

摘要

本文在分析 OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, 正交频分复用)系统中高峰均比问题的基础上，研究了采用预留载波的方法来降低峰均比，并利用 FPGA 对该方法进行了实现。

本文首先介绍了 OFDM 技术的基本理论，OFDM 技术选择相互正交的载波频率作子载波，具有较高的频谱利用率和抗频率选择性衰落能力，特别适合在多径信道下高速传输数据。然而，OFDM 系统一直存在峰均比过高的问题，限制了其在通信领域中的应用。

然后，系统分析了预留载波法的理论，预留载波法的主要思想是利用预留的、不承载数据信息的子载波产生消峰信号，使削峰信号与数据信号中较大峰值相减，以此降低 OFDM 系统的峰均比。在此基础上，利用受控修剪迭代算法对预留载波降低峰均比进行了设计和实现，并在不同条件下，通过 MATLAB 对降低峰均比性能进行了仿真。仿真结果表明：在万分之一的概率下，峰均比一般能降低 2~3dB。

最后，基于 FPGA 实现了这种算法，按功能不同将该算法划分成多个模块，并利用 Modelsim 对各个模块进行了时序仿真，以及对降低峰均比处理后的结果进行了分析。

关键字：OFDM 峰均比 预留载波 受控修剪迭代算法 FPGA 实现



Abstract

Based on the analysis of the problem of high peak-to-average-power ratio (PAPR) of OFDM system, a technique of Tone Reservation (TR) to reduce PAPR is researched and implemented on FPGA in this thesis.

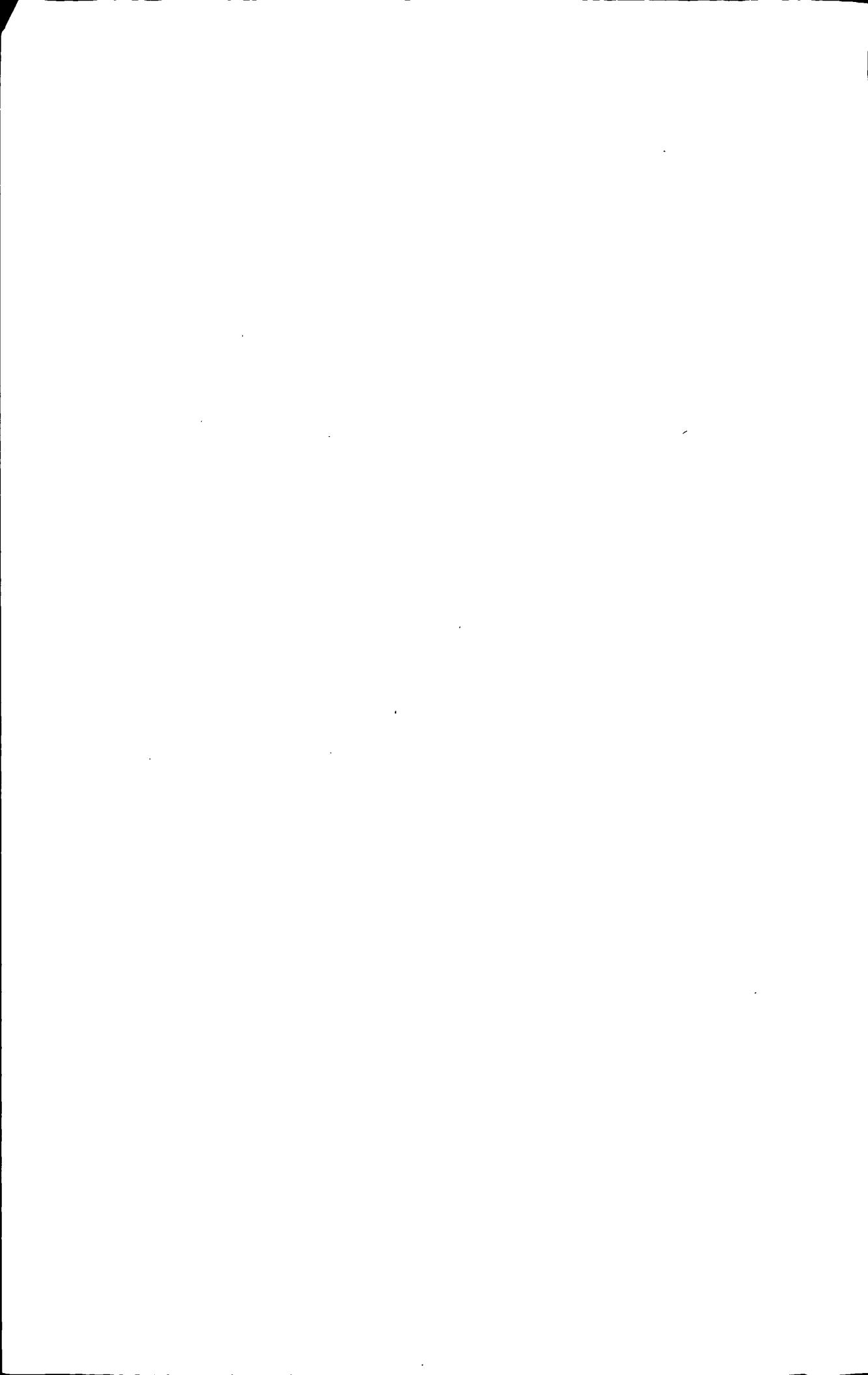
At the beginning, the basic theory of OFDM technology is introduced. OFDM technology exploits the mutual orthogonal frequency subcarrier, which has the higher spectrum efficiency and the good performance to resist frequency-selective fading, so it is suitable to transmit high-data-rate in multi-path channel. But, existing problem of high PAPR restricts the wide application of OFDM in communication filed.

Then, the theory of TR is analyzed systematically. The main idea of TR is to use unavailable or reserved tones to design a peak-canceling signal which reduces the peak of a transmit data block. Based on that, the controlled iterative clipping algorithm is utilized to design and implement TR technique, and the performance of reducing PAPR via the technique is simulated by MATLAB in different conditions. The result of simulations indicates that PAPR can be reduced 2~3dB in the probability of 0.0001.

Finally, this algorithm is implemented on FPGA. According to different functions, the algorithm is divided into some modules and Timing Simulation of each module is done with the Modelsim. Then, the result of PAPR reduction is analyzed.

Keywords: OFDM PAPR Tone Reservation

Controlled iterative clipping algorithm FPGA implement



目 录

第一章 绪 论	1
1.1 研究背景	1
1.2 OFDM 技术及其特点	2
1.3 OFDM 系统降低峰均比技术	4
1.4 本文的研究内容与所做的工作	5
1.5 本文的组织结构	6
第二章 OFDM 系统原理	7
2.1 OFDM 基本原理	7
2.1.1 OFDM 基本模型	7
2.1.2 傅里叶变换在 OFDM 系统中的应用	9
2.1.3 保护间隔与循环前缀	11
2.1.4 加窗技术	13
2.2 OFDM 基本参数的选择	14
2.3 OFDM 关键技术	16
2.4 本章小结	18
第三章 预留载波降低 OFDM 系统峰均比的研究	21
3.1 OFDM 系统的峰均比问题	21
3.1.1 峰均比的定义	21
3.1.2 放大器的非线性对 PAPR 的影响	21
3.1.3 PAPR 的分布	22
3.2 预留载波法降低峰均比	23
3.2.1 预留载波方法的数学描述	23
3.2.2 预留载波的位置	25
3.2.3 预留载波降低 PAPR 的最优解	27
3.2.4 梯度迭代算法	31
3.3 受控修剪迭代算法及设计	34
3.3.1 受控修剪迭代算法原理	34
3.3.2 核的设计	36
3.3.3 实现流程图	37
3.4 降低 PAPR 的性能仿真	39
3.4.1 受控修剪迭代算法中的生成核和核	39
3.4.2 过采样对降低 PAPR 性能的影响	40
3.4.3 预留载波数对降低 PAPR 性能的影响	41

3.4.4 迭代次数对降低 PAPR 性能的影响	42
3.4.5 各种调制方式对降低 PAPR 性能的影响	42
3.5 本章小结	43
第四章 预留载波法降低 PAPR 的 FPGA 实现	45
4.1 FPGA 设计开发介绍	45
4.1.1 现场可编程门阵列	45
4.1.2 FPGA 常用开发工具	46
4.1.3 Quartus II 开发流程	47
4.2 降低 PAPR 的 FPGA 实现	48
4.2.1 算法实现步骤	48
4.2.2 算法实现框图	49
4.3 FPGA 各模块的详细设计	50
4.3.1 各模块的工作顺序	50
4.3.2 kernel 产生模块	51
4.3.3 papr_main 模块	53
4.4 降低 PAPR 仿真结果	57
4.5 本章小结	58
第五章 总结与展望	59
5.1 本文工作总结	59
5.2 未来工作展望	59
致谢	61
参考文献	63

第一章 绪论

1.1 研究背景

20世纪70年代以后，移动通信进入了蓬勃发展时期。1978年底，贝尔实验室成功研制了先进移动电话系统(AMPS)，建立了蜂窝状模拟移动通信网，同时其他国家也相继开发出蜂窝式公用移动通信网，这些蜂窝通信网大大提高了系统容量。这一阶段所诞生的移动通信系统被称为第一代移动通信系统，它采用模拟技术和频分多址(FDMA)技术。第一代移动通信系统的缺点主要有频谱利用率低、抗干扰能力差、系统保密性差等。

从20世纪80年代中期开始，模拟蜂窝技术由于不适合多媒体通信业务的需求，逐渐被淘汰，数字移动通信系统进入发展和成熟时期。欧洲首先推出全球移动通信系统(GSM)，随后美国、日本也相继推出了自己的数字移动通信体制。20世纪90年代初，美国Qualcomm公司推出了窄带码分多址(CDMA)蜂窝移动通信系统，从此，CDMA技术在移动通信领域占有了越来越重要的地位。这些数字移动通信系统被称为第二代移动通信系统，主要为支持话音和低速率的数据业务而设计。

随着人们对通信业务范围和业务速率要求的不断提高，第二代移动通信网也不能满足新的业务需求。为了适应新的需求，第三代(3G)移动通信系统应运而生。3G移动通信系统要求满足高速接入、兼容性、支持引入新业务和满足一定的传输速率要求等。在研制3G移动通信系统之初，国际电信联盟ITU计划在世界范围内定义单一的无线通信标准，提供通用的基本网络设备和手持终端，从而为全球所有用户提供通用的无线通信系统和设备。然而，由于多种数字无线技术都已经在商业领域获得了巨大的应用，制定全球通用标准的想法已不现实。最终，3G移动通信系统确定了WCDMA、CDMA2000和TD-SCDMA三种标准。

第三代移动通信系统并不能真正为用户提供宽带多媒体业务的接入。然而，随着通过互联网进行的语音、视频和数据通信流量的显著增长，以及移动电话的快速普及，用户更加迫切希望通过移动通信系统可以提供多媒体业务的接入。因而，业界开始研究下一代移动通信系统。经过多个技术组织的研究，都把正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)技术作为下一代移动通信系统的一项关键技术^[1]。采用OFDM技术的系统具有更高的频谱利用率和良好的抗多径干扰能力，它不仅可以增加系统容量，更重要的是它能更好地满足多媒体通信要求，将包括语音、数据、影像等大量信息的多媒体业务通过宽频信道高

品质地传送出去。

OFDM 由多载波调制(Multi-Carrier Modulation, MCM)^[2]发展而来, MCM 早在 20 世纪五六十年代就得到了应用, 70 年代逐渐衍生出采用大规模子载波和频率重叠技术的 OFDM 系统。但在以后很长一段时间里, OFDM 技术发展缓慢。OFDM 系统采用快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)技术, 可以对相互正交的各个子载波进行调制。然而在实际应用中, 实时傅里叶变换设备的复杂度和处理速度、发射机和接收机振荡器的稳定性以及射频功率放大器的线性度等较高的要求, 限制了 OFDM 技术在通信系统中的应用。随着半导体技术和数字信号处理(Digital Signal Process, DSP)技术的发展, 到了 20 世纪 80 年代, 大规模集成电路使得 FFT 技术的实现不再是难以逾越的障碍, 从此 OFDM 技术逐渐在通信领域中得到应用。

1.2 OFDM 技术及其特点

OFDM 的主要思想是将信道分成若干正交子信道, 将高速数据信号转换成并行的低速子数据流, 调制到每个子信道上进行传输。在接收端可以通过采用相关技术将正交信号分开, 这样可以减少子信道之间的相互干扰(CI)。由于每个子信道上的信号带宽小于信道的相关带宽, 因此每个子信道可以看成平坦性衰落, 从而可以消除符号间干扰(ISI)。而且由于每个子信道的带宽仅仅是原信道带宽的一小部分, 信道均衡变得相对容易。

由于技术的可实现性, 在 20 世纪 90 年代, OFDM 技术广泛被用于各种数字传输和通信系统中, 如高比特率数字用户线(HDSL)系统、非对称数字用户线(ADSL)系统、数字音频广播(DAB)系统和数字视频广播(DVB)系统。1999 年, IEEE802.11a 通过了一个 2.4GHz 的无线局域网标准, 该标准采用 OFDM 调制技术为物理层标准, 使得传输速率可以达 54Mbit/s。欧洲电信组织(ETSI)也把 OFDM 技术定为宽带射频接入网的局域网标准(Hiper-LAN/2)的调制标准。

2001 年, IEEE802.16 通过了无线城域网标准, 该标准使用 2~11GHz 的频段。在该频段由于波长较长, 适合非视距传播, 但系统会存在较强的多径效应, 利用 OFDM 调制技术将可用带宽划分成若干个子载波, 使得每个子载波的带宽较窄, 每个 OFDM 符号的持续时间较长, 这样由多径时延扩展带来的影响将减小, 可以有效地提高系统的抗多径干扰能力, 扩大设备的使用范围。2006 年 2 月, 正式确定 IEEE802.16e (移动宽带无线城域网) 的空中接口标准, 采用的调制方式仍然是 OFDM 技术。

2004 年 11 月, 3GPP 通过被称为“3G 长期演进”(Long Term Evolution, LTE)的立项工作^[3], 目标是在高速移动环境下支持高达 100Mbit/s 的下行数据传输速率, 在室内和静止环境下支持高达 1Gbit/s 的下行数据传输速率, 并对频谱效率、无线

网络时延和用户吞吐量等方面都提出了更高的要求。3GPP 经过激烈的讨论和艰苦的融合，在 2005 年 12 月选定 OFDM 作为 LTE 的下行传输技术。

OFDM 技术已经越来越得到通信业的广泛关注，其原因在于 OFDM 系统存在如下的主要优势^[4]：

1. 频谱利用率高。传统的频分多路传输系统，是将频带分为多个不相交的子频带传输并行的数据流，在接收端采用滤波器来分离各个子信道。这种方法具有简单、直接的优点，但频谱利用率较低，子信道间必须要留有足够的保护频带，并且多个滤波器的实现也比较困难。与传统的频分复用系统相比，OFDM 系统由于各个子载波之间存在正交性，允许子信道的频谱相互重叠，可以最大限度地利用频谱资源。

2. 抗频率选择性衰落和窄带干扰能力强。OFDM 技术的最大优点是对抗频率选择性衰落或窄带干扰，由于无线信道存在频率选择性，在单载波系统中，单个衰落或干扰能够导致整个通信链路失败。但是在多载波系统中，不可能使所有的子载波都同时处于比较深的衰落情况中，仅有很小一部分载波会受到干扰，可以通过动态比特分配以及动态子信道分配的方法，利用信噪比高的子信道进行数据传输。并且对于多用户系统，一个用户不使用的子信道对其他用户可能是性能比较好的子信道，因此除非一个子信道对所有的用户都不使用，该子信道才会被关闭，但是出现这种情况的概率是非常小的。

3. 抗符号间干扰能力强。OFDM 技术通过串并转换可以把高速数据流降为低速进行处理，使得每个子载波上的数据符号长度相对增加，可以有效地减小无线信道的时间弥散所带来的符号间干扰，这样就能够减小接收机内均衡的复杂度，甚至可以不采用均衡，仅通过插入循环前缀就可以消除符号间干扰的影响。

4. 适合非对称数据的传输。无线数据业务一般都存在非对称性，下行链路传输的数据量要远远大于上行链路的传输量。另外，移动终端的功率一般要求小于 1W，在大蜂窝环境下传输速率要求低于 10kbit/s-100kbit/s；基站端的发送功率比较大，数据传输速率也有可能达到 1Mbit/s 以上。因此，无论从用户数据业务的使用需求，还是从移动通信系统的要求考虑，都要求物理层支持非对称高速数据传输。OFDM 系统通过使用不同数量的子信道，可以很容易地实现上行和下行链路中不同的传输速率。

5. 子信道中的正交调制和解调可以选用快速傅里叶变换(IFFT/FFT)的方法实现。对于 N 很大的 OFDM 系统，可以通过采用快速傅里叶变换技术实现，当前的大规模集成电路和 DSP 的技术，已经使 IFFT 和 FFT 实现起来比较容易。

6. 频谱资源分配灵活。OFDM 系统可以灵活地选择合适的子载波进行传输，动态地实现频域资源分配，从而可以充分利用频率分集和多用户分集，以获得最佳的系统性能。

然而，由于 OFDM 系统存在多个正交子载波，其输出信号是多个子信道信号的叠加，与单载波系统相比，存在如下主要缺点：

1. 对载波频偏十分敏感

由于 OFDM 系统子信道的频谱相互重叠，对载波间的正交性提出了严格的要求。但是由于无线信道存在时变性，在传输信道中会发生无线信号的频率偏移，比如多普勒频移，或者发射机载波频率与接收机本振之间存在频率偏差，都会破坏 OFDM 系统子载波间正交性，从而会导致子信道之间的信号相互干扰，仅 1% 的频偏就会使信噪比下降 30dB。因此，对频率偏差敏感是 OFDM 系统的一个主要缺点。

2. 峰均比过大

与单载波系统相比，OFDM 系统的输出是多个子信道信号的叠加，如果多个子信道信号的相位一致时，所得到的叠加信号的瞬时功率就会远大于信号的平均功率，将会出现较大的峰均比^[2]。对于包含 N 个子信道的 OFDM 系统来说，如果 N 个子信道信号的相位一致时，所得到的叠加信号的瞬时功率就是平均功率的 N 倍。这样，对发射机内放大器的线性度提出了很高的要求，如果放大器的动态范围不能满足信号的变化，就会使信号畸变，使叠加信号的频谱发生变化，从而会破坏各个子信道信号之间的正交性，使信号产生相互干扰，使系统性能恶化。

1.3 OFDM 系统降低峰均比技术

OFDM 作为多载波技术，不可避免的存在较高的峰均比问题。这种特性导致 A/D 和 D/A 变换器具有较高的复杂性，以及功率放大器的线性动态范围很大；反过来，这些部件的非线性也会对动态范围较大的信号产生非线性失真，所产生的谐波会造成子信道间的相互干扰，从而影响 OFDM 系统的性能。因此，峰均比较高是 OFDM 技术的一个重要缺陷。

解决 OFDM 系统中高峰均比的问题可以通过两种途径实现：一是提高系统功率放大器的性能，将高峰均比信号无失真地发射出去，这样功率放大器需要具有很高的线性度和很大的回退(Back-Off)。但在实际应用中这样的放大器效率非常低，使用这种功率放大器既降低了系统的功率效率，又使系统的实现复杂度非常高，因此这种技术并不能从根本上解决高峰均比给放大器带来的难题。二是通过有效的算法降低信号的峰均比，降低峰均比的算法目前大致可以分为三类：信号预畸变技术、编码类技术^{[5][6]}和信号加扰技术。通过有效的算法才是解决 OFDM 系统峰均比问题的有效途径。

信号预畸变技术是最简单最直接的降低 OFDM 系统峰均比的方法，主要思想是在信号被送给放大器之前，要对功率值大于门限值的信号进行非线性畸变，使

其不超出放大器的动态变化范围，从而避免较大峰均比的出现。此类方法主要包括：限幅削峰法(Crest Factor Reduction, CFR)^[7]、峰值加窗法(Peak Windowing)^[8]和消峰法(Peak Cancel)^[9]等。信号预畸变技术具有比较简单，实现容易的优点，但是会带来带内干扰和带外功率泄漏等问题。

编码类技术的主要思想是利用不同编码产生不同的码组，从中选择峰均比较低的码组作为 OFDM 符号进行数据信息的传输，从而避免出现信号峰值。编码方法选取的码字需要有以下特点：(1)码字形成的信号具有较低的峰均比；(2)适用于任何子载波个数、任意阶数、任意调制方案和任意编码效率；(3)能够有效的实现编码以及译码；(4)具有较好的检错纠错能力。编码方法通过牺牲信息传输速率降低信号峰均比，降低峰均比的性能较为稳定。但是这类方法可供使用的编码图样数量非常少，尤其当子载波数量较大时，编码效率非常低，而且会增加系统发送端和接收端的实现复杂度。编码类技术的主要方法有：分组编码(Block Coding)和格雷互补序列(Golay Complementary Sequences)等。

信号加扰技术是利用不同的加扰序列对 OFDM 符号进行加权处理以改变其统计特性，从而选择峰均比较小的符号来传输。OFDM 系统之所以出现较大峰值功率信号，主要是由于多个连续的子载波信号以某一种对称的相位进行叠加，使得峰值相对很大。如果可以利用多个序列来表示同一组信息的传输，即破坏相位的对称性，在给定的峰均比门限值的条件下，可以从中选择一组峰均比最小的序列用于数据传输，这样就会显著地减小大峰值信号出现的概率，从而可以减小峰均比出现的概率。然而，利用信号加扰技术降低峰均比会带来信息冗余，要进行多次 IFFT 运算，计算复杂度大，并且需要稳定地传送边带信息。传统的信号加扰技术主要有选择性映射(Selected Mapping, SLM)^[10]技术和部分传输序列(Partial Transmit Sequences, PTS)^[11]技术等。

信号加扰技术还包括一种比较有效地降低峰均比的方法，就是预留载波法(Tone Reservation, TR)^{[12][13][14]}，这也是本文研究的内容。预留载波法又称多音预留法，由 Tellado 首先提出，其主要思想是预留出一部分子载波不传输有用信息，或者由于低信噪比等原因某些子载波不能被用来传输有用数据，就利用这些子载波产生一个独立的时域数据块，根据某种算法抵消信号的峰值，以此降低峰均比。不承载有用信息的数据块在接收端可以直接去除，无须传送边带信息。

1.4 本文的研究内容与所做的工作

OFDM 是下一代无线通信系统物理层采用的核心技术，可以有效地抵抗频率选择性衰落，提高频谱利用率。但是，峰均比过高一直是 OFDM 系统的主要缺点之一，因此需要对 OFDM 降低峰均比，才能使充分发挥其优势。本文主要的研究

内容是利用预留载波法来降低 OFDM 系统的峰均比，采用的具体算法是受控修剪迭代算法，并利用 MATLAB 对此算法进行了性能仿真，以及在 FPGA 上进行了实现。

本文所做工作可分为三个方面：

1. 介绍了 OFDM 系统原理和关键技术，分析了高峰均比问题产生的原因，以及降低峰均比的方法。
2. 主要研究了利用预留载波法来降低 OFDM 系统的峰均比，包括预留载波法的原理、数学描述、预留载波的位置以及此问题的最优解；然后分析了两种具体的算法：梯度迭代算法和受控修剪迭代算法；最后对受控修剪迭代算法进行了设计和实现，并在不同条件下对降低 OFDM 系统峰均比的性能进行了仿真。
3. 重点对预留载波法进行 FPGA 实现，并对每个模块的工作过程进行了详细的阐述和时序仿真。

1.5 本文的组织结构

第一章 OFDM 技术介绍，分析了 OFDM 系统的优势和缺点，总结了降低峰均比的几类方法。

第二章首先介绍了 OFDM 系统的原理、傅里叶变换技术在 OFDM 调制和解调中的应用、为了防止干扰引进了保护间隔，然后简单介绍了 OFDM 技术中的几项关键技术。

第三章研究了利用预留载波法来降低 OFDM 系统峰均比。首先，阐述了峰均比过高的问题，以及采用互补累积分布函数可以定量地分析降低峰均比的性能；然后，对预留载波法进行数学描述，介绍了梯度迭代算法和受控修剪迭代算法这两种具体用来降低峰均比的算法；最后，采用受控修剪迭代算法对降低 OFDM 系统 PAPR 进行了设计和实现，并在不同的条件下对降低峰均比性能进行了仿真。

第四章对预留载波法进行了 FPGA 实现。首先，分析了采用预留载波法降低峰均比的具体实现过程，对整个过程按功能划分为多个模块，以及各个模块的工作顺序；最后，对各模块进行了时序仿真，以及对降低峰均比处理后的结果进行了分析。

第五章对全文进行总结，指出了目前在研究中存在的不足，以及下一步需要研究的工作。

第二章 OFDM 系统原理

2.1 OFDM 基本原理

OFDM 是一种特殊的多载波传输方案，其思想最早起源于 20 世纪 50 年代，由于当时使用传统的多载波进行实现，系统复杂度较高，难以实现，OFDM 技术并没有得到快速发展^{[2][15]}。到了 20 世纪 70 年代，Weinstein 和 Ebert 把离散傅里叶变换(Discrete Fourier Transformation, DFT)技术应用到并行传输系统中，作为 OFDM 系统调制和解调过程的一部分^[16]，解决了产生多个相互正交的子载波和从子载波中恢复原信号的问题。并应用快速傅里叶变换技术，大大降低了实现的复杂度，为 OFDM 技术在实际中的运用奠定了理论基础，从此 OFDM 在移动通信中的应用得到了迅猛的发展。

OFDM 的基本原理是把高速数据流通过串并变换，分配到传输速率相对较低的若干子信道上，这样每个子信道上的符号周期会相对增加，可以减轻无线信道的多径时延扩展所产生的时间弥散性对系统造成的影响。此外，在 OFDM 系统中通过引入循环前缀作为保护间隔，只要保护间隔的长度大于无线信道的最大时延扩展，就能够保持各子载波间的正交性，这样便可以有效地抵抗由多径造成的 ISI 和 ICI。

2.1.1 OFDM 基本模型

一个 OFDM 符号是由多个经过调制的子载波的信号叠加而成的，其中任意一个子载波都可以经过 PSK 或者 QAM 调制。假设 N 表示子载波的个数， T 表示 OFDM 符号的宽度，则 OFDM 符号可以表示为^{[2][4]}：

$$s(t) = \begin{cases} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} d_i \operatorname{rect}(t - t_s - \frac{T}{2}) \exp[j2\pi(f_0 + \frac{i}{T})(t - t_s)] \right\} & t_s \leq t \leq t_s + T \\ 0 & t < t_s, t > T + t_s \end{cases} \quad (2-1)$$

其中， d_i ($i = 0, 1, \dots, N-1$) 表示分配给任一子载波的数据符号， f_0 是第零个子载波的载波频率， $\operatorname{rect}(t) = 1, |t| \leq T/2$ ； $\operatorname{rect}(t) = 0, t < t_s$ 或 $t > T + t_s$ 。OFDM 的输出信号也可以采用复等效基带信号来描述，即：

$$s(t) = \begin{cases} \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} d_i \operatorname{rect}(t - t_s - \frac{T}{2}) \exp[j2\pi \frac{i}{T}(t - t_s)] \right\} & t_s \leq t \leq t_s + T \\ 0 & t < t_s, t > T + t_s \end{cases} \quad (2-2)$$

其中，实部对应于 OFDM 符号的同相分量，虚部对应于 OFDM 符号的正交分量，

在实际中可以分别与相应子载波的 \cos 分量和 \sin 分量相乘，构成最终的 OFDM 信号^{[2][17]}。图 2.1 给出了 OFDM 系统的基本模型框图，其中 $f_i = f_0 + i/T$ 。

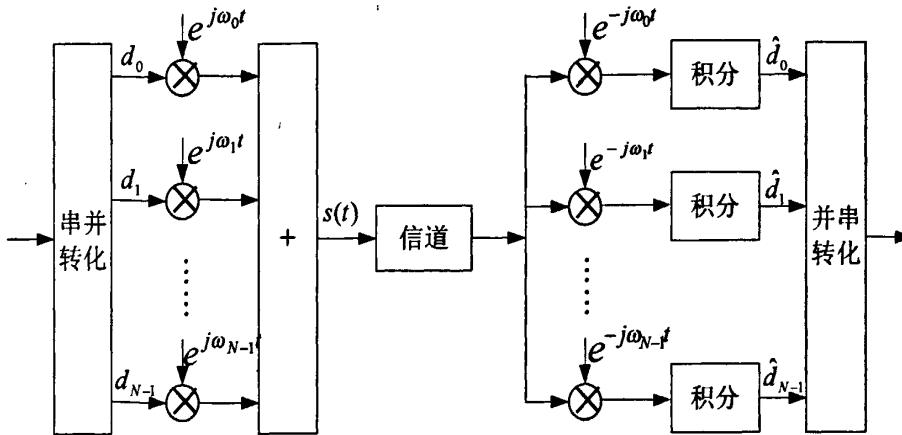


图 2.1 OFDM 系统的基本框图

OFDM 信号每个子载波在一个符号周期内都包含整数倍个周期，且相邻子载波间相差 1 个周期，这一特性可以解释子载波之间是相互正交的，即：

$$\frac{1}{T} \int_0^T \exp(j2\pi f_m t) \exp(j2\pi f_n t) dt = \begin{cases} 1 & m=n \\ 0 & m \neq n \end{cases} \quad (2-3)$$

对第 i 个信号进行解调，然后在时间长度 T 内进行积分，即：

$$\begin{aligned} \hat{d}_i &= \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \exp[-j2\pi \frac{i}{T}(t-t_s)] \sum_{i=0}^{N-1} d_i \exp[j2\pi \frac{i}{T}(t-t_s)] dt \\ &= \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{N-1} d_i \int_t^{t+T} \exp[j2\pi \frac{i-j}{T}(t-t_s)] dt = d_i \end{aligned} \quad (2-4)$$

由式(2-4)可以看出，对第 i 个子载波进行解调可以恢复出期望的符号 d_i 。而对于其它载波来说，由于在积分区间内，其频率差别为 $(i-j)/T$ ，可以产生整数倍个周期，所以积分结果为零。

另外，OFDM 信号子载波之间的正交性可以从频域理解。根据式(2-1)，每个 OFDM 符号在其周期 T 内包括多个非零的子载波，其频谱可以看做是周期为 T 的矩形脉冲的频谱与一组位于各个子载波频率上的函数的 δ 卷积，矩形脉冲的频谱幅值为 $\text{sinc}(fT)$ 函数，这种函数的零点出现在频率为 $1/T$ 整数倍的位置上。任一子载波在一个 OFDM 符号周期内都是周期的整数倍，其频谱都是抽样函数，如图 2.2 所示。

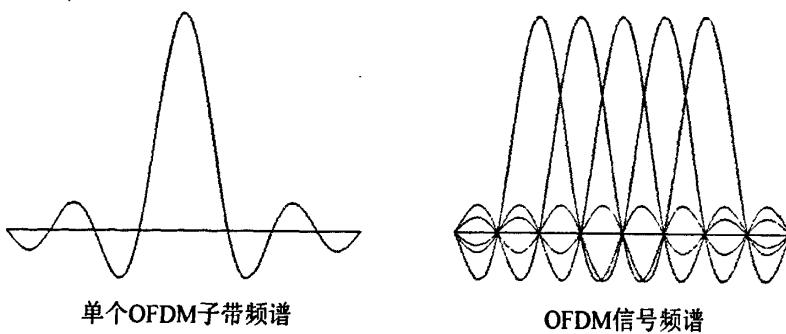


图 2.2 OFDM 信号的频谱特性

图中给出了相互覆盖的各个子信道内符号，经过矩形波形成型得到符号的 sinc 函数频谱，在每一子载波频率幅值的最大值处，所有其它子载波的频谱值恰好为零。在对 OFDM 符号解调的过程中，计算这些点上对应的每一子载波频率的最大值，所以可以从多个相互重叠的子信道符号频谱中提取出每个子信道符号，而不会受到其他子信道的干扰。从图 2.2 可知，OFDM 符号频谱满足奈奎斯特准则，在频域中多个子信道频谱之间不存在相互干扰，因此这种一个子信道频谱的最大值对应于其他子信道频谱的零点可以避免子信道间干扰的影响。

2.1.2 傅里叶变换在 OFDM 系统中的应用

对于子载波数 N 比较大的 OFDM 系统，式(2-2)中的信号可以利用离散傅里叶逆变换(IDFT)来实现^{[18][19]}，为了叙述简单，一般令 $t_s = 0$ ，并忽略矩形函数，对 $s(t)$ 以 T/N 的速率进行抽样，也就是令 $t = kT/N (k = 0, 1, \dots, N-1)$ ，于是得到

$$s_k = s(k \cdot \frac{T}{N}) = \sum_{i=0}^{N-1} d_i \exp(j \frac{2\pi i k}{N}) \quad (0 \leq k \leq N-1) \quad (2-5)$$

显然可以看出 s_k 等效为对 d_i 进行 IDFT 运算。在接收端，为了恢复出原始的数据符号 d_i ，可以对 s_k 进行 DFT 运算得到

$$d_i = \sum_{k=0}^{N-1} s_k \exp(-j \frac{2\pi i k}{N}) \quad (0 \leq i \leq N-1) \quad (2-6)$$

由上述可得，OFDM 系统的调制可以由 IDFT 完成，解调可以由 DFT 完成，由数字信号处理知识可知，IDFT 可以采用高效的 IFFT 来实现，DFT 可以采用高效的 FFT 来实现。 N 点 IDFT 运算需要 N^2 次的复数乘法（为了方便，只比较复数乘法的运算量），而 IFFT 可以显著地降低运算的复杂度，对于基 2 IFFT 算法来说，其复数乘法的次数仅为 $N/2 \log_2 N$ ，IDFT 的计算复杂度会随着 N 增加而呈现二次方增长，IFFT 的计算复杂度的增加速度只略快于线性变化。

对于子载波数量非常大的 OFDM 系统，可以进一步采用基 4 IFFT 算法。在 4

点的 IFFT 运算中，只存在与 $\{1, -1, j, -j\}$ 的相乘运算，因此不需要采用完整的乘法器来实现，只需要通过简单的加、减以及变换实部和虚部的运算（当与 $-j$, j 相乘时）来实现这种乘法。在基 4 算法中，IFFT 变换可以被分为多个 4 点的 IFFT，这样就只需要在两个级别之间执行完整的乘法操作。因此， N 点的基 4 IFFT 算法中只需要执行 $3/8 N(\log_2 N - 2)$ 次复数乘法或相位旋转，以及 $N \log_2 N$ 次复数加法，基 4 蝶形算法可以用于高效地计算大规模的 IFFT。利用 FFT/IFFT 方法实现的 OFDM 系统框图如图 2.3 所示。

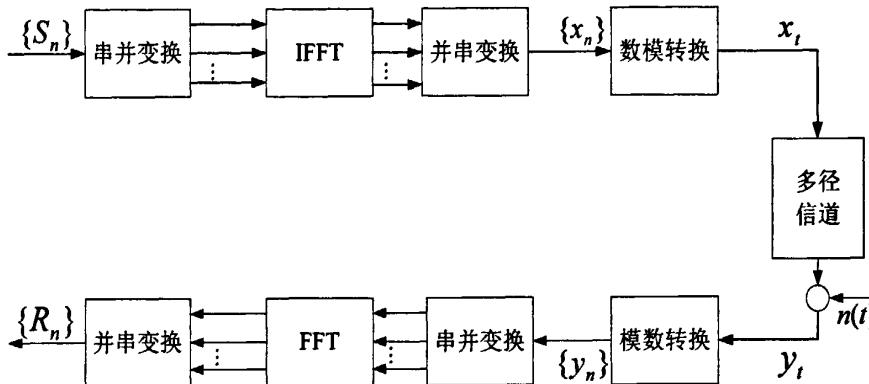


图 2.3 利用 IFFT/FFT 实现的 OFDM 系统框图

在实际应用中， N 次采样一个 OFDM 符号，或者 N 点 IFFT 运算所得到的 N 个输出样值，往往不能真正地反映连续 OFDM 符号的变化特性，其原因是：若没有过采样，当这些采样值点被送到模数转换器时，就可能生成为信号，这是系统所不允许的。这种伪信号，当以低于信号中最高频率两倍的频率进行采样时，采样值被还原之后，信号中就不再含有信号中的高频成分，呈现出虚假的低频信号。所以为了避免产生这种伪信号，一般需要对 OFDM 符号进行过采样^{[20][21]}，即在原有的采样点之间再添加一些采样点，构成 pN (p 为整数) 个采样值。这种过采样的实现也可以通过利用 IFFT/FFT 的方法实现，实施 IFFT 运算时，需要在原始的 N 个输入值的中间添加 $(p-1)N$ 个零，而实施 FFT 运算时，需要在原始的 N 个输入值的后面添加 $(p-1)N$ 个零。以 $p=4$ 为例来实施这种过采样。

输入的 N 个数据符号 $\{A_k, k = 0, 1, \dots, N-1\}$ 表示频域数据符号，通过 IFFT 变换之后，得到时域数据符号 $\{a_n, n = 0, 1, \dots, N-1\}$ ，即：

$$a_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A_k W_N^{nk} \quad (2-7)$$

其中， $W_N = \exp(-j \frac{2\pi}{N})$ 。

若希望通过 4 倍过采样，得到更加精确反映连续信号变换的时域离散采样点，可以在 IFFT 输入的频域数据符号中间补充 $3N$ 个零，即构成

$\left\{ A_0, A_1, \dots, A_{N/2-1}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{3N \uparrow 0}, A_{N/2}, \dots, A_{N-1} \right\}$, 然后再实施 $4N$ 点的 IFFT, 可以按 4 倍

过采样得到 $4N$ 个时域离散采样点, 即:

$$a_{over,n} = \frac{1}{4N} \sum_{k=0}^{4N-1} A_k W_{4N}^{nk} \quad (2-8)$$

其中, $n, k = 0, 1, \dots, 4N-1$ 。由此可以实现对频域信号的过采样, 更加精确的反映 OFDM 连续符号的变换情况, 惟一不同的是 $4N$ 点的 IFFT 计算结果的模值为 N 点 IFFT 计算结果模值的 $1/4$ 。

此外, 以 T 为采样间隔的时域采样信号的傅里叶变换, 是由时域连续信号的傅里叶变换周期重复得到的, 其重复周期为 $1/T$ 。如果对时域信号 p 倍过采样, 即采样间隔变为 T/p , 则其相应的傅里叶变换的重复周期就会变为 p/T , 而时域连续信号的频频宽度又保持不变, 因此从频域来看, 相当于在连续信号带宽之外补零, 而在 IFFT 运算中相当于在频域数据中间插零。对离散信号实施过采样, 就可以获得与实际连续信号类似的结果, 过采样点数越多, 越能反映符号变化的细节, 实际应用中一般采用 4 倍过采样。

2.1.3 保护间隔与循环前缀

OFDM 系统的一个重要优点是它可以有效地减小多径时延扩展, 把输入的数据流通过串并转换送到 N 个并行的子信道上, 每个子信道上的数据分别用不同的子载波调制, 这样调制后的数据符号周期可以扩大为原始符号周期的 N 倍, 时延扩展与符号周期的比值也会降低 N 倍。为了更好的消除符号间干扰, 可以在每个 OFDM 符号之间插入保护间隔(guard interval), 若该保护间隔的长度 T_g 大于无线信道的最大时延扩展, 可以避免一个符号的多径分量对下一个符号造成的干扰。保护间隔内可以不插入任何信息, 即是一段空闲的传输时段, 可以用一定数量的零填充在保护间隔内, 如图 2.4 所示。

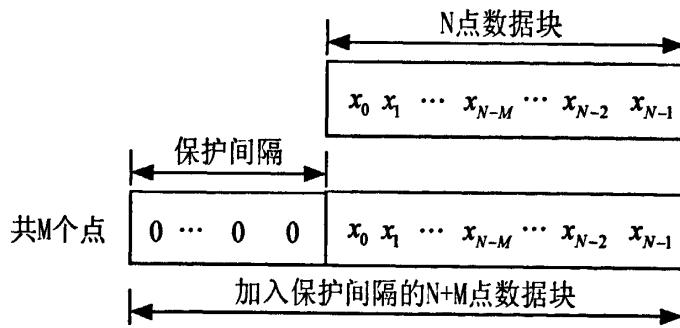


图 2.4 插入保护间隔示意图

由于多径传播的影响，会产生信道间干扰，即破坏了子载波之间的正交性，不同的子载波间会发生干扰。出现这种现象是由于每个 OFDM 符号中都包括所有的非零子载波信号，同时会出现该 OFDM 符号的时延信号，由于在 FFT 运算时间长度内，第一个子载波与带有时延的第二子载波之间的周期个数之差不再是整数，因此当接收机对第一子载波进行解调时，第二子载波会对第一子载波造成干扰。同理，当接收机对第二子载波进行解调时，也会受到第一子载波的干扰。

为了消除由于多径造成的 ICI，OFDM 符号在其保护间隔内填入循环前缀（Cyclic Prefix, CP）信号^[22]，即是一份附加在符号前面的数据符号的末尾部分，而不是使用空白的保护间隔，如图 2.5 所示。引入循环前缀后，只要多径时延小于保护间隔 T_g ，在 FFT 的运算时间长度内，不会发生信号相位的跳变，因此 OFDM 接收机所接收到的只是存在某些相位偏移的、多个单纯连续正弦波形的叠加信号，而且这种叠加不会破坏子载波间的正交性。

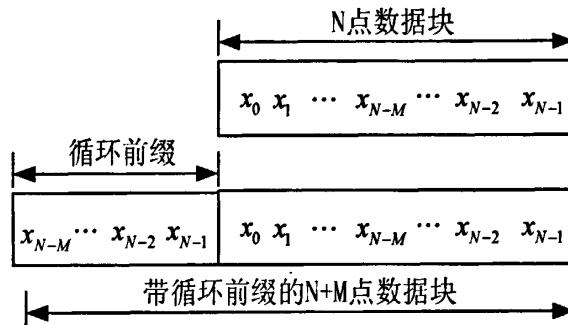


图 2.5 将 CP 加入保护间隔

然而如果多径时延大于保护间隔 T_g ，则由于 FFT 运算时间长度内可能会出现信号相位的跳变，第一子载波信号与延时的第二子载波信号的叠加就不仅仅包括单纯连续正弦波形信号，就会破坏子载波之间的正交性。所以，要尽量使循环前缀的长度大于信道的最大时延扩展。OFDM 系统中加入保护循环前缀之后的发射机框图如图 2.6 所示。

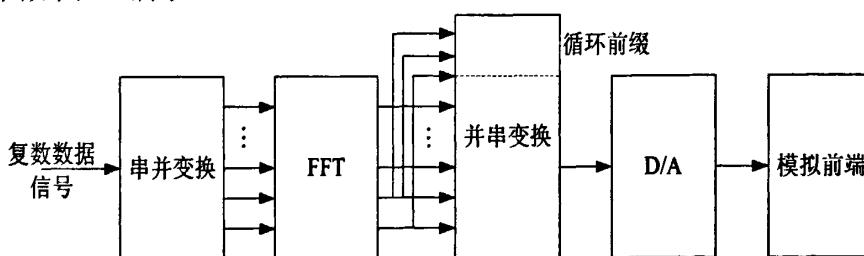


图 2.6 插入循环前缀后的 OFDM 系统发射机框图

2.1.4 加窗技术

在 OFDM 系统中,一个 OFDM 信号是包括多个经过调制的子载波的合成信号。根据式(2-1),为了分析简单令 $t_s = 0$, 可以得到功率归一化的 OFDM 信号的复包络

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=0}^{N-1} d_i \text{rect}(t - \frac{T}{2}) \exp(j2\pi f_i t) \quad (2-9)$$

其中, $1/\sqrt{N}$ 是归一化因子, $f_i = f_0 + i/T$ 。OFDM 符号的功率谱密度 $|S(f)|^2$ 为 N 个子载波上的信号的功率谱密度之和

$$|S(f)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \left| d_i T \frac{\sin[\pi(f - f_i)T]}{\pi(f - f_i)T} \right|^2 \quad (2-10)$$

依据 OFDM 符号的功率谱密度,其带外功率谱密度衰减比较慢,即带外辐射功率比较大,为了让带宽之外的功率谱密度下降更快,则需要对 OFDM 符号采用“加窗”技术(WINDOWING)。对 OFDM 符号加窗意味着使信号周期边缘的幅度值逐渐过渡到零,通常采用的窗类型是升余弦函数,其定义如下

$$\omega(t) = \begin{cases} 0.5 + 0.5 \cos(\pi + \frac{\pi}{\beta T_s} t) & 0 \leq t \leq \beta T_s, \\ 1 & \beta T_s \leq t \leq T_s, \\ 0.5 + 0.5 \cos[\frac{\pi}{\beta T_s} (t - T_s)] & T_s \leq t \leq (1 + \beta)T_s, \end{cases} \quad (2-11)$$

其中, T_s 表示加窗前的符号长度,加窗后符号的长度为 $(1 + \beta)T_s$,从而允许在相邻符号之间存在相互覆盖的区域。经过加窗后的 OFDM 符号如图 2.7 所示。

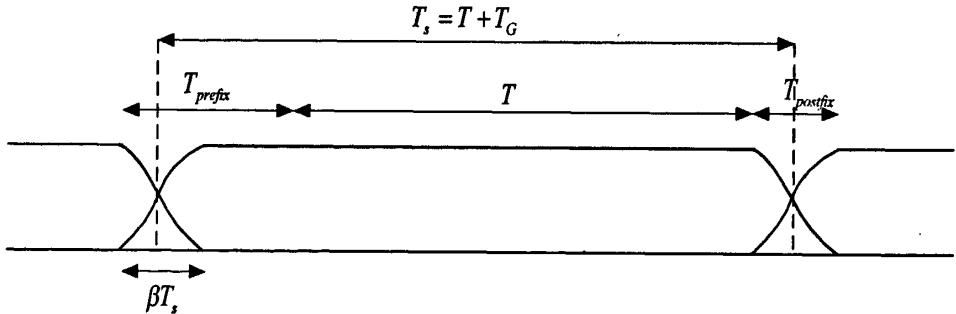


图 2.7 经过加窗处理的 OFDM 符号示意图

实际上,一个 OFDM 符号的生成遵循如下过程:首先,在 N_c 个经过数字调制的符号后面补零,构成 N 个输入样值序列,进行 IFFT 运算。其次,IFFT 输出的最后 T_{prefix} 个样值被插入到 OFDM 符号的最前面,而且 IFFT 输出的最前面 T_{suffix} 个样值被插入到 OFDM 符号的最后面。最后,OFDM 符号与升余弦窗函数 $\omega(t)$ 时域

相乘，可以使系统带宽之外的功率快速下降。

根据时域相乘等效于频域卷积的原理，经过加窗后的 OFDM 信号的频谱等于原始 OFDM 信号频谱与窗函数频谱的卷积，因此其带外频谱特性主要是由两者之间频谱宽度较大的信号来决定，也就是由加入的窗函数的频谱来决定。所以，选择窗函数的原则是：频谱特性比较好且非恒定信号幅度部分也不能过长，避免对更多的时域采样信号造成影响。

为了能够保证在接收端准确的恢复出原信号，在发送端，除了添加循环前缀外，还要增加额外的保护间隔，这里的保护间隔也采用 OFDM 符号的循环扩展来实现。通过增加额外的保护间隔，可以保证非恒定信号幅度部分不会落入 FFT 的时间区域内。这样在接收端，在精确的同步条件下，就可以去除窗函数，取出所需要的时域信号，通过 FFT 恢复出发送端所发送的数据。加入循环前缀后完整的 OFDM 系统的组成框图如图 2.8 所示。

