

摘要

本文主要研究纠错码技术与参数调节随机共振系统的结合,在二进制基带脉冲幅值调制信号传输中的应用。经过噪声污染后,依据参数调节随机共振系统的性质,提出了系统参数调节应满足的条件,等概率的二进制脉冲幅值调制(PAM)输入信号的渐近误码率公式。并在此基础上,应用纠错码技术采用中间值估计的方法提出修正误码率。数字仿真实验证实,纠错码技术与参激随机共振系统的结合应用于二进制基带信号传输,可以得到更好的效果。

提高信息传输的可靠性和有效性,是通信研究追求的目标,而纠错码是提高信息传输可靠性的一种重要的手段[1]。1948年,香农[2]在他的论文“通信的数学理论”中,首次阐明了在有扰信道中实现可靠通信的方法,提出了著名的有扰信道编码定理,奠定了纠错码的基石。其间,汉明为纠错码的研究做出了巨大的贡献[3]。纠错码一般也被称为信道编码[4],根据对信号的处理方法,可以分为分组码和卷积码;也可以根据信号与监督员的关系分为线性码与非线性码。在这篇文章中,主要应用的是汉明码,这个最主要的线性分组码。

经过40年的发展,纠错码可以有效的降低各类数字通信系统以及计算机存贮和运算系统中的误码率,提高通信质量。但是编码的效果是要决定于码组内的误码数和纠错能力,尤其是当前者超过后者时,纠错码不但不能有效地纠正错误反而会增加错误^[5]。这就是本文将纠错码与参激随机共振相结合的原因。我们在研究多频模拟信号处理时提出了参数调节随机共振理论,并且研究了该系统在二进制基带脉冲幅值调制(PAM)信号传输中的应用,结果表明,参数调节随机共振系统是可以有效地降低二进制PAM信号的误码率。这就为纠错码技术的应用提供了一个可靠的保障。本文将纠错码理论与参数调节随机共振相结合应用于二进制基带信号传输,以实现更优的信号传输。并且利用MATLAB®进行数字仿真试验,以检验该系统是否可以更有效传输二进制PAM信号。

关键词: 纠错码 参数调节随机共振 误码率

Abstract

In this thesis we mainly investigate the union of the error-correcting codes and parameter-induced stochastic resonance (PSR) in the equal-probability binary pulse amplitude modulation (PAM) signal transmission. After noise polluting, the BER of PAM signal was put forward based on the character of PSR to reach the best condition of the error correcting codes, using the error correcting codes, method of the middle position estimate modified the BER. Numerical simulation shows the academic value is accord with the simulation result, which proves the union of the two technology can lower the BER to get the better result of the signal processing. Results indicate the proposed method can make the BER excellent to ensure the security and validity of the communication.

To improve the security and validity is the goal of communication, and error-correcting codes are very important methods. 1948, Shannon clarified the noised channel code theory in the thesis "A Mathematical Theory of Communication", which is the foundation of error-correcting codes. Meanwhile, Hamming contributed in the research. Error-correcting codes are often called channel codes, which are divided into block codes and convolutional codes by the treatment of signal, and into the linear codes and onlinear codes by the connection of the signal and watchdog. In this thesis we mainly use the Hamming codes.

After the 40 years development, error-correcting codes can lower the BER of many kinds of digital communication systems and the computer memory and operation systems to improve the transmission quality. Whereas the codes effect depends on the error codes number and the correct capability, especially when the former exceeds the latter, the error correcting can not correct the error, so much as adds the error. That is why we union the error-correcting codes and PSR. We proposed the PSR during the research of signal processing and the applied PSR into PAM signal transmission, the result showed the PSR can reduce the BER of PAM signal. The research provided a credible ensure to error-correcting codes application. In this thesis, we will unite the error correcting code and PSR system to get the better result of signal processing. The simulation indicates the system can process the signal availably.

