光学教程

（姚启钧原著）

参考答案

目录

第一章 光的干涉......3

第二章 光的衍射......15

第三章 几何光学的基本原理......27

第四章 光学仪器的基本原理......49

第五章 光的偏振......59

第六章 光的吸收、散射和色散......70

第七章 光的量子性......73

第一章 光的干涉

1. 波长为 500nm 的绿光投射在间距 d 为 0.022cm 的双缝上，在距离 180cm 处的光屏上形成干涉条纹，求两个亮条纹之间的距离.若改用波长为 700nm 的红光投射到此双缝上，两个亮条纹之间的距离又为多少?算出这两种光第 2 级亮纹位置的距离.

解：由条纹间距公式 $\Delta y = y_{j+1} - y_j = \dfrac{r_0}{d}\lambda$ 得

$$\Delta y_1 = \frac{r_0}{d}\lambda_1 = \frac{180}{0.022} \times 500 \times 10^{-7} = 0.409\text{cm}$$

$$\Delta y_2 = \frac{r_0}{d}\lambda_2 = \frac{180}{0.022} \times 700 \times 10^{-7} = 0.573\text{cm}$$

$$y_{21} = j_2 \frac{r_0}{d}\lambda_1 = 2 \times 0.409 = 0.818\text{cm}$$

$$y_{22} = j_2 \frac{r_0}{d}\lambda_2 = 2 \times 0.573 = 1.146\text{cm}$$

$$\Delta y_{j2} = y_{22} - y_{21} = 1.146 - 0.818 = 0.328\text{cm}$$

2．在杨氏实验装置中，光源波长为 640nm，两狭缝间距为 0.4mm，光屏离狭缝的距离为 50cm. 试求：(1) 光屏上第 1 亮条纹和中央亮条纹之间的距离；（2）若 p 点离中央亮条纹为 0.1mm，问两束光在 p 点的相位差是多少？（3）求 p 点的光强度和中央点的强度之比.

解：（1）由公式 $\Delta y = \dfrac{r_0}{d}\lambda$

得 $\Delta y = \dfrac{r_0}{d}\lambda = \dfrac{50}{0.4} \times 6.4 \times 10^{-5} = 8.0 \times 10^{-2}\text{cm}$

（2）由课本第 20 页图 1-2 的几何关系可知

$$r_2 - r_1 \approx d\sin\theta \approx d\tan\theta = d\frac{y}{r_0} = 0.04\frac{0.01}{50} = 0.8 \times 10^{-5}\text{cm}$$

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=\frac{2\pi}{6.4\times10^{-5}}\times0.8\times10^{-5}=\frac{\pi}{4}$$

(3) 由公式 $I=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi=4A_1^2\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}$ 得

$$\frac{I_p}{I_0}=\frac{A_p^2}{A_0^2}=\frac{4A_1^2\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}}{4A_1^2\cos^2\frac{\Delta\varphi_0}{2}}=\frac{\cos^2\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{4}}{\cos^2 0°}=\cos^2\frac{\pi}{8}$$

$$=\frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2}=\frac{2+\sqrt{2}}{4}=0.8536$$

3．把折射率为 1.5 的玻璃片插入杨氏实验的一束光路中，光屏上原来第 5 级亮条纹所在的位置为中央亮条纹，试求插入的玻璃片的厚度. 已知光波长为 6×10^{-7}m.

解：未加玻璃片时，S_1、S_2 到 P 点的光程差，由公式 $\frac{\Delta\varphi}{2\pi}=\frac{\Delta r}{\lambda}$ 可知为

Δr = $r_2-r_1=\frac{\lambda}{2\pi}\times5\times2\pi=5\lambda$

现在 S_1 发出的光束途中插入玻璃片时，P 点的光程差为

$$r_2-\left[(r_1-h)+nh\right]=\frac{\lambda}{2\pi}\Delta\varphi'=\frac{\lambda}{2\pi}\times0=0$$

所以玻璃片的厚度为

$$h=\frac{r_2-r_1}{n-1}=\frac{5\lambda}{0.5}=10\lambda=6\times10^{-4}\text{cm}$$

4. 波长为 500nm 的单色平行光射在间距为 0.2mm 的双狭缝上.通过其中一个缝的能量为另一个的 2 倍,在离狭缝 50cm 的光屏上形成干涉图样.求干涉条纹间距和条纹的可见度.

解：$\Delta y=\frac{r_0}{d}\lambda=\frac{500}{0.2}\times500\times10^{-6}=1.25$ mm

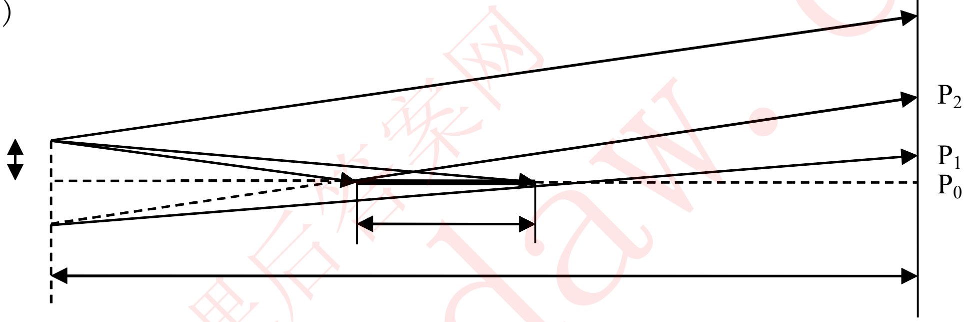
$I_1=2I_2\quad A_1^2=2A_2^2\quad \frac{A_1}{A_2}=\sqrt{2}$

$$\therefore V=\frac{2\left(A_1/A_2\right)}{1+\left(A_1/A_2\right)^2}=\frac{2\sqrt{2}}{1+2}=0.9427\approx 0.94$$

5. 波长为 700nm 的光源与菲涅耳双镜的相交棱之间距离为 20cm，棱到光屏间的距离L 为 180cm, 若所得干涉条纹中相邻亮条纹的间隔为 1mm，求双镜平面之间的夹角 θ 。

解：$\theta=\sin\theta=\dfrac{(r+L)\lambda}{2r\Delta y}=\dfrac{(200+1800)\times 700\times 10^{-6}}{2\times 200\times 1}=35\times 10^{-4}$ 弧度 $\approx 12'$

6. 在题 1. 6 图所示的劳埃德镜实验中, 光源 S 到观察屏的距离为 1.5m, 到 劳埃德镜面的垂直距离为 2mm。劳埃德镜长 40cm，置于光源和屏之间的中央. (1) 若光波波长 λ =500nm, 问条纹间距是多少?(2) 确定屏上可以看见条纹的区域大小, 此区域内共有几条条纹?(提示:：产生干涉的区域 P_1P_2 可由图中的几何关系求得.）



题 1.6 图

解：（1）干涉条纹间距 $\Delta y=\dfrac{r_0}{d}\lambda=\dfrac{1500}{4}\times 500\times 10^{-6}=0.1875\text{mm}$

（2）产生干涉区域 P_1P_2 由图中几何关系得：设 p_2 点为 y_2 位置、 P_1 点位置为 y_1

则干涉区域 $y=y_2-y_1$

$$y_2=\frac{1}{2}\left(r_0+r'\right)\tan\alpha_2=\frac{1}{2}\left(r_0+r'\right)\times\frac{\frac{1}{2}d}{\frac{1}{2}\left(r_0-r'\right)}$$

$$=\frac{d\left(r_0+r'\right)}{2\left(r_0-r'\right)}=\frac{2(1500+400)}{1500-400}=\frac{3800}{1100}=3.455\text{mm}$$

$$y_1 = \frac{1}{2}(r_0 - r')\tan\alpha_1 = \frac{1}{2}(r_0 - r')\frac{\frac{1}{2}d}{\frac{1}{2}(r_0 + r')} = \frac{d}{2}\frac{(r_0 - r')}{(r_0 + r')}$$

$$= \frac{2(1500-400)}{1500+400} = 1.16\text{mm}$$

$$y = y_2 - y_1 = 3.46 - 1.16 = 2.30\text{mm}$$

（3）∵ 劳埃镜干涉存在半波损失现象 ∴ $N_{暗} = \frac{y}{\Delta y}$

7. 试求能产生红光（λ=700nm）的二级反射干涉条纹的肥皂膜厚度.已知肥皂膜折射率为 1.33,且平行光与发向成 30° 角入射.

解：根据题意

$$\because 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2} = (2j+10)\lambda/2$$

$$\therefore d = \frac{(2j+1)\lambda}{2\times 2\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2}} = \frac{(2\times 2+1)\times 700}{4\sqrt{1.33^2 - \sin^2 30^\circ}} = 710\text{nm}$$

8. 透镜表面通常镀一层如 MgF_2（n=1.38）一类的透明物质薄膜，目的是利用干涉来降低玻璃表面的反射．为了使透镜在可见光谱的中心波长（550nm）处产生极小的反射,则镀层必须有多厚?

解：可以认为光是沿垂直方向入射的。即 $i_1 = i_2 = 0°$

由于上下表面的反射都由光密介质反射到光疏介质，所以无额外光程差。

因此光程差 $\delta = 2nh\cos i_2 = 2nh$

如果光程差等于半波长的奇数倍即公式 $\Delta r = (2j+1)\frac{\lambda}{2}$，则满足反射相消的条件

因此有 $2nh = (2j+1)\frac{\lambda}{2}$

所以 $h = \frac{(2j+1)\lambda}{4n} (j = 0,1,2\cdots)$

当 $j=0$ 时厚度最小 $h_{\min} = \frac{\lambda}{4n} = \frac{550}{4\times 1.38} = 99.64\text{nm} \approx 10^{-5}\text{cm}$

9. 在两块玻璃片之间一边放一条厚纸,另一边相互压紧.玻璃片 l 长 10cm,纸厚为 0.05mm,从 60° 的反射角进行观察,问在玻璃片单位长度内看到的干涉条纹数目是多少?设单色光源波长为 500nm.

解：由课本 49 页公式（1-35）可知斜面上每一条纹的宽度所对应的空气尖劈的厚度的

变化量为

$$\Delta h = h_{j+1} - h_j = \frac{\lambda}{2\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1}}$$

$$= \frac{\lambda}{2\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \lambda$$

如果认为玻璃片的厚度可以忽略不记的情况下，则上式中 $n_2 = n_2 = 1, i_1 = 60°$。

而厚度 h 所对应的斜面上包含的条纹数为

$$N = \frac{h}{\Delta h} = \frac{h}{\lambda} = \frac{0.05}{5000\times 10^{-7}} = 100$$

故玻璃片上单位长度的条纹数为

$$N' = \frac{N}{l} = \frac{100}{10} = 10$$ 条/厘米

10. 在上题装置中，沿垂直于玻璃片表面的方向看去，看到相邻两条暗纹间距为 1.4mm。—已知玻璃片长 17.9cm，纸厚 0.036mm，求光波的波长。

解：依题意，相对于空气劈的入射角 $i_2 = 0, \cos i_2 = 1. \sin\theta = \tan\theta = \frac{d}{L}$ $n_2 = 1.0$

$$\therefore \Delta L = \frac{\lambda}{2n_2\theta\cos i_2} = \frac{\lambda}{2\theta} = \frac{L\lambda}{2d}$$

$$\therefore \lambda = \frac{2d\Delta L}{L} = \frac{2\times 0.036\times 1.4}{179} = 5.631284916\times 10^{-4}\,\text{mm} = 563.13\text{nm}$$

11. 波长为 400～760nm 的可见光正射在一块厚度为 1.2×10⁻⁶m，折射率为 1.5 玻璃片上，试问从玻璃片反射的光中哪些波长的光最强.

解：依题意，反射光最强即为增反膜的相长干涉，则有：

$$\delta = 2n_2 d = (2j+1)\frac{\lambda}{2}$$

故 $$\lambda = \frac{4n_2 d}{2j+1}$$

当 $j=0$ 时， $\lambda = 4n_2 d = 4\times 1.5\times 1.2\times 10^{-3} = 7200\text{nm}$

当 $j=1$ 时， $\lambda = \frac{4\times 1.5\times 1.2\times 10^{-3}}{3} = 2400\text{nm}$

当 $j=2$ 时， $\lambda = \frac{4\times 1.5\times 1.2\times 10^{-3}}{5} = 1440\text{nm}$

当 $j=3$ 时， $\lambda=\dfrac{4\times1.5\times1.2\times10^{-3}}{7}=1070\text{nm}$

当 $j=4$ 时， $\lambda=\dfrac{4\times1.5\times1.2\times10^{-3}}{9}=800\text{nm}$

当 $j=5$ 时， $\lambda=\dfrac{4\times1.5\times1.2\times10^{-3}}{11}=654.5\text{nm}$

当 $j=6$ 时， $\lambda=\dfrac{4\times1.5\times1.2\times10^{-3}}{13}=553.8\text{nm}$

当 $j=7$ 时， $\lambda=\dfrac{4\times1.5\times1.2\times10^{-3}}{15}=480\text{nm}$

当 $j=8$ 时， $\lambda=\dfrac{4\times1.5\times1.2\times10^{-3}}{17}=423.5\text{nm}$

当 $j=9$ 时， $\lambda=\dfrac{4\times1.5\times1.2\times10^{-3}}{19}=378\text{nm}$

所以，在 $390\sim760\text{nm}$ 的可见光中，从玻璃片上反射最强的光波波长为

$423.5\text{nm},480\text{nm},553.8\text{nm},654.5\text{nm}.$

12. 迈克耳孙干涉仪的反射镜 M_2 移动 0.25mm 时，看到条纹移过的数目为 909 个，设光为垂直入射，求所用光源的波长。

解：根据课本 59 页公式可知，迈克耳孙干涉仪移动每一条条纹相当 h 的变化为：

$$\Delta h=h_2-h_1=\frac{(j+1)\lambda}{2\cos i_2}-\frac{j\lambda}{2\cos i_2}=\frac{\lambda}{2\cos i_2}$$

现因 $i_2=0$， 故 $\Delta h=\dfrac{\lambda}{2}$

$N=909$ 所对应的 h 为

$$h=N\Delta h=\frac{N\lambda}{2}$$

故 $$\lambda=\frac{2h}{N}=\frac{2\times0.25}{909}=5.5\times10^{-4}\text{mm}=550\text{nm}$$

13. 迈克耳孙干涉仪平面镜的面积为 4 × 4 cm^2，观察到该镜上有 20 个条纹。当入射光的波长为 589nm 时，两镜面之间的夹角为多大？

解： 因为 $S=4\times4\text{cm}^2$

所以 $L = 4\text{cm} = 40\text{mm}$

所以 $\Delta L = \frac{L}{N} = \frac{40}{20} = 2\text{mm}$

又因为 $\Delta L = \frac{\lambda}{2\theta}$

所以 $\theta = \frac{\lambda}{2\Delta L} = \frac{589}{2\times 2\times 10^{6}} = 147.25\times 10^{-6}(rad) = 30.37''$

14. 调节一台迈克耳孙干涉仪，使其用波长为 500nm 的扩展光源照明时会出现同心圆环条纹。若要使圆环中心处相继出现 1000 条圆环条纹，则必须将移动一臂多远的距离？若中心是亮的，试计算第一暗环的角半径。(提示：圆环是等倾干涉图样。计算第一暗环角半径是可利用 θ ≈sin θ 及 cos θ ≈1－ θ ²/2 的关系。)

解：(1) 因为光程差 δ 每改变一个波长 λ 的距离，就有一亮条 A 纹移过。

所以 $\Delta\delta = N\lambda$

又因为对于迈克耳孙干涉仪光程差的改变量 $\Delta\delta = 2\Delta d$ (Δd 为反射镜移动的距离)

所以 $\Delta\delta = N\lambda = 2\Delta d$

所以 $\Delta d = \frac{N}{2}\lambda = \frac{1000}{2}\times 500 = 25\times 10^{4}\text{nm} = 0.25\text{mm}$

(2) 因为迈克耳孙干涉仪无附加光程差

并且 $i_1 = i_2 = 0 \qquad n_1 = n_2 = 1.0$

它形成等倾干涉圆环条纹，假设反射面的相位不予考虑

所以光程差 $\delta = 2d\cos i_2 = 2d = 2|l_2 - l_1|$ 即两臂长度差的 2 倍

若中心是亮的，对中央亮纹有： $2d = j\lambda$ (1)

对第一暗纹有： $2d\cos i_2 = (2j-1)\frac{\lambda}{2}$ (2)

(2) - (1) 得： $2d(1-\cos i_2) = \frac{\lambda}{2}$

$$2d2\sin^2\frac{i_2}{2} = 4d\sin^2\frac{i_2}{2} \approx 4d\left(\frac{i_2}{2}\right)^2 = di_2^2 = \frac{\lambda}{2}$$

所以 $$i_2=\sqrt{\frac{\lambda}{2d}}=\sqrt{\frac{1}{1000}}=0.032\text{rad}=1.8°$$

这就是等倾干涉条纹的第一暗环的角半径，可见 i_2 是相当小的。

15. 用单色光观察牛顿环，测得某一亮环的直径为 3mm，在它外边第 5 个亮环的直径为 4.6mm，所用平凸透镜的凸面曲率半径为 1.03m，求此单色光的波长。

解：对于亮环，有 $$r_j=\sqrt{(2j+1)\frac{\lambda}{2}R}\quad(j=0,1,2,3,\cdots)$$

所以 $$r_j^{\ 2}=(j+\frac{1}{2})R\lambda \qquad r_{j+5}^2=(j+5+\frac{1}{2})R\lambda$$

所以 $$\lambda=\frac{r_{j+5}^2-r_j^2}{5R}=\frac{d_{j+5}^2-d_j^2}{4\times5\times R}=\frac{4.6^2-3.0^2}{4\times5\times1030}=5.903\times10^{-4}\text{mm}=590.3\text{nm}$$

16. 在反射光中观察某单色光所形成的牛顿环。其第 2 级亮环与第 3 级亮环间距为 1mm，求第 19 和 20 级亮环之间的距离。

解：对于亮环，有 $$r_j=\sqrt{(2j+1)\frac{\lambda}{2}R}\quad(j=0,1,2,3,\cdots)$$

所以 $$r_1=\sqrt{(1+\frac{1}{2})\lambda R} \qquad r_2=\sqrt{(2+\frac{1}{2})\lambda R}$$

又根据题意可知

$$r_2-r_1=\sqrt{\frac{5}{2}\lambda R}-\sqrt{\frac{3}{2}\lambda R}=1\text{mm}$$

两边平方得

$$\frac{5}{2}\lambda R+\frac{3}{2}\lambda R-2\sqrt{\frac{5}{2}\frac{3}{2}\lambda^2R^2}=1$$

所以 $$\lambda R=\frac{1}{4-\sqrt{15}}$$

故 $$r_{20}-r_{19}=\sqrt{\left(20+\frac{1}{2}\right)\lambda R}-\sqrt{\left(19+\frac{1}{2}\right)\lambda R}$$

$$=\sqrt{\frac{41}{2}\times\frac{1}{4-\sqrt{15}}}-\sqrt{\frac{39}{2}\times\frac{1}{4-\sqrt{15}}}$$

$$=0.039\text{cm}$$

17 牛顿环可有两个曲率半径很大的平凸透镜之间的空气产生（图）。平凸透镜 A 和 B 的曲率半径分别为 R_A 和 R_B，在波长为 600nm 的单射光垂直照射下观察到第 10 个暗环半径 $r_{AB}=4mm$。若另有曲率半径为 R_C 的平凸透镜 C（图中未画出），并且 B、C 组合和 A、C 组合产生的第 10 个暗环半径分别为 $r_{BC}=4.5mm$ 和 $r_{AC}=5mm$，试计算 R_A、R_B 和 R_C。

解：$\because h=\dfrac{r^2}{2R}$

$$\therefore h_{AB}=h_A+h_B=\frac{r_{AB}^{\ 2}}{2R_A}+\frac{r_{AB}^{\ 2}}{2R_B}=\frac{r_{AB}^{\ 2}}{2}\left(\frac{1}{R_A}+\frac{1}{R_B}\right)$$

$$\text{同理,}\ h_{BC}=\frac{r_{BC}}{2}\left(\frac{1}{R_B}+\frac{1}{R_C}\right)$$

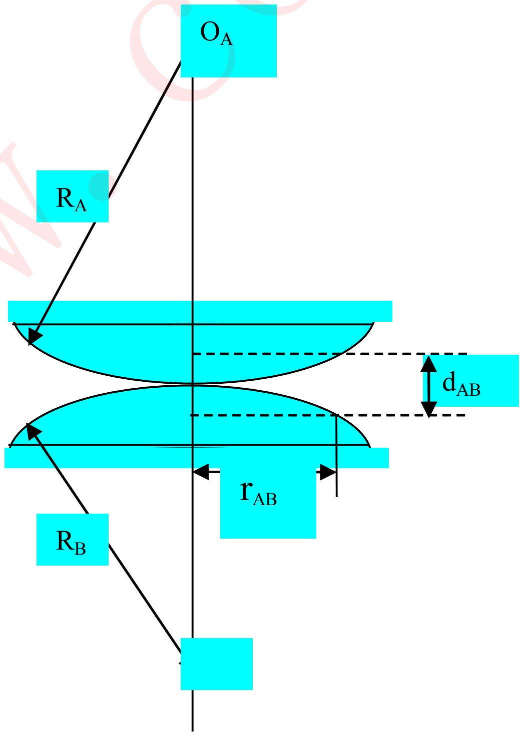
$$h_{AC}=\frac{r_{AC}}{2}\left(\frac{1}{R_A}+\frac{1}{R_C}\right)$$

又对于暗环：$\delta=2h-\dfrac{\lambda}{2}=(2j+1)\dfrac{\lambda}{2}$ 即 $h=j\dfrac{\lambda}{2}$

$$\therefore\quad 10\lambda=r_{AB}^{\ 2}\left(\frac{1}{R_A}+\frac{1}{R_B}\right)\qquad(1)$$

$$10\lambda=r_{BC}^{\ 2}\left(\frac{1}{R_B}+\frac{1}{R_C}\right)\qquad(2)$$

$$10\lambda=r_{AC}^{\ 2}\left(\frac{1}{R_A}+\frac{1}{R_B}\right)\qquad(3)$$



题 1.17 图

(1)(2)(3)联立并代入数据得：R_A=6.28m　R_B=4.64m　R_C=12.4m

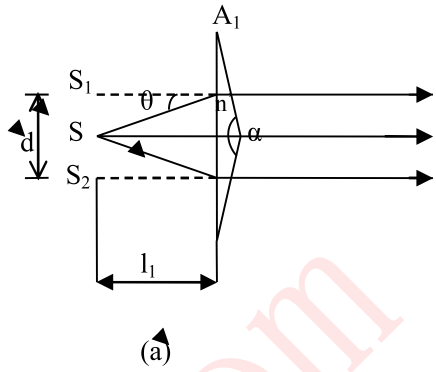
18 菲涅尔双棱镜实验装置尺寸如下：缝到棱镜的距离为 5cm，棱镜到屏的距离为 95cm，棱镜角为 $\alpha=179^{\circ}32'$ 构成棱镜玻璃材料的折射率 $n'=1.5$，采用的是单色光。当厚度均匀的肥皂膜横过双冷静的一半部分放置，该系统中心部分附近的条纹相对原先有 0.8mm 的位移。若肥皂膜的折射率为 $n=1.35$，试计算肥皂膜厚度的最小值为多少？

解：如图所示：光源和双棱镜系统的性质相当于相干光源 S_1 和 S_2，它们是虚光源。

由近似条件 $\theta \approx (n'-1)A$ 和 $\theta \approx (\frac{d}{2})\frac{1}{l}$ 得 $d = 2l\theta = 2l(n'-1)A$ (1)

按双棱镜的几何关系得 $2A+\alpha=\pi$

所以 $A=\frac{\pi-\alpha}{2}=14'$ (2)



题 1.18 图

肥皂膜插入前，相长干涉的条件为 $\frac{d}{r_0}y=j\lambda$ (3)

由于肥皂膜的插入，相长干涉的条件为 $\frac{d}{r_0}y'+(n-1)t=j\lambda$ (4)

由(3)和 (4)得 $t=\frac{d(y'-y)}{r_0(n-1)}=\frac{2l(n'-1)A(y'-y)}{r_0(n-1)}$

代入数据得 $t=4.94\times10^{-7}m$

19 将焦距为 50cm 的会聚透镜中央部分 C 切去（见题图），余下的 A、B 两部分仍旧粘起来，C 的宽度为 1cm。在对称轴线上距透镜 25cm 处置一点光源，发出波长为 692nm 的红宝石激光，在对称轴线上透镜的另一侧 50cm 处置一光屏，平面垂直于轴线。试求：

(1)干涉条纹的间距是多少?

(2)光屏上呈现的干涉图样是怎样的?

解：

(1) 透镜由 A、B 两部分粘合而成，这两部分的主轴都不在该光学系统的中心轴线上，A 部分的主轴在中心线上 0.5cm 处，B 部分的主轴在中心线下 0.5cm 处，由于单色点光源 P 经凸透镜 A 和 B 所成的像是对称的，故仅需考虑 P 经 B 的成像位置即可。

题 1.19 图

由 $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$ 得 $s'=-50cm$

由因为 $\beta=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$ 所以 $y'=\frac{s'y}{s}=1cm$

即所成的虚像在 B 的主轴下方 1cm 处，也就是在光学系统对称轴下方 0.5cm 处，同理，单色光源经 A 所成的虚像在光学系统对称轴上方 0.5cm 处，两虚像构成相干光源，它们之间的距离为 1cm，所以 $\Delta y=r_0\frac{\lambda}{d}=6.92\times10^{-3}cm$

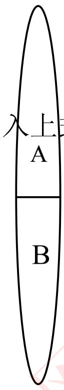
(2)光屏上呈现的干涉条纹是一簇双曲线。

20 将焦距为 5cm 的薄透镜 L 沿直线方向剖开（见题图）分成两部分 A 和 B，并将 A 部分沿主轴右移至 2.5cm 处，这种类型的装置称为梅斯林对切透镜。若将波长为 632.8nm 的

点光源 P 置于主轴上离透镜 L_B 距离为 10cm 处，试分析：(1) 成像情况如何？(2)若在 L_B 右边 10.5cm 处置一光屏，则在光屏上观察到的干涉图样如何？

解：（1）如图（b）所示,该情况可以看作由两个挡掉一半的透镜 L_A 和 L_B 构成,其对称轴为 PO,但是主轴和光心却发生了平移.对于透镜 L_A,其光心移到 O_A 处,而主轴上移 0.01cm 到 O_AF_A;对于透镜 L_B,其光心移到 O_B 处,而主轴下移 0.01cm 到 O_BF_B.点光源 P 恰恰在透镜的对称轴上二倍焦距处.由于物距和透镜 L_A、L_B 的焦距都不变,故通过 L_A 、L_B 成像的像距也不变。根据物像公式

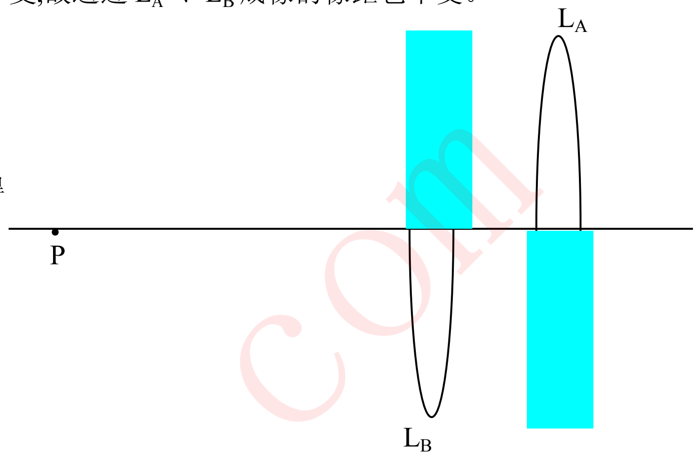
$$\frac{1}{p'}-\frac{1}{p}=\frac{1}{f'}$$



将 p=-10cm 和 f' =5cm 代入上式，得

p' =5cm

$\beta=\frac{y'}{y}=\frac{p'}{p}$=-1



故

y'=-0.01 cm

题 1.20 图

由于 P 点位于透镜 L_A 的光轴下方 0.01 cm,按透镜的成像规律可知,实像 P_A 应在透镜 L_A 主轴上方 0.01 cm 处;同理,P 点位于透镜 L_B 主轴上方 0.01 cm 处, 实像 P_B 应在主轴下方 0.01 cm 处.

两像点的距离为上方 0.01 cm 处.

P_AP_B=d=2|y'|+h

=0.04cm

(2)由于实像 P_A 和 P_B 构成了一对相干光源,而且相干光束在观察屏的区域上是相互交叠的,故两束光叠加后将发生光的干涉现象,屏上呈现干涉花样.按杨氏干涉规律,两相邻亮条纹的间距公式为

$$\Delta y=r_0\frac{\lambda}{d}$$

将数据代入得 Δy =1.582mm

21　如图所示，A 为平凸透镜，B 为平玻璃板，C 为金属柱，D 为框架，A、B 间有空隙，图中绘出的是接触的情况，而 A 固结在框架的边缘上。温度变化时，C 发生伸缩，而假设 A、B、D 都不发生伸缩。以波长 632.8nm 的激光垂直照射。试问：

(1)在反射光中观察时，看到牛顿环条纹移向中央，这表示金属柱 C 的长度在增加还是减小？

(2)若观察到有 10 个亮条纹移向中央而消失，试问 C 的长度变化了对少毫米？

解：（1）因为:在反射光中观察牛顿环的亮条纹，

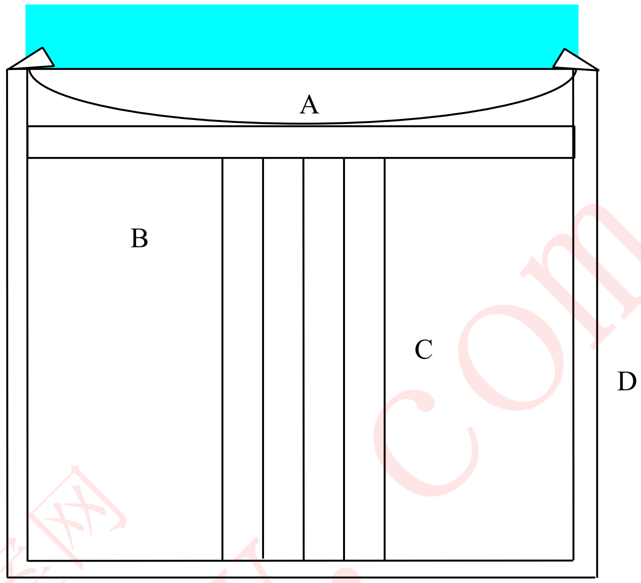
$$\delta=2h-\lambda/2=\frac{r^2}{R}-\frac{\lambda}{2}=j\lambda(j=1,2,3,...)$$

及干涉级 j 随着厚度 h 的增加而增大，即随着薄膜厚度的增加，任意一个指定的 j 级条纹将缩小

其半径，所以各条纹逐渐收缩而在中心处消失，
膜厚 h 增加就相当于金属的长度在缩短。
所以，看到牛顿环条纹移向中央时，表明 C 的长度在减少。

（2）由 $\Delta h = N\lambda/2 = (\Delta j)\lambda/2$

得 $\Delta h = 3164nm$.



题 1.21 图

第二章 光的衍射

1. 单色平面光照射到一小圆孔上，将其波面分成半波带。求第 κ 个带的半径。若极点到观察点的距离 r_0 为 1m，单色光波长为 450nm，求此时第一半波带的半径。

解：$r_k^2 = \rho_k^2 + r_0^2$ 而 $r^k = r_0 + k\dfrac{\lambda}{2}$

$$r_k - r_0 = \frac{k\lambda}{2} \qquad \sqrt{\rho_k^2 + r_0^2} - r_0 = \frac{k\lambda}{2}$$

将上式两边平方，得

$$\rho_k^2 + r_0^2 = r_0^2 + kr_0\lambda + \frac{k^2\lambda^2}{4}$$

略去 $k^2\lambda^2$ 项，则 $\rho_k = \sqrt{kr_0\lambda}$

将 $k = 1, r_0 = 100\text{cm}, \lambda = 4500 \times 10^{-8}\text{cm}$ 带入上式，得

$$\rho = 0.067\text{cm}$$

2. 平行单色光从左向右垂直射到一个有圆形小孔的屏上，设此孔可以像照相机光圈那样改变大小。问：（1）小孔半径满足什么条件时，才能使得此小孔右侧轴线上距小空孔中心 4m 的 P 点的光强分别得到极大值和极小值；（2）P 点最亮时，小孔直径应为多大？设此时的波长为 500nm。

解：（1）根据上题结论 $\rho_k = \sqrt{kr_0\rho}$

将 $r_0 = 400\text{cm}, \lambda = 5 \times 10^{-5}\text{cm}$ 代入，得

$$\rho_k = \sqrt{400 \times 5 \times 10^{-5} k} = 0.1414\sqrt{k}\text{cm}$$

当 k 为奇数时，P 点为极大值；

k 为偶数时，P 点为极小值。

（2）P 点最亮时，小孔的直径为

$$2\rho_1 = 2\sqrt{r_0\lambda} = 0.2828\text{cm}$$

3. 波长为 500nm 的单色点光源离光阑 1m，光阑上有一个内外半径分别为 0.5mm 和 1mm 的透光圆环，接收点 P 离光阑 1m，求 P 点的光强 I 与没有光阑时的光强度 I_0 之比。

解：根据题意 $R = 1\text{m}$ $r_0 = 1\text{m}$ $\text{R}_{\text{hk}_1} = 0.5\text{mm}$ $\text{R}_{\text{hk}_2} = 1\text{mm}$ $\lambda = 500\text{nm}$

有光阑时，由公式 $k = \dfrac{R_h^2(R + r_0)}{\lambda r_0 R} = \dfrac{R_h^2}{\lambda}\left(\dfrac{1}{r_0} + \dfrac{1}{R}\right)$

得

$$k_1=\frac{R_{hk1}^2}{\lambda}\left(\frac{1}{r_0}+\frac{1}{R}\right)=\frac{0.5^2}{500\times10^{-6}}\left(\frac{1}{1000}+\frac{1}{1000}\right)=1$$

$$k_2=\frac{R_{hk2}^2}{\lambda}\left(\frac{1}{r_0}+\frac{1}{R}\right)=\frac{1^2}{500\times10^{-6}}\left(\frac{1}{1000}+\frac{1}{1000}\right)=4$$

按圆孔里面套一个小圆屏幕

$$a_p=\left[\frac{1}{2}(a_1+a_3)-\frac{1}{2}a_1+\frac{1}{2}a_2\right]=\frac{1}{2}a_2+\frac{1}{2}a_3=a_1$$

没有光阑时

$$a_0=\frac{a_1}{2}$$

所以

$$\frac{I}{I_0}=\left(\frac{a_p}{a_0}\right)^2=\left(\frac{a_1}{a_1/2}\right)^2=4$$

4．波长为 632.8nm 的平行光射向直径为 2.76mm 的圆孔，与孔相距 1m 处放一屏。试问：（1）屏上正对圆孔中心的 P 点是亮点还是暗点？（2）要使 P 点变成与（1）相反的情况，至少要把屏幕分别向前或向后移动多少？

解：（1）P 点的亮暗取决于圆孔中包含的波代数是奇数还是偶数. 当平行光如射时,

波带数为

$$k=\frac{\rho^2}{\lambda r_0}=\frac{\left(d/2\right)^2}{\lambda r_0}=\frac{1.38^2}{632.8\times10^{-6}\times10^3}=3$$

故 P 点为亮点.

(2) 当 P 点向前移向圆孔时, 相应的波带数增加; 波带数增大到 4 时, P 点变成暗点, 此时, P 点至圆孔的距离为

$$r_0=\frac{\rho^2}{k\lambda}=\frac{1.38^2}{4\times632.8\times10^{-6}}\text{mm}=750\text{mm}$$

则 P 点移动的距离为

$$\Delta r=r_0-r'=100\text{cm}-75\text{cm}=25\text{cm}$$

当 P 点向后移离圆孔时, 波带数减少, 减少为 2 时, P 点也变成暗点。

与此对应的 P 到圆孔的距离为

$$r_0' = \frac{\rho^2}{k\lambda} = \frac{1.38^2}{2\times 632.8\times 10^{-6}}\text{mm} = 1500\text{mm}$$

则P点移动的距离为

$$\Delta r = r_0' - r_0 = 150\text{cm} - 100\text{cm} = 50\text{cm}$$

5 .一波带片由五个半波带组成.第一波带片为半径r_1的不透明圆盘,第二半波带是半径r_1至r_2的透明圆环,第三半波带是r_2至r_3的不透明圆环,第四半波带是r_3至r_4的透明圆环,第五半波带是r_4至无穷大的不透明区域,已知r_1:r_2:r_3:r_4=1:$\sqrt{2}:\sqrt{3}:\sqrt{4}$,用波长500nm的平行单色光照明,最亮的像点在距波带片1m的轴上.试求:(1) r_1; (2) 像点的光强; (3) 光强极大值出现在轴上哪些位置上.

解：因为5个半波带组成的半波带片上,$K_1 = 1,\ r_1$不透光;$K_2 = 2, r_1$至r_2透光;$K_3 = 3, r_2$至r_3不透光;$K_4 = 4, r_3$至r_4透光;$K_5 = 5, r_4$至无穷大不透光.

$r_1 : r_2 : r_3 : r_r = 1:\sqrt{2}:\sqrt{3}:\sqrt{4}$ 单色平行光$\lambda = 500\text{nm}$ $R_0 = \infty$

第一条最亮的像点在$r_0 = 1\text{m} = 1000\text{mm}$的轴上,即$f_1' = r_0 = 10^3\text{mm}$

(1) $$f' = r_0 = \frac{R_h^2}{k\lambda} = \frac{r_1^2}{1\times\lambda}$$

$$\therefore r_1 = \sqrt{r_0 k\lambda} = \sqrt{10^3\times 1\times 500\times 10^{-6}} = \sqrt{0.5} = 0.707$$

(2) 像点的光强:$I_P = A_P^2 = (a_2 + a_4)^2 = 4a^2$ 所以$I_p = 4a^2 = 16I_0$

(3) 光强极大值出现在轴的位置是(即$\frac{f'}{3},\frac{f'}{5},\frac{f'}{7}\cdots$)

$$\because f_1' = r = 1\text{m} = 10^3\text{mm}$$

$$\therefore f_2' = \frac{f_1'}{3} = \frac{1}{3}\text{m} \quad f_3' = \frac{f_1'}{5} = \frac{1}{5}\text{m} \quad f_5' = \frac{f_1'}{7} = \frac{1}{7}\text{m} \quad \cdots\cdots$$

6. 波长为λ的点光源经波带片成一个像点,该波带片有100个透明奇数半波带(1,3,5,……)。另外100个不透明偶数半波带.比较用波带片和换上同样焦距和口径的透镜时该像点的强度比I:I_0.

解: 100个奇数半波带通光总振幅$A_{100} = \sum_1^{100} a = 100a$ $I = (100a)^2$

同样焦距和口径的透镜可划分为200个半波带通光

总振幅为 $A_{200}=\sum_{1}^{199}a_1+\sum_{2}^{200}a_1=200a$ $I_0=(200a)^2=4(100a)^2$

$$\therefore \frac{I}{I_0}=\frac{(100a)^2}{4\times(100a)^2}=\frac{1}{4}$$

7. 平面光的波长为480nm,垂直照射到宽度为0.4mm的狭缝上,会聚透镜的焦距为60cm.分别计算当缝的两边到P点的相位为π/2和π/6时,P点离焦点的距离.

解：设P点离焦点的距离为y，透镜的焦距为f'。缝宽为b，则位相差和光程差的关系式为

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\delta=\frac{2\pi}{\lambda}b\sin\theta\approx\frac{2\pi}{\lambda}b\tan\theta=\frac{2\pi}{\lambda}b\frac{y}{f'}$$

故 $$y=\frac{\lambda f'}{2\pi b}\Delta\varphi$$

当缝的两边到P点的位相差为$\frac{\pi}{2}$时，P点离焦点的距离为

$$y=\frac{\lambda f'}{2\pi b}\Delta\varphi=\frac{4.8\times10^{-4}\times600}{2\pi\times0.4}\cdot\frac{\pi}{2}=0.18\text{mm}$$

当缝的两边到P点的位相差为$\frac{\pi}{6}$时，P点离焦点的距离为

$$y'=\frac{\lambda f'}{2\pi b}\Delta\varphi'=\frac{4.8\times10^{-4}\times600}{2\pi\times0.4}\cdot\frac{\pi}{6}=0.06\text{mm}$$

8. 白光形成的单缝衍射图样中,其中某一波长的第三个次最大值与波长为600nm的光波的第二个次最大值重合.求该光波的波长.

解：由单缝衍射次最大值的位置公式可知

$$b\sin\theta=\left(k_0+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

得 $$b\sin\theta=\left(3+\frac{1}{2}\right)\lambda'=\left(2+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

所以 $$\lambda'=\frac{5}{7}\lambda=428.6\ \text{nm}$$

所以该光为紫色光.

9. 波长为546.1nm的平行光垂直地射在1mm宽的缝上,若将焦距为100cm的透镜紧贴于缝的后面,并使光焦距到屏上,问衍射图样的中央到(1)第一最小值;(2)第一最大值;(3)第三最小值的距离分别为多少?

解: 根据单缝衍射图样的最小值位置的公式可知:

$$b\sin\theta \approx b\tan\theta = b\frac{y}{f'} = k\lambda$$

得第一、第三最小值的位置分别为

$$y_1 = \frac{f'}{b}\lambda = \frac{1000}{1}\times 5.461\times 10^{-4} = 0.5461\text{mm}$$

$$y_3 = 3\frac{f'}{b}\lambda = 1.638\text{mm}$$

由单缝衍射的其它最大值（即次最大）位置的近似式

$$b\sin\theta_{k0} \approx b\frac{y}{f'} \approx \left(k_0 + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

得 $$y_{10} = \frac{3}{2}\times\frac{f'}{b}\lambda = \frac{3}{2}\times\frac{1000}{1}\times 5.461\times 10^{-4} = 0.819\text{mm}$$

10. 钠光通过宽 0.2mm 的狭缝后,投射到与缝相距 300cm 的照相底片上.所得的第一最小值与第二最小值间的距离为 0.885cm,问钠光的波长为多少?若改用 X 射线(λ =0.1nm)做此实验,问底片上这两个最小值之间的距离是多少?

解：如果近似按夫琅和费单缝衍射处理，则根据公式 $\sin\theta_k = \pm\frac{2k_0+1}{2}\frac{\lambda}{b}$

得第二最小值与第一最小值之间的距离近似地为

$$\Delta y = y_2 - y_1 \approx 2f'\frac{\lambda}{b} - f'\frac{\lambda}{b} = f'\frac{\lambda}{b}$$

那么 $$\lambda = \frac{\Delta y\cdot b}{f'} = \frac{0.02\times 0.885}{300}590\text{nm}$$

如果改用 $\lambda = 0.1nm$ 时

$$\Delta y = \frac{f'\lambda}{b} = \frac{300\times 0.1\times 10^{-9}}{0.02} = 1.5\times 10^{-6}\,\text{m}$$

12. 一束平行白光垂直入射在每毫米 50 条刻痕的光栅上，问第一级光谱的末端和第二光谱的始端的衍射角 θ 之差为多少？(设可见光中最短的紫光波长为 400nm，最长的红光波长为 760nm)

解：由光栅方程 $d\sin\theta = j\lambda$ 得

$$\sin\theta_1 = \frac{\lambda_{红}}{d} = \frac{7.6\times 10^{-4}}{0.02} = 3.8\times 10^{-2}$$

所以 $$\theta_1 = 2.18°$$

$$\sin\theta_2 = 2\frac{\lambda_{紫}}{d} = 2\frac{4.0\times10^{-4}}{0.02} = 4.0\times10^{-2}$$

所以 $\theta_2 = 2.29°$

式中 $d = \dfrac{1}{50} = 0.02\text{mm}$

所以 $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 2.29° - 2.18° = 6'36'' = 2\times10^{-3}\,\text{rad}$

13. 用可见光(760～400nm)照射光栅是，一级光谱和二级光谱是否重叠？二级和三级怎样？若重叠，则重叠范围是多少？

解：根据光栅方程

$$d\sin\theta = j\lambda$$

得 $j=1$, $\sin\theta_1 = \dfrac{\lambda_{红}}{d} = \dfrac{760\text{nm}}{d}$

$j=2$, $\sin\theta_2 = 2\dfrac{\lambda_{紫}}{d} = \dfrac{800\text{nm}}{d}$

因为 $\theta_2 > \theta_1$ 所以 一级和二级不重叠.

而 $j=2$, $\sin\theta_2 = 2\dfrac{\lambda_{红}}{d} = \dfrac{1520\text{nm}}{d}$

$j=3$, $\sin\theta_3 = 3\dfrac{\lambda_{紫}}{d} = \dfrac{1200\text{nm}}{d}$

因为 $\theta_3 < \theta_2$ 所以二级和三级光谱部分交迭.

设第 3 级紫光和第 2 级波长的光重合

则 $2\dfrac{\lambda_1}{d} = 3\dfrac{\lambda_{紫}}{d}$

所以 $\lambda_1 = \dfrac{3}{2}\lambda_{紫} = \dfrac{3}{2}\times400 = 600\text{nm}$

设第 2 级红光和第 3 级波长为 λ_2 的光重合

则 $3\dfrac{\lambda_2}{d} = 2\dfrac{\lambda_{红}}{d}$

所以 $\lambda_2 = \frac{2}{3}\lambda_{红} = \frac{2}{3}\times 760 = 506.7\text{nm}$

综上,一级光谱与二级光谱不重叠;二级光谱的 $600 \sim 700\text{nm}$ 与三级光谱的 $400 \sim 506.7\text{nm}$ 重叠.

14. 用波长为 589nm 的单色光照射一衍射光栅，其光谱的中央最大值和第二十级主最大值之间的衍射角为 15°10'，求该光栅 1cm 内的缝数是多少？

解：$\because d\sin\theta = j\lambda (j = 0,1,2,\cdots 12)$

$$\therefore \frac{1}{d} = \frac{\sin\theta}{j\lambda} \approx \frac{\theta}{j\lambda} = \frac{15°10'}{180}\times\pi\times\frac{1}{2\times 589\times 10^{-7}} \approx 222(条/\text{cm})$$

15. 用每毫米内有 400 条刻痕的平面透射光栅观察波长为 589nm 的钠光谱。试问：(1) 光垂直入射时，最多能观察到几级光谱？(2)光以 $30°$ 角入射时,最多能观察到几级光谱?

解:(1) 根据光栅方程 $d\sin\theta = j\lambda$ 得 $j = \frac{d}{\lambda}\sin\theta$

可见 j 的最大值与 $\sin\theta = 1$ 的情况相对应($\sin\theta$ 真正等于 1 时,光就不能到达屏上).

根据已知条件 $d = \frac{1}{400}\text{mm} = \frac{1}{4000}\text{cm}$,并取 $\sin\theta = 1$, 则得

$$j = \frac{\frac{1}{4000}}{5890\times 10^{-8}} = 4.2$$ (此处 j 只能取整数,分数无实际意义)

即能得到最大为第四级的光谱线.

(2) 根据平行光倾斜入射时的光栅方程 $d(\sin\pm\sin\theta_0) = j\lambda(j = 0,\pm1,\pm2,\cdots)$,可得

$$j = \frac{d(\sin\theta + \sin\theta_0)}{\lambda}$$

同样,取 $\sin\theta = 1$, 得

$$j = \frac{\frac{1}{4000}\times(\sin 30° + 1)}{5890\times 10^{-8}} = 6.4$$

即能得到最大为第六级的光谱线.