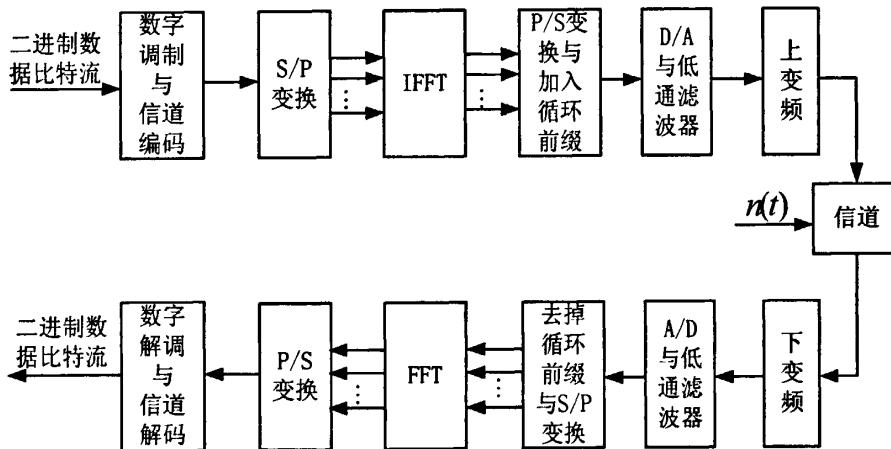


图 2.8 OFDM 系统框图

输入比特序列完成 S/P 变换，根据采用的调制方式形成调制信息序列，然后进行 IFFT 运算，得出 OFDM 已调信号的时域抽样序列，加上循环前缀，再做 D/A 变换，得到 OFDM 已调信号的时域波形。接收端先对接收信号进行 A/D 变换，去掉循环前缀，得到 OFDM 已调信号的抽样序列，最后做 FFT 运算得到原调制信息序列。循环前缀的引入，使得 OFDM 信号在一定条件下可以完全消除由于多径传播造成的符号间干扰和载波间干扰的影响，推进了 OFDM 技术实用化的进程。

2.2 OFDM 基本参数的选择

OFDM 参数的选择就是需要在各种要求冲突中进行折中考虑，一般来讲，首先需要确定的三个参数是带宽、比特速率和时延扩展^{[2][4]}。时延扩展直接决定保护间隔的长短，通常来讲，保护间隔的时间长度应为时延扩展均方根的 2~4 倍。

在确定了保护间隔的条件下，符号周期的长度就可以确定。为了尽可能地减小由于插入保护比特所带来的信噪比损失，希望 OFDM 符号周期长度要远大于保护间隔长度，然而符号周期长度又不能太大，否则就意味着 OFDM 系统中要包括更多的子载波，这样就导致子载波间隔会减小，系统的实现复杂度会增加，并且还会加大系统的峰均比，以及使系统对频率偏差更加敏感。所以在实际应用中，通常选择符号周期长度是保护间隔长度的 5 倍，这样做使得，由于插入保护比特所造成的信噪比损耗只有 1dB 左右。

确定了符号周期和保护间隔后，子载波的数量可以直接利用 -3 dB 带宽除以子载波间隔得到，即去掉保护间隔后的符号周期的倒数，还可以利用所要求的比特速率除以每个子信道中的比特速率来确定子载波的数量。每个子信道中传输的比特速率可以由符号速率、子载波数和调制类型来确定。

1. 有用符号持续时间

有用符号持续时间 T 对子载波间间隔和译码的等待周期都有影响，为了保持数据的吞吐量，要有相对较大量子载波数目和 FFT 的长度，这样就导致了有用符号持续时间的增大。在实际应用中，载波的偏移和相位的稳定性会影响两个载波间隔的大小，如果接收机处于移动状态，载波间隔必须足够大以使得多普勒频移可以被忽略。总之，选择有用符号的持续时间，必须要以保证信道的稳定为前提。

2. 子载波数

子载波个数可以由信道带宽、数据吞吐量和有用符号持续时间决定，即 $N = 1/T$ ，子载波数可以被设置为有用符号持续时间的倒数，其数值与 FFT 处理过的复数点数相对应。

3. 调制模式

OFDM 系统的调制方式可以基于功率或频谱利用率来选择。调制的类型可以用复数形式来表示： $d_n = a_n + j b_n$ ，其中符号 a_n 和 b_n 在 16QAM 中为 $(\pm 1, \pm 3)$ ，在 QPSK 中为 ± 1 。总之，应用到每一个子载波的调制模式的选择只能是数据传输速率需求与传输稳定性之间的折中。

下面通过实例，来说明如何确定 OFDM 系统的参数，要求设计系统满足如下条件：

- (1) 比特速率：20Mbit/s；
- (2) 可容忍的时延扩展：200ns；
- (3) 带宽：<18MHz。

200ns 的时延扩展意味着保护间隔的有效取值应为 800ns。选择 OFDM 符号周期长度为保护间隔的 6 倍，即 $4.8 \mu\text{s}$ ，其中由保护间隔所造成的信噪比损耗小于 1dB，子载波间隔取 $4.8 - 0.8 = 4 \mu\text{s}$ 的倒数，即 250kHz。为了得到所需要的子载波

个数，需要依据所要求的比特速率与 OFDM 符号速率的比值，即每个 OFDM 符号需要传送 96bit。为了完成这一点，作如下两种选择：

(1) 利用 16QAM 和码率为 0.5 的编码方法，这样每个子载波可携带 2bit 的有用信息，则需要 48 个子载波来满足每符号 96bit 的传输速率；

(2) 利用码率为 0.75 的 QPSK 的编码方式，这样每个子载波可以携带 1.5bit 的有用信息，则需要 64 个子载波来传输，而 64 个子载波就意味着带宽为 $64 \times 250 \text{ kHz} = 16 \text{ MHz}$ ，就大于了所给定的带宽要求。所以，为了满足带宽的要求，子载波的数量不能大于 60，因此第一种采用 16QAM 和 48 个子载波的方法满足上述的要求。并且还可以用 64 点的 FFT/IFFT 来实现，剩余的 16 个子载波补零，用于 FFT/IFFT 的过采样。

另一个影响参数选择的问题是要求在 FFT/IFFT 运算的时间内和符号间隔内的采样数量必须是整数。例如在上面的例子当中，希望在 FFT/IFFT 间隔内恰好有 64 个采样，以此保持子载波间的正交性，这样采样速率就可达到 $64/(4\mu s) = 16 \text{ MHz}$ 。但是在 $4.8 \mu s$ 内，这样的采样速率不能保证采样数量为整数，惟一的解决方法就是要改变上述参数，来满足采样数量为整数的要求。例如每符号的采样速率可设定为 78，即采样速率为 $78/(4.8\mu s) = 16.25 \text{ MHz}$ ，这样 FFT/IFFT 运算时间长度就变为 $64/(16.25 \text{ MHz}) = 3.9385 \mu s$ ，保护间隔和子载波间隔都略大于 FFT/IFFT 运算时间长度为 $4 \mu s$ 时的情况，分别为 $861.5 \mu s$ 与 253 kHz 。

2.3 OFDM 关键技术

OFDM 技术是一种应用在无线环境下的高速传输技术。无线信道的频率响应曲线大多是平坦的，OFDM 技术能在频域内将给定信道分成许多正交的子信道，在每个子信道上使用一个子载波进行调制，并且各子载波并行传输，可以解决频率选择性衰落的问题。另外，OFDM 系统中各子载波相互正交，其频谱可以相互重叠，这样不但减小了子载波之间的相互干扰，同时又提高了频谱利用率。然而，OFDM 技术也面临着一些挑战，为了充分发挥其技术优势，提高系统性能，需要解决制约其发展的一些关键技术难点^{[23][24][25]}，主要包括：

1. 同步技术

OFDM 系统中， N 个符号的并行传输会使符号的延续时间更长，使得系统对定时和频率偏移敏感。由于无线信道时变性会影响载波频率，使其发生偏移，从而会破坏 OFDM 系统子载波之间的正交性。确保这种正交性对于 OFDM 系统来说至关重要，因此它对载波同步的要求就相对严格。一般存在以下几个同步要求：载波同步，接收端的振荡频率要与发送载波同频同相；样值同步，接收端和发送端的抽样频率一致；符号同步，IFFT 和 FFT 起止时刻一致。根据 OFDM 系统的同

步要求，有如下三种方案可以实现同步：(1)基于循环前缀，由于 OFDM 系统中设置了循环前缀，可以利用这种冗余信息进行同步，不过这种同步方法只能用于时偏的粗估计和分数频偏的估计；(2)基于训练符号，这种同步方法是在时域上将已知信息添加到 OFDM 符号中，通常置于符号的前端或由多个 OFDM 符号构成的帧的起始位置处；(3)基于子载波的导频，基于在载波的导频又称频域导频，即在特定子载波位置处加入导频信号，引入导频的主要目的是为了在接收端对信道进行估计和恢复。

2. 降低峰均比

除了对频率敏感之外，OFDM 系统的另一个主要缺点就是峰均比过高。OFDM 信号在时域上表现为 N 个正交子载波信号的叠加，当这 N 个正交子载波信号恰好均以峰值相加时，OFDM 信号将产生最大峰值，该峰值功率是平均功率的 N 倍，所以很容易造成较高的峰均比。为了不失真地传输这些高峰均比的 OFDM 信号，发射机输出信号的瞬时值会有较大的波动，高峰均比的 OFDM 信号通过功率放大器时会有很大的频谱扩展和带内失真。这将要求系统内的一些部件，例如功率放大器、A/D、D/A 等器件具有很大的线性动态范围。反过来，这些器件的非线性也会对动态范围较大的信号产生非线性失真，所产生的谐波会造成子信道间的相互干扰，从而影响 OFDM 系统的性能，所以单纯地改善功率放大器的性能对 OFDM 系统的性能影响较小，可以采用一些技术来降低信号的峰均比。然后由于出现高峰均比的概率并不大，可以把具有高峰均比值的 OFDM 信号去掉，但是把高峰均比值的 OFDM 信号去掉会影响信号的性能，所以采用的技术必须要对信号的影响较小。

3. 信道估计

接收端使用差分检测时不需要信道估计，但需要一些导频信号提供初始的相位参考，然而采用差分检测在降低系统复杂度和导频数量的同时也降低了信噪比。尤其在 OFDM 系统中，系统对频偏很敏感，因此一般不采用差分检测，而是采用相干检测。在 OFDM 系统采用相干检测时，信道估计是必需的。常见的信道估计方法有基于导频信道和基于导频符号两种，由于多载波系统具有时域和频域二维结构，因此基于导频符号的设计更灵活，即可以同时在时间轴和频率轴两个方向插入导频符号，在接收端提取导频符号估计信道传输函数。信道估计器的设计主要有两个问题：一是导频信息的选择，由于无线信道通常是时变衰落信道，需要不断对信道进行跟踪，因此必须连续发送导频信号；二是既有较低的复杂度又有良好的导频跟踪能力的信道估计器的设计。

4. 调制与解调

OFDM 作为一种多载波调制方式，每个子载波所使用的调制方式可以不同，各个子载波根据信道状况的不同选择不同的调制方式，如 QPSK、16QAM、64QAM

等，并以频谱利用率和误码率之间的最佳平衡为原则，通过选择满足一定误码率的最佳调制方式可以获得最大的频谱利用率。此外，OFDM 还可以采用自适应调制与功率控制相协调的工作方式，在信道条件较好且发射功率一定时，可以使用较高的调制方式，或在低功率时使用较低的调制方式，这样可以改善频谱利用率和系统容量。OFDM 的接收实际上是通过 FFT 模块的解调器，它将不同的子载波搬到零频，并在一定的码元周期内积分，由于各子载波信号之间保持正交特性，因此不会对信息的提取产生影响。

5. 循环前缀

OFDM 系统中，较低的码元速率对多径传输造成的 ISI 有一定的抑制作用。另外，通过在每个 OFDM 符号前端插入保护间隔，又能进一步提高系统的抗 ISI 能力，同时还可以使接收机抵抗时间偏差。在发送端 OFDM 系统插入循环前缀在符号的最前端，添加了循环前缀的 OFDM 符号呈现出周期性，经过时变无线信道传输后，在接收端可以把接收到的信号看作是 OFDM 信号的频域响应和信道频率响应的乘积，完成与发送端相反的操作，解出基带信号。由于循环前缀中的信息是冗余的，在接收端应该把循环前缀去掉，然后通过串并转换，经 FFT 将接收到的时域信号转换成频域信号。

6. 信道编码和交织

为了提高数字通信系统的性能，信道编码和交织是通常采用的方法。对于衰落信道中的随机错误，可以采用信道编码；对于衰落信道中的突发错误，可以采用交织。实际应用中，通常同时采用信道编码和交织，进一步改善系统的性能。在 OFDM 系统中，其结构特性为在子载波间进行编码创造了机会，形成编码正交频分复用(Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing)方式。编码方式可以是分组码、卷积码等，其中卷积码的效果要比分组码好。

7. 均衡

在普通的衰落环境下，均衡并不是有效改善 OFDM 系统性能的方法。因为均衡的本质是补偿多径信道引起的符号间干扰，但 OFDM 技术已经利用了多径信道的分集特性，所以在一般情况下，OFDM 系统就没必要做均衡了。然而在高度散射的信道中，信道记忆长度比较长，因而循环前缀的长度应该足够长，这样才能够尽量不发生符号间干扰。但是循环前缀长度过长必然导致能量大量损失，尤其对子载波数量不是很大的系统，这时，可以考虑加均衡器以使循环前缀的长度适当减小，即通过增加系统的复杂度换取系统频带利用率的提高。

2.4 本章小结

OFDM 是一种多载波数字调制技术，是下一代蜂窝移动网络的无线接入技术。

OFDM 系统可以抵抗频率选择性衰落，能够提高了频谱利用率；然而 OFDM 还存在一些关键技术难点，比如对频率偏差敏感需要进行精确同步，峰均比过高需要降低峰均比等。

本章首先分析和研究了 OFDM 系统的基本原理，包括 OFDM 的原理、FFT 在 OFDM 系统中的应用、傅里叶变换的过采样、保护间隔与循环前缀，以及加窗等技术。然后通过实例说明如何根据无线信道的传输特性来选择 OFDM 系统的参数。最后介绍了 OFDM 系统的几种关键技术。

第三章 预留载波降低 OFDM 系统峰均比的研究

OFDM 系统除了对频率偏差敏感之外，另一个主要的缺点就是峰均比过高的问题，克服这一问题的传统办法就是用大动态范围的线性功率放大器，或对非线性放大器的工作点进行补偿，但这样做的缺点是功率放大器的效率会大大降低，绝大部分能量都转化为热能浪费掉，另外扩大功率放大器的线性范围将引起成本的提升，在移动设备中都是绝对不允许的^[26]。因此，只能对 OFDM 信号本身进行处理来降低峰均比，本文提出的预留载波法不仅不需要边带信息，不会降低系统的误比特率(BER)，并且不会对数据子载波产生失真，是一种比较好的降低峰均比的方法。

3.1 OFDM 系统的峰均比问题

3.1.1 峰均比的定义

与单载波系统相比，一个 OFDM 信号是由多个独立的经过调制的子载波信号相加而成，在某个时刻，若多个子载波以同一方向进行累加时，这样的合成信号就有可能产生比较大的峰值功率(Peak Power)，由此会带来比较大的峰值平均功率比(Peak to Average Power Ratio)，简称峰均比(PAPR)^{[4][27]}。PAPR 定义为：

$$PAPR(x_n) = \frac{\max\{x_n\}^2}{E\{x_n\}^2} \quad (3-1)$$

其中， x_n 表示经过 IFFT 运算后得到的输出信号， $x_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k W_N^{nk}$ ， $W_N = e^{j\frac{2\pi}{N}}$ 。

为了表达方便，常用 dB 表示 PAPR，即：

$$PAPR(dB) = 10 \log_{10} \frac{\max\{x_n\}^2}{E\{x_n\}^2} \quad (3-2)$$

当 N 个子信号都以相同的相位求和时，所得到信号的峰值功率是平均功率的 N 倍，因而基带信号的 $PAPR = 10 \log_{10} N$ ，这是一种非常极端的情况，OFDM 系统内的 PAPR 通常不会达到这一数值。对于一个没有调制的载波来说，其 $PAPR = 0dB$ 。

3.1.2 放大器的非线性对 PAPR 的影响

功率放大器一般都不是线性的，其动态范围也有限，因此当 OFDM 系统内变

化范围较大的信号经过非线性器件时，信号会非线性失真产生谐波，造成比较明显的频谱扩展干扰以及带内信号畸变，导致整个系统性能的下降，同时还会增加 D/A 和 A/D 转换器的复杂度，并且降低它们的准确性。因此 PAPR 较大是 OFDM 系统需要解决的一个重要问题，要考虑怎样减小大峰值功率信号出现的概率，从而避免非线性失真的出现。

3.1.3 PAPR 的分布

对于包含 N 个子载波的 OFDM 系统，其经过 IFFT 运算后得到的功率归一化复基带符号为：

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \exp(jk\Delta f t) \quad (3-3)$$

式中， X_k 表示第 k 个子载波上的调制符号。对于 QPSK 调制， $X_k \in \{1, -1, j, -j\}$ 。根据中心极限定理，只要 N 足够大，可以认为 $x(t)$ 的实部和虚部都服从其均值为 0、方差为 0.5 的高斯分布。因此可知，OFDM 信号的包络 r 服从瑞利分布，其概率密度函数为 $p_r(r) = 2re^{-r^2}$ ，其功率分布则服从自由度为 2、均值为 0、方差为 1 的中心 χ^2 分布，其概率密度函数为 $p(y) = e^{-y}$ 。则其累计分布函数(CDF)^[28]为：

$$P\{Power \leq z\} = F_{Power}(z) = \int_0^z \exp(-y) dy = 1 - \exp(-z) \quad (3-4)$$

假设 OFDM 符号周期内每个采样值之间都是不相关的，则 OFDM 符号周期内的 N 个采样值当中每个样值的 PAPR 都小于门限值 z 的概率分布为：

$$P\{Power \leq z\} = F_{Power}(z)^N = (1 - e^{-z})^N \quad (3-5)$$

可以看出，在给定 PAPR 门限值 z 的条件下，随着子载波个数 N 的增加，CDF 降低，即超过门限值的符号出现的概率会有所增加。

已知对 OFDM 符号周期内进行过采样能准确的反应符号的变化情况，特别是针对 PAPR 而言。由于最后送给放大器的是经过 D/A 变换的连续信号，因此过采样有助于收集到比较大的峰值功率，从而可以更加准确地衡量 OFDM 系统内的 PAPR 特性，所以对 OFDM 符号实施过采样是必要的，但过采样会破坏采样符号之间的非相关性，使得采样符号之间存在一定的相关性。但是如果基于符号间的相关性来考虑 PAPR 的准确表达式是比较困难的，因此可以假设对 αN ($\alpha > 1$) 个子载波进行非过采样来近似描述对 N 个子载波的过采样。对 OFDM 符号实施过采样，相当于添加了一定数量的相互独立的样本值。此时，PAPR 的概率分布可以表示为：

$$P\{PAPR \leq z\} = (1 - e^{-z})^{\alpha N} \quad (3-6)$$

另外，可以从另一个角度来衡量 OFDM 系统的 PAPR 分布，及计算 PAPR 超过某一个门限值 z 的概率，得到互补累计分布函数(CCDF)^{[22][28]}为：

$$P\{PAPR > z\} = 1 - P\{PAPR \leq z\} = 1 - (1 - e^{-z})^N \quad (3-7)$$

一般都采用 CCDF 来衡量 OFDM 系统的 PAPR 分布。

3.2 预留载波法降低峰均比

预留载波法降低峰均比的主要思想是使用预留的不承载数据信息的子载波，生成消峰信号(peak-cancelling signal) \mathbf{c} ，与有用信号 \mathbf{x} 叠加，使时域组合信号 $\mathbf{x} + \mathbf{c}$ 达到最小^{[12][29][30][31]}，以此来降低峰均比。预留载波降低峰均比的性能取决于预留载波的数目、预留载波的位置以及系统所能容忍的计算复杂度。

3.2.1 预留载波方法的数学描述

在文中已经提到过，通过一定程度的过采样，离散信号的 PAPR 可以逼近连续时间信号的 PAPR，因此接下来的讨论都是基于过采样的离散时间信号而言的。此时，OFDM 信号经过 IFFT 之后可以表示为：

$$\mathbf{x}^m\left(\frac{n}{L}\right) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{NL-1} X_k^m e^{j2\pi k \frac{n}{NL}} w\left(\frac{n}{L}\right) = IDFT\left(\sqrt{L} X_L^m\right) \quad (3-8)$$

式中， m 表示第 m 个符号， L 表示过采样的倍数， $w\left(\frac{n}{L}\right)$ 是矩形窗。上式也可以写成矩阵的形式

$$\begin{bmatrix} x_0^m \\ x_{1/L}^m \\ x_{2/L}^m \\ \vdots \\ x_{(N-1)/L}^m \end{bmatrix}_{NL \times 1} = \mathbf{Q} \begin{bmatrix} X_0^m \\ \vdots \\ X_{N/2-1}^m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ X_{N/2}^m \\ \vdots \\ X_{N-1}^m \end{bmatrix}_{NL \times 1} \quad (3-9)$$

其中， \mathbf{Q} 是 NL 点的 IDFT 矩阵，但乘了一个 $\frac{1}{\sqrt{N}}$ 的因子^[19]，即：

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & e^{j2\pi \frac{1}{NL}-1} & \cdots & e^{j2\pi \frac{1}{NL}(NL-1)} \\ 1 & e^{j2\pi \frac{2}{NL}-1} & \cdots & e^{j2\pi \frac{2}{NL}(NL-1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & e^{j2\pi \frac{n}{NL}-1} & \cdots & e^{j2\pi \frac{n}{NL}(NL-1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & e^{j2\pi \frac{NL-1}{NL}-1} & \cdots & e^{j2\pi \frac{NL-1}{NL}(NL-1)} \end{bmatrix}_{NL \times NL} \quad (3-10)$$

引入此矩阵后，过采样时域信号可以写成 $\mathbf{x}_L^m = \mathbf{QX}_L^m$ ，对于 \mathbf{Q} 中的第 $n+1$ 行、

第 $k+1$ 列的元素有 $q_{n,k} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{j2\pi k \frac{n}{NL}}$ 。由于 X_L^m 中间的 $N(L-1)$ 始终为零，所以 \mathbf{Q} 中有冗余，假设提取 \mathbf{Q} 矩阵中的前 $\frac{N}{2}$ 列和后 $\frac{N}{2}$ 列构成 \mathbf{Q} 矩阵的一个子矩阵 \mathbf{Q}_L ，此时，式(3-9)可以简化为：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_0^m \\ \mathbf{x}_{1/L}^m \\ \mathbf{x}_{2/L}^m \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{n/L}^m \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{(NL-1)/L}^m \end{bmatrix}_{NL \times 1} = \mathbf{Q}_L \begin{bmatrix} X_0^m \\ X_1^m \\ X_2^m \\ \vdots \\ X_k^m \\ \vdots \\ X_{N-1}^m \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (3-11)$$

其中，矩阵 \mathbf{Q}_L 是 $NL \times N$ 。如果 $L=1$ ，则 \mathbf{Q}_L 就是标准的 N 点 IDFT 矩阵。令 $\mathbf{q}_{n,L}^{row}$ 表示 \mathbf{Q}_L 的第 $n+1$ 行，即：

$$\mathbf{q}_{n,L}^{row} = \begin{bmatrix} 1 & e^{j2\pi \frac{n}{NL}-1} & \cdots & e^{j2\pi \frac{n}{NL}(\frac{N}{2}-1)} & e^{j2\pi \frac{n}{NL}(NL-\frac{N}{2})} & \cdots & e^{j2\pi \frac{n}{NL}(NL-1)} \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (3-12)$$

$\mathbf{q}_{k,L}^{col}$ 表示 \mathbf{Q}_L 的第 $k+1$ 列，当 $0 \leq k < \frac{N}{2}$ 时有

$$\mathbf{q}_{k,L}^{col} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi \frac{1}{NL}k} \\ e^{j2\pi \frac{2}{NL}k} \\ \vdots \\ e^{j2\pi \frac{NL-1}{NL}k} \end{bmatrix}_{NL \times 1} \quad (3-13)$$