Key words: error-correcting codes; PSR; BER

学号 1010802

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得 浙江大学 或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

学位论文作者签名：夏亮 签字日期：2015 年 12 月 5 日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解 浙江大学 有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权 浙江大学 可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后适用本授权书)

学位论文作者签名：夏亮

导师签名：徐博峰

签字日期：2015 年 12 月 5 日

签字日期：2015 年 12 月 5 日

学位论文作者毕业后去向：

工作单位：

电话：

通讯地址：

邮编：

第一章 绪论

§ 1.1 引言

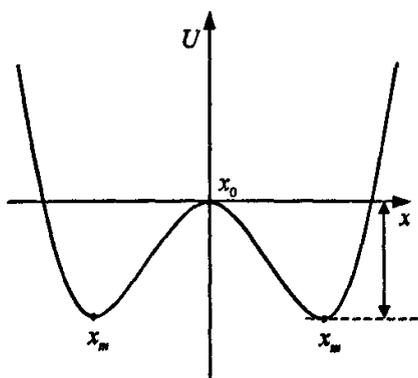
通信的任务是传递信息，因此传递信息的有效性和可靠性是通信系统最主要的质量指标。现代通信系统对这方面的要求越来越高，紧紧依靠单一的理论是很难达到其要求的。因此在本文中提出了将纠错编码与参激随机共振系统相结合应用于二进制信号传输的处理。

迄今纠错码已有了 40 年的历史，1948 年，香农提出的有扰信道编码定理奠定了纠错码得及时，自从以后，汉明，斯列宾，普兰奇等人在 50 年代初，根据香农的思想给出了一系列设计出出色并且有效译码的方法。本文主要研究的是分组码与参数随机共振理论的结合。由于参激随机共振原理对于 PAM 信号的有效处理，使纠错技术有了更为可靠的应用。通过理论和数值模拟可以看出，纠错技术与参激随机共振的结合，使二进制 PAM 信号得到了更为准确可靠的传输。在此基础上，我们也可以将纠错技术与参激随机共振理论的结合应用于多进制信号的处理。

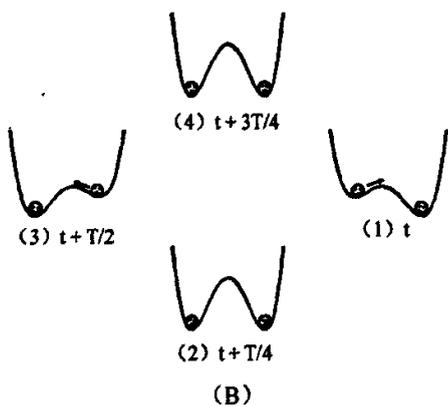
§ 1.2 随机共振问题的提出与研究理论

随机共振的思想最初是由 Benzi 和他的合作者们在一篇重要的论文中提出的[5]，在这篇论文中他们对周期性出现的古气象冰川问题作了研究。他们发现，在过去的 70 万年中，地球的冰川期和暖气候期以大约 10 万年为一周期交替出现，同时，地球绕太阳转动的偏心率的变化周期也大约为 10 万年，这一时间尺度上的近似性使他们联想到太阳对地球施加了周期变化的信号。在这个认识的基础上，他们利用地球本身的非线性条件，以及在这时期内地球所受的随机力作用，建立了一个随机共振模型，研究它们的协同特性，以此来解释上述的气候现象。

统计物理中，噪声又成为随机力。70 年代起，研究随机力对非线性系统的作用也成了非线性科学发展的重要前沿 [5-11]。随机力并不仅仅对于原确定性方程产生微小的影响，有时在一定的非线性条件下，能够对于系统的演化起到重要的决定作用。近二十年研究发现[5-62]表明，系统的随机干扰并不总是对系统产生破坏作用，在某些条件下随机干扰对于规范系统输出的秩序上能够起到建设性作用。这一非确定性（非自治）系统的研究涉及到了随机力学、统计物理和生物等非线性学科。随机共振理论与小波分析、信号处理中的滤波器设计以及神经网络是完全不同的，如图 1.1，经典的随机共振一般用一个过阻尼粒子在双稳态势阱 $U(x) = -\int_0^x C(x)dx$ 中的运动来形象地解释。



(A)



(B)

图 1.1 过阻尼粒子在双势阱中运动：(A) 无周期力输入的对称势函数 $U(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4$ ；(B) 势函数随着周期力的幅值大小而变化。

图 1.1 (A) 中表示的是当没有周期力 $s(t) = A\cos(\omega t)$ 输入时，对称的势函数 $U(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4$ ，噪声驱动粒子在两个稳态（即势的左右最低点 $x_m = \pm\sqrt{\frac{a}{b}}$ ）之间转换，由 $x_m^- \rightarrow x_m^+$ 方向和 $x_m^+ \rightarrow x_m^-$ 方向越过势垒（ $\Delta U = \frac{a^2}{4b}$ ）的逃逸概率相同，这个逃逸率就是著名的克莱默斯（Kramers）率；如图 1.1 (B)，当加入微弱的周期力信号 $A\cos(\omega t)$ 时，势函数 $U(x)$ 随着信号幅值大小的变化而不断改变两个势阱的深度，势阱具有了非对称性质，这时单独的微弱信号不能使得粒子随着输入信号周期地运动，但是在适量的噪声帮助下，粒子运动的逃逸时间尺度是微弱信号周期的一半时，就出现了噪声、微弱信号和粒子运动协同的现象，即随机共振现象，适量加入噪声不仅无害，反而使得系统输出更好地反映了信号周期特征，这与传统的噪声有害的观点恰恰相反。基于以上的机制，人们一度认为非线性系统发生 SR 需要三个必要条件：1) 非线性系统；2) 弱周期信号的驱动；3) 一定强度的噪声干扰。但随着随机共振的进一步研究，人们发现非线性和周期驱动并非发生随机共振所必须的条件。1993 年，Longtin 首先在非双稳态的可激生物系统中发现了随机共振现象[7]，之后，J. J. Collins 等人也提出了非周期随机共振。

对于一个非线性系统，其输入为信号加随机干扰（噪声），我们慢慢增加噪声的强度，我们定义信号和噪声的功率比为信噪比，一般认为系统的输出也趋向于恶化——信噪比将更低，输入信号也将更加不易检测和估计，但是在某些噪声强度区域里，当噪声增加时不仅没有减小信噪比，反而出现了信号、噪声和非线性系统的协同现象，输出信噪比也出现了一个峰值，即存在一个最优的噪声强度，使得系统输出信噪比最大，然后随着噪声强度的继续增加，噪声逐渐控制系统输出，信噪比也随之减小了。这种现象和力学中的共振现象非常相似，力学中的共振现象为：系统存在一个固定频率，输入信号频率等于系统的固定频率时，系统输出最强，高于或低于这一特征频率时系统响应较弱。两者不同之处在于系统输入的随机性，因此由噪声引起的信号、非线性系统协同现象称为随机共振。有关随机共振的理论以及它在众多科学领域中的应用不断得到完善与发展，它涉及到大量的系统模型，如双或多稳态系统[6-22,48,55]，阈值系统[36,47,51]，单井或可激系统[49]，无阈值检测器，混沌系统[27,31,32]，神经模型[22-23,29,41-46,55-59]等生物模型甚至乘性噪声的线性系统等；并涉及到几乎所有的自然科学的研究领域，主要有信息科学，气象学[5]，化学，光学[9]，量子物理学[40]，粒子加速器，固体物理，电子电器[29]，神经科学，生物学和心理学，医学图象处理，甚至社会学等等。

基于噪声在系统输出中的积极“有序”作用，随机共振将随机力学和信号处理联系在一起，随机共振在信号处理中的应用成为国内外许多研究者的探索热点问题[10-21,38-42,60-62]。随机共振为弱信号处理提供了一种新的思路，其在信号处理中的应用对于信息科学有重要的意义。众所周知，信号处理几乎涉及到所有的工程技术领域，这些信

号包括电的、磁的、机械的、热的、声的、光的及生物体的等各个方面，如何从较强取真正的信号或信号特征并将其应用于工程实际中是信号处理的主要任务。

我们主要研究随机共振在数字信号传输中应用。信息的整个传输过程表现为含信息信号的产生、信号调制、信号传播、信号检测，信号在信道中传播时，会受到各种干扰，使到达接收方的信号不再是单纯的有用信号，而是原始信号与干扰信号（噪声）的叠加。高品质的信息传输要求具有准确性、安全性、高效性等特点，准确性是信息传输中首要的且必须满足的特性，而干扰会降低信息传输的准确性。因此，如何提高信息传输系统的抗干扰性是信号传输与处理中的重要问题。信号检测理论就是为了解决这一问题而建立发展起来的，广义的信号检测理论包含两类问题 [8-55]：（1）检测信号，即根据接收到的混合波形（信号加噪声，或纯噪声），做出有无信号存在的判决。（2）参量估计，即在已检测出有信号的基础上，对信号的某些参量做出估计。

在 *Benzi* 的模型中，地球气候由一个双势阱势函数表示，其中一个极小值代表地球被大面积冰川覆盖时的气温。地球对其轨道离心率的微小调节由一个微弱的周期力表示，短期的气候波动，如每年太阳辐射量的波动，是由高斯噪声来模拟的。按照 *Benzi* 的理论，当噪声强度被调节到满足某一条件时，则与其同步发生的气候在寒冷与温暖两种情况之间的跳跃行为，将显著增强地球气候对于由于调节离心率而造成的微弱刺激的反应 [5]。

第一个证实随机共振现象的实验方法是由 *Fauve* 和 *Heslot* 在研究一个交流驱动施密特触发器中噪声对于光谱线依赖性时得到的 [6]。不久之后，著名的绝热与完全非绝热状态动力学理论被提出 [7-8]，而且，线性响应的近似描述也经常被引用来阐明随机共振 [16]。*B. McNamara, R. Roy* 与 *K. Wiesenfeld* 于 1988 年在光学系统（双向环形氦氟激光器）证实随机共振现象以来，有关随机共振的理论以及它在众多科学领域中的应用不断得到完善和发展，如信息科学、气象学、化学、光学、量子物理学、粒子加速器、固体物理、电子电器、神经科学、生物学和医学图像处理，并建立了各种随机共振的系统模型，如双或多稳态系统 [9-14]、阈值系统 [6, 20, 30]、单阱或可激系统 [26]、无阈值检测器 [44]、混沌系统 [19]、神经模型 [15] 等。

下面对出现的主要理论模型作一个概述。

（1）双阱随机共振（Double-well SR）[5-14]

双阱模型是讨论最早，也是最常见的一种模型。它经常用以下的力学分析来描述。即考虑一颗粒子，在一个具有双稳态势能的系统中运动过程。这颗粒子受到一周期性策动力，随机噪声和粘性摩擦力的约束作用。如果不计惯性力，则其运动满足以下 Langevin 方程：

$$\dot{x} = -\frac{dU}{dx} + \varepsilon \sin(\omega t) + \xi(t)$$

这里 x 是粒子的位置，而势能 $U(x)$ 一般为四次多项式，噪声 $\xi(t)$ 则为高斯白噪声。周期力 $\varepsilon \sin(\omega t)$ 可以看作是以非对称的方式调节势能，交替地增加原来势能极小位置处的势能值，经过变换，我们可以得到 $\tilde{U}(x, t) = U(x) + (\varepsilon x / \omega) \cos(\omega t)$ 。在其它一些分析模型中， x 并

不一定代表位置，而 $U(x)$ 也不一定再是势能，但它通常是偶函数。

双阱随机共振对于从物理意义上解释为什么会产生随机共振是十分合适的。如果没有噪声，粒子将永远停留在一个阱内。噪声使它能够通过势垒跃迁到另一个阱内。如果噪声很弱，则这个跃迁会很少发生。而如果噪声很强，则这种跃迁将十分频繁。只有这个噪声取合适的强度时，跃迁才会与周期信号之间产生同步效应。

(2) 两态随机共振 (Two-state SR) [8]

这是一个与双阱随机共振十分相似的模型，只是这里为一个离散化情形。系统只可以存在于两种状态之下。斯密特触发器实验就是这种情形的一个很好的实例。这种两态模型可以通过研究比例方程来分析：

$$\dot{P}_+ = W_+ P_- - W_- P_+$$

这里 P_+ 是系统处于“高位”的概率，而 $P_- = 1 - P_+$ 是系统处于“低位”的概率。 W_+ 和 W_- 则是两种状态之间变迁的比例值。在没有信号情况下，这两个比例值为常数，并由噪声强度来决定。而如果存在信号，则比例值就成为与时间相关的量。

只要变迁的比例值确定，则这个线性比例方程就可以直接解出。这个模型具有相当的普遍性，即只要使这些比例值适应于任何被研究的系统。但这种普遍性有一个代价，就是需要有一些方法来确定这些比例值，尤其是它们如何依赖噪声强度和信号，以便决定随机共振是否可以被预见。而相比之下，在双阱模型中一旦 Langevin 方程确定，就再也不必去指定什么了。两态模型很好解释了在斯密特触发器中的绝对压制作用。这是对全部输出能量完全保留的结果，即当信号输出增加时，噪声输出必定减小。这也是两态模型的一个特征，并常被视为第二种影响。

(3) 单阱或可激动力模型 (Single-well or excitable dynamics) [26]

另一种可以产生随机共振现象的是具有一个“休息状态”的可激系统。当输入的总和把系统推过一个门槛点，它就产生一个输出脉冲，并立即返回到它的休息状态。从数学上讲，这种类型的动力系统可以写成其它连续的或离散的形式，包括一个可激完备集。而原本研究可激动力系统中产生随机共振可能性的动机，直接来自生物学方面应用的考虑。

从中得到的随机共振的特性与双阱或两态模型等是十分相似的。输出噪声函数的信噪比也显示出了一个较快的升高及一个相对缓慢的下降过程，以及一个与阱内运动相关的类似限制条件。其中一个不同之处是现在的最佳条件出现于系统在每次驱动下切换一次的时候。

(4) 非动力阈值模型 (Nondynamical threshold model) [44]

这个模型常被简称为“非动力模型”，尽管这样容易让人误解。在这里人们认为任一瞬间系统的状态只是信号及噪声输入简单的总和。无论何时这个总和超过一个固定的某个方向上的阈值，它就在输出中触发一个窄带脉冲。

(5) 波动比模型 (Fluctuation rate model) [33]

这种随机共振模型假定了一个连续依赖于一些参数的事件比，或者说是输出的尖峰比。

参数被假定为由于信号而随时间变化,但也由于噪声而随机波动。这个模型由于事件比充分地依赖于状态参数而导致了随机共振。

当比值描述发生变化,就它所必须的随机共振比而言,也会出现一些异常情况。例如在 Langevin 描述中,快速的环境波动引发了一个时间独立的比值。这个比值就可以根据相对较慢的变化信号而进行相应的变化。为了理解这一点,可以想象为在方程中另增加了一个随机关系,而它的波动在某种意义上讲是缓慢的。这种情形就可以很好地用波动比描述来解释。

(6) 线性响应理论 (Linear response theory) [16, 44]

尽管存在多种不同类型的模型,但它们的随机共振特性却在相当程度上是相类似的。一种说明这种统一性的理论表达式就是基于线性反应理论。在这种方法里,我们把一个研究系统想象为一个黑盒子,其内部的动力系统可能是相当的复杂。我们可以进一步通过引入一个“试验信号” $\varepsilon \sin(\omega t)$ 以及监测可观察的输出 x 的变化 δx 来探测这个系统。如果 δx 在 ω 处有一个与 ε 成线性比例关系的频率成份,这样系统就可以通过一个在输出之间简单成固定比例的敏感度来表征。这个敏感度可以预测经叠加而成的更复杂的试验信号的反应。这种方法对信号来说是成线性关系的,但另一方面也通过敏感度函数包含了动力系统的非线性和噪声的特性。这种方法的一个有意思的方面是,既然人们可以通过实验测量敏感度,它就提供了预测某给定系统是否会在缺少支配动力系统方程的理论下显示出随机共振的一种手段。

另外,随机共振进行信号处理还应用在很多地方,例如在生物或神经元方面的研究,以及在可视化图像处理方面,都具有极强的应用背景,并且发挥了巨大的作用,为这些方面的研究和应用提供了新的方法。

§1.3 随机共振的研究工具

随机共振的研究工具主要有三大类,即数值计算、模拟仿真和实验。Benzi 等在 1981 年提出了随机共振,但最初在理论界的反应不是很大,只有一小部分的理论研究[63, 64-67],以及一篇发现随机共振现象的文章[6],其中一个主要的原因可能是在求解时间独立系数的 FPK 非稳态方程时遇到的困难,因为在当时做数值计算并不容易。但此后随着 McNamara, Wiesenfeld 和 Roy[68]关于随机共振的一篇实验文章的发表以及电子计算机的发展,随机共振的研究出现了勃勃生机,到目前在各个领域得到了巨大的发展,这主要得益于研究工具的改进和发展,下面将简单介绍一下以上三种工具以及它们的优缺点。

A. 数值计算

随机共振首次在一个叫 Budyko-Sellers 的气候变化模型中被发现[65],而所使用的工具正是数值模拟,通过一台当时来说非常先进的大型计算机(model PDP 1000)。如今,无论是连续的还是离散的随机过程,精确的数值计算在个人电脑上已经变得轻而易举。尽管各种运算方法被运用,在很多情况下,数值计算在随机共振的研究中仍然非常有用[42, 69],其中 Jung and Hänggi 对人们认识随机共振作出了决定性的贡献[9, 13, 70],他们实现了 Risken

等人提出的矩阵连续分数运算法则[71, 72]。由于具有截断项，因此只对小噪声强度和小信号频率有效，这是此运算方法的局限性。

B. 模拟仿真

很多研究者使用模拟仿真，因为它比数值计算更赋有弹性。在这方面比较有名、成果突出的研究团体主要有意大利佩鲁贾的 Gammaitoni 和 Marchesoni 等[73-76]，美国圣路易的 Debnath, Zhou 和 Moss 等[77-79]，英国的 Dykman 和 Mannella 等[80-81]，以及中国的 Hu 和 Xu 等[82-88]。随机过程的模拟器很容易设计，虽然所得结果的精度不如数值计算，但它有优点：(1) 仿真的时间短，适宜于多参数变化的仿真；(2) 对高维系统的模拟相当简单。如图 1.2 所示，这是对系统 (1.1) 进行仿真的一个例子，其输出的最大误差在 5% 以内。

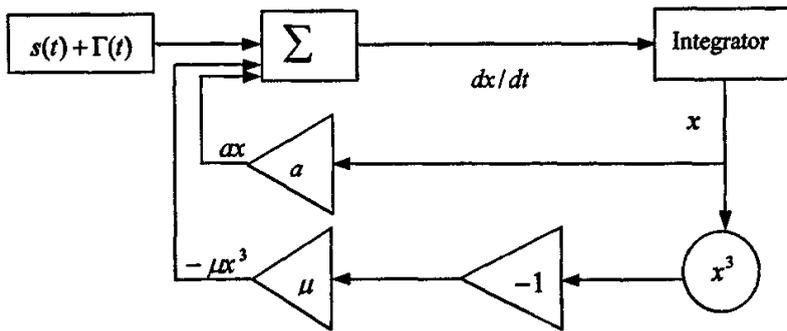


图 1.2 随机过程 (1.1) 的仿真模块图

C. 实验

很多数值模型和实验装置都被证实可以产生随机共振现象，最早实现随机共振现象的现实系统是 Fauve 和 Heslot 设计的双稳态的施密特触发器电路实验[6]，它可以用阈值系统来模拟，此阈值系统也成为最简单的能够产生随机共振的系统[24,37,39-43,89,52,23,90-103]。1988 年，McNamara 将施密特双稳态电路简化为离散二态模型[104]，他假设这两个态的概率为 n_{\pm} 以及系统在两个区域之间的交换概率 W_{\pm} 满足概率交换方程[105,16,106,107]。Dykman[108]和 Gammaitoni[109]研究了欠阻尼 Duffing 振荡模型中的随机共振现象。Longtin[110]和 Douglass[15]利用 Fitzhