho_0\sigma_0} + (\theta_k)_b c_0^- = \frac{P_l}{2\rho_0\sigma_0} + (\theta_k)_l c_0^- = w_l^{(5)} \quad (2-25)$$

式中, $\theta_k = \tilde{k}_x u + \tilde{k}_y v + \tilde{k}_z w$, $k \in \{\xi, \eta, \zeta\}$

$$\tilde{k}_i = k_i / |\nabla k|, \quad i \in \{x, y, z\}$$

$$|\nabla k| = \sqrt{(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)}$$

$$\sigma = \sqrt{\left(\theta_k \frac{1-\beta}{2}\right)^2 + \beta c^2}$$

$$c_{\pm} = \frac{\theta_k \frac{1-\beta}{2} \pm \sigma}{2\sigma}$$

联立6个方程, 便可得到进口边界条件的值。

2.3.2 出口边界条件

对于亚声速出口, 前4个特征值均为正值, 其相应的特征波由流场内部向边界传播, 因此, 只需给定出口静压 p_e , 令 $p_b = p_e$, 则其他4个参数可通过下式由流场内部参数来得到:

$$\begin{aligned} \left(\rho_b - \frac{P_b}{\beta c_0^2}\right) \tilde{k}_x - (\theta_k)_b \psi_0 \tilde{k}_x - w_b \tilde{k}_y + v_b \tilde{k}_z = \\ \left(\rho_l - \frac{P_l}{\beta c_0^2}\right) \tilde{k}_x - (\theta_k)_l \psi_0 \tilde{k}_x - w_l \tilde{k}_y + v_l \tilde{k}_z = w_l^{(1)} \end{aligned} \quad (2-26)$$

$$\begin{aligned} \left(\rho_b - \frac{P_b}{\beta c_0^2}\right) \tilde{k}_y - (\theta_k)_b \psi_0 \tilde{k}_y - u_b \tilde{k}_z + w_b \tilde{k}_x = \\ \left(\rho_l - \frac{P_l}{\beta c_0^2}\right) \tilde{k}_y - (\theta_k)_l \psi_0 \tilde{k}_y - u_l \tilde{k}_z + w_l \tilde{k}_x = w_l^{(2)} \end{aligned} \quad (2-27)$$

$$\begin{aligned} \left(\rho_b - \frac{P_b}{\beta c_0^2}\right) \tilde{k}_z - (\theta_k)_b \psi_0 \tilde{k}_z - v_b \tilde{k}_x + u_b \tilde{k}_y = \\ \left(\rho_l - \frac{P_l}{\beta c_0^2}\right) \tilde{k}_z - (\theta_k)_l \psi_0 \tilde{k}_z - v_l \tilde{k}_x + u_l \tilde{k}_y = w_l^{(3)} \end{aligned} \quad (2-28)$$

$$\frac{P_b}{2\rho_0\sigma_0} + (\theta_k)_b c_0^+ = \frac{P_i}{2\rho_0\sigma_0} + (\theta_k)_i c_0^+ = w_i^{(4)} \quad (2-29)$$

式中, $\psi = \rho\theta_k(1-\beta)/\beta c^2$

2.3.3 壁面边界条件

在固体壁上采用粘性流体的无滑移边界条件。

令壁面压力梯度等于零, 即 $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$ 。

又令壁面绝热, 此时温度梯度等于零, 即 $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$ 。

2.4 时间推进

2.4.1 定常求解的时间推进方法

在定常求解过程中, 由于网格的体积与时间无关, 半离散的NS方程可以写为:

$$\frac{dq}{dt} + R(q) = 0 \quad (2-30)$$

其中 $R(q)$ 为残值, 即空间上差分得到的总和。采用多步龙格-库塔法可以求解式 (2-30) 一阶常微分方程, 其步骤如下:

令 q^n 为 n 时间步后的 q 值, 通用 m 步龙格-库塔法推进到时间步 Δt 的格式可以写为

$$\begin{aligned} q^{(0)} &= q^n \\ q^{(1)} &= q^{(0)} - \alpha_1 \Delta t R^{(0)} \\ &\bullet \\ &\bullet \\ &\bullet \\ q^{(m-1)} &= q^{(0)} - \alpha_{m-1} \Delta t R^{(m-2)} \\ q^{(m)} &= q^{(0)} - \alpha_m \Delta t R^{(m-1)} \\ q^{n+1} &= q^{(m)} \end{aligned}$$

其中, $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ 为多步龙格-库塔法的系数。其标准值可以用下式得到:

$$\alpha_k = \frac{1}{m-k+1} \quad (k=1, \dots, m)$$

时间推进法的稳定性和高频阻尼特性随着系数 α_k 的取值不同而不同, 因此对于定常流动, 在实际计算时 α_k 并非一定要取标准值, 而是可以针对具体流动情况选取相应的最佳优化值^[32]。

2.4.2 非定常求解的时间推进方法

Jameson提出的双时间步方法可以很方便地应用于非定常流的求解^[27]。本文采用双时间步方法进行非定常时间的推进。其主旨思想是在控制方程中引入一虚拟时间项，半离散的控制方程可写为：

$$\frac{\Delta(q)_f}{\Delta\tau} + \frac{\Delta(q)_p}{\Delta t} + R(q) = 0 \quad (2-31)$$

式中， τ 为虚拟时间， t 为物理时间，下标 f 表示虚拟时间步， p 表示物理时间步。将式中右边两项看成为非定常源项 R^* ，则方程变为：

$$\frac{\Delta(q)_f}{\Delta\tau} = R^* \quad (2-32)$$

当对虚拟时间 τ 进行追赶求解，使得非定常源项 R^* 趋于零时，式(2-32)则成为一非定常时间精确方程，其解即为非定常流动解。

原始变量对物理时间项 t 的离散采用二阶精度的三点隐式后差格式^[33]，即

$$\Delta(q)_p = \frac{3(q)_p^{n+1} - 4(q)_p^n + (q)_p^{n-1}}{2} \quad (2-33)$$

式中上标 $n+1$ ， n ， $n-1$ 分别代表 $n+1$ ， n ， $n-1$ 时层。原始变量对虚拟时间项 τ 的离散为

$$\Delta(q)_f = (q)_f^{n+1} - (q)_f^n$$

Arnone通过稳定性分析表明：当 $\Delta t \sim \Delta\tau$ 或者 $\Delta t < \Delta\tau$ 时，式(2-31)采用多步Runge-Kutta

方法不稳定，稳定性要求当地时间步长 $\Delta\tau$ 必须小于 $\frac{2}{3}\Delta t$ ^[34]：

$$\Delta\tau = \min\left[\Delta\tau^*, \frac{2\Delta t}{3}\right] \quad (2-34)$$

其中， $\Delta\tau^*$ 的确定方法同定常计算中当地时间步长的确定方法。

由于物理时间步的离散是隐式的，故其时间步长取值范围较大，且在虚拟时间步追赶求解过程中，不存在统一时间步的问题，解决了原有定常过程求解的加速技术不能在非定常流动方程求解时运用的问题，所以计算效率高。另外将一个定常流动程序改为非定常流动程序，其改动量非常地小。

2.4.3 加速收敛技术

众所周知，龙格-库塔方法为显式时间推进方法，其时间推进步长受稳定性条件限制，因此

只能取较小的CFL数。由于我们是利用非定常NS方程来求解定常流动问题，在求解过程中时间推进和空间离散是彼此独立的，定常解与所采用的时间步长无关。因此，可以在各个控制体单元上采用不同的当地时间步长，使流场处处以接近稳定性极限的时间步长向前推进，从而加快整个迭代计算的收敛过程。

对于某个网格单元，当地时间步长为^[36]：

$$\Delta t = CFL \cdot \frac{VOL}{\lambda_{\xi} + \lambda_{\eta} + \lambda_{\zeta}}$$

式中 $\lambda_{\xi}, \lambda_{\eta}, \lambda_{\zeta}$ 分别为 ξ, η, ζ 方向上对流项的当地最大波速。

2.5 本章小结

本章先后推导了直角坐标系下及曲线坐标系下的可压缩粘性流体的与时间相关的无量纲 Navier-Stokes 方程。详细介绍了有限体积法及空间离散方法。为使可压缩的 Navier-Stokes 方程应用于不可压流动中，在时间导数项加入了预处理矩阵，并在此基础上推导出了进出口特征边界条件，及壁面边界条件。时间推进选用四步 Runge-Kutta 法。另外，在非定常推进中运用了 Jameson 所发展的隐式双重时间步法，能有效地提高计算效率，加快非定常流动现象数值模拟速度。

第三章 湍流模型及转捩模型

3.1 湍流模型

Navier-Stokes 方程组虽然是迄今为止描述流体运动最精确的方程组,但是由于湍流运动的极端复杂性,其在运动过程中存在许多尺度大小不一的湍流脉动。这些脉动流体微团的尺寸很小,无法用仪器准确观测其运动规律,另外,受到计算机精度和内存容量的限制,数值模拟湍流微团的运动规律非常困难。尽管模拟湍流尺度的直接数值模拟(Direct Numerical Simulation)和大涡模拟(Large Eddy Simulation)方法得到了长足的发展,但在目前以及今后的一段时间内,采用湍流模型解决工程实际问题仍然是最便利、最可行的技术途径^[36]。

随着空气动力学、计算机技术和数值模拟能力的发展,近几十年来,人们在湍流模型研究方面取得了很大的进展。虽然湍流理论还不完善,但是人们对湍流的研究却从未停止过。经理论推导和对大量实验数据的分析处理后,人们建立了许多不同种类的湍流模型。根据模型所补充微分方程数目将湍流模型大致分为以下几类:代数模型(如 Baldwin-Lomax 模型),一方程模型(如 Spalart-Allmaras 模型),两方程模型(如 $k-\omega$ 、 $k-\varepsilon$ 模型等)。各类湍流模型均有各自的优点与缺点,详细可参考文献^[36]。

本文选用 Spalart-Allmaras 一方程湍流模型,该模型直接根据经验和量纲分析,从简单流动开始,直到得到最终的控制方程。它相对于两方程模型计算量小和稳定性好,计算网格到壁面的加密的程度可以与零方程模型有同等的量级。另外,模型是“当地”型的,所以在有多个物面的复杂流场的计算中不需要做特殊处理^[37]。

原 SA 模型方程的无量纲形式为^[38]:

$$\begin{aligned} \frac{D\tilde{v}}{Dt} = c_{b1} [1 - f_{t2}] \tilde{S}\tilde{v} + \frac{1}{\sigma \text{Re}} \left[\nabla \cdot ((v + \tilde{v}) \nabla \tilde{v}) + c_{b2} (\nabla \tilde{v})^2 \right] - \\ \frac{1}{\text{Re}} \left(c_{w1} f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right) \left[\frac{\tilde{v}}{d} \right]^2 + \text{Re} f_{t1} \Delta U^2 \end{aligned} \quad (3-1)$$

式中, $v_t = \tilde{v}_t f_{v1}$, $f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}}$, $\chi \equiv \frac{\tilde{v}}{\nu}$ 。

$$\tilde{S} \equiv S + \frac{\nu}{\kappa^2 d^2} f_{v2}, \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}$$

$$f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{1/6}, \quad g = r + c_{w2} (r^6 - r), \quad r \equiv \frac{\tilde{v}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2}$$

$$f_{i2} = c_{i3} \exp(-c_{i4} \chi^2), \quad f_{i1} = c_{i1} g_i \exp\left(-c_{i2} \frac{w_i^2}{\Delta U^2} [d^2 + g_i^2 d_i^2]\right)$$

最初, Spalart 和 Allmaras 在模型中加入了转捩相关项(等式右边第四项)用于考虑流动的转捩, 但要想预测转捩, 必须得人为指定转捩点, 使得工程应用价值不大。因此, 大多数情况下方程都写为完全湍流的 SA 模型, 即省去了转捩相关项。其无量纲形式为:

$$\frac{D\tilde{v}}{Dt} = c_{b1} \tilde{S} \tilde{v} + \frac{1}{\sigma \text{Re}} \left[\nabla \cdot ((\nu + \tilde{v}) \nabla \tilde{v}) + c_{b2} (\nabla \tilde{v})^2 \right] - \frac{1}{\text{Re}} c_{w1} f_w \left[\frac{\tilde{v}}{d} \right]^2 \quad (3-2)$$

将(3-2)式写成守恒形式得:

$$\frac{D(\rho \tilde{v})}{Dt} = c_{b1} \tilde{S} \rho \tilde{v} + \frac{1}{\sigma \text{Re}} \left[\nabla \cdot ((\mu + \rho \tilde{v}) \nabla \tilde{v}) + c_{b2} \nabla \tilde{v} \nabla \rho \tilde{v} \right] - \frac{1}{\text{Re}} \rho c_{w1} f_w \left[\frac{\tilde{v}}{d} \right]^2 \quad (3-3)$$

模型中用到的各常数为: $c_{b1} = 0.1355$, $\sigma = 2/3$, $c_{b2} = 0.622$, $\kappa = 0.41$, $c_{w1} = c_{b1} / \kappa^2 + (1 + c_{b2}) / \sigma$, $c_{w2} = 0.3$, $c_{w3} = 2$, $c_{v1} = 7.1$, $c_{i1} = 1$, $c_{i2} = 2$, $c_{i3} = 1.1$, $c_{i4} = 2$ 。

2008年, Rumsey 和 Spalart 在文献^[39]中指出, 在某些情况下即使 SA 模型能同时计算出层流和湍流两种流动状态, 但这一过程其实是伪物理过程, 不能反应转捩的真实物理过程。因为 SA 模型本身不具备转捩预测功能, 要想得到较好的转捩预测性能, 必须得引入转捩模型。

3.2 转捩模型

流动中, 层流和湍流有着截然不同的流动规律, 其各自对叶轮机性能的影响也大不相同。通常叶轮机中的流动非常复杂, 即存在层流也存在湍流, 并且两者之间也经常发生转换, 即所谓的转捩或逆转捩。要想精确得到叶轮机中每个部件的损失、传热系数等就必须对转捩边界层的发展要有一个精确的预测。然而, 由于缺乏对流动机理的认识, 目前还没有一种完整的理论能解析地描写转捩的全过程, 为了满足工程要求, 大多基于实验数据与理论分析得出了一些较为实用的半经验理论。本文采用的转捩模型便是一种简单的适用于叶轮机内部转捩预测的半经验理论。

从稳定性理论考虑, 根据自由流的扰动在边界层内是否会放大可以判断转捩是否会发生。当转捩开始时, 由自由流传递到边界层内的能量得到发展, 使近壁区的湍动能迅速增大, 逐渐发展为湍流。将模型的生成项看作为输运变量, 额外引入一个输运方程来实现模型对转捩的预测。此想法最初是由 Schmidt 和 Patankar^[40]提出, 并应用到 $k-\varepsilon$ 模型中, 成功地实现了转捩的预测。在 $k-\varepsilon$ 中只有当 k 方程中的生成项发挥作用时才可使边界层内的湍动能迅速增大, 因此, k 方程中的生成项是反应稳定性的一个重要参数。通过控制该参数, 便可达到控制边界

层转换的目的。因此，文中提出把 k 方程的生成项看作为一个输运变量，额外引入它的输运方程，从而实现了层转换的预测。

文献^[41]也指出，原 SA 模型在模拟流动时，如果湍流的生成项没有发挥作用，则湍流粘性不会增加，所预测出的流动便为层流，由此可见，模型中的生成项是否发挥作用是决定所预测流动的最终状态的关键。文献^[23]基于上述思想，参考文献^[40]的方法，通过引入 SA 模型生成项的输运方程实现了对边界层转换的预测。其详细过程如下：