当 $\frac{N}{2} \leq k < N$ 时，有

$$\mathbf{q}_{k,L}^m = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi \frac{1}{NL}(N(L-1)+k)} \\ e^{j2\pi \frac{2}{NL}(N(L-1)+k)} \\ \vdots \\ e^{j2\pi \frac{NL-1}{NL}(N(L-1)+k)} \end{bmatrix}_{NL \times 1} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j2\pi \frac{1}{NL}(N-k)} \\ e^{-j2\pi \frac{2}{NL}(N-k)} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi \frac{NL-1}{NL}(N-k)} \end{bmatrix}_{NL \times 1} \quad (3-14)$$

很容易证明有 $\mathbf{q}_{N,L}^{col} = (\mathbf{q}_{k,L}^m)^*$ ，因此预留载波降低峰均比用矩阵表示就是：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_L^m \\ \mathbf{x}_{N/2}^m \\ \mathbf{x}_{N/2}^m \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{N/2}^m \\ \mathbf{x}_{(NL-1)/L}^m \end{bmatrix}_{NL \times 1} + \begin{bmatrix} \mathbf{c}_L^m \\ \mathbf{c}_{N/2}^m \\ \mathbf{c}_{N/2}^m \\ \vdots \\ \mathbf{c}_{N/2}^m \\ \mathbf{c}_{(NL-1)/L}^m \end{bmatrix}_{NL \times 1} = \mathbf{Q}_L \begin{bmatrix} \mathbf{X}_0^m \\ \mathbf{X}_1^m \\ \mathbf{X}_2^m \\ \vdots \\ \mathbf{X}_k^m \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{N-1}^m \end{bmatrix}_{N \times 1} + \mathbf{Q}_L \begin{bmatrix} \mathbf{C}_0^m \\ \mathbf{C}_1^m \\ \mathbf{C}_2^m \\ \vdots \\ \mathbf{C}_k^m \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{N-1}^m \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (3-15)$$

或者可以写成更紧凑的形式

$$\bar{\mathbf{x}}_L^m = \mathbf{x}_L^m + \mathbf{c}_L^m = \mathbf{Q}_L(\mathbf{X}^m + \mathbf{C}^m) \quad (3-16)$$

如果是基带传输，则 \mathbf{x}_L^m 和 \mathbf{c}_L^m 是实数序列，因此 \mathbf{X}^m 和 \mathbf{C}^m 具有 Hermitian 对称性质^[32]。例如，当 N 是偶数时， $X_k^m = (X_{N-k}^m)^*$ 和 $C_k^m = (C_{N-k}^m)^*$ ，而且 $X_0^m, X_{N/2}^m, C_0^m$ 和 $C_{N/2}^m$ 都是实数。当 N 是奇数时也具有相同的性质。

3.2.2 预留载波的位置

如果对 \mathbf{C}^m 设计合理，接收机就能从 $\mathbf{X}^m + \mathbf{C}^m$ 中轻易地恢复出 \mathbf{X}^m ，现在开始研究如何具体设计 \mathbf{C}^m 。

预留载波法中，发射机和接收机都预先知道哪些子载波是预留用作降低 PAPR 的，这些预留的子载波将不再用来传输有用数据。由于用作降低 PAPR 的预留子载波和用于传输数据的子载波是互斥的，即 $X_k^m C_k^m = 0$ ，因此很容易把两者区分开。在 N 个载波的 OFDM 系统中，有 N_r 个子载波预留用作降低 PAPR，定义 $\mathbf{R} = \{i_0, \dots, i_{N_r-1}\}$ 为预留子载波的位置的集合，且已按升序排列，即 $0 \leq i_0 \leq i_1 \leq \dots \leq i_{N_r-1} < N$ ， $N_r (N_r \ll N)$ 。定义集合 \mathbf{R}^c 为在 \mathbf{N} 中集合 \mathbf{R} 的补集，即 $\mathbf{N} = \mathbf{R} + \mathbf{R}^c$ ，显然有下式成立^{[12][33]}：

$$X_k'' + C_k'' = \begin{cases} X_k'', k \in \mathbf{R}^c \\ C_k'', k \in \mathbf{R} \end{cases} \quad (3-17)$$

因此有：

$$x''\left(\frac{n}{L}\right) + c''\left(\frac{n}{L}\right) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k \in \mathbf{R}^c} X_k'' e^{j2\pi k \frac{n}{NL}} + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k \in \mathbf{R}} C_k'' e^{j2\pi k \frac{n}{NL}} \quad (3-18)$$

如果这样选择 \mathbf{X} 和 \mathbf{C} 的话，解调就变得比较简单。假设循环前缀的长度大于信道脉冲响应的长度，则对接收机接收到的信号进行 DFT 变换后有：

$$H_k(X_k'' + C_k'') + N_k'' = \begin{cases} H_k C_k'' + N_k'', k \in \mathbf{R} \\ H_k X_k'' + N_k'', k \in \mathbf{R}^c \end{cases} \quad (3-19)$$

式中， H_k 是信道脉冲响应的 DFT 变换， N_k'' 是信道加性噪声的 DFT 变换。由上式可知，对于接收机，只需对属于有用数据子载波 $k \in \mathbf{R}^c$ 上的数据进行解调，而不用考虑在预留载波 $k \in \mathbf{R}$ 上的值。

定义 $\hat{\mathbf{C}}''$ 为预留载波上的值构成的矢量，即 $\hat{\mathbf{C}}'' = [C_{i_0}'' \cdots C_{i_{N_r-1}}'']^T$ ，对应于预留载波的位置，从矩阵 \mathbf{Q}_L 中抽取对应的列 $\mathbf{R} = \{i_0, \dots, i_{N_r-1}\}$ 构成子矩阵 $\hat{\mathbf{Q}}_L$ ，即 $\hat{\mathbf{Q}}_L = [\mathbf{q}_{i_0, L}^{col} \cdots \mathbf{q}_{i_{N_r-1}, L}^{col}]$ ，则有：

$$\mathbf{c}'' = \mathbf{Q}_L \mathbf{C}'' = \hat{\mathbf{Q}}_L \hat{\mathbf{C}}'' \quad (3-20)$$

因此，式(3-16)可简化为：

$$\bar{\mathbf{x}}_L'' = \mathbf{x}_L'' + \mathbf{c}_L'' = \mathbf{x}_L'' + \hat{\mathbf{Q}}_L \hat{\mathbf{C}}'' \quad (3-21)$$

由于在预留的子载波上不传输有用数据，所以预留载波率（TRR）可定义为

$\frac{N_r}{N}$ 。在一个 OFDM 符号内，定义 b_k 为在第 k 个子载波上传输的比特数，则由于

预留载波而导致的降低传输的比特数是 $\sum_{r=0}^{N_r-1} b_{i_r}$ ，因此总的数据传输速率的损失率

(DRL)为^[34]：

$$DRL = \frac{\sum_{r=0}^{N_r-1} b_{i_r}}{\sum_{k=0}^{N-1} b_k} \quad (3-22)$$

实际上，OFDM 系统中 N 个子载波的信噪比并不相同，子载波之间传送的数

据量 b_k 有很大的变化，通过选择低的 b_k 来构成集合 $\mathbf{R} = \{i_0, \dots, i_{N_r-1}\}$ ，这样就能使 $DRL \ll TRR$ 。对 $b_{i_r} = 0$ 这种特殊情况，则在该子载波上没有数据传输速率的损失；对于 b_k 是常数时的情况，则需要采用最小的 N_r ，从而使 DRL 为最小。

3.2.3 预留载波降低 PAPR 的最优解

对 N 个载波的 OFDM 系统实施降低 PAPR 之前，第 m 个符号 \mathbf{x}^m 的 PAPR 定义为：

$$PAPR(\mathbf{x}^m) = \frac{\max\left\{\left|\mathbf{x}^m\right|^2\right\}}{E\left\{\left|\mathbf{x}^m\left(\frac{n}{L}\right)\right|^2\right\}} = \frac{\left\|\mathbf{x}^m\right\|_\infty^2}{E\left\{\left|\mathbf{x}^m\left(\frac{n}{L}\right)\right|^2\right\}} \quad (3-23)$$

其中， $\|\mathbf{v}\|_\infty$ 表示矢量 \mathbf{v} 的 ∞ 范数， $\max\{\mathbf{v}\}$ 用 \mathbf{v} 的 ∞ 范数来表示。根据式(3-16)，加入用于降低 PAPR 的消峰信号 \mathbf{c} 后的 PAPR 定义为：

$$PAPR(\mathbf{x}^m + \mathbf{c}^m) = \frac{\left\|\mathbf{x}^m + \mathbf{c}^m\right\|_\infty^2}{E\left\{\left|\mathbf{x}^m\left(\frac{n}{L}\right) + \mathbf{c}^m\right|^2\right\}} = \frac{\left\|\mathbf{x}^m + \mathbf{c}^m\right\|_\infty^2}{E\left\{\left|\mathbf{x}^m\left(\frac{n}{L}\right)\right|^2\right\}} \quad (3-24)$$

其中，由于预留载波个数比较少， \mathbf{c}^m 对信号的平均功率影响很小，所有分母并不是 \mathbf{c}^m 的函数。因此要使式(3-24)最小化，就等价于求最优的 $\mathbf{c}^{m,\text{opt}}$ 或 $\mathbf{C}^{m,\text{opt}}$ ，使得 $\mathbf{x}^m + \mathbf{c}^m$ 的峰值最小，或者说 ∞ 范数最小，即：

$$\min_{\mathbf{c}} \|\mathbf{x}^m + \mathbf{c}^m\|_\infty = \min_{\hat{\mathbf{C}}} \|\mathbf{x}^m + \hat{\mathbf{Q}}_L \hat{\mathbf{C}}^m\|_\infty \quad (3-25)$$

对于变量 $\hat{\mathbf{C}} = [C_{i_0} \cdots C_{i_r} \cdots C_{i_{N_r-1}}]^T$ ，上述的最优化问题是一个凸优化问题。这是由于，首先式(3-25)等价于：

$$\begin{aligned} & \min_{\hat{\mathbf{C}}} t \\ & \text{s.t.: } \left\|\mathbf{x}^m + \hat{\mathbf{Q}}_L \hat{\mathbf{C}}^m\right\|_\infty^2 \leq t \end{aligned} \quad (3-26)$$

其中，s.t.: 表示使得，t: 表示中间变量^[35]。目标是在所有的 C 中找到一个 C_{\min} ，使 t 最小，约束条件是一个二次函数（凸函数）。

定义 $\hat{\mathbf{q}}_{n,L}^{\text{row}}$ 为矩阵 $\hat{\mathbf{Q}}_L$ 的第 n 行，则上述最优化问题又等价为：

$$\begin{aligned}
 & \min_{\hat{\mathbf{C}}} t \\
 \text{s.t.:} & \left| \mathbf{x}_{\frac{N}{L}}^m + \hat{\mathbf{q}}_{0,L}^{\text{row}} \hat{\mathbf{C}} \right|^2 \leq t \\
 & \left| \mathbf{x}_{\frac{N}{L}}^m + \hat{\mathbf{q}}_{1,L}^{\text{row}} \hat{\mathbf{C}} \right|^2 \leq t \\
 & \quad \vdots \\
 & \left| \mathbf{x}_{\frac{N}{L}}^m + \hat{\mathbf{q}}_{n,L}^{\text{row}} \hat{\mathbf{C}} \right|^2 \leq t \\
 & \quad \vdots \\
 & \left| \mathbf{x}_{\frac{N}{L}}^m + \hat{\mathbf{q}}_{(NL-1),L}^{\text{row}} \hat{\mathbf{C}} \right|^2 \leq t
 \end{aligned} \tag{3-27}$$

通过展开模的平方，上述最优化问题又变为：

$$\begin{aligned}
 & \min_{\hat{\mathbf{C}}} t \\
 \text{s.t.:} & (\mathbf{x}_{\frac{N}{L}}^m + \hat{\mathbf{q}}_{0,L}^{\text{row}} \hat{\mathbf{C}}) \cdot (\mathbf{x}_{\frac{N}{L}}^m + \hat{\mathbf{q}}_{0,L}^{\text{row}} \hat{\mathbf{C}}) \leq t \\
 & (\mathbf{x}_{\frac{N}{L}}^m + \hat{\mathbf{q}}_{1,L}^{\text{row}} \hat{\mathbf{C}}) \cdot (\mathbf{x}_{\frac{N}{L}}^m + \hat{\mathbf{q}}_{1,L}^{\text{row}} \hat{\mathbf{C}}) \leq t \\
 & \quad \vdots \\
 & (\mathbf{x}_{\frac{N}{L}}^m + \hat{\mathbf{q}}_{n,L}^{\text{row}} \hat{\mathbf{C}}) \cdot (\mathbf{x}_{\frac{N}{L}}^m + \hat{\mathbf{q}}_{n,L}^{\text{row}} \hat{\mathbf{C}}) \leq t \\
 & \quad \vdots \\
 & (\mathbf{x}_{\frac{N}{L}}^m + \hat{\mathbf{q}}_{(NL-1),L}^{\text{row}} \hat{\mathbf{C}}) \cdot (\mathbf{x}_{\frac{N}{L}}^m + \hat{\mathbf{q}}_{(NL-1),L}^{\text{row}} \hat{\mathbf{C}}) \leq t
 \end{aligned} \tag{3-28}$$

上述的问题是一个凸优化问题，这是由于优化的性能指标是一个线性函数，而约束集都是关于变量 $\hat{\mathbf{C}}$ 的二次约束，所以这是一个特殊的二次约束二次规划问题(Quadratically Constrained Quadratic Program, QCQP)^{[12][13]}。值得庆幸的是，该优化问题最后可以归结为一个凸优化问题（指标和约束条件都是凸函数），因此一定存在解，而且还可以得到精确解。当然在实际应用中，为了降低求解最优解的计算复杂度，可以使用具有足够精度的次优解。

对于基带多载波传输系统，上述的 QCQP 问题通过增加优化变量，会进一步简化为线性规划(Linear Program, LP)问题^{[35][36]}。实的多载波有用信号也需要实的消峰信号来降低 PAPR，所以 $\mathbf{x}^m + \mathbf{c}^m$ 也是实信号，且 \mathbf{C}^m 也满足 Hermitian 对称性质。

假设 N 为偶数，则 C_k^m 满足 $C_k^m = (C_{N-k}^m)^*$ ，并且 C_0^m 和 $C_{\frac{N}{2}}^m$ 为实数。如果 $i_r \in \mathbb{R}$ ，

则根据 Hermitian 对称性质的要求，一定有 $N - i_r \in \mathbb{R}$ 。为了推导简单，把 $i_r = 0$ 和

$i_r = \frac{N}{2}$ 都排除在预留载波之外^[30], 这样预留载波号就满足 $i_r = N - i_{N_r-r}$, 因此集合 \mathbf{R} 具有这样的结构

$$\mathbf{R} = \{i_0, \dots, i_r, \dots, i_{N_r/2}, N - i_{N_r/2}, \dots, N - i_r, \dots, N - i_0\} \quad (3-29)$$

把 \mathbf{R} 中的前 $\frac{N_r}{2}$ 个元素构成的集合, 记为 $\mathbf{R}_{\frac{N_r}{2}} = \{i_0, \dots, i_r, \dots, i_{N_r/2-1}\}$, 由 $\mathbf{R}_{\frac{N_r}{2}}$ 就可以完全确定所有的预留载波。这样式(3-8)可以简化为:

$$\begin{aligned} c^m\left(\frac{n}{L}\right) &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{r=0}^{N_r-1} C_{i_r}^m e^{j2\pi r \frac{n}{NL}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \left(\sum_{r=0}^{N_r/2-1} C_{i_r}^m e^{j2\pi r \frac{n}{NL}} + \sum_{r=N_r/2}^{N_r-1} C_{i_r}^m e^{j2\pi r \frac{n}{NL}} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \left(\sum_{r=0}^{N_r/2-1} C_{i_r}^m e^{j2\pi r \frac{n}{NL}} + \sum_{r=0}^{N_r/2-1} C_{N-i_r}^m e^{-j2\pi r \frac{n}{NL}} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \left(\sum_{r=0}^{N_r/2-1} C_{i_r}^m e^{j2\pi r \frac{n}{NL}} + \sum_{r=0}^{N_r/2-1} C_{N-i_r}^m e^{-j2\pi r \frac{n}{NL}} \right) \\ &= \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{r=0}^{N_r/2-1} \left(C_{i_r,re}^m \cos\left(2\pi r \frac{n}{NL}\right) - C_{i_r,im}^m \sin\left(2\pi r \frac{n}{NL}\right) \right) \end{aligned} \quad (3-30)$$

式中, $n = 0, \dots, NL-1$, $C_{i_r,re}^m$ 和 $C_{i_r,im}^m$ 分别表示 $C_{i_r}^m$ 的实部和虚部。上述这 NL 个方程可以表示成矩阵的形式

$$\begin{bmatrix} c_0^m \\ c_{\frac{N_r}{2}}^m \\ c_{\frac{N_r}{2}}^m \\ \vdots \\ \vdots \\ c_{\frac{N_r}{2}}^m \\ \vdots \\ \vdots \\ c_{(NL-1)/2}^m \end{bmatrix}_{NL \times 1} = \tilde{\mathbf{Q}}_L \begin{bmatrix} C_{i_0,re}^m \\ C_{i_0,im}^m \\ \vdots \\ C_{i_r,re}^m \\ C_{i_r,im}^m \\ \vdots \\ C_{i_{N_r/2-1},re}^m \\ C_{i_{N_r/2-1},im}^m \end{bmatrix}_{N_r \times 1} \quad (3-31)$$

上式中所有的量都是实数, 且 $\tilde{\mathbf{Q}}_L$ 是 $NL \times N_r$ 的矩阵, 它的每个元素都是在式(3-30)中定义的三角函数值。定义式(3-31)中最后边的矢量为 $\tilde{\mathbf{C}}^m$, 则式(3-31)可以写成更紧凑的形式 $\mathbf{c}^m = \tilde{\mathbf{Q}}_L \tilde{\mathbf{C}}^m$ 。根据以上的定义, 对于基带多载波信号, 式(3-24)的最小

化 PAPR 问题等价于求解

$$\min_{\mathbf{c}} \|\mathbf{x}^m + \mathbf{c}^m\|_\infty = \min_{\tilde{\mathbf{C}}} \|\mathbf{x}^m + \tilde{\mathbf{Q}}_L \tilde{\mathbf{C}}^m\|_\infty \quad (3-32)$$

式(3-32)可以进一步转化为线性规划问题, 从而可以求取最优解。首先, 式(3-32)等价于

$$\begin{aligned} & \min_{\tilde{\mathbf{C}}} t \\ s.t.: & \left| \mathbf{x}_n + \tilde{\mathbf{q}}_n^{\text{row}} \tilde{\mathbf{C}} \right| \leq t, n = 0, \dots, NL-1 \end{aligned} \quad (3-33)$$

式中, $\tilde{\mathbf{q}}_n^{\text{row}}$ 为矩阵 $\tilde{\mathbf{Q}}_L$ 的第 $n+1$ 行。上述 NL 个标量约束可以写成矢量的形式, 即:

$$\begin{aligned} & \min_{\tilde{\mathbf{C}}} t \\ s.t.: & \mathbf{x}^m + \tilde{\mathbf{Q}}_L \tilde{\mathbf{C}} \leq t \mathbf{1}_{NL} \\ & \mathbf{x}^m + \tilde{\mathbf{Q}}_L \tilde{\mathbf{C}} \geq -t \mathbf{1}_{NL} \end{aligned} \quad (3-34)$$

其中, $\mathbf{1}_{NL}$ 表示具有 NL 个 1 的列矢量。并且定义如果 $\mathbf{y} \leq \mathbf{x}$, 说明 \mathbf{y} 中的任何一个分量都小于或等于 \mathbf{x} 中的对应分量, 即 $y_i \leq x_i, \forall i$ 。把未知变量 $\tilde{\mathbf{C}}$ 和 t 移到不等式的左边, 有

$$\begin{aligned} & \min_{\tilde{\mathbf{C}}} t \\ s.t.: & \tilde{\mathbf{Q}}_L \tilde{\mathbf{C}} - t \mathbf{1}_{NL} \leq -\mathbf{x}^m \\ & \tilde{\mathbf{Q}}_L \tilde{\mathbf{C}} + t \mathbf{1}_{NL} \geq -\mathbf{x}^m \end{aligned} \quad (3-35)$$

还可以写成更紧凑的矩阵形式, 有

$$\begin{aligned} & \min_{\tilde{\mathbf{C}}} t \\ s.t.: & \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_L & -\mathbf{1}_{NL} \\ -\tilde{\mathbf{Q}}_L & -\mathbf{1}_{NL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}} \\ t \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} -\mathbf{x}^m \\ \mathbf{x}^m \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-36)$$

该线性规划问题具有 $2N_L + 1$ 个未知数 $\{\tilde{\mathbf{C}}, t\}$ 和 $2NL$ 个不等式约束, 并且可以写成标准的线性规划形式

$$\begin{aligned} & \min \mathbf{c}^T \mathbf{y} \\ s.t.: & \mathbf{A} \mathbf{y} \leq \mathbf{b} \end{aligned} \quad (3-37)$$

式中, \mathbf{y} 是待优化的变量, 矩阵 \mathbf{A} 以及矢量 \mathbf{b} 和 \mathbf{c} 都是已知的常数。

凸优化问题, 特别是线性规划问题已经被很深入地研究过, 凸优化问题除了一定存在唯一解以外, 其收敛特征也被深入地研究过。不管是 LP 优化问题还是 QCQP 优化问题都是凸优化问题中比较简单的问题, 对于一般的 LP 问题, 其计算复杂度为 $O(N_L NL^2)$ 。在本文中归结的 LP 问题, 由于 $\tilde{\mathbf{Q}}_L$ 和 IDFT 矩阵相关, 所以其复杂度降为 $O(N \log N)$ 。根据这一思想, 提出了两种迭代算法: 基于梯度的迭代算法和受控修剪迭代算法, 其计算复杂度只有 $O(N)$, 而且也能给出足够精度的近

似解。

3.2.4 梯度迭代算法

上一节用数学语言描述了使用预留载波法降低 PAPR 的问题, 最后归结为求取一个最小化问题的最优解。对于复多载波情况(通带), 该最优解是通过求解一个 QCQP 问题而得到的; 而对于实多载波情况(基带), 该最优解是通过求解一个 LP 问题而得到的。本节将采用发射信号畸变函数最小均方误差(MMSE)的梯度, 通过迭代来实现预留载波降低 PAPR 的目的。

假设 $g(\cdot)$ 表示一非线性函数, 则被该非线性函数作用后信号的畸变量定义为 $d^{(x,g)} = g(x'') - x''$, 因此总的畸变程度可以表示为:

$$\left\| \mathbf{x}'' - g(\mathbf{x}'') \right\|_2^2 = \sum_{n=0}^{NL-1} \left(x\left(\frac{n}{L}\right) - g\left(\left(\frac{n}{L}\right)\right) \right)^2 \quad (3-38)$$

定义信号和畸变量的功率比为^[36]:

$$SDR = \frac{\left\| \mathbf{x}'' \right\|_2^2}{\left\| \mathbf{x}'' - g(\mathbf{x}'') \right\|_2^2} \quad (3-39)$$

如果加入用于降低 PAPR 的消峰信号, 则此时的信号和畸变量的功率比为:

$$SDR = \frac{\left\| \mathbf{x}'' \right\|_2^2}{\left\| \mathbf{x}'' + \hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{C}} - g(\mathbf{x}'' + \hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{C}}) \right\|_2^2} \quad (3-40)$$

目标是最小化峰值 $\mathbf{x}'' + \hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{C}}$, 对于更一般的非线性情况, 一个更自然的想法就是最大化信号畸变量的功率比 SDR, 并且这样对发射信号来说显得更重要。由于式(3-40)中的分子是常数, 所以最大化 SDR 就等价于最小化分母, 即:

$$\min_{\hat{\mathbf{C}}} \left\| \mathbf{x}'' + \hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{C}} - g(\mathbf{x}'' + \hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{C}}) \right\|_2^2 \quad (3-41)$$

