

摘 要

随着移动通信的飞速发展,各种新兴的理论和技术的实施与应用来实现更高质量的通信与服务,智能天线就是其中之一。智能天线利用在信号传播方向上的差异,将同频率、同时隙的信号区分开来。它可以成倍地扩展通信容量,并和其他复用技术相结合,最大限度地利用有限的频谱资源,同时它能够抑制衰落提高通信质量。但是智能天线实现指向性发射的必要前提就是实现对信号源有效的波达方向(DOA)估计。因此,本文的主要目的就是利用空间谱估计理论实现智能天线下的 DOA 估计。

空间谱估计理论是阵列信号处理中的一个重要研究方向,是在空域滤波、时域谱估计基础上发展起来的一门科学与技术。空间谱估计的最大特点在于算法,只有在深入理解与掌握算法的基础上,其工程应用才易于实现。因此,本文分析和讨论了部分空间谱估计算法,并根据阵列的自身特点提出改进算法。具体内容如下:

首先,概述本文研究问题的背景和意义,介绍空间谱估计的历史和发展现状;

其次,介绍智能天线的基本原理,包括概念、结构、分类和用途意义等;然后重点介绍了空间谱估计理论的基础知识,特别是针对常用的阵列模型、表达式和二阶统计量等进行了详细的说明,这些是实现有效 DOA 估计的基础;

第三,针对智能天线阵列中最常用的均匀线阵阵列(U LA),利用空间谱估计基础知识,介绍了多种 DOA 估计方法,并从信噪比、信号源相关程度等不同方面对各方法的性能进行了比较和分析;

第四,本文研究了另一种非常重要的智能天线阵列:均匀圆阵阵列(U CA)。UCA 与 U LA 相比有很多优势,但是也由于阵列流型的复杂使得对 U CA 的 DOA 估计变得困难。本文分析讨论了多种 U CA 下的 DOA 估计方法,并针对 U CA 的自身特点对 U CA-RB-MUSIC 算法进行改进得到 UCAM-RB-MUSIC 算法;利用内插阵列变换实现圆阵平移 DOA 估计算法。仿真实验比较了各种方法的性能和优劣势,同时验证了各算法的有效性。

最后,通过对本文工作的总结和回顾,展望下一步的工作计划。

关键词: 波达方向; 均匀线阵; 均匀圆阵

The Study on Direction of Arrival Estimation in Smart Antenna

Abstract

With the fast development of telecommunication, the newly rising theories and technologies are applied to achieve the higher quality communication and service including smart antenna. Smart antenna takes advantages of the differences among the transmission directions of the signals to separate signals with same frequency and time slot. It can enlarge the communication capability enormously and be combined with other reusable technologies to make full use of the limited spectrum sources. Besides, it can also restrain the fading effects to improve the communication quality. But the precondition that smart antenna can achieve directional transmission is the DOA estimation of the signals can be got correctly. So the purpose of this paper is to use spatial spectrum estimation theories to get DOA estimations.

Spatial spectrum estimation is a very important research direction of array signal processing which develops based on spatial filtering and time domain spectrum estimation. The biggest characteristic of spatial spectrum estimation is algorithms. On the basis of deep understanding of the algorithms, the application of spatial spectrum estimation could be realized. In this way, this paper studies and analyzes some of the algorithms and makes improvement according to the feature of the array. The contents are as follows:

Firstly, the paper gives the introduction of the background and significance of the research area as well as the history and the development now of spatial spectrum estimation;

Secondly, the basic principles of smart antennas are introduced including concepts, structures, classifications and so on. Then the basic knowledge of spatial spectrum estimation is studied, especially the array models, expressions and second-order statistics. These are the bases to realize effective DOA estimations;

Thirdly, the paper focuses on the most common array-ULA. Making use of spatial spectrum estimation knowledge, the paper introduces several DOA estimation algorithms, and makes comparisons and analyses among different algorithms from the angles of signal and noise ratio (SNR) and the correlation;

Fourthly, the paper also studies another important smart antenna array-UCA. Compared with ULA, UCA has many advantages, but also some disadvantages for DOA estimation because of its complicated array manifold. The paper studies several DOA estimation algorithms for UCA. What's more, according to the feature of UCA, improvement is made to

UCA-RB-MUSIC algorithm and the interpolated array transformation is used to realize UCA shifts to get DOA estimations. Simulations show the effectiveness of these algorithms.

At last, the plan for next step is made based on the summarization of the paper.

Key Words: DOA; ULA; UCA

独创性说明

作者郑重声明：本硕士学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写的研究成果，也不包含为获得大连理工大学或者其他单位的学位或证书所使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的贡献均已在论文中做了明确的说明并表示了谢意。

作者签名： 杨华 日期： 2007.12.20

大连理工大学学位论文版权使用授权书

本学位论文作者及指导教师完全了解“大连理工大学硕士、博士学位论文版权使用规定”，同意大连理工大学保留并向国家有关部门或机构送交学位论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权大连理工大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，也可采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编学位论文。

作者签名： 杨华

导师签名： 邱爽

2007年12月20日

1 绪论

1.1 研究的背景和意义

在全球通信业务飞速发展进步的浪潮下，移动通信技术越来越引起人们的极大关注。移动通信是通信领域中最具活力、最具发展前途的一种通信方式。移动通信系统的要求是在保证服务质量的前提下，以一定的成本要求达到尽可能大的覆盖范围和尽可能高的通信容量。但复杂的移动通信环境却给这一目标的达成造成了很大困难。为了达到 IMT-2000 对更高速率、更高质量和更大容量的要求，3G 在物理层面主要采用的关键技术有：扩频码技术、多用户检测和智能天线^[1]等。

智能天线的使用可以大大提高天线系统的可靠性与灵活性。在不增加系统复杂度的情况下，使用智能天线既可满足用户要求的服务质量，又可实现网络扩容的需要。智能天线利用数字信号处理技术产生空间定向波束，使天线主波束对准用户信号到达方向，旁瓣或零陷点对准干扰信号到达方向，以达到充分高效地利用移动用户有用信号并抑制干扰信号的目的。

最初的智能天线技术主要用于雷达、声纳、军事抗干扰通信，用来完成空间滤波和定位等功能，提高系统的性能和电子对抗的能力，但由于价格等因素一直未能普及到其它通信领域。智能天线真正的发展是在 20 世纪 90 年代初，随着移动通信的发展及对移动通信电波传播、组网技术、天线理论等方面的研究逐渐深入、微计算器和数字信号处理技术的飞速发展、DSP 数字信号处理芯片的处理能力日益提高，利用数字技术在基带形成天线波束成为可能；同时数字芯片的价格已经为现代通信系统所接受，因此智能天线技术开始用于具有复杂电波传播环境的移动通信。对于蜂窝移动通信，由于无线信号的传播路径是复杂的多径传播，会引起传播信号的时间扩展、多普勒扩展和角度扩展，从而使得基站接收信号时产生频率选择性衰落和时间选择性衰落，导致符号间干扰；同时为了节省频率资源，无线蜂窝网采用了频率再用技术，这也会使得基站接收希望用户的同时产生同道干扰。解决这些问题的一条主要途径就是开发智能天线^[2]。

智能天线实现指向性发射的必要前提就是实现对用户信号波达方向(DOA)的测定。不论是在上行(从用户到基站)问题还是在下行(从基站到用户)问题中，用户信号的 DOA 估计都是智能天线研究的一个重要方面。从某种程度上说，DOA 估计的精度越高，对干扰的抑制能力就越强，信道容量就越大^[3]。

1.2 国内外发展的现状

DOA 估计问题属于阵列信号处理领域。阵列信号处理是空域信号分析和处理的一种重要手段,近 30 年来得到迅速的发展,它的应用涉及雷达、声纳、通讯、地震勘探、射电天文、医学成像等多种军事和国民经济应用领域。将一组传感器按一定方式布置在空间的不同位置,形成传感器阵列,用传感器阵列接收空间信号,就可以得到信号源的观测数据。传感器阵列在某一时刻接收到的信号,其实质是对信号场作空域采样,它与信号的时域采样有着对偶关系。频域信号具有“频谱”的概念,对应到空间阵列信号为“空间谱”,时域信号处理中所谓的“系统频率响应”对应到空间阵列信号处理中为阵列“方向图”。对信号在时域中作“滤波处理”的实质是对不同频率的信号进行增强或抑制,对信号在空域中作“滤波处理”的实质是对不同来向的信号进行增强或抑制^[4]。因此不难想象,对应于时域信号的分析处理技术,也有相应的空域处理技术。然而阵列信号处理能够发展成为信号处理技术的一个重要分支,自然有其自身的特点。“空间谱”是阵列信号处理中的一个重要概念,时域频谱表示信号在各个频率上的能量分布,而“空间谱”表示信号在空间各个方向上的能量分布,因而若能获得信号的“空间谱”,就能得到信号的 DOA。阵列信号处理的任务就是从观测数据中提取接收信号的空间信息,以实现空间信号的检测及分辨。

阵列信号处理最主要的两个研究方向是自适应空域滤波(自适应阵列处理)和空间谱估计。自适应阵列处理技术的产生早于空间谱估计,而且已得到了广泛应用。相反,尽管空间谱估计在近 30 年中也得到了快速的发展,研究文献之多,遍及范围之广,内容之丰富令人叹为观止,但其实用系统尚不多见。目前空间谱估计理论与技术仍处于方兴未艾的迅猛发展之中,成为阵列信号处理学科发展的主要方面。

最早的基于阵列的 DOA 估计算法为常规波束形成(CBF^[5])法,也称为 Bartlett 波束形成法。这种方法是传统时域傅里叶谱估计方法中一种空域简单扩展形式。从 20 世纪 70 年代末开始,在空间谱估计方面涌现出大量的研究成果和文献,其中以美国 Schmidt R O 等人提出的多重信号分类(MUSIC^[6])算法最为突出,它实现了向现代超分辨测向技术的飞跃,MUSIC 算法的提出也促进了特征子空间类(或称子空间分解类)算法的兴起。子空间分解类算法从处理方式上可以分为两类:一类是以 MUSIC 为代表的噪声子空间类算法,另一类是以旋转不变子空间(ESPRIT)为代表的信号子空间类算法^[7,8]。20 世纪 80 年代后期开始,又出现了一类自空间拟合类算法,其中比较有代表性的算法有最大似然(ML^[9])算法、加权子空间拟合(WSF^[10])算法及多维 MUSIC(MD-MUSIC^[11])算法等。最大似然(ML)参数估计类方法是参数估计理论中一种典型和实用的估计方法。

近二三十年的空间谱估计技术的发展过程中,相关的理论和算法或针对不同角度的相关研究工作主要分布在以下几个方面:

- 1、信号源数的估计;
- 2、相干信号源的空间谱估计;
- 3、子空间迭代与跟踪算法;
- 4、特殊信号的空间谱估计;
- 5、模型未知或存在误差时的 DOA 估计;
- 6、特殊阵列的空间谱估计问题;
- 7、现代信号处理方法在空间谱估计中的应用;
- 8、多维空间谱估计问题;
- 9、空间谱估计技术的实用化问题;
- 10、空间谱估计算法在其他领域的推广。

空间谱估计的理论与技术已日益成熟,但是需要研究的方向还有很多,例如,信号模型方面:从理想数学模型逐步转到对更加复杂且更加符合实际环境的信号模型的研究上,这将为空间谱理论及算法的实际应用打下坚实的基础;阵列的结构设置问题:目前,对于一维线阵的阵列设置问题有较深入的研究,但对于二维阵列(如圆阵、平面阵等)的研究工作比较少,这一方面的研究更加符合实际情况。此外,针对实际应用领域或应用背景所涉及的 DOA 估计问题也是研究的热点问题。

1.3 论文的主要工作和内容安排

本文主要研究在不同天线设置情况(均匀线阵阵列(U LA)和均匀圆阵阵列(U CA))下对用户的 DOA 估计问题,重点放在 U CA 下的 DOA 估计问题上。本文分别讨论了 U LA 下的一维(1-D)DOA 估计方法, U CA 下的一维和二维(2-D)DOA 估计方法。

U LA 的研究方法是比较成熟的,本文主要分析了 MUSIC 和 ESPRIT 两类方法的估计结果和性能,通过仿真结果说明每种算法的特点。U CA 由于自身阵列流型的复杂性,其 DOA 估计算法也更加复杂。比较常用的方法有两类:一类是利用空间模式变换来实现 DOA 估计;一类是内插阵列变换方法。本文讨论了空间模式变换下的两种算法: U CA-RB-MUSIC 算法和 U CA-ESPRIT 算法,并且给出了一种改进的 U CA-RB-MUSIC 算法;同时,本文利用内插阵列变换实现了圆阵平移 1-D DOA 估计方法。

具体的章节安排如下:第二章简要介绍智能天线和空间谱估计的基本知识;第三章具体讨论 U LA 下的 DOA 估计问题;第四章讨论 U CA 下的 1-D 和 2-D DOA 估计问题,

给出一种改进的 UCA-RB-MUSIC 算法(UCAM-RB-MUSIC 算法);利用内插阵列变换实现圆阵平移 1-D DOA 估计算法;最后为全文结束语。

2 智能天线及空间谱估计基本原理

智能天线技术中智能的主要含义是指它根据外界用户信号 DOA 的变化, 通过信号处理技术和自适应滤波算法对这些波束加权因子的幅度和相位自适应调整, 使发射和接收方向图动态地跟踪用户, 从而令波束准确指向用户。为使天线波束指向可控, 甚至形状可控, 有效的办法是采用阵列天线。DOA 估计是智能天线工作的基础。获得上行链路信号的 DOA 信息后得到下行链路波束形成是智能天线工作的主要内容。本章接下来对智能天线和空间谱估计的基本原理加以介绍。

2.1 智能天线的基本原理

2.1.1 智能天线的概念

智能天线(Smart Antenna or Intelligent Antenna)就是阵列天线与先进的信号处理技术相结合, 形成同时具有空、时处理能力的天线, 是信号处理中的一个重要领域。顾名思义, 智能天线是一种智能化的天线形式, 这里的智能化体现在自适应上, 这种自适应天线阵列由多个天线单元组成, 每一个天线后接一个加权器(即乘以某一个权值系数, 这个系数通常是复数, 既调节幅度又调节相位), 最后用加法器进行合并, 这种结构的智能天线只能完成空域处理, 同时具有空域、时域处理能力的智能天线在结构上相对复杂些, 每个天线后接的是一个延时抽头加权网(结构上与时域 FIR 均衡器相同)。自适应或者智能的主要含义是指这些加权系数可以适当改变、自适应调整。

随着社会信息交流需求的急剧增加、个人移动通信的迅速普及, 频谱已经成为越来越宝贵的资源。智能天线采用空分多址^[12](SDMA)技术, 利用在信号传播方向上的差异, 将同频率、同时隙的信号区分开来。它可以成倍地扩展通信容量, 并和其他复用技术相结合, 最大限度地利用有限的频谱资源。另外在移动通信中, 复杂的地形和建筑物对电波传播的影响、以及大量用户间的相互影响会导致时延扩散、瑞利衰落、多径和共信道干扰等, 这些都会使通信质量受到严重影响。采用智能天线可以有效地解决这个问题。

智能天线可以用于基站端, 也可以用于移动终端。用于基站端的智能天线是一种由多个天线单元组成的阵列天线。它通过调节各阵元信号的加权幅度和相位来改变阵列的天线方向图, 从而抑制干扰, 提高信噪比。它可以自动测出用户方向, 并将波束指向用户从而实现波束随着用户的移动而移动。它可提高天线增益, 减少信号发射功率, 延长电池寿命, 减小用户设备的体积, 或在不降低发射功率的前提下, 大大增加基站的覆盖率。广义地说, 智能天线是一种天线和传播环境与用户和基站的最佳空间匹配通信。用于移动终端的智能天线可以有效地提高通信性能, 降低发射功率, 减少电磁波对人体的

伤害。此外，由于智能天线可以从用户方向和传播时延获知用户位置，因此可以为用户提供定位服务，如导航、紧急救助等。

2.1.2 智能天线的分类

根据不同的要求，智能天线的分类也不同，一般可以分为三类：空间分集接收、波束切换天线和自适应天线阵列。它们的复杂度依次递增，性能也依次递增。

(1) 空间分集接收

空间分集接收框图如图 2.1 所示。图中简单表示了天线与接收机的情况，其中 d 是指两根天线之间的间距， λ 为载波波长，一般情况下， $d \gg \lambda$ 。接收机中信道估计器对每根天线接收到的所有用户的信道脉冲响应进行估计，将估计出的响应值与接收到的信号值一同送到空间分集算法模块进行计算，最后计算出信号估计值。

在无线移动信道中，每一个用户信号都要受到信道衰落的影响，信道衰落持续时间的长短有时会成为决定误码率高度的一个重要方面。空间分集中，由于每根天线的间隔较远，接收信号之间的相关性很小，这样就可以减小信道深衰落的影响，降低输出信号的误码率。

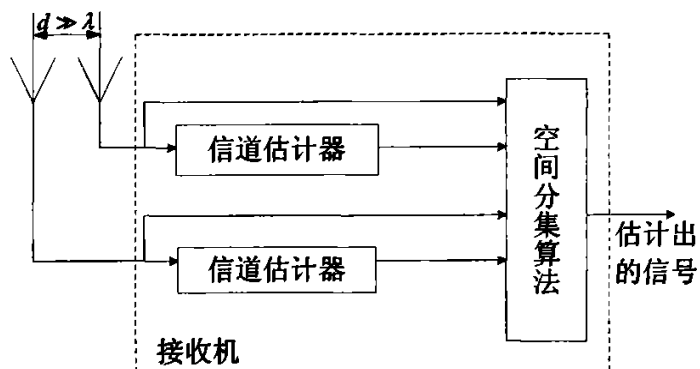


图 2.1 空间分集接收机和信号接收框图

Fig. 2.1 Schematic diagram of space diversity receiver and signal reception

(2) 波束切换天线

波束切换天线接收机的框图如图 2.2 所示。接收机中空间角度搜索模块的作用是寻找移动用户所在的波束；信号滤波器只对波束指向的用户进行信号处理。在开关波束天线系统中，利用天线阵列发射一系列相互重叠的波束，对整个小区进行全方位覆盖，每一个波束能量集中方向不同，相互之间有一定的区分。操作时，系统扫描并计算所有波束的输出功率，找出最大的那一个作为向用户定向发射或接收的波束，然后在这个波束

内进行信号滤波并估计出所需信号。如果用户从一个波束覆盖区移动到另外一个覆盖区，智能天线需要重新扫描并定位到对应波束。在用户激活期间，系统总是分配一个波束给这个用户，波束采取动态分配。由于开关天线对用户的位置不能清楚地给出，通常情况下，只作为接收天线使用。开关天线的波束覆盖范围较全向天线和扇形天线要小，故能减小其他用户对此用户的干扰，提高系统性能。

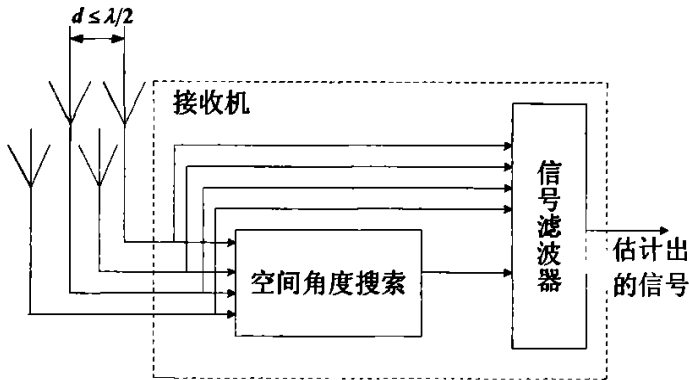


图 2.2 开关波束天线接收机框图

Fig. 2.2 Schematic diagram of switch beam antenna receiver

(3) 自适应天线阵列

自适应天线阵列的接收设备与开关波束天线有些相似，都是基于波束的。但是它们的具体操作不同。自适应天线阵列框图如图 2.3 所示。自适应天线主要采用一个天线阵列，对每一个用户进行 DOA 估计，在对移动用户正确定位的基础上，估计用户信道，最后得到想要的信号。接收机根据 DOA 估计模块来估计定位用户的位置，形成对应波束，随后在这个波束覆盖的区域建立通信链路。信道估计模块，对每一个波束中用户的信道进行估计，为后面的信号恢复提供信道信息。信号滤波器，利用上两个模块提供的估计信息对接收到的信号进行滤波处理，处理码间干扰和用户间干扰。与开关波束天线不同，自适应天线能够准确地估计出用户的位置，利用基站分配的波束进行上下行链路通信。通信时波束直接对准用户，避免或者减小了多径形成的可能，也减小了其他用户的干扰，降低了发射功率，扩大了基站覆盖范围，提高了蜂窝系统容量。