16. 白光垂直照射到一个每毫米 250 条刻痕的透射光栅上，试问在衍射角为 30° 处会出现哪些波长的光？其颜色如何？

解：由题意可知 $\frac{1}{d}=250$条/毫米 $\theta=30^\circ$ $390\text{nm}<\lambda<760\text{nm}$

当$\lambda=760\text{nm}$时， 由公式$d\sin\theta=j\lambda$

得$j=\frac{d}{\lambda}\sin30^\circ=\frac{1}{250\times760\times10^{-6}\times2}=2.6$

当$\lambda=390\text{nm}$时， $j=\frac{d}{\lambda}\sin30^\circ=\frac{1}{250\times390\times10^{-6}\times2}=5.1$

所以 $2.6<j<5.1$ 这里j可取 3, 4, 5

当$j=3$时 $\lambda=\frac{d\sin\theta}{j}=\frac{1}{3\times250\times10^{-6}\times2}=667\text{nm}$ (为红色)

当$j=4$时 $\lambda=\frac{d\sin\theta}{j}=\frac{1}{4\times250\times10^{-6}\times2}=500\text{nm}$ (为绿色)

当$j=5$时 $\lambda=\frac{d\sin\theta}{j}=\frac{1}{5\times250\times10^{-6}\times2}=400\text{nm}$ (为紫色)

17. 用波长为 624nm 的单色光照射一光栅，已知该光栅的缝宽 b 为 0.012mm，不透明部分的宽度 a 为 0.029mm，缝数 N 为 10^3 条。求：(1)单缝衍射图样的中央角宽度；(2)单缝衍射图样中央宽度内能看到多少级光谱？(3)谱线的半宽度为多少？

解：（1）单缝衍射图样的中央角宽度

$$\Delta\theta=2\theta_1=\frac{2\lambda}{b}=\frac{2\times6.240\times10^{-5}}{1.2\times10^{-3}}=10.4\times10^{-2}\text{rad}$$

(2) 单缝衍射图样包络下的范围内共有光谱级数由下列式子确定

$$\frac{d}{b}=\frac{0.041}{0.012}=3.42$$

式中d为光栅的光栅常数.

所以看到的级数为 3.

(3) 谱线的半角宽度的公式为: $\Delta\theta=\frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$

令 $\cos\theta\approx1$(即$\theta\approx0$)

$$\Delta\theta=\frac{\lambda}{Nd}=\frac{6.24\times10^{-5}}{10^3\times0.0041}=1.52\times10^{-5}\text{rad}$$

18. NaCl 的晶体结构是简单的立方点阵，其分子量 M=58.5，密度ρ=2.17g/cm³，(1)试证明相邻两离子间的平均距离为

$$\sqrt[3]{\frac{M}{2N_A\rho}} = 0.2819 \ \text{nm}$$

式中 $N_A=6.02\times10^{23}$/mol 为阿伏加德罗常数；（2）用 X 射线照射晶面时，第二级光谱的最大值在掠射角为 1° 的方向上出现.试计算该 X 射线的波长.

解: (1) 晶胞的棱边为 d,那么亮离子间的平均距离d_0为$\frac{d}{2}$。现先计算晶胞的棱边长 d,由于每个晶胞包含四个 NaCl 分子,那么密度ρ为

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{4m_{NaCl}}{d^3}$$

这里,NaCl 分子的质量由下式给出

$$m_{NaCl} = \frac{M}{N}$$

所以晶胞的棱边由上面两式联立解得

$$d = \left(\frac{4M}{N\rho}\right)^{\frac{1}{3}}$$

那么相邻两离子间的平均距离 d_0 为

$$d_0 = \frac{d}{2} = \sqrt[3]{\frac{M}{2N\rho}} = \sqrt[3]{\frac{58.5}{2\times6.02\times10^{23}\times2.17}} = 0.2819\text{nm}$$ 时

(2) 根据布喇格方程 $2d_0\sin\alpha_0 = j\lambda$ 在 $j=2$ 时

$$\lambda = \frac{2d_0\sin\alpha_0}{2} = 2.819\sin1^\circ = 0.0049\text{nm}$$

19 波长为 0.00147nm 的平行 X 射线射在晶体界面上，晶体原子层的间距为 0.28nm 问光线与界面成什么角度时，能观察到二级光谱。

解：$\because$ $2d\sin\alpha_0 = j\lambda$

$$\therefore \sin\alpha_0 = \frac{j\lambda}{2d} = \frac{2\times0.0147\times10^{-10}}{2\times0.28\times10^{-9}} = 0.00525$$

$$\alpha_0 \approx 0.3^\circ = 18'$$

光线与界面成 18′ 的角度时，能观察到二级光谱。

20 如图所示有三条彼此平行的狭缝，宽度均为 b，缝距分别为 d 和 2d，试用振幅矢量叠加法证明正入射时，夫琅禾费衍射强度公式为：

$$I_\theta = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2}[3+2(\cos 2v+\cos 4v+\cos 6v)] \quad \text{式中} \quad u=\frac{\pi b\sin\theta}{\lambda}, v=\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}$$

证明：设单缝衍射的振幅为 a_θ,三缝衍射的总振幅为 A_θ，则

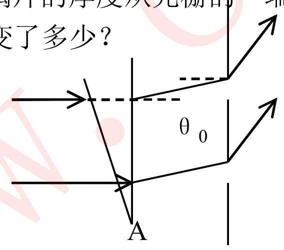
$A_{\theta x} = a_\theta$（$1+\cos\Delta\Phi+\cos 3\Delta\varphi$）

$A_{\theta y} = a_\theta$（$1+\sin\Delta\Phi+\sin 3\Delta\varphi$），

$I_\theta = A_\theta^2 = A_{\theta x}^2 + A_{\theta y}^2 = a_\theta^{\ 2}$ [（$1+\cos\Delta\Phi+\cos 3\Delta\varphi$）^{2}+（$1+\sin\Delta\Phi+\sin 3\Delta\varphi$）^{2}]

$= a_\theta^{\ 2}$ [3+2 ($\cos\Delta\Phi+\cos 2\Delta\Phi+\cos 3\Delta\varphi$)]

21 一宽度为 2cm 的衍射光栅上刻有 12000 条刻痕。如图所示，以波长 $\lambda=500nm$ 的单色光垂直投射，将折射率为 1.5 的劈状玻璃片置于光栅前方，玻璃片的厚度从光栅的一端到另一端由 1mm 均匀变薄到 0.5mm，试问第一辑主最大方向的改变了多少？



21 题图

解：首先求玻璃片的顶角 A, $\tan A \approx \frac{1-0.5}{20} = 0.025$

$\therefore A = 0.025rad = 1.43^\circ$

单色平行光经劈后的偏向角为 $\theta_0 = (n-1)A = 0.0125rad$

故玻片未加前的光栅方程为 $d\sin\theta = j\lambda$ ，

$j=\pm1$ 时，$\sin\theta = \pm\frac{\lambda}{d}$，

将 $\lambda = 500nm, d=\frac{1}{6}\times10^4 nm$ 代入上式，得 $\theta = \arcsin(\pm\frac{\lambda}{d}) = \pm17.46^\circ$

玻片加入后的光栅方程为 $d(\sin\theta'+\sin\theta_0) = \pm\lambda$

代入数据得：$\sin\theta' \approx 0.2875$ 或 $\sin\theta' \approx -0.3125$

即 $\theta' = 16.71^\circ$ 或 $\theta' = -18.21^\circ$

那么，第一级最大的方向改变为 $\Delta\theta = \theta' - \theta = \pm 45'$

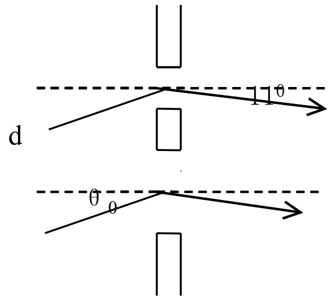
22 一平行单色光投射于衍射光栅上，其方向与光栅的法线成 θ_0 角，在和法线成 11° 和 53° 的方向上出现第一级谱线，且位于法线的两侧。

（1） 试求入射角 θ_0；

（2） 试问为什么在法线两侧能观察到一级谱线，而在法线同侧则能观察到二级谱线？

解：（1）如图(a)所示，若入射方向与衍射方向处于法线的同侧，根据光程差的计算，

光栅方程为 $d(\sin\theta+\sin\theta_0)=\lambda$ (1)



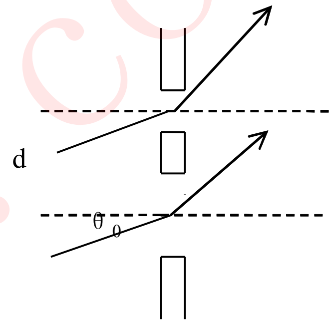
(a)

如图(b)所示，若入射方向与衍射方向处于法线的两侧，根据光程差的计算，

光栅方程为：$d\sin\theta'-\sin\theta_0=\lambda$ (2)

(1)- (2)，得 $\sin\theta_0=\frac{1}{2}(\sin\theta'-\sin\theta)$ (3)

将 $\theta=11^\circ,\theta'=53^\circ$ 代入(3)得 $\theta_0=17.7^\circ$



(b)

（2）当位于法线两侧时，满足 $\sin\theta=\sin\theta_0+j\frac{\lambda}{d}$

一级谱线：$\sin 53^\circ=\sin 17.7^\circ+\frac{\lambda}{d}$ 故 $\frac{\lambda}{d}=\sin 53^\circ-\sin 17.7^\circ$ (4)

二级谱线：$\sin\theta=\sin\theta_0+2\frac{\lambda}{d}$ (5)

将(4)代入(5)得 $\sin\theta=\sin\theta_0+2(\sin\theta'-\sin\theta_0)=1.29>1$

故当位于法线两侧时，第二级谱线无法观察到。

当位于法线同侧时，满足 $d\sin\theta=j\lambda-d\sin\theta_0$，

$j=2\text{时},\sin\theta=2\frac{\lambda}{d}-\sin\theta_0$ （6）

将(4)代入（6）得 $\sin\theta=0.6855<1$ 故位于法线同侧时，第二级谱线也可观察到。

23 波长为 600nm 的单色光正入射到一透射光栅上，有两个相邻的主最大分别出现在 $\sin\theta_1=0.2$ 和 $\sin\theta_2=0.3$ 处，第四级为缺级。

（1）试求光栅常量；

（2）试求光栅的缝可能的最小宽度；

（3）在确定了光栅常量与缝宽之后，试列出在光屏上世纪呈现的全部级数。

解：(1)光栅方程为 $d\sin\theta_1=j\lambda\quad d\sin\theta_2=(j+1)\lambda$

故 $\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{j+1}{j}=\frac{0.3}{0.2}$，$j=2$

故 $d=\frac{j\lambda}{\sin\theta}=\frac{2\times600}{0.2}=6000nm=6\times10^{-3}mm$

即光栅常量为 $6\times10^{-3}mm$

(2) 由第四级缺级，得 $b=\frac{d}{4}=1.5\times10^{-3}mm$

即光栅上缝的最小宽度为 $1.5\times10^{-3}mm$

(3) $\sin\theta=\sin\frac{\pi}{2}$ 故最大的级次为 $j=10$

故其时最多观察到 $j=\pm9,$ 又考虑到缺级 $\pm4,\pm8$，所以能呈现的全部级次为 $j=0,\pm1,\pm2,\pm3\pm5,\pm6,\pm7,\pm9$

第三章 几何光学的基本原理

1．证明反射定律符合费马原理。

证明：费马原理是光沿着光程为最小值、最大值或恒定值的路径传播。

$\int_A^B nds = \min.\max$ 或恒值，在介质 n 与 n' 的界面上，入射光 A 遵守反射定律 $i_1 = i_1'$，经 O 点到达 B 点，如果能证明从 A 点到 B 点的所有光程中 AOB 是最小光程，则说明反射定律符合费马原理。

设 C 点为介质分界面上除 O 点以外的其他任意一点，连接 ACB 并说明光程 Δ ACB>光程 Δ AOB

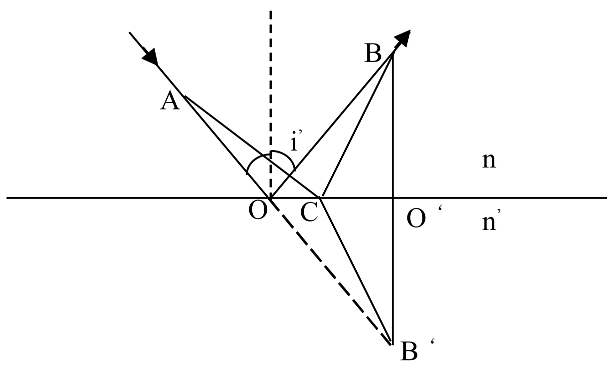
由于 Δ ACB 与 Δ AOB 在同一种介质里，所以比较两个光程的大小，实际上就是比较两个路程 ACB 与 AOB 的大小。

从 B 点到分界面的垂线，垂足为 o'，并延长 BO' 至 B′，使 $O'B' = O'B$，连接 OB'，根据几何关系知 $OB = OB'$，再结合 $i_1 = i_1'$，又可证明∠ $AOB' = 180$°，说明 AOB' 三点在一直线上，AOB' 与 AC 和 CB' 组成Δ ACB'，其中 $AOB' \langle AC + CB'$。

又 $\because AOB' = AO + OB' = AO + OB = AOB, CB' = CB$

$\therefore AOB \langle AC + CB = ACB$

即符合反射定律的光程 $\overline{AOB}$ 是从 A 点到 B 点的所有光程中的极小值，说明反射定律符合费马原理。



2、根据费马原理可以导出在近轴光线条件下，从物点发出并会聚到像点的所有光线的光程都相等.由此导出薄透镜的物象公式。

证明：由 QBA～FBA 得：OF\AQ=BO\BQ=f\s

同理，得 OA\BA=f'\s'，BO\BA=f\s

由费马定理：NQA+NQA'=NQQ'

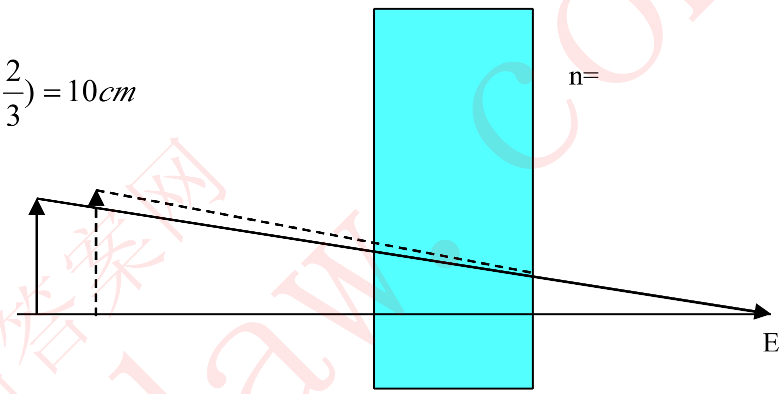
结合以上各式得：(OA+OB)\BA=1 得证

3.眼睛 E 和物体 PQ 之间有一块折射率为 1.5 的玻璃平板(见题 3.3 图),平板的厚度 d 为 30cm.求物 PQ 的像　与物体 PQ 之间的距离　为多少?

解：.由题意知光线经两次折射后发生的轴向位移为：

，即像与物的距离为

$$pp' = d(1-\frac{1}{n}) = 30(1-\frac{2}{3}) = 10cm$$



题3.3图

4．玻璃棱镜的折射棱角 A 为 60 度,对某一波长的光其折射率为 1.6.计算(1)最小偏向角;(2)此时的入射角;(3)能使光线从 A 角两侧透过棱镜的最小入射角.

解：由最小偏向角定义得 n=sin$\frac{\theta_0 + A}{2}$/sin$\frac{A}{2}$，得θ_0=46°16′

由几何关系知，此时的入射角为:i=$\frac{\theta_0 + A}{2}$=53°8′

当在 C 处正好发生全反射时：i_2'= $\sin^{-1}\frac{1}{1.6}$=38°41′，i_2=A- i_2'=21°19′

∴ i_1= $\sin^{-1}$(1.6sin21°19′)= 35°34′

∴ i_{min}=35°34′

5．图示一种恒偏向棱角镜,它相当于一个 30 度-60-90 度棱镜与一个 45 度-45 度度棱镜按图示方式组合在一起.白光沿 i 方向入射，我们旋转这个棱镜来改变θ_1，从而使任意一种波长的光可以依次循着图示的路径传播，出射光线为 r.求证：如果$\sin\theta_1 = \frac{n}{2}$则$\theta_2 = \theta_1$，且光束 i 与 r 垂直（这就是恒偏向棱镜名字的由来）.

解：∵ $\sin\theta_1 = n\sin i_1$

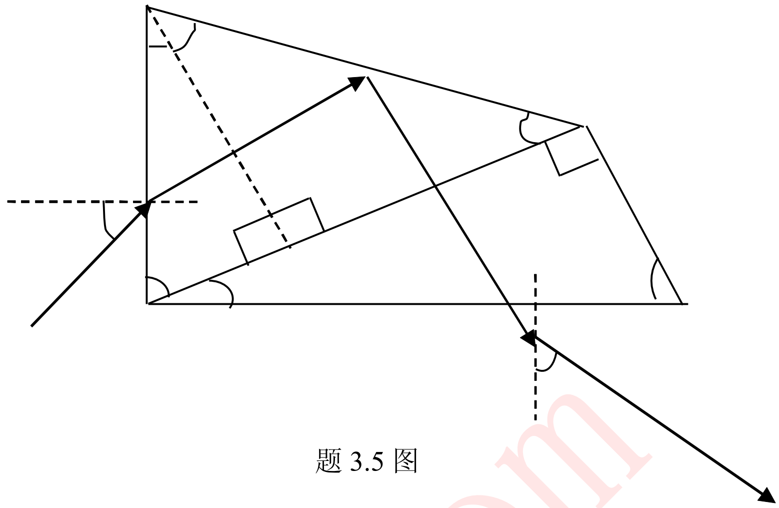
若$\sin\theta_1 = \frac{n}{2}$，则 $\sin i_1 = \frac{1}{2}$，$i_1=30^\circ$

则 $i_2=30^\circ$，而$\sin\theta_2 = n\sin i_2$

$\therefore\ \theta_1 = \theta_2$

$\because\ \theta_1 + \alpha_1 = 90^\circ$， 而$\theta_1 = \theta_2$

$\therefore\ \theta_2 + \alpha_1 = 90^\circ$， $\therefore\ \gamma \perp i$ 得证。



题 3.5 图

6．高 5 cm 的物体距凹面镜的焦距顶点 12cm，凹面镜的焦距是 1 0 cm,求像的位置及高度,并作光路图.

解：$\because\ f' = -10cm, s = -12cm$ 又$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f'}$

$\therefore\ -\frac{1}{12}+\frac{1}{s'}=-\frac{1}{10}$，即$s' = -60cm$，

$\beta = -\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$ $\therefore\ y' = -\frac{ys'}{s}$ =-25cm

即像在镜前 60cm 处，像高为 25cm

7． 一个 5 cm 高的物体放在球面镜前 1 0 cm 处成 1cm 高的虚像．求（ 1 ）此像的曲率半径；（ 2 ）此镜是凸面镜还是凹面镜？

解：由题知物体在球面镜前成虚象，则其为反射延长线的交点，

$\because\ \beta = \frac{y}{y'} = -\frac{s'}{s}$

$\therefore\ s' = -\frac{y's}{y} = 2cm$， 又$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{r}$， $\therefore\ r = 5cm \rangle 0$ ，所以此镜为凸面镜。

8．某观察者通过一块薄玻璃板去看凸面镜中他自己的像．他移动着玻璃板，使得在玻璃板中与在凸面镜中所看到的他眼睛的像重合在一起，若凸面镜的焦距为 1 0 cm ,眼睛距凸面镜顶点的距离灵 40cm,问玻璃板观察者眼睛的距离为多少?

解：根据题意，由凸面镜成像公式得：$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'}-\frac{1}{40}=\frac{1}{10} \Rightarrow s' = 8cm$

$\therefore$凸透镜物点与像点的距离 $d = s + s' = 48cm$， 则玻璃距观察者的距离为 $\frac{d}{2} = 24cm$。

9.物体位于凹面镜轴线上焦点之外,在焦点与凹面镜之间放一个与轴线垂直的两表面互相平行的玻璃板,其厚度为 d1,折射率为 n.试证明:放入该玻璃板后使像移动的距离与把凹面镜向物体移动 d(n-1)/n 的一段距离的效果相同。

解：证明：将玻璃板置于凹面镜与焦点之间，玻璃折射成像，由三题结果得ｄ^0＝ｄ（１－１＼ｎ），即题中所求。

10.欲使由无穷远发出的近轴光线通过透明球体并成像在右半球面的顶点处,问这透明球体的折射率为多少?

解：设球面半径为 r，物距和相距分别为 s 和 s',由物像公式: $\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{r}$

S=∞, s'=2r,n=1,得 n'=2

11.有一折射率为 1.5,半径为 4cm 的玻璃球,物体在距球表面 6cm 处,求(1)物所在的像到球心之间的距离;(2)像的横向放大率.

解：$\because \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{r}, n' = 1.5, n = 1, r = 4cm$ 的玻璃球。

对第一个球面，$s = -6cm$

$$\therefore \frac{1.5}{s'} - \frac{1}{-6} = \frac{1.5-1}{4}, \quad \therefore s' = -36cm$$

对第二个球面 $s_2 = -36 - 8 = -44cm$

$$\therefore \frac{1}{s_2'} - \frac{1.5}{-44} = \frac{1-1.5}{-4} \qquad \therefore s_2' = 11$$

$\therefore$从物成的像到球心距离 $ol = s_2' + r = 15cm$

$$\beta=\beta_1\beta_2=\frac{ns'}{n's}=1.5$$

12.一个折射率为 1.53,直径为 20cm 的玻璃球内有两个小气泡.看上去一个恰好在球心,另一个从最近的方向看去,好像在表面与球心连线的中点.求两气泡的实际位置

解 ：由球面镜成像公式：$\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{r}$ ，当 s' =日时，s= r, 气泡在球心。

当 $s'=\frac{r}{2}$ 时，s=6.05cm ，气泡在距球心 3.95 cm 处。

13.直径为 1m 的球形鱼缸的中心处有一条小鱼,若玻璃缸壁的影响可忽略不计,求缸外观察者所看到的小鱼的表观位置和横向放大率.

解：由: $\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{r}$ ，又 s=r， ∴ s'=r=15cm, 即鱼在原处。

β = $\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}\frac{n}{n'}$=1.33

14.玻璃棒一端成半球形,其曲率半径为 2cm.将它水平地浸入折射率为 1.33 的水中,沿着棒的轴线离球面顶点 8cm 处的水中有一物体,利用计算和作图法求像的位置及横向放大率,并作光路图.

解: $\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{r}$　　$\frac{1.5}{s'}-\frac{1.33}{-8}=\frac{1.5-1.33}{2}$　　$\therefore s'=-18cm$

$$\beta=\frac{ns'}{n's}=\frac{1.33\times(-18)}{1.5\times(-8)}=2$$

$$\because \phi=\frac{n'-n}{r}$$

$$f'=\frac{n'r}{n'-n}=\frac{n'}{\phi}=\frac{1.5\times2}{1.5-1.33}=\frac{3}{0.17}=17.65cm$$

$$f=\frac{-nr}{n'-n}=-\frac{n}{\phi}=\frac{1.33\times2}{1.5-1.33}=\frac{2.66}{0.17}=-15.65cm$$

15.有两块玻璃薄透镜的两表面均各为凸球面及凹球面,其曲率半径为 10cm.一物点在主轴上距离 20cm 处,若物和镜均浸在水中,分别用作图法和计算法求像点的位置.设玻璃的折射率为 1.5,水的折射率为 1.33.

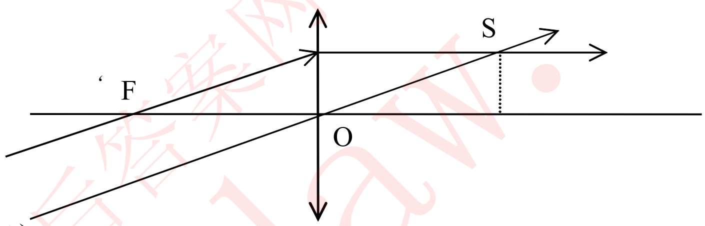
解:（!）对于凸透镜：由薄透镜焦距公式得：$f=-f'$ =-39.12 ,

由透镜成像公式：$\frac{f'}{s'}+\frac{f}{s}=1$ ，s=20cm, 得 s' =-40.92

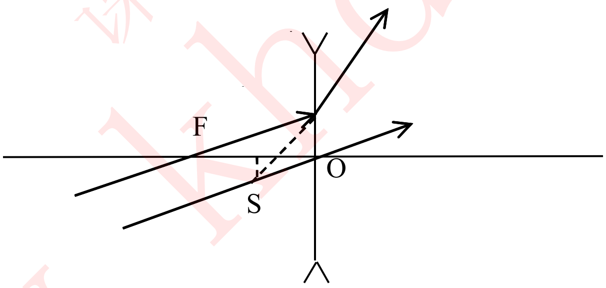
（2）对于凹透镜：由薄透镜焦距公式得: f= - f'=39.12

由透镜成像公式：$\frac{f'}{s'}+\frac{f}{s}=1$ ，s=20cm, 得 s' =-13.2

（3）作图：



（1）



（2）

16.一凸透镜在空气中的焦距为 40cm,在水中时焦距为 136.8cm,问此透镜的折射率为多少(水的折射率为 1.33)?若将此透镜置于 CS_2 中(CS_2 的折射率为 1.62),其焦距又为多少?

解：由题意知凸透镜的焦距为：$f=-n_1\Big/\left(\frac{n-n_1}{r_1}+\frac{n_2-n}{r_2}\right)$

又∵在同一介质中 $n_1=n_2$， $f=-f'$ 设 $n_1=n_2=n'$

$\therefore \frac{1}{f'}=-(\frac{n}{n'}-1)(\frac{1}{n}-\frac{1}{r_2})$ 因为对同一凸透镜而言 $\frac{1}{n}-\frac{1}{r_2}$ 是一常数，

设 $\frac{1}{f'}==-(\frac{n}{n'}-1)t$，当在空气中时 $n_1'=1, f_1=40$，在水中时 $n_2'=1.33, f_2=136.8$

$\therefore \frac{1}{40}=(\frac{n}{1}-1)t$，$\frac{1}{136.8}=-(\frac{n}{1.33}-1)t$ 两式相比，可 n=1.54，将其代入上式得

$t=0.0463$ $\therefore$ 在 CS_2 中即 $n'=1.62$ 时，$\frac{1}{f'}=(\frac{1.54}{1.62}-1)\times 0.0463$，

得 $f'=-437.4cm$. 即透镜的折射率为 1.54，在 CS_2 中的焦距为−437.4cm

17.两片极薄的表玻璃,曲率半径分别为 20cm 和 25cm.将两片的边缘粘起来,形成内含空气的双凸透镜,把它置于水中,求其焦距为多少?

解：由薄透镜焦距公式：$f=-\,n_1\Big/(\frac{n-n_1}{r_1}+\frac{n_2-n}{r_2})$，

其中 $n=1, n_1=n_2=1.33, r_1=20cm, r_2=25cm$,得

$f=-f'$=-44.8cm

18.会聚透镜和发散透镜的焦距都是 1 0 cm,求(1)与主轴成 30 度的一束平行光入射到每个透镜上,像点在何处?(2)在每个透镜左方的焦平面上离主轴 1cm 处各置一发光点,成像在何处?作出光路图.

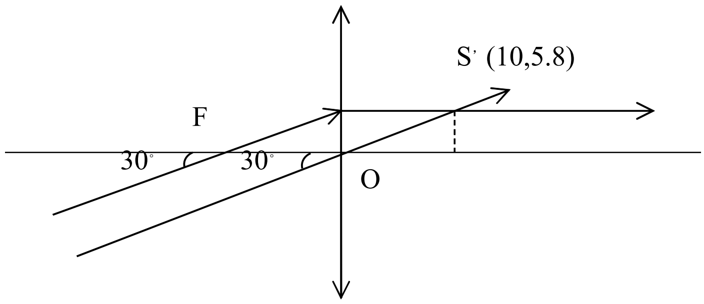
解：(1)由 $\frac{f'}{s'}+\frac{f}{s}=1$，$s=\infty$，对于会聚透镜：$s'_x$= f' =10cm，$s'_y=s'_x$tg30° =5.8cm 或者

$s'_y=s'_x$tg(-30°)=-5.8cm， 像点的坐标为(10,|5.8|) 同理，对于发散透镜：像点的坐标为(-10,|5.8|)

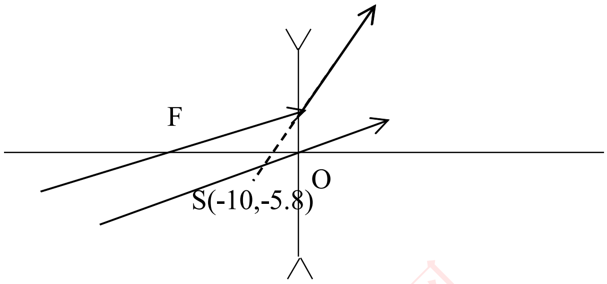
(2) 由 $\frac{f'}{s'}+\frac{f}{s}=1$，s =f，对于会聚透镜：$s'_x$= ∞，即经透镜后为一平行光束。

对于发散透镜：s'_x=-5cm，又 $\beta=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$，$y'=\frac{s'}{s}y$ =0.5cm，

考虑到物点的另一种放置，$y'=\frac{s'}{s}y$ =-0.5cm，像点的坐标为(-5,|0.5|)



（a）



(b)

18.会聚透镜和发散透镜的焦距都是１０cm,求(1)与主轴成 30 度的一束平行光入射到每个透镜上,像点在何处?(2)在每个透镜左方的焦平面上离主轴 1cm 处各置一发光点,成像在何处?作出光路图.

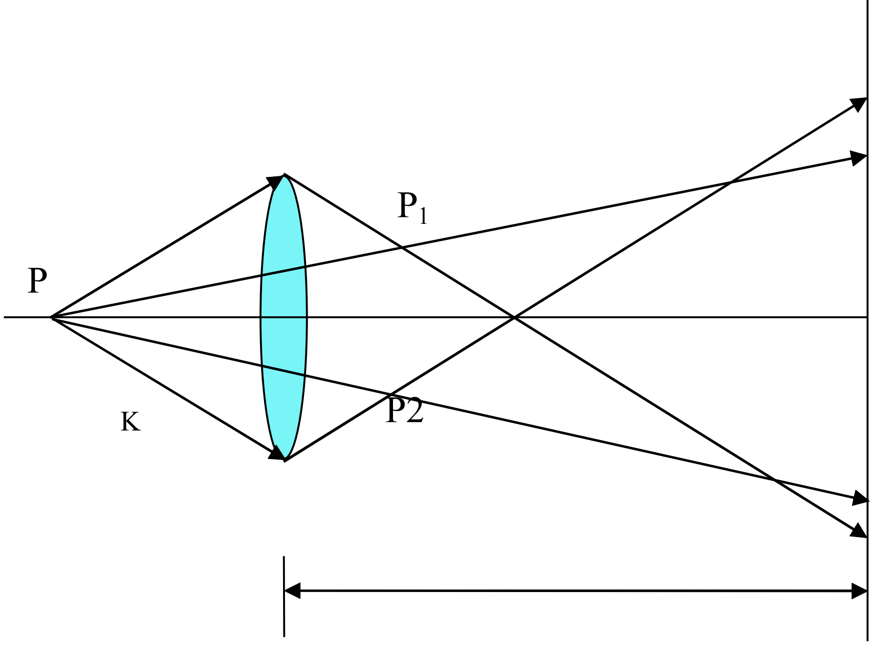
解：(1)由 ，s＝, 对于会聚透镜： x= =10cm, y= xtg30。=5.8cm 或者 y= xtg(-30。)=-5.8cm,像点的坐标为(10,|5.8|) 同理，对于发散透镜：像点的坐标为(-10,|5.8|)

(2) 由 ，s =f, 对于会聚透镜： x= ，即经透镜后为一平行光束。

对于发散透镜： x=-5cm，又 ， =0.5cm，

考虑到物点的另一种放置， =-0.5cm，像点的坐标为(-5,|0.5|)

20.比累对切透镜是把一块凸透镜沿直径方向剖开成两半组成,两半块透镜垂直光轴拉开一点距离,用挡光的光阑 K 挡住其间的空隙(见题 3.20 图),这时可在屏上观察到干涉条纹.已知点光源 P 与透镜相距 300cm ,透镜的焦距 f’=50cm,两半透镜拉开的距离 t=1mm,光屏与透镜相距 l=450cm.用波长为 632.8nm 的氦氖激光作为光源,求干涉条纹的间距.



题 3.20 图

解：分成两半透镜，对称轴仍是 PKO,P_1,P_2 构成两相干光源，相距为 d,

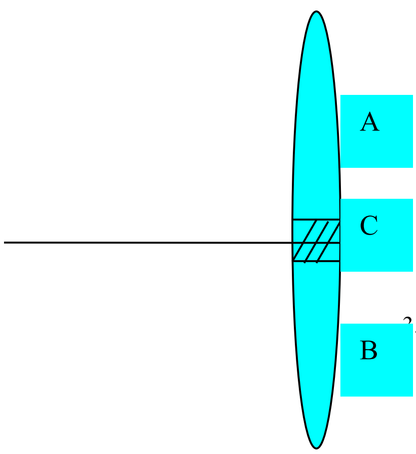
,$s'=f'$， s\(f'+s)=60cm, r_0=L-S'=390cm, 上半透镜相当于 L 的主轴与光心上移 0. 5mm,

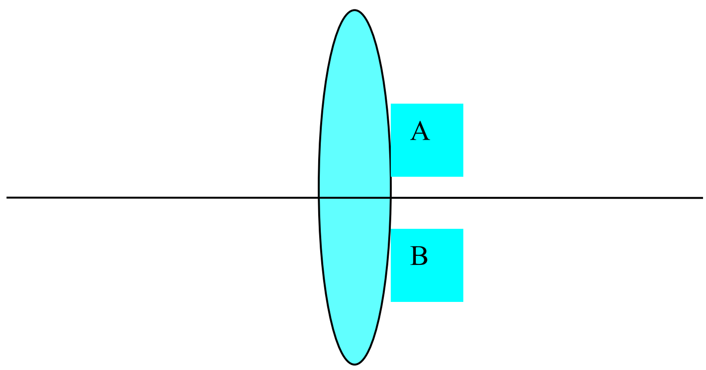
下半透镜相当于 L 的主轴与光心下移 0. 5mm, d=2y'+t=0. 12cm. $\Delta y = r_0\lambda$/d=2. 056mm.

21.把焦距为 10cm 的会聚透镜的中央部分 C 切去,C 的宽度为 1cm,把余下的两部分粘起来(题 3.21 图).如在其对称轴上距透镜 5cm 处置一点光源，试求像的位置.

解：该透镜是由 A、B 两部分胶合而成，这两部分的主轴都不在光源的中心轴线上，A 部分的主轴在系统中心线下方 0.5cm 处，B 部分的主轴系统中心线上方 0.5cm 处，

由透镜成像公式：$\frac{f'}{s'}+\frac{f}{s}=1$，经 A 成像得 s'=-10cm ，经 B 成像的 s'=-10cm，这两个像点在垂直于主轴的方向上的距离为 3cm.



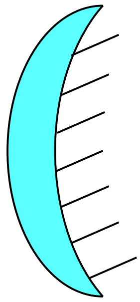


２２. 一折射率为 1.5 的薄透镜,其凸面的曲率半径为 5cm,凹面的曲率半径为 15cm,且镀上银(见题 3.22 图).试证明:当光从凸表面入射时,该透镜的作用相当于一个平面镜.(提示:物经过凸面折射,凸面反射和凹面再次折射后,s’=-s,b=1.)

解：经第一界面折射成像：

$\because \dfrac{n'}{s'}-\dfrac{n}{s}=\dfrac{n'-n}{r}$ 其中，n'=1.5，n=1, $r=r_1$=5cm, $s'=s'_1$

$\therefore \dfrac{1}{s'}=\dfrac{1}{1.5}+\dfrac{1}{1.5s}$



题 3.22 图

经第二界面（涂银面）反射成像：

$\because \dfrac{1}{s'}+\dfrac{1}{s}=\dfrac{2}{r}$，其中，$s'=s'_2$，$s=s'_1$，$r=r_1$=15cm

$\therefore \quad \dfrac{1}{s'_2}=\dfrac{2}{15}-\dfrac{1}{s'}$

再经第一界面折射成像：

$\dfrac{n'}{s'}-\dfrac{n}{s}=\dfrac{n'-n}{r}$，$n'$=1，$n$=1.5, $r=r_1$=5cm, $s'=s'_3$，$s=s'_2$

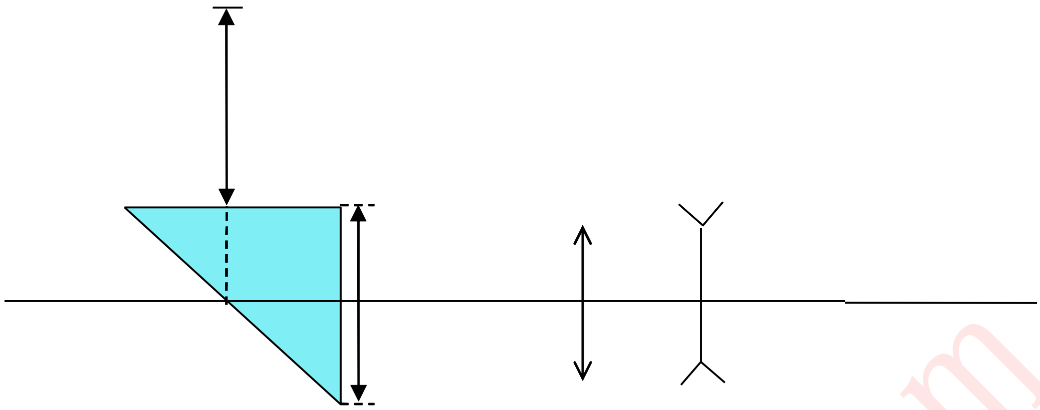
$\therefore s'_3=-s$

$\beta_1=\dfrac{s'_1}{s_1}=\dfrac{s'_1}{s}$，$\beta_2=\dfrac{s'_2}{s'_1}$，$\beta_3=\dfrac{s'_3}{s'_2}$，

三次成像后的放大率：$\beta=\beta_1\beta_2\beta_3$=1,

所以当光从凸表面入射式，该透镜的作用相当于一个平面镜。

23. 题 3.23 图所示的是一个等边直角棱镜和两个透镜所组成的光学系统.棱镜折射率为 1.5,凸透镜的焦距为 20cm,凹透镜的焦距离为 10cm,两透镜间距为 5cm, 凸透镜距棱镜边的距离为 10cm.求图中长度为 1 cm 的物体所成像的位置和大小.(提示:物经棱镜成像在透镜轴上,相当于经过一块厚 6cm 的平板玻璃,可利用例 3.1 的结果求棱镜所成像的位置.).



题 3.23 图

解：因为 n=1.5,其全反射角为，$42^0 \langle 45^0$。所以，物体经球面上反射，为厚度为 6cm 的透镜，物体将在厚透镜左侧成虚像，平行平板的轴向位移 Δ l=l(1-1\n)凸透镜的物距为 s_1=-20,f_1=-20.所以 $s_2 = s' = \infty$ 由物像公式知成像的位置及大小为 25 和-10。

24.显微镜由焦距为 1cm 的物镜和焦距=为 3cm 的目镜组成,物镜与物镜之间的距离为 20cm,问物体放在何处时才能使最后的像成在距离眼睛 25cm 处?

解：在目镜下由物像公式得 $\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f_2'}$ 即 $\frac{-1}{25} + \frac{1}{s_2} = -\frac{1}{3}$

$\therefore s_2 = -\frac{75}{22}$ cm　　　$s_1' = 20 - s_2 = \frac{365}{22} cm$

在物镜下由高斯公式得 $\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f_1'}$ 即 $\frac{22}{365} - \frac{1}{s'} = 1 \Rightarrow s_1 = -\frac{365}{343} cm$

即物体在物镜下放 1.06cm 处。

24.显微镜由焦距为 1cm 的物镜和焦距=为 3cm 的目镜组成,物镜与物镜之间的距离为 20cm,问物体放在何处时才能使最后的像成在距离眼睛 25cm 处?

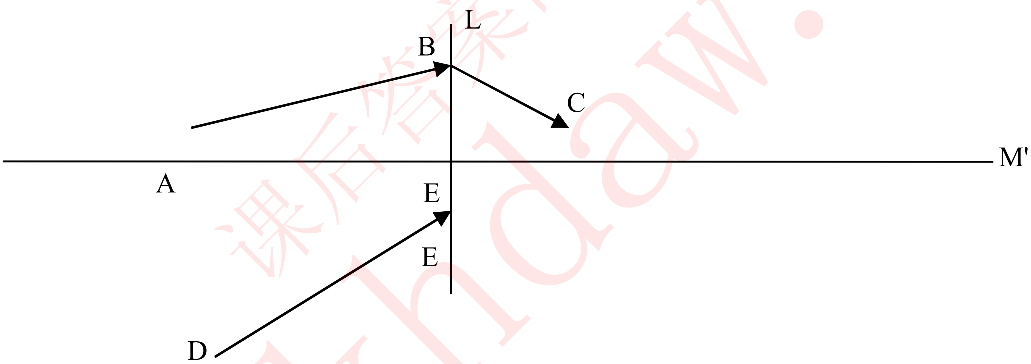
解：在目镜下由物像公式得 $\frac{1}{s_2'}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f_2'}$ 即 $\frac{-1}{25}+\frac{1}{s_2}=-\frac{1}{3}$

∴ $s_2=-\frac{75}{22}$ cm $\quad s_1'=20-s_2=\frac{365}{22}cm$

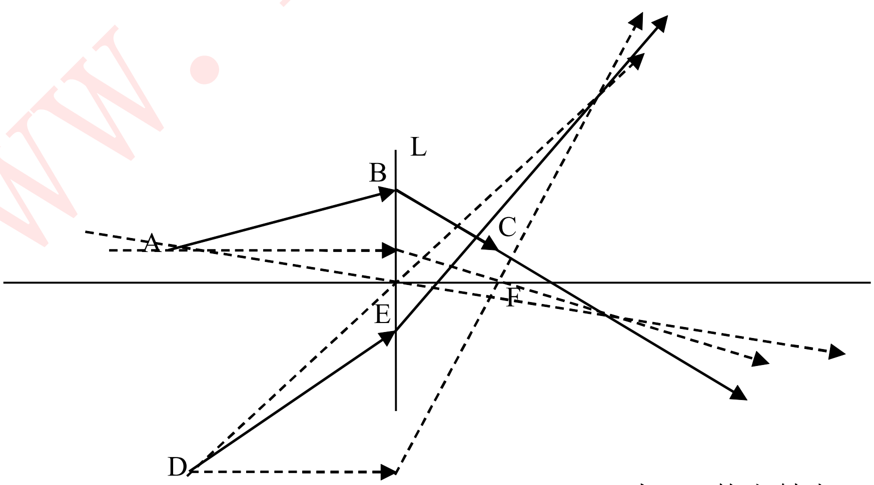
在物镜下由高斯公式得 $\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f_1'}$ 即 $\frac{22}{365}-\frac{1}{s'}=1 \Rightarrow s_1=-\frac{365}{343}cm$

即物体在物镜下放 1.06cm 处。

25．题 3.25 图中 L 为薄透镜，水平横线 MM‘为主轴。ABC 为已知的一条穿过这个透镜的路径，用作图法求出任一条光线 DE 穿过透镜后的路径。



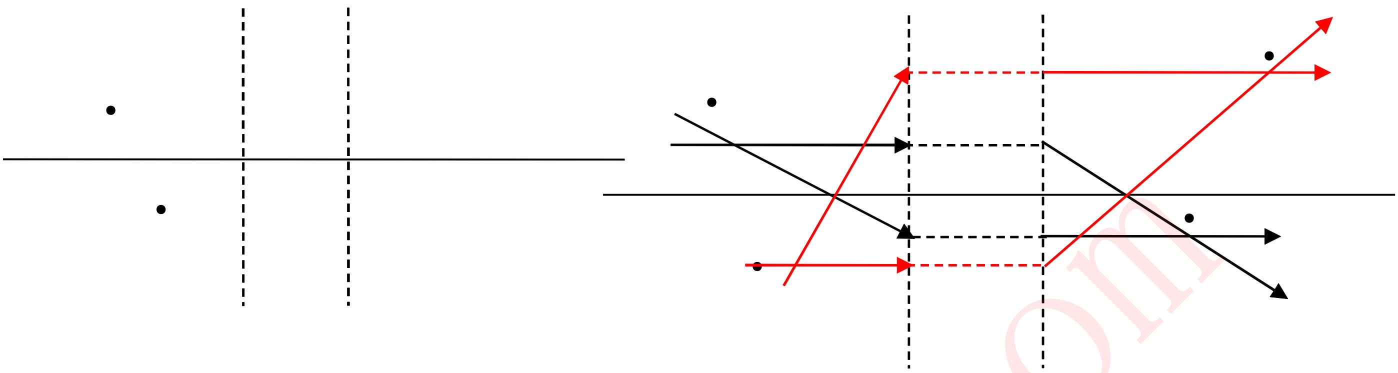
题 3.25 图



为 DE 的出射光

题　3.25

26．题 3.26 图中 MM‘是一厚透镜的主轴，H、H’是透镜的主平面，S_1 是点光源，S_1‘是点光源的像。试用作图法求任一物点 S_2 的像 S_2’的位置.



题 3.26 图

27．双凸透镜的折射率为 1.5，　|r_1|=10cm，|r_2　|=15cm，r_2 的一面镀银，污点 P 在透镜的前主轴上 20cm 处，求最后像的位置并作出光路图。

解：经第一界面折射成像：$\dfrac{n'}{s'}-\dfrac{n}{s}=\dfrac{n'-n}{r}$，$n'$=1.5，$n$=1，$r=r_1$=10cm，$s_1$=-20cm

所以 $s'_1\to\infty$，即折射光为平行光束

经第二界面反射成像：$\dfrac{1}{s'}+\dfrac{1}{s}=\dfrac{2}{r}$，$s_2=s'_1\to\infty$，$r=r_2$=-15cm，所以 s'_2=-7.5cm

再经第一界面折射成像：$\dfrac{n'}{s'}-\dfrac{n}{s}=\dfrac{n'-n}{r}$，$n'$=1，$n$=1.5，$r=r_1$=10cm，$s_3=s'_2$=-7.5cm

所以 s'_3=-4cm，即最后成像于第一界面左方 4cm 处。

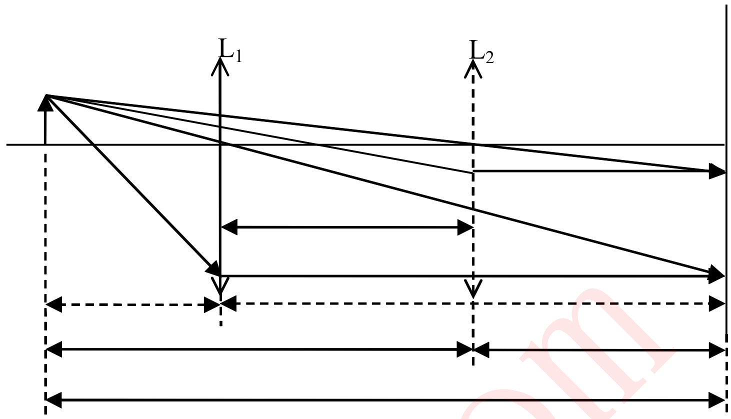
28．实物与光屏间的距离为 l，在中间某一位置放一凸透镜，可使实物的像清晰地投于屏上，将移过距离 d 之后，屏上又出现一个清晰地像。(1)试计算两个像的大小；(2)证明透镜的焦距 $(l^2-d^2)/4l$；(3)l 不能小于透镜焦距的 4 倍。

解：(1)令 s'_2=x，则 $s_1=l-(d+x)$，

$s_2=l-x$，

第一次成像：$\because \dfrac{1}{s'}+\dfrac{1}{s}=\dfrac{1}{f'}$

$\therefore f'=\dfrac{(d+x)[l-(d+x)]}{l}$ (1)



题 2.28

第二次成像：$\because \dfrac{1}{s'}+\dfrac{1}{s}=\dfrac{1}{f'}$

$\therefore f'=\dfrac{(l-x)x}{l}$ (2)

由(1) (2)得 $x=\dfrac{l-d}{2}$， （3）

则 $s_1=\dfrac{l-d}{2}$， $s'_1=\dfrac{l+d}{2}$， $s_2=\dfrac{l+d}{2}$， $s'_2=\dfrac{l-d}{2}$ (4)

$\beta_1=\dfrac{y'_1}{y_1}=\dfrac{s'_1}{s_1}=\dfrac{l+d}{l-d}$， $\beta_2=\dfrac{y'_2}{y_2}=\dfrac{s'_2}{s_2}=\dfrac{l-d}{l+d}$

$\therefore \dfrac{\beta_2}{\beta_1}=(\dfrac{l-d}{l+d})^2$，又 $y_2=y_1=y$，

故两次成像大小之比为：$\dfrac{\beta_2}{\beta_1}=(\dfrac{l-d}{l+d})^2$ (5)

(2)将（3）代入（4）得 $f'=\dfrac{l^2-d^2}{4l}$ （6）

（3）由（6）得 $d=\sqrt{l(l-4f')}$ （7）

所以l不能小于透镜焦距的 4 倍。

29．一厚透镜的焦距 f′ 为 60mm，其两焦点间的距离为 125mm，若（1）物点置于光轴上物方焦点左方 20mm 处；（2）物点置于光轴上物方焦点右方 20mm 处；（30）虚物落在光轴上像方主点右方 20mm 处，文在这三种情况下像的位置各在何处？像的性质各如何？并作光路图。

解：(1)由厚透镜的物象公式的高斯公式 $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$ 得

$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{-80}+\frac{1}{60}\Rightarrow s'=120mm(\text{实像})$$

(2)由 $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$ 得 $s'=-120mm$(虚)

(3) $s=20mm$ $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$ $\therefore s'=15mm$(实像)

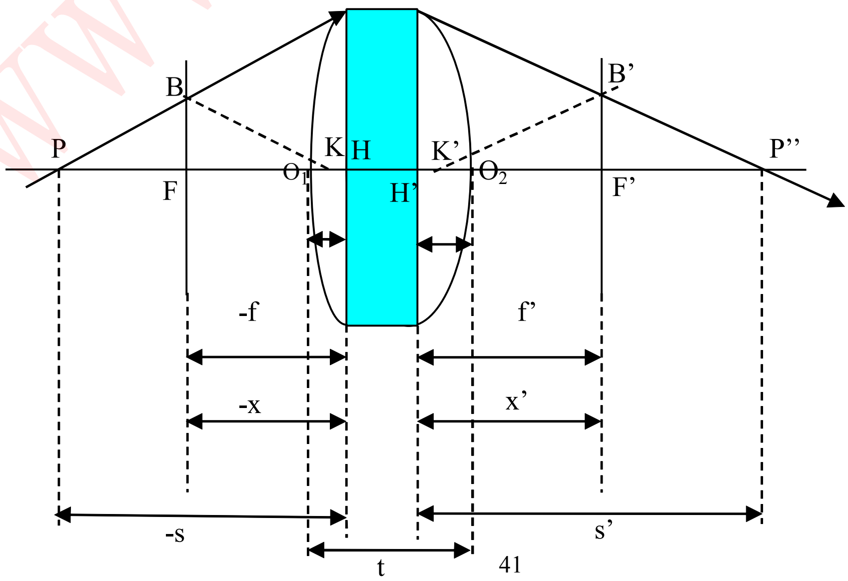
30. 一个会举薄透镜和一个发散薄透镜互相接触而成一复合光具组，当物距为－８０ｃｍ时，实像距镜６０ｃｍ，若会聚透镜的焦距为１０ｃｍ，问发散透镜的焦距是多少？

解：$\because \frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$，$f=f'$，$s'=60mm$，$s=-80mm$

∴ 符合光学的焦距为 f' = 34.29cm

$\because \frac{1}{f'}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f'_2}-\frac{d}{f_1 f_2}$，及 d=0，∴ f'_2=-14.1cm

31 双凸透镜两个球面表面的曲率半径分别为１００mm和２００mm，沿轴厚度为１０mm，玻璃的折射率为１．５，试求其焦点主点和节点的位置，并会图表示之。



题 3.31

解：$\frac{1}{f'}=(n-1)[\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{t(n-1)}{n r_1 r_2}]$，代入数据得 f'=134.86mm $f=-f'$-134.86mm

$\frac{1}{f'_1}=\frac{n-1}{r'}$，得 f'_1 =200mm　　　$\frac{1}{f'_2}=\frac{n-1}{r'}$，得 f'_2=-400mm

$\therefore p=\frac{tf'}{nf_2}$=20247mm　　　$p'=-\frac{tf'}{nf'_1}$=-4.495mm

$x=f'$=134.86mm，　$x'=f$=-134.86mm

32.两个焦距均为２ｃｍ的双凸透镜，其间距离为４／３ｃｍ，组成一个目镜，求其焦点和节点的位置，如他们的焦距分别为６ｃｍ和２ｃｍ，间距为４ｃｍ，再求其焦点和节点的位置。

解：$f_1'=f_2'=20cm$　　$d=\frac{4}{3}cm$　　空气中 $f_2=-f_2'$

$$\therefore f'=\frac{-f_1'f_2}{f_1'-f_2-d}=\frac{-2\times(-2)}{2+2-4/3}=\frac{4}{8/3}=1.5$$

$f=-f'=-1.5cm$　　$p=-\frac{f'd}{f_2}=-\frac{1.5\times\frac{4}{3}}{-2}=1cm$，　$x=f'=1.5cm$

$p'=-\frac{fd}{f_1'}=-\frac{\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}}{2}=-1cm$，　　$x'=f=-1.5cm$

当 $f_1'=6cm, f_2'=2cm, f_2=-2cm, d=4cm$

$f'=-\frac{f_1'f_2}{f_1'-f_2-d}=\frac{6\times2}{6+2-4}=3$，　　$f=-f'=-3cm$

$$p=-\frac{f'd}{f_2}=-\frac{3}{-2}4=6cm\text{ ,}\qquad x=f'=3cm$$

$$p'=-\frac{f'd}{f_1'}=-\frac{3\times 4}{6}=-2cm\text{ ,}\qquad x'=f=-3cm$$

33 一焦距为２０ｃｍ的薄凸透镜与一焦距为２０ｃｍ的薄凹透镜相距６ｃｍ，求：（１）复合光具组焦点及主平面的位置。（２）当物体放在凸透镜前３０ｃｍ时像的位置和放大率。

解析：$f_1'=20cm \qquad f_2'=-20cm \qquad d=6cm \qquad s_1=-30cm$

空气中 $f_1'=-f_1=20cm \qquad f_2'=-f_2=-20cm$

(1) $$f'=-\frac{f_1'f_2}{f_1'-f_2-d}=-\frac{20\times 20}{20-20-6}=66.67cm$$

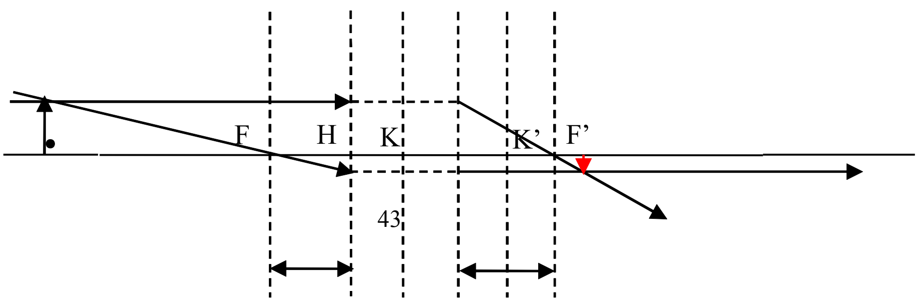
$\Delta=$ $F_1'F_2=6cm$ $$f'=-\frac{f_1'f_2'}{\Delta}=-\frac{20\times(-20)}{6}=\frac{2}{3}$$

$$p=-\frac{f_1'd}{\Delta}=-\frac{20\times 6}{6}=-20cm=-0.2m \qquad p'=\frac{f_2'd}{\Delta}=$$ -0.2m

(2) $s_1=-30cm \qquad s=s_1-p=-30-(-20)=-10cm=-0.1m$

$$s'=\frac{f's}{f'+s}=\frac{\frac{2}{3}\times(-0.1)}{\frac{2}{3}-0.1}=-0.117m \qquad \beta=\frac{s'}{s}=\frac{-0.117}{-0.1}=1.17$$

34 一薄透镜的主平面Ｈ和 H'，节平面Ｋ和 K' 和交平面Ｆ和 F' 位置如图所示，有一发光点Ｐ在物方主平面左边２０ＣＭ处，试作光路途并计算像的位置。



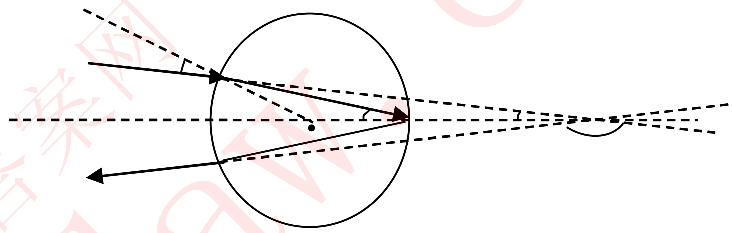
解：$f=-5cm, f'=6cm, s=-20cm$

$x=s-f=-20-(-5)=-15cm$ $\because xx'=ff'$

$\therefore x'=\dfrac{ff'}{x}=\dfrac{-5\times 6}{-15}=2cm$ $\therefore s'=f'+x'=6+2=8cm$

35. 一条光线射到一折射率为 n 的一球行水滴，求：（１）后表面的入射角 a，问这条光线将被全反射还是部分发射？（２）偏转角 δ；（３）产生最小偏转角的入射角 φ 。

解：（1）由折射定律 $n\sin\alpha=\sin\varphi$



$\therefore \alpha=\sin^{-1}\left(\dfrac{\sin\varphi}{n}\right)$

又∵临界角 $\alpha_c=\sin^{-1}\left(\dfrac{1}{n}\right)$，即 $\alpha<\alpha_c$，

故是部分反射。

（2）由图知：$\alpha=(\varphi-\alpha)+\theta$，即 $\theta=2\alpha-\varphi$，而 $\delta=\pi-2\theta$，所以 $\delta=\pi-4\alpha+2\varphi$

（3）$\because \dfrac{d\delta}{d\varphi}=-\dfrac{4d\alpha}{dx}+2=0$，即 $\dfrac{d\alpha}{d\varphi}=\dfrac{1}{2}$，

而 $\alpha=\sin^{-1}\left(\dfrac{\sin\varphi}{n}\right)$，$\therefore \cos^2\varphi=\dfrac{1}{3}(n^2-1)$

36. 将灯丝至于空心玻璃球的中心，玻璃球的内外直径分别为８ｃｍ和９ｃｍ．求：（１）从球外观察到的灯丝像的位置（设玻璃折射率ｎ＝１．５）；（２）玻璃温度计管子的内外直径分别为１ｍｍ 和３ｍｍ ，求从外侧观察到的直径数值；（３）统一温度计的竖直悬挂于直径 100mm 得盛水玻璃烧杯的正中，从较远处通过烧杯壁观察时，温度计的内外直径为多少？

解：$\because \dfrac{n'}{s'}-\dfrac{n}{s}=\dfrac{n'-n}{r}$

（1）① n'=1.5，n=1，$s_1=r_1$=4cm，$\therefore s'_1$= 4cm 即在球心处

② n=1.5，n=1，s_2=4.5cm $\therefore s'_2$= 4.5cm 即像仍在球心处

（2）① n'=1.5，n=1，r_1=4cm，s_1=3.85cm $\therefore s'_1$= 3.896cm

② n=1.5，n=1，s_2=4.396cm $\therefore s'_2$= 4.348cm

d=0.304cm=3mm

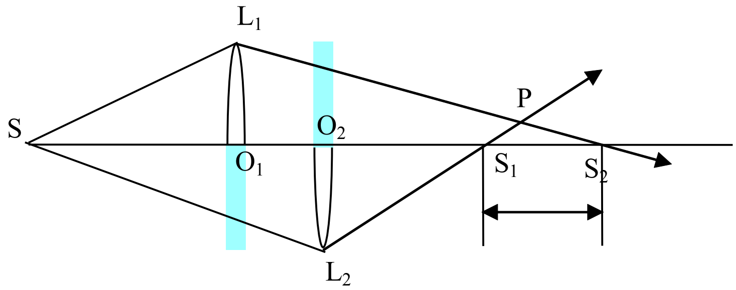
(3) ① n'=1.33，n=1.5，r_1=1.5mm，s=1mm $\therefore s'_1$= 0.96mm

s_2=49.46mm $\therefore s'_2$= 4.348cm $\therefore$d(内)=1.5mm

② n'=1，n=1.33，r_1=50mm，s=48.5mm $\therefore s'_2$= 48.1mm $\therefore$d(外)=4mm

37．如题所示为梅斯林分波面干涉实验装置。其中 O_1、O_2 分别为两块半透镜 L_1和L_2的光心，S、O_1、O_2、S_1、S_2共轴，且$S_1S_2=l$。(1) 试证来自 L_1和L_2两端的光束到达P点的光程差$\delta=l-(S_1P+S_2P)$；(2) 定性讨论与轴线垂直的光屏上接收到的干涉图样的特点。

证明：∵物象具有等光程性，



题 3.37

$\Delta sl_1ps_1=\Delta so_1o_2s_2s_1$

$\Delta sl_1s_2=\Delta so_1o_2s_2$

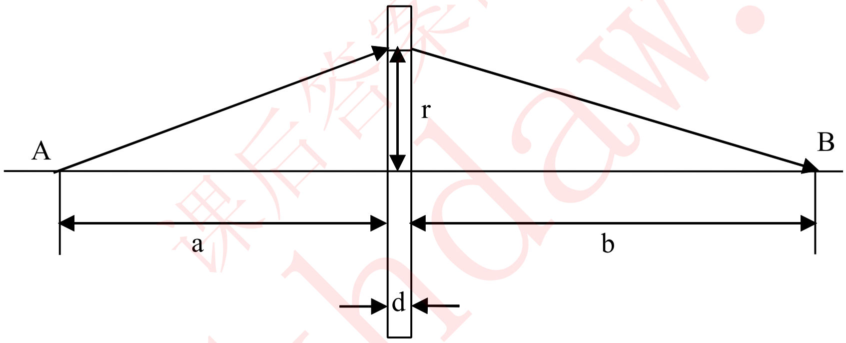
$\Delta sl_1p=\Delta sl_1ps_1-\Delta ps_1=\Delta sl_1ps_1-ps_1$

$\Delta sl_1s_2p=\Delta sl_1s_2+\Delta s_2p=ps_2$

$\Delta so_1o_2s_2s_1-\Delta so_1o_2s_2 = s_1s_2=l=\Delta sl_1ps_1-\Delta sl_2s_2$

$\therefore \delta=\Delta sl_1p-\Delta sl_1s_2p=l-(ps_1-ps_2)$

38．把杂质扩散到玻璃中可以增大玻璃的折射率，这就有可能造出一个后度均匀的透镜。已知圆板半径为 R，厚度为 d，如图所示，求沿半径变化的折射率 n（r），它会使从 A 点发出的光线传播到 B 点。假定这是个薄透镜，$d \ll a$，$d \ll b$。



题 3.38 图

解：$d<<a, d<<b$,

圆板中心处的折射率为 n(0),半径 r 处的折射率为 n(r)，

光程：$L=\sqrt{a^2+r^2}+n(r)d+\sqrt{b^2+r^2}$

有费马定理得 $\dfrac{\partial L}{\partial r}=0$ 解得：

$$n(r)=n(0)+\frac{a+b-\sqrt{a^2+r^2}-\sqrt{b^2+r^2}}{d}$$

39．一弯凸透镜的两个表面的半径 r_1 和 r_2 分别为 -20cm 和 -15cm,折射率为 1.5，在 r_2 的

凸面镀银。在距 r_1 球面左侧 40cm 处的主轴上置一高为 1cm 的物，试求最后成像的位置和像的性质。

解：（1）经第一界面折射成像

$\because \frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{r}$ 其中，n'=1.5，n=1, $r=r_1$=-20cm，s=-40cm

$\therefore$ s'=-30cm

(2) 经第二界面（镀银面）反射成像

$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{2}{r}$，其中，s=-30cm，$r$=-15cm

$\therefore$ s'=-10cm

（3）在经第一界面折射成像

$\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{r}$ 其中，n'=1，n=1.5, $r=r_1$=-20cm，s=-10cm

$\therefore$ s'=-8cm

放大率为：$\beta_1=\frac{n s_1}{n' s_1}$=0.5，$\beta_2=-\frac{s'_2}{s_2}=-\frac{1}{3}$，$\beta_3=\frac{n s'_3}{n' s_3}=\frac{6}{5}$

$\beta=\beta_1\beta_2\beta_3$=-0.2

最后像在透镜左方 8 cm 处，为一大小是原物 0.2 倍倒立缩小实像。

40. 一折射率位 n，曲率半径为 R_1 和 R_2 的薄凸透镜放在折射率分别为 n_1 和 n_2 的两种介质之间，s_1 和 s_2 分别为物距和像距，f_1 和 f_2 是物方和像方焦距。证明：$\frac{f_1}{s_1}+\frac{f_2}{s_2}=1$。

证明：因为任一光线由物点到像点的光程相等，所以

$$s=n_1 l_1+n(d-AM-AN)+n_2 l_2 \quad 又 \frac{ds}{dn}=0$$

$$\therefore \frac{n_2}{s_2}-\frac{n_1}{s_1}=\frac{n-n_1}{r_1}+\frac{n_2-n}{r_2} \qquad ①$$

∵物方焦距 $f_1 = -\dfrac{n}{\dfrac{n-n_1}{r_1}+\dfrac{n_2-n}{r_2}}$ ②

像方焦距 $f_2 = \dfrac{n_2}{\dfrac{n-n_1}{r_1}+\dfrac{n_2-n}{r_2}}$ ③

由①②③得 $\dfrac{f_2}{s_2}+\dfrac{f_1}{s_1}=1$.

第四章 光学仪器的基本原理

1．眼睛的构造简单地可用一折射球面来表示，其曲率半径为 5.55mm，内部为折射率等于 4／3 的液体，外部是空气，其折射率近似地等于 1。试计算眼球的两个焦距。用右眼观察月球时月球对眼的张角为 1°，问视网膜上月球的像有多大?

解；眼球物方焦距；当 s’=∞时，f=－5.55／（4／3－1）=－16．65 ㎜=－1．665 ㎝

眼球的象方焦距：f′=s′= $\dfrac{\frac{4}{3}\times 5.55}{\frac{4}{3}-1}=22.2mm$

当 u=1°时，由折射定律 $n_1\sin u_1=n_2\sin u_2$

$U_1=1°$ $n_1=1,n_2=4/3$

像高 $l'=f'\tan u_2=f'\sin u_2=f'\times 3/4\sin 1^{\circ}$

$=22.2\times 3/4\times 0.01746=0.29mm$

2．把人眼的晶状体看成距视网膜 2 ㎝的一个简单透镜。有人能看清距离在 100 ㎝到 300 ㎝间的物体。试问：⑴此人看清远点和近点时，眼睛透镜的焦距是多少？⑵为看清 25 ㎝远的物体，需配戴怎样的眼镜？

解：人眼 s′=2cm. S_1=100cm.s_2=300cm

近点时透镜焦距 $f'=\dfrac{100\times 2}{100+2}=1.961\,cm$

远点时透镜焦距 $f'=\dfrac{300\times 2}{300+2}=1.987\,cm$

当 $s=-25\,cm$ 时 $s'=-100\,cm=-1\,m$

$$\Phi=\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{-1.00}-\frac{1}{-0.25}=-1+4=3 \quad D=300\text{度}$$

3．一照相机对准远物时，底片距物镜 18 ㎝，当镜头拉至最大长度时，底片与物镜相距 20 ㎝，求目的物在镜前的最近距离？

解：$f'=0.18m.\quad s'=0.20m$

照相机成像公式：$\dfrac{1}{s'}-\dfrac{1}{s}=\dfrac{1}{f'}$

$$\frac{1}{s}=-\frac{1}{f'}+\frac{1}{s'}=-\frac{1}{0.18}+\frac{1}{0.20}=-0.556$$

$s=-1.8m$

目的物在镜前的最近距离为$1.8m$

4．两星所成的视角为 8′，用望远镜物镜照相，所得两点相距 1 ㎜，问望远镜物镜的焦距时多少？

解：已知 $u = 4' = \left(\frac{4}{60}\right)^{\circ} = 0.0667^{\circ}$ $\quad l' = 1mm = 0.001m$

$$f' = \frac{l'}{\tan u} = \frac{-0.001}{-\tan 0.667} = 0.8594m$$

5．一显微镜具有三个物镜和两个目镜。三个物镜的焦距分别为 16 ㎜、4 ㎜和 1.9 ㎜，两个目镜的放大本领分别为 5 和 10 倍。设三个物镜造成的象都能落在象距为 160 ㎜处，问这显微镜的最大和最小的放大的放大本领各为多少？

解：$f_1' = 16mm \quad f_2' = 4mm \quad f_3' = 1.9mm \quad s' = 160mm$

$$M_1 = 10 \quad M_2 = 10$$

因为放大本领 $M = \beta_{物} \times M_{目} = -\frac{s'}{f_{物}'} \cdot M_{目}$

分别计算：$f_1' = 16mm \quad M_{目} = 5 \qquad M = -\frac{160}{16} \times 5 = -50$

$f_1' = 16mm \quad M_{目} = 10 \qquad M = -\frac{160}{16} \times 10 = -100$

$f_1' = 4mm \quad M_{目} = 5 \qquad M = -\frac{160}{4} \times 5 = -200$

$f_1' = 4mm \quad M_{目} = 10 \qquad M = -\frac{160}{4} \times 10 = -400$

$f' = 1.9mm \quad M_{目} = 5 \qquad M = -\frac{160}{1.9} \times 5 = -421.01$

$f' = 1.9mm \quad M_{目} = 10 \qquad M = -\frac{160}{1.9} \times 10 = -842.10$

∴ 显微镜$M_{\min} = -50 \quad M_{\max} = -842.10$

6．一显微镜物镜焦距为 0.5 ㎝，目镜焦距为 2 ㎝，两镜间距为 22 ㎝。观察者看到的象在无穷远处。试求物体到物镜的距离和显微镜的放大本领。

解：已知：显微镜$f_{物}' = 0.5cm. \quad f_{目}' = 2cm \quad L = 22cm$

$$\beta_{物}=\frac{s'}{s}=-\frac{s'}{f'_{物}} \quad \therefore s=-f'_{物}=-0.5cm$$

$$M=-\frac{25L}{f'_1f'_2}=-\frac{25\times 22}{0.5\times 2}=-550$$

8．已知望远镜物镜的边缘即为有效光阑，试计算并作图求入射光瞳和出射光瞳的位置。

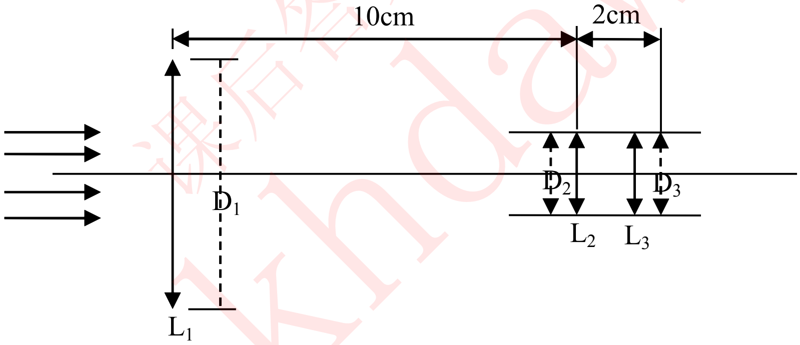
解：有效光阑是在整个光具组的最前面，所以入射光瞳和它重合，其大小就是物镜的口径，位置就是物镜所在处。

而有效光阑对于后面的光具组所成的像即为出射光瞳，即 l_1 对 l_2 成的像为出射光瞳

又 $-s=f_1+(-f_2)$，$f'_1=-f_2$，而 $\frac{1}{s'}-\frac{1}{f'2}+\frac{1}{s}=\frac{1}{-f'_2}-\frac{1}{f'-f}$

即 $s'=\frac{f's}{f'+s}=\frac{f2-f'1}{f'}$，$y'=\frac{s'}{s}y=\frac{f2}{f'1}y$

9．组成题 4.9 图的简单望远镜中各薄透镜的参数为 $L_1: f_1$=10 ㎝,D_1=4 ㎝; $L_2: f_2$=2 ㎝,D_2=1.2 ㎝; $L_3: f_3$=2 ㎝,D_3=1.2 ㎝.计算该系统出射光瞳的位置和大小。



题 4.9 图

解：已知 $f'_1=10cm \quad D_1=4cm \quad f'=2cm \quad D_2=1.2cm \quad f'=2cm \quad D_3=1.2cm$