如果非线性函数 $x_t - g(x_t)$ 是凸函数, 比如对于饱和非线性的情况, 则式(3-41)的最小化问题也是一个凸优化问题, 因为待优化的函数是多个凸函数的凸组合。既然式(3-41)是一个凸优化问题, 则必然能得到精确解。本节以下部分主要讨论饱和非线性时的情况, 并设饱和门限值为 A 。之所以只讨论饱和非线性, 主要是因为物理器械的其他非线性都可以通过预畸变技术来简化成只具有饱和非线性, 同时也简化了要讨论的问题。在饱和非线性中, 常用信号与修剪噪声功率比(SCR)来度量信号与畸变量功率比(SDR)。

并不必要求解问题的精确解, 而是基于梯度, 使用迭代方法求近似解, 并且其复杂度只有 $O(N)$ 。式(3-41)对 $\hat{\mathbf{C}}$ 求梯度, 有

$$\nabla_{\hat{\mathbf{C}}} \left\| \mathbf{x}^m + \hat{\mathbf{Q}}_L \hat{\mathbf{C}} - g(\mathbf{x}^m + \hat{\mathbf{Q}}_L \hat{\mathbf{C}}) \right\|_2^2 = 2 \sum_{|x_n^m + c_n| > A} (x_n^m + c_n - Ae^{j\arg(x_n^m + c_n)})(\mathbf{q}_{n,L}^{row})^* \quad (3-42)$$

迭代的初值可以选为 $\hat{\mathbf{C}}^{m(0)} = \mathbf{0}_{N_r}$ 和 $\mathbf{c}^{m(0)} = \mathbf{0}_{NL}$, 这里 $\mathbf{0}_M$ 表示长度为 M 的零列矢量。

这样基于梯度的迭代算法就可以建立起来

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{C}}^{m(i+1)} &= \hat{\mathbf{C}}^{m(i)} - \frac{\mu}{2} \nabla_{\hat{\mathbf{C}}} \left\| \mathbf{x}^m + \hat{\mathbf{Q}}_L \hat{\mathbf{C}}^{m(i)} - g(\mathbf{x}^m + \hat{\mathbf{Q}}_L \hat{\mathbf{C}}^{m(i)}) \right\|_2^2 \\ &= \hat{\mathbf{C}}^{m(i)} - \mu \sum_{|x_n^m + c_n^{m(i)}| > A} (x_n^m + c_n^{m(i)} - Ae^{j\arg(x_n^m + c_n^{m(i)})})(\mathbf{q}_{n,L}^{row})^* \end{aligned} \quad (3-43)$$

在上式的迭代过程中, 既使用了用于降低 PAPR 的消峰信号的时域迭代值 $\mathbf{c}^{m(i)}$, 也使用了频域迭代值 $\hat{\mathbf{C}}^{m(i)}$, 所以下面要处理一下该迭代过程, 使之只在时域中进行迭代。处理的方法就是在式(3-43)两边同时乘以 $\hat{\mathbf{Q}}_L$, $\hat{\mathbf{Q}}_L$ 是根据集合 \mathbf{R} 中的非零元素从 DFT 变换矩阵中提取相应的列矢量构成的。

$$\mathbf{c}^{m(i+1)} = \mathbf{c}^{m(i)} - \mu \sum_{|x_n^m + c_n^{m(i)}| > A} (x_n^m + c_n^{m(i)} - Ae^{j\arg(x_n^m + c_n^{m(i)})}) \hat{\mathbf{Q}}_L (\hat{\mathbf{q}}_{n,L}^{row})^* \quad (3-44)$$

上述迭代过程就不需要计算频域的 $\hat{\mathbf{C}}^{m(i+1)}$ 了。更重要的是, 不像其他某些降低 PAPR 的方法那样, 在每计算一次 $\mathbf{c}^{m(i)}$ 都要进行一次 DFT 运算。利用式(3-44)的迭代过程, 最后有

$$\bar{\mathbf{x}}^{m(i+1)} = \bar{\mathbf{x}}^{m(i)} - \mu \sum_{|\bar{x}_n^{m(i)}| > A} \underbrace{(\bar{x}_n^{m(i)} - Ae^{j\arg(\bar{x}_n^{m(i)})})}_{\alpha_n^{m(i)}} \underbrace{\hat{\mathbf{Q}}_L (\hat{\mathbf{q}}_{n,L}^{row})^*}_{p_n^{\parallel \mathbf{l}_2}} \quad (3-45)$$

其中, $\bar{\mathbf{x}}^{m(i)} = \mathbf{x}^m + \mathbf{c}^{m(i)}$ 。迭代式(3-45)看起来好像计算很复杂, 其实不然, 因为 $\alpha_n^{m(i)} = \bar{x}_n^{m(i)} - Ae^{j\arg(\bar{x}_n^{m(i)})}$ 仅仅是一个复数因子, 而 $p_n^{\parallel \mathbf{l}_2}$ 是一个常数矢量, 仅仅和 \mathbf{R} 有关, 因此可以预先计算好, 然后存储起来供调用即可。所以基于 SCR, 使用梯度下降的预留载波降低 PAPR 的迭代算法可以简单地表示成

$$\bar{\mathbf{x}}^{m(i+1)} = \bar{\mathbf{x}}^{m(i)} - \mu \sum_{|\bar{x}_n^{m(i)}| > A} \alpha_n^{m(i)} p_n^{\parallel \mathbf{l}_2} \quad (3-46)$$

初始值 $\bar{\mathbf{x}}^{m(0)} = \mathbf{x}^m$ 。上述迭代公式经过简单的修改也适用于实多载波信号的情况, 修改如下:

$$\alpha_n^{m(i)} = \bar{x}_n^{m(i)} - A \cdot \text{sign}(\bar{x}_n^{m(i)}) \quad (3-47)$$

$$p_n^{\parallel \mathbf{l}_2} = \tilde{\mathbf{Q}}_L (\tilde{\mathbf{q}}_{n,L}^{row})^* \quad (3-48)$$

由于一个符号的 NL 个采样点中任何一个都有可能出现 $|\bar{x}_n^{m(i)}| > A$, 所以需要计算并且存储每个 $p_n^{\parallel \mathbf{l}_2}, n = 0, \dots, NL-1$, $p_n^{\parallel \mathbf{l}_2}$ 被称为核。值得庆幸的是, 这些核满足

圆周移位的性质，即：

$$p_{n_i}^{\parallel \parallel_2}\left(\frac{n}{L}\right) = p_0^{\parallel \parallel_2}\left[\left(\frac{n-n_i}{L}\right)_{NL}\right] \quad (3-49)$$

上述 $p_n^{\parallel \parallel_2}$ 的圆周移位性质主要来源于 DFT 矩阵的圆周移位性质，因为 $\hat{\mathbf{Q}}_L$ 是以 \mathbf{R} 中子载波的间隔作 DFT 的变换矩阵，所以很明显有

$$\hat{\mathbf{q}}_{n_i, L}^{row} = \hat{\mathbf{q}}_{n_i-1, L}^{row} \otimes [e^{j\frac{2\pi}{NL}i_1} \dots e^{j\frac{2\pi}{NL}i_r} \dots e^{j\frac{2\pi}{NL}i_R}]_{N_r \times 1} \quad (3-50)$$

其中， \otimes 表示两矢量的对应元素相乘，由式(3-50)可以得到

$$p_{n_i}^{\parallel \parallel_2}\left(\frac{n}{L}\right) = \hat{\mathbf{Q}}_L (\hat{\mathbf{q}}_{n_i, L}^{row})^* = p_{n_i-1}^{\parallel \parallel_2}\left(\frac{n-1}{L}\right) = \dots = p_0^{\parallel \parallel_2}\left[\left(\frac{n-n_i}{L}\right)_{NL}\right] \quad (3-51)$$

由此可以看出，所有的核都可以由基本的核 $p_0^{\parallel \parallel_2}\left(\frac{n}{L}\right)$ 经过若干次圆周移位得到，这里把该基本的核简记为 $p^{\parallel \parallel_2}\left(\frac{n}{L}\right)$ 或 $p^{\parallel \parallel_2}$ 。

梯度迭代算法完整的步骤可以分为初始化和迭代过程^[34]：

1. 初始化 通常这一过程只需执行一次，初始化的过程具体包括：
 - (1)选择目标 PAPR 的值，或者说选择信号被修剪的门限值 A ；
 - (2)选择预留载波集 \mathbf{R} ，接收机必须要知道哪些子载波是用于降低 PAPR 的预留载波，各预留载波的位置相当重要，因为这在很大程度上影响算法的收敛速度；
 - (3)根据预留载波集 \mathbf{R} 计算并且存储核 $p^{\parallel \parallel_2}$ 。
2. 迭代过程 该算法对每个超过预定 PAPR 门限值的符号进行迭代处理，假设现对第 m 个符号进行处理。

- (1)确定迭代初始值： $\bar{\mathbf{x}}^{m(0)} = \mathbf{x}^m$ ；
- (2)找到 $|\bar{x}_{n_i}^{m(i)}| > A$ 的各采样点的位置 n_i ，如果所有采样点的幅值都低于 A ，则跳到(5)；
- (3)根据下式更新 $\bar{\mathbf{x}}^{m(i)}$

$$\bar{\mathbf{x}}^{m(i+1)} = \bar{\mathbf{x}}^{m(i)} - \mu \sum_{|\bar{x}_{n_i}^{m(i)}| > A} \alpha_n^{m(i)} p^{\parallel \parallel_2}\left[\left(\frac{n-n_i}{L}\right)_{NL}\right] \quad (3-52)$$

- (4)增加迭代次数 $i = i + 1$ ，如果 i 小于最大迭代次数，则跳到(2)；
- (5)得到 PAPR 处理后的信号 $\bar{\mathbf{x}}^{m(i)}$ 。

在实际迭代过程中，由于超过 PAPR 门限值的采样点比较少，所以在式(3-52)中求和的项数也比较少，对于求和中的每一项，一共要进行 N 次比较， N 次加法和 N 次乘法。对于复数多载波符号（通带）而言，这些操作都是基于复数进行的，

因此每一次迭代的计算量都和 FFT 的计算量相当。为了进一步减少每次迭代的计算量，还可以限制式(3-52)中的求和项，使之只包含最大幅值项（即最大 $|\bar{x}_{n_i}^{m(i)}|$ ），这样做还能选择比较大的步长 μ 。更重要的是，还可以通过增加存储空间来去除每次迭代中需要的 N 次乘法运算，原因是由于 $p^{\lfloor b \rfloor}$ 是固定的，所以可以对各步长 μ_k 预先计算并存储 $\mu_k p^{\lfloor b \rfloor}$ 。注意到 2 的幂次方是很容易通过硬件电路的左右移位实现的，所以对步长的选择还可以更简化，举例来说，如果发射机预先计算并且存储了核 $p^{\lfloor b \rfloor}$ 和 $\sqrt{2}p^{\lfloor b \rfloor}$ ，则类似于 $2^{\frac{k}{2}}p^{\lfloor b \rfloor}, k \in Z$ 的核就不需要进行乘法运算了，通常通过存储 M 个核矢量 $p^{\lfloor b \rfloor}, 2^{\frac{1}{M}}p^{\lfloor b \rfloor}, \dots, 2^{\frac{M-1}{M}}p^{\lfloor b \rfloor}$ ，发射机可以实现任何形如 $2^{\frac{k}{M}}p^{\lfloor b \rfloor}, k \in Z$ 的核。

3.3 受控修剪迭代算法及设计

预留载波法降低 OFDM 系统峰均比是基于受控修剪迭代算法实现的，其算法的主要功能从频域上看是在预留的子载波上调制合适的值，从而使基带频域数据通过 IFFT 变换到时域数据时具有较低的峰均比；从时域上看是通过在基带时域信号上叠加合适的时域消峰信号来降低峰均比，并且保证所添加的消峰信号在频域上与原始数据不重叠。

3.3.1 受控修剪迭代算法原理

受控修剪迭代算法^{[12][37]}的思想是对修剪信号量进行合理控制，使其既能降低峰值信号，又在频域上不干扰有用数据。在此，定义被修剪后的信号为

$$\mathbf{x}^{m,clip} = \mathbf{x}^{m,clip} - \sum_{|x_{n_i}^m| > A} \beta_i \delta\left(\frac{n-n_i}{L}\right), \text{ 其中 } \beta_i \text{ 为被修剪}$$

信号幅度的加权值。为了表示简单，可以定义 $\mathbf{c}^{clip} = - \sum_{|x_{n_i}^m| > A} \beta_i \delta\left(\frac{n-n_i}{L}\right)$ ，则有

$\mathbf{x}^{m,clip} = \mathbf{x}^m + \mathbf{c}^{clip}$ 。且此时被修剪后的信号 $\mathbf{x}^{m,clip}$ 的动态范围在 $(-A, A)$ ，因此用于降低 PAPR 的消峰信号 \mathbf{c}^{clip} 可以看成是被加权了的各脉冲信号之和。通常对这种多个脉冲信号和，其频域值 $\mathbf{C}^{clip} = DFT(\mathbf{c}^{clip})$ 在所有频率上都有可能为非零值，这样就

干扰了有用数据。另外，如果 $\delta(\frac{n}{L})$ 能被某一矩形脉冲 $p(\frac{n}{L})$ 近似，则 \mathbf{c}^{clip} 可以近似表示为：

$$\mathbf{c}^{app} = - \sum_{|x_{n_i}^m| > A} \alpha_i p\left[\left(\frac{n-n_i}{L}\right)_{NL}\right] \approx - \sum_{|x_{n_i}^m| > A} \beta_i \delta\left(\frac{n-n_i}{L}\right) \quad (3-53)$$

其中， $p\left[\left(\frac{n-n_i}{L}\right)_{NL}\right]$ 表示对 \mathbf{p} 圆周 n_i 移位。为了利用上述思想进行降低 PAPR，又

不干扰有用数据，必须满足以下两个条件：

(1) 核 $\mathbf{p} = p(\frac{n}{L}) = [p_0, p_1, \dots, p_{NL-1}]$ 尽可能地和理想脉冲 $\delta(\frac{n}{L})$ 接近，则 \mathbf{p} 应当满足 $p_0 = 1$ ，而 $[p_L, p_{L+1}, \dots, p_{NL-1}]$ 的值尽量小；

(2) 矢量 $\mathbf{C}^{app} = DFT(\mathbf{c}^{app})$ 在一小部分的频率上取值为非零，记 $\mathbf{C}^{app} \in \mathbf{S}(\mathbf{R})$ ，其中 $\mathbf{S}(\mathbf{R})$ 是由只在 \mathbf{R} 上取值为非零的矢量构成的空间。

若要满足第二个条件，根据 DFT 的一些性质，可以知道对核 \mathbf{p} 只要满足 $DFT(\mathbf{p}) = \mathbf{P} \in \mathbf{S}(\mathbf{R})$ 即可。令频域核 $\mathbf{P} \in \mathbf{S}(\mathbf{R})$ ，则

$$p\left(\frac{n}{L}\right) \xrightarrow{DFT} P_k = \begin{cases} P_i, k = i, i \in \mathbf{R} \\ 0, k \notin \mathbf{R} \end{cases} \quad (3-54)$$

根据 DFT 的圆周移位性质，有

$$p\left[\left(\frac{n-m}{L}\right)_{NL}\right] \xrightarrow{DFT} P_k e^{-j2\pi k \frac{m}{NL}} = \begin{cases} P_i e^{-j2\pi i \frac{m}{NL}}, k = i, i \in \mathbf{R} \\ 0, k \notin \mathbf{R} \end{cases} \quad (3-55)$$

再由 DFT 的线性性质，有

$$\begin{aligned} \sum_i \alpha_i p\left[\left(\frac{n-n_i}{L}\right)_{NL}\right] &\xrightarrow{DFT} \sum_i \alpha_i P_k e^{-j2\pi k \frac{n_i}{NL}} \\ &= \begin{cases} \sum_i \alpha_i P_i e^{-j2\pi i \frac{n_i}{NL}}, k = i, i \in \mathbf{R} \\ 0, k \notin \mathbf{R} \end{cases} \end{aligned} \quad (3-56)$$

因此，如果 $\mathbf{P} \in \mathbf{S}(\mathbf{R})$ ，则有 $\sum_i \alpha_i P_i e^{-j2\pi i \frac{n_i}{NL}} \in \mathbf{S}(\mathbf{R})$ 。这样，如果 \mathbf{c}^{app} 能够表示成

$$\mathbf{c}^{app} = - \sum_i \alpha_i p\left[\left(\frac{n-n_i}{L}\right)_{NL}\right] \quad (3-57)$$

则, $\mathbf{C}^{app} = DFT(\mathbf{e}^{app}) \in \mathbf{S}(\mathbf{R})$ 也将只有 N_r 个非零值。

为了得到 \mathbf{e}^{app} , 接下来需要计算 α_i 和 n_i 。如果同时优化 α_i 和 n_i , 则对于实多载波情况, 最后归结为一个 LP 问题; 而对于复多载波情况而言, 最后归结为一个 QCQP 问题, 同样可以使用梯度迭代算法中提到的 SCR 迭代算法来近似计算 α_i 和 n_i 。如果使用 SCR 算法, 其精确解也是各核 \mathbf{p} 的线性组合, 因此 SCR 算法可以理解为这里受控修剪迭代算法的一个特例, 只不过在 SCR 算法中把通用的核 \mathbf{p} 换成了 $\mathbf{p}^{\parallel l_2}$, 所以受控修剪迭代算法的复杂度也是 $O(N)$ 。

3.3.2 核的设计

理想情况下, 核 \mathbf{p} 是离散脉冲, 即 $\mathbf{p} = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T = \mathbf{e}_0$, 这样每次迭代既降低了峰值处信号, 还不会影响临近的时域信号。但若不是理想情况时, 在 $N_r = N$ 的所有子载波上的值都可能为非零, 从而干扰有用数据。因此设计核 \mathbf{p} 时, 应尽可能地使 \mathbf{p} 接近 \mathbf{e}_0 , 并且还要满足 $N_r \ll N$ 。依据指定的性能指标, 可以有多种方法来设计核 \mathbf{p} , 性能指标反映了核 \mathbf{p} 和 \mathbf{e}_0 之间的相似度 $d(\mathbf{p}, \mathbf{e}_0)$ 。可以使用范数来定义相似度, 即 $d(x, y) = \|x - y\|_l$, 最简单的情况是令 $l = 2$, 即意味着是均方误差(MSE), 而且具有解析解; 如果 $l = 1$ 或 $l = \infty$, 核的计算对于实多载波信号是一个 LP 问题, 对于复多载波信号是一个 QCQP 问题。

定义 $\hat{\mathbf{P}} = [P_{i_0} \cdots P_{i_{N_r-1}}]^T$, 为 \mathbf{P} 中的非零值构成的矢量。由上述可知, 使用 MSE 是选择核 $\mathbf{p} = \hat{\mathbf{Q}}_L \hat{\mathbf{P}}$ 最简单的准则, 即:

$$\hat{\mathbf{P}}^{\parallel l_2, b} = \arg \min_{\hat{\mathbf{P}}} \left\| \hat{\mathbf{Q}}_L \hat{\mathbf{P}} - \mathbf{e}_0 \right\|_2 \quad (3-58)$$

$$\mathbf{p}^{\parallel l_2, b} = \hat{\mathbf{Q}}_L \hat{\mathbf{P}}^{\parallel l_2} \quad (3-59)$$

上述问题具有简单的解析解:

$$\hat{\mathbf{P}}^{\parallel l_2, b} = (\hat{\mathbf{Q}}_L^* \hat{\mathbf{Q}}_L)^{-1} \hat{\mathbf{Q}}_L^* \mathbf{e}_0 = \hat{\mathbf{Q}}_L^* \mathbf{e}_0 = \frac{1}{L\sqrt{N}} [1 \cdots 1]^T = \frac{1}{L\sqrt{N}} \mathbf{1}_{N_r} \quad (3-60)$$

于是, MSE 核就是

$$\mathbf{p}^{\parallel l_2, b} = \frac{1}{\sqrt{N}} \hat{\mathbf{Q}}_L \mathbf{1}_{N_r} \quad (3-61)$$

由于 $p_0 = \frac{N_r}{NL} < 1$, 式(3-60)给出的 MSE 解 $\mathbf{p}^{\parallel l_2}$ 或 $\hat{\mathbf{P}}^{\parallel l_2}$ 是有偏的, 可以统一乘

以一增益因子来校正这个偏差, 即:

$$\hat{\mathbf{P}}^{\text{II}_2} = \frac{\sqrt{N}}{N_r} \mathbf{1}_{N_r} \quad (3-62)$$

$$\mathbf{p}^{\text{II}_2} = \frac{\sqrt{N}}{N_r} \hat{\mathbf{Q}}_L \mathbf{1}_{N_r} \quad (3-63)$$

式(3-62)表示, MSE 核 \mathbf{p}^{II_2} 确实是一个解析解。由式(3-62)计算该核 \mathbf{p}^{II_2} 需要 NN_r 次乘法和加法, 由于 $\hat{\mathbf{Q}}_L$ 是 IDFT 矩阵的子矩阵, 所以补零以后可以使用 NL 点的 IFFT 来计算该核。

由式(3-62)可知, 核 \mathbf{p}^{II_2} 只依赖于预留载波集 \mathbf{R} , 只有当预留载波的位置发生变化, 才需要重新计算核。所以, 如果预留载波的位置已经确定, 则计算核 \mathbf{p} 的复杂度就显得不重要了。本文中采用预先设定好预留子载波的位置。

3.3.3 实现流程图

受控修剪迭代算法的思想是采用在预留载波上产生的生成核, 通过循环移位移到时域信号模的最大峰值处, 通过计算抵消最大峰值, 达到降低 PAPR 的目的, 其具体实现流程如图 3.1 所示。

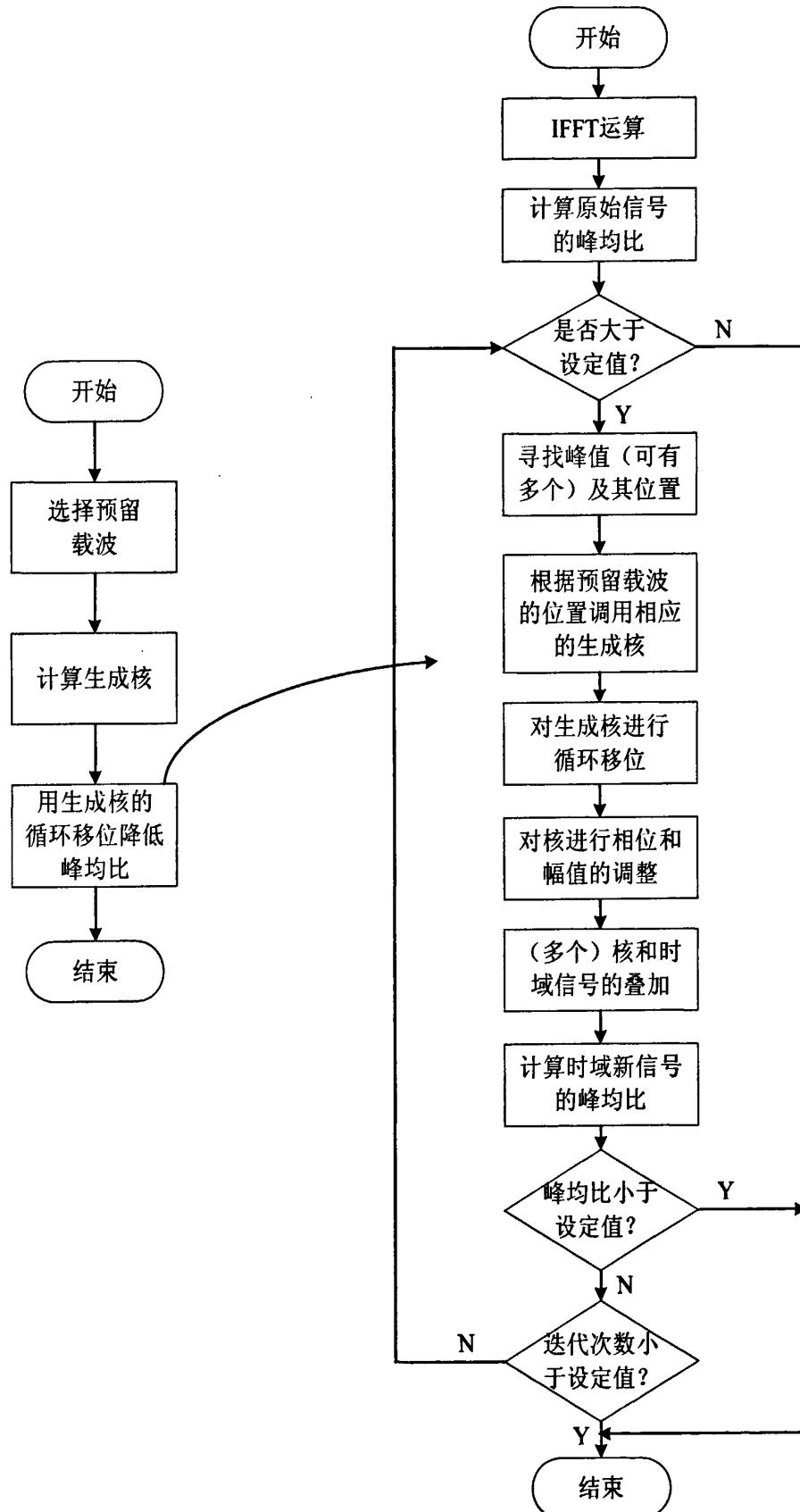


图 3.1 受控修剪迭代法总体框图

实际应用中，由于生成核完全由预留载波的位置确定，因此可以先计算好生成核，预先存储起来，然后再根据情况调用，这样可以大大减少计算量。

3.4 降低 PAPR 的性能仿真

本节的仿真都是在 1024 个子载波的 OFDM 系统，FFT 的点数为 1024 的条件下进行的。

3.4.1 受控修剪迭代算法中的生成核和核

由算法的原理可知，用于修剪用的各个核都是由生成核通过循环移位得到的。因此需要首先得到生成核，生成核完全取决于预留载波的位置和预留载波的个数，用 20 个子载波用于生成核，该生成核模的形状如图 3.2 所示。