式 (3-3) 中原 SA 方程的生成项可以写为：

$$P = c_{b1} \tilde{S} \rho \tilde{\nu} = c_{b1} \rho \left(P_{vT} + f_{v2} \frac{\tilde{\nu}^2}{\kappa^2 d^2} \right), \quad P_{vT} = \tilde{\nu} |\omega| \quad (3-4)$$

把 P_{vT} 看作为一个输运变量，引入它的输运方程：

$$\frac{D(P_{vT})}{Dt} = f_i (\tilde{\nu} |\omega| - P_{vT}) |\omega| \quad (3-5)$$

联合连续方程，将上式写成守恒形式得：

$$\frac{D(\rho P_{vT})}{Dt} = f_i \rho (\tilde{\nu} |\omega| - P_{vT}) |\omega| - \rho P_{vT} (\nabla \cdot U) \quad (3-6)$$

式中 f_i 便是用来控制湍流生成项是否发挥作用的关键函数，其表达式为：

$$f_i = \begin{cases} 0 & , \text{Re}_\theta < \text{Re}_{\theta,cr} \\ r^3 f_{i1} + (1-r) f_{i2} & , \text{Re}_\theta \geq \text{Re}_{\theta,cr} \end{cases} \quad (3-7)$$

$$\text{其中, } f_{i1} = 0.15 H_{12}, f_{i2} = 0.005 H_{12}^4, r = \left[\min \left(2, \frac{\text{Re}_\theta}{\text{Re}_{\theta,cr}} \right) - 1 \right].$$

由流动稳定性理论可以知道^[28]，对于一给定的雷诺数，扰动可以处于三种状态之一：衰减，中立或增长。使扰动增长的最小雷诺数被称之为临界雷诺数 Re_{cr} ，即当流动雷诺数小于该值流动表现为层流，若超出该值流动便逐渐向湍流发展。式 (3-7) 中，当流动雷诺数小于临界动量厚度雷诺数 $\text{Re}_{\theta,cr}$ 时， f_i 取 0，说明模型中的生成项为 0，即预测的流动为层流。相反， f_i 的值通过一经验公式给出，使得模型中的生成项开始发挥作用，流动便开始由层流逐渐向湍流转变。

式 (3-7) 中采用的稳定性判据为 Drela 修正后的 Abu-Ghannam & Shaw 稳定性判据：

$$\text{Re}_{\theta,cr} = 155 + 89 (\tilde{n}_{crit})^{5/4} \left[1 + \frac{1}{4} \tanh \left(\frac{10}{H_{12} - 1} - 5.5 \right) \right] \quad (3-8)$$

其中：

$$\tilde{n}_{crit} = -8.43 - 2.4 \ln \left[0.027 \tanh \left(\frac{Tu}{2.7} \right) \right] \quad (3-9)$$

3.3 湍流模型中其他项的修正^[23]

在原有的 SA 模型基础上引入了转换模型之外, 本文还对湍流模型的其他相关项做了一些小的修正, 使之有利于提高低雷诺数的边界层转换预测性能。

- 1) 对模型中的工作变量 χ 进行了修正, 修正后的值为 $\chi^* = \max\left(\frac{\tilde{v}}{v}, \kappa y^+\right)$ 。原始的 χ 与修正后的 χ^* 值对衰减函数 f_{v1} 和 f_{v2} 的影响如图 3.1 和图 3.2 所示。从图中可以看出, 在边界层外缘附近 ($y^+ > 10^3$), 由原始的 χ 值得到的衰减函数 f_{v1} 和 f_{v2} 振荡比较激烈, 而由修正后的 χ^* 值得到的衰减函数 f_{v1} 和 f_{v2} 基本不会出现振荡, 这有利于避免模型在边界层外缘附近产生不必要的振荡, 使计算更加稳定。

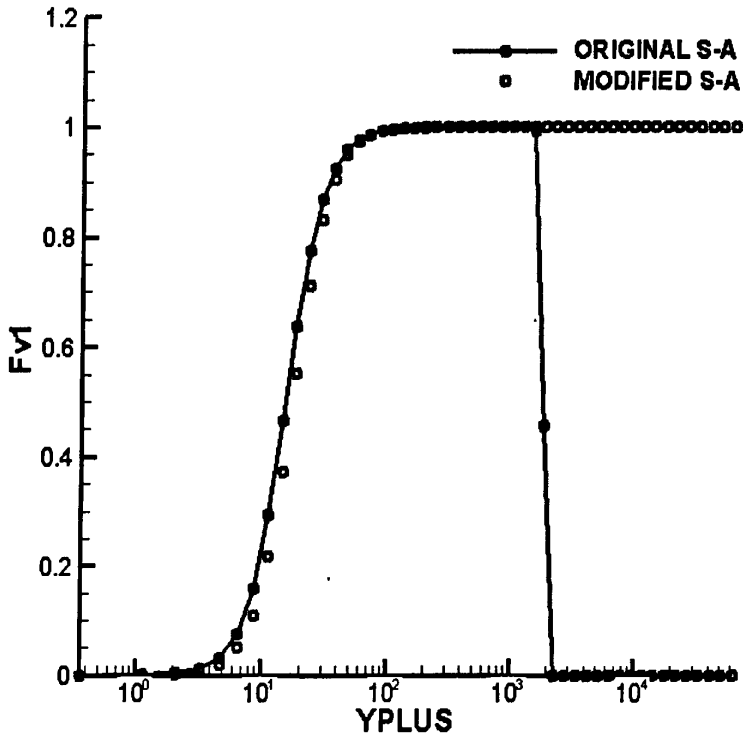


图 3.1 原始的 χ 值与修正后的 χ^* 值对衰减函数 f_{v1} 的影响

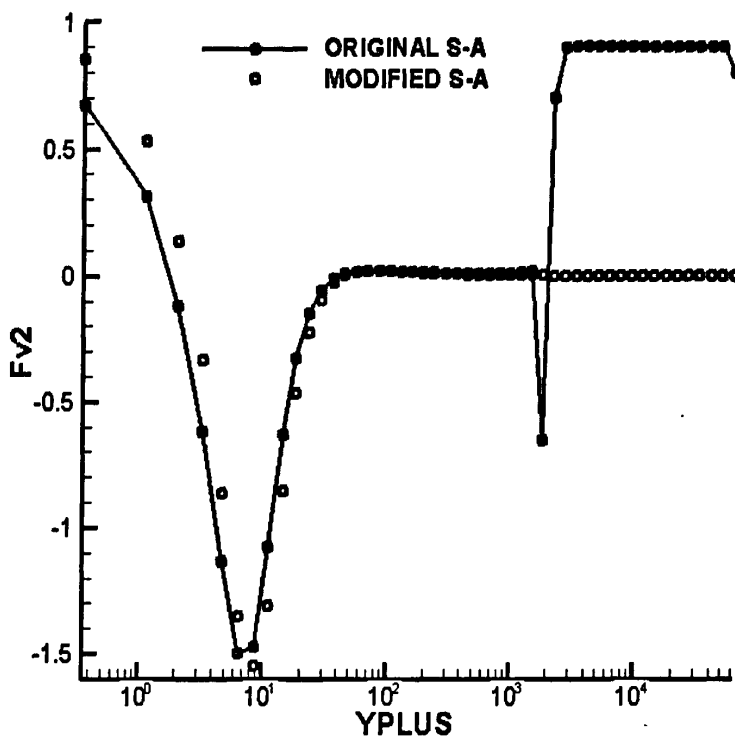


图 3. 2 原始的 χ 值与修正后的 χ' 值对衰减函数 f_{v2} 的影响

- 2) 无论是层流流动还是湍流流动，自由流湍流速度对流动动能的生成都有一定的贡献^[42]，因此，在模型中加入一项自由流湍流速度的生成项非常地有必要，则 SA 模型的无量纲形式可表示为：

$$\frac{D(\rho \tilde{v})}{Dt} = c_{b1} \tilde{S} \rho \tilde{v} + \frac{1}{\sigma \text{Re}} \left[\nabla \cdot ((\mu + \rho \tilde{v}) \nabla \tilde{v}) + c_{b2} \nabla \nabla \rho \tilde{v} \right] - \frac{1}{\text{Re}} \rho c_{w1} f_w \left[\frac{\tilde{v}}{d} \right]^2 + \text{Prod}_{FSM} \quad (3-10)$$

$$\text{其中: } \text{Prod}_{FSM} = c_{TU} \rho \left[c_{1F} f_{v1} \sqrt{P_{\infty} \tilde{v}} |\omega| - \frac{1}{\text{Re}} c_{wF1} \left(\frac{v_T}{d} \right)^2 \right] e^{-y/8},$$

$$P_{\infty} = \frac{3}{2} a \text{Re}(Tu \cdot U_0), \quad c_{1F} = 0.17, c_{wF1} = 0.42 c_{w1}, \quad c_{w1} = 3.239, \quad a = 0.3, \quad c_{TU} \text{ 通常}$$

取 1。^[46]

3.4 边界层参数的求解

在求解湍流模型生成项的输运方程时，需要用到当地动量厚度雷诺数以及形状因子等边界层参数，为此，介绍一下本文所采用的边界层参数的求解方法，详细可参考文献[46]。

边界层位移厚度与动量厚度采用积分法进行求解，其表达式为：

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho u_e} \right) dy \quad (3-11)$$

$$\theta = \int_0^{\delta} \frac{\rho u}{\rho u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e} \right) dy \quad (3-12)$$

其中，积分上限 δ 的求解是选用基于 B-L 模型中的 B-L 函数方法，B-L 函数为：

$$F(y) = y |\omega| \left(1 - e^{-y^*/A^*} \right) \quad (3-13)$$

利用式(3-13)求出 $F_{\max} = F(y_{\max F})$ ，然后利用 $\frac{1}{2} F_{\max} = F(y_{1/2})$ 求出 $y_{1/2} > y_{\max F}$ 所对应的 $y_{1/2}$ ，最后由 $\delta = 1.2 \cdot y_{1/2}$ 得到边界层厚度 δ 。

3.5 本章小结

本章首先简单介绍了 SA 湍流模型的形式以及它的优点，随后详细分析了在原 SA 模型的基础上如何引入转捩模型来实现转捩预测功能，并为了提高模型的预测精度，对原始的 SA 模型进行了几点修改。主要表现在以下几个方面：

- 1) 将原 SA 模型的生成项看作为一个输运变量，在 RANS 数值模拟中额外引入其输运方程来实现边界层的转捩预测。
- 2) 对湍流模型中的中间变量进行了修正，避免衰减函数在边界层边缘附近的振荡，有利于湍流模型的稳定。
- 3) 在湍流模型中额外增加了一项生成项来考虑自由流湍流度对湍动能的贡献。

第四章 零压力梯度下平板边界层转捩数值模拟

4.1 T3 系列平板实验介绍

Coupland 所做的 T3 系列平板实验^[43]通常被作为验证 CFD 程序对边界层转捩预测能力的经典算例, 实验示意图如图 4.1 所示, 平板长 1.7m, 平板边界层内的速度分布由布置在平板上方的热线风速仪测量得到。T3A、T3B 两组实验的进口湍流度在 3.0%-6.0% 之间, 与涡轮进口条件相似, 故本文选择了这两组实验来对程序的转捩预测能力进行验证。实验的进口条件如表 4.1 所示。

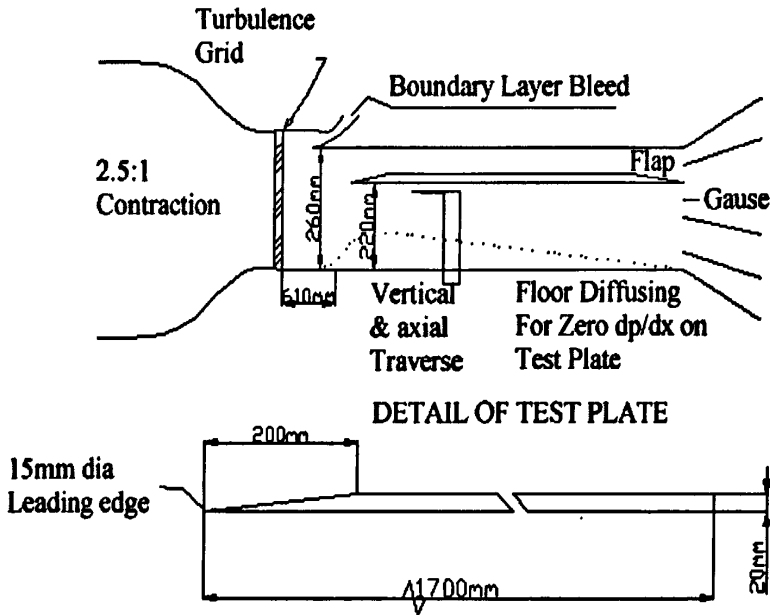


图 4.1 T3 系列平板边界层转捩实验示意图

表 4.1 T3A、T3B 平板边界层转捩实验的进口条件

	进口速度 (m/s)	自由流湍流度 (%)
T3A	5.4	3.0
T3B	9.4	6.0

实验时发现, 流体在 T3A 与 T3B 平板流动中均完成了由层流向湍流转捩的全部过程, 由于 T3B 的进口自由流湍流度要高于 T3A, 故 T3B 的转捩过程要先于 T3A, 详细分析见下文。

4.2 T3 系列平板边界层转捩的数值模拟

4.2.1 计算模型与网格

由于 T3A 与 T3B 的实验装置一样（仅进口条件不同），因此在计算中，T3A、T3B 所选用的几何模型相同，如图 4.2 所示，板长 1.7m，为了减小进口对流动情况的影响，在平板的前缘加了一段 0.05m 长的延伸段，并在延伸段与前缘交接处进行了网格加密。模型沿壁面法向方向取了 81 个网格点，为捕捉边界层内的速度分布，在壁面附近进行了网格加密，并保证了第一个网格点 $y^+ < 1$ 。沿流方向取了 230 个网格点，以保证能较好地确定转捩的起始点位置。由于 T3 系列实验可以看作是二维流动，因此，沿展向方向只取了 3 个均匀分布的网格点。

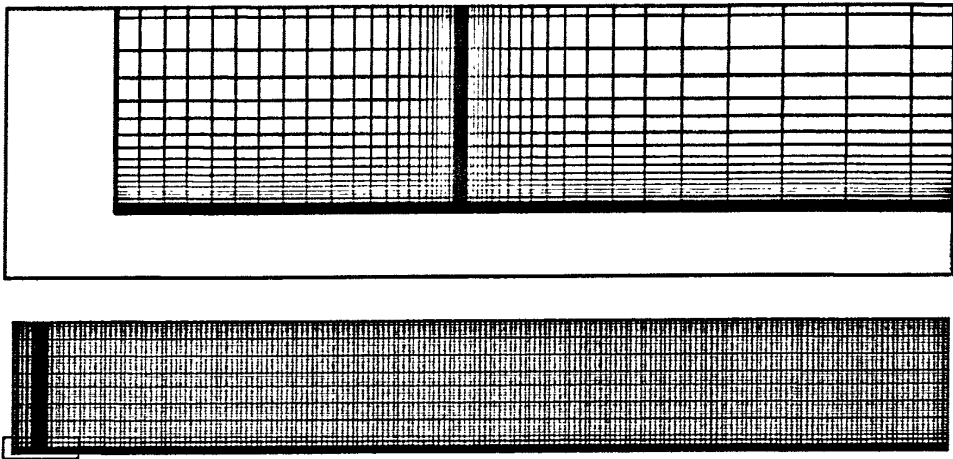


图 4.2 T3 系列平板数值模拟网格

4.2.2 T3A 平板边界层转捩预测

图 4.3 为 T3A 平板壁面摩擦系数 C_f 沿流向分布图。通常认为 C_f 最小处为转捩的起始点，最大之处为转捩的结束点。图 4.4 为 T3A 平板边界层形状因子 H_{12} 的分布图，它可反映速度剖面的形状。一般情况下认为层流状态下的 H_{12} 应大于 2，当流动转为湍流后，流速分布更趋均匀化，使速度剖面更饱满， H_{12} 一般小于 1.5。当流动在转捩过程中， H_{12} 会有一个明显的减小过程。图 4.5 为 T3A 平板边界层位移厚度 δ^* 沿流向的分布图，它可以看出边界层从前缘到尾缘的一个增长过程，图 4.6 为 T3A 平板边界层动量厚度 θ 沿流向的分布图。