望远镜中物镜是有效光阑和入射光瞳，它被后面光具组 $(O_2和O_3共轴组成)$ 所成的像为出射光瞳

由逐次成像得：$\frac{1}{s'_2}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f'_2}$

$$\frac{1}{s'_3}-\frac{1}{s_3}=\frac{1}{f'_3}$$

由图示题意得：$s=-10cm \quad s=(s'_2-2)cm \quad f'_2=f'_3=2cm$

$$s_2' = \frac{f_2' \times s_2}{f_2' + s_2} = \frac{2\times(-10)}{2-10} = \frac{5}{2}$$

$$s_3 = s_2' - 2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{s_3'} = \frac{1}{f_3'} + \frac{1}{s_3} = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

$$s_3' = \frac{2}{5}cm = 4mm$$

即出射光瞳在 O_3 右方 4 mm 处。其大小为

$$d' = \frac{f_3'}{f_1'} d_1 = 8mm$$

讨论分析：O_2 的作用：O_2 位于 O_1 后焦面上。将望远镜观测物无穷远来的光会聚成一点。成为 O_3 在物焦平面上的物点，成为 O_3 的物镜，分别把宽光束变成细光束。

10．有一光阑直径为 5 ㎝，放置在薄透镜后 3 ㎝处。透镜的焦距为 5 ㎝，孔径为 6 ㎝。现有一高为 3 ㎝的物 PQ 置于透镜前 12 ㎝处。要求：⑴计算对主轴上 P 点的入射光瞳和出射光瞳的大小和位置；⑵找到象的位置；⑶作光路图。

解：已知：$y = 3cm$　　$s = -12cm$　　$D_1 = 6cm$　光阑孔径 $D' = 5cm$　　$f' = 5cm$

薄透镜成像：$$s' = \frac{sf'}{s+f'} = \frac{5\times(-12)}{5-12} = \frac{60}{7} = 8.571cm$$

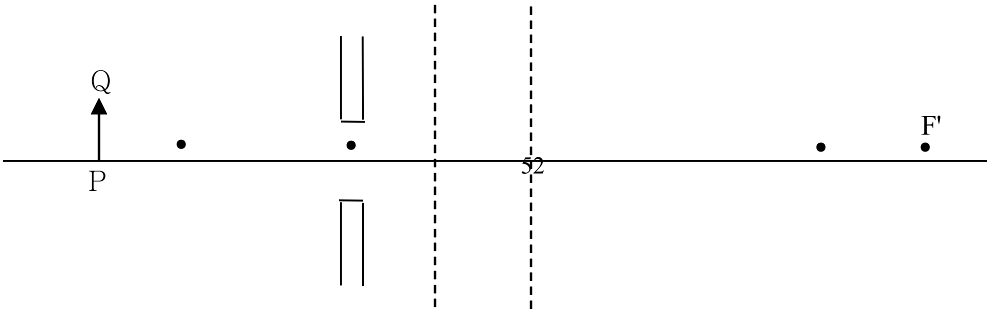
像方：$$y' = \beta y = \frac{s'}{s} y = \frac{60\times 3}{7-12} = -\frac{15}{7}cm$$

依题意分析，在透镜后 $3cm$ 处有效光阑的孔径为 D'，根据相似三角形对应边成比例的关系

$$\frac{6}{D'} = \frac{8.57}{8.57-3} = \frac{8.57}{5.57} \quad \therefore D' = \frac{6\times 5.57}{8.57} = 3.90cm$$

而实际光阑的孔径为 $5cm$。所以现有小光阑 AB 对光束不加限制，不是有效光阑。只有透镜为有效光阑。透镜本身是入射光瞳也是出射光瞳。

11．题 4.11 图中的 H、H’为光具组的主点，F、F’为焦点，E 为对于物点 P 的入射光瞳，EO 为其半径。已知 EO＝2 ㎝，HP＝20 ㎝，HF＝15 ㎝，HO＝5 ㎝，H′F′＝15 ㎝，HH′＝5 ㎝，物长 PQ＝0.5 ㎝。作光路图并计算：⑴象的位置；⑵象长；⑶入射孔径角；⑷P 点的出射光瞳半径和出射孔径角。



解：(1) $\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f_1'}$ ， f'=15cm, s= -20cm，所以 s'_1=60cm，

(2) $\beta=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$，所以 $y'_1=\frac{s'_1}{s_1}y_1$ = -1.5

(3) u= $tg^{-1}\frac{\overline{EO}}{\overline{PO}}$= $tg^{-1}\frac{2}{15}$ ≈7° 35 ′

(4) $\frac{1}{s_2'}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f_2'}$ $f'=\overline{H'F'}=15cm$, $s_2=-\overline{HO}=-5cm$

所以出射光瞳的位置：$s'_2=-7.5cm$

出射光瞳半径：R= $\overline{E'O'}=y'_2=\frac{s'_2}{s_2}y_2=3cm$

出射光瞳孔径角：$u'=tg^{-1}\frac{\overline{E'O'}}{\overline{P'O'}}=tg^{-1}\frac{3}{67.5}\approx$ 2° 32′

其中 $\overline{P'O'}=s'_1-s'_2=67.5cm$

12．一灯（可认为是点光源）悬在圆桌中央的上空，桌的半径为 R，为了使桌的边缘能得到最大的照度，灯应悬在离桌面中心多高出？

解：设灯应悬在离桌面中心的高度为 h，半径为 R 的桌的边缘能得到最大的照度。

由照度公式 $E=\frac{I\cos\theta}{l^2}$ $\quad l^2=h^2+r^2 \quad \cos\theta=\frac{h}{l}$

$$\therefore E=\frac{Ih}{\left(h^2+R^2\right)l}=\frac{Ih}{\left(h^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}=Ih\left(h^2+R^2\right)^{\frac{-3}{2}}$$

为求最大值令 $\frac{dE}{dh}=\frac{I}{\left(h^2+R^2\right)}\frac{R^2-2h^2}{h^2+R^2}=0$

$$\therefore R^2-2h^2=0$$

$$\therefore h=\sqrt{\frac{R^2}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}R$$

13．焦距为 20 ㎝的薄透镜，放在发光强度为 15cd 的点光源之前 30 ㎝处。在透镜后面 80 ㎝处放一屏，在屏上得到明亮的圆斑。求不计透镜中光的吸收时，圆斑的中心照度。

解：$f_1' = 20cm \quad I = 15cd \quad s = -30cm \quad R = 80cm$

$R' = R - s'$

由薄透镜成像公式：$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$ 可知发光点 P 经薄透镜 L 成的像点 P' 位于

$$s' = \frac{sf'}{s+f'} = \frac{20\times(-30)}{20-30} = \frac{-600}{-10} = 60cm$$

设透镜面积为 S，通过透镜的光通量为 Φ，依题意得，$\Phi = \Phi'$

设透镜对物亮点 P 张的立体角为 $d\Phi$，亮斑对象点 P' 张的立体角为 $d\Omega'$。由照度定义可知:

$$\Phi = Id\Omega = I'd\Omega' = I\frac{\Phi}{R_0^{\ 2}} = I'\frac{\Phi'}{R'^2} = I'\frac{\Phi}{R^2}$$

$$\therefore I' = I\frac{R^2}{R'^2} = 15\times\frac{60^2}{(-30)^2} = 15\times 4 = 60cd$$

$$\therefore E' = \frac{I'\cos\theta}{R'^2} \qquad \theta = 0, \cos\theta = 1$$

故 $E' = \frac{I'}{R'^2} = \frac{60}{(0.20)^2} = 1500lx$

14．一长为 5 ㎜的线状物体放在一照相机镜头前 50 ㎝处，在底片上形成的象长为 1 ㎜。若底片后移 1 ㎝，则象的弥散斑宽度为 1 ㎜。试求照相机镜头的 F 数。

解：已知 $s = -50cm \quad y = 5mm = 0.5cm \quad y' = -1mm = -0.1cm$

底片后移 $\Delta s = 1cm$，像的弥散斑宽度 $d' = 1mm = 0.1cm$

$$\because F = \frac{1}{d/f'} = \frac{f'}{d} \qquad \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \qquad \beta = \frac{s'}{s} = \frac{y'}{y}$$

$$s' = \frac{y'}{y}s = \frac{-0.1}{0.5}(-50) = 10cm$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{s-s'}{s's} = \frac{-50-10}{10(-50)} = \frac{-60}{-500} = \frac{6}{50}cm$$

$$f' = \frac{50}{6} cm$$

由图示可知三角形相似的关系有：$\frac{d/2}{s'} = \frac{d'/2}{\Delta s'}$

$$d = \frac{d'}{\Delta s'} \cdot s' = \frac{0.1}{1} \cdot 10 = 1cm$$

$$F = \frac{f'}{d} = \frac{50/6}{1} = 8.33cm$$

15．某种玻璃在靠近钠光的黄色双谱线（其波长分别为 589nm 和 589.6nm）附近的色散率 dn / dλ 为 - 360 cm⁻¹，求此种玻璃制成的能分辨钠光双谱线的三棱镜，底边宽度应不小于多少？

解：已知：钠光双线 $\lambda_1 = 5890\dot{A}$，$\lambda_2 = 5896\dot{A}$ $\frac{dn}{d\lambda} = -360cm^{-1}$

$P = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = BC \cdot \frac{dn}{d\lambda}$ BC 为三棱镜底边宽度 $\Delta\lambda = 589.6 - 589 = 0.6nm$

$$\therefore BC = \frac{\lambda}{\Delta\lambda \cdot \frac{dn}{d\lambda}} = \frac{589}{0.6 \times (-360)} = 2.73cm$$

16．设计一块光栅，要求⑴使波长 600nm 的波长第二级谱线的衍射角小于 30°，并能分辨其 0.02nm 的波长差；⑵色散尽可能大；⑶第三级谱线缺级。求出其缝宽、缝数、光栅常量和总宽度。用这块光栅总共能看到 600nm 的几条谱线？

解：已知：$\lambda = 600nm$，$j = \pm 2$，$\theta \le 30^\circ$，$\Delta\lambda = 0.02nm$，$\frac{d}{b} = 3$

$$d = \frac{j\lambda}{\sin\theta} = \frac{2 \times 600 \times 10^{-9}}{\sin 30^\circ} = \frac{12 \times 10^{-7}}{1/2} = 24 \times 10^{-7} m$$

$$b = \frac{d}{3} = 8 \times 10^{-7} m$$

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = jN \quad \therefore N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda \cdot j} = \frac{600}{0.02 \times 2} = \frac{60000}{4} = 15000(\text{条})$$

$$L_{总} = Nd = 15000 \times 24 \times 10^{-10} = 36 \times 10^{-3} m$$

角色散 $D = \frac{j}{d\cos\theta}$ 线色散 $l = f'd = f'\frac{j}{d\cos\theta}$

要求色散尽可能大即 θ 尽可能大，$\cos\theta$ 尽可能小。

$d\sin\theta = j\lambda$，当 $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ 时，$\sin\theta = 1$ $j_{\max} = \dfrac{d}{\lambda} = \dfrac{24\times10^{-7}}{6\times10^{-7}} = 4(\text{级})$

又知 $\dfrac{d}{b} = m = 3$ 级缺级。$\theta = \dfrac{\pi}{2}$ 时，对应 $j_{\max} = 4$ 无法看到。

$\therefore$ 能见的谱线为：0，±1，±2 级，共 5 条谱线。

17. 若要求显微镜能分辨相距 0.000375mm 的两点，用波长为 550nm 的可见光照明. 试求:⑴此显微镜物镜的数值孔径;⑵若要求此两点放大后的视角为 2′，则显微镜的放大本领是多少?

解：解：$\because \Delta y = 0.61\dfrac{\lambda}{n\sin u}$ $\quad\therefore n\sin u = \dfrac{0.61\lambda}{\Delta y}$

①当 $\Delta y = 0.000375mm, \lambda = 550nm$ 时

$$n\sin u = \frac{0.61\times550\times10^{-9}}{0.000375\times10^{-3}} = 0.895$$

② $u = \tan u = \dfrac{0.000375\times10^{-3}}{25\times10^{-2}}$

$$u' = 2' = \frac{2}{60}\times\frac{\pi}{180} = \frac{3.14}{5400}$$

$$\therefore M = \frac{u'}{u} = \frac{3.14\times25\times10^{-2}}{5400\times0.000375\times10^{-9}} = 387.65$$

18. 夜间自远处驶来汽车的两前灯相距 1.5m. 如将眼睛的瞳孔看成产生衍射的圆孔，试估计视力正常的人在多远处才能分辨出光源是两个灯。设眼睛瞳孔的直径为 3mm，设光源发出的光的波长为 550nm。

解：$\mathrm{u} \approx \mathrm{tgu} = \dfrac{\Delta \mathrm{y}}{\mathrm{l}} = \dfrac{0.610\lambda}{\mathrm{R}}$，所以 $l = \dfrac{\Delta y}{0.610\lambda} = 6.7km$

19. 用孔径分别为 20cm 和 160cm 的两种望远镜能否分辨月球上直径为 500m 的环行山？（月球与地面的距离为半径的 60 倍，而地球半径约为 6370km。）设光源发出的光的波长为 550nm.

解：解：孔径为 20 cm 的望远镜的分辨率极限为 $\theta_1 = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$

极限线宽 $\Delta L = \theta_1 \cdot L = 1.22\dfrac{\lambda}{D}R\times60$

当 $D = 20cm$时，$\Delta L = 1.22\times\dfrac{550\times10^{-9}}{20\times10^{-2}}\times6370\times10^{3}\times60 = 1282.281m \rangle 500m$

$$D=160cm\text{时，}\Delta L=1.22\frac{550\times10^{-9}}{160\times10^{-2}}\times6370\times10^{3}\times60=160.29m\langle500m$$

∴ 孔径为 160 cm 的望远镜能分辨清月球上直径为 500 m 环形山

20．电子显微镜的孔径角 2u=8º，电子束的波长为 0.1nm，试求它的最小分辨距离。若人眼能分辨在明视距离处相距 6.7×10^{-2}mm 的两点，则此显微镜的放大倍数是多少？

解：根据 $\Delta y=0.61\dfrac{\lambda}{n\sin u}$，其中 $\lambda=0.1nm,n=1,u=4^{\circ}$

代入数值得：$\Delta y=0.87nm$

显微镜的放大倍数 $M=\dfrac{6.7\times10^{-2}\times10^{-3}m}{0.87\times10^{-9}m}=7.66\times10^{4}$

21．平行光垂直投射于宽度为 4cm 的理想透明光栅上，已知在衍射角为 60° 的方向上的角色散为 0.5×$^{-2}$rad / nm，试求光栅在该方向上最大处的分辨本领 p?

解：$\because P=\dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}=jN,N=\dfrac{L}{d}$

$\therefore P=\dfrac{jL}{d}$

又角色散 $D=\dfrac{j}{d\cos\theta},\cos\theta=\cos60^{\circ}=0.5$

$\therefore\dfrac{j}{d}=D\cos\theta=0.5\times10^{-2}\,{rad}/{nm}\cdot\dfrac{1}{2}=0.25\times10^{-2}\,{rad}/{nm}$

$\therefore P=\dfrac{jL}{d}=\dfrac{4\times10^{-2}\times0.25\times10^{-2}}{10^{-9}}=10^{5}$

22. 氦气激光器发出波长为 632.8 nm、截面直径为 2 mm 的激光束投向月球。已知月球和地面的距离为 $3.76\times10^{5}km$，试问在月球上得到的光斑的直径有多大？如果这个激光经扩束器扩束后截面直径分别为 $2m$ 和 $5m$，再发向月球，试问在月球表面上的光斑直径各为多大？

解：(1) $\because\theta_1=0.61\lambda/R=1.22\lambda/\mathrm{d}$，$\therefore D_1=2(f'\theta_1)=\dfrac{2.44\lambda f'}{d}=290km$

(2) $\because\mathrm{d}_2=10^{3}\mathrm{d}$，$\therefore$ $\mathrm{D}_2=\dfrac{\mathrm{D}_1}{10^{3}}=290\mathrm{m}$

(3) $\because d_3 = 2.5\times10^3 d$， $\therefore D_3 = \dfrac{D_1}{2.5\times10^3} = 116\text{m}$

23. 用一架照相机在离地面 $200km$ 的高空拍摄地面上的物体，如果要求它能分辨地面上相距 $1m$ 的两点，照相机镜头的口径至少要多大？设感光的波长为 $550nm$.

解：$\theta_1 = 0.61\lambda / R = 1.22\lambda / d$， $\theta' = \dfrac{\Delta y}{l}$

而 $\theta' \geq \theta_1$，即 $\dfrac{\Delta y}{l} \geq \dfrac{1.22\lambda}{d}$

$\therefore d_{min} = \dfrac{1.22\lambda l}{\Delta y} = 0.1342\text{cm}$

24. 已知月地距离约为 3.8×10^5km, 用上海天文台的口径为 1.56m 天体测量望远镜能分辨月球表面上两点的最小距离为多少？设波长为 555nm.

解：根据 $\Delta y = 1.22\dfrac{\lambda}{d}f'$，其中 $\lambda = 555nm, d = 1.56m, f' \approx 3.8\times10^8 m$

代入求得 $\Delta y = 164.9m$

25. 为了分辨第二级钠光谱的双线（589nm 和 589.6nm］长度为 15cm 的平面光栅的光栅常量应为多少？

解：根据 $P = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda} = jN$，得

光栅缝数 $N = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda \cdot j} = \dfrac{589.3\times10^{-9}}{0.6\times10^{-9}\times2} = 491$

故光栅常数 $d = \dfrac{l}{N} = \dfrac{15}{491}cm = 0.03cm$

第五章 光的偏振

1. 试确定下面两列光波

$E_1=A_0[e_x\cos(wt-kz)+e_y\cos(wt-kz-\pi/2)]$

$E_2=A_0[e_x\sin(wt-kz)+e_y\sin(wt-kz-\pi/2)]$

的偏振态。

解 ：$E_1=A_0[e_x\cos(wt-kz)+e_y\cos(wt-kz-\pi/2)]$

$=A_0[e_x\cos(wt-kz)+e_y\sin(wt-kz)]$ 为左旋圆偏振光

$E_2=A_0[e_x\sin(wt-kz)+e_y\sin(wt-kz-\pi/2)]$

$=A_0[e_x\sin(wt-kz)+e_y\cos(wt-kz)]$ 为右旋圆偏振光

2. 为了比较两个被自然光照射的表面的亮度，对其中一个表面直接进行观察，另一个表面通过两块偏振片来观察。两偏振片透振方向的夹角为 60°。若观察到两表面的亮度相同，则两表面的亮度比是多少？已知光通过每一块偏振片后损失入射光能量的 10%。

解：∵亮度比 ＝ 光强比（直接观察为 I_0,通过偏振片观察为 I），

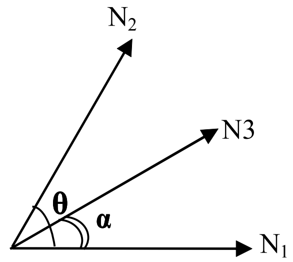
∴ $I/I_0 = (1-10\%)\cos^2 60^0\cdot(1-10\%) = 10\%$.

3. 两个尼科耳 N_1 和 N_2 的夹角为 60°，在他们之间放置另一个尼科耳 N_3，让平行的自然光通过这个系统。假设各尼科耳对非常光均无吸收，试问 N_3 和 N_1 的偏振方向的夹角为何值时，通过系统的光强最大？设入射光强为 I_0，求此时所能通过的最大光强。

解：设：P_3 与 P_1 夹角为α，P_2 与 P_1 的夹角为 $\theta=60^0$ $I_1=\frac{1}{2}I_0$ $I_3=I_1\cos^2\alpha=\frac{I_0}{2}\cos^2\alpha$

$I_2 = I_3\cos^2(\theta-\alpha) = \frac{I_0}{2}\cos^2\alpha\cos^2(\theta-\alpha)$

要求通过系统光强最大，即求 I_2 的极大值



题 5.3 图

$I_2=I_2\cos^2\alpha\cos^2(\theta-\alpha)=\frac{I_0}{2}\cos^2\alpha[1-\sin^2(\theta-\alpha)]$

$=\frac{I_0}{8}[\cos\theta+\cos(2\alpha-\theta)]^2$

由 $\cos(2\alpha-\theta)=1$ 推出 $2\alpha-\theta=0$ 即 $\alpha=\theta/2=30^\circ$

$\therefore I_{2max}=\frac{1}{2}I_0\cos^2\alpha\cos^2(\theta-\alpha)=\frac{1}{2}I_0\cos^2 30^\circ\cos^2 30^\circ=\frac{9}{32}I_0$

4. 在两个理想的偏振片之间有一个偏振片以匀角速度ω绕光的传播方向旋转（见题 5.4 图），若入射的自然光强为 I_0，试证明透射光强为

$$I=\frac{\pi}{16}I_0（1-\cos4\omega t）.$$

解: $I=\frac{1}{2}I_0\cos^2\omega t\cos^2(\frac{\pi}{2}-\omega t)=\frac{1}{2}I_0\cos^2\omega t\sin^2\omega t=\frac{1}{8}I_0\frac{1-\cos4\omega t}{2}$

$=I_0（1-\cos4\omega t）$

5. 线偏振光入射到折射率为 1.732 的玻璃片上，入射角是 60°，入射光的电矢量与入射面成 30°角。求由分界面上反射的光强占入射光强的百分比。

解：由电矢量在入射面的投影为 $A_n=I_0\cos^2 30^\circ$ $A_\perp=A_0\sin30^\circ$

即 $I_n=I_0\cos^2 30^\circ=3/4I_0$ $I_{s1}=I_0\cos^2 60^\circ=1/4I_0$

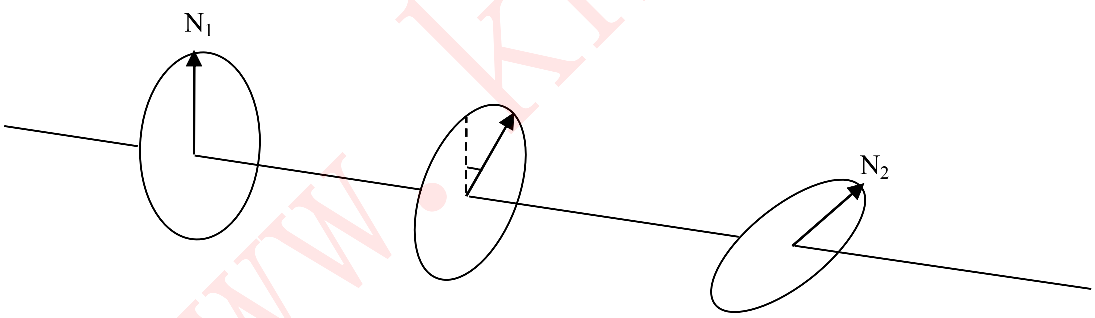
理论证明 $i_s=I_b=\arctan\frac{n_2}{n_1}=\arctan1.732=60^0$ 为布儒斯特角

∴反射光为只有垂直分量的线偏振光（相对入射面来说）

依据菲涅耳公式 $\frac{A'_{s1}}{A_{s1}}=-\frac{\sin(i_1-i_2)}{\sin(i_1+i_2)}$ $i_1=60^0, i_2=90^0-60^0=30^0$

$$\frac{I'_{s1}}{I_{s1}}=(\frac{A'_{s1}}{A_{s1}})^2=[-\frac{\sin(60^0-30^0)}{\sin(60^0+30^0)}]^2=\frac{1}{4}$$

$$\frac{I'_{s1}}{I_0}=\frac{\frac{1}{4}I_{s1}}{4I_{s1}}=\frac{1}{16}=6.25\%$$



题 5.4 图

6.一线偏振光垂直入射到一方解石晶体上，它的振动面和主截面成 30°角。两束折射光通过在方解石后面的一个尼科耳棱镜，其主截面与入射光的振动方向成 50^0 角。计算两束透射光的相对强度。

解：①当入射光振动面与尼科耳主截面分居晶体主截面两侧时

$$I_{e1} = I_1 \cos^2 30^0 = \frac{3}{4} I_1$$

$$I_{o2} = I_1 \cos^2 60^0 = \frac{1}{4} I_1$$

$$I_{2e} = I_{e1} \cos^2(30^0 + 50^0) = I_{e1} \sin^2 10^0$$

$$I_{2o} = I_{o1} \cos^2(90^0 - 30^0 - 50^0) = I_{o1} \cos^2 10^0$$

$$\frac{I_{2e}}{I_{2o}} = \frac{I_{e1} \sin^2 10^0}{I_{o1} \cos^2 10^0} = \frac{\frac{3}{4} I_1 \sin^2 10^0}{\frac{1}{4} I_1 \cos^2 10^0} = 3\tan^2 10^0 = 0.093$$