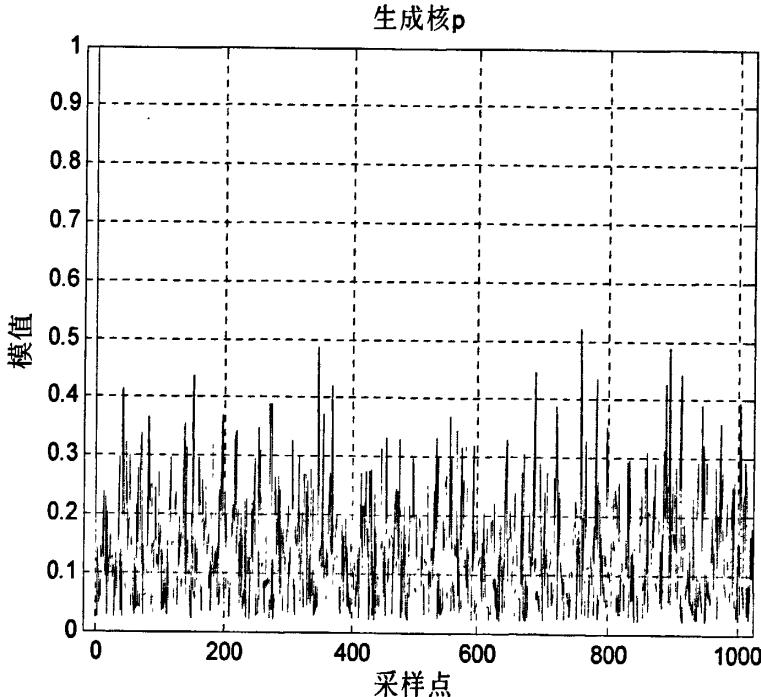


图 3.2 生成核的模

从图 3.2 可看出生成核在原点处具有高峰值，而在其余地方的值都比较小，这符合核的 $\delta(n)$ 特性。

生成核经过循环移位得到的核如图 3.3 所示。

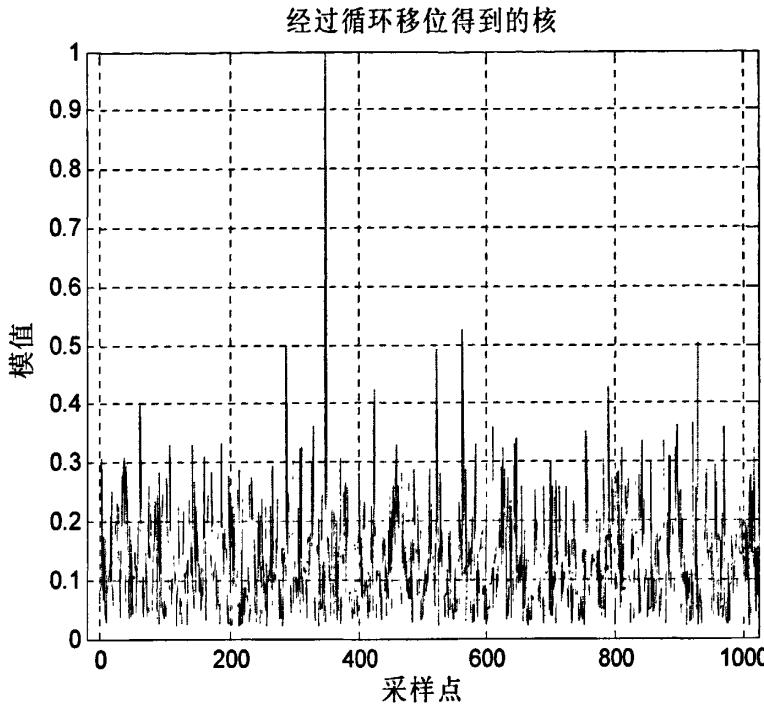


图 3.3 生成核通过循环移位得到核

3.4.2 过采样对降低 PAPR 性能的影响

为了验证过采样倍数对算法性能的影响，在 QPSK 的调制方式下，分别采用 1 倍、4 倍和 8 倍过采样进行仿真，得到的仿真曲线如图 3.4 所示。

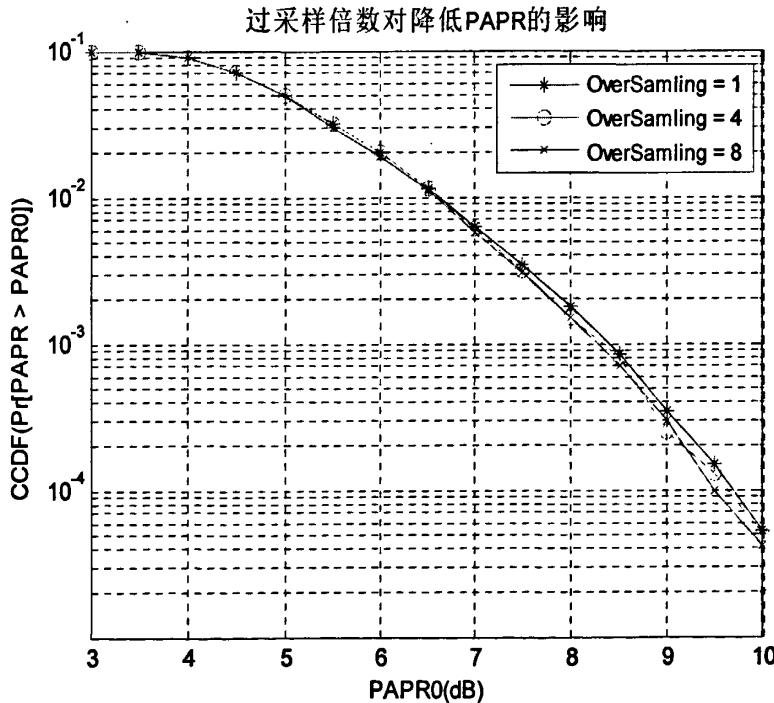


图 3.4 过采样对降低 PAPR 的性能

通过频域补零的方法，使用不断增加的过采样倍数来逼近模拟信号的峰均比。从图 3.4 中可以看出，过采样对算法几乎没有影响，用离散信号计算的峰均比和实际的峰均比（模拟信号的峰均比）几乎没有什差别。这是因为 OFDM 时域信号是带宽受限的信号，离散信号和连续信号之间不可能出现突变，因此可以想象两者的峰均比相差不是很大。在本文后面的仿真都采用过采样倍数为 1，即不进行过采样进行的。

3.4.3 预留载波数对降低 PAPR 性能的影响

在 QPSK 的调制方式下，分别采用 20 个和 40 个预留载波进行仿真，得到仿真图如图 3.5 所示。

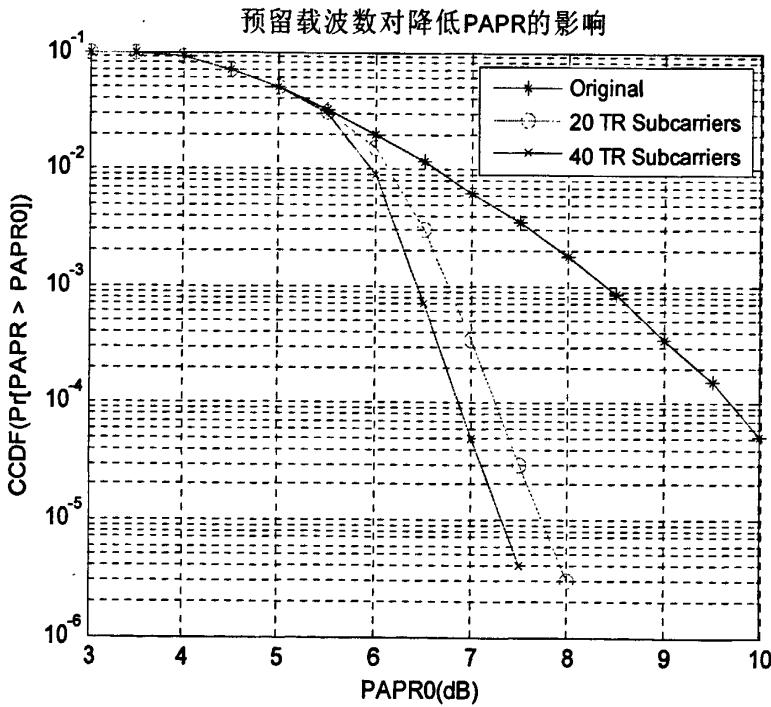


图 3.5 预留载波数对降低 PAPR 的性能

从图 3.5 可以看出，40 个预留载波比 20 个预留载波的 PAPR 性能较好，若单纯的考虑降低 PAPR，应采用 40 个预留载波。但当预留载波数提高一倍时，尽管降低 PAPR 的性能有所提高，但提高的效果并不明显，预留载波个数越多，实现的复杂度就会越大，并且预留载波数越多，对有用数据的损失率越高。所以，综合考虑，还是采用 20 个预留载波用于降低 PAPR 比较合适。本文后面的仿真都是采用预留载波数为 20 进行的。

3.4.4 迭代次数对降低 PAPR 性能的影响

在 QPSK 的调制方式下，分别采用 5 次、10 次、20 次迭代进行仿真，得到仿真图如图 3.6 所示。

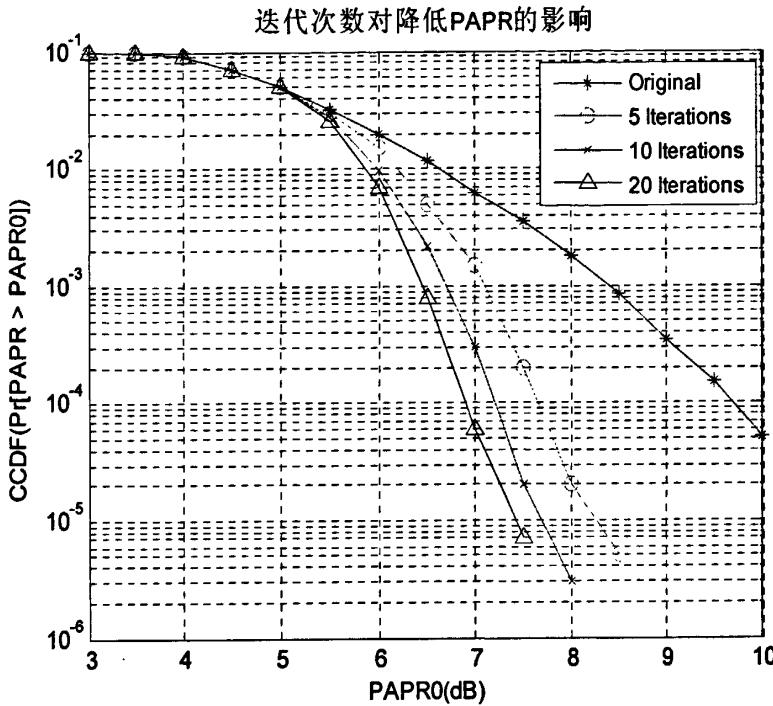


图 3.6 迭代次数对降低 PAPR 的性能

从图 3.6 可以看出，迭代次数增加，降低 PAPR 的性能会有所提高，但综合考虑迭代次数增加的复杂度和降低 PAPR 性能有限的情况，迭代次数选择 10 次比较合理。本文后面的仿真都是选择迭代次数为 10 次来做的。

3.4.5 各种调制方式对降低 PAPR 性能的影响

每次迭代选择 3 个峰值来处理，分别采用 QPSK、16QAM、64QAM 的调制方式，对降低 PAPR 的性能进行了仿真，得到的仿真图如图 3.7 所示。

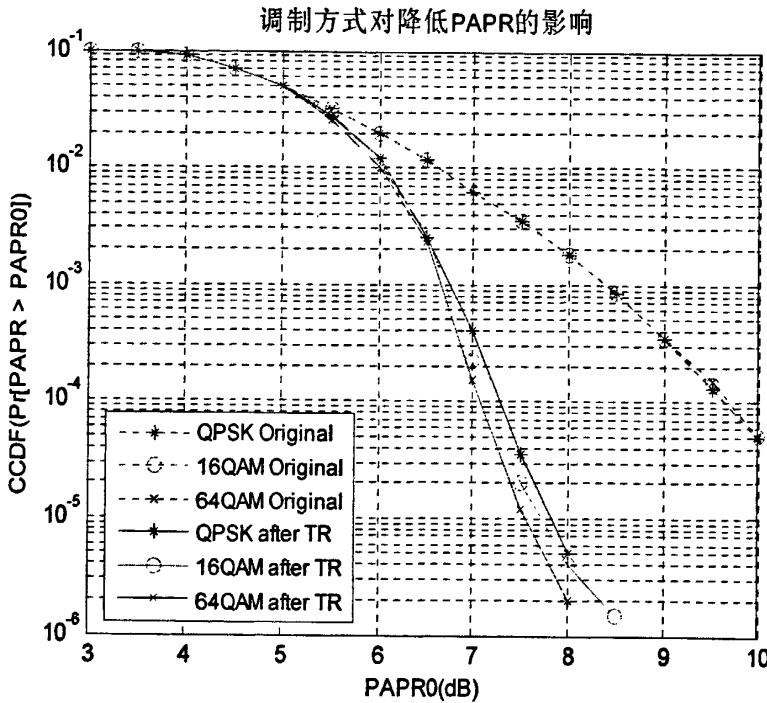


图 3.7 不同的调制方式对降低 PAPR 的性能

从图 3.7 可以看出，不管哪种调制方式，PAPR 都有明显的降低，但不同的调制方式对性能的影响不太大。在概率为万分之一时，PAPR 一般都能从 9.7dB 降到 7.2dB 左右。

3.5 本章小结

峰均比过高一直是 OFDM 技术的一个主要缺点，在 LTE 选定传输技术时，由于 OFDM 的高峰均比使得一些设备商认为，若上行采用 OFDM 技术就会增加终端的功放成本和功率消耗，限制终端的使用时间，最终上行传输采用了 SC-FDMA 技术。

本章首先对峰均比问题进行了分析，采用 CCDF 来衡量 OFDM 系统的峰均比分布，可以定量地分析降低峰均比的性能。然后研究了预留载波算法，其原理是在发送端预留出部分子载波不传输数据信息，对这些预留的子载波做特殊处理，产生消峰信号，来降低 OFDM 系统的峰均比。其次用数学的方法推导了此算法，可以归结为一个最优化问题，对于复多载波情况，该最优解可以通过求解一个 QCQP 问题而得到；而对于实多载波情况，该最优解可以通过求解一个 LP 问题而得到。接着分析了预留载波方法的两种具体算法：梯度迭代算法和受控修剪迭代算法，本文是利用受控修剪迭代算法来实现的。最后，采用受控修剪迭代算法对预留载波法降低 OFDM 系统峰均比进行了设计和实现，还在不同的预留载波个数、

不同调制方式和不同迭代次数的条件下，对降低峰均比性能进行了仿真。通过不同条件下的仿真可以看出，在概率为万分之一时，PAPR 一般都降低 2~3dB。

第四章 预留载波法降低 PAPR 的 FPGA 实现

根据前面章节所讨论的受控修剪迭代算法及其具体设计，本章重点对该算法进行 FPGA 实现，按功能不同将该算法划分成多个模块，并利用 Modelsim 对各个模块进行了时序仿真。

4.1 FPGA 设计开发介绍

4.1.1 现场可编程门阵列

现场可编程门阵列(Field Programmable Gate Array, FPGA)是在 EPLD 的基础上进一步发展起来的高性能可编程器件，是作为专用集成电路(ASIC)领域中的一种半定制电路而出现的，既解决了定制电路的不足，又克服了原有可编程器件门电路数量有限的缺点。

FPGA 采用了逻辑单元阵列(Logic Cell Array, LCA)这样的一个新概念，内部包括可配置逻辑模块(Configurable Logic Block, CLB)、输出输入模块(Input Output Block, IOB)和内部连线(Interconnect)三个部分^[38]。其基本特点主要有：

- (1) 采用 FPGA 设计 ASIC 电路，用户不需要投片生产，就能得到可用的芯片；
- (2) FPGA 可做其它全定制或半定制 ASIC 电路的中试样片；
- (3) FPGA 内部有丰富的触发器和 I/O 引脚；
- (4) FPGA 是 ASIC 电路中设计周期最短、开发费用最低、风险最小的器件之一。

FPGA 一般采用 SRAM 工艺，集成度很高，其器件密度从数万系统门到数千万系统门不等，可以完成极其复杂的时序与组合逻辑电路功能，适用于高速高密度的高端数字逻辑电路设计领域，FPGA 芯片是小批量系统提高系统集成度、可靠性的最佳选择之一。

FPGA 是由存放在片内 RAM 中的程序来设置其工作状态的，因此工作时需要对片内的 RAM 进行编程，用户可以根据不同的配置模式，采用不同的编程方式。加电时，FPGA 芯片将 EPROM 中数据读入片内编程 RAM 中，配置完成后，FPGA 进入工作状态。掉电后，FPGA 恢复成白片，内部逻辑关系消失，因此 FPGA 能够反复使用。FPGA 的编程无须专用的 FPGA 编程器，只需用通用的 EPROM、PROM 编程器即可，当需要修改 FPGA 功能时，只需换一片 EPROM 即可。这样，同一片 FPGA，不同的编程数据，可以产生不同的电路功能，因此 FPGA 的使用非常灵活。

目前，FPGA 器件的主要供应商有 Xilinx、Altera、Lattice、Actel 和 Atmel 等。

4.1.2 FPGA 常用开发工具

FPGA 开发工具包括硬件工具和软件工具两种。硬件工具主要是 FPGA 厂商或第三方厂商开发的 FPGA 开发板及其下载线，另外还包括示波器和逻辑分析仪等板级调试仪器。软件工具是针对 FPGA 设计的各个阶段，FPGA 厂商和 EDA 软件公司提供的 EDA 工具，主要有 Xilinx 公司的 ISE、Altera 公司的 Quartus II 和 Lattice 公司的 ispLever。

在 FPGA 设计的各个环节，为了提高设计效率，优化设计结果，很多厂家提供了各种专业软件，用以配合 FPGA 芯片厂家提供的工具，进行更高效的设计。比较常见的使用方式是：FPGA 厂商提供的集成开发环境、专业逻辑仿真软件、专业逻辑综合软件一起使用，进行多种 EDA 工具的协同设计，比如 Quartus II+ModelSim+FPGA Compiler II 和 ISE+ModelSim+Synplify Pro 等。

根据设计流程与功能划分，FPGA 设计开发的工具主要分为设计输入工具、综合工具、仿真工具、实现与优化工具、后端辅助工具、验证与调试工具以及系统级设计环境等。

1. 设计输入工具

设计输入是 FPGA 工程设计的第一步，常用的设计输入方法有 HDL 语言输入、原理图输入、IP Core 输入和其他输入方法。

2. 综合工具

主流的综合工具主要有 Synplicity 公司的 Synplify 或 Synplify Pro、Synopsys 公司的 FPGA Compiler II 或 Express、Exemplar Logic 公司的 LeonardoSpectrum，此外 Quartus II 还内嵌了自己的综合工具。

3. 仿真工具

最常用的仿真工具是 ModelSim，其次还有 ActiveHDL、Cadence Verilog-XL 和 NC-Verilog/VHDL 等，此外还有一些小工具和仿真相关，例如测试激励生成器等。

4. 实现与优化工具

实现与优化工具包含广泛，若能够较好地掌握这些工具，将能大幅度提高设计者的水平，使设计工作更加游刃有余。比如，Quartus II 集成的实现工具主要有 Assignment Editor（约束编辑器）、LogicLock（逻辑锁定工具）、PowerFit Fitter（布局布线器）、Timing Analyzer（时序分析器）、Floorplan Editor（布局规划器）和 Design Assistant（检查设计可靠性）等。

5. 后端辅助工具

后端辅助工具主要有 Assembler（编程文件生成工具）、Programmer（下载配

置工具) 和 PowerGauge (功耗仿真器)。

6. 验证调试工具

Quartus II 内嵌的调试工具主要有 SignalTap (在线逻辑分析仪) 和 SignalProbe (信号探针), 常用的板级仿真验证工具有 Mentor Tau 和 Synopsys HSPICE 等。

7. 系统级设计环境

系统级设计环境主要包括 SOPC Builder (可编程片上系统设计环境)、DSP Builder (内嵌 DSP 设计环境) 和 Software Builder (软件开发环境)。

4.1.3 Quartus II 开发流程

Quartus II 软件是 Altera 的综合开发工具, 集成了 Altera 的 FPGA 开发流程中所涉及的所有工具和第三方软件接口。Quartus II 具有以下特点: 支持多时钟定时分析、易于管脚分配和时序约束、强大的 HDL 综合能力等。

Quartus II 提供完整的多平台设计环境, 能够轻易地满足特定的设计需求, 是 SOPC 设计的综合性环境。Quartus II 还允许用户在设计流程的每个阶段使用 Quartus II 软件图形用户界面、EDA 工具界面或命令行方式。Quartus II 的设计流程主要分为设计输入、综合、布局布线、时序分析、仿真和编程等。

设计输入是使用 Quartus II 软件的模块输入方式、文本输入方式、Core 输入方式和 EDA 设计输入工具等用来表示用户的电路构思, 同时使用分配编辑器设定初始设计约束条件。

综合是将 HDL 语言等设计输入翻译成由与、或、非门, RAM, 触发器等基本逻辑单元组成的网表, 并根据约束条件优化所生成的网表, 输出标准格式的网表文件, 供布局布线器进行实现。

布局布线的输入文件是综合后的网表文件, Quartus II 中布局布线包含分析布局布线结果、优化布局布线、增量布局布线和通过反标保留分配等。

时序分析是用户在分析设计中允许所有逻辑的时序性能, 并协助引导布局布线满足设计中的时序分析要求。默认情况下, 时序分析作为全编译的一部分自动运行, 观察和报告时序信息, 比如建立时间、保持时间、时钟至输出延时、最大时钟频率以及设计的其它时序特征。可以使用时序分析生成的信息分析、调试和验证设计的时序性能。