本文所讨论的 DOA 估计算法就是针对自适应天线阵列而言的。

2.1.3 智能天线的基本结构

智能天线主要由三部分组成，如图 2.4 所示。

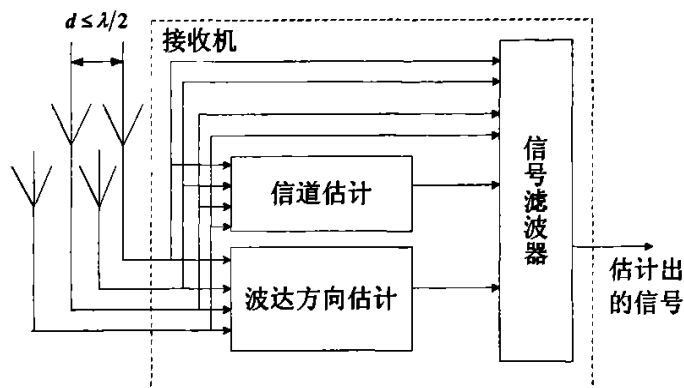


图 2.3 自适应天线阵列框图

Fig. 2.3 Schematic diagram of adaptive antenna array

(1) 天线阵列部分

天线阵元的数量和配置方式都对智能天线的性能有着直接的影响，设阵元数为 M ，一般在移动通信中取 $M = 8$ 或 16 等。阵列天线的组阵方式多种多样，典型的阵列形状大致可分为：线阵、面阵、圆阵等，而在实际应用中，还可以根据不同的需要组成三角阵、不规则阵和随机阵等。

(2) 模/数转换或数/模转换部分

上行链路时，天线将接收到的模拟信号转换为数字信号；而在下行链路时，要将处理后的数字信号转换成模拟信号。

(3) 波束形成网络部分

这一部分的主要功能体现为天线波束在一定范围内能根据用户的需要和天线传播环境的变化，通过数字信号处理器自适应地调整权值系数 w_1, w_2, \dots, w_M ，以调整到合适的波束形成网络，或者从预先设置好的权值系数列表中根据一定的准则挑选一组最佳值，从而获得最佳主波束方向。

以上介绍的是智能天线用作接收天线时的结构，当用它进行发射时结构稍有变化，加权器或加权网络置于天线之前，也没有相加合并器。

2.1.4 智能天线的基本原理

智能天线的基本思想是：天线以多个高增益动态窄波束分别跟踪多个期望信号，来自窄波束以外的信号被抑制。但智能天线的波束跟踪并不意味着一定要将高增益的窄波束指向期望用户的物理方向，事实上，在随机多径信道上移动用户的物理方向是难以确

定的，特别是在发射台至接收机的直射路径上存在阻挡物时，用户的物理方向并不一定是理想的波束方向。智能天线波束跟踪的真正含义是在最佳路径方向形成高增益窄波束并跟踪最佳路径的变化，智能天线的“智能化”正体现于此。

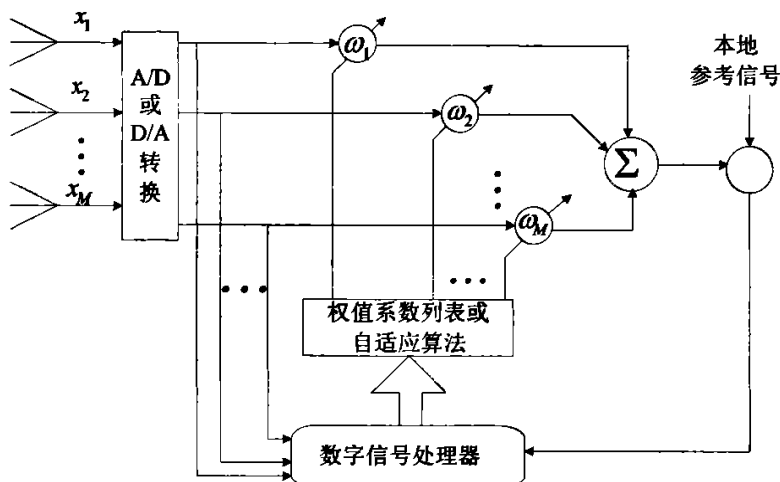


图 2.4 智能天线原理结构图

Fig. 2.4 Principle schematic diagram of smart antenna

假设满足天线传输窄带条件，即某一入射信号在各天线单元的响应输出只有相位差异而没有幅度变化，这些相位差异由入射信号到达各天线所走路线的长度差决定。若入射信号为平面波（只有一个入射方向），则这些相位差由载波波长、入射角度、天线位置分布唯一确定。给定一组加权值，一定的入射信号强度，不同入射角度的信号由于在天线间的相位差不同，合并器的输出信号强度也会不同。

智能天线的方向图不同于全向天线（理想时）为一条直线，而更接近方向天线的方向图，即有主瓣、旁瓣等，但相比而言智能天线通常有较窄的主瓣，较灵活的主、旁瓣大小，位置关系，和较大的天线增益，另外和固定天线的最大区别是：不同的权值通常对应不同的方向图，可以通过改变权值来选择合适的方向图，即天线模式。

2.2 空间谱估计基本原理

空间谱估计是一种空域处理技术，其基础理论离不开阵列信号处理的基本原理，即通过空间阵列接收数据的相位差来确定一个或几个待估计参数，如方位角、俯仰角及信号源数等。本节主要介绍空间谱估计所涉及的一些相关知识，为下面章节的算法研究和分析奠定基础。

2.2.1 空间谱估计的数学模型

空间谱估计就是利用空间阵列实现空间信号参数估计的一项专门技术。整个空间谱估计系统由三部分组成：空间信号入射、空间阵列接收及参数估计。相应地可以分为三个空间，即目标空间、观察空间和估计空间，也就是说空间谱估计系统由这三个空间组成，框图^[5]见图 2.5。

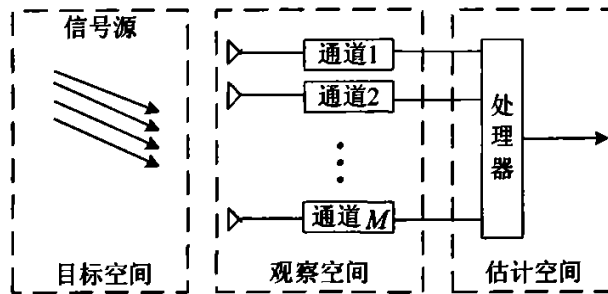


图 2.5 空间谱估计的系统结构

Fig. 2.5 System frame of space spectrum estimation

(1) 通常情况下的数学模型

考虑 N 个远场的窄带信号入射到空间某阵列上，其中阵列天线由 M 个阵元组成，假设阵元数等于通道数，即各阵元接收到信号后经各自的传输信道送到处理器，也就是说处理器接收来自 M 个通道的数据。

在信号源是窄带的假设下，信号可用如下的复包络形式表示：

$$\begin{cases} s_i(t) = u_i(t) e^{j(\omega_0 t + \varphi(t))} \\ s_i(t-\tau) = u_i(t-\tau) e^{j(\omega_0(t-\tau) + \varphi(t-\tau))} \end{cases} \quad (2.1)$$

式中， $u_i(t)$ 是接收信号的幅度， $\varphi(t)$ 是接收信号的相位， ω_0 是接收信号的频率。在窄带远场信号源的假设下，有

$$\begin{cases} u_i(t-\tau) \approx u_i(t) \\ \varphi(t-\tau) \approx \varphi(t) \end{cases} \quad (2.2)$$

根据式(2.1)和(2.2)，显然有下式成立：

$$s_i(t-\tau) \approx s_i(t) e^{-j\omega_0 \tau} \quad i=1, 2, \dots, N \quad (2.3)$$

则可以得到第 l 个阵元的接收信号为

$$x_l(t) = \sum_{i=1}^N g_{li} s_i(t - \tau_{li}) + n_l(t) \quad l = 1, 2, \dots, M \quad (2.4)$$

式中, g_{li} 为第 l 个阵元对第 i 个信号的增益, $n_l(t)$ 表示第 l 个阵元在 t 时刻的噪声, τ_{li} 表示第 i 个信号到达第 l 个阵元时相对于参考阵元的时延。

将 M 个阵元在特定时刻接收的信号排列成一个矢量, 可得

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}e^{-j\omega_0\tau_{11}} & g_{12}e^{-j\omega_0\tau_{12}} & \dots & g_{1N}e^{-j\omega_0\tau_{1N}} \\ g_{21}e^{-j\omega_0\tau_{21}} & g_{22}e^{-j\omega_0\tau_{22}} & \dots & g_{2N}e^{-j\omega_0\tau_{2N}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{M1}e^{-j\omega_0\tau_{M1}} & g_{M2}e^{-j\omega_0\tau_{M2}} & \dots & g_{MN}e^{-j\omega_0\tau_{MN}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_N(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_M(t) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

在理想情况下, 假设阵列中各阵元是各向同性的且不存在通道不一致、互耦等因素的影响, 那么式(2.5)中的增益可以省略(即归一化为 1), 在此假设下式(2.5)可以简化为

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\omega_0\tau_{11}} & e^{-j\omega_0\tau_{12}} & \dots & e^{-j\omega_0\tau_{1N}} \\ e^{-j\omega_0\tau_{21}} & e^{-j\omega_0\tau_{22}} & \dots & e^{-j\omega_0\tau_{2N}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j\omega_0\tau_{M1}} & e^{-j\omega_0\tau_{M2}} & \dots & e^{-j\omega_0\tau_{MN}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_N(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_M(t) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

将式(2.6)写成矢量形式^[5,6]如下:

$$X(t) = AS(t) + N(t) \quad (2.7)$$

式中, $X(t)$ 为阵列的 $M \times 1$ 维快拍数据矢量, $N(t)$ 为阵列的 $M \times 1$ 维噪声数据矢量, $S(t)$ 为空间信号的 $N \times 1$ 维矢量, A 为空间阵列的 $M \times N$ 维流型矩阵(导向矢量阵), 且

$$A = [a_1(\omega_0) \quad a_2(\omega_0) \quad \dots \quad a_N(\omega_0)] \quad (2.8)$$

其中

$$a_i(\omega_0) = \begin{bmatrix} \exp(-j\omega_0\tau_{1i}) \\ \exp(-j\omega_0\tau_{2i}) \\ \vdots \\ \exp(-j\omega_0\tau_{Mi}) \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.9)$$

式中, $\omega_0 = 2\pi f = 2\pi \frac{c}{\lambda}$, c 为光速, λ 为波长。

由上述知识可知, 一旦知道阵元间的延迟表达式 τ , 就可以很容易的知道空间阵列的导向矢量或阵列流型。下面推导一下空间阵元间的延迟表达式。假设空间任意两个阵元, 其中一个为参考阵元(位于原点), 另一个阵元的坐标为 (x, y, z) , 两阵列的几何关系见图 2.6, 图中 “x” 表示阵元。

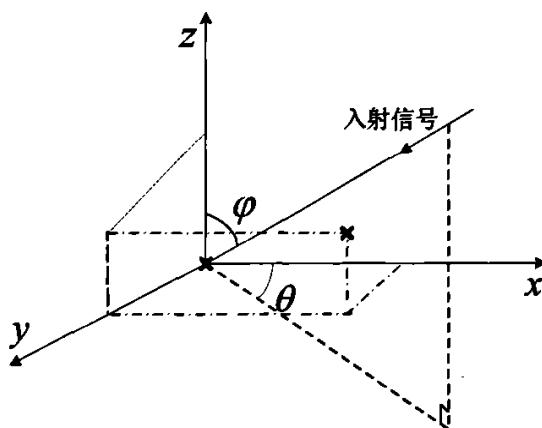


图 2.6 空间任意两阵元的几何关系

Fig. 2.6 Geometric relationship of two random sensors in the space

由几何关系可以推导出两阵元间的波程差为

$$\tau = \frac{1}{c} (x \cos \theta \sin \varphi + y \sin \theta \sin \varphi + z \cos \varphi) \quad (2.10)$$

下面给出实际环境中常用的几种阵列及阵元间的延迟表达式。

① 平面阵

设阵元的位置为 (x_k, y_k) ($k=1, 2, \dots, M$), 以原点为参考点, 另假设信号入射参数为 (θ_i, φ_i) ($i=1, 2, \dots, N$), 分别表示方位角与俯仰角, 其中方位角表示与 x 轴的夹角, 则有

$$\tau_k = \frac{1}{c} (x_k \cos \theta_i \sin \varphi_i + y_k \sin \theta_i \sin \varphi_i) \quad (2.11)$$

② 线阵

设阵元的位置为 x_k ($k=1, 2, \dots, M$), 以原点为参考点, 另假设信号入射参数为

$\theta_i (i=1,2,\dots,N)$, 表示方位角, 其中方位角表示与 y 轴的夹角, 则有

$$\tau_k = \frac{1}{c}(x_k \sin \theta_i) \quad (2.12)$$

③ 均匀圆阵

设以均匀圆阵的圆心为参考点, 则有

$$\tau_k = \frac{r}{c} \left(\cos \left(\frac{2\pi(k-1)}{M} - \theta_i \right) \cos \varphi_i \right) \quad (2.13)$$

其中方位角表示与 x 轴的夹角, r 为圆半径。

(2) 相干信号源数学模型

实际环境中, 相干信号是普遍存在的, 如信号传输过程中的多径现象等。相干信号源的检测与估计是空间谱估计中一个重要的研究方向, 因此这里研究一下相干信号源的数学模型。当考察多个信号时, 这些信号之间可以是不相关的、相关的或者相干的。对两个平稳信号 $s_i(t)$ 和 $s_k(t)$, 定义它们的相关系数为

$$\rho_{ik} = \frac{E[s_i(t)s_k^*(t)]}{\sqrt{E[|s_i(t)|^2]E[|s_k(t)|^2]}} \quad (2.14)$$

由 Schwartz 不等式可知 $|\rho_{ik}| \leq 1$, 因此, 信号之间的相关性定义如下:

$$\begin{cases} \rho_{ik} = 0 & s_i(t), s_k(t) \text{ 独立} \\ 0 < |\rho_{ik}| < 1 & s_i(t), s_k(t) \text{ 相关} \\ \rho_{ik} = 1 & s_i(t), s_k(t) \text{ 相干} \end{cases} \quad (2.15)$$

由上面的定义可知, 当信号源相干时其数学表现为: 相干信号源间只差一个复常数, 假设有 N 个相干源即

$$s_i(t) = \alpha_i s_0(t) \quad i=1,2,\dots,N \quad (2.16)$$

这里 $s_0(t)$ 可以称为生成信源, 因为它生成了入射到阵列上的 N 个相干信号源, 将式(2.16)代入式(2.7)可得相干信号源的模型

$$\begin{aligned}
 X(t) = AS(t) + N(t) &= A \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_N(t) \end{bmatrix} + N(t) = A \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{bmatrix} s_0(t) + N(t) \\
 &= A\rho s_0(t) + N(t)
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

式中, ρ 是由一系列复常数组成的 $N \times 1$ 维矢量。

(3) 分布式目标数学模型

以上考虑的目标模型都是以点目标为背景的, 当目标为分布式信号, 即信号为一群满足一定统计分布的散射体的集合时, 上述的目标模型需要校正。考虑加性噪声背景, 当 N 个窄带分布式目标到达阵列时, 阵列观测数据矢量可以表示为^[13,14]

$$X(t) = \sum_{i=1}^N \int_{\mathcal{X}} a(\beta) s_i(\beta - \beta_i, t) d\beta + N(t) \tag{2.18}$$

式(2.18)中的积分限考虑的是间距为半波长的等距均匀线阵, 因为对于间距为半波长的等距均匀线阵有

$$\beta = \frac{2\pi\lambda \sin\theta}{d} = \pi \sin\theta \tag{2.19}$$

即 $-\pi \leq \beta \leq \pi$ 。另外, 式(2.18)中 $s_i(\beta - \beta_i, t)$ 为第 i 个分布式目标信源在 t 时刻的角信号密度函数, β_i 是指分布式目标方向中心 DOA, 一般情况下只需估计此参数。

在实际应用环境中遇到的分布式目标内的各散射点辐射的信号一般是相干的, 如移动通信中的局部散射信号等, 这时式(2.18)中的角信号密度函数可以写为

$$s_i(\beta - \beta_i, t) = s_i(t) g_i(\beta - \beta_i) \tag{2.20}$$

式中 $g_i(\beta - \beta_i)$ 是一个以 β_i 为中心对称的确定性函数(第 i 个分布式目标信号源的角信号分布函数), 且满足

$$\int_{\mathcal{X}} g_i(\beta - \beta_i) d\beta = 1 \tag{2.21}$$

则信号模型可以进一步简化为

$$X(t) = BS(t) + N(t) \tag{2.22}$$

式中的 $S(t)$, $N(t)$ 同式(2.7), B 是 $M \times N$ 的矩阵, 且

$$B = [b(\beta_1) \quad b(\beta_2) \quad \cdots \quad b(\beta_N)] \quad (2.23)$$

其中, $M \times 1$ 维矢量

$$b(\beta_i) = \int_{\pi} a(\beta) g_i(\beta - \beta_i) d\theta \quad (2.24)$$

显然, 当角信号分布函数 $g_i(\beta - \beta_i)$ 为 $\delta_i(\beta - \beta_i)$ 时, 即有 $b(\beta_i) = a(\beta_i)$, 对应点目标信号源的导向矢量。

2.2.2 阵列模型的二阶统计特性

首先我们做以下假设:

- 1、信号源数小于阵元数目, 以确保阵列流型矩阵各列线性独立;
- 2、噪声序列为一零均值高斯过程, 各阵元间噪声独立, 噪声与信号也相互独立;
- 3、信号源通常为窄带远场信号;
- 4、组成阵列的各传感器为各向同性阵元, 且无互耦以及通道不一致干扰。

对于式(2.7)的数学模型, 根据上述的几点假设, 考察阵列快拍数据的协方差矩阵

$$R = E\{XX^H\} = AE\{SS^H\}A^H + E\{NN^H\} = AR_s A^H + R_N \quad (2.25)$$

式中, R_s , R_N 分别为信号协方差矩阵和噪声协方差矩阵, 对于功率为 σ^2 的空间理想白噪声, 有下式成立:

$$R = AR_s A^H + R_N = AR_s A^H + \sigma^2 I \quad (2.26)$$

对 R 进行特征值分解有

$$R = U \Sigma U^H \quad (2.27)$$

式中, U 为特征矢量矩阵, 其中由特征值组成的对角阵 Σ 如下:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_M \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

上式中的特征值满足如下关系:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N > \lambda_{N+1} = \dots = \lambda_M = \sigma^2 \quad (2.29)$$

定义如下两个对角矩阵:

$$\Sigma_S = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_N \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\Sigma_N = \begin{bmatrix} \lambda_{N+1} & & & \\ & \lambda_{N+2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_M \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

显然, 当空间噪声为白噪声时, 有

$$\Sigma_N = \sigma^2 I_{(M-N) \times (M-N)} \quad (2.32)$$

式中, Σ_S 为大特征值组成的对角阵, Σ_N 为小特征值组成的对角阵。再将特征矢量矩阵分为与特征值对应的两部分: 一是与大特征值对应的信号子空间 $U_S = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_N]$; 二是与小特征值对应的噪声子空间 $U_N = [e_{N+1} \ e_{N+2} \ \dots \ e_M]$, 其中 e_i 为特征值对应的特征矢量。这样, 式(2.27)可以进一步写成如下形式:

$$\begin{aligned} R &= \sum_{i=1}^N \lambda_i e_i e_i^H + \sum_{j=N+1}^M \lambda_j e_j e_j^H \\ &= [U_S \ U_N] \Sigma [U_S \ U_N]^H \\ &= U_S \Sigma_S U_S^H + U_N \Sigma_N U_N^H \end{aligned} \quad (2.33)$$