由实验值可以发现，在 Re_x 小于 1.5×10^5 之前，流动为层流，从下列图中也可以看出，在该区域，无论是计算得到的摩擦系数 C_f 还是边界层参数都与实验值吻合得很好。 Re_x 在 1.5×10^5 之后，流动开始发生转捩，通过图 4.3 也可以看出计算得到的转捩起始点与实验值也基本吻合。转捩后， Re_x 在 1.5×10^5 至 2.8×10^5 之间这段区域为转捩区域，通过与实验对比发现，在转捩区模拟出的结果首先向湍流转变的速率要比实际流动快，从图 4.3 中的 C_f 斜率过

大、图 4.4 中的 H_{12} 减小过快可以验证。在转换的后半部分，计算值在向全湍流转变过程却比实验值要慢得多，转换结束点也比实验值略微靠后，大约在 $Re_x = 3.0 \times 10^5$ (由 C_f 最大值位置得到)。转换结束后， C_f 略低于实验值，直到下游才逐渐与实验值吻合^[46]。

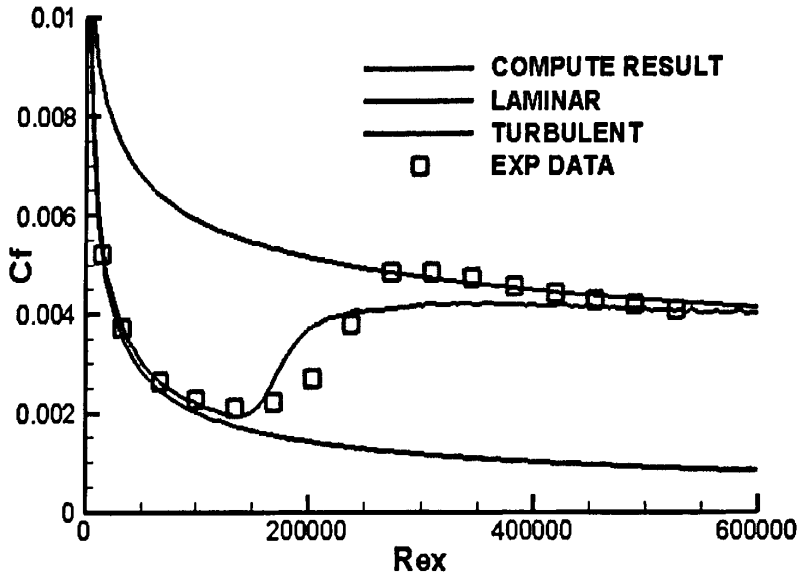


图 4. 3 T3A 平板表面壁面摩擦系数沿流向分布

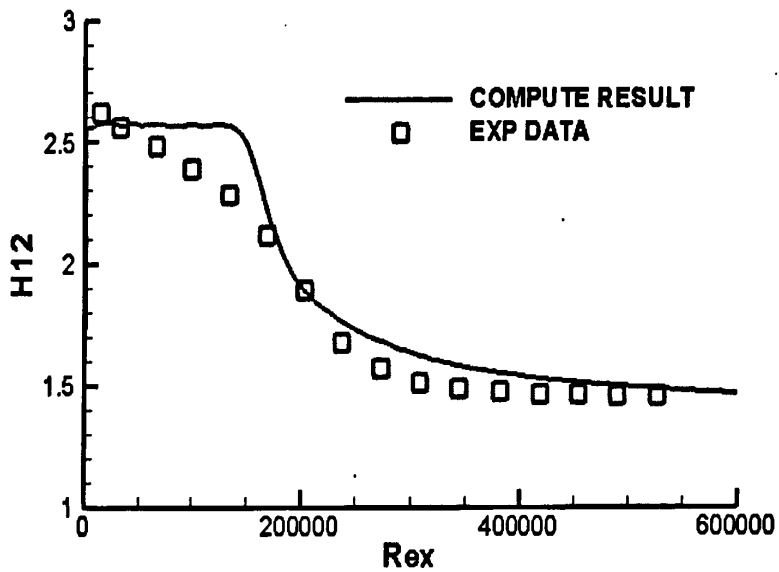


图 4. 4 T3A 平板边界层形状因子沿流向分布

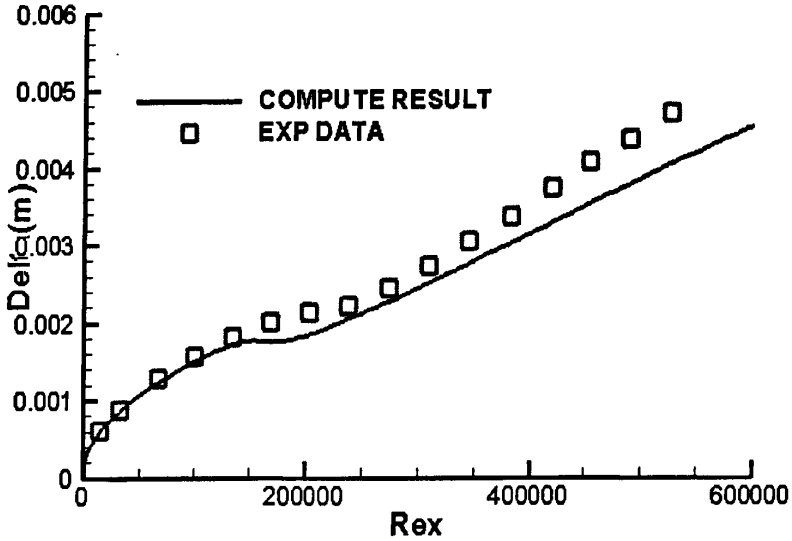


图 4. 5 T3A 平板边界层位移厚度沿流向分布

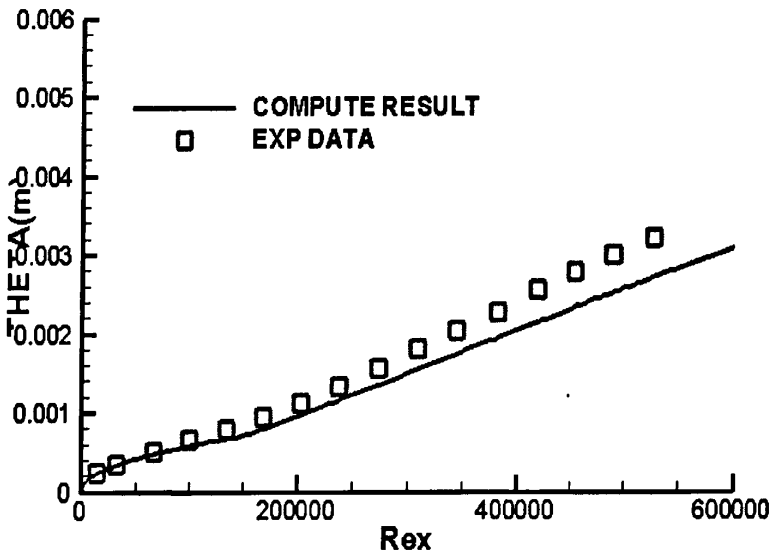


图 4. 6 T3A 平板边界层动量厚度沿流向分布

4. 2. 3 T3B 平板边界层转捩预测

T3B 平板流动条件与 T3A 的差别在于进口速度和进口湍流度均高于 T3A，分别为 9.4m/s 和 6.0%。因此 T3B 平板边界层相对于 T3A 平板边界层要更容易发生转捩。和 T3A 平板一样，图 4.7 至图 4.10 列出了对 T3B 平板数值模拟得到的壁面摩擦系数和边界层参数与实验值的对比。

由图 4.7 至图 4.10 可以发现，流动转捩大致发生在 $Re_x = 8 \times 10^4$ 位置，计算得到的转捩点与实验值非常吻合。随着流动向下游发展，在 $Re_x = 12 \times 10^4$ 位置转捩结束。通过与实验对比发现，无论是转捩起始点还是转捩长度，以及层流和湍流状态下的模拟结果都与实验值非常

吻合，充分证明了转换模型的有效性。

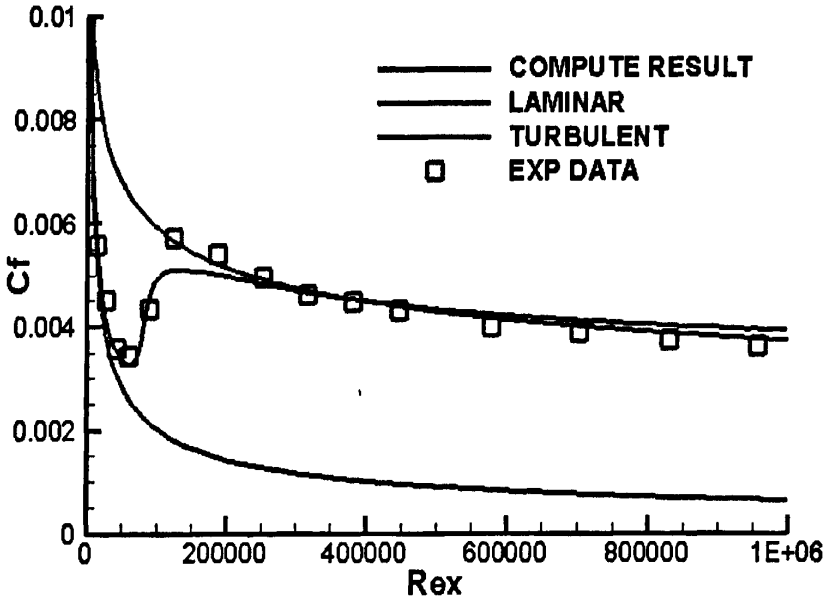


图 4. 7 T3B 平板表面壁面摩擦系数沿流向分布

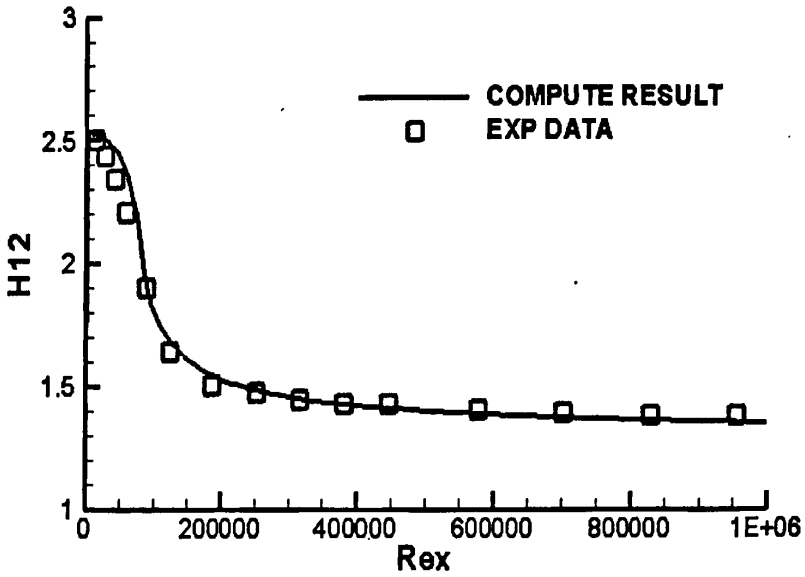


图 4. 8 T3B 平板边界层形状因子沿流向分布

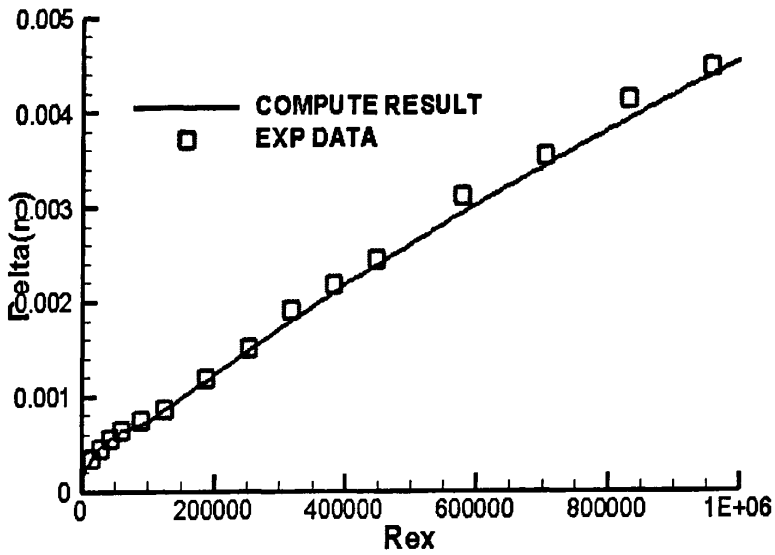


图 4. 9 T3B 平板边界层位移厚度沿流向分布

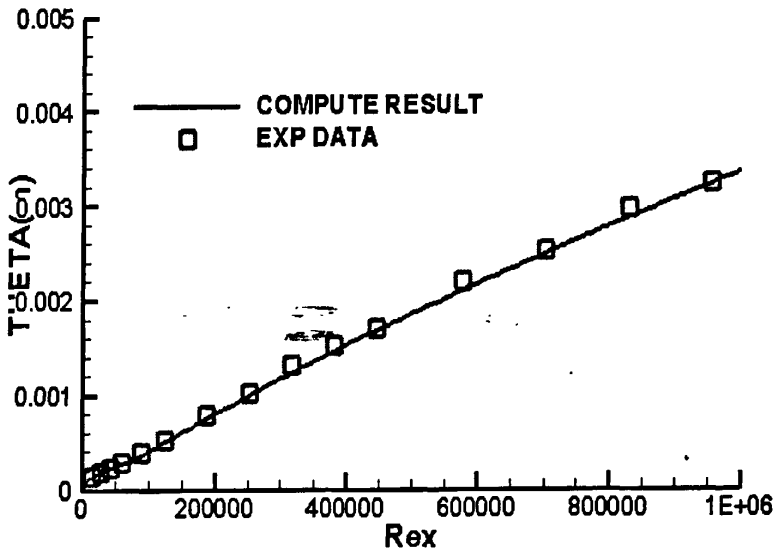


图 4. 10 T3B 平板边界层动量厚度沿流向分布

4.2.4 计算结果分析

通过对 T3A、T3B 平板边界层数值模拟与实验值对比可以发现，本文中的转换模型具有较好的转换预测能力，尤其对转换起始点的预测，同时在转换发生前也不会影响层流边界层的预测。因此，可以较好地应用于既有层流又有湍流的复杂流动中。但通过 T3A 的计算结果与实验值的对比发现了该模型的一些不足，具体表现在当流向雷诺数 Re_x 较小时，流动由层流向湍流转变过程要比实验值更长，所预测的转换结束点要比实验值靠后，壁面摩擦系数在转换结束点附近比实验值低等。这主要是因为当 Re_x 较小时，湍流模型中生成项的增加需要一个过程。

Spalart^[41]在 08 年也曾指出采用 SA 湍流模型模拟湍流, 当 Rex 较小时, 所模拟出的流动状态并未表现出全湍流状态。因此, 在模拟平板转换过程中, 如果通过转换模型触发转换在 Rex 较小位置, 则虽然 SA 模型开始发挥作用, 但却还需一个较长的过程才能模拟出真正的全湍流状态。而当模拟 Rex 相对稍高一点的流动时 (如 T3B), SA 模型便能正常地发挥其模拟湍流的功能, 加入转换模型后, 所预测的转换流动与实验值吻合很好。

4.3 本章小结

利用本文数值方法对 T3A、T3B 平板边界层进行了数值模拟, 通过与实验边界层参数对比, 不但很好地验证了该方法在低雷诺数下对层流以及湍流的预测精度, 而且还充分说明该方法能较好地模拟受不同进口湍流度影响下的边界层转换。同时发现, 边界层转换的发生受进口湍流度的影响很大, 当湍流度越高时, 外界对边界层的扰动越大, 边界层越不稳定, 使转换更易发生。最后分析了在流向雷诺数 Rex 较小情况下, 转换后造成边界层参数与实验值产生较大误差的原因。初步认定, 当 Rex 较小时, 即使触发了转换, 但湍流模型中生成项的增加需要一个过程, 因此在转换结束后也很难表现出全湍流特性。

第五章 定常/非定常分离边界层数值模拟

很多情况下,叶轮机通道内的流动雷诺数都比较低(尤其在压气机叶栅中),叶片表面经常发生转换。通过观察带逆压梯度的平板边界层转换流动,有利于对叶栅通道内转换机理的认识。Lou 等人^[7]利用一收缩-扩张通道,在一块平板上模拟了近似叶片吸力面的流动情况,详细分析了该流动在逆压梯度下的分离转换以及受前缘周期性非定常干扰下的边界层发展,可用于验证本文数值方法对于定常/非定常下分离转换等复杂流动的预测精度。

5.1 定常/非定常分离边界层实验介绍

实验装置如图 5.1 所示,进口附近有一蜂窝型整流装置,随后为一段 9:1 的收缩段和一方形的实验段,实验平板长 1m,为获得叶片吸力面相似的压力分布,在平板的上方放置了一个收缩-扩张的曲面。另外,在风洞的出口有一个可旋转的叶片,在进行非定常实验时,根据调整旋转叶片的转速可达到控制非定常流动的频率的目的。

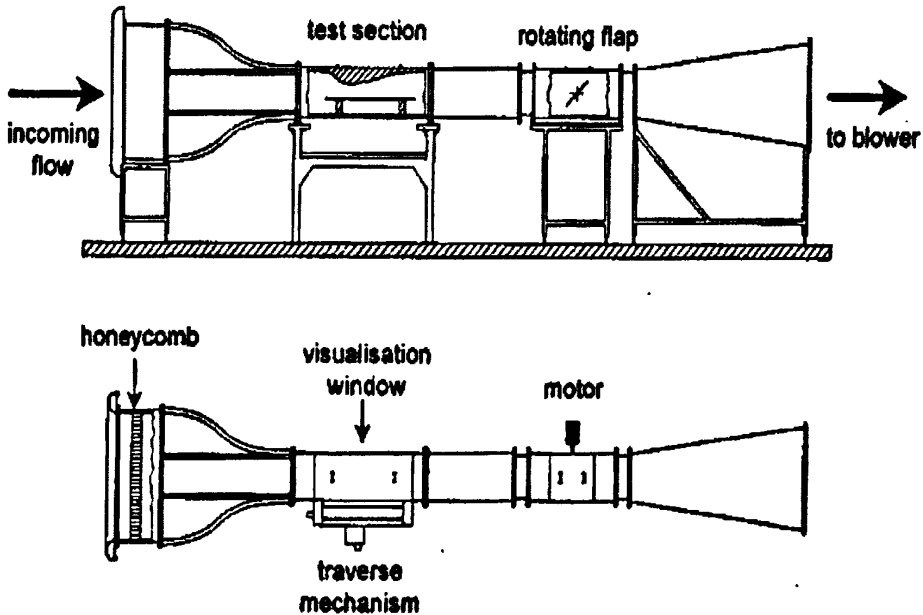


图 5.1 收缩-扩张平板边界层转换实验示意图

实验测试了许多组不同进口条件下的流场情况,包括定常进口条件和由下游旋转叶片旋转所引起的非定常进口条件。在此只介绍两组比较典型的本文需要模拟的实验工况。其进口条件如表 5.1。

表 5.1 收缩-扩张平板两组典型的实验进口条件

	U_0 (m/s)	Re (10^5)	Sr	Amp	有无脱落涡
定常	9.0	6.2	0	0%	无
非定常	1.81	1.19	1.65	19.2%	有

表中 Re 、 Sr 以及 Amp 的定义为:

$$Re = \frac{U_0 L}{\nu}, Sr = \frac{fL}{U_0}, Amp = \frac{\Delta U}{U_0}$$

5.2 定常/非定常分离边界层数值模拟

5.2.1 几何模型与计算网格

网格利用 ANSYS ICEM 网格生成软件得到, 通过自己编辑的一套数据转换程序, 将 ICEM 输出的网格数据转换成了本文程序可读的 IJK 格式数据文件。

模型中, 为了减小进口对流动情况的影响, 在平板的前缘延伸了一段 0.5m 长的直通道, 如图 5.2 所示。边界层采用贴体网格, 并进行了加密, 保证第一层网格点 $y^+ \leq 1$ 。沿流向取 161 个网格点, 法向取了 80 个网格点。由于流动为准三维流动, 故在展向方向只取了 3 个网格点, 网格量为 25280。

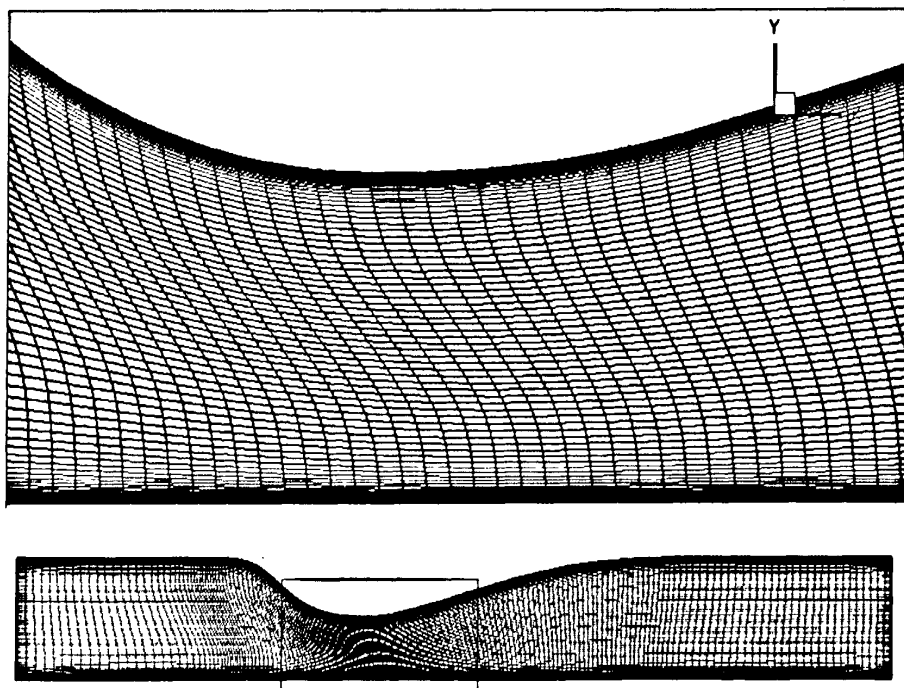


图 5.2 收缩-扩张通道的数值模拟网格

5.2.2 定常分离边界层数值模拟与结果分析

如表 5.1 所述, 定常条件下进口速度为 9m/s , 板长雷诺数为 6.2×10^5 。实验中, 流体由进口进入通道, 以层流的流动状态向下游发展, 由于通道面积的收缩, 流体开始加速, 在 $X/L=0.3$ 附近, 速度达到最大。随后由于通道面积的扩张, 产生很强的逆压梯度, 受强逆压梯度的影响, 层流边界层在 $X/L=0.4$ 左右发生了分离, 分离后形成了自由剪切层, 但由于自由剪切层很不稳定, 大约在 $X/L=0.455$ 位置 (分离泡的上端) 开始发生转捩, 并迅速完成转捩。随着湍流的产生, 压力迅速得到恢复, 使分离在 $X/L=0.48$ 左右出现湍流再附^[7]。

平板表面压力沿流向分布可以反应流体流过通道时的宏观物理变化情况, 通过表面压力分布便可换算得到通道内主流速度沿流向的变化情况。图 5.3 为数值模拟得到的结果与实验所测得的平板位置的无量纲速度分布对比, 由于在分离区压力不变, 在 $X/L=0.4$ 至 $X/L=0.48$ 区域速度基本不变。通过与实验值对比发现, 数值模拟所得到的平板速度分布与实验值吻合得较好, 能准确地捕捉流动中的一些宏观物理变化情况。

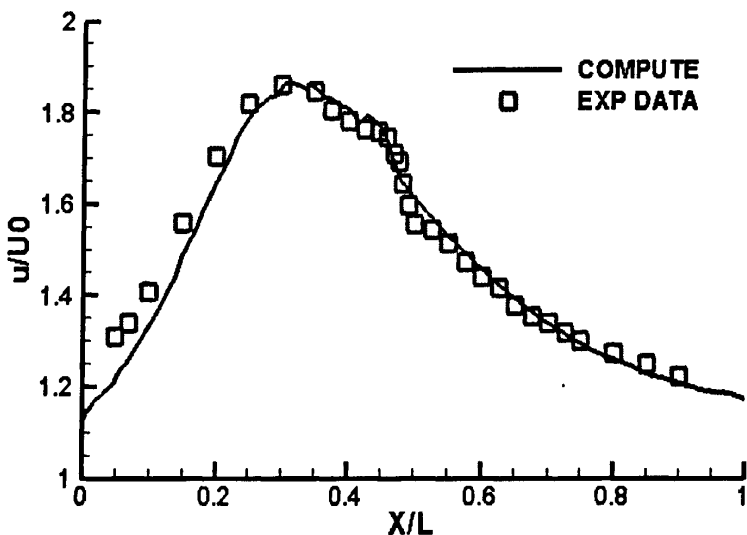


图 5.3 定常条件下平板边界层主流速度分布与实验值对比

边界层参数沿流向的变化更能反应出流动的本质, 当流动为层流时, 形状因子 H_{12} 一般在 2.3 至 3.5 之间, 层流分离时典型的 H_{12} 值为 3.5 左右。当流动为湍流时, 形状因子 H_{12} 一般在 1.3 至 2.2 之间。从图 5.4 至图 5.5 中边界层参数沿流向的变化也可以看出, 在整个收缩-扩张通道内, 边界层流动经历了由层流分离到转捩, 然后到湍流再附的一个复杂过程。其分离点大至在 $X/L=0.4$ 左右, 在 $X/L=0.48$ 位置附近再附。另外从图 5.6 无量纲速度分布云图更能直观地找出分离泡的分离位置以及分离泡的大小。

从图 5.6 中模拟得到的无量纲速度分布与实验对比, 可以直观地看出所预测的分离泡位置以及大小与实验值吻合较好, 但分离泡高度略比实验值低。且在分离泡再附后, 边界层内的速

度仍然较低,致使位移厚度 δ^* 在再附后减小的幅度很小,与实验值对比,误差较大(如图 5.4)。图 5.7 为湍动能的模拟值与实验得到的湍流脉动速度的无量纲 RMS 值的对比,虽两者并非同一个量,但却同样可以反映流动中速度脉动的大小。SA 模型中并不能直接得到湍动能的值,而是通过 Bradshaw 的转换方法^[23]: $\tau_{xy} \approx \beta_r \kappa$, $\tau_{xy} \approx 2\nu_T S_{xy}$, $\beta_r = 0.3$ 。通过近似的定量对比可以看出模拟得到的最大湍动能位置相比实验值要更靠后,并且离壁面也更远,说明分离再附后模拟得到的边界层要转变为湍流边界层需要一个发展过程,致使分离泡再附后模拟得到的形状因子 H_{12} 要比实验值高,位移厚度 δ^* 要比实验值大。

虽然,本文的转换模型能较准确地预测出分离、转换以及再附等流动主要特征,但在再附后与实验值还存在一定的误差,说明该转换模型在某些方面仍存在一些不足,其主要原因可以归纳为以下两点^[23]: 1) 该转换模型是针对旁路转换发展而来,对该算例中的分离转换预测会存在一定的误差; 2) 在分离再附过程中,湍流模型中的湍动能扩散不足,导致在分离泡内模拟得到的湍动能很低。