仿真分功能仿真和时序仿真, 功能仿真主要是验证电路功能是否符合设计要求; 时序仿真包含了延时信息, 因此能够较好地反映芯片的设计工作情况。

编程和配置是在全编译成功后, 对器件进行编程或配置, 包括 Assemble (生成编程文件)、Programmer (建立包含设计所用器件名称和选项的链式文件)、转换编程文件等。

系统级设计包括 SOPC Builder 和 DSP Builder。Quartus II 和 SOPC Builder 一

起为创建 SOPC 设计提供标准化的图形环境，其中 SOPC 由 CPU、存储器接口、标准外围设备和用户自定义的外围设备等组件组成。SOPC Builder 允许用户选择和自定义系统模块的各个组件和接口，将这些组件组合起来，生成对这些组件进行实例化的单个系统模块，并自动生成必要的总线逻辑；DSP Builder 是帮助用户在易于算法应用的开发环境下建立 DSP 设计的硬件表示，缩短 DSP 设计周期。

4.2 降低 PAPR 的 FPGA 实现

预留载波方法降低 OFDM 峰均比的 FPGA 实现是在 WiMAX(World Interoperability for Microwave Access, 全球微波互联接入)的通信系统下，基于下行传输信道进行，每个下行传输子信道包含了 48 个子载波，进行 FFT 运算的点数为 1024。

4.2.1 算法实现步骤

预留载波法是通过预留的子载波信息产生一组时域数据，叠加到原始的时域信号上来降低时域峰值。因为预留的子载波是正交的，所以不会导致传输数据的失真，也不需要边带信息，接收端也无需额外的处理，算法实现如下^{[39][40]}：

(1) 获取预留子载波的载波位置，位置集合为 $a = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{N_r}\}$, ($N_r \ll N$)，式中 N_r 为预留子载波的个数， N 为 OFDM 系统子载波的个数。

(2) 通过和子载波位置相对应，产生序列 $b(i)$, ($i \in [1, N]$)，其表达式为

$$b(i) = \begin{cases} 1, & i \in a \\ 0, & i \notin a \end{cases} \quad i \in [1, N] \quad (4-1)$$

(3) 对序列 $b(i)$ 进行 IFFT 运算，输入 IP 核的数据实部为序列 $b(i)$ ，虚部为全零，运算后得到降低 PAPR 用的消峰初始序列核 $\text{kernel}(i)$ ，其表达式为

$$\text{kernel}(i) = \text{IFFT}[b(i)], i \in [1, N] \quad (4-2)$$

(4) 计算并搜索待处理数据序列 $\text{data}(i)$, ($i \in [1, N]$) 的功率峰值，记录下最大功率峰值 val 及其对应的数据的位置 pos ，其表达式为

$$\{\text{val}, \text{pos}\} = \max(|\text{data}(i)|), i \in [1, N] \quad (4-3)$$

(5) 计算 beta 值，式中 target 为消峰处理的目标功率值， const 为一固定值，由仿真给出， data_val 为最大功率值对应的数据， θ 为该数据的相位角，其表达式为

$$\text{beta} = (\text{data_val} - \text{target} \cdot e^{j\theta(\text{data_val})}) \cdot \text{const} \quad (4-4)$$

(6) 对消峰初始序列 $\text{kernel}(i)$ 进行循环移位，得到循环移位序列 $\text{kernel}'(i)$ ，其

表达式为

$$\text{ker nal}'(i) = \text{ker nal}(\text{mod}(i+1 - pos, 1024)), i \in [1, N] \quad (4-5)$$

(7) 进行消峰处理，得到消峰处理结果序列 $\text{data}'(i), (i \in [1, N])$ ，其表达式为

$$\text{data}'(i) = \text{data}(i) - \sum \text{beta}(j) \cdot \text{ker nal}'(i), j \in [1, 5], i \in [1, N] \quad (4-6)$$

以上步骤(1)~(3)为预留载波算法中消峰序列核的产生方法，步骤(4)~(7)为一次消峰处理的过程。如果要得到较好的消峰效果，可进行多次步骤(4)~(7)，即进行迭代消峰。当迭代消峰处理完成后，即完成一次消峰处理的全过程。

4.2.2 算法实现框图

按算法的功能，可将实现过程分为两个大的主要模块：KERNEL_GEN 和 PAPR_MAIN，实现的总体框图如图 4.1 所示。

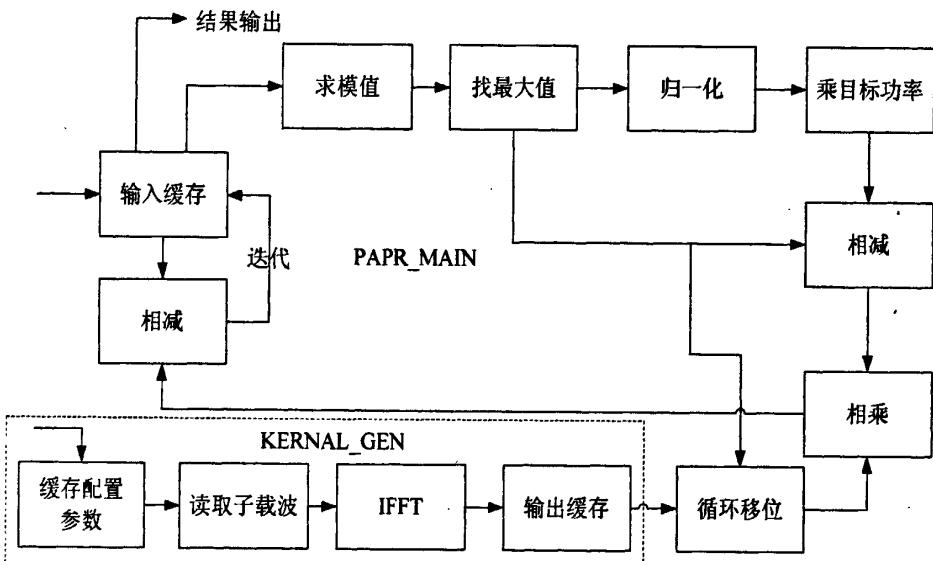


图 4.1 降低 PAPR 算法的实现框图

KERNEL_GEN 模块包括缓存配置参数、读取子载波、IFFT 和输出缓存，此模块的主要功能是用来生成受控修剪迭代算法中的削峰初始序列核 $\text{ker nal}(i)$ ，完成受控修剪迭代算法实现中的步骤(1)~(3)。

PAPR_MAIN 模块包括输入缓存、求模值、找最大值、归一化、循环移位、复数乘法和减法，此模块的主要功能是用来实现受控修剪迭代算法中消峰及迭代运算的功能，完成算法中的步骤(4)~(7)。

如果数据需要进行多次迭代，KERNEL_GEN 模块不用再继续执行，只需要反复执行 PAPR_MAIN 模块，即不重新计算削峰初始序列 $\text{ker nal}(i)$ ，只需要重新寻找最大值和其对应的位置信息及后续的相关处理。在所有迭代次数完成以后，输

入缓存模块中的数据即作为消峰处理的最终结果输出。

为满足实时消峰处理的要求, PAPR_MAIN 模块需要在一个 OFDM 符号的时间内完成消峰处理, 而且实现 PAPR_MAIN 模块所需要的资源也有一定的限制。目前在一个 OFDM 符号长度内, 可实现 PAPR 处理的迭代次数为 8 次, 每一次迭代寻找出 5 个最大峰值进行削峰处理, 即完成 8 次迭代后共进行了 40 次的削峰处理。此算法实现的系统状态机如图 4.2 所示。

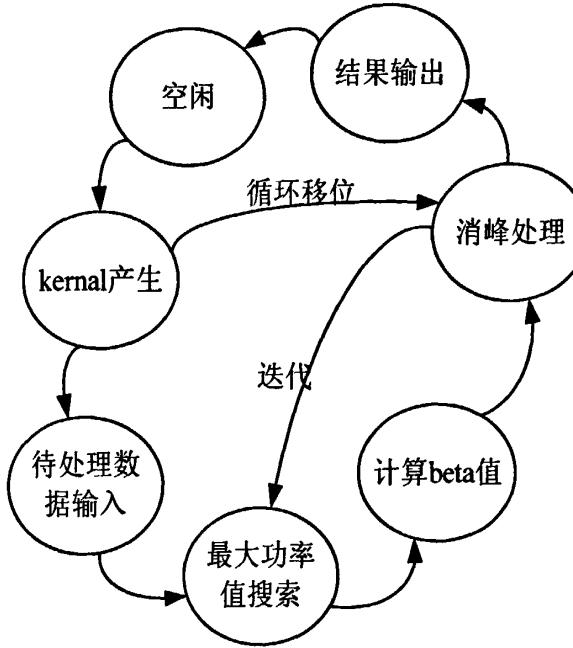


图 4.2 消峰迭代处理系统状态机图

为了提高 PAPR_MAIN 模块的处理效率, 可以采用并行处理模式, 即把每个处理模块分成多个子模块进行处理。根据 OFDM 符号长度为 2 的幂次方的特点, 可把 PAPR_MAIN 中的模块分成 2、4、8 等并行的子模块, 每个子模块功能相同, 用来处理同一组数据中不同位置的数据, 这里采用 2 个并行模块进行处理。在一定的时间内, 可以增加 PAPR 处理的迭代次数, 可达到更好的消峰效果。

4.3 FPGA 各模块的详细设计

各模块的 FPGA 设计和实现是基于 Quartus II 软件来完成的, 仿真是基于 ModelSim 软件来完成的。

4.3.1 各模块的工作顺序

各个模块单独对每个子信道进行处理, 每个子信道包含 48 个子载波。因此, 外部电路在给出启动信号 start 开始读取子载波信息前, 缓存必须准备好 24 个偶数子载波和 24 个奇数子载波的地址信息。kernel 模块需要 3000 个时钟计算出偶核,

再过 3000 个时钟计算出奇核。在这段时间内，24 个偶数子载波的地址和 24 个奇数子载波的地址必须保持稳定。只有等偶核计算出来以后，外部数据才可以输入，否则会引起错误。

当一个 1024 点数据的符号输入后，PAPR_MAIN 模块开始工作。为了节约时间达到实时处理的目的，模块内部采用了并行结构：2 个 seekmax 模块，将一个符号分成长度相等的 2 块，分别从 2 块 512 点的 RAM 中寻找出其中最大的 5 个功率峰值及其对应数据的地址；然后将 10 个结果输入到 seekmain 模块中，再找出这 1024 点数据中最大的 5 个功率峰值对应的地址；将地址对应的数据送入 beta 模块中，计算 atan, sin, cos，从而求出 5 个 beta 值；最后是 2 个 mul_sub 模块，分别进行了 512 次相乘和相减运算，这也是一个符号的 2 等分。结束后再将数据存回 RAM 中，回到寻找最大功率峰值的那一步，重新开始计算，如此迭代 8 次，便可得到削峰处理的最终的输出结果。

4.3.2 kernel 产生模块

kernel 产生模块主要包括 papr_comm 模块、kernel_gen 模块和 kernel_ram 模块，完成的主要功能就是产生降低 PAPR 处理所需要的削峰初始序列 $kernel(i)$ 。其中，papr_comm 接口模块负责存储 DSP 配置的用于产生初始序列 $kernel(i)$ 的奇偶子载波信息和降低 PAPR 处理所需要的其它一些信息；kernel_gen 的功能是根据获取的奇偶子载波地址信息得到 $b(i)$ 序列，然后对该序列进行 IFFT 运算生成削峰初始序列 $kernel(i)$ ；kernel_ram 的主要功能是负责存储削峰初始序列，并且利用 papr_main 模块送过来的 5 个最大功率峰值的地址信息将该初始序列进行循环移位后，再回传给 papr_main 模块。kernel 产生模块包括的各子模块框图如图 4.3 所示。

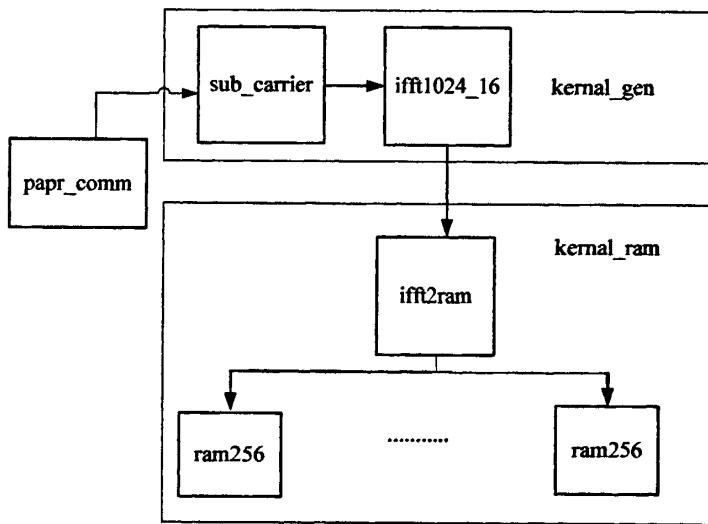


图 4.3 kernel 产生模块包括的各子模块

1. papr_comm 模块

该模块的主要功能是存储 DSP 配置的用于产生初始序列 $kernal(i)$ 的奇偶子载波信息和降低 PAPR 处理所需要的其它一些信息，例如是否进行 PAPR 处理、需要进行多少次迭代等。papr_comm 模块经 Modelsim 仿真后的关键时序图 4.4 所示。

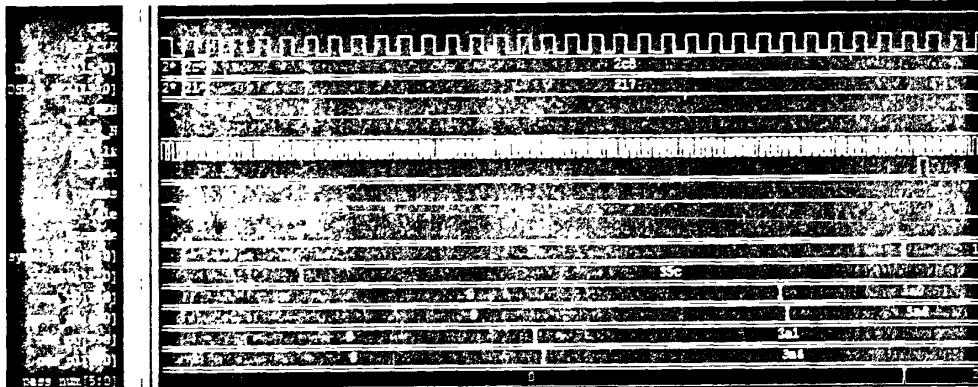


图 4.4 papr_comm 模块关键时序图

2. kernal_gen 模块

该模块的主要功能是根据获取的奇偶子载波地址信息得到 $b(i)$ 序列，然后对该序列进行 IFFT 运算生成削峰初始序列 $kernal(i)$ 。此模块包括 sub_carrier 模块和 FFT IP 核 fft1024_16 模块。

(1) sub_carrier 的功能是将从 RAM 中读取的 24 个奇数子载波地址和 24 个偶数子载波地址转化为 1024 点的串行比特流数据，其中只有和预留的奇偶子载波地址对应的位置上的数据是 1，其他位置的数据都是零。该数据仅作为 IFFT 部输入数据的实部，而 IFFT 输入数据的虚部为全零。

(2) fft1024_16 是 Altera 的 IP 核，功能是实现 1024 点、16 位的 IFFT 运算，产生削峰初始序列 $kernal(i)$ 。

kernal_gen 模块经 Modelsim 仿真后的关键时序如图 4.5 所示。

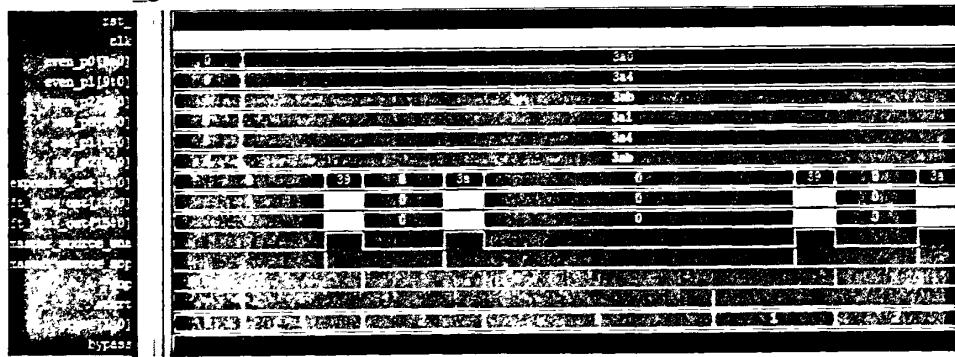


图 4.5 kernal_gen 模块关键时序图

3. kernal_ram 模块

该模块的主要功能是负责存储 kernal_gen 模块产生的奇偶削峰初始序列

$\text{kernal}(i)$, 并且利用 papr_main 模块送过来的 5 个最大功率峰值的地址信息将该初始序列进行循环移位后, 再回送给 papr_main 模块。 kernal_ram 模块包括 ifft2ram 模块和存储单元 ram256 模块。

(1) ifft2ram 模块的功能很简单, 就是将 kernal_gen 产生的奇偶削峰初始序列 $\text{kernal}(i)$ 顺序地写入 RAM 中, 并返回写地址。

(2) 存储单元 ram256 共有 40 块, 奇偶核各 20 块, 每块空间为 $256 \times 32\text{bit}$ 。根据 ifft2ram 返回的写地址信息将削峰初始序列 $\text{kernal}(i)$ 的 1024 点数据顺序地写入 4 块 ram256 中, 1 个 $\text{kernal}(i)$ 奇偶核则一共有 8 块 RAM。由于 papr_main 模块中采用了并行算法, 产生了 5 个最大功率峰值的地址信息, 相应的就需要产生 5 组 $\text{kernal}'(i)$ 循环序列返回给 papr_main 模块, 因此 5 个 $\text{kernal}(i)$ 奇偶核一共存储了 40 块 RAM。

kernal_ram 模块经 Modelsim 仿真后的关键时序如图 4.6 所示。

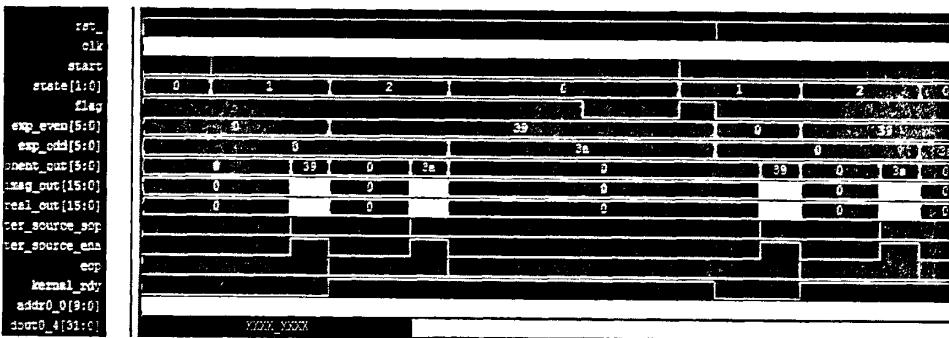


图 4.6 kernal_ram 模块关键时序图

4.3.3 papr_main 模块

papr_main 模块是完成降低 PAPR 处理功能各模块的顶层模块。PAPR 处理各个子模块的框图如图 4.7 所示。

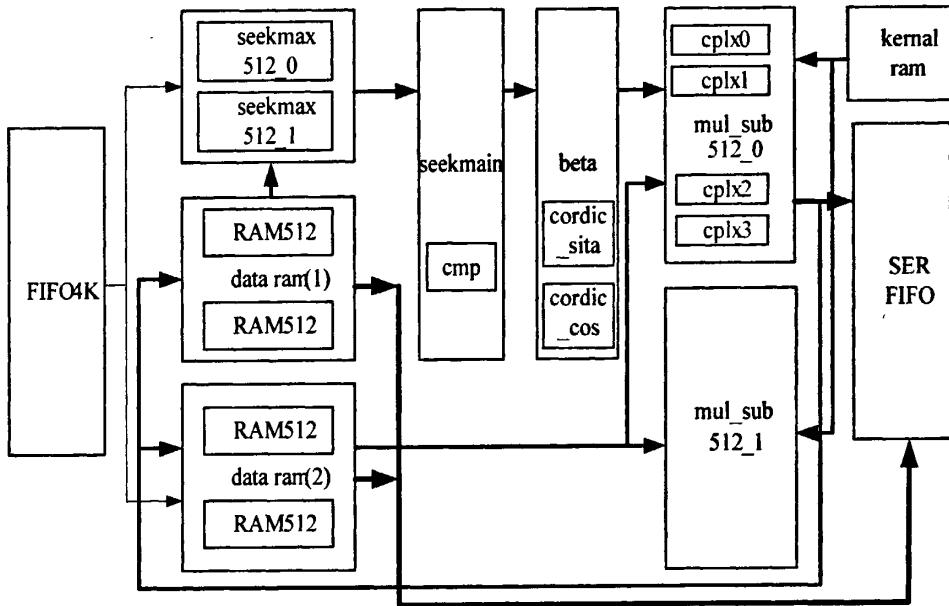


图 4.7 PAPR 处理各子模块

注：细箭头表示输入，较粗箭头表示迭代过程，最粗箭头表示输出。

PAPR 处理的顶层模块 `papr_main` 模块被下行模块 `TX_IFFT_SEG_V3` 所调用。当 `papr` 使能时，下行 IFFT 之后的数据就送入 `papr_main` 模块的各子模块进行处理，处理完毕后再输出；当 `papr` 不使能时，下行 IFFT 之后的数据送入 `papr_main` 模块后，不做任何处理就直接输出。IFFT 与 PAPR 之间有一级容量为 $4K \times 32bit$ 的 `FIFO4K` 进行缓冲。

1. `papr` 模块

该模块是降低 PAPR 处理的主模块，其主要功能是通过状态机的工作状态调用 PAPR 的其余子模块，完成 PAPR 的处理功能。其工作过程：首先是进行最大功率峰值搜索，接着计算 `beta` 值，然后是进入 `mul_sub` 模块计算迭代数据，最后将这些数据输出至下一级 FIFO。在处理过程中，输入输出数据和迭代过程中的数据都会存放在 $512 \times 32bit$ 的 RAM 中。`papr` 模块经 Modelsim 仿真后的关键时序有输入输出时序和状态时序，分别如图 4.8 和 4.9 所示。

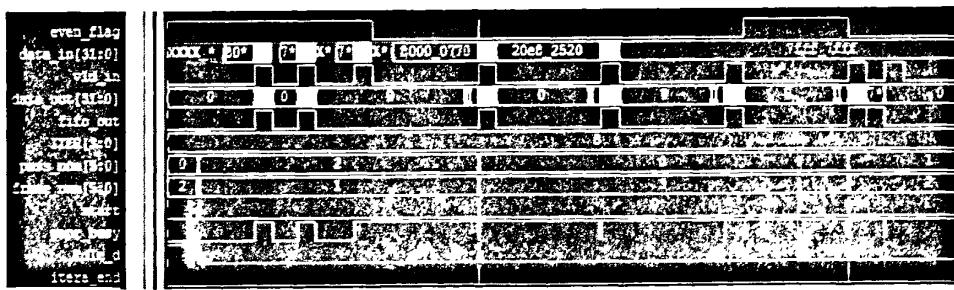


图 4.8 papr 模块输入输出时序图

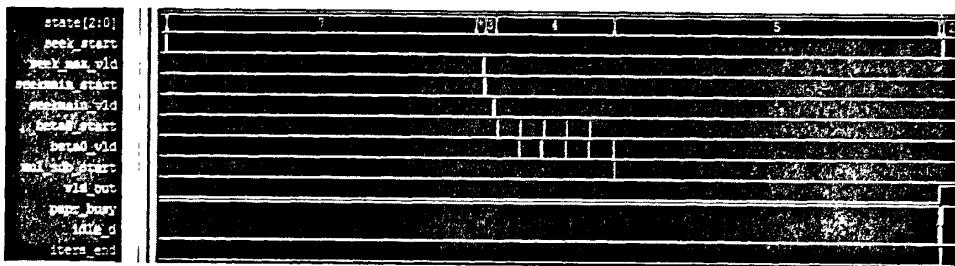


图 4.9 papr 模块状态时序图

2. seekmax 模块

该模块主要负责从 512 个输入数据里面找出 5 个最大的功率峰值，然后输出这 5 个最大值和其对应的地址。此外，还包含一个计算功率峰值的模块，即完成求复数平方和 $I^2 + Q^2$ 的功能。seek_max 模块经 Modelsim 仿真后的状态时序如图 4.10 所示。

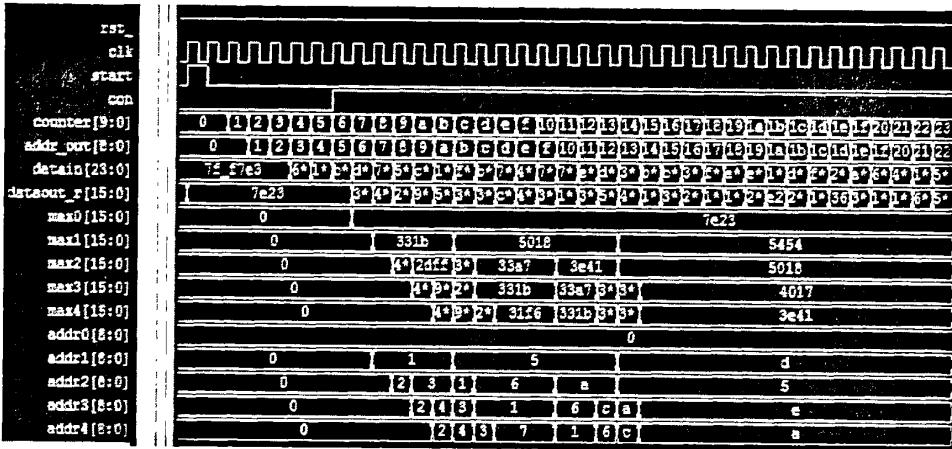


图 4.10 seek_max 模块状态时序图

3. seekmain 模块

该模块的主要功能是从 2 个 seekmax 模块输出的 10 个最大功率峰值中，再找出其中最大的 5 个值，并得到与此 5 个最大值对应的地址。

模块内部调用了 cmp5 子模块，它的功能是通过比较器将两对各有 5 个最大值和地址值的数组重新排序，得出一组新的含有 5 个最大值和地址值的数组，即为最终输出结果。seek_main 模块经 Modelsim 仿真后的状态时序如图 4.11 所示。

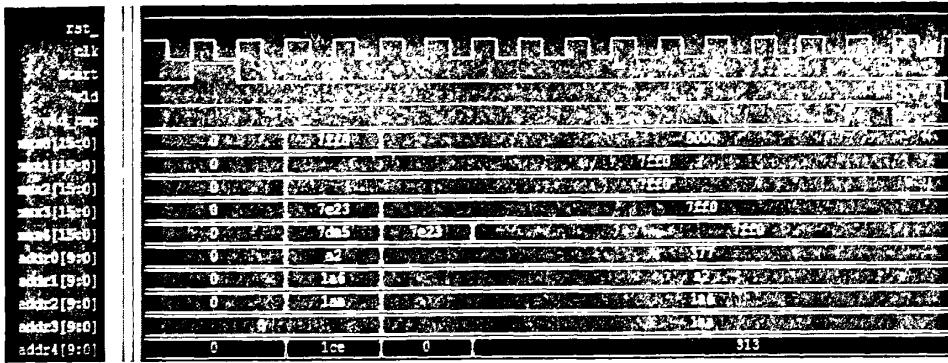


图 4.11 seek_main 模块状态时序图

4. beta 模块

该模块的主要功能是完成算法中的步骤(5)，计算 beta 值，也是整个设计中计算复杂度最高的一步，计算一个 beta 值前后共耗时 35 个时钟周期。如果输入的数据为复数 q ，则该模块要完成的计算功能是 $\text{beta} = (q - t \arg et \cdot q/|q|) \cdot \text{const}$ ，公式中最关键的就是计算归一化值 $q/|q| = e^{j\theta(q)} = \cos\theta + j\sin\theta$ ， θ 为复数 q 的相位角。

该模块包含了两个主要的子模块 cordic_sita 和 cordic_cos，均是利用 CORDIC 算法来计算归一化值。CORDIC 算法是利用移位、加法和一个很小的查找表将复杂的 $\cos\theta$ 、 $\sin\theta$ 、 $\arctan\theta$ 计算转化为简单的线性计算，是一种非常有效且精度很高的计算方法。

- (1) cordic_sita，根据输入的复数 q ，利用 CORDIC 算法计算其相位角 θ ；
- (2) cordic_cos，根据输入的复数 q 的相位角 θ ，利用 CORDIC 算法计算 $\cos\theta$ 、 $\sin\theta$ 值，求出计算 beta 所需的归一化值 $q/|q|$ 。

beta 模块经 Modelsim 仿真后的状态时序如图 4.12 所示。

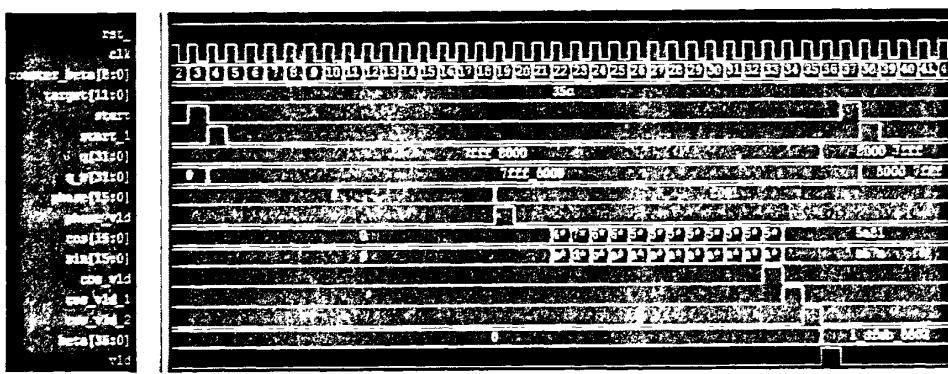


图 4.12 beta 模块状态时序图

5. mul_sub 模块

该模块的主要功能是完成算法中的步骤(7)。首先从 512 点 RAM 中读出复数数据 $\text{data}(i)$ ，依据式 $\text{data}'(i) = \text{data}(i) - \sum \text{beta}(j) \cdot \text{kernel}'(i), j \in [1, 5], i \in [1, N]$ ，将该数据与 5 个 beta 和 5 个循环移位后的 kernel'(i) 的乘积累加和相减，得到 mul_sub

模块计算的最终结果 $data'(i)$ 。若迭代没有结束，则将该结果再写回到 512 点 RAM 中，等待下一次迭代的最大值搜索；若迭代结束，即整个符号 PAPR 处理完毕，则将该结果直接输出至下一级 FIFO 中。

模块内部调用了一个复数乘法模块 `cplx_mul18_16`，来进行 beta 和 $kernel'(i)$ 的复数乘法的计算。为了节约时间，此处采用并行算法，即采用两块 `mul_sub` 模块，每块处理 512 点的乘法和减法运算。`mul_sub` 模块经 Modelsim 仿真后的状态时序如图 4.13 所示。

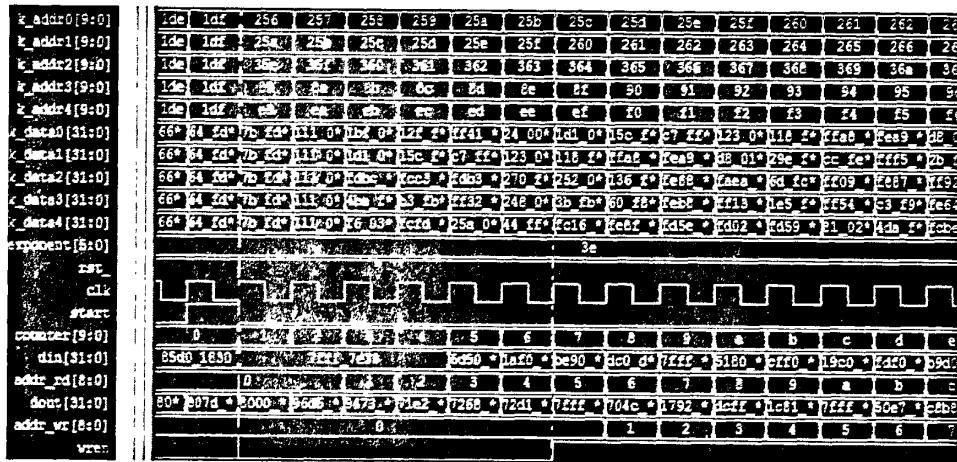


图 4.13 `mul_sub` 模块状态时序图

4.4 降低 PAPR 仿真结果

如图 4.14 所示，`papr_busy` 信号为 1 表示该符号在进行 PAPR 处理中，`state` 信号表示实现的各个状态，`_start` 信号则是各个状态的启动信号，`vld_in` 信号置 1 表示有有效符号输入，`vld_out` 信号置 1 表示有有效符号输出。黄白两线标注区域表示此符号从有效输入到有效输出的时间区域，即该符号完成 PAPR 功能处理的时间，如红色框里时间所示，共耗时 45.985us，满足 50us 以内处理完一个符号的要求。

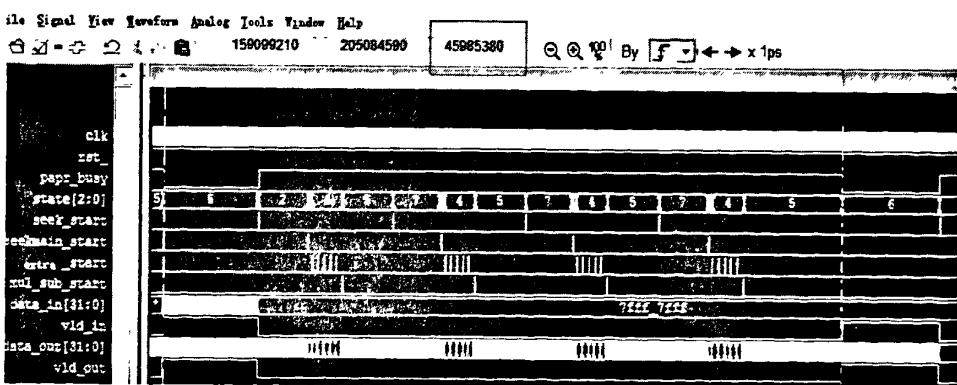


图 4.14 一个符号进行 PAPR 处理的仿真图

把 Modelsim 仿真结果的数据导入 MATLAB 中，观察降低 PAPR 处理前后的信号图，如图 4.15 所示。

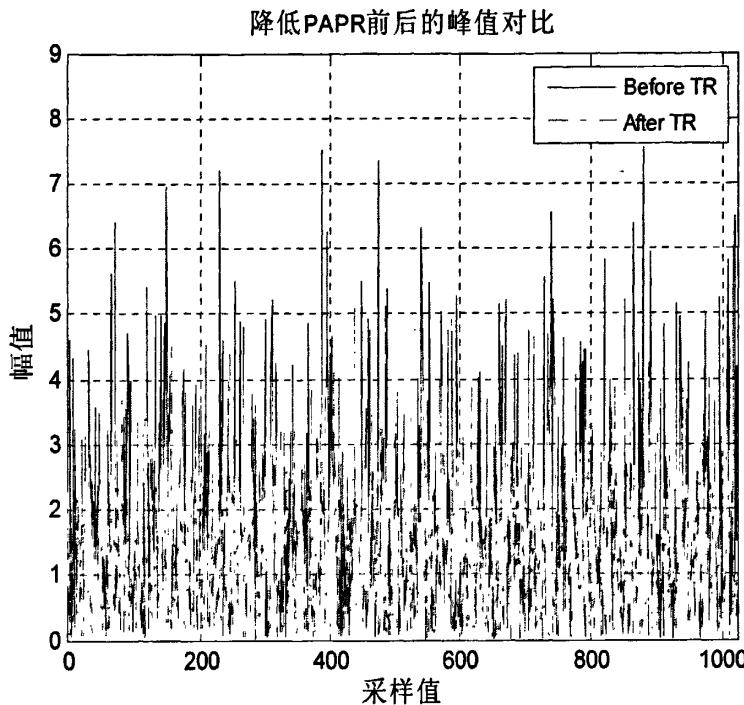


图 4.15 PAPR 处理前后对比图

蓝色数据表示降低 PAPR 处理之前 OFDM 符号的功率峰值，红色数据表示降低 PAPR 处理之后 OFDM 符号的功率峰值。明显看出，进行降低 PAPR 处理之后，OFDM 符号的功率峰值大大减小了。

4.5 本章小结

本章主要对采用预留载波法来降低 OFDM 系统 PAPR 进行了 FPGA 实现。首先，简要介绍了 FPGA 设计开发的有关知识，包括 FPGA 的功能、工作模式以及 FPGA 的开发工具。其次，详细分析了预留载波法具体的实现过程和实现步骤，对整个过程按功能划分为多个模块，以及各个模块的工作顺序。最后，对各模块进行了时序仿真，以及对降低 PAPR 处理结果进行了分析，结果表明该算法能够有效降低 OFDM 系统的峰均比。

第五章 总结与展望

5.1 本文工作总结

OFDM 系统中，高峰均比一直是此技术的一项难题，作为下一代移动通信物理层的核心技术，OFDM 必须有效地解决其高 PAPR 的问题，才能使其得到更加广泛的应用。国内外学者在大量研究的基础上，提出了预留载波算法来降低 OFDM 系统的 PAPR，此算法使用预留的子载波形成降低 PAPR 比的信号，通过合理的选择预留载波上的值，从而使时域组合信号的 PAPR 达到最小，可以在不引入附加失真和边带信息的前提下有效地降低 PAPR。

本文研究了利用预留载波方法来降低 OFDM 系统的 PAPR，具体是基于受控修剪迭代算法实现的，并且对此算法进行了 FPGA 实现，主要工作集中在以下几个方面：

1. 在理解 OFDM 系统原理的基础上，分析和研究了 OFDM 系统中的高峰均比问题出现的背景及其分布。
2. 研究了用预留载波法降低 OFDM 系统内 PAPR 的问题。首先介绍预留载波法的原理：在发送端预留出部分子载波不传输有用信息，对这些预留的子载波做特殊处理，产生峰值削波信号，来降低系统的 PAPR。然后分析了预留载波的位置，其位置可以是预先设定好的，也可以是随机分布的。接着提出了梯度迭代算法和受控修剪迭代算法这两种具体的算法，由于受控修剪迭代算法实现较简单，被用来降低 OFDM 系统的峰均比，此算法的原理是在预留载波上产生的生成核，通过循环移位移到时域信号模的最大峰值处，从而抵消最大峰值，达到降低峰均比的目的。最后对受控修剪迭代算法进行了实现，并在不同的预留载波个数、不同调制方式和不同迭代次数的条件下，对降低 PAPR 性能进行了仿真。
3. 重点对预留载波法降低 OFDM 系统 PAPR 进行了 FPGA 实现。首先简单介绍了 FPGA 设计流程及开发工具。然后将预留载波法按功能划分为多个模块，利用 Quartus II 对各个模块进行了具体实现，并利用 ModelSim 对各个模块的工作时序进行了仿真。

5.2 未来工作展望

OFDM 系统降低峰均比的算法仍然有很多值得继续研究的地方，由于作者个人水平和时间有限，仅研究了预留载波方法，并利用 FPGA 进行了实现，作者认为可在以下几个方面做进一步的研究：

1. 本文中预留载波的位置是固定的、连续的，这样有可能使信道条件好的一些子载波用作预留载波，这样有用数据就不能占用这些子载波，从而影响了有用数据的传输。可以根据实际信道情况，自适应地选择信道条件差的子载波用作预留载波，这样就可以尽可能小的影响数据传输，提高了系统性能。
2. 本文仅对预留载波方法进行了逻辑代码实现和时序仿真，下一步应该在硬件上进行调试验证，使其应用到实际的降低峰均比的通信系统上。

致谢

在论文提交之际，我衷心地感谢所有爱我，关心我，帮助过我的人。

首先，要感谢我的导师赵力强老师，感谢他在硕士阶段对我的悉心培养。赵老师扎实的理论功底，创新的科研精神，严谨的治学态度，敏锐的学术洞察力，忘我的工作态度和平易近人的生活态度都给我留下了深刻的印象，教会我一个科研人员应具备的基本素质。他耐心的教育和指导使我在研究生阶段的学习中受益匪浅，为我走向工作岗位上了出色的一课。他营造的科研气氛是宽松的，但在学术上要求是严格的，为我提高科研能力提供了良好的土壤，是我顺利毕业的有利保障。

同时，感谢无线通信实验室的所有同学，特别是靳营、白继鹏、马战胜、郜志邦、赵国强、王凯、刘飞霞、刘娟、赵燕等同学，与他们就有关学术问题的讨论给予我学习很大的帮助，与他们相处使我获益良多，他们的热情友善给我硕士期间留下了美好的回忆。

感谢我善良勤劳的父母和亲人，他们为我的成长付出了大量的心血，我会以今后出色的表现作为对他们的回报。

最后，感谢参与本文评审和答辩工作的专家学者们，感谢您们在百忙之中审阅本文。

参考文献

- [1] J. Chuang, N. Sollenberger. Beyond 3G: wideband wireless data access based on OFDM and dynamic packet assignment [J]. IEEE Communications Magazine. 2000,38(7). pp.78-87.
- [2] Richard van Nee, Ramjee Prasad. OFDM for Wireless Multimedia Communications [M]. Boston, Artech House. March 2000. pp.33-152.
- [3] H. Ekstrom, A. Furuskar, J. Karlsson. Technical solutions for the 3G long-term evolution [J]. IEEE Communications Magazine. 2006,44(3). pp.38-45.
- [4] 佟学俭, 罗涛. OFDM 移动通信技术原理与应用[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2003. pp.16-80.
- [5] K. G. Paterson. Generalized Reed-Muller codes and power control in OFDM modulation [J]. IEEE Transactions on Information Theory. 2000,46(1). pp.104-120.
- [6] J. A. Davis, J. Jedwab. Peak-to-mean power control in OFDM, Golay complementary sequences, and Reed-Muller codes [J]. IEEE Transactions on Information Theory. 1999,45(7). pp. 2397-2417.
- [7] Robert J. Baxley, Chunming Zhao, G. Tong Zhou. Constrained Clipping for Crest Factor Reduction in OFDM [J]. IEEE Transactions on Broadcasting. 2006,52(4). pp.570-575.
- [8] Sungkeun Cha, Myonghee Park, Sungeun Lee. A new PAPR reduction technique for OFDM systems using advanced peak windowing method [J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics. 2008,52(2). pp.405-410.
- [9] Yong Jiang, Yi Wang. Adaptive Weight Peak-Cancelling Scheme for OFDM Systems[J]. IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications. 2007. pp.1-6.
- [10] R. W. Bauml, R. F. H. Fischer, J. B. Huber. Reducing the peak-to-average power ratio of multicarrier modulation by selected mapping [J]. IEEE Electronics Letters. 1996,32(22). pp.2056-2057.
- [11] S. H. Muller, J. B. Huber. OFDM with reduced peak-to-average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences [J]. IEEE Electronics Letters. 1997,33(5). pp.368-369.
- [12] Jose Tellado. Peak-to-Average Power Reduction for Multicarrier Modulation [D]. Ph.D. thesis, Stanford University. Stanford, CA, Sept.1999.
- [13] B. S. Krongold. New Techniques for Multicarrier Communications Systems [D].

- Ph.D. Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign. December 2001.
- [14] B. S. Krongold, D. L. Jones. A new tone reservation method for complex-baseband PAR reduction in OFDM systems [C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. 2002,3. pp.2321-2324.
- [15] Yiyian Wu, W. Y. Zou. Orthogonal frequency division multiplexing: a multi-carrier modulation scheme [C]. Proceedings of IEEE International Conference on Consumer Electronics 1995. pp.392-399.
- [16] J. A. C. Bingham. Multicarrier modulation for data transmission: An idea whose time has come [J]. IEEE Communications Magazine. 1990,28(5). pp.5-14.
- [17] J. Ahn, J, H. S. Lee. Frequency domain equalisation of OFDM signals over frequency nonselective Rayleigh fading channels [J]. IEEE Electronics Letters. 1993,29(16). pp.1476-1477.
- [18] Shousheng He, M. Torkelson. Designing pipeline FFT processor for OFDM (de) modulation [J]. URSI International Symposium on Signals, Systems and Electronics. 1998. pp.257-262.
- [19] 高西全, 丁玉美, 阎永红. 数字信号处理—原理、实现及应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006. pp.63-83.
- [20] R. Hleiss, P. Duhamel, M. Charbit. Oversampled OFDM systems [C]. 13th International Conference on Digital Signal Processing Proceedings. 1997,1. pp.329-332.
- [21] M. Sharif, M. Gharavi-Alkhansari, B. H. Khalaj. On the peak-to-average power of OFDM signals based on oversampling [J]. IEEE Transactions on Communications. 2003,51(1). pp.72-78.
- [22] W. Henkel, G. Taubock, P. Odling. The cyclic prefix of OFDM/DMT—an analysis [J]. IEEE International Zurich Seminar on Broadband Communications. 2002. pp.221-223.
- [23] 汪裕民. OFDM 关键技术与应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2007. pp.22-28.
- [24] 王文博, 郑侃. 宽带无线通信 OFDM 技术[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2003. pp.2-21.
- [25] 侯鹏. OFDM 在实际应用中的关键技术[J]. 现代电子技术, 2003. pp.67-69.
- [26] P. Banelli, G. Baruffa, S. Cacopardi. Effects of HPA nonlinearity on frequency multiplexed OFDM signals [J]. IEEE Transactions on Broadcasting. 2001,47(2). pp.123-136.
- [27] Seung Hee Han, Jae Hong Lee. An overview of peak-to-average power ratio reduction techniques for multicarrier transmission [J]. IEEE Wireless

- Communications. 2005,12(2). pp.56-65.
- [28] H. Ochiai, H.Imai.On the distribution of the peak-to-average power ratio in OFDM signals [J]. IEEE Transactions on Communications. 2001,49(2). pp.282-289.
- [29] A. Gatherer, M. Polley. Controlling clipping probability in DMT transmission [C]. The 31st Asilomar Conference on Signals, System and Computers. 1997,1. pp. 578-584.
- [30] B. S. Krongold, D. L. Jones. An active-set approach for OFDM PAR reduction via tone reservation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing. 2004,52(2). pp.495-509.
- [31] Luqing Wang, C. Tellambura.Analysis of clipping noise and tone-reservation algorithms for peak reduction in OFDM systems [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2008,57(3). pp.1675-1694.
- [32] 周阳妹. Hermitian 对称空间[D]. 浙江大学硕士学位论文, 2006,5.
- [33] W. Henkel, V. Zrno. PAR reduction revisited: An extension to Tellado's method [J]. The 6th International OFDM-Workshop, Hamburg, Germany. Sep. 2001. pp. 311-316.
- [34] Jose Tellado, J. M. Cioffi. Peak power reduction for multicarrier transmission [C]. Proceeding of IEEE Global Telecommunications Conference. Sydney, Australia. Nov.1998. pp. 219-224.
- [35] 张干宗. 线性规划[M]. 武汉: 武汉大学出版社. 2004. pp.8-13.
- [36] B. S. Krongold, D. L. Jones. PAR reduction in OFDM via active constellation [C] Proceeding of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. 2003,4. pp.525-528.
- [37] Luqing Wang, C. An adaptive-scaling tone reservation algorithm for PAR reduction in OFDM systems [C]. IEEE Global Telecommunications Conference. 2006. pp.1-5.
- [38] 王诚, 吴继华, 范丽珍等. Altera FPGA/CPLD 设计[M]. 北京: 人民邮电出版社. 2005. pp.3-17.
- [39] 赵霞, 汤琥, 景卓. 一种使用预留子载波降低峰均比的方法和装置. 发明专利申请公布说明书. 中华人民共和国国家知识产权局. 2009,4.
- [40] Jose Tellado, J. M. Cioffi. Peak to average power ratio reduction. United States Patent. Jan. 2003.