接下来给出一些在信号源独立条件下关于特征子空间的一些性质^[15-18], 为后续的工作做准备。

性质 2.1 协方差矩阵的大特征值对应的特征矢量张成的空间与入射信号的导向矢量张成的空间是同一个空间, 即

$$\text{span}\{e_1, e_2, \dots, e_N\} = \text{span}\{a_1, a_2, \dots, a_N\} \quad (2.34)$$

性质 2.2 信号子空间 U_S 与噪声子空间 U_N 正交, 且有 $A^H e_i = 0$, 其中 $i = N+1, 2, \dots, M$ 。

性质 2.3 信号子空间 U_S 与噪声子空间 U_N 满足

$$U_S U_S^H + U_N U_N^H = I \quad (2.35)$$

$$U_S^H U_S = I, \quad U_N^H U_N = I \quad (2.36)$$

性质 2.4 信号子空间 U_S 、噪声子空间 U_N 及阵列 A 满足

$$U_S U_S^H = A(A^H A)^{-1} A^H \quad (2.37)$$

$$U_N U_N^H = I - A(A^H A)^{-1} A^H \quad (2.38)$$

2.2.3 空间谱估计的基础知识

(1) 阵列的方向图

阵列输出的绝对值与来波方向之间的关系称为天线的方向图。方向图一般有两类：一类是阵列输出的直接相加(不考虑信号及其来向)，即静态方向图；另一类是带指向的方向图(考虑信号指向)。

从前面的信号模型可知，对于某一确定的 M 元空间阵列，在忽略噪声的条件下，第 l 个阵元的复振幅为

$$x_l = g_0 e^{-j\omega\tau_l} \quad l=1,2,\dots,M \quad (2.39)$$

式中， g_0 为来波的复振幅， τ_l 为第 l 个阵元与参考点之间的延迟。设第 l 个阵元的权值为 w_l ，那么所有阵元加权的输出相加得到阵列的输出是

$$Y_0 = \sum_{l=1}^M w_l g_0 e^{-j\omega\tau_l} \quad l=1,2,\dots,M \quad (2.40)$$

对上式取绝对值并归一化后可得到空间阵列的方向图 $G(\theta)$ 为

$$G(\theta) = \frac{|Y_0|}{\max\{|Y_0|\}} \quad (2.41)$$

如果式中 $w_l = 1(l=1,2,\dots,M)$ ，式(2.41)即为静态方向图 $G_0(\theta)$ 。下面考虑空间谱估计中经常碰到的几种阵列的方向图。

① 均匀线阵

假设均匀线阵的间距为 d ，且以最左边的阵元为参考点(最左边的阵元位于原点)，另假设信号入射方位角为 θ ，其中方位角表示与线阵法线方向的夹角，则由式(2.10)有

$$\tau_l = \frac{1}{c}(x_k \sin \theta) = \frac{1}{c}(l-1)d \sin \theta \quad (2.42)$$

则式(2.40)可以化简为

$$Y_0 = \sum_{l=1}^M w_l g_0 e^{-j\omega \tau_l} = \sum_{l=1}^M w_l g_0 e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(l-1)d \sin \theta} = \sum_{l=1}^M w_l g_0 e^{-j(l-1)\beta} \quad (2.43)$$

式中, $\beta = \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda}$, λ 为入射信号的波长。当式(2.43)中 $w_l = 1 (l=1, 2, \dots, M)$ 时, 式(2.43)

可以进一步简化为

$$Y_0 = M g_0 e^{-j(M-1)\beta/2} \frac{\sin(M\beta/2)}{M \sin(\beta/2)} \quad (2.44)$$

于是可得均匀线阵的静态方向图为

$$G_0(\theta) = \left| \frac{\sin(M\beta/2)}{M \sin(\beta/2)} \right| \quad (2.45)$$

当式(2.43)中 $w_l = e^{j(l-1)\beta_d}$, $\beta_d = \frac{2\pi d \sin \theta_d}{\lambda} (l=1, 2, \dots, M)$ 时, 式(2.43)可化简为

$$Y_0 = M g_0 e^{j(M-1)(\beta-\beta_d)/2} \frac{\sin[M(\beta-\beta_d)/2]}{M \sin[(\beta-\beta_d)/2]} \quad (2.46)$$

于是可得指向为 θ_d 的阵列方向图

$$G(\theta) = \left| \frac{\sin[M(\beta-\beta_d)/2]}{M \sin[(\beta-\beta_d)/2]} \right| \quad (2.47)$$

由式(2.44)和(2.46)可知, 静态方向图其实就是指向为 $\theta_d = 0^\circ$ 时的阵列方向图。正是因为 $\theta_d = 0^\circ$, 所以有 $\beta_d = 0$, 即 $w_l = e^{j(l-1)\beta_d} = 1$ 。

下面给出32阵元的均匀线阵的方向图, 阵元间距为半波长, 图2.7(a)为静态方向图, 图2.7(b)为指向为 30° 的方向图, 另外加了旁瓣电平为-30dB的切比雪夫权。

② 均匀圆阵

假设均匀圆阵由 M 个阵元组成, 以均匀圆阵的圆心为参考点, 设圆的半径为 r 。如果圆阵是水平放置的, 则由式(2.10)可知, 信号入射到第 k 个阵元上引起的与参考阵元间的时延 ($z=0$) 为

$$\tau_k = \frac{1}{c}(x_k \cos \theta \sin \varphi + y_k \sin \theta \sin \varphi) \quad (2.48)$$

因此, $w_i=1, g_0=1$ 时的方向图为

$$G(\theta) = \sum_{k=1}^M e^{-j(x_k \cos \theta \sin \varphi + y_k \sin \theta \sin \varphi) \frac{2\pi}{\lambda}} = \sum_{k=1}^M e^{-j \frac{r}{c} \cos(2\pi(k-1)/(M-\theta) \sin \varphi)} \quad (2.49)$$

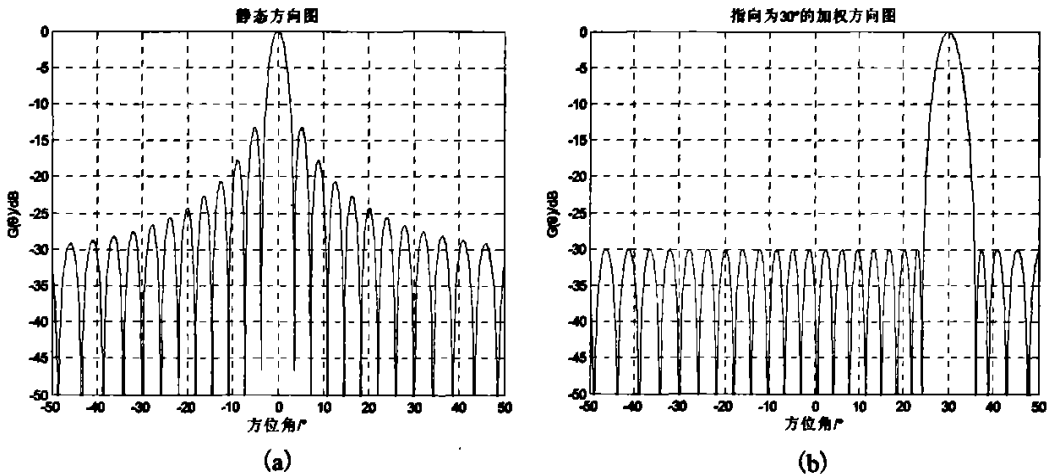


图 2.7 线阵方向图 (a) 静态方向图 (b) 指向为 30° 的加权方向图

Fig. 2.7 Pattern for linear array (a) Static pattern (b) Weighted pattern pointing to 30°

如果圆阵是竖直放置的, 则由式(2.10)可知, 信号入射到第 k 个阵元上引起的与参考阵元间的时延 ($y=0$) 为

$$\tau_k = \frac{1}{c}(x_k \cos \theta \sin \varphi + z_k \cos \varphi) \quad (2.50)$$

因此, $w_i=1, g_0=1$ 时的方向图为

$$G(\theta) = \sum_{k=1}^{MN} e^{-j(x_k \cos \theta \sin \varphi + z_k \cos \varphi) \frac{2\pi}{\lambda}} \quad (2.51)$$

图2.8给出水平放置均匀圆阵的方向图, 图2.9(a)和(b)分别为图2.8的水平和垂直方向截面图。圆阵的阵元数为16, 阵元间距为半波长, 其中波束指向为 $\varphi=0^\circ, \theta=90^\circ$ 。

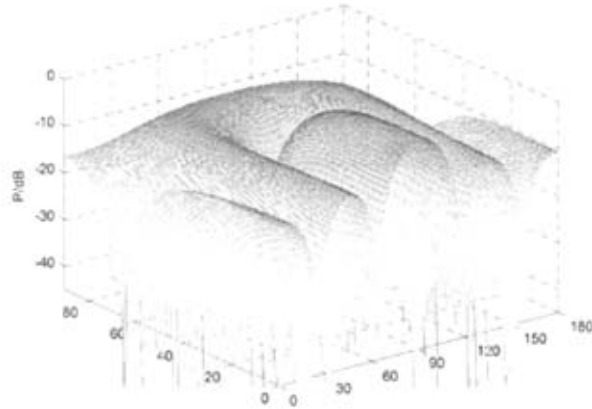


图 2.8 水平放置均匀圆阵方向图

Fig. 2.8 Pattern for horizontally placed UCA

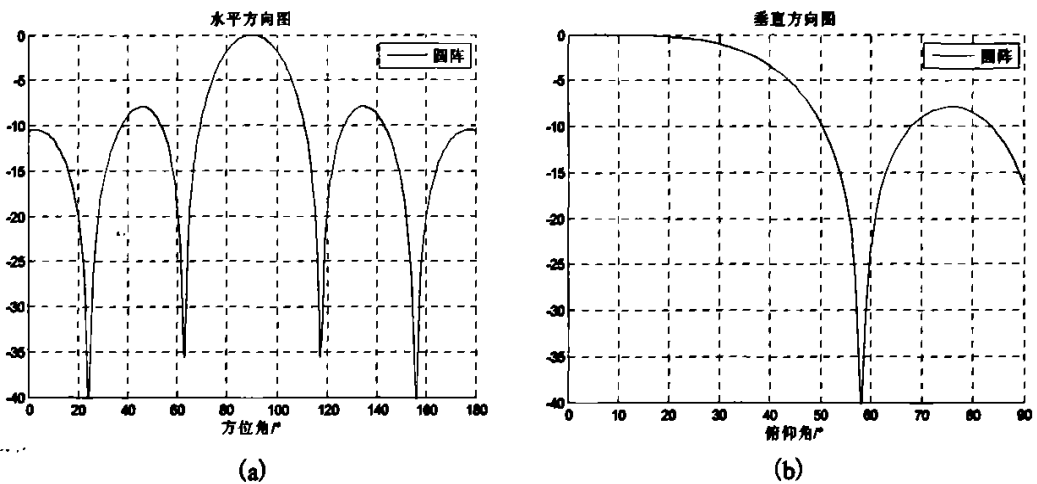


图 2.9 图 2.8 中方向图的截面图(a)水平方向图(b)垂直方向图

Fig. 2.9 Sections for pattern in Fig. 2.8 (a) horizontal pattern (b) upright pattern

(2) 基本原理

由前面的介绍可知，对于一般远场信号，同一信号到达不同阵元存在一个波程差，这个波程差导致了各接收阵元间的相位差，利用各阵元间的相位差可以估计出信号的方位，这就是空间谱估计的基本原理。

如图2.10所示，图中考虑两个阵元， d 为阵元间距， c 为光速， θ 为远场信号的入射角度， ψ 为阵元间的相位延迟。则天线所接收信号有波程差

$$\tau = \frac{d \sin \theta}{c} \quad (2.52)$$

从而可得两阵元间的相位差为

$$\psi = e^{-j\omega\tau} = e^{-j\omega \frac{d \sin \theta}{c}} = e^{-j2\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda f_0} f} \quad (2.53)$$

其中, f_0 是中心频率。

对于窄带信号, 相位差

$$\psi = e^{-j2\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda}} \quad (2.54)$$

其中, λ 为信号波长。因此, 只要知道信号的相位延迟, 就可根据式(2.52)求出信号的来向, 这就是空间谱估计技术的基本原理。

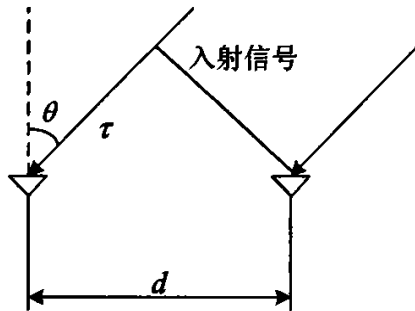


图 2.10 DOA 估计原理图

Fig. 2.10 Principle diagram of DOA estimation

更一般的情况下, 对于空间任意两个阵元而言, 两阵元接收的波程差应为式(2.10), 即

$$\tau = \frac{1}{c}(x \cos \theta \sin \varphi + y \sin \theta \sin \varphi + z \cos \varphi) \quad (2.55)$$

从上式可知, 只要知道空间阵元间的相位差, 就可以估计入射信号的方位角、俯仰角等信号参数。

3 均匀线阵下空间谱估计方法的比较研究

3.1 多重信号分类(MUSIC)算法

3.1.1 引言

DOA 估计的基本问题就是确定同时处在空间某一区域内多个感兴趣信号的空间位置(即多个信号到达阵列参考阵元的方向角)。最早的也是最经典的超分辨 DOA 估计方法是著名的 MUSIC^[6]方法, MUSIC 是多重信号分类(Multiple Signal Classification)的英文缩写。它是由 R. O. Schmidt 于 1979 年提出并于 1986 年重新发表的。MUSIC 算法利用了信号子空间和噪声子空间的正交性,构造空间谱函数,通过谱峰搜索检测信号的 DOA。

3.1.2 MUSIC 算法

由前面章节讨论可知,窄带远场信号的 DOA 数学模型为

$$X(t) = A(\theta)s(t) + N(t) \quad (3.1)$$

阵列数据的协方差矩阵为

$$\begin{aligned} R &= E[XX^H] = AE[SS^H]A^H + \sigma^2 I \\ &= AR_s A^H + \sigma^2 I \end{aligned} \quad (3.2)$$

由于信号与噪声相互独立,数据协方差矩阵可分解为与信号、噪声相关的两部分,其中 R_s 是信号的协方差矩阵, $AR_s A^H$ 是信号部分。

对 R 进行特征值分解有

$$R = U_s \Sigma_s U_s^H + U_n \Sigma_n U_n^H \quad (3.3)$$

式中 U_s 是由大特征值对应的特征矢量张成的子空间即信号子空间,而 U_n 是由小特征值对应的特征矢量张成的子空间即噪声子空间。

理想条件下,数据空间中的信号子空间与噪声子空间是相互正交的,即信号子空间中的导向矢量与噪声子空间正交

$$a^H(\theta)U_n = 0 \quad (3.4)$$

经典的 MUSIC 算法正是基于上述这个性质提出的,但考虑到实际接收数据是有限长的,所以数据协方差的最大似然估计为

$$\hat{R} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{X}\mathbf{X}^H \quad (3.5)$$

上式中 L 为快拍数。对 \hat{R} 进行特征值分解可以计算得到噪声子空间特征矢量矩阵 \hat{U}_N 。由于噪声的存在, $\mathbf{a}(\theta)$ 与 \hat{U}_N 并不能完全正交, 也就是说式(3.4)并不成立, 因此, 实际上求 DOA 是以最优化搜索实现的, 即

$$\theta_{\text{MUSIC}} = \arg_{\theta} \min \mathbf{a}^H(\theta) \hat{U}_N \hat{U}_N^H \mathbf{a}(\theta) \quad (3.6)$$

所以, MUSIC 算法的谱估计公式为

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \hat{U}_N \hat{U}_N^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (3.7)$$

3.1.3 基于解相干的 MUSIC 算法

MUSIC 算法在理想条件下具有良好的性能, 但是在信号源相干时算法的性能变得很坏。因为当信号源完全相干时, 阵列接收的数据协方差矩阵的秩降为 1, 显然这会导致信号子空间的维数小于信号源数, 某些相干源的导向矢量与噪声子空间不完全正交, 从而无法正确估计信号源方向。

解决这一问题的关键就是如何通过处理或者变换使得信号协方差矩阵的秩得到有效恢复(即解相干或称为去相关), 从而正确估计信号源的方向。目前关于解相干的处理基本分为两大类: 一类是降维处理^[19-21]; 另一类是非降维处理^[22-24]。这里使用的是降维处理法中比较常用的空间平滑方法^[25,26]。

对于一窄带情况下的均匀线阵, 第 l 个阵元接收的数据为

$$\mathbf{x}_l(t) = \sum_{i=1}^N \mathbf{a}_i(\theta_i) s_i(t) + \mathbf{n}_l(t) \quad l=1,2,\dots,M \quad (3.8)$$

式中, $\mathbf{a}_i(\theta_i) = e^{-j\omega_0 \tau_{li}}$, $\tau_{li} = (l-1)d \sin \theta_i / c$, M 为阵元数, N 为信号源数。其中, d 为均匀线阵的间距, c 为信号传播速度。另外, 对于均匀线阵, 令 $\beta_i = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta_i, i=1,2,\dots,N$ 。

空间前向平滑的原理如图 3.1 所示。将均匀线阵 (M 个阵元) 分成相互交错的 p 个子阵, 每个子阵的阵元数为 m , 即有 $M = p + m - 1$ 。

取第一个子阵(一般为最左边子阵)为参考子阵, 则对于第 k 个子阵有数据模型

$$\mathbf{x}_k(t) = [\mathbf{x}_k \quad \mathbf{x}_{k+1} \quad \dots \quad \mathbf{x}_{k+m-1}] = \mathbf{A}\mathbf{D}^{(k-1)}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_k(t) \quad (3.9)$$

其中

$$D = \begin{bmatrix} e^{j\beta_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{j\beta_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{j\beta_N} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

于是该子阵的数据协方差矩阵为

$$R_t = AD^{(t-1)}R_s(D^{(t-1)})^H A^H + \sigma^2 I \quad (3.11)$$

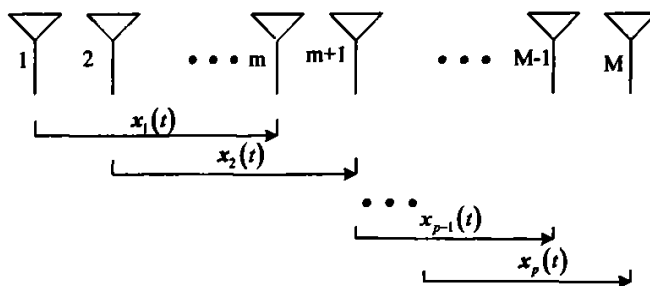


图 3.1 前向空间平滑算法原理

Fig 3.1 Principle sketch for forward spatial smoothing algorithm

前向空间平滑^[25]MUSIC 方法对满秩协方差矩阵的恢复是通过求各子阵协方差矩阵的均值来实现的，即取前向平滑修正的协方差矩阵为

$$\begin{aligned} R^f &= \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p R_i = A \left(\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p D^{(i-1)} R_s (D^{(i-1)})^H \right) A^H + \sigma^2 I \\ &= AR_s^f A^H + \sigma^2 I \end{aligned} \quad (3.12)$$

其中， $R_s^f = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p D^{(i-1)} R_s (D^{(i-1)})^H$ 。