②当入射光振动面与尼科耳主截面分居晶体主截面两侧时

$$I_{e1} = I_1 \cos^2 30^0 = \frac{3}{4} I_1$$

$$I_{o2} = I_1 \cos^2 60^0 = \frac{1}{4} I_1$$

$$I_{2e} = I_{1e} \cos^2(50^0 - 30^0) = I_{1e} \sin^2 70^0 = \frac{3}{4} I_1 \sin^2 70^0$$

$$I_{2o} = I_{2e} \cos^2(2 * 50^0 - 30^0) = I_{2o} \cos^2 70^0 = \frac{1}{4} I_1 \cos^2 70^0$$

$$\frac{I_{2e}}{I_{2o}} == \frac{\frac{3}{4} I_1 \cos^2 70^0}{\frac{1}{4} I_1 \cos^2 70^0} = 3\tan^2 70^0 = 22.645$$

$$\frac{I_{2o}}{I_{2e}} = \frac{\cos^2 70^0}{3\sin^2 70^0} 0.044$$

7. 线偏振光垂直入射到一块光轴平行于表面的方解石波片上，光的振动面和波片的主截面成 30^0 角。求：（1）透射出来的寻常光和非常光的相对强度为多少？（2）用钠光入射时如要产生 90^0 的相位差，波片的厚度应为多少？（λ=589nm）

解：①

$$I_0 = I_1 \sin^2 30^0 = \frac{1}{4} I_1$$

$$I_e = I_1 \cos^2 30^0 = \frac{3}{4} I_1$$

$$\frac{I_0}{I_e} = \frac{\frac{1}{4} I_1}{\frac{3}{4} I_1} = \frac{1}{3}$$

② $\lambda = 589\text{nm}$ 时，$\Delta\Psi = 90^0$ $\Delta\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_0 - n_e)\ d = \frac{\pi}{2}(2k+1)$

当 k=0 时为厚度最小值

$\therefore\ d=\dfrac{(2k+1)\lambda}{4(n_0-n_e)}$ 代入数值得 d = 8.56×10^{-7}m

8. 有一块平行石英片是沿平行于光轴方向切出的。要把它切成一块黄光的 $1/4$ 波片，问这块石英片应切成多厚？石英的 $n_e = 1.552$, $n_o = 1.543$, λ = 589.3nm

$$d(n_0-n_e)=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{4}\Rightarrow d=\frac{(2k+1)\frac{\lambda}{4}}{(n_0-n_e)}=(2k+1)\times1.64\times10^{-3}\,\mathrm{cm}$$

9. (1) 线偏振光垂直入射到一个表面和光轴平行的波片，透射出来后，原来在波片中的寻常光及非常光产生了大小为π的相位差，问波片的厚度为多少？已知 $n_e = 1.5533$, $n_o = 1.5442$, λ = 500nm;（2）问这块波片应怎样放置才能使透射出来的光是线偏振光，而且它的振动面和入射光的振动面成 90^0 角？

解：① $d(n_0-n_e)\dfrac{2\pi}{\lambda}=(2k+1)\pi\Rightarrow d=\dfrac{(2k+1)\frac{\lambda}{4}}{(n_0-n_e)}=(2k+1)\times2.75\times10^{-3}\,\mathrm{cm}$

② 由①可知该波片为 1/2 波片，要透过 1/2 波片的线偏振光的振动面和入射光的振动面垂直

即：$2\theta=90^\circ\Rightarrow\theta=\dfrac{\pi}{4}$

10. 线偏振光垂直入射到一块表面平行于光轴的双折射波片，光的振动面和波片光轴成 25^0 角，问波片中的寻常光透射出来的相对强度如何？

解：将入射的线偏振光分别向 x,y 方向投影

得：$\dfrac{I_0}{I_e}=\dfrac{I\sin^2 25^0}{I\cos^2 25^0}=\tan^2 25^0$

11 在两个正交尼科耳棱镜 N_1 和 N_2 之间垂直插入一块波片，发现 N_2 后面有光射出，但当 N_2 绕入射光向顺时针转过 20^0 后，N_2 的视场全暗，此时，把波片也绕入射光顺时针转过 20^0 N_2 的视场又亮了。问（1）这是什么性质的波片；（2）N_2 要转过多大的角度才能使 N_2 的视场又变为全暗。

解: ①因为 N_1 垂直于 N_2 Δδ = $\dfrac{2\pi}{\lambda}(n_0-n_e)\ d=\pi(2k+1)$ （k=1,2,3…）

当Δδ = $(n_0-n_e)\ d=\dfrac{\lambda}{2}(2k+1)$ 时出现亮条纹，所以垂直插入的为 1/2 波片

②设波片顺时针方向转过 20^0 后，N_2 要转过α才能使 N_2 的视场恢复原始的暗场

因为 N_1 输出为线偏振光，$N_1\perp N_2$ N_2 视场本为暗场，垂直插入 1/2 波片后 N_2 视场为亮场，

线偏振光经过 1/2 波片后仍为线偏振光，只是振动方向转过了 2θ 角

$$\therefore \alpha = 2\theta = 2\times 20^0 = 40^0$$

12　一束圆偏振光，（1）垂直入射到 $1/4$ 波片上，求透射光的偏振状态；（2）垂直入射到 $1/8$ 波片上，求透射光的偏振状态。

解：1）圆偏振光可以看成相互垂直的两条线偏振光的合成，两者之间位相差为π/2 再经λ/4 波片后，它们相位差又增了π/2，这样两线偏振光的位相差为π/2+π/2＝π，合成为线偏振光，所以一束圆偏振光经 1/4 波片后合成为线偏振光。

2）圆偏振光经 1/8 波片后成为椭圆偏振光。位相差为π/2。

13.　试证明一束左旋圆偏振光和一束右旋圆偏振光，当它们的振幅相等时，合成的光是线偏振光。

证明：左、右旋圆偏振光的振动表达式分别为：

$$E_1=A_0[e_x\cos（wt-k_1z）+e_y\cos（wt-k_1z）]$$

$$E_2=A_0[e_x\sin（wt-k_2z）+e_y\sin（wt-k_2z）]$$

$$E = E_1 + E_2 = 2A_0[(E_x + E_y)\cos(\omega t-\theta)]$$

$$\theta = \frac{k_2 - k_1}{2}$$

这说明光路上任一点振动的 x 分量和 y 分量对时间有相同的依赖关系，它们都决定于 $\cos(\omega t-\theta)$ 因此它们是同相位的，这说明它们合成的是线偏振光。

14.　设一方解石波片沿平行光轴方向切出，其厚度为 0.0343mm，放在两个正交的尼科耳棱镜间。平行光束经过第一尼科耳棱镜后，垂直地射到波片上，对于钠光（589.3nm）而言。

晶体的折射率为 $n^e = 1.486$,$n^o = 1.658$,问通过第二个棱镜后，光束发生的干涉是加强还是减弱？如果两个尼科耳棱镜的主截面是相互平行的，结果又如何？

解：

①当两个尼科耳棱镜垂直时，透射光强度是：$I_\perp = I_0(1-\cos\Delta\varphi)$

由 $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}(n_0 - ne)d$ 可得 $\Delta\varphi = 20\pi$ 代入上式可得 $I_\perp = 0$ 因此是减弱

②当两个尼科耳棱镜平行时，透射光强度是：$I_\perp = I_0(1+\cos\Delta\varphi)$

同理可得：$I_\parallel = 2I_2$ 因此光强加强。

16　单色平行自然光垂直入射在杨氏双缝上，屏幕上出现一组干涉条纹。已知屏上 A、C 两点分别对应零级亮纹和零级暗纹，B 是 AC 的中点，如题 5.16 图所示，试问：（1）若在双缝后放一理想偏振片 P，屏上干涉条纹的位置、宽度会有如何变化？（2）在一条缝的偏振片后放一片光轴与偏振片透光方向成 45^0 的半波片，屏上有无干涉条纹？A、B、C 各点的情况如何？

解：①若在双缝后放一理想偏振片不会影响 S_1 与 S_2 之间的原有光程差，
所以原有干涉条纹的位置和宽度都不变，由于自然光经过偏振片后光强减半，所以 A 减光强有变化，C 减是暗纹，光强仍为 O 不变，$I_A=\frac{I_0}{2}+\frac{I_0}{2}+\sqrt{\frac{I_0}{2}.\frac{I_0}{2}}=4\times\frac{I_0}{2}\times I_0=0$

②若在一条缝的偏振片后放一片光轴与偏振片透光方向成 45^0 的半波片，则透过半波片的线偏振光的振动方向偏转了 $\alpha=2\times45^0=90^0$ 与未经半波片的线偏振光的振动方向垂直，使两束光的迭加不满足振动方向接近一致的相干条件。

17. 厚度为 0.025mm 的方解石波片，其表面平行与光轴，放在两个交的尼科耳棱镜之间，光轴与两个尼科耳各成 45^0，如果射入第一个尼科耳的光是波长为 400nm-700nm 可见光，问透过第二个尼科耳的光中，少了那些波长的光？

解：由题意知凡是未通过第二个尼科耳棱镜的光都是与第二个尼科耳垂直的光

即 $I_{\perp2}=0$ ∵ $\rho_1\perp\rho_2$ $\alpha-\theta=\pi/2$ $I_{\perp2}=I_0(1-\cos\Delta\varphi)$

$I_{\perp2}=0$ 说明 $(1-\cos\Delta\varphi)=0\Rightarrow\cos\Delta\varphi=1$

又因为 $\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}(n_0-n_e)d=\pm2k\pi$

所以 $\lambda=\frac{(n_0-n_e)d}{k}$ 的光未透过第二个尼科耳棱镜

因此在可见光范围内少了以下波长的光：

当 $k=1$ 时　λ=930nm
当 $k=5$ 时　λ=860nm
当 $k=6$ 时　λ=716.9nm
当 $k=7$ 时　λ=614.3nm
当 $k=8$ 时　λ=537.5nm
当 $k=9$ 时　λ=477.8nm
当 $k=10$ 时　λ=430nm
当 $k=11$ 时　λ=390nm

18. 把一块切成长方体的KDP 晶体放在两个正交的偏振片之间组成一个普克尔斯效应的装置。已知电光常数 $\gamma=1.06*10^{-11}\ {}^{m}/_{v}$，寻常光在该晶体中的折射率,$n_o=1.51$，若入射光 0 的

波长为 550nm 试计算从晶体出射的两束线偏振光相位差为π时，所需加在晶体上的纵向电压（叫做半波电压）。

解：线偏振光的相位差公式：

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 \gamma U$$

$$n_0 = 1.51 \gamma = 1.06\times10^{-11} m/\upsilon \lambda = 550nm \Delta\varphi = \pi$$

$$\therefore U = \frac{\Delta\varphi\lambda}{2\pi n_0^3 \gamma} = 7.53\times10^3 \upsilon$$

19. 将厚度为 1mm 且垂直于光轴切出的石英片放在两个平行的,尼科耳棱镜之间，使从第一个尼科耳出射的光垂直射到石英片上，某一波长的光波经此石英片后，振动面旋转了 20^0。问石英片厚度为多少时,该波长的光将完全不能通过。

解：沿垂直于光轴方向切出的石英片为旋光镜片，当出射光矢量与入射光矢量垂直时，则光不能通过 N2，即欲使光不能通过 N2，使 N1 出射的光束经晶片后又转过(2k+1)π/2，此时该光束的振动面与 N2 的主界面垂直，亦即φ_2=(2k+1)90°，且$\varphi_1 = \alpha d_1 = 20°$ 所以 $d_2 = (2k+1)\cdot 0.45$cm

20. 试求使波长为 509nm 的光的振动面旋转 150^0 的石英片厚度。石英对这种波长的旋光度为 $29.7^0 mm^{-1}$

解：

已知：$\lambda = 509nm \psi_0 = 29.7^0 mm^{-1} \varphi = 150^0$

根据旋光度的定义可知：d=$\dfrac{\varphi}{\psi_0} = \dfrac{\varphi = 150^0}{29.7^0 mm^{-1}} = 5.051mm$

21 将某种糖配置成浓度不同的四种溶液：100cm^3 溶液中分别含有 30.5 克、22.76 克、29.4 克和 17.53 克的糖。分别用旋光量糖计测出它们每分米溶液转过的角度依次是 49.5^0、36.1^0、30.3^0、和 26.8^0。根据这些结果算出这几种糖的旋光率的平均值是多少？

解：根据$\varphi = \alpha lc \Rightarrow \alpha = \dfrac{\varphi}{lc}$

它们的物质量浓度分别为：$c_1 = \dfrac{m}{v} = 0.305 g/cm^3$

$c_2 = \dfrac{m}{v} = 0.2276 g/cm^3$ $c_3 = \dfrac{m}{v} = 0.294 g/cm^3$ $c_4 = \dfrac{m}{v} = 0.1753 g/cm^3$

代入数值可得：

$$\alpha_1 = \frac{49.5^0}{1\times 0.305} = 162.30\frac{1}{dm}.\frac{cm^3}{g}$$

$$\alpha_2 = \frac{36.1^0}{1\times 0.2276} = 158.61\frac{1}{dm}.\frac{cm^3}{g}$$

$$\alpha_3 = \frac{30.3^0}{1\times 0.294} = 103.06\frac{1}{dm}.\frac{cm^3}{g}$$

$$\alpha_4 = \frac{26.8^0}{1\times 0.1753} = 152.88\frac{1}{dm}.\frac{cm^3}{g}$$

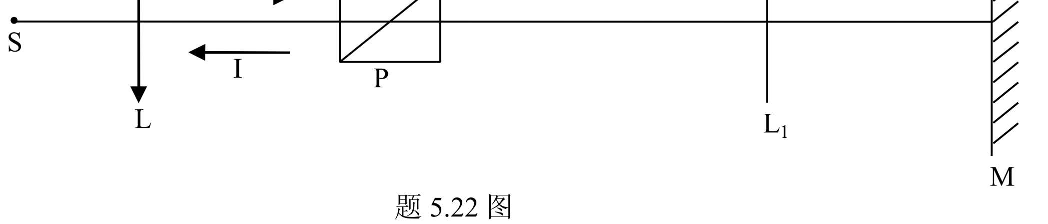
则$\bar{\alpha} = \dfrac{\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4}{4} = 144.2\dfrac{1}{dm}.\dfrac{cm^3}{g}$

22. 如图题 5.22 所示装置中，S 为单色光源置于透镜 L 的焦点处，P 为起偏器，L_1 为此单色光的 1/4 波片，其光轴与偏振器的透振方向成α角，M 为平面反射镜。已知入射偏振器的光束强度为 I_0，试通过分析光束经过各元件后的光振动状态，求出光束返回后的光强 I。各元件对光束的损耗可忽略不计

解：单色光源 S 发出的光经过透镜 L 后变为平行光，光强为 I_0.经 P 后为线偏振光，光强为 $I_p = \dfrac{1}{2}I_0$ 经 1/4 波片后，成为椭圆或圆偏振光，因各种元件对光束的损耗可忽略不计，所以光强不变只是振动方向偏转了α角。经 M 平面镜反射，光强仍为$\dfrac{1}{2}I_0$只是发生了左右对换，偏转角还是α，所以发射光还是圆或椭圆偏振光。

反射椭圆偏振光再经 1/4 波片后变为线偏振光，振动方向又增加了α角，所以反射线偏振光的振动方向与起偏器 P 的透振方向夹角为2α，强度不 变。

根据马吕斯定律，反射线偏振光再经 P 返回后的光强为：$I = \dfrac{1}{2}I_0\cos^2 2\alpha$



题 5.22 图

23. 一束椭圆偏振光沿 Z 方向传播，通过一个线起偏器，当起偏器透振方向沿 X 方向时，透射强度最大，其值为 $1.5I_0$；当透振方向沿 Y 方向时，透射强度最小，其值为 I_0。（1）当透振方向与 X 轴成θ角时，透射光的强度为多少？（2）使原来的光束先通过一个 1/4 波片后再通过线起偏器，1/4 波片的光轴沿 x 方向。现在发现，当起偏器透光轴与 x 轴成 30^0 角时，透过两个元件的光强最大，求光强的最大值，并确定入射光强中非偏振成分占多少？

解：设非偏振光经偏振片后的光强为I_u,椭圆偏振光经偏振片后的光强为$I_{e(\theta)}$

椭圆的长短轴分别为x, y轴，θ是偏振片透光轴与光轴的夹角

1.)设透过偏振片的总$I_\theta = I_u + I_{e(\theta)}$

$$I_{e(\theta)} = E_{ex}{}^2\cos^2\theta + E_{ey}{}^2\sin^2\theta = I_{ex}\cos^2\theta + I_{ey}\sin^2\theta$$

$$I_\theta = I_u + I_{e(\theta)} = (I_u + I_{ex})\cos^2\theta + (I_u + I_{ey})\sin^2\theta$$

$$\therefore I_\theta = 1.5I_0\cos^2\theta + I_0\sin^2\theta$$

2.)依据题意，椭圆偏振光经过1/4波片后的线偏振光的振动方向

与x轴成30^0角时得x, y的分量之比为：

$$\frac{E_{ey}}{E_{ex}} = \tan 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{I_{ey}}{I_{ex}} = (\frac{E_{ey}}{E_{ex}})^2 = \frac{1}{3} \therefore I_{ex} = 0.75I_0, I_{ey} = 0.25I_0, I_u = 0.75I_0$$

$$I_{\max} = I_{ex} + I_{ey} + I_u = 1.75I_0$$

$$I = I_0 + 1.5I_0 = 2.5I_0$$

非偏振光与总光强之比为:$\dfrac{2I_u}{I} = \dfrac{2\times 0.75I_0}{2.5I_0} = 60\%$

24. 有下列几个未加标明的光学元件：（1）两个线偏振器；（2）一个 1/4 波片；（3）一个半波片；（4）一个圆偏振器，除了一个光源和一个光屏外不借助其它光学仪器，如何鉴别上述光学元件。

解：首先，透过这五个元件观察光源光强不变的为 1/4 波片和半波片；光强减半的为两个线偏振器和圆偏振器。然后，把这三个光强减半的器件两两组合，透过该光学系统观察光源，若光强变暗且有消光现象的则为两个线偏振器的组合，由此鉴别出两个线偏振器，且剩余的一个为圆偏振器；然后，分别把两个波片放到两个偏振器之间，并旋转靠近眼睛的那个偏振器，透过该光学系统观察光源，若有消光现象则为半波片；反之，为 1/4 波片

25. 一束汞绿光以 60^0 角入射到磷酸二氢钾（KDP）晶体表面，晶体的 n_e=1.470,n_o=1.512,设光轴与晶面平行，并垂直于入射面，试求晶体中 o 光与 e 光的夹角。

解：已知 $n_0 = 1.512 \quad n_e = 1.470 \quad n_1 = 1 \quad \theta = 60°$

根据公式 $n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2$

可得 $$\sin\theta_0 = \frac{n_1}{n_0}\sin 60° = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1.512} = 0.573$$

$$\sin\theta_e = \frac{n_1}{n_e}\sin 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1.470} = 0.589$$

$$\theta_0 = 3409423^\circ \quad \theta_e = 36.0955^\circ$$

由上两式可得

由此可得：o光与e光的夹角$\Delta\theta = \theta_e - \theta_0 = 36.0955^\circ - 34.9423^\circ = 1.1535^\circ$

26. 通过尼科耳棱镜观察一束椭圆偏振光时，强度随尼科耳棱镜的旋转而改变，当强度为极小值时，在尼科耳棱镜（检偏器）前插入一块1/4波片，转动1/4波片使它的光轴平行于检偏器的透振方向，再把检偏器沿顺时针方向转动20^0就完全消光。问（1）该椭圆偏振光是右旋还是左旋的？（2）椭圆长短轴之比是多少？

解：尼科耳转至光强最小处，则主截面方向即为入射光的短轴方向。N1为短轴方向。

λ/4片光轴与N1主截面平行，故短轴上的振动为e光，长轴为o光。

N2与N1顺差20°时全暗，说明经λ/4片后的线偏振光的振动面在逆时针转70°的位置上（二、四象限）。说明o光的位相落后于e光π（或－π）。即δ＝π（或－π）。

因为线偏振光在70°的方向上，故入射椭圆的长短轴之比Ay/Ax=tan70°。

石英是正晶体，经λ/4片后，e光的位相落后于o光π/2，即δ2＝－π/2。因此，入射到λ/4片的光所具有的初始位相为δ1＝δ－δ2＝－3π/2（或π/2）。此为一个右旋的椭圆偏振光。

综合以上结果有：在未放λ/4片时的入射光偏振态为：一个右旋椭圆偏振光，长短轴之比为Ay/Ax=tan70°，短轴方向在N1主截面方向。

27. 推导出长短轴之比为2:1，长轴沿X轴的右旋和左旋椭圆偏振光的琼斯矢量，并计算两个偏振光叠加的结果.

解：对于长、短轴之比为2:1，长轴沿x轴的右旋椭圆偏振光的电场分量为

$$\bar{E}_X = A_X e^{ikz} = 2ae^{ikz}$$

$$\bar{E}_y = A_y e^{i(kz+\Delta\varphi)} = ae^{i\left(kz-\frac{\pi}{2}\right)}$$

故

$$\sqrt{A_X^2 + A_y^2} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = \sqrt{5}a$$

这一偏振光的归一化琼斯矢量为

$$E_R = \frac{A}{\sqrt{A_X^2 + A_y^2}}\begin{bmatrix} 1 \\ \frac{A_X}{A_y}e^{i\Delta\varphi} \end{bmatrix} = \frac{a}{\sqrt{5}a}\begin{bmatrix} 2 \\ e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix} 2 \\ -i \end{bmatrix}$$

若为左旋椭圆偏振光，$\Delta\varphi = \pi/2$，故其琼斯矢量为

$$E_L = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix} 2 \\ e^{i\frac{\pi}{2}} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix} 2 \\ i \end{bmatrix}$$

两偏振光叠加的结果为：

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{E} &= \boldsymbol{E}_R + \boldsymbol{E}_L \\
&= \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix} 2 \\ -i \end{bmatrix} + \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix} 2 \\ i \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix} 2+2 \\ -i+i \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{4}{5}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

合成波为光矢量沿 x 轴的线偏振光，其振幅为椭圆偏振光 x 分量振幅的 2 倍。

第六章 光的吸收、散射和色散

1．一固体有两个吸收带，宽度都是 30nm,一带处在蓝光区（450nm 附近），另一带处在黄光区（580nm 附近）。设第一带吸收系数为 $50cm^{-1}$,第二带的吸收系数为 $250cm^{-1}$.试绘出白光分别透过 0.1mm 及 5mm 的该物质后在吸收带附近光强分步的情况。

解：当白光通过 0.1mm 后的光强 $I_b=I_0e^{-ad}=I_0e^{-50\times 0.01}=0.606\ I_0$

$I_y=I_0e^{-250\times 0.01}=0.082I_0$

当白光通过 5mm 后，光强 $I_y=I_0e^{-a\,d}=I_0e^{-250\times 0.5}=5.167\times10^{-55}I_0=0$

$I_b=I_0e^{-a\,d}=I_0e^{-50\times .0.5}=1.389\times10^{-11}I_0$

两种情况下颜色不同。

2.某种介质 α_a 为 $0.32cm^{-1}$.求投射光强为入射光强的 0.1、0.2、0.5、及 0.8 倍时，该介质的厚度各多少？

解：由朗伯定律 $I=I_0e^{-a\times d}$ $\Rightarrow$ $d=-\ln\frac{I}{I_0}/a_a$

$d_1=-\ln 0.1/0.32=7.196$ cm

$d_2=-\ln 0.2/0.32=5.03$ cm

$d_3=-\ln 0.5/0.32=2.166$ cm

$d4=-\ln 0.8/0.32=0697$ cm

3.如果同时考虑到吸收和散射都将使透射光强减弱，则透射光表达式中的 a 可看作是由两部分和成， 一部分 a_a 是由于真正的吸收（变为物质分子的热运动），另一部分 a_a(称为散射系数)是由于散射，于是该式可写作 $I=I_0e^{-(a_a+a_s)l}$.如果光通过一定厚度的某种物质后，只有 20 %的光强通过。已知该物质的散射系数等于吸收系数的 1 / 2。假定不考虑散射，则透射光强可增加多少？

解：由已知列方程 $I_0e^{-(a_a+\frac{1}{2}a_a)l}=I_0\times20\ \%$

解得：$a_al=-\frac{2}{3}\ln 0.2$

当不考虑散射时，$a_s=0$ 则 $I=I_0e^{-al}=I_0e^{-\frac{2}{3}\ln 0.2}=0.342\ I_0$

$I-0.2\ I_0=0.142I_0$ 故 $p=\frac{I-0.2I_0}{I_0}=14.2$ 即透射光增加 14.2%

4.计算波长为 253.6nm 和 546.1 nm 的两谱线 瑞利散射的强度比。

解：由瑞利散射定律，散射光强度与波长的四次方成反比

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{\lambda_2{}^4}{\lambda_1{}^4}=\frac{(546.1)^4}{(253.6)^4}=21.5$$

5.太阳光由小孔入射到暗室，室内的人沿与光线垂直及与之成 45° 的方向观察这 束光线 时，见到瑞利散射的光强之比等于多少？

解；又散射光强公式 $I_a=I_0(1+\cos a^2)$

人沿与光垂直时光强 $I=I_0$（$1+\cos 90^{\circ}$）$=I_0$

人沿与光成 45° $I=I_0$（ $1+\cos 45^{\circ}$）$=2/3\ I_0$

$p=I/I_0=2/3$

6.一束光通过液体，用尼科尔正对这束光进行观察。当尼科尔主截面竖直时，光强达到最大值；当尼科尔主截面水平时，光强为零。再从侧面观察其散射光，在尼科尔主截面为竖直和水平时，光强之比为 20：1，计算散射光的退偏振度。

解：由题干知次光为偏振光，设 尼科耳主截面水平位置为 X 轴，竖直位置为 Y 轴，则

$\frac{I_y}{I_x}=20$ 所以 $I_y=20I_x$ 偏振度 $p=\left|\frac{I_y-I_x}{I_Y+I_X}\right|=\left|\frac{20I_X-I_X}{20I_x+I_x}\right|=19/21$

所以退偏振度△ $=1-p=1-19/21=9.52\%$

7.一种光学玻璃对汞蓝黄 435.8nm 和汞绿光 546.1nm 的折射率分别为 1.65250 和 1.62450。用柯西公式计算公式中的常量 a 和 b：并求它对 589nm 那黄光的折射率和散射 $\frac{dn}{d\lambda}$

解：由柯西公式 $n=a+\frac{b}{\lambda^2}$ 则 $n_1=a+\frac{b}{\lambda_1^2}$, $n_2=a+\frac{b}{\lambda_2^2}$

$b=(n_1-n_2)\ /\ (1/\lambda_1{}^2-1/\lambda_2{}^2)=1.46432\times10^4\ \text{nm}^2$,$a=n_1-1/\lambda_1^2=1.57540$.由 $\frac{dn}{d\lambda}$ $=-2b/\lambda^3=-1.4332\times10^{-4}\ \text{nm}^{-1}$

8 一种光学玻璃对汞蓝光 435.8nm 和汞绿光 546.1nm 的折射率分别为 1.65250 和 1.62450。用柯西公式计算公式中的常量 a 和 b；并求它对 589nm 钠黄光的折射率和色散 $\frac{dn}{d\lambda}$ 。

解：由 $n=a+\frac{b}{\lambda^2}$, $\frac{dn}{d\lambda}=-\frac{2b}{\lambda^3}$

得：$1.65250=a+\frac{b}{4358^2}$, $1.65250=a+\frac{b}{5416^2}$

所以 $a\approx1.57540, b\approx1.4643135\times10^4\ \text{nm}^2$

故 $n_0=1.61761$, $\frac{dn}{d\lambda}=-1433.24\ cm^{-1}$

9. 一个顶角为 60º的棱镜由某种玻璃制成，它的色散特性可用柯西公式中的常量 a =1.416, b =1.72×10^{-10} cm ^{2} 来表示。将棱镜的位置放置得使它对 600nm 的波长产生最小偏向角。计算这个棱镜的角色散率为多少？

解：由柯西公式 $\frac{dn}{d\lambda} = -2b/\lambda^3 = -1592.5956\,\text{cm}^{-1}$

$n = a + b/\lambda^2 = 1.416 + (1.72\times10^{-10})/(600\times10^{-7})^3 = 1.46378$

由 $D = \frac{2\sin\frac{A}{2}}{\sqrt{1-n^2\sin^2\frac{A}{2}}}\frac{dn}{d\lambda} = -2.337\times10^{-4}$ rad / nm

10.波长为 0.67nm 的 X 射线,由真空射入某种玻璃时,在掠射角不超过 0.1° 的 条件下发生全反射.计算玻璃对这种波长的折射率,并解释所得的结果.

解:由

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin 89.9^\circ}{\sin 90^\circ} = 0.999998476 \approx 1$$

11.波长为 0.07 nm 的 X 射线，其折射比 1 小 1.60×10^{-6} ，试求全反射时，X 射线的掠射角为多大？

解：$\theta = \sin^{-1}(1-1.60\times10^{-6}) = 89.89750618$

掠射角$\text{Ø}' = 90 - \theta = 90 - 89.89750618 = 0.1025^\circ$

12.对于波长 $\lambda = 400$ nm 的某光，某种玻璃的折射率 n=1.63 ,对于 $\lambda' = 500$nm 的光,其折射率 $n' = 1.58$.假若柯西公式的近似形式 $n = a + b/\lambda^2$ 适用，试求此玻璃对波长为 600nm 的光的色散率 $\frac{dn}{d\lambda}$ 值

解:：由柯西公式 $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$ 则 $n_1 = a + \frac{b}{\lambda_1^2}$, $n_2 = a + \frac{b}{\lambda_2^2}$

$b = (n_1 - n_2)/(1/\lambda_1^2 - 1/\lambda_2^2) = 8000\,\text{nm}^2$, $a = n - b/\lambda^2 = 1.58$

由 $\frac{dn}{d\lambda} = -2b/\lambda^3 = -7.4074\times10^{-5}\,\text{nm}^{-1}$

第七章 光的量子性

1．在深度远大于表面波波长的液体中，表面波的传播速度满足如下规律：

v = $\sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}(g+\frac{4\pi^2 F}{\lambda^2\rho})}$ 式中 g 为重力加速度，ρ 为液体密度，F 为表面波的波长.试计算表面波的群速度.

解：由任何脉动的一般瑞利公式 u = v - $\lambda\frac{\delta v}{\delta\lambda}$ = v $-\lambda\frac{dv}{d\lambda}$ = $\sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}(g+\frac{4\pi^2}{\lambda^2\rho})}$

$-\lambda\frac{d(\sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}(g+\frac{4\pi^2}{\lambda^{2\rho}})}}{d\lambda} = \frac{\frac{\lambda g}{4\pi}+\frac{3\pi F}{\lambda\rho}}{\sqrt{\frac{\lambda g}{2\pi}+\frac{2\pi F}{\lambda\rho}}}$

2．测量二硫化碳的折射率实验数据为：当 λ =589 nm . n' = 1.629:当 λ'' =656nm 时，

n'' =1.620 试求波长 589nm 的光在二氧化硫的相速度、群速度和群折射率。

解：由 v = $\frac{c}{n}$ 得 v_1 = $\frac{299792458}{1.629}$ = 1.840×10^8 m / s

. v_2 = $\frac{299792458}{1.620}$ =1.8506×10^8 m / s

所以△v = $v_2 - v_1$ = 1.057×10^6 m / s

由一般瑞利公式 u = v - $\lambda\frac{\partial v}{\partial\lambda}$ =1.840×10^8 - 589 $\times1.507\times10^6$ / (656 – 589) = 1.747 $\times10^8$ m / s

n = c / v = 299792458 / 1.747×10^8 = 1.716

3. 在测定光速的迈克尔逊旋转棱镜法中，设所用棱镜为正 n 面棱柱体。试导出：根据棱镜的转速、反射镜距离等数据计算光速公式。

解：设反射镜间距离为 L 转速 V_0 则 n 面棱柱每转过 一个面，光往返一个来回。所用时间

t = $\frac{1}{n}$ / V_0 = $\frac{1}{nV_0}$ 所以 c = 2L / t = $\frac{2L}{\frac{1}{nV_0}}$ = $2LnV_0$

4.试用光的相速度 v 和 $\frac{dv}{d\lambda}$ 来表示群速度 u= $\frac{d\omega}{dk}$ ，再用 v 和 $\frac{dn}{d\lambda}$ 表示群速度 u = $\frac{d\omega}{dk}$

解：(1) 由 u = $\frac{d\omega}{dk}$ = v - $\lambda\frac{\partial v}{\partial\lambda}$

(2) 由 u = v - $\lambda\frac{\partial v}{\partial\lambda}$ <1> v = c / n <2> → $\frac{dv}{d\lambda}=\frac{d(\frac{c}{n})}{d\lambda}=-\frac{c}{n^2}\frac{dn}{d\lambda}<3>$,把〈3〉代入〈1〉得

$$u=v-\frac{dv}{d\lambda}=\nu+\lambda\frac{c}{n^2}\frac{dn}{d\lambda}=\nu+\frac{\lambda\nu}{n}\frac{dn}{d\lambda}=\nu(1+\frac{\nu}{n}\frac{dv}{d\lambda}dn)$$

5.计算在下列各种色散介质中的传播的各种不同性质的波的群速度：(1) v = 常量

(2) v = $a\sqrt{\lambda}$, (a 为常量) (3) v = a / $\sqrt{\lambda}$ （在水面上的表面张力波） (4) v = a / λ (5) $\nu=\sqrt{c^2+b^2\lambda^2}$ (电离层的电磁波，其中 c 是真空中的光速，λ 是介质中的波长)

(6) $\nu=\frac{c\omega}{\sqrt{\omega^2\varepsilon\mu-c^2a^2}}$ (在充满色散介质的直波导管中的电磁波,式中 c 为真空中的光速,a 是与波导管有关的常量,$\varepsilon=\varepsilon(\omega)$ 是介质的介电常数,$\mu=\mu(\omega)$ 是介质的磁导率)

解:(1) $u=\nu-\lambda\frac{dv}{d\lambda}$ ， $\nu=常量,dv=0$ 所以 $u=\nu=常量$

(2) $u=\nu-\lambda\frac{dv}{d\lambda}$, $\nu=a\sqrt{\lambda},dv=\frac{a}{2\sqrt{\lambda}}d\lambda$ ，所以 $u=a\sqrt{\lambda}-\frac{\lambda a}{2\sqrt{\lambda}}=\frac{a\sqrt{\lambda}}{2}=\frac{\nu}{2}$

(3) $\nu=\frac{a}{\sqrt{\lambda}},dv=-\frac{ad\lambda}{2\lambda^{3/2}}$ ，所以 $u=\nu+\frac{\lambda a}{2\lambda^{3/2}}=\frac{3}{2}\nu$

(4) $u=\nu-\lambda\frac{dv}{d\lambda}=\frac{a}{\lambda}-\lambda\frac{d(\frac{a}{\lambda})}{d\lambda}=\frac{2a}{\lambda}=2\nu$

(5) $u=\nu-\lambda\frac{dv}{d\lambda}=\sqrt{c^2+b^2\lambda^2}-\lambda\frac{d(\sqrt{c^2+b^2\lambda^2})}{d\lambda}=\frac{c^2}{\sqrt{c^2+b^2\lambda^2}}=\frac{c^2}{\nu}$

(6) $u=\frac{d\omega}{dk},\omega=k\nu$ ， $\frac{1}{u}=\frac{dk}{d\omega}=\frac{1}{\nu}(1-\frac{\omega}{\nu}\frac{dv}{d\omega})$

而 $v = \frac{c\omega}{\sqrt{\omega^2 \varepsilon\mu - c^2 a^2}}, \varepsilon = \varepsilon(\omega), \mu = \mu(\omega)$

$$\frac{dv}{d\omega} = \frac{v}{\omega} - \frac{v\omega[\varepsilon\mu + \frac{\omega}{2}\frac{d(\varepsilon\mu)}{d\omega}]}{(\omega^2 \varepsilon\mu - c^2 a^2)^{3/2}}$$

所以 $u = \frac{1}{\varepsilon\mu} \frac{c}{v[1 + \frac{\omega}{2\varepsilon\mu}\frac{d(\varepsilon\mu)}{d\omega}]}$

6.利用维恩公式求:辐射的最概然频率 v_m ,辐射的最大光谱密度 $(\varepsilon_\lambda)_m$ 辐射出射度 $M_0(T)$与温度的关系.

解：由维恩位移定律

$$T\lambda_m = b \Rightarrow \lambda_m = \frac{b}{T} \Rightarrow \lambda_m \cdot \frac{1}{T}$$

由斯沁藩公式

$$M_0(T) = \sigma T^4 \Rightarrow M_0(T) \cdot T^4$$

7.太阳光谱非常接近于 $\lambda_m = 480nm$ 的绝对黑体的光谱.试求在 1 s 内太阳由于辐射而损失的质量,并估算太阳的质量减少 1% (由于热辐射)所经历的时间(太阳的质量 m_0 为 2.0×10^{30} 千克,太阳的半径 r 是 7.0×10^8m)

解：由维恩位移公式

$$T\lambda_m = b \Rightarrow T = \frac{b}{\lambda_m};$$

由斯沁藩公式

$$M_{(b)} = \sigma T^4 = \sigma(\frac{b}{\lambda m})^4 = 5.67051\times10^{-8}\times(\frac{2.8978\times10^{-3}}{480\times10^{-9}})^4 = 7.35\times10^7 \text{瓦}$$

$$P_{总} = M_{(b)}T \cdot S = M_{(b)}T4\pi r^2 = 7.53\times10^7\times4\times3.14\times(7.0\times10^8)^2 = 4.6357\times10^{26}\text{瓦}$$

由方程 $P_{总}t = m_0\times1\%\times c^2$

$$\Rightarrow t = \frac{m_0\times0.01\times c^2}{P_{总}} = 3.88\times10^{18}s$$

所以在 1s 内

$$\Delta m_{损} = \frac{P_{总}\cdot 1s}{c^2} = \frac{4.6357\times10^{26}}{9\times10^{16}} = 5.15\times10^9\text{kg}$$

8.地球表面每平方厘米每分钟由于辐射而损失的能量平均值为 0.546J.如有有一黑体,它在辐射相同的能量时，温度应为多少？

解：

$$M_{(b)}=\frac{0.546}{60}\times10^{4}=91\ (W/m\cdot s)$$

由斯沁藩公式

$$M_{(b)}(T)=\sigma T^{4}\Rightarrow T=(\frac{M_{(b)}}{\sigma})^{\frac{1}{4}}=(\frac{91}{5.6705\times10^{-8}})^{\frac{1}{4}}=200.14K$$

9.若有一黑体的辐出度等于 5.70W / cm², 试求该辐射最大光谱强度相对应的波长。

解：斯沁藩公式

$$M_{(b)}(T)=\sigma T^{4}$$

$$\Rightarrow T=(\frac{M_{(b)}}{\sigma})^{\frac{1}{4}}=(\frac{5.70\times10^{4}}{5.67051\times10^{-8}})^{\frac{1}{4}}=1001.298K$$

由维恩位移公式

$$T\lambda_{m}=b\Rightarrow\lambda_{m}=\frac{b}{T}=\frac{2.8978\times10^{-3}}{1001.298}=2.894\times10^{-6}m=289.4nm$$

10. 用交流供电的灯丝温度是变动的。一电灯钨丝白炽时的平均温度为 2300K，其中最高和最低温度的差约为 80K。问热辐射的总功率的最大和最小值之比为多少？钨丝的辐射可当作黑体。

解：斯沁藩公式

$$M_{(b)}(T)=\sigma T^{4}$$

所以

$$p=M_{(b)}(T)\cdot S$$

$$p_{1}=M_{(b)}(T_{1})\cdot S$$

$$p_{2}=M_{(b)}(T_{2})\cdot S$$

$$\frac{p_{1}}{p_{2}}=\frac{M_{(b)}(T_{1})\cdot S}{M_{(b)}(T_{2})\cdot S}=\frac{\sigma T_{1}^{4}\cdot S}{\sigma T_{2}^{4}\cdot S}=\left(\frac{T_{1}}{T_{2}}\right)^{4}=\left(\frac{2340}{2260}\right)^{4}=1.149$$

11. 若将恒星表面的辐射近似的看作是黑体辐射，则可以用测量 $\lambda_{\max}$ 的办法来估计恒星表面的温度。现测得太阳的 $\lambda_{\max}$ 为 510nm，北极星的 $\lambda_{\max}$ 为 350nm，试求它们的表面温度。

解：由维恩位移公式

$$\lambda_{m}T=b\Rightarrow T=\frac{b}{\lambda_{m}}$$

$$T_{(\text{太阳})}=\frac{b}{\lambda_{\max(\text{太阳})}}=\frac{2.8978\times10^{-3}}{510\times10^{-9}}=5682\text{K}$$

$$T_{(\text{北极星})}=\frac{b}{\lambda_{\max(\text{北极星})}}=\frac{2.8978\times10^{-3}}{350\times10^{-9}}=8279.4\text{K}$$

12. 小灯泡所消耗的功率为 1W，均匀的向各个方向辐射能量。设辐射的平均波长为 500nm，试求在 10km 处每秒钟落在垂直于光线方向上每平方厘米面积上的光子数。

解：由

$$\nu=\frac{c}{\lambda}=\frac{299792458}{500\times10^{-9}}=5.996\times10^{14}$$

由题意列方程得　pt $=4\pi r^2 nh\nu$

$$\Rightarrow n=\frac{pt}{4\pi r^2 h\nu}=\frac{1\times1}{4\times3.14\times(10000)^2\times6.626\times10^{-34}\times5.996\times10^{14}}=2\times10^9$$

每平方厘米面积上的光子数

$$n'=\frac{1}{10000}\times2\times10^9=2\times10^5$$ 个

13. 已知铯的逸出功为 1.88eV。现用波长为 300nm 的紫外光照射，试求光子的初动能和初速 。

解：由爱因斯坦光电效应方程

$$h\nu=\frac{1}{2}mv^2+W\Rightarrow\frac{1}{2}mv^2=h\nu-W=6.626\times10^{-34}\times\frac{299792458}{300\times10^{-9}}\times\frac{1}{1.60\times10^{-19}}-1.88=2.258eV=3.6134\times10^{-19}J$$

$$v=\sqrt{\frac{2E_k}{m}}=\sqrt{\frac{2\times3.6134\times10^{-19}}{9.1\times10^{-31}}}=8.9\times10^5$$ m / s

14. 用波长为 253nm 的光照射钨丝的表面时，在光电管的电路中产生的光电流，由于外加 1V 的遏止电压而截止。已知钨的逸出功为 4.5eV，试求接触电势差。

解：由

$$\frac{1}{2}mv_m^2=eV_g+W_a-W_K\quad<1>$$

由爱因斯坦光电效应方程 $h\nu=\frac{1}{2}mv_m^2+W\quad<2>$

联立<1> 和〈2〉得

$$W_a-W_k=h\nu-w-eV_g$$

所以接触电势差

$$U' = \frac{W_a - W_k}{e} = \frac{h\nu - W - eV_g}{e} = \frac{3\times10^8 \times \frac{6.626\times10^{-34}}{253\times10^{-9}} \times \frac{1e}{1.6\times10^{-19}} - 4.5eV - 1eV}{e}$$

=—0.593V

15. 波长为 320nm 的紫外光入射到逸出功为 2.2eV 的金属表面上，求光电子从金属表面逸出时的最大速度。若入射光的波长为原来的一半，初涉光电子的最大动能是否增至两倍？

解：由爱因斯坦光电效应方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(h\nu - W)}{m}} = 7.69\times10^5$$ m / s

若入射光波长减半，则

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu' - W = 6.626\times10^{-34} \times \frac{3\times10^8}{160\times10^{-9}} \times \frac{1}{1.6\times10^{-19}} - 2.2 = 5.565eV$$ （≠1.628eV）

所以最大动能不会增至两倍。

16. 波长为 0.1nm 的 X 射线被碳块散射，在散射角为 90° 的方向上进行观察。试求（1）康普顿位移 △λ （2）反冲电子的动能

解： △λ = λ – λ_0=

$$2k\sin^2(\frac{\theta}{2}) = 2\times2.4263089\times10^{-12}\times\sin^2(45^\circ) = 0.00241nm$$

反冲电子动能

$$E_k = hc(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}) = 6.626\times10^{-34}\times3\times10^8\times(\frac{1}{0.1\times10^{-9}} - \frac{1}{0.10241\times10^{-9}}) = 4.678\times10^{-17}J$$

17. 已知入射光子的波长为 0.003nm，而反冲电子的速度为光速的 β 倍（ β = 0.6 ），试确定康普顿位移△λ

解：由康普顿效应能量守恒

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + \frac{m_0}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}c^2 \Rightarrow \nu' = \frac{h\nu - 0.25m_0c^2}{h}$$

6.6099×10^{19}

所以

$$\lambda' = \frac{c}{\nu'} = \frac{3\times10^{8}}{6.9099\times10^{19}} = 4.34\times10^{-12}$$

$$\triangle\lambda = \lambda' - \lambda = (4.341-3)\times10^{-12} = 1.34\times10^{-12}\,m$$

18．在电子显微镜中，电子受到 90kV 的电压加速，如果观察到物质的分子结构（其大小为 10^{-9} cm 数量级），问显微镜的孔径应为多大？

解：由瑞利判据△y =

$$0.610\frac{\lambda}{n\sin u} \Rightarrow n\sin u = \frac{0.610\lambda}{\Delta y} <1>$$

由已知△y $=10^{-11}$m

由 德布罗意波长公式

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} <2>$$

由能量守恒

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU <3>$$

联立<1>,<2>,<3>得

$$n\sin u = \frac{0.610h}{\Delta y\sqrt{2eUm}} = \frac{0.610\times6.626\times10^{-34}}{10^{-11}\sqrt{2\times1.6\times10^{-19}\times9\times10^{4}\times9.1\times10^{-31}}} = 0.2497 \approx 0.25m$$

19.（1）一只 100W 灯泡，5%的功率辐射是可见光，假定可见光平均波长为 500nm，则每秒可辐射的可见光子数为多少？（2）假定灯泡为点光源，可以向各个方向发光，求在距离 2m 处每秒垂直通过单位面积的光子数。

解:(1)依题意列方程

$$p\times5\% = N_1 h\frac{c}{\lambda}\cdot t \Rightarrow N_1 = \frac{0.05p\lambda}{hc} = 1.257\times10^{19}$$

(2)由

$$p\times5\%t = 4\pi r^2\cdot N_2 h\frac{c}{\lambda} \Rightarrow N_2 = \frac{0.05p\lambda t}{4\pi r^2 hc} = 2.5\times10^{17}$$ 个

20.人在黑暗中，眼睛的视网膜如能接收到波长为 550nm 的最大有效辐射 $2\times10^{-18}J$，就能感知这一光源。求眼睛这一观察阀值相当于多少个光子？

解:由

$$W = N\cdot h\frac{c}{\lambda} \Rightarrow N = \frac{W\lambda}{hc} = \frac{2\times10^{-18}\times550\times10^{-9}}{6.626\times10^{-34}\times3\times10^{8}} = 5.53$$ 个

２１．一电子束被加速电压为Ｖ的电场加速（１）求电子在被加速之后的德布罗意波长;（２）求此德布罗意波的相速度和群速度;（３）把此德布罗意波射到一块单晶上，入射放向与晶面成θ角，观察到散射波第一级强度极大值，求晶格常量ｄ

解:(1)由

$$\frac{1}{2}mv^2=eV\Rightarrow mv=m\sqrt{\frac{2ev}{m}}=\sqrt{2mev}$$

由

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{\sqrt{2mev}}$$

(2)由

$$\frac{1}{2}mv^2=eV\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2eV}{m}},u=v-\lambda\frac{dv}{d\lambda}=v-\lambda\frac{d(\frac{h}{\lambda m})}{d\lambda}=v+\frac{h}{\lambda m}=v+v=2v$$

所以$u=2v$

(3)由布拉格公式

$2d\sin\theta=j\lambda$ 得

$$d=\frac{j\lambda}{2\sin\theta}=\frac{1\cdot\frac{h}{\sqrt{2meV}}}{2\sin\theta}=\frac{h}{2\sin\theta\sqrt{2meV}}$$

２２．在热核爆炸的火球中，测得瞬时温度为10^7K.（１）估算辐射最强的波长;（２）这种辐射最强波长的能量是多少焦耳?

解:由维恩位移公式

$$\lambda_mT=b\Rightarrow\lambda_m=\frac{b}{T}=\frac{2.8978\times10^{-3}}{10^7}=2.8978\times10^{-10}=0.289nm$$

由

$$W=h\frac{c}{\lambda}=6.626\times10^{-34}\times\frac{3.0\times10^8}{2.8978\times10^{-10}}=6.86\times10^{-16}J$$