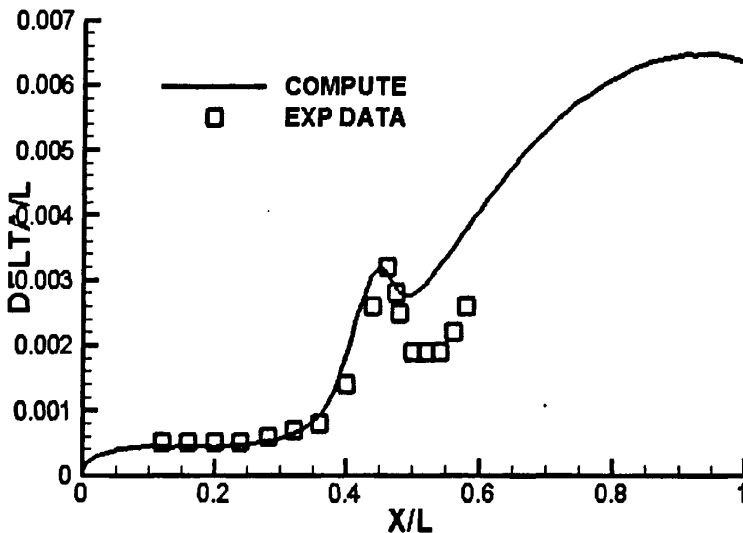


图 5.4 平板边界层位移厚度与实验值对比

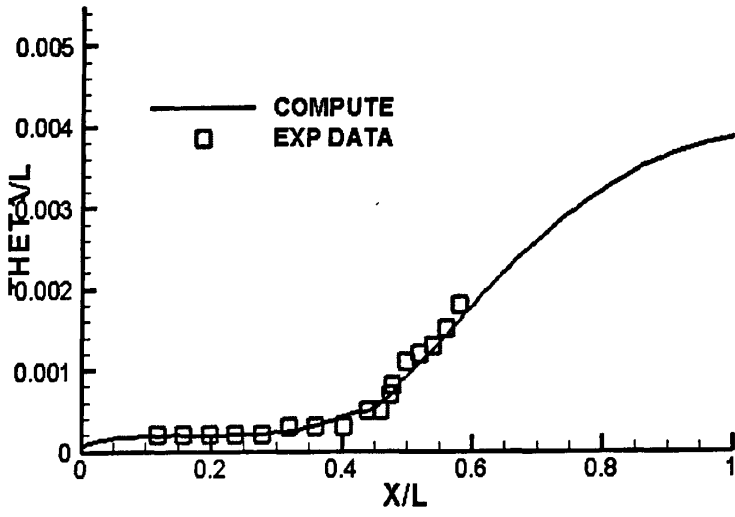


图 5. 5 平板边界层动量厚度与实验值对比

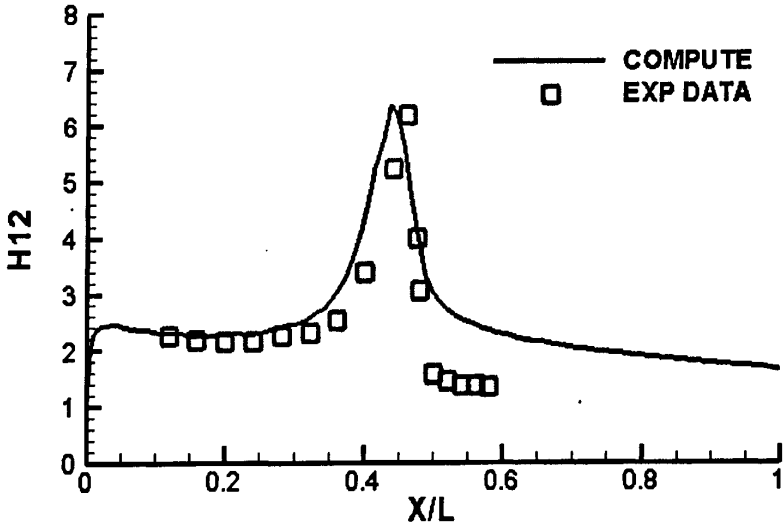


图 5. 6 平板边界层形状因子与实验值对比

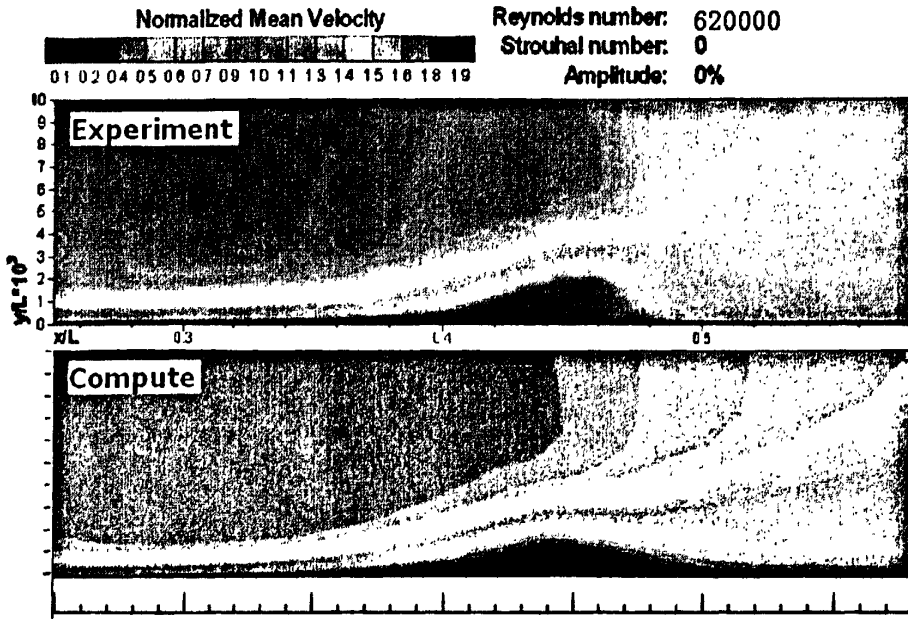


图 5. 7 无量纲速度分布与实验对比

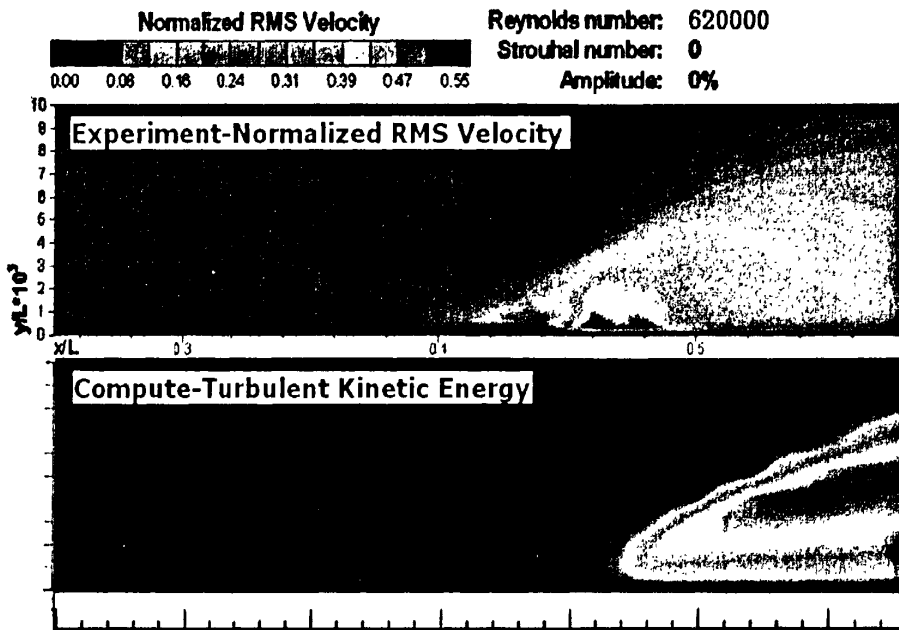


图 5. 8 湍动能模拟值与实验测得的速度 RMS 值对比

5. 2. 3 非定常分离边界层数值模拟与结果分析

非定常的进口条件随时间的变化如图 5.9 所示，数值模拟中，其进口速度可用式 (5-1) 对其进行模拟：

$$U_{\infty} = U_0 + \Delta U \sin(2\pi f + \varphi) \quad (5-1)$$

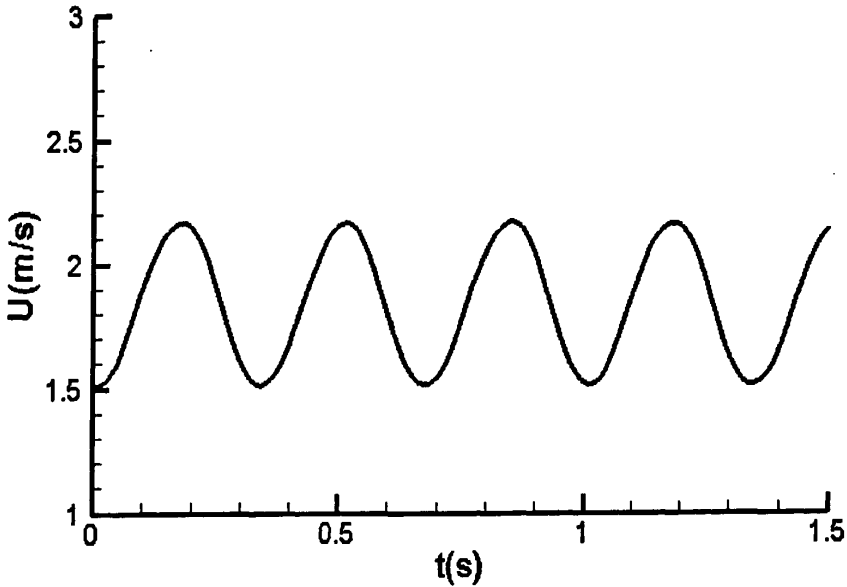


图 5.9 非定常条件下进口速度随时间变化图

与定常进口条件类似，通道内流体受逆压梯度的影响，使得平板边界层发生了层流分离，但与定常不同的是，由于雷诺数较低，流动分离后，不稳定的自由剪切层未能及时转变为湍流，而使得分离泡不断增大，当分离泡增大到一定的程度，受主流速度的影响，促使它脱落，形成非定常脱落涡。另外，受周期性进口条件的影响，脱落涡的频率与进口速度波动频率相同。

图 5.10 为非定常进口条件下，实验所得到的平板附近一个周期内无量纲速度分布云图变化情况，从图中可以发现，在主流的加速阶段，即 $0/8T$ 到 $4/8T$ 时刻，分离泡逐渐增大，其分离中心向下游移动，在 $2/8T$ 时刻，分离泡中开始出现了一个向下游脱落的涡，该脱落涡随着时间推移向下游发展。在 $5/8T$ 时刻，脱落涡从分离泡中彻底脱落，此时，分离泡最小。之后，随主流速度减小，分离后的剪切层向上卷起，使分离泡逐渐增大。

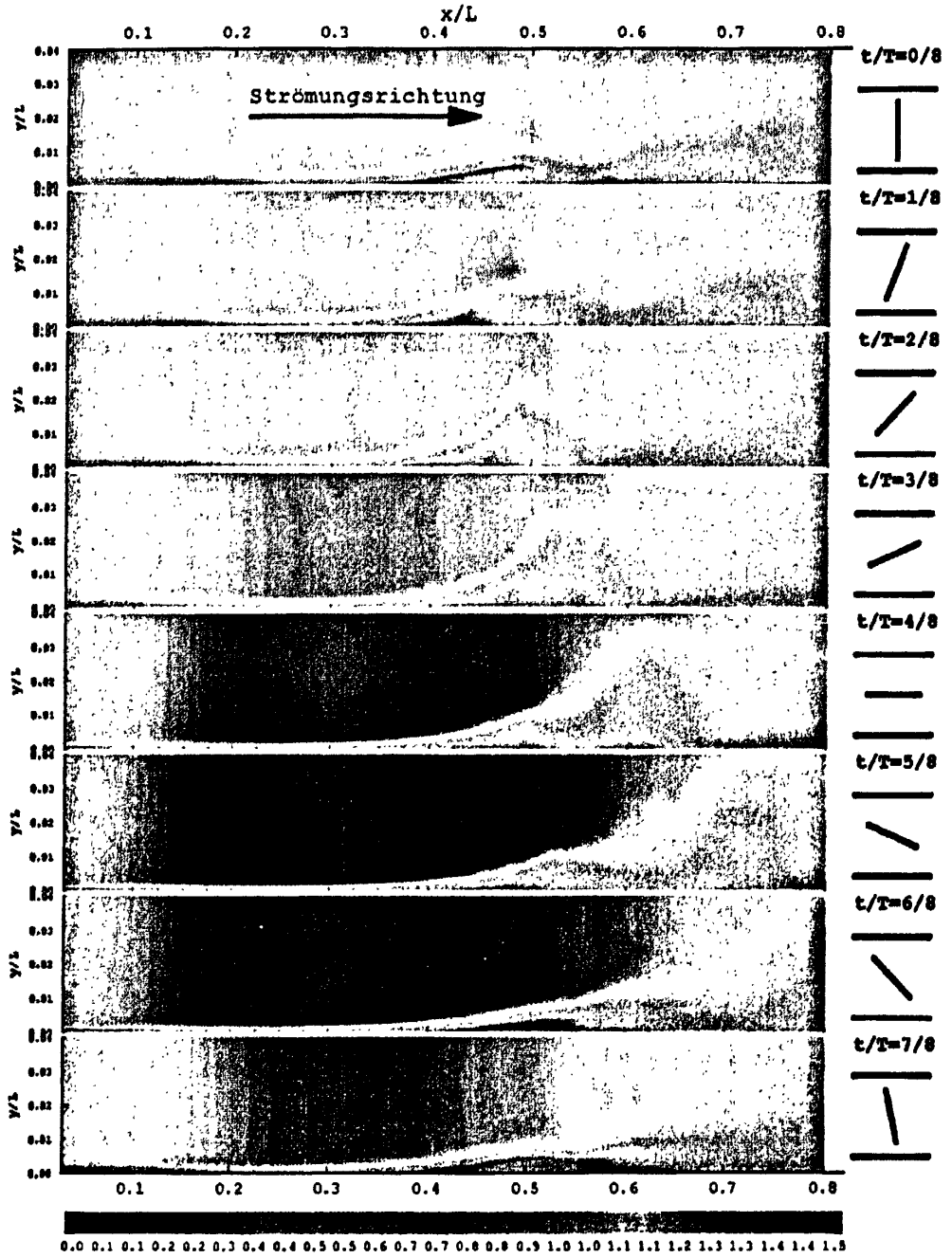


图 5. 10 一个周期内无量纲速度分布实验值

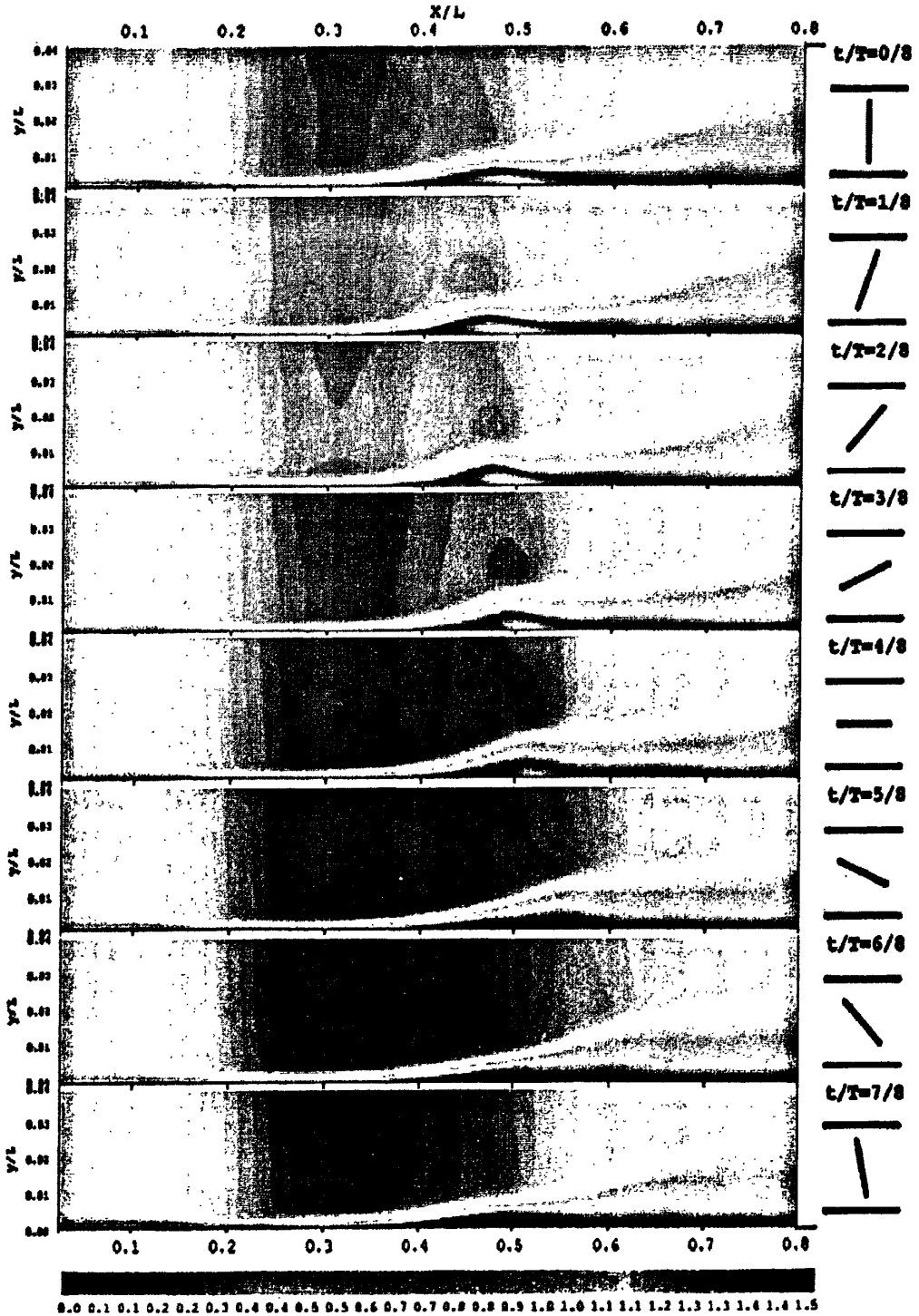


图 5. 11 一个周期内无量纲速度分布计算值

图 5.11 为非定常进口条件下，数值模拟所得到的平板附近一个周期内无量纲速度分布云图变化情况，通过与实验对比发现，数值模拟得到的分离泡总体要比实验值小，分离泡后形成的脱落涡也不明显，但分离泡的变化趋势与实验基本相符。受主流周期性变化的影响，分离点

也会出现周期性的变化。图 5.12 为计算所得到的分离点时-空变化关系与实验值的对比，可以明显看出其周期性变化规律，所预测得分离点位置略比实验值靠后。

通过与实验值对比发现，利用双时间步方法，可以很好地再现流动中的非定常过程，准确地捕捉非定常过程中每一个瞬态变化，虽然模拟结果能反映出流动的基本特征，但与实验值仍然存在一些误差，其主要原因如前文所述，该转换模型要想准确地预测分离转换，还有待进一步地改进；其次，在分离再附过程中，湍流模型中的湍动能扩散不足，使转换后边界层内的湍动能偏小，分离泡难于再附，致使图 5.11 中预测的分离泡拉得很长。

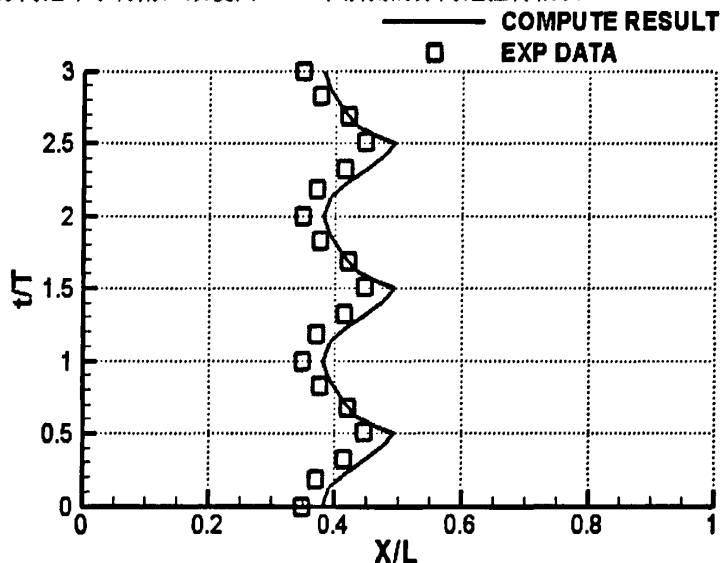


图 5.12 分离点时-空变化关系图

5.3 本章小结

本章首先对 Lou 等人利用一收缩-扩张通道，在平板上模拟叶片吸力面受逆压梯度的影响产生分离流动的实验方法进行了介绍。随后利用本文数值方法对定常进口条件下以及周期性非定常进口条件下的两种不同工况进行数值模拟。

通过结果分析发现，在定常进口条件下，受逆压梯度的影响，在平板边界层发生了层流分离和湍流再附的一个稳态流动过程，模拟值与实验值吻合较好，但分离再附后，所预测的边界层没有及时表现为全湍流流动特性，与实验值有一定的误差，其主要原因可以归纳为以下两点：1) 该转换模型是针对旁路转换发展而来，对该算例中的分离转换预测会存在一定的误差；2) 在分离再附过程中，湍流模型中的湍动能扩散不足，导致在分离泡内模拟得到的湍动能很低。

非定常进口条件下，由于雷诺数较低，同时受主流周期性变化的影响，在平板边界层内出现了明显的周期性非定常分离泡与脱落涡，频率与主流相同。模拟结果能较好地反映复杂的非定常流动全过程，证明该数值方法对非定常边界层数值模拟的可靠性，但与定常模拟相似，因转换模型对于分离转换的预测存在一定的误差，以及在分离再附过程中，湍流模型中的湍动能

扩散不足，使转捩后边界层内的湍动能偏小，分离泡难于再附，使分离长度更大。

第六章 双圆弧平面叶栅边界层数值模拟

在压气机设计中,为了减轻压气机的质量,希望减少级数,在总体性能要求不变的情况下,这就要增加每一级的加功量,增加气流在叶栅中的转折角是增加其加功量的重要手段之一,由公式 $\Delta\beta = \theta + i - \delta$ 可以知道^[46],攻角 i 和叶型弯角 θ 在很大程度上决定了气流转折角 $\Delta\beta$ 的大小。然而,在压气机这种减速扩压叶栅中,攻角和叶型弯角增加都会影响气流在通道内的流动情况,极易造成流体在通道内分离,而使得压气机效率急剧降低。因此,研究气流在大攻角和大叶型弯角下的流动情况,有助于对叶栅通道内流动分离机理的认识,为压气机设计时攻角和叶型弯角的选择提供指导。

6.1 双圆弧平面叶栅实验介绍

上世纪 80 年代, Steve Deutsch 和 William C. Zierke^[9]针对叶型弯角为 65° 的双圆弧叶片细致地研究了在不同攻角下叶栅通道内的流动情况,本文只对攻角在 5° 的情况下的实验进行简单介绍。

叶栅外形示意图如图 6.1 所示,进口条件如表 6.1 所示。实验中模拟的流动现象为二维、不可压、周期性叶栅流动,为了得到较好的周期性,在风洞中安装了五块叶片,使之形成了四个叶栅通道,针对中间的一个通道,利用激光多普勒测速仪和五孔探针对通道内的流动进行了详细的测量,实验结果与数值模拟结果将在后文分析。

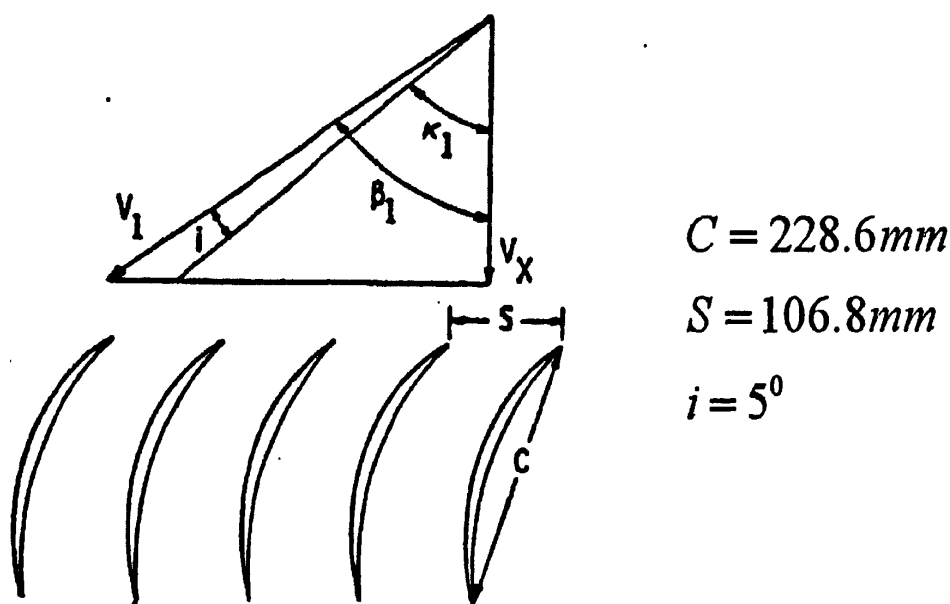


图 6.1 双圆弧平面叶栅外形示意图

表 6. 1 双圆弧平面叶栅实验进口条件

进口速度 (m/s)	实验压力 (Pa)	实验温度 (K)	弦长雷诺数 Re_c	密度 (kg/m^3)
33.11	101571.1	293.66	500000	1.205

6.2 双圆弧平面叶栅数值模拟

6.2.1 几何模型与计算网格

考虑到模拟的流动为周期性平面叶栅流动，因此模拟时只需模拟一个叶栅通道，通过周期性边界条件便完成对该实验的数值模拟。

计算网格如图 6.2 所示，为了减小进口对通道内流动的影响以及更多地观察尾迹流动，在叶栅通道的进口前和出口后均增加了一段与弦长相等的延伸段。沿流向取网格点为 141，由于流动在叶片的前缘与后缘位置变化比较激烈，因此，在叶片的前缘与后缘位置在流向方向进行了网格加密。法向网格点为 59，并在固壁附近进行了网格加密，保证第一层网格点 $y^+ \leq 1$ 。考虑到模拟的流动为二维流动，因此沿展向取网格点数为 3，总网格量为 24957。由于前、后延伸段边界采用周期性边界条件（如图 6.2），因此，各延伸段的上边界节点与下边界节点必须一一对应，即通过平移一个栅距后两者可以相互重合，如图 6.3 所示。

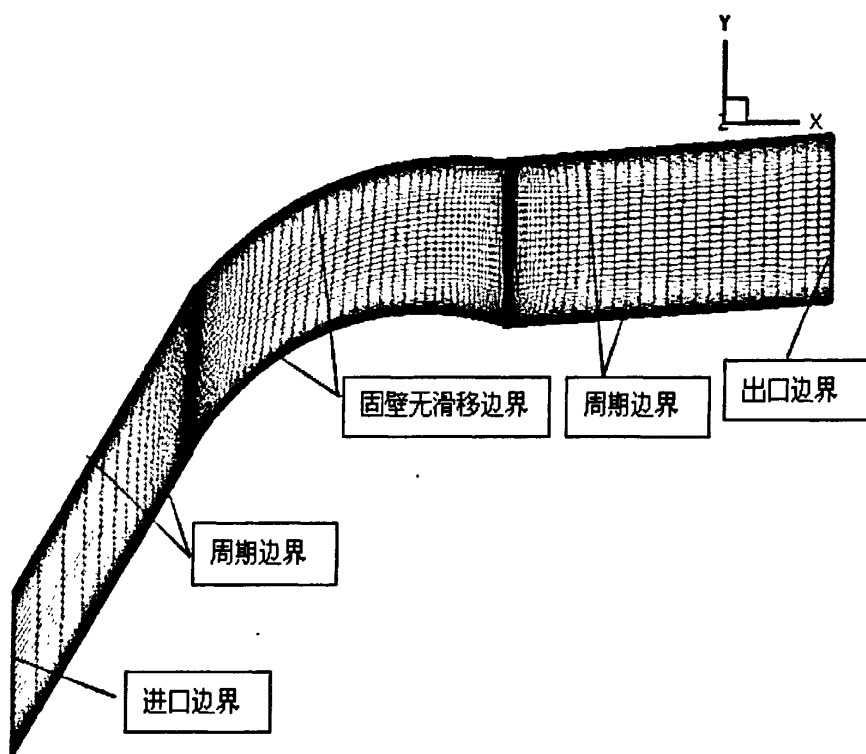


图 6. 2 双圆弧平面叶栅计算网格及边界条件的给定

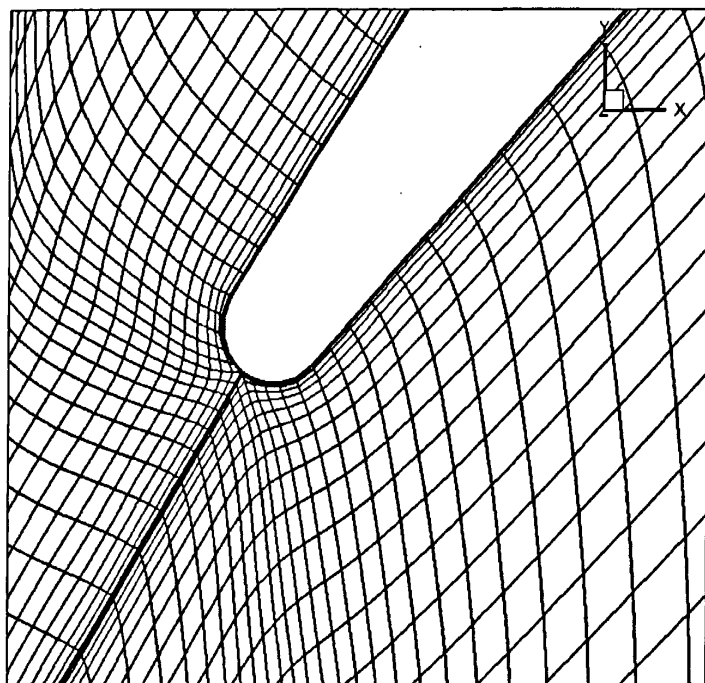


图 6. 3 利用周期平移得到的模型在叶片前缘处的局部图

6. 2. 2 双圆弧平面叶栅数值模拟结果与分析

实验中，气流以 5° 的攻角进入叶栅通道，受到叶片前缘小导圆的作用，气流一分为二，分别流向叶片的压力面和吸力面。

压力面，由于攻角较大，气流在前缘得到了加速，因此，压力面前缘位置的压力会迅速地减小。之后，随着叶栅通道的总体扩张，速度会有略微的下降，压力有所上升，同时，受逆压梯度的影响，压力面边界层大约在 $64.2\% \pm 3.9\%$ 弦长位置发生转捩，但转捩在通道内没有完成。

吸力面，气流从前缘滞止点开始，绕前缘导圆速度迅速达到了最大，形成了强大的逆压梯度。之前的层流边界层在巨大的逆压梯度作用下发生了分离，从而形成了自由剪切层，但自由剪切层很不稳定，立即就转变为湍流。随着湍流的产生，压力迅速得到恢复，使分离再附，其再附位置大约在 2.6% 至 7.6% 弦长之间。再附后，受通道扩张的影响，压力缓慢上升，速度随之减小。但由于叶片的叶型弯角过大，大约在 70% 弦长位置湍流边界层开始分离，分离后没有出现再附。

图 6. 4 为实验得到的压力系数分布与数值模拟结果的对比，压力系数分布不但可以反应气流流经叶栅通道时的速度变化，而且还可以较直观地反应吸力面湍流分离的位置，因为分离边界层内，沿流向压力梯度为零。

图 6. 5 为叶栅通道内数值模拟得到的马赫数分布云图，图 6. 6 为叶栅通道内数值模拟得到的压力分布云图。

从图 6.4、6.5、6.6 中的数值模拟结果可以看出，模拟得到的主流区速度、压力分布与实验值吻合较好，且吸力面同样在 70% 弦长附近流动发生了分离，分离后形成的尾迹一直发展到通道下游。

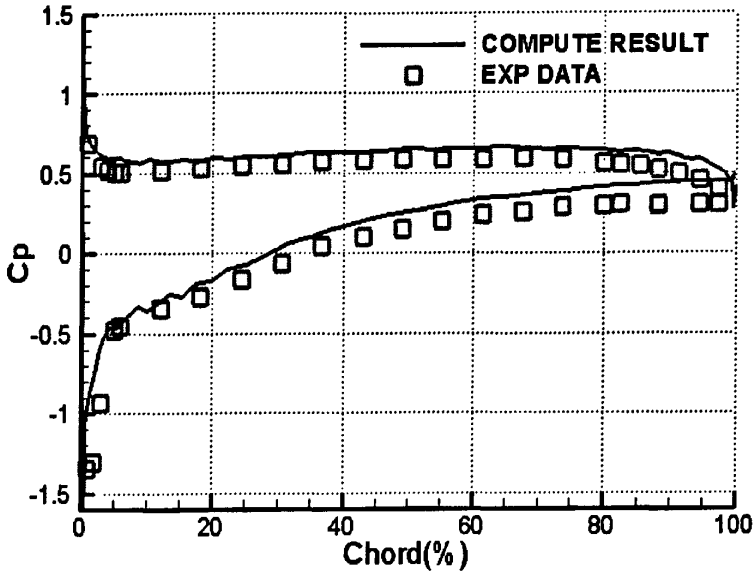


图 6.4 叶片表面压力系数数值模拟结果与实验值对比

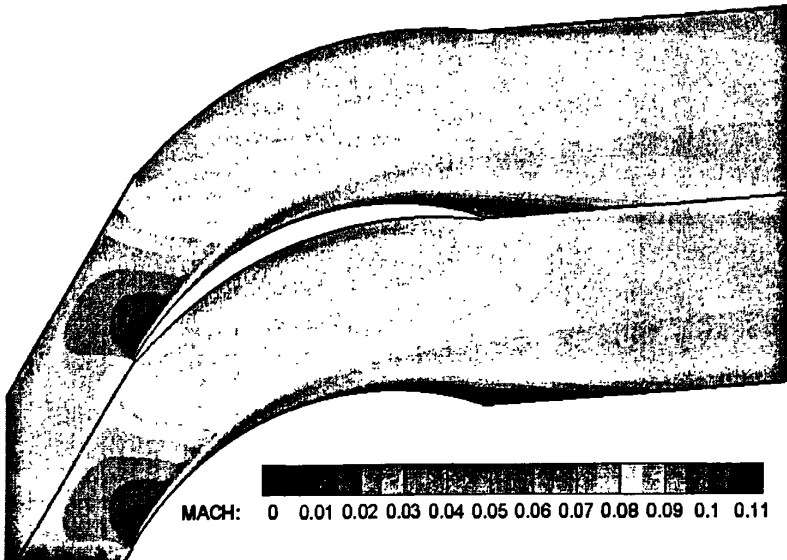


图 6.5 叶栅通道内数值模拟的马赫数分布云图

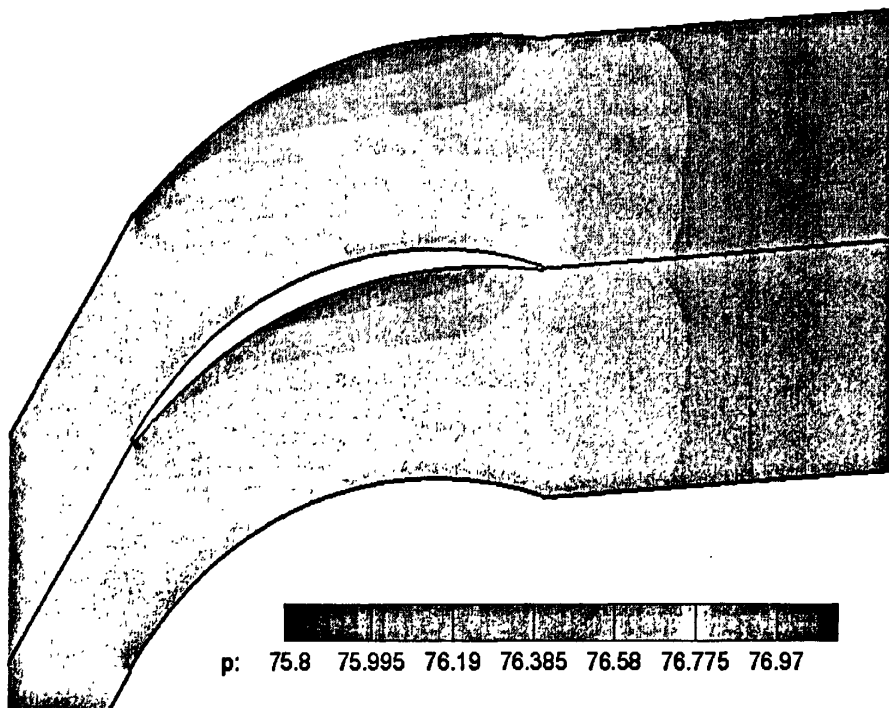


图 6.6 叶栅通道内数值模拟的无量纲压力分布云图

然而，压力、速度的分布情况仅能反应流动的一些表面现象，对边界层发展进行研究才有助于对叶轮机内流动规律的研究，搞清流动的本质。

图 6.7、6.8、6.9 分别为压力面边界层位移厚度 δ^* 、形状因子 H_{12} 以及壁面摩擦系数 C_f 的模拟值与实验值对比，由实验数据可以发现，压力面形状因子 H_{12} 在 40% 至 60% 弦长之间开始下降，同时壁面摩擦系数 C_f 在 40% 至 60% 弦长之间开始上升，证明压力面边界层在该一区间发生了转捩，另外， H_{12} 和 C_f 在转捩后变化均非常缓慢，说明转捩的过程非常缓慢，直至压力面的尾缘仍未完成。

模拟得到的压力面边界层参数变化规律与实验值相同，在 50% 弦长之前，边界层表现为层流特性，之后开始发生转捩，通过研究 H_{12} 和 C_f 的变化规律同样可以发现，转捩的过程非常缓慢。另外通过与全湍流下得到的 C_f 值对比发现转捩在压力面尾缘也未完成。

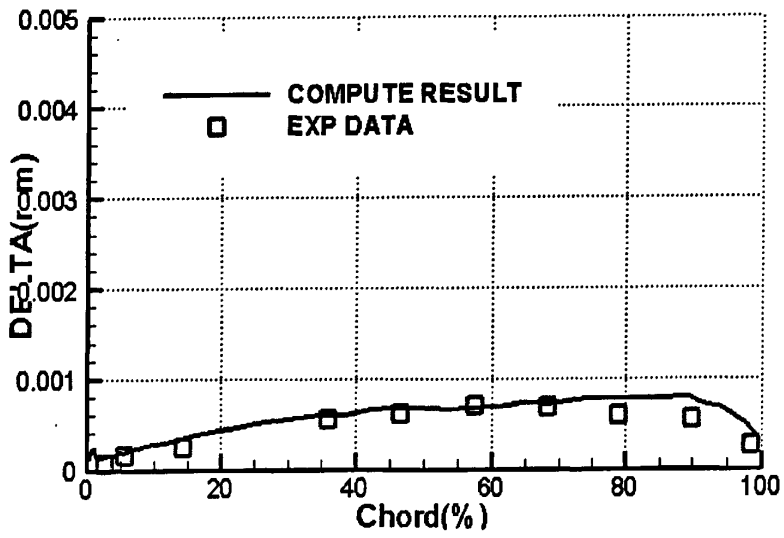


图 6. 7 压力面边界层位移厚度计算值与实验值对比

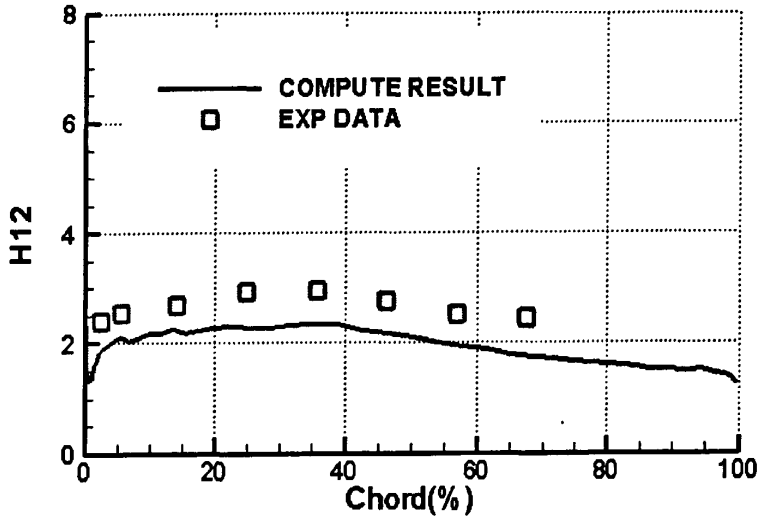


图 6. 8 压力面边界层形状因子与实验值对比

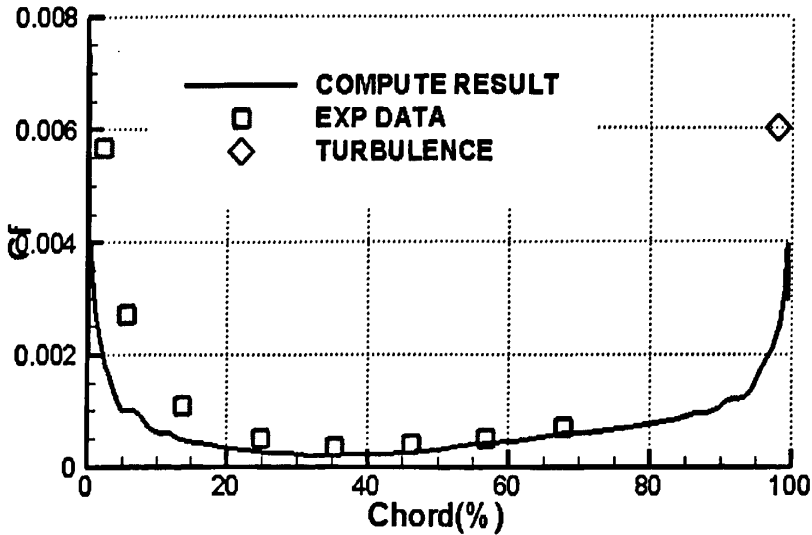


图 6.9 压力面壁面摩擦系数与实验值对比

图 6.10、6.11、6.12 分别为吸力面边界层位移厚度 δ^* 、形状因子 H_{12} 以及壁面摩擦系数 C_f 的模拟值与实验值对比。实验数据中，由于测量点的选择原因，叶片前缘小分离泡内的边界层参数不能得到，因此在图中也未反应出来。相比实验的复杂程度，数值模拟却能很容易地表现出前缘分离泡内的边界层参数。

由边界层理论可知，边界层在分离点与再附点位置速度的法向梯度为零，因此，壁面摩擦系数为零，且在分离边界层内壁面摩擦系数为负。从图 6.12 可以发现，在叶片前缘，大约在 1.5% 弦长位置层流边界层开始发生分离，之后在 3% 弦长位置发生湍流再附，从 H_{12} 的急速减小和 C_f 的急速增加可以说明转捩非常迅速。转捩再附后边界层表现为湍流特征，但在 20% 至 60% 弦长区域，壁面摩擦系数模拟值与实验值虽都经历一个峰值后相续减小，但两者相差较大，其主要原因可能是由于受逆压梯度和叶片表面曲率的共同影响，湍流模型所得到的湍流涡粘性系数不足，致使边界厚度比实验值大，摩擦系数比实验值小。随后在 70% 弦长附近发生湍流边界层分离，模拟得到的分离点位置与实验值吻合较好。另外，从图 6.10 边界层位移厚度来看，分离后位移厚度与实验值较吻合，说明所预测的分离泡大小与实验相当。

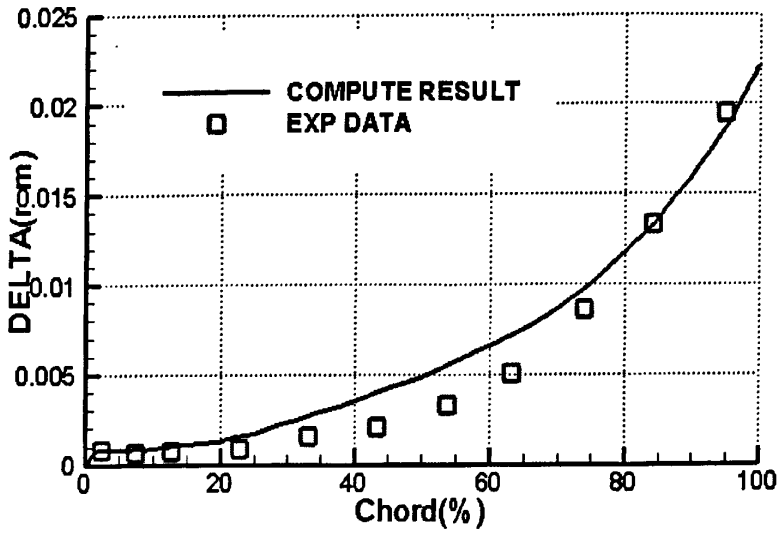


图 6. 10 吸力面边界层位移厚度计算值与实验值对比

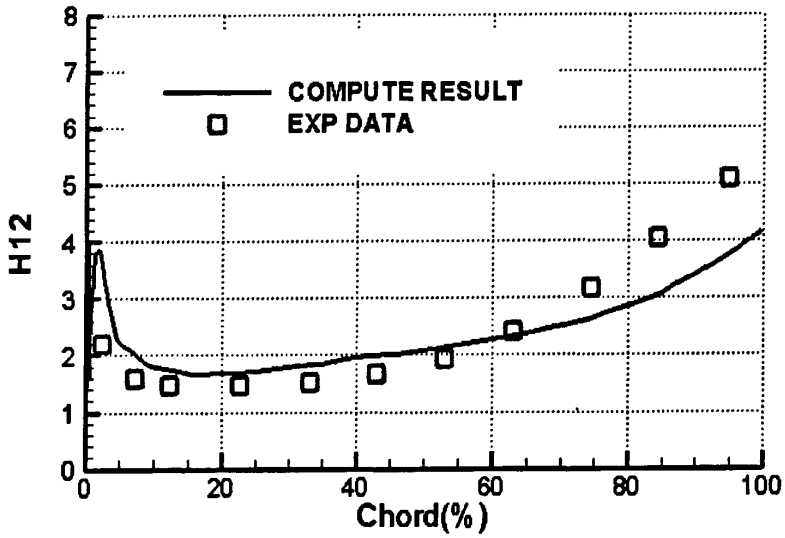


图 6. 11 吸力面边界层形状因子与实验值对比

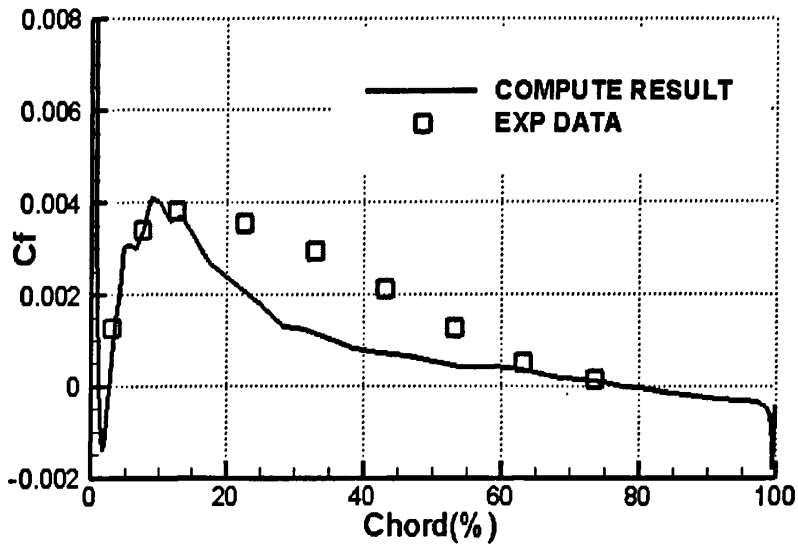


图 6.12 吸力面壁面摩擦系数与实验值对比

6.3 本章小结

本章对大攻角下的平面叶栅进行了数值模拟，并与实验值进行了详细的对比，通过对比发现，本文数值方法无论是对压力面的旁路转捩边界层模拟还是对吸力面的分离边界层模拟都有着比较理想的预测精度。通过数值模拟不但可以详细地再现实验中边界层的发展过程，而且还可以捕捉到实验中一些难于捕捉到的流动现象，如吸力面前缘的小分离泡分离与再附过程等。另外，通过对叶轮机内边界层参数的分析发现，叶栅通道内分离泡的大小对叶轮机的性能有着重要的影响，当通道内分离泡为小分离泡时，分离泡不但不会增加流动损失，相反它会促使边界层由层流迅速转变为湍流，使边界层内动能加大，流动不易分离，因此可以承受更大的叶型弯角，从而可以获得更多的加功量。而当通道内分离泡为长分离泡时，因分离泡的存在促使通道内流通面积发生变化，通道在非设计工况下工作，流动损失加大，因此，设计叶栅通道时应尽可能地避免长分离的产生。

第七章 结论与展望

7.1 本文结论

本文在前人工作的基础上,将 SA 湍流模型中的生成项看作为一个输运变量,在 RANS 数值模拟中额外引入其输运方程以考虑流动中的转捩,同时应用 Jameson 的双时间步推进方法,实现了非定常转捩边界层的数值模拟,相比传统定常 RANS 求解方法,有如下优点:

- a. 对于非定常流动,该方法能保证在真实物理时间的推进过程中流场计算的精度,捕捉到非定常流动中每一个瞬态的流动信息,有利于研究非定常流动发展过程。
- b. 以往全湍流计算时对于带转捩的流动(如低雷诺数流动、层流分离湍流再附的小分离泡流动)很难准确模拟,加入转捩预测功能后,在流动模拟中,可根据边界层参数自动捕捉转捩点,提高了 RANS 方法对于复杂流动的预测精度。

本文选用了零压力梯度下的平板边界层转捩、定常/非定常条件下分离边界层以及双圆弧平面叶栅流动三种不同又各具代表性的计算算例对该方法进行验证,通过实验对比与结果分析主要得出以下结论:

- a. 进口湍流度对流动中的转捩有着重要的影响,当湍流度越高时,外界对边界层的扰动越大,边界层越不稳定,使层流更易向湍流转变。
- b. 非定常分离流动中,脱落涡的频率与主流速度波动频率相同,说明脱落涡的形成与发展与主流速度的变化有着密切的联系,这对于研究叶轮机通道内脱落涡的频率与前排尾迹的干扰之间的关系提供了重要参考。
- c. 叶栅通道内分离泡的大小对叶轮机的性能有着重要的影响,当通道内分离泡为小分离泡时,分离泡不但不会增加流动损失,相反它会促使边界层由层流迅速转变为湍流,使边界层内动能加大,流动不易分离,因此可以承受更大的叶型弯角,从而可以获得更多的加功量。而当通道内分离泡为长分离泡时,因分离泡的存在促使通道内流通面积发生变化,通道在非设计工况下工作,流动损失加大。因此,设计叶栅通道时应尽可能地避免长分离的产生。
- d. 该方法对于低雷诺数下的旁路转捩具有较高的模拟精度,计算中,充分考虑了进口湍流度对转捩的影响。同时,对于分离诱导转捩也有一定的精度,能准确地捕捉到分离点,以及分离再附后流动表现出的湍流流动特征。充分验证了该方法在非定常边界层数值模拟中的可靠性,具有一定的工程应用价值。

7.2 展望

叶轮机内非定常流动现象非常丰富,虽然本文将转捩模型和非定常双时间步方法成功运用到了数值模拟当中,实现了附着流边界层以及分离边界层的定常非定常数值模拟,但是由于叶轮机内的流动十分复杂,要想准确地模拟其内部的流动状态,今后所做的工作还有很多。在此,仅在本文研究工作的基础上,对研究的进一步工作提出如下设想:

- a. 时间推进方面,本文采用了显式四步 Runge-Kutta 法,由于计算稳定性的限制,时间步长受到相当的约束,收敛所需的步数很大,导致总体计算时间很长。虽然本文中采用了当地时间步长进行加速收敛,但为了提高收敛速度,节省计算资源,今后可朝以下两个方向努力: 1) 在原推进方法的基础上,引入更多的加速收敛技术,如隐式残值光顺、多重网格法等; 2) 发展隐式推进方法。
- b. 转捩模型方面,本文转捩模型中所采用的转捩经验准则是针对旁路转捩发展而来,对于分离诱导转捩的预测存在一定误差。因此,在前人对分离诱导转捩研究的基础之上,今后应加深对分离诱导转捩的理论分析和研究总结,得出一种适用于分离诱导转捩的转捩判据,结合旁路转捩判据应用到转捩模型当中,使该模型既适用于旁路转捩模拟,又适用于分离转捩模拟,可大幅提高该模型在叶轮机边界层数值模拟中的应用价值。
- c. 随着叶轮机叶片形状的日益复杂,迫切需要对叶轮机内部流场采用非定常的全三维数值模拟方法进行模拟。将该方法应用到叶轮机全三维流动数值模拟中具有重要的意义,但在全三维流动中边界层参数的求解将是未来需要克服的一个重要问题。

可以预见,随着人们对叶轮机非定常边界层流动研究的深入,将叶轮机中非定常边界层流动研究成果逐步纳入到叶轮机设计、分析体系中是一项有意义的工作,并将越来越受到重视。由于数值模拟方法具有的优越性,叶轮机非定常流动数值模拟技术必将蓬勃发展并得到广泛应用。

参考文献

- [1] 李育英. 压气机叶栅大攻角分离涡特性分析, [硕士学位论文]. 西安:西北工业大学. 2005.
- [2] 谭大治. 离心式叶轮机械内部气动性能的全三维粘性数值模拟, [硕士学位论文]. 北京:清华大学. 2003.
- [3] Steve Deutsch, William C. Zierke. The measurement of boundary layers on a compressor blade in cascade at high positive incidence angle: Part 1-experimental techniques and results; Part 2-data report. NASA Contractor Report 179491 and 179492. 1986. 3
- [4] 葛敬东, 周海, 陆亚钧. 环形叶栅分离旋涡频谱特性研究. 流体力学实验与测量, 2003, 17(2): 54~58.
- [5] 王嘉炜. 叶轮机械中若干非定常流动特征的初步研究, [博士学位论文]. 北京: 中国科学院工程热物理研究所. 2006.
- [6] Zunino, P., Ubaldi M., CamPora, U., Ghiglione. A. An Experimental Investigation of the Flow in the Trailing Edge Region of a Turbine Cascade. Proceedings of the 2nd European Conference on "Turbomachinery-Fluid Dynamics and Thermodynamics", Antwerpen, 1997:247-254.
- [7] Weiliang Lou, Jean Hourmouziadis. Separation Bubbles Under Steady and Periodic-Unsteady Main Flow Conditions. Transactions of the ASME, Vol. 122, OCTOBER 2000:634~643.
- [8] 冯玉红. 叶轮机械二维平面叶栅湍流场数值分析, [硕士学位论文]. 西安:西北工业大学. 2003.
- [9] Halstead, D.E., Wisler, D.C., Okiishi, T.H., et al. Boundary layer development in axial compressors and turbines: Part 1 - Composite picture; Part 4 - Computations and analyses. The 40th ASME International Gas Turbine & Aeroengine Technical Congress, Houston, TX. ASME Paper 95-GT-461 and 95-GT-464, 1995.
- [10] Fan, S. and Lakshminarayana, B. Computation and simulation of wake-generated unsteady pressure and boundary layers in cascades: Part 1 - Description of approach and validation. ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 118, 1996:96~108.
- [11] Dénos, R., Arts, T., Paniagua, G., Michelassi, V., et al. Investigation of the unsteady rotor aerodynamics in a transonic turbine stage. ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 123, 2001: 81~89.

- [12] Thermann, H., Müller, M. and Niehuis, R., Numerical simulation of the boundary layer transition in turbomachinery flows. ASME Paper 2001-GT-0475, 2001.
- [13] Emunds, R., Jennions, I.K., Bohn, D., et al. The computation of adjacent blade-row effects in a 1.5-stage axial flow turbine. ASME Journal of Turbomachinery, Vol.121, 1999: 1~10.
- [14] Adamczyk, J.J., Celestina, M.L. and Jen, P.C. Wake induced unsteady flows: Their impact on rotor performance and wake rectification. ASME Journal of Turbomachinery, Vol.118, 1996: 88~95.
- [15] Luo, J., Lakshminarayana, B. Three-Dimensional Navier-Stokes computation of turbine nozzle flow with advanced turbulence models. ASME Journal of Turbomachinery, Vol.119, 1997: 516~530.
- [16] A. Gehrler, H. Lang, N. Mayrhofer, J. Woisetschlager. Numerical and experimental investigation of trailing edge vortex shedding downstream of a linear turbine cascade. ASME paper 2000-GT-0434, 2000.
- [17] 郭玉波. 叶轮机内粘性流场的转换流动数值模拟方法研究, [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学. 2001.
- [18] Abu-Ghannam B J, Shaw R. Natural transition of boundary layers—the effects of turbulence, pressure gradient, and flow history. Journal of Mechanical Engineering Science, Vol.22(5), 1980: 213~228.
- [19] Mayle, R, E. The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines. T. of the ASME J. of Turbomachinery, 1991,113:509-537.
- [20] Menter F R, Langtry R B, Likki S R, et al. A correlation based transition using local variables Part I—Model formulation. ASME Paper 2004-GT-53452, 2004.
- [21] Seungbae Lee, AkshaiK. Runehal, Hooi-Joong Kim, et al. Large Eddy Simulation of Unsteady Flows in Turbomachinery. ISABE-2001-1157, 2001.
- [22] Debasish Biswas Toshiba Corporation Research and Development Center. Studies on unsteady laminar-turbulent transition in a low pressure turbine flow based on a higher order LES model. 36th AIAA Fluid Dynamics Conference, San Francisco, California. AIAA Paper No.2006-2881, 2006.
- [23] Dirk Nürnberger, Harald Greza. Numerical investigation of unsteady transitional flows in turbomachinery components based on a RANS approach. Flow, Turbulence and Combustion, Vol.69, 2002:331~353.

- [24] 陈少龙, 侯安平, 周盛. 扩压式叶栅非定常分离流机理研究的频谱分析. 航空动力学报, 2003, vol. 18(3): 336~342.
- [25] 陆亚钧, 葛敬东, 邱亚希, 等. 在静止扩压环形叶栅中捕捉轴流压气机非定常耦合流型的实验研究. 燃气涡轮试验与研究, 2004, 17(1): 6~11.
- [26] 王正明, 王嘉炜. 非设计工况下动静叶栅相互干扰的非定常流动特性. 工程热物理学报, 2004, Vol. 25(2): 232~234.
- [27] A. Jameson. Time dependent calculations using multigrid, with applications to unsteady flows past airfoils and wings. AIAA 10th Computational Fluid Dynamics Conference, AIAA 91-1596. 1991.
- [28] 陈懋章. 粘性流体动力学基础. 北京: 高等教育出版社. 2002年: 13~14, 194~197.
- [29] Wang Xiao. A preconditioned algorithm for turbomachinery viscous flow simulation, Ph.D Dissertation, Mississippi State University, Mississippi. 2005.
- [30] 魏玲. 跨声速压气机转子三维流场 Navier-Stokes 方程数值模拟, [博士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学. 2004.
- [31] 史万里, 葛宁, 盛春华. 计算全马赫数下粘性流动的隐式算法, 空气动力学学报, 2009, Vol. 27(5): 566~571.
- [32] 阎超. 计算流体力学方法及应用. 北京: 北京航空航天大学出版社. 2006: 115~116.
- [33] 邹正平, 徐力平. 双重时间步方法在非定常流场模拟中的应用, 航空学报, 2000, Vol. 21(4): 317~321.
- [34] J. Blazek. Computational fluid dynamics: principles and applications. Elsevier, 2001: 213~215.
- [35] 肖志祥. 复杂流动 Navier-Stokes 方程数值模拟及湍流模型应用研究, [博士学位论文]. 西安: 西北工业大学. 2003.
- [36] 陈钱. 叶轮机械相关流动中几种湍流模型的预测性能, [硕士学位论文]. 北京: 清华大学. 2007.
- [37] 宁方飞, 徐力平. Spalart-Allmaras 湍流模型在内流流场数值模拟中的应用, 工程热物理学报, 2001, Vol. 22(3): 304~306.
- [38] P. R. Spalart and S. R. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows, 30th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, 1992.
- [40] Schmidt, R. C. and Patankar, S. V., Simulating boundary layer transition with low-Reynolds number $k-\epsilon$ turbulence models: Part 2 - An approach to improving the predictions. ASME Journal of Turbomachinery, 1991. 113: 10~26.

- [41] Christopher L. Rumsey, Philippe R. Spalart. Turbulence Model Behavior in Low Reynolds Number Regions of Aerodynamic Flowfields. 38th Fluid Dynamics Conference and Exhibit
. AIAA 2008-4403, 2008.
- [42] R. E. Mayle, A. Schulz. The Path to Predicting Bypass Transition, Heat Transfer Committee and Turbomachinery Committee Best Paper of 1996 Award, 1997, Vol.119: 405~410.
- [43] Coupland J. Flat plate transitional boundary layers experiments [EB/OL]. 1990.
<http://cfd.me.umist.ac.uk/ercoftac/>.
- [44] 胡骏, 吴铁鹰, 曹人靖. 航空叶片机原理. 北京: 国防工业出版社, 2005: 32~34.
- [45] 焦华宾, 葛宁, 史万里. 基于 SA 湍流模型下的平板边界层转换流动的数值模拟, 中国航空学会动力分会第十二届推进系统气动热力学专业学术交流会, 成都, 2009:183~190.
- [46] Eulitz, F., Numerische Simulation und Modellierung der instationären Strömung in Turbomaschinen. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, DLR-Forschungsbericht 2000-05 (2000)

致 谢

感谢恩师，本文的研究工作是在导师葛宁教授的悉心指导下完成的。在我撰写论文的过程中，葛老师倾注了大量的心血和汗水。无论是在论文的选题、构思，还是在论文的研究方法以及成文定稿方面，都得到了葛老师悉心细致的教诲和无私的帮助。葛老师广博的学识、严谨的治学作风和淡泊名利的风范将是我一生学习的楷模，在此表示真诚地感谢和深深的谢意。

感谢同窗，在这里向同门兄弟对我的支持与帮助致以由衷的谢意。特别是史万里、张祥云、赵滋阳与张艺杰同学，在我做论文过程中给予我无私的帮助。感谢携手共走的同窗好友，使得我的求学之路变得充实而又充满欢愉。

感谢父母，焉得谖草，言树之背？养育之恩，无以回报。你们永远健康快乐是我最大的心愿。

回首往事，历历在目。老师的谆谆教导，同窗的热情帮助，家人的支持，都使我不能忘怀，他们将永远激励着我不断拼搏，勇往直前。

在学期间的研究成果及发表的学术论文

- [1]. 焦华宾, 葛宁, 史万里. 基于 SA 湍流模型下的平板边界层转捩流动的数值模拟, 中国航空学会动力分会第十二届推进系统气动热力学专业学术交流会, 成都, 2009 年 9 月.