定理 3.1 如果子阵阵元数目 $m \geq N$ ，则当 $p \geq N$ 时前向空间平滑数据协方差矩阵 R^f 是满秩的^[27]。

如果不按图 3.1 划分子阵，而按图 3.2 划分子阵，即采用后向平滑方法划分子阵，则第 i 个子阵的数据矢量

$$\mathbf{x}_i^b(t) = [x_{M-i+1} \quad x_{M-i} \quad \cdots \quad x_{M-i+2}] \quad (3.13)$$

比较式(3.13)和式(3.9)可得如下关系,即前向第 k 个子阵与后向第 $p-k+1$ 个子阵存在如下关系:

$$\mathbf{x}_{p-k+1}^b(t) = \mathbf{Q}\mathbf{x}_k^*(t) = \mathbf{Q}\mathbf{A}^* \mathbf{D}^{-(k-1)} \mathbf{s}^*(t) + \mathbf{Q}\mathbf{n}_k^*(t) \quad (3.14)$$

其中, \mathbf{Q} 为 m 维的交换矩阵。

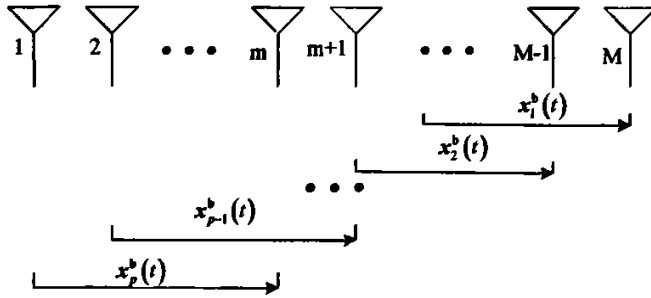


图 3.2 后向空间平滑算法原理

Fig 3.2 Principle sketch for backward spatial smoothing algorithm

所以后向平滑第 $p-k+1$ 个子阵的数据协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_{p-k+1}^b = \mathbf{Q}\mathbf{A}^* \mathbf{D}^{-(k-1)} \mathbf{R}_s^* \left(\mathbf{D}^{-(k-1)} \right)^H \left(\mathbf{A}^H \mathbf{Q} \right)^* + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (3.15)$$

又因为

$$\mathbf{Q}\mathbf{A}^* = \mathbf{A}\mathbf{D}^{-(m-1)} \quad (3.16)$$

所以式(3.15)可以写成如下形式:

$$\mathbf{R}_{p-k+1}^b = \mathbf{A}\mathbf{D}^{-(m+k-2)} \mathbf{R}_s^* \mathbf{D}^{(m+k-2)} \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (3.17)$$

则后向空间平滑修正的数据矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}^b &= \frac{1}{p} \sum_{l=1}^p \mathbf{R}_{p-l+1}^b = \mathbf{A} \left(\frac{1}{p} \sum_{l=1}^p \mathbf{D}^{-(m+l-2)} \mathbf{R}_s^* \mathbf{D}^{(m+l-2)} \right) \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \\ &= \mathbf{A}\mathbf{R}_s^b \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (3.18)$$

其中, $R_s^b = \frac{1}{P} \sum_{l=1}^P D^{(m+l-2)} R_s D^{-(m+l-2)}$ 。对上述后向空间平滑算法, 由定理 3.1 同样可以得到下面的定理。

定理 3.2 如果子阵阵元数目 $m \geq N$, 则当 $p \geq N$ 时, 后向空间平滑数据协方差矩阵 R^b 是满秩的。

可以将前向平滑修正矩阵与后向平滑修正矩阵取平均, 得到双向平滑方法。

$$R^{fb} = \frac{1}{2} (R^f + R^b) \quad (3.19)$$

先利用双向平滑方法对接收信号的协方差矩阵进行平滑, 之后再对平滑后的协方差矩阵利用 MUSIC 算法进行空间谱估计, 就可以实现对相干信号的 DOA 估计, 缺点是损失了阵列孔径。

3.1.4 ROOT-MUSIC 算法

求根 MUSIC (ROOT-MUSIC) 算法^[28-30]是 MUSIC 算法的多项式求根形式, 顾名思义, 就是用求多项式根的方法来代替 MUSIC 算法中的谱峰搜索。它是由 Barabell 提出的, 其基本思想是 Pisarenko 分解。ROOT-MUSIC 算法需要先定义一个如式 (3.20) 所示的多项式。

$$f(z) = e_i^H p(z) \quad i = N+1, \dots, M \quad (3.20)$$

式中 e_i 是数据协方差矩阵中小特征值对应的 $(M-N)$ 个特征向量, 其中

$$p(z) = [1 \quad z \quad \dots \quad z^{M-1}]^T \quad (3.21)$$

由以上的定义可知当 $z = \exp(j\omega)$ 时, 也就是说多项式的根正好位于单位圆上时, $p(\exp(j\omega))$ 是一个空间频率为 ω 的导向矢量。由特征结构类算法可知, $p(\exp(j\omega_n)) = p_n$ 就是信号的导向矢量, 所以它与噪声子空间是正交的。因此, 可将多项式定义修改为

$$f(z) = p^H(z) U_N U_N^H p(z) \quad (3.22)$$

也就是说只要求出式中的根即可获得有关信号源到达角的信息。多项式存在 z^* 项, 这就使得求零过程变的复杂, 因此可对式 (3.22) 作修正:

$$f(z) = z^{M-1} p^T(z^{-1}) U_N U_N^H p(z) \quad (3.23)$$

多项式 $f(z)$ 的阶数为 $2(M-1)$ ，也就是说其有 $(M-1)$ 对根，且每对根相互共轭，在这 $(M-1)$ 对根中有 N 个根 z_1, \dots, z_N 正好位于单位圆上，且

$$z_i = \exp(j\omega_i) \quad i=1, \dots, N \quad (3.24)$$

上式考虑的是数据协方差矩阵精确可知时的情况。在实际应用中，数据矩阵是存在误差的，只需求式(3.23)的 N 个接近于单位圆上的根即可。也就是说，对于等距均匀线阵有

$$\theta_i = \arcsin\left(\frac{\lambda}{2\pi d} \arg\{\hat{z}_i\}\right) \quad i=1, \dots, N \quad (3.25)$$

ROOT-MUSIC 算法与谱搜索方式的 MUSIC 算法原理是一样的，只不过是用一个关于 z 的矢量来代替导向矢量，从而用求根过程代替搜索过程。由于噪声的存在，求出的根不可能在单位圆上，可选择接近单位圆上的根为真实信号的根。

3.2 旋转不变子空间(ESPRIT)算法

3.2.1 引言

基于子空间 DOA 估计的算法包括两大类：MUSIC 类算法及 ESPRIT^[7,8]类算法。ESPRIT 的概念是由 Roy 和 Kailath 在文献[7, 8]中提出的。MUSIC 类算法是利用接收数据协方差矩阵噪声子空间的正交性，而 ESPRIT 类算法是利用接收数据协方差矩阵信号子空间的旋转不变性。与 MUSIC 算法相比，ESPRIT 类算法优点在于计算量小，不需要在空间不断进行谱峰搜索。

3.2.2 ESPRIT 算法原理

在前面提过空间平滑方法，对于均匀线阵，要实现空间平滑，就必须将整个阵列划分为几个完全相同的子阵，然后对各子阵的数据协方差矩阵求平均就可实现解相干处理。从解相干的过程可以清楚地看到其原理在于：相邻子阵间存在一个固定间距，这个固定间距反映出各相邻子阵间的一个固定关系，即子阵间的旋转不变性，而 ESPRIT 算法就是利用了这个子阵间的旋转不变性实现阵列的 DOA 估计。

ESPRIT 算法最基本的假设就是存在两个完全相同的子阵，且两个子阵的间距 Δ 是已知的。由于两个子阵的结构完全相同，且子阵的阵元数为 m ，对于同一个信号而言，两个子阵的输出只有一个相位差 ϕ_i ， $i=1, 2, \dots, N$ 。假设第一个子阵的接收数据为 X_1 ，第二个子阵的接收数据为 X_2 ，根据前面的阵列模型可知

$$X_1 = [a(\theta_1) \cdots a(\theta_N)]S + N_1 = AS + N_1 \quad (3.26)$$

$$X_2 = [a(\theta_1)e^{j\phi_1} \cdots a(\theta_N)e^{j\phi_N}]S + N_2 = A\Phi S + N_2 \quad (3.27)$$

式中，子阵 1 的阵列流型 $A_1 = A$ ，子阵 2 的阵列流型 $A_2 = A\Phi$ ，且式中

$$\Phi = \text{diag}[e^{j\phi_1} \cdots e^{j\phi_N}] \quad (3.28)$$

从上面的数学模型可知，需要求解的是信号的方向，而信号的方向信息包含在 A 和 Φ 中，由于 Φ 是一个对角阵，所以下面只考虑这个矩阵，即

$$\phi_k = (2\pi|\Delta|\sin\theta_k)/\lambda \quad (3.29)$$

由上可知，只要得到两个子阵间的旋转不变关系 Φ ，就可以方便地得到关于信号到达角的信息。先将两个子阵的模型进行合并，得

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ A\Phi \end{bmatrix} S + N = \bar{A}S + N \quad (3.30)$$

在理想条件下，得到上式的协方差矩阵

$$R = E[XX^H] = \bar{A}R_S\bar{A}^H + R_N \quad (3.31)$$

对上式进行特征分解可得

$$R = \sum_{i=1}^{2m} \lambda_i e_i e_i^H = U_S \Sigma_S U_S^H + U_N \Sigma_N U_N^H \quad (3.32)$$

显然上式中得到的特征值有如下关系 $\lambda_1 \geq \cdots \geq \lambda_m > \lambda_{m+1} = \cdots = \lambda_{2m}$ ， U_S 为大特征值对应的特征矢量张成的信号子空间； U_N 为小特征值对应矢量张成的噪声子空间。对于实际的快拍数据，式(3.32)修正如下：

$$\hat{R} = \hat{U}_S \hat{\Sigma}_S \hat{U}_S^H + \hat{U}_N \hat{\Sigma}_N \hat{U}_N^H \quad (3.33)$$

由前面的知识可知，上述的特征分解中大特征矢量张成的信号子空间与阵列流型张成的信号子空间是相等的，即

$$\text{span}\{U_S\} = \text{span}\{\bar{A}(\theta)\} \quad (3.34)$$

此时，存在一个唯一的非奇异矩阵 T ，使得

$$U_s = \bar{A}(\theta)T \quad (3.35)$$

显然上述的结构对两个子阵都成立，所以有

$$U_s = \begin{bmatrix} U_{s1} \\ U_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AT \\ A\Phi T \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

我们还可以得到：由子阵 1 的大特征矢量张成的子空间 U_{s1} 、由子阵 2 的大特征矢量张成的子空间 U_{s2} 与阵列流型 A 张成的子空间三者相等，即

$$\text{span}\{U_{s1}\} = \text{span}\{A(\theta)\} = \text{span}\{U_{s2}\} \quad (3.37)$$

另外，由两个子阵在阵列流型上的关系可知

$$A_2 = A_1\Phi \quad (3.38)$$

再利用式(3.36)可知两个子阵的信号子空间的关系如下：

$$U_{s2} = U_{s1}T^{-1}\Phi T = U_{s1}\Psi \quad (3.39)$$

式(3.38)反映了两个子阵的阵列流型间的旋转不变性，式(3.39)反映了两个子阵的阵列接收数据的信号子空间的旋转不变性。

如果阵列流型 A 是满秩矩阵，则由式(3.39)可以得到

$$\Phi = T\Psi T^{-1} \quad (3.40)$$

所以上式中 Ψ 的特征值组成的对角阵一定等于 Φ ，而矩阵 T 的各列就是矩阵 Ψ 的特征矢量。一旦得到上述的旋转不变关系矩阵 Ψ ，就可以直接利用式(3.29)得到信号的入射角度。

3.2.3 标准 ESPRIT 算法

根据最小二乘^[31](LS)原理，式(3.39)的最小二乘解方法等价于

$$\min \|\Delta U_{s2}\|^2, \text{约束条件 } U_{s1}\Psi = U_{s2} + \Delta U_{s2} \quad (3.41)$$

最小二乘法的基本思想就是使校正项 ΔU_{s2} 尽可能小，同时保证满足约束条件。为了得到 LS 解，将式(3.39)代入式(3.41)即得

$$\min(f(\Psi)) = \min \|\Delta U_{s2}\|^2 = \min \|U_{s1}\Psi - U_{s2}\|^2 \quad (3.42)$$

对上式进行展开得

$$f(\Psi) = \|U_{s1}\Psi - U_{s2}\|^2 = U_{s2}^H U_{s2} - U_{s2}^H U_{s1}\Psi - \Psi^H U_{s1}^H U_{s2} + \Psi^H U_{s1}^H U_{s1}\Psi \quad (3.43)$$

上式对 Ψ 求导并令其等于 0, 得到

$$\frac{df(\Psi)}{d\Psi} = -2U_{s1}^H U_{s2} + 2U_{s1}^H U_{s1}\Psi = 0 \quad (3.44)$$

式(3.44)的解有两种可能:

1、当 U_{s1} 满秩时, 也就是子阵 1 的信号子空间维数等于信号源数时, 则上式的解是唯一的, 可得上式的最小二乘解

$$\Psi_{LS} = (U_{s1}^H U_{s1})^{-1} U_{s1}^H U_{s2} = (U_{s1})^+ U_{s2} \quad (3.45)$$

2、当 U_{s1} 不满秩时, 即 $\text{rank}(U_{s1}) < N$ 时, 也就是信号源之间存在相干或者相差时, 则 Ψ 存在很多解, 但我们却无法区别对应于方程的各个不同的解, 可以称这些解是不可辨识的, 解的不可辨识性是需要解相干的原因所在。

针对 LS-ESPRIT 的改进方法是 TLS-ESPRIT^[32], 这里不加以详述。

3.3 其他空间谱估计方法

除了上面提到的以 MUSIC 为代表的噪声子空间类算法和以旋转不变子空间为代表的信号子空间类算法外, 还有一类子空间拟合类算法。其中比较有代表性的算法有最大似然(ML)算法、加权子空间拟合(WSF)算法及多维 MUSIC(MD-MUSIC)算法等。最大似然(ML)参数估计方法是参数估计理论中一种典型和实用的估计方法, 它包括确定性最大似然算法(DML^[9])和随机性最大似然算法(SML^[33])。

另外, 随着现代信号处理技术的发展, 现代信号处理在空间谱估计中的应用近年来已成为空间谱估计技术新的发展方向。如神经网络在降低算法计算量方面有很大的优点, 这就促使了多种网络结构在 DOA 估计中的应用, 如自组织模糊神经网络(SONFIN^[34])、径向基函数(RBFNN^[35])等等。

3.4 计算机仿真和结果分析

本实验将对算法进行计算机仿真, 通过仿真说明算法的有效性, 并在算法之间进行对比, 更加深入地分析算法的特点。

实验中使用 8 阵元 ULA 智能天线, 为避免模糊产生, 相邻阵元间距为 $\lambda/2$, 信号为

窄带QPSK信号，噪声为均值为0，方差为1的复高斯白噪声；独立蒙特卡洛仿真100次。

信噪比定义为 $SNR = 10 \log_{10} \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2}$ 。假定信号源数已得到。

(1) 仿真实验1

本实验考察MUSIC算法。MUSIC算法是一种高分辨率的DOA估计算法，对于独立窄带信号有良好的分辨能力和精度，但是不能够处理相干信号源，因此考虑与前后向平滑方法相结合对相干信号进行估计。

图3.3(a)给出的是MUSIC算法对于两独立信号源方位角的估计结果。快拍数为1000， $SNR = 10\text{dB}$ ，两信号源方位角分别为 $20^\circ, 50^\circ$ 。图3.3(b)考察当两信号源方位角更加靠近时的估计结果，两信号源方位角分别为 $5^\circ, 10^\circ$ ，其它条件同上。从图中可以得出这样的结论：当信号源角度差值较大时，MUSIC谱谱峰尖锐、谷峰差值大，估计精准；当信号源角度差值接近时，仍可分辨，但是MUSIC谱谱峰钝化、谷峰差值小，估计出现偏差。这时由于方位角角度更加接近使得其可分辨的信噪比门限增加，因此在信噪比没有提高的情况下，估计质量会有所下降。

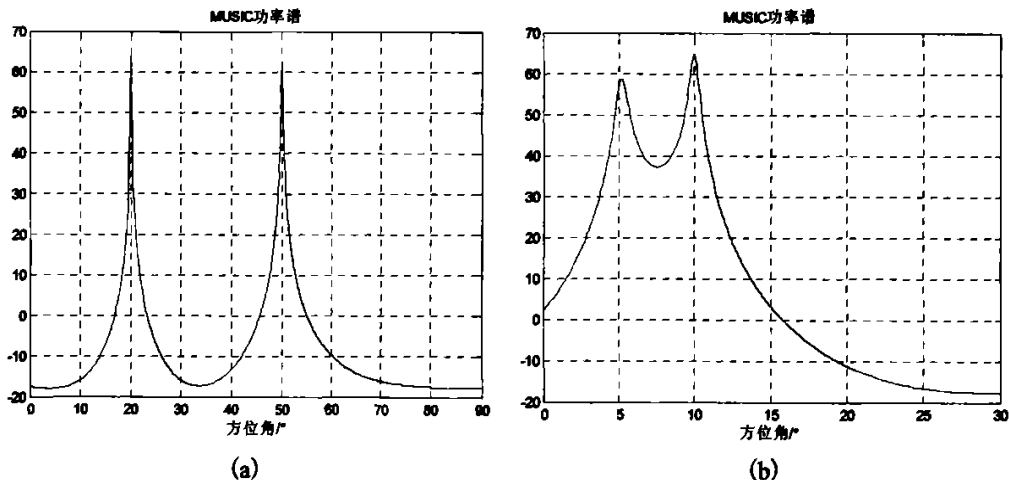


图 3.3 $SNR = 10\text{dB}$ ，快拍数为 1000 时的 MUSIC 谱 (a) 两独立信号源方位角分别为 $20^\circ, 50^\circ$ (b) 两独立信号源方位角分别为 $5^\circ, 10^\circ$

Fig 3.3 MUSIC Spectrum when $SNR = 10\text{dB}$ and the snapshots are 1000 (a) the azimuths of the two independent signals are $20^\circ, 50^\circ$ (b) the azimuths of the two independent signals are $5^\circ, 10^\circ$

图3.4给出的是快拍数为1000, SNR = 10dB, 两相干信号源方位角分别为 $10^\circ, 25^\circ$ 时, MUSIC算法(虚线)和平滑MUSIC算法(实线)的估计结果。实线的估计结果峰谷差距明显, 很好的分辨了两个信号源, 而虚线的估计结果说明在相干信号源的情况下, MUSIC算法完全失效, 不能进行估计。这是由于相干信号源使得数据协方差矩阵的秩降为1, 信号子空间维数小于信号源数, 从而无法正确估计信号源方向; 而前后向平滑使得数据协方差矩阵的秩得到恢复, 所以能够正确估计相干信号, 但是其可分辨相干信号源的个数却减小为 $\lfloor 2M/3 \rfloor$ 。

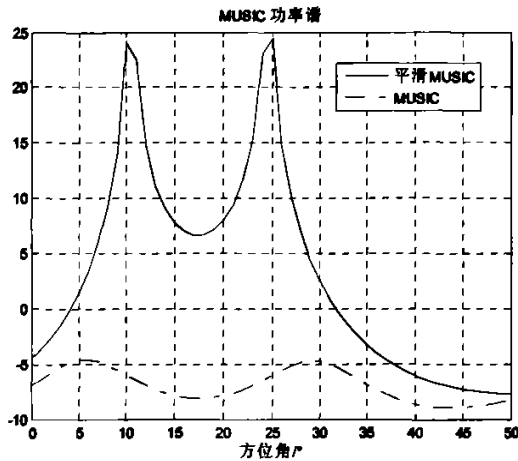


图 3.4 SNR = 10dB, 快拍数为 1000, 两相干信号源方位角分别为 $10^\circ, 25^\circ$ 时, MUSIC 算法(虚线)和平滑 MUSIC 算法(实线)的估计结果

Fig 3.4 Estimation results of MUSIC algorithm (dashed line) and smoothing MUSIC algorithm (solid line) when SNR = 10dB, the snapshots are 1000 and the azimuths of the two coherent signals are $10^\circ, 25^\circ$

(2) 仿真实验 2

本实验考察 ESPRIT 算法。

图 3.5 中给出的是信噪比变化, 两独立信号源方位角分别为 $10^\circ, 30^\circ$ 时, MUSIC 算法和 ESPRIT 算法的估计结果均方根误差 (RMSE) 曲线。从图中可以看出, 此实验条件下, MUSIC 算法的估计精度要高于 ESPRIT 算法。

图 3.6 给出的是 SNR = 10dB, 两独立信号源方位角分别为 $10^\circ, 20^\circ$ 时, MUSIC 算法和 ESPRIT 算法估计 RMSE 随快拍数变化曲线。从图中可以看出 ESPRIT 算法对于快拍

数较为敏感，在快拍数大于 800 时，估计质量才趋于稳定；总体来说，MUSIC 算法的估计精度要高于 ESPRIT 算法。

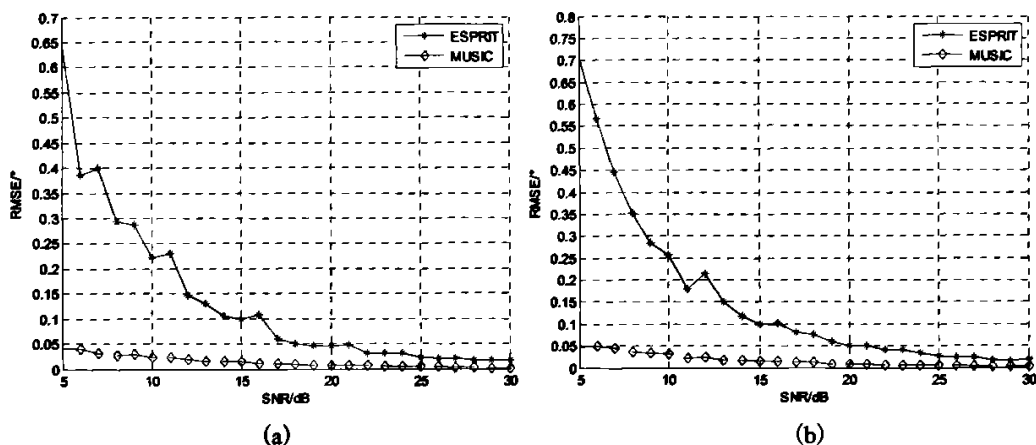


图 3.5 不同信噪比下，两独立信号源方位角分别为 $10^\circ, 30^\circ$ 时，MUSIC和ESPRIT算法估计结果RMSE曲线 (a) 信源1 (b) 信源2

Fig. 3.5 RMSE curves of estimation results at different SNR of MUSIC and ESPRIT algorithm when the azimuths of two independent signals are $10^\circ, 30^\circ$ (a) signal 1 (b) signal 2

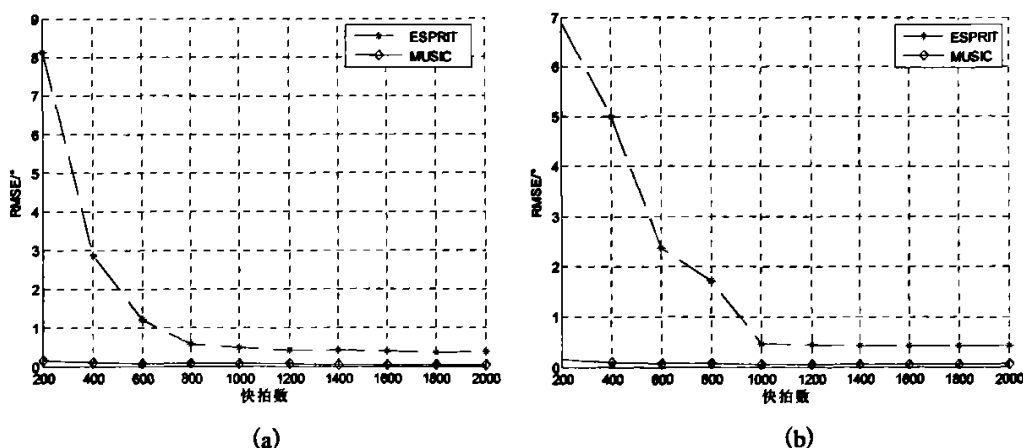


图 3.6 不同快拍数下，SNR = 10dB，两独立信号源方位角分别为 $10^\circ, 20^\circ$ 时，MUSIC和ESPRIT算法估计结果RMSE曲线 (a) 信源1 (b) 信源2

Fig. 3.6 RMSE curves of estimation results at different snapshots of MUSIC and ESPRIT algorithm when the azimuths of two independent signals are $10^\circ, 20^\circ$, SNR = 10dB (a) signal 1 (b) signal 2

图 3.7 给出的是 SNR = 10dB, 快拍数 1000, 两独立信号源方位角间隔变化时, MUSIC 算法和 ESPRIT 算法的估计 RMSE 曲线。当间隔小于 3° 时, MUSIC 算法不能够有效分辨, 谱为单峰, 或者误差极大, 而 ESPRIT 算法虽然也有较大误差但是可分辨; 间隔大于等于 3° 时, MUSIC 算法估计质量高于 ESPRIT 算法。

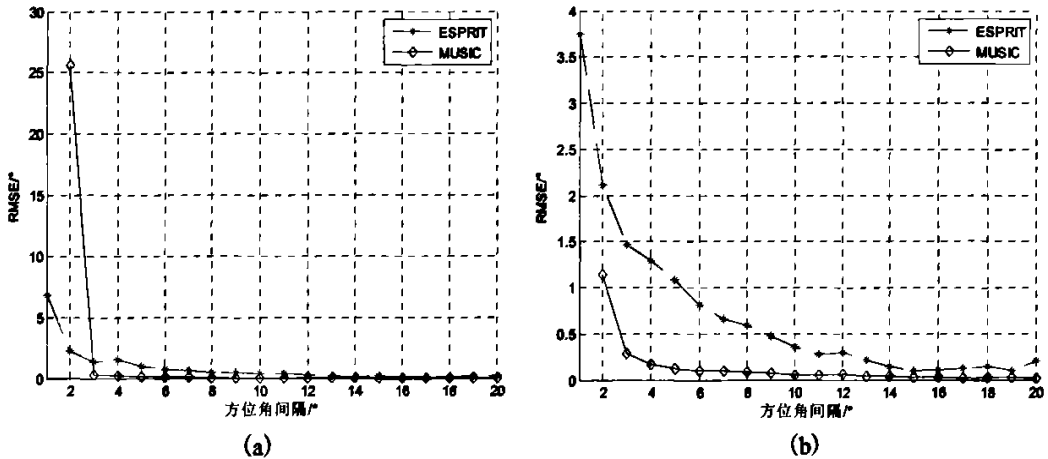


图 3.7 两独立信号源方位角间隔不同时, MUSIC 和 ESPRIT 算法估计结果 RMSE 曲线
(a) 信源 1 (b) 信源 2

Fig. 3.7 RMSE curves of estimation results of MUSIC and ESPRIT algorithm at different intervals between the azimuths of the two independent signals (a) signal 1 (b) signal 2

通过上述实验可以发现, 总体来说 MUSIC 算法估计质量高于 ESPRIT 算法; 但是 ESPRIT 算法其优势在于利用同结构子阵间的关系来进行估计的思想, 其应用范围更广泛。

3.5 小结

从上述的理论分析和仿真实验中我们可以得出以下结论: MUSIC 算法对于非相干信号源来说是一种高分辨率的有效 DOA 估计算法, 要解决相干信源的分辨问题, 可将其与空间平滑算法相结合, 但是代价是阵列孔径的损失; ESPRIT 算法属信号子空间类算法, 借助结构相同的子阵之间的关系来实现对来波信号的 DOA 估计, 与 MUSIC 相比较, ESPRIT 算法的估计值误差大, 但是其优势在于利用同结构子阵间的关系来进行估计的思想, 这使得 ESPRIT 算法可以应用到多种结构天线阵列的 DOA 估计中。

4 改进的均匀圆阵 DOA 估计算法

UCA 与 ULA 相比有许多优异的特性,如之前提到的可同时估计信号的方位角和俯仰角等等,但是 UCA 的阵列流型不符合 Vandermode 结构,这使得适用于 ULA 的估计方法不能直接用于 UCA。为了解决这一问题,一种方法是模式空间算法^[36-38],即采用相位模式激励法将 UCA 的阵列流型变换成与 ULA 的阵列流型相似的形式,然后再进行估计,如 UCA-RB-MUSIC 算法, UCA-ESPRIT 算法。另一种就是利用内插阵列变换^[39]实现对特殊阵列的处理。本章给出一种根据 UCA 阵列流型特点得到的改进 UCA-RB-MUSIC 方法,该方法简化了算法形式,降低了计算量,保持了原有算法性能;另外,本文给出一种利用内插阵列变换实现圆阵平移的 1-D DOA 估计算法,该算法能够实现对于相干信号的处理。仿真结果证明了算法的有效性。

4.1 模式空间下的 MUSIC 算法

4.1.1 圆阵的模式空间

考虑一个连续圆阵,当沿圆阵馈入的激励为 $E(\phi)$ 时,圆阵阵列平面上形成的远场方向图为

$$F(\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} E(\phi) \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} r \cos(\theta - \phi)\right) d\phi \quad (4.1)$$

由于连续圆阵具有周期性,因此无论是激励还是远场方向图都至少是以 2π 为周期的周期函数,所以激励可以分解为傅里叶级数的形式

$$E(\phi) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k \exp(jk\phi) \quad (4.2)$$

对于某复指数激励分量 $E(\phi) = c_k \exp(jk\phi)$, 对应的远场方向图为

$$F_k(\theta) = j^k J_k\left(\frac{2\pi}{\lambda} r\right) \exp(jk\theta) \quad (4.3)$$

其中, $J_k(\cdot)$ 为 k 阶 Bessel 函数。为简单起见,下面的公式中省略了常数 c_k 。若令 $\beta = 2\pi r/\lambda$, 则总的远场方向图为

$$F(\theta) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} F_k(\theta) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} j^k J(\beta) \exp(jk\theta) \quad (4.4)$$

从上面的分析可知,连续圆阵的激励和方向图均可分解成不同频率复指数分量之和的形式,某一频率分量的激励对应于相同频率的远场方向分量。每一个频率分量被称为一个相位模式(phase mode),所有的这些相位模式共同构成了一个空间,称为相位模式空间。

离散均匀圆阵可以看作是对连续圆阵采样后获得的,即一个离散均匀圆阵等价于一个仅在震源点处馈入激励的连续圆阵。因此 M 元离散均匀圆阵的激励为

$$E_d(\phi) = E(\phi)s(\phi) \quad (4.5)$$

这里 $s(\phi)$ 为关于圆阵阵元角度 ϕ 的采样函数,显然 $s(\phi)$ 是一个间隔为 $\frac{2\pi}{M}$ 的均匀单位脉冲序列

$$s(\phi) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\phi - \frac{2\pi}{M}i\right) \quad (4.6)$$

根据信号与系统理论, $s(\phi)$ 可以看作是周期为 $\frac{2\pi}{M}$ 的周期函数,因此可做傅里叶分解,于是有

$$E_d(\phi) = E(\phi)s(\phi) = E(\phi) \frac{M}{2\pi} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \exp(jiM\phi) \quad (4.7)$$

对于构成 $E(\phi)$ 的任一复指数分量 $E_k(\phi) = \exp(jk\phi)$, 有

$$E_{dk}(\phi) = \frac{M}{2\pi} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \exp(j(k+iM)\phi) \quad (4.8)$$

由上式可得对应某一分量的远场方向图

$$\begin{aligned} F_{dk}(\phi) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{M}{2\pi} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \exp(j(k+iM)\phi) \exp(j\beta \cos(\theta-\phi)) d\phi \\ &= \frac{M}{2\pi} j^k J_k(\beta) \exp(jk\theta) + \frac{M}{2\pi} \sum_{i=-\infty, i \neq 0}^{+\infty} j^{k+iM} J_{k+iM}(\beta) \exp(j(k+iM)\theta) \\ &= F_{E_k} + F_{N_k} \end{aligned} \quad (4.9)$$

将式(4.9)与连续圆阵方向图分量 $F_k(\theta)$ 相比,可以得出:对于连续圆阵,若激励为一单频率信号,其远场方向图也是同一频率的单频信号,而对离散均匀圆阵,由于采样带来的周期延拓效应,远场方向图中除了同频分量 F_{E_k} 以外,还有以 M 为间隔的周期延拓频

率分量 F_{Nk} 。在模式空间的应用中，我们仅希望利用同频分量，而不希望有延拓分量的存在。

根据第一类 Bessel 函数的性质可知，对于某一确定的 β ，当 $k > \beta$ 时 $J_k(\beta) \approx 0$ 。因此，一个均匀圆阵可激发的最大相位模式为 $K = \lfloor \beta \rfloor$ ，这也说明一个均匀圆阵可以激发的相位模式有 $-K, -K+1, \dots, 0, \dots, K$ 。

为了减少延拓分量的影响，必须合理选择阵元数目，从而使式(4.9)中的 F_{Nk} 趋近于零，即选择合理的 M ，使得 $|k+iM| > \beta$ ， $-K \leq k \leq K, i \neq 0$ 成立，则必有 $J_{k+iM}(\beta) \approx 0$ 。事实上，当取 $M > 2K$ 时，就可以保证 $F_{Nk} \Rightarrow 0$ 。也就是说，均匀离散圆阵与连续圆阵有着近似相同的方向特征，同样也有着近似相同的相位模式空间。

4.1.2 UCA 阵列模型

以第三代移动通信系统 TD-SCDMA^[40] 所采用的 8 阵元 UCA 智能天线为例，下面给出 UCA 的阵列模型。

如图 4.1 所示，信号入射到 $M = 8$ 阵元的 UCA 中，方位角和俯仰角分别为 θ 和 φ 。假设有 N 个窄带信源入射到均匀圆阵中，分别记为 $s_1(t), \dots, s_N(t)$ 。它们的方位角和俯仰角分别记为 $(\theta_1, \varphi_1), \dots, (\theta_N, \varphi_N)$ 。其中， $\theta \in (0, 2\pi)$ ， $\varphi \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 。那么圆阵的输出可以记为

$$x(t) = \sum_{k=1}^N a(\theta_k, \varphi_k) s_k(t) + n(t) \quad (4.10)$$

导向矢量 $a(\theta, \varphi) = [e^{j\zeta \cos(\theta-\gamma_1)}, \dots, e^{j\zeta \cos(\theta-\gamma_M)}]^T$ ， $\zeta = \frac{2\pi r}{\lambda} \sin \varphi$ ， $\gamma_{n+1} = \frac{2\pi n}{M}$ ， $n = 0, \dots, M-1$ 。写成向量形式可得

$$x(t) = As(t) + n(t) \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} x &= [x_1(t), \dots, x_M(t)]^T, \quad A = [a(\theta_1, \varphi_1), \dots, a(\theta_N, \varphi_N)] \\ n &= [n_1(t), \dots, n_M(t)]^T, \quad s = [s_1(t), \dots, s_N(t)]^T \end{aligned} \quad (4.12)$$

式中，噪声 n 是均值为零，方差为 σ^2 的加性高斯白噪声。

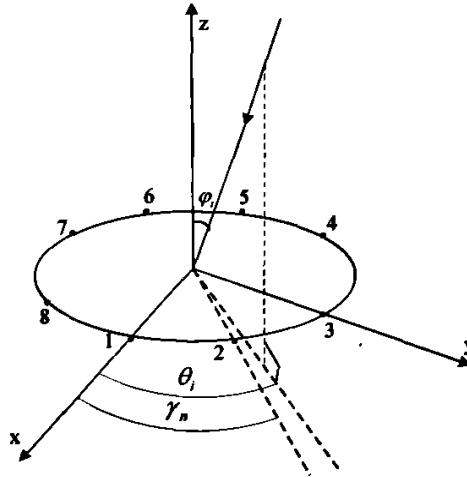


图4.1 均匀圆阵示意图
Fig. 4.1 Sketch map for UCA

4.1.3 UCA-RB-MUSIC 算法

UCA-RB-MUSIC 算法由 Cherian P. Mathews 于 1994 年提出^[41], 是著名的 MUSIC 算法的波束空间形式。该算法使用波束形成矩阵 F_r^H 将 UCA 的导向矢量 $\mathbf{a}(\theta, \varphi)$ 映射到波束空间阵列流型 $\mathbf{b}(\theta, \varphi)$ 。 $\mathbf{b}(\theta, \varphi)$ 在整个到达角的范围内都是实值的。

首先引入基于相位模式激励理论的波束形成矩阵 F_c^H , $F_c^H \mathbf{a}(\theta, \varphi) = \mathbf{a}_c(\theta, \varphi)$, $\mathbf{a}_c(\theta, \varphi)$ 是中心厄米特矩阵。将 F_c^H 之前再乘以一个具有中心厄米特列的矩阵就可以得到实值波束空间阵列流型, 因此定义 $F_r^H = \mathbf{W}^H F_c^H$ 。 \mathbf{W}^H 具有中心厄米特列。

$$F_r^H = C_v V^H \quad (4.13)$$

其中,

$$C_v = \text{diag}[j^{-K}, \dots, j^{-1}, j^0, j^1, \dots, j^K], \quad V = \sqrt{M} [\mathbf{w}_{-K}, \dots, \mathbf{w}_0, \dots, \mathbf{w}_K] \quad (4.14)$$

$$\mathbf{w}_k^H = \frac{1}{M} [e^{jk\gamma_0}, e^{jk\gamma_1}, \dots, e^{jk\gamma_{N-1}}] \quad (4.15)$$

式(4.14)中 K 为激励的最大模式, 这样,

$$\mathbf{a}_c(\theta, \varphi) = F_c^H \mathbf{a}(\theta, \varphi) = C_v V^H \boldsymbol{\alpha}(\theta, \varphi) = \sqrt{M} J_c \mathbf{v}(\theta) \quad (4.16)$$

$$\mathbf{v}(\theta) = [e^{-jK\theta}, \dots, e^{-j\theta}, e^{j\theta}, \dots, e^{jK\theta}]^T \quad (4.17)$$

$$\mathbf{J}_\zeta = \text{diag}[J_{-K}(\zeta), \dots, J_{-1}(\zeta), J_0(\zeta), J_1(\zeta), \dots, J_K(\zeta)] \quad (4.18)$$

设 \mathbf{Q} 为交换矩阵，除副对角线元素为1外，其它元素均为0。这样， $\mathbf{a}_c(\theta, \varphi)$ 就满足 $\mathbf{Q}\mathbf{a}_c(\theta, \varphi) = \mathbf{a}_c^*(\theta, \varphi)$ 。同时易知 $\mathbf{F}_c^H \mathbf{F}_c = \mathbf{I}$ 。

令 $\alpha_i = 2\pi i / (2K+1), i \in [-K, K]$ ， $K' = 2K+1$ ，则

$$\mathbf{W} = \frac{1}{\sqrt{K'}} [\mathbf{v}(\alpha_{-K}), \dots, \mathbf{v}(\alpha_0), \dots, \mathbf{v}(\alpha_K)] \quad (4.19)$$

由以上可得 \mathbf{F}_r^H 。若 $\mathbf{B} = \mathbf{F}_r^H \mathbf{A}$ ， $\mathbf{y}(t) = \mathbf{F}_r^H \mathbf{x}(t) = \mathbf{B}\mathbf{s}(t) + \mathbf{F}_r^H \mathbf{n}(t)$ ，则其协方差矩阵为 $\mathbf{R}_y = \mathbf{E}[\mathbf{y}(t)\mathbf{y}^H(t)] = \mathbf{B}\mathbf{P}\mathbf{B}^T + \sigma\mathbf{I}$ 。那么

$$\mathbf{R} = \text{Re}\{\mathbf{R}_y\} = \mathbf{B}\mathbf{P}_r\mathbf{B}^T + \sigma\mathbf{I} \quad (4.20)$$

其中， $\mathbf{P}_r = \text{Re}\{\mathbf{P}\}$ 。对 \mathbf{R} 进行实值特征值分解并构造空间谱，之后进行谱峰搜索可得 DOA 估计值。

4.2 UCA-ESPRIT 算法

与 ESPRIT 在 1-D 角度估计中的情形一样，UCA-ESPRIT^[38,41] 算法通过对矩阵的特征值分解得到闭式的 DOA 估计。

紧承上文，令

$$\mathbf{F}_o^H = \mathbf{C}_o \mathbf{F}_c^H \quad (4.21)$$

\mathbf{F}_o^H 的定义如式(4.13)所示。上式中

$$\mathbf{C}_o = \text{diag}\{(-1)^K, \dots, (-1)^1, 1, 1, \dots, 1\} \quad (4.22)$$

根据前文，分析可得

$$\mathbf{a}_o(\varphi) = \sqrt{M} \mathbf{J}_{\zeta^-} \mathbf{v}(\theta) \quad (4.23)$$

其中， $\mathbf{J}_{\zeta^-} = \text{diag}\{J_{-K}(\zeta), \dots, J_{-1}(\zeta), J_0(\zeta), J_1(\zeta), \dots, J_K(\zeta)\}$ 。从波束流型中提取出 $K_c = K' - 2$ ($K' = 2K + 1$) 个矢量： $\mathbf{a}^{(i)} = \Delta^{(i)} \mathbf{a}_o(\varphi), i = -1, 0, 1$ 。选择矩阵 $\Delta^{(-1)}$ ， $\Delta^{(0)}$ ， $\Delta^{(1)}$ 从

$\mathbf{a}_0(\varphi)$ 中提取出第一个, 第二个和最后一个含有 K_c 个元素的矩阵。矢量 $\mathbf{a}^{(0)}$, $e^{j\theta}\mathbf{a}^{(-1)}$ 和 $e^{-j\theta}\mathbf{a}^{(1)}$ 的相位是相同的。利用Bessel函数的性质 $J_{k-1}(\zeta) + J_{k+1}(\zeta) = (2k/\zeta)J_k(\zeta)$, $|k| \leq K$, 可以得到这样的关系式

$$\Gamma \mathbf{a}^{(0)} = \mu \mathbf{a}^{(-1)} + \mu^* \mathbf{a}^{(1)} \quad (4.24)$$

其中, $\mu = \sin \varphi e^{j\theta}$, $\Gamma = (\lambda/\pi r) \text{diag}\{-(K-1), \dots, -1, 0, 1, \dots, K-1\}$ 。

令 $\mathbf{A}_0 = \mathbf{F}_0^H \mathbf{A}$ 表示波束空间的DOA矩阵, \mathbf{S}_0 表示它的信号子空间。由4.1.3节可知, 利用 \mathbf{F}_r^H , 并对矩阵 \mathbf{R} 进行实值特征值分解可以得到由 \mathbf{B} 的实部张成的信号子空间 \mathbf{S} 。这样, \mathbf{S} 可以表示为 $\mathbf{S} = \mathbf{B}\mathbf{T}$, 其中 \mathbf{T} 是一个实值非奇异矩阵。两个波束形成矩阵之间的关系为 $\mathbf{F}_0^H = \mathbf{C}_0 \mathbf{W} \mathbf{F}_r^H$, 其中 $\mathbf{C}_0 \mathbf{W}$ 为酉矩阵, 因此我们可以得到 $\mathbf{S}_0 = \mathbf{C}_0 \mathbf{W} \mathbf{S} = \mathbf{C}_0 \mathbf{W} \mathbf{B} \mathbf{T} = \mathbf{A}_0 \mathbf{T}$, 所以说实矩阵 \mathbf{T} 将 \mathbf{A}_0 和 \mathbf{S}_0 联系起来了。

令 $\mathbf{A}^{(i)} = \Delta^{(i)} \mathbf{A}_0$, $\mathbf{S}^{(i)} = \Delta^{(i)} \mathbf{S}_0$, $i = -1, 0, 1$ 。容易证明如下的关系式 $\mathbf{A}^{(i)} = \mathbf{D} \mathbf{Q} \mathbf{A}^{(-i)}$, 其中 $\mathbf{D} = \text{diag}\{(-1)^{K-2}, \dots, (-1)^1, (-1)^0, (-1)^1, \dots, (-1)^K\}$ 。矩阵 $\mathbf{D} \mathbf{Q}$ 为酉矩阵并且其逆矩阵仍为 $\mathbf{D} \mathbf{Q}$ 。由 $\mathbf{S}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)} \mathbf{T}$ 可以得到 $\mathbf{S}^{(i)} = \mathbf{D} \mathbf{Q} \mathbf{S}^{(-i)}$, 因为 \mathbf{T} 为实矩阵。根据式(4.24)可以得到 $\Gamma \mathbf{A}^{(0)} = \mathbf{A}^{(-1)} \Phi + \mathbf{A}^{(1)} \Phi^*$, 其中 $\Phi = \text{diag}\{\mu_1, \dots, \mu_N\}$ 。写成信号子空间矩阵的形式得到

$$\Gamma \mathbf{S}^{(0)} = \mathbf{S}^{(-1)} \Psi + \mathbf{S}^{(1)} \Psi^* = \mathbf{S}^{(-1)} \Psi + \mathbf{D} \mathbf{Q} \mathbf{S}^{(-1)} \Psi^* \quad (4.25)$$

其中 $\Psi = \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T}$ 。写成块矩阵形式有

$$\mathbf{E} \underline{\Psi} = \Gamma \mathbf{S}^{(0)} \quad (4.26)$$

上式中 $\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}^{(-1)} & \mathbf{D} \mathbf{Q} \mathbf{S}^{(-1)} \end{bmatrix}$, $\underline{\Psi} = \begin{bmatrix} \Psi^T & \Psi^H \end{bmatrix}^T$ 。式(4.26)为一个超定方程, 当满足 $K_c = K' - 2 > 2N$ 时有唯一解 $\underline{\Psi}$ 。 $\Phi = \mathbf{T} \Psi \mathbf{T}^{-1}$, Ψ 的特征值为 Φ 的对角元素, 即 $\mu_i = \sin \varphi_i e^{j\theta}$, $i = 1, \dots, N$ 。因此 Ψ 的特征值能够获得自动配对的方位角和俯仰角。

UCA-ESPRIT算法步骤:

- 1、获得接收数据的协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$, 得到波束空间协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}_r = \mathbf{F}_r^H \hat{\mathbf{R}} \mathbf{F}_r$;
- 2、对 $\text{Re}\{\hat{\mathbf{R}}_r\}$ 进行实值特征值分解, 对分解后的特征值排序得到 $\hat{\lambda}_1 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_{K'}$, 相对应的正交向量为 $\hat{\mathbf{s}}_1, \dots, \hat{\mathbf{s}}_N, \hat{\mathbf{g}}_{N+1}, \dots, \hat{\mathbf{g}}_{K'}$ 。信号子空间为 $\hat{\mathbf{S}} = [\hat{\mathbf{s}}_1, \dots, \hat{\mathbf{s}}_N]$, 噪声子空间为

$$\hat{G} = [\hat{g}_{N+1}, \dots, \hat{g}_K];$$

3、令 $\hat{S}_0 = C_0 W \hat{S}$ ，同时可以得到 $S^{(i)} = \Delta^{(i)} \hat{S}_0, i = -1, 0$ 。构造矩阵 $\hat{E} = [\hat{S}^{(-1)}; D Q \hat{S}^{(-1)*}]$;

4、得到式 $\hat{E} \hat{\Psi} = \Gamma \hat{S}^{(0)}$ 的最小二乘解， $\hat{\Psi}_{LS} = [\hat{\Psi}^T; \hat{\Psi}^H]^T$;

5、计算出 $\hat{\Psi}$ 的特征值 $\hat{\mu}_i, i = 1, \dots, N$ 。那么方位角和俯仰角分别为 $\hat{\phi}_i = \sin^{-1}(|\hat{\mu}_i|)$ ，
 $\hat{\theta}_i = \arg(\hat{\mu}_i)$ 。

4.3 改进的UCA-RB-MUSIC算法

4.3.1 均匀圆阵的自身特点

通信中常采用8阵元或16阵元的均匀圆阵智能天线，通过对偶数阵元的UCA^[42]观察可以发现，由于天线是中心对称放置的，所以有

$$\gamma_{M/2+m} = \gamma_m + \pi \quad m = 1, 2, \dots, M/2 \quad (4.27)$$

所以

$$a_m(\theta, \varphi_i) = a_{M/2+m}^*(\theta, \varphi_i) \quad m = 1, 2, \dots, M/2 \quad (4.28)$$

将阵列重新排列为 $[1, 2, \dots, M/2, M, \dots, M/2+2, M/2+1]$ ，则

$$a(\theta, \varphi_i) = [a_1(\theta, \varphi_i), \dots, a_{M/2}(\theta, \varphi_i), a_M(\theta, \varphi_i), \dots, a_{M/2+1}(\theta, \varphi_i)]^T \quad (4.29)$$

因此有，

$$a(\theta, \varphi_i) = Q a^*(\theta, \varphi_i) \quad (4.30)$$

4.3.2 改进的UCA-RB-MUSIC算法

通过上面的观察发现，这时只需要一个波束形成矩阵 F_i 就可以将其变换到实值空间。同样令 $\alpha_i = 2\pi i / (2K+1), i \in [-K, K]$ ，那么令

$$F_i = \frac{1}{\sqrt{M}} \begin{bmatrix} e^{j0\alpha_x} & \dots & e^{j0\alpha_x} & \dots & e^{j0\alpha_x} \\ e^{j1\alpha_x} & \ddots & \ddots & \ddots & e^{j1\alpha_x} \\ \vdots & \dots & \ddots & \ddots & \vdots \\ e^{j(M-1)\alpha_x} & \dots & \dots & \dots & e^{j(M-1)\alpha_x} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

则 $B = F_i^H A$ ，且 B 为实值矩阵。令 $y(t) = F_i^H x(t) = B s(t) + F_i^H n(t)$ ，则其协方差矩阵为

$$R_y = E[y(t)y^H(t)] = BPB^T + \sigma F_s F_s^H.$$

$$R = \text{Re}\{R_y\} = BP_R B^T + \sigma F_s F_s^H \quad (4.32)$$

对 R 进行实值特征值分解可以得到相互正交的信号子空间 S 和噪声子空间 G 。

$$S = [s_1, \dots, s_N], G = [g_{N+1}, \dots, g_{2K+1}] \quad (4.33)$$

这样, MUSIC谱就为

$$S(\theta, \phi) = \frac{1}{b^T(\theta, \phi) G G^T b(\theta, \phi)} \quad (4.34)$$

通过对式 (4.34) 进行谱峰搜索可以得到 DOA 估计。我们将这种算法称作 UCAM-RB-MUSIC 算法。

UCAM-RB-MUSIC 算法步骤:

- 1、按式 (4.29) 的顺序将接收信号 $x(t)$ 进行交换;
- 2、用波束形成矩阵 F_s 乘以交换后的 $x(t)$ 得到 $y(t)$;
- 3、求 $y(t)$ 的协方差矩阵, 并对其实部进行特征值分解;
- 4、利用噪声子空间构造 MUSIC 谱, 进行谱峰搜索, 得到 DOA 估计。

从 4.1.3 中得到, $F_s^H = W^H F_s^H = W^H C_s V^H$ 。其中, W^H 为 $(2K+1) \times (2K+1)$ 阶复矩阵, C_s 为 $(2K+1) \times (2K+1)$ 阶复对角阵, V^H 为 $(2K+1) \times N$ 阶复矩阵, 因此计算 F_s^H 需要 $(N+1) \times (2K+1)^2$ 次复乘, $2NK \times (2K+1)$ 次复加, 而 F_s 如式 (4.31) 所示, 形式更为简单, 因此 UCAM-RB-MUSIC 算法与 UCA-RB-MUSIC 算法相比在计算量上有所下降。

4.4 内插阵列圆阵平移 DOA 估计算法

下面利用内差阵列变换圆阵平移算法实现 1-D UCA DOA 估计。该方法精度高, 能解决相干信号, 但是只能处理 1-D 估计。

内插阵列变换的基本思想^[39,43]是将整个天线扫描区域划分为若干个子区域, 再将某个子区域细分, 例如可以将整个 360° 划分为 8 个子区域, 每个子区域为 45° 。假设某一子区域为 Θ , 将子区域 Θ 再划分为

$$\Theta = [\theta_l \quad \theta_l + \Delta\theta \quad \theta_l + 2\Delta\theta \quad \dots \quad \theta_r - \Delta\theta \quad \theta_r] \quad (4.35)$$

θ_l 和 θ_r 为 Θ 的左右边界, $\Delta\theta$ 为步长。则实际阵列的阵列流型为

$$A = [a(\theta_1) \ a(\theta_1 + \Delta\theta) \ a(\theta_1 + 2\Delta\theta) \ \cdots \ a(\theta_r)] \quad (4.36)$$

而在同一区域 Θ 内, 内插阵列的阵列流型为

$$\bar{A} = [\bar{a}(\theta_1) \ \bar{a}(\theta_1 + \Delta\theta) \ \bar{a}(\theta_1 + 2\Delta\theta) \ \cdots \ \bar{a}(\theta_r)] \quad (4.37)$$

其中 $a(\theta) = [e^{j\pi(x_1 \sin\theta + y_1 \cos\theta)}, \dots, e^{j\pi(x_M \sin\theta + y_M \cos\theta)}]^T$ 。则内插阵列与实际阵列之间存在着一个固定的变换关系 B , 使得

$$BA = \bar{A} \Rightarrow B = (AA^H)^{-1} A\bar{A}^H \quad (4.38)$$

可先计算 $(\bar{A} - BA)$ 的Frobenius范数和 \bar{A} 的模的比值, 如果这个比值足够小, 就接受变换矩阵 B , 否则可对观察区域进一步细分, 重新计算变换矩阵。

假设实际阵列的数据协方差矩阵为 R , 噪声协方差阵为 R_n , 则空间平滑协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \bar{R} &= \sum_{k=1}^K B_k R B_k^H = \sum_{k=1}^K B_k (A R A^H + \sigma^2 I) B_k^H \\ &= \sum_{k=1}^K \bar{A}_k R \bar{A}_k^H + \sigma^2 B_k B_k^H \end{aligned} \quad (4.39)$$

其中, \bar{A}_k 是第 k 个内插阵列的导向矢量, K 为内插阵列的个数。那么我们可以得到这样的关系:

$$\bar{A}_k = A D_k \quad (4.40)$$

其中, $D_k = \text{diag}\{e^{j\pi(\Delta x_k \sin\theta_1 + \Delta y_k \cos\theta_1)}, \dots, e^{j\pi(\Delta x_k \sin\theta_r + \Delta y_k \cos\theta_r)}\}$, Δx_k , Δy_k 分别表示第 k 个内插阵列在 x 和 y 轴方向上的平移。将式(4.40)代入式(4.39)可得

$$\begin{aligned} \bar{R} &= A \left[\sum_{k=1}^K D_k R D_k^H \right] A^H + \sigma^2 \sum_{k=1}^K B_k B_k^H \\ &= A \bar{R}_s A^H + \sigma^2 \bar{R}_n \end{aligned} \quad (4.41)$$

接下来再进行白化处理

$$\tilde{R} = \bar{R}_n^{-1/2} \bar{R} \bar{R}_n^{-H/2} \quad (4.42)$$

然后对 \tilde{R} 进行特征值分解

$$\hat{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{U}}\hat{\Sigma}\hat{\mathbf{U}}^H \quad (4.43)$$

用 $\hat{\mathbf{E}}_n$ 表示 $\hat{\mathbf{R}}$ 中包含了 $M-N$ 个小特征值的矩阵, 那么根据 MUSIC 算法只需要对下式进行谱峰搜索就可以得到 DOA 估计值

$$S(\theta) = 1 / \left\| \bar{\mathbf{a}}(\theta)^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-1/2} \hat{\mathbf{E}}_n \right\| \quad (4.44)$$

在实际情况中我们利用样本协方差 $\hat{\mathbf{R}}$ 代替 \mathbf{R} , 所以上式变为 $\hat{S}(\theta) = 1 / \left\| \bar{\mathbf{a}}(\theta)^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-1/2} \hat{\mathbf{E}}_n \right\|$ 。

由于式(4.39)对阵列进行了空间平滑处理, 因此该方法可以有效地分辨相干信号。

虽然为了得到精度较高的变换矩阵所需的运算量较大, 但是对实际系统来说, 可以将观察区域划分为不同的观察区间 $\Theta_1 \sim \Theta_r$, 针对不同的观察区间计算出对应的变换矩阵 \mathbf{B} , 事先存储到系统中。

4.5 计算机仿真和结果分析

在本节的实验中均假设已正确判断出信号源个数。为保证相邻阵元间距为 $\lambda/2$, 避免模糊产生, 圆阵的半径设为 $r = \frac{\lambda}{4 \sin(\pi/N)}$, 信号为窄带 QPSK 信号; 噪声为均值为 0,

方差为 1 的高斯白噪声; 独立蒙特卡洛仿真 100 次。信噪比定义为 $\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2}$ 。

(1) 仿真实验 1

考察 UCA-ESPRIT 与 UCA-RB-MUSIC 算法在 2-D DOA 估计中的性能。

① 考察 UCA-ESPRIT 算法随快拍数变化的性能。

采用 19 阵元均匀圆阵智能天线, 最大模式为 6。图 4.2 给出的是 $\text{SNR} = 0\text{dB}$, 两独立信号源的方位角和俯仰角分别为 $(10^\circ, 20^\circ)$, $(30^\circ, 40^\circ)$ 时, 估计值 RMSE 随快拍数变化的曲线。(a) 图为方位角, (b) 图为俯仰角, (c) 图 (d) 图分别为 (a) 图和 (b) 图的局部放大图。从图中可以看出, 快拍数对 UCA-ESPRIT 算法的精度有着很大的影响, 总体来说随着快拍数的增加该算法表现越来越好; 但是快拍数 800 为一个分界, 大于快拍数 800 的估计结果趋于稳定并且可以接受。

② 考察 UCA-ESPRIT 与 UCA-RB-MUSIC 算法随信噪比变化的性能。

采用 8 阵元均匀圆阵智能天线, 最大模式为 3。图 4.3 给出的是快拍数为 1000, 两独立信号源的方位角和俯仰角分别为 $(10^\circ, 20^\circ)$, $(30^\circ, 40^\circ)$ 时, 估计值 RMSE 随信噪比变化的

曲线。(a)、(b)、(c)、(d)分别为信源1和信源2的方位角和俯仰角的估计值RMSE随信噪比变化的曲线。从图中可以看出总体来说两种算法随信噪比的增加估计结果都是越来越好,但是相比之下,UCA-RB-MUSIC算法估计结果更加精确,特别是信噪比较低时,UCA-RB-MUSIC算法的估计结果优于UCA-ESPRIT算法很多;然而UCA-ESPRIT算法的优势在于不需要进行2-D谱峰搜索,通过特征值分解直接得出估计值,计算量更小。

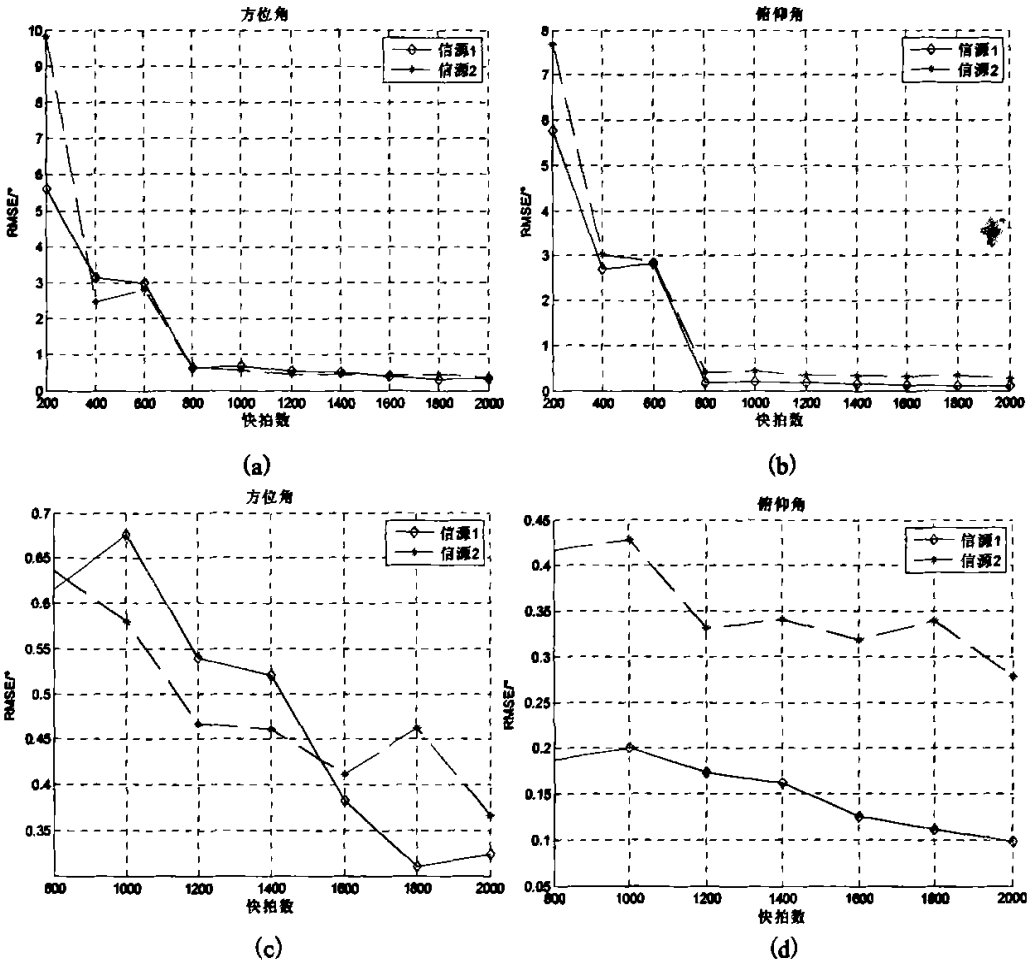


图4.2 UCA-ESPRIT算法估计值RMSE随快拍数变化曲线(a)方位角(b)俯仰角
(c)和(d)分别为(a)和(b)的局部放大图

Fig. 4.2 RMSE curves of UCA-ESPRIT estimations at different snapshots
(a) azimuths (b) elevations (c) and (d) are separately the locally amplified figures for (a) and (b)

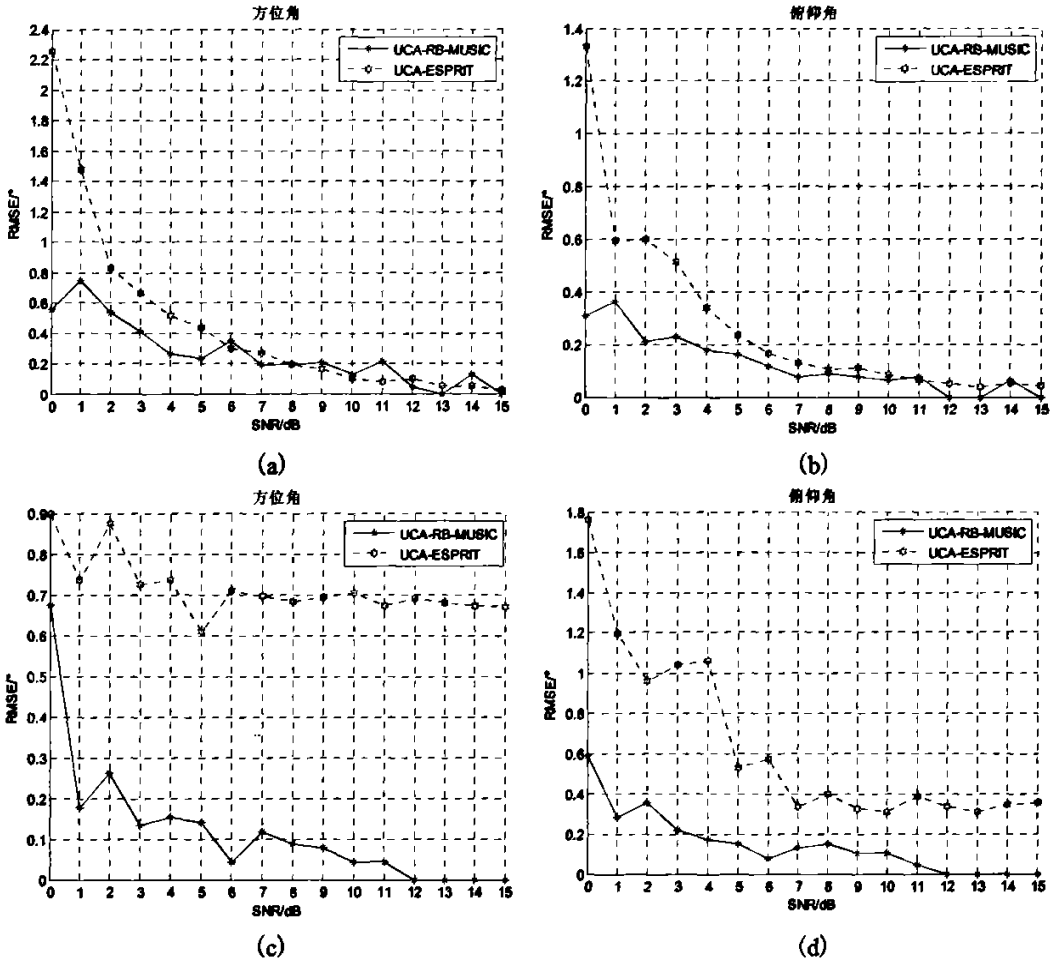


图4.3 UCA-ESPRIT和UCA-RB-MUSIC算法估计值RMSE随信噪比变化曲线

(a) 信源1方位角 (b) 信源1俯仰角 (c) 信源2方位角 (d) 信源2俯仰角

Fig. 4.3 RMSE curves of estimations of UCA-ESPRIT and UCA-RB-MUSIC algorithms at different SNR (a) azimuth of signal 1 (b) elevation of signal 1 (c) azimuth of signal 2 (d) elevation of signal 2

(2) 仿真实验 2

本实验考察 UCAM-RB-MUSIC 算法，并与 UCA-RB-MUSIC 算法加以比较。实验中采用 8 阵元均匀圆阵智能天线。UCAM-RB-MUSIC 算法从形式上简化了 UCA-RB-MUSIC 算法，降低了算法的复杂度，并保持了算法的性能。

① 2-D DOA估计。

图4.4(a)和(b)分别是 SNR = 10dB，快拍数为1000，两路独立信源的入射方位角和俯仰角分别为(10°, 20°)和(30°, 40°)时，UCAM-RB-MUSIC和UCA-RB-MUSIC算法的2-D

DOA估计等高线图，等高线中心为估计值。表4.1中给出了估计值。从图表可以看出，二者估计结果都比较准确，效果相当。

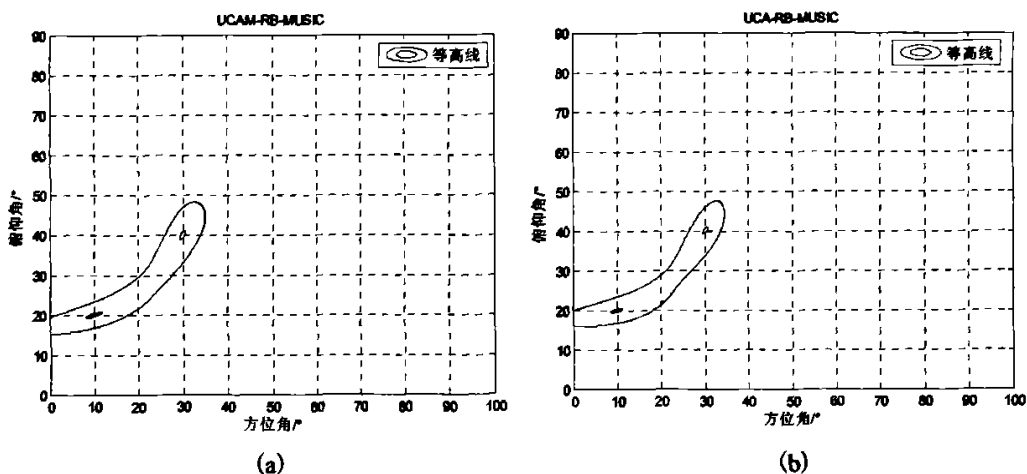


图4.4 两独立信号源，入射方位角和俯仰角分别为 $(10^\circ, 20^\circ)$ ， $(30^\circ, 40^\circ)$ ，
SNR = 10dB 时的估计结果 (a) UCAM-RB-MUSIC算法 (b) UCA-RB-MUSIC算法

Fig. 4.4 Estimation results when SNR = 10dB, the azimuths and elevations of the two independent signals are $(10^\circ, 20^\circ)$ ， $(30^\circ, 40^\circ)$ (a) UCAM-RB-MUSIC algorithm (b) UCA-RB-MUSIC algorithm

表 4.1 图 4.4 中的估计值

Tab. 4.1 Estimation results for figure 4.4

各信源真实方位角与俯仰角	信源 1 $(10^\circ, 20^\circ)$	信源 2 $(30^\circ, 40^\circ)$
UCAM-RB-MUSIC 算法估计值	$(10.1^\circ, 20^\circ)$	$(30^\circ, 40^\circ)$
UCA-RB-MUSIC 算法估计值	$(10.1^\circ, 20^\circ)$	$(30^\circ, 39.9^\circ)$

下面考察方位角和俯仰角更加接近时两种算法的估计结果。

图4.5(a)和(b)分别是SNR = 10dB，快拍数为1000，两路独立信源的入射方位角和俯仰角分别为 $(10^\circ, 20^\circ)$ 和 $(20^\circ, 30^\circ)$ 时，UCAM-RB-MUSIC和UCA-RB-MUSIC算法2-D DOA估计的等高线图，等高线中心为估计值。表4.2中给出了具体数值。从图中可以看到，等高线与图4.4相比变得松散，这是由于方位角和俯仰角变得接近使得估计的信噪比门限增加，当信噪比不变时，估计质量就会下降。从表中的数值上看，二者估计质量相当。

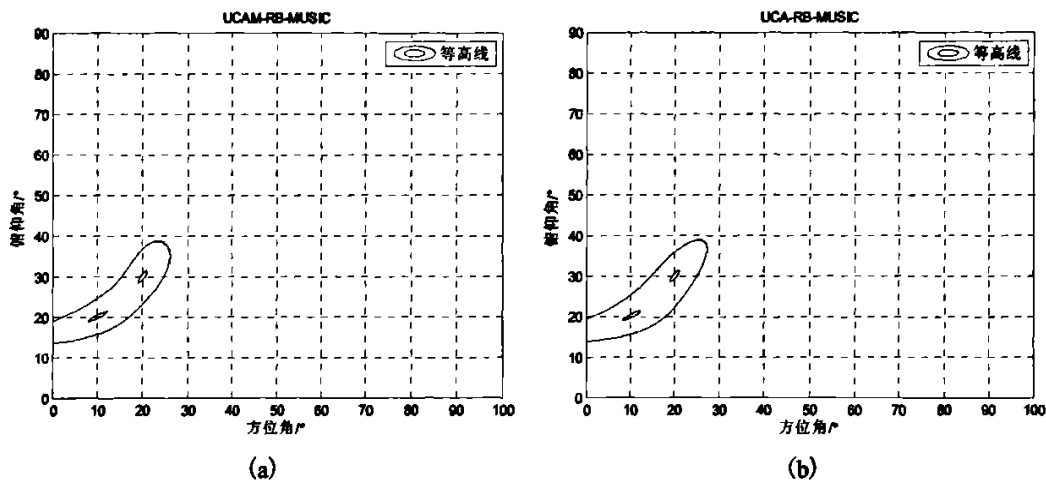


图4.5 两独立窄带信号源，入射方位角和俯仰角分别为 $(10^\circ, 20^\circ)$ ， $(20^\circ, 30^\circ)$ ，

SNR = 10dB时的估计结果 (a) UCAM-RB-MUSIC算法 (b)UCA-RB-MUSIC算法

Fig. 4.5 Estimation results when SNR = 10dB, the azimuths and elevations of the two independent signals are $(10^\circ, 20^\circ)$ ， $(20^\circ, 30^\circ)$ (a) UCAM-RB-MUSIC algorithm (b)UCA-RB-MUSIC algorithm

表 4.2 图 4.5 中的估计值

Tab. 4.2 Estimation results for figure 4.5

各信源真实方位角与俯仰角	信源 1 $(10^\circ, 20^\circ)$	信源 2 $(20^\circ, 30^\circ)$
UCAM-RB-MUSIC 算法估计值	$(9.9^\circ, 19.9^\circ)$	$(20.1^\circ, 30^\circ)$
UCA-RB-MUSIC 算法估计值	$(10.2^\circ, 20.1^\circ)$	$(20^\circ, 30^\circ)$

② 1-D DOA估计。

只考虑远场信号，即只考虑方位角，俯仰角默认为 90° 。

首先考察快拍数变化对算法的影响。

图4.6为 SNR = 10dB，两个独立入射信源的方位角分别为 10° ， 30° 时，不同快拍数下UCAM-RB-MUSIC和UCA-RB-MUSIC算法方位角估计值的RMSE曲线。从图中的曲线变化可以看出，估计RMSE在0.02-0.12之间，总体上来说随着快拍数的增加，RMSE越来越小，估计结果越来越好。在低快拍数时，UCAM-RB-MUSIC算法比UCA-RB-MUSIC算法表现更好一些。

接着考察信噪比变化对于算法的影响。

图4.7为快拍数为1000，两个独立入射信源的方位角分别为 10° ， 30° 时，不同信噪比下UCAM-RB-MUSIC和UCA-RB-MUSIC算法方位角估计值的RMSE曲线。从图中的曲线

变化可以看出,估计RMSE在0-0.18之间,总体来说随着信噪比的增加, RMSE越来越小,估计结果越来越好,二者估计质量相当。

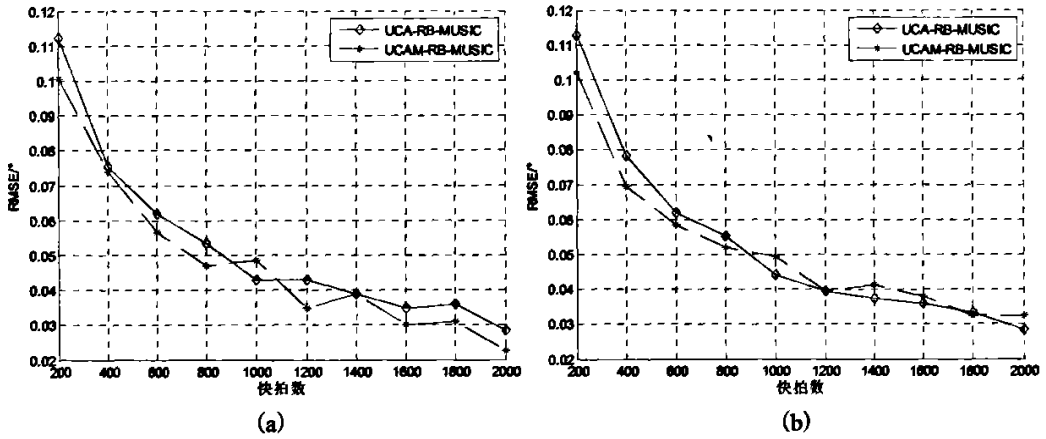


图4.6 UCAM-RB-MUSIC和UCA-RB-MUSIC算法估计值RMSE随快拍数变化曲线(a)信源1 (b)信源2

Fig. 4.6 RMSE curves of estimation results of UCAM-RB-MUSIC and UCA-RB-MUSIC algorithms at different snapshots (a) signal 1 (b) signal 2

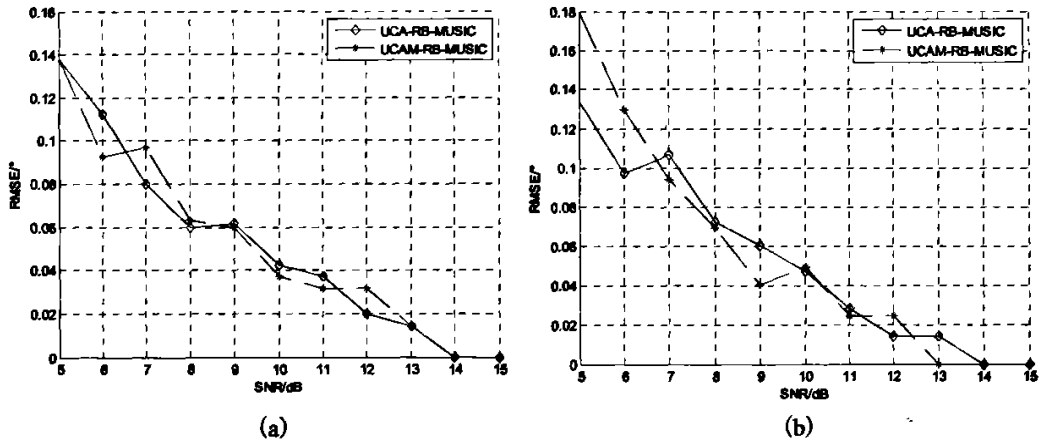


图4.7 UCAM-RB-MUSIC和UCA-RB-MUSIC算法估计值RMSE随信噪比变化曲线(a)信源1 (b)信源2

Fig. 4.7 RMSE curves of estimation results of UCAM-RB-MUSIC and UCA-RB-MUSIC algorithms at different SNR (a) signal 1 (b) signal 2

下面再考察当两信源间角度更加接近时两种算法的估计结果。图4.8中两个入射信源的方位角分别为 10° ， 20° ，其它条件同上。与图4.7相比同信噪比下估计值的RMSE增加，RMSE在0-0.5之间，这说明当角度接近时，可分辨的信噪比门限有所提高。总体来说两种算法的性能还是保持了一致性。

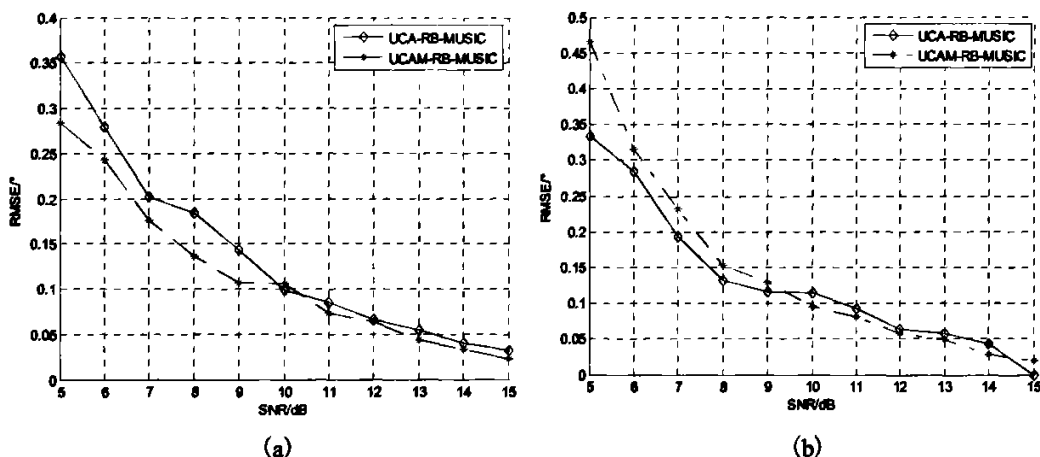


图4.8 UCAM-RB-MUSIC和UCA-RB-MUSIC算法估计值RMSE随信噪比变化曲线(a)信源1 (b)信源2

Fig. 4.8 RMSE curves of estimation results of UCAM-RB-MUSIC and UCA-RB-MUSIC algorithms at different SNR (a) signal 1 (b) signal 2

最后来看一下方位角间隔对于算法的影响。

图4.9为快拍数为1000， $SNR = 10\text{dB}$ ，两个独立入射信源的方位角间隔变化时UCAM-RB-MUSIC和UCA-RB-MUSIC算法方位角估计值的RMSE曲线。当方位角角度差小于 4° 时，两种算法均不能分辨，因此从角度间隔 4° 开始进行实验。从图中的曲线变化可以看出，总体来说方位角间隔越大估计结果越好，同时也可以看到，在此条件下，UCAM-RB-MUSIC算法的估计结果略优于UCA-RB-MUSIC算法。

(3) 仿真实验三

本实验考察内插阵列圆阵平移DOA估计算法性能。考虑远场信号，即只考虑方位角，俯仰角默认为 90° 。实验中采用8阵元均匀圆阵智能天线。

UCA-RB-MUSIC算法不能解决相干信号源的DOA估计问题。表4.3给出快拍数为1000， $SNR = 10\text{dB}$ ，相关系数由0变化到1时，UCA-RB-MUSIC算法方位角估计RMSE值，对于高度相关的信号源，UCA-RB-MUSIC算法仍可分辨；但是当相关系数为1即信号源相干时，该算法不能分辨。

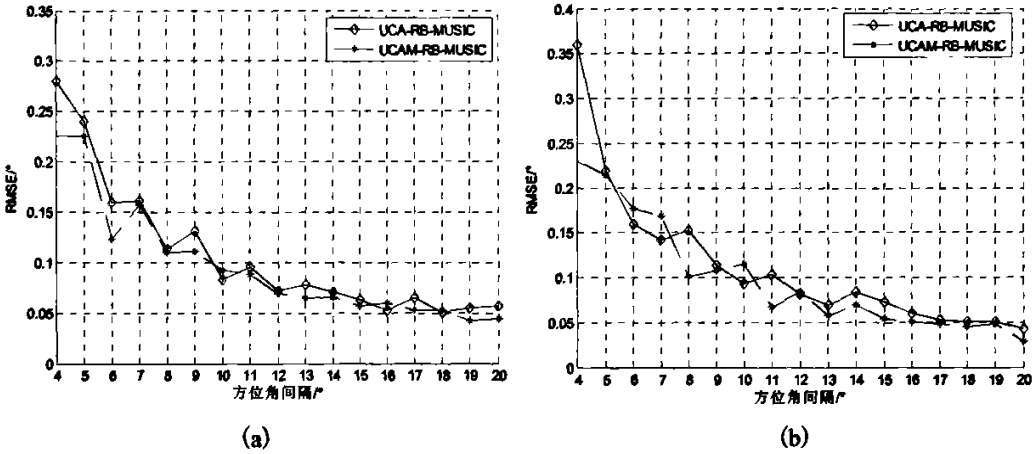


图4.9 UCAM-RB-MUSIC和UCA-RB-MUSIC算法估计值RMSE随入射信号方位角间隔变化曲线(a)信号1 (b)信号2

Fig. 4.9 RMSE curves of estimation results of UCAM-RB-MUSIC and UCA-RB-MUSIC algorithms at different intervals between the azimuths of the signals (a) signal 1 (b) signal 2

表 4.3 不同相关系数下 UCA-RB-MUSIC 算法 DOA 估计 RMSE 值

Tab. 4.3 RMSE of DOA estimations of UCA-RB-MUSIC algorithm at different correlation coefficients

相关系数	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
信号 1 RMSE/°	0.052	0.042	0.057	0.047	0.055	0.062	0.054	0.062	0.061	0.087	不可分辨
信号 2 RMSE/°	0.042	0.045	0.049	0.048	0.046	0.057	0.055	0.060	0.059	0.09	不可分辨

内插阵列圆阵平移DOA估计算法利用内插阵列变换实现虚拟的多个等距均匀圆阵，从而实现DOA估计。该算法能够非常好的分辨相干信号。

如图4.10所示，图中为快拍数为1000，SNR = 10dB，两相干信号源方位角分别为10°, 30°时，内插阵列圆阵平移DOA估计算法(实线)与UCA-RB-MUSIC算法(虚线)的估计结果。实线的估计结果很好的分辨了两个信号源，而虚线的估计结果说明UCA-RB-MUSIC算法完全失效，不能进行估计。

图 4.11 中给出的是不同信噪比下，两独立窄带信号源方位角为10°, 30°时，内插阵列圆阵平移 DOA 估计方法与 UCA-RB-MUSIC 算法的估计 RMSE 曲线。从图中可以看出，在低信噪比时，内插阵列方法估计效果明显优于 UCA-RB-MUSIC 算法，但随着信噪比的增加二者估计结果趋于一致。

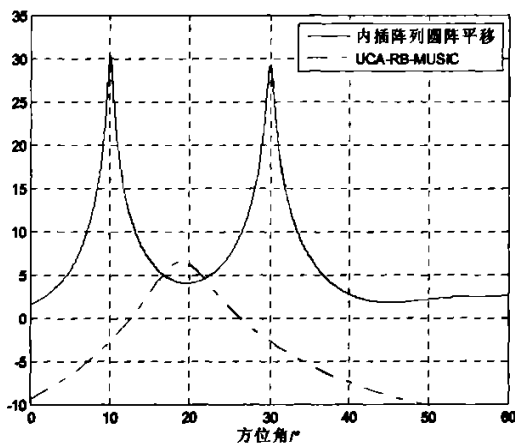


图4.10 内插阵列圆阵平移算法(实线)与UCA-RB-MUSIC算法(虚线)对两相干信源的估计结果
 Fig. 4.10 Estimation results of the algorithm based on interpolated arrays (solid line) and UCA-RB-MUSIC algorithm (dashed line) for two coherent signals

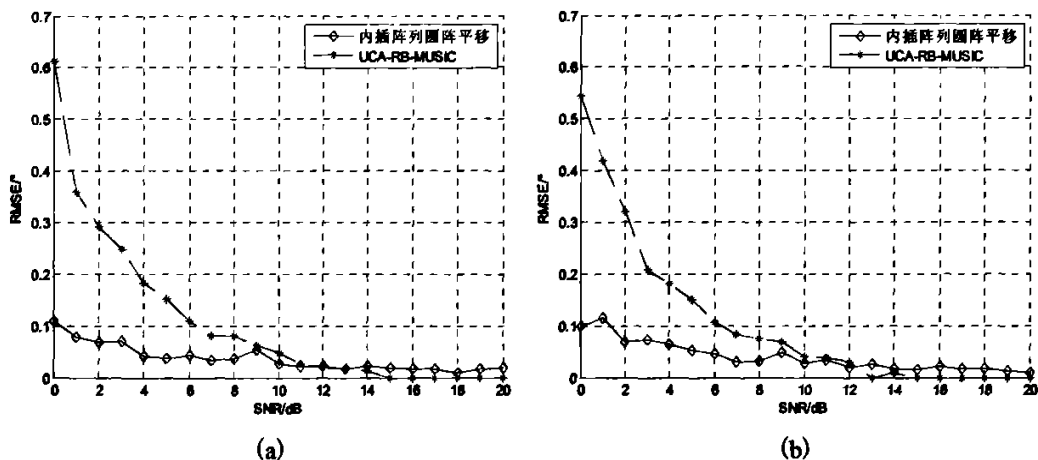


图 4.11 不同信噪比下，内插阵列圆阵平移算法与 UCA-RB-MUSIC 算法的估计 RMSE 曲线(a) 信源 1 (b) 信源 2

Fig. 4.11 RMSE curves of estimation results at different SNR of the algorithm based on interpolated arrays and UCA-RB-MUSIC algorithm (a) signal 1 (b) signal 2

4.6 小结

本章针对均匀圆阵智能天线下的 DOA 估计问题加以研究。先后分析讨论了 UCA-RB-MUSIC 算法, UCA-ESPRIT 算法。在 2-D 估计中, UCA-RB-MUSIC 算法估计

结果优于 UCA-ESPRIT 算法，但 MUSIC 类算法需要 2-D 谱峰搜索，计算量大，而 UCA-ESPRIT 算法通过特征值分解直接得到自动配对的方位角和俯仰角，计算量小，更有优势。本文针对 UCA 的自身特点提出了一种 UCAM-RB-MUSIC 算法，它是 UCA-RB-MUSIC 算法的改进算法，该算法简化了 UCA-RB-MUSIC 算法的形式，降低了计算量，仿真实验证明该算法保持了原算法的性能，并且在较低快拍数时该算法估计结果优于 UCA-RB-MUSIC 算法。此外，本文利用内插阵列变换实现圆阵平移 1-D DOA 估计，该算法能够处理相干信号，与 UCA-RB-MUSIC 算法相比估计结果精度更高。

结 论

在现代通信中,智能天线的使用可以成倍地扩展通信容量,最大限度地利用有限的频谱资源,抑制衰落提高通信质量。但是智能天线能够实现指向性发射的必要前提就是实现对信号源的有效 DOA 估计。如何在智能天线阵列下实现有效的 DOA 估计是一个非常意义的研究课题。

DOA 估计属阵列信号处理领域,从二十世纪七十年代末开始到现在,DOA 估计取得了大量的研究成果,各种相关文献也层出不穷。本文的研究方向就是研究 ULA 和 UCA 下的 DOA 估计问题。在查阅大量相关文献的基础上,本文的具体工作如下:

(1) 针对 ULA,从理论和仿真实验上研究了最著名的 MUSIC 类和旋转不变子空间类算法。选择窄带 QPSK 信号作为入射信号,分析了独立与相干情况下的算法实现,并且通过比较给出了各个算法的优缺点。MUSIC 算法的估计精度要高于 ESPRIT 算法,但是 ESPRIT 算法其优势在于利用同结构子阵的关系来进行估计的思想,这使得其应用范围更加广泛,由于不必谱峰搜索,ESPRIT 算法计算量更小,更具有实时性。

(2) 另一种常用、同时也受到广泛关注的阵列就是 UCA。本文对于解决 UCA 下 DOA 估计问题的算法进行了研究和分析,同时利用仿真结果加以说明。UCA-RB-MUSIC 算法是空间模式变换类的典型算法,估计精确,但 2-D DOA 估计中由于需要进行 2-D 搜索所以计算量较大,而 UCA-ESPRIT 算法虽然估计质量低于 UCA-RB-MUSIC 算法,但是它可以实现有效的 2-D DOA 估计,并且不存在多维搜索的问题。

(3) 本文针对 UCA-RB-MUSIC 提出了一种改进算法,称为 UCAM-RB-MUSIC 算法。该算法是基于 UCA 阵列流型的自身特点而提出的。它简化了 UCA-RB-MUSIC 算法,降低了计算量,仿真实验证明该算法保持了原算法的性能,且当快拍数较低时,UCAM-RB-MUSIC 算法的估计结果优于 UCA-RB-MUSIC 算法。

(4) 另外,本文利用内差阵列变换实现虚拟的圆阵平移,利用各虚拟同设置阵列之间的关系实现 DOA 估计。内插阵列圆阵平移 DOA 估计方法比 UCA-RB-MUSIC 算法具有更高的估计精度并且能够有效地分辨相干信号。但是它只能实现 1-D DOA 估计。

本文通过对智能天线下的 DOA 估计方法的研究,对该领域有了一定程度的认识,取得了一定的成果,但是还有很多方面需要完善和进一步研究:

第一,针对 ULA,如何根据已有的算法结合实际信道情况,做出相应的改进,或提出新的算法;

第二,对于 UCA,复杂的阵列流型使得算法的复杂度有所提高。并且快拍数、阵元个数、信噪比、方位角和俯仰角间隔等因素都对估计质量有着很大的影响。因此如何

能够提高算法性能，如稳定性等方面是非常值得研究的。可以考虑从各类算法的自身特点着手或实现新算法；

第三，解决相干信号的分辨问题始终是一个热点问题，因为在实际环境中，由于多径等情况的存在，接收信号中会存在着一定数量的相干信号。

参 考 文 献

- [1] 刘鸣,袁超伟,贾宁,黄韬等.智能天线技术与应用.北京:机械工业出版社,2007.
- [2] 金荣洪,耿军平,范瑜.无线通信中的智能天线.北京:北京邮电大学出版社,2006.
- [3] 吴伟陵,牛凯.移动通信原理.北京:电子工业出版社,2005.
- [4] 王永良,陈辉,彭应宁,万群.空间谱估计理论与算法.北京:清华大学出版社,2004.
- [5] Krim H, Viberg M. Two decades of array signal processing research. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(4):67-94.
- [6] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation. IEEE Trans. on AP, 1986, 34(3):276-280.
- [7] Roy R, Kailath T. ESPRIT—a subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise. IEEE Trans. on ASSP, 1986, 34(10):1340-1342.
- [8] Roy R, Kailath T. ESPRIT—estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. IEEE Trans. on ASSP, 1989, 37(7):984-995.
- [9] Stoica P, Nehorai A. MUSIC, Maximum likelihood, and Cramer-Rao bound. ICASSP, 1988:2296-2299.
- [10] Cadzow J A. A high resolution direction-of-arrival algorithm for narrow-band coherent and incoherent sources. IEEE Trans. on ASSP, 1988, 36(7):965-979.
- [11] Clergeot H, Tressens S, Ouamri A. Performance of high resolution frequencies estimation methods compared to the Cramer-Rao bounds. IEEE Trans. on ASSP, 1989, 37(11):1703-1720.
- [12] 葛利嘉,路明.蜂窝通信的空分多址:概念、算法和性能.通信学报,1999,20(8):52-62.
- [13] Valaee S, Champagne B, Kabal P. Parametric location of distributed sources. IEEE Trans. on Signal Processing, 1995, 43(9):2144-2153.
- [14] Lee Y U, Choi J, Song I et al. Distributed source modeling and direction-of-arrival estimation techniques. IEEE Trans. on Signal Processing, 1997, 45(4):960-969.
- [15] Stoica P, Nehorai A. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound. IEEE Trans. on ASSP, 1989, 37(5):720-741.
- [16] Stoica P, Nehorai A. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound: further results and comparisons. IEEE Trans. on ASSP, 1990, 38(12):2140-2150.

- [17] Stoica P, Nehorai A. Performance comparison of subspace rotation and MUSIC methods for direction estimation. *IEEE Trans. on SP*, 1991, 39(2):446-453.
- [18] Stoica P, Soderstrom T. Statistical analysis of MUSIC and subspace rotation estimates of sinusoidal frequencies. *IEEE Trans. on SP*, 1991, 39(8):1836-1847.
- [19] Linebarger D A, Johnson D H. The effect of spatial averaging on spatial correlation matrices in the presence of coherent signals. *IEEE Trans. on ASSP*, 1990, 38(5):880-884.
- [20] 叶中付. 空间平滑差分法. *通信学报*, 1997, 18(9):1-7.
- [21] Ma C W, Teng C C. Direction of coherent signals using weighted subspace smoothing. *IEEE Trans. on AP*, 1996, 44(2):179-187.
- [22] Wang H, Kaveh M. On the performance of signal-subspace processing- Part II: coherent wide-band systems. *IEEE Trans. on ASSP*, 1987, 35(11):1583-1591.
- [23] Linebarger D A. Redundancy averaging with large arrays. *IEEE Trans. on SP*, 1993, 41(4):1707-1710.
- [24] Park H R, Kim Y S. A solution to the narrow-band coherency problem in multiple source location. *IEEE Trans. on SP*, 1993, 41(1):473-476.
- [25] Shan T J, Wax M, Kailath T. Adaptive beamforming for coherent signals and interference. *IEEE Trans. on ASSP*, 1985, 33(3):527-536.
- [26] Pillai S U, Kwon B H. Performance analysis of MUSIC-type high resolution estimators for direction finding in correlated and coherent scenes. *IEEE Trans. on ASSP*, 1989, 37(8):1176-1189.
- [27] Shan T J, Wax M, Kailath T. On spatial smoothing for estimation of coherent signals. *IEEE Trans. on ASSP*, 1985, 33(4):806-811.
- [28] Barabwll A J. Improving the resolution performance of eigenstructure-based direction finding algorithms. *ICASSP*, 1983:336-339.
- [29] Silverstein S D, Zoltowski M D. The mathematical basis for element and fourier beamspace MUSIC and Root-MUSIC algorithms. *Digital Signal Processing*, 1991, 1(4):1-15.
- [30] Ren Q S, Willis A J. Extending MUSIC to single snapshot and online direction finding applications. *International Radar Conference*, 1997:783-787.
- [31] 张贤达. 信号处理中的线性代数. 北京:科学出版社, 1997.

- [32] Weiss A J, Gavish M. Direction finding using ESPRIT with interpolated arrays. *IEEE Trans. on SP*, 1991, 39(6):1473-1478.
- [33] Ottersten B, Viberg M, Stoica P et al. Exact and large sample ML techniques for parameter estimation and detection in array processing. In: Haykin, Litva, Shepherd. *Radar Array Processing*. Berlin: Springer-Verlag, 1993:99-151.
- [34] Ching-Sung, Chin-Teng Lin. Direction of arrival estimation based on phase differences using neural fuzzy network. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2000, 48(7):1115-1124.
- [35] El Zooghby A H, Christodoulou C G, Georgiopoulos M. Performance of radial-basis function networks for direction of arrival estimation with antenna arrays. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1997, 45(11):1611-1617.
- [36] Eiges R, Griffiths H D. Sectoral phase-mode beams from circular arrays. 1993 *Antennas and Propagation Eighth International Conference*, Edinburgh, UK, 1993, 2:698-705.
- [37] Griffiths H D, Eiges R. Sectoral phase modes from circular antenna arrays. *Electronics Letters*, 1992, 8(28):1581-1582.
- [38] Zoltoski M D, Mathews C P. Closed-form 2D angle estimation with uniform circular array via phase mode excitation and ESPRIT. 1993 *Conference Record of the Twenty-Seventh Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Pacific Grove, CA, USA, 1993, 12:169-173.
- [39] Friedlander B, Weiss A J. Direction finding using spatial smoothing with interpolated arrays. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System*, 1992, 28(2):574-587.
- [40] 李世鹤. TD-SCDMA 第三代移动通信系统标准. 北京:人民邮电出版社, 2003.
- [41] Mathews C P, Zoltowski M D. Eigenstructure techniques for 2-D angle estimation with uniform circular arrays. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, 42(9):2395-2407.
- [42] Zhongfu Ye, Li Xiang, Xu Xu. DOA estimation with circular array via spatial averaging algorithm. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2007, 6:74-76.
- [43] Weiss A J, Friedlander B. Performance analysis of spatial smoothing with interpolated arrays. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1993, 41(5):1881-1892.

攻读硕士学位期间发表学术论文情况

[1] 邱天爽, 杨华. 一种改进的均匀圆阵下的 DOA 估计算法. 大连理工大学学报(大连理工大学主办, 中文核心期刊, EI 核心期刊), 正在审稿. (属于学位论文内容的第 4 章)

[2] 杨华, 邱天爽. 均匀圆阵下的 DOA 估计算法研究. 大连理工大学研究生院网络学刊, 已录用. (属于学位论文内容的第 4 章)

致 谢

本论文的选题和研究工作是在导师邱天爽教授的悉心指导下完成的，在此表示深深的谢意！在邱老师这里工作和学习的两年半，也是我成长和成熟的两年半，邱老师渊博的学识、严谨的治学态度、敏锐的洞察力和独特的人格魅力将使我受益终生，更为我树立了求知和做人的榜样。邱老师孜孜不倦的教导，促使我的研究生生涯取得了各个方面的进步，这些都将成为我一生享之不尽的精神财富。

感谢郭莹博士给予我的无私帮助，她的指导给了我很多启发，在我课题的研究中起到了重要作用。另外还要感谢教研室其他同学对我的无私关怀和帮助，当我在研究中遇到困难时，他们的鼓励和支持使我能更坚定的走下去。

最后，深深的感谢我的家人，他们为我的成长倾注了大量心血，是我生活上的坚强后盾，他们的爱给了我不断前进的信心和力量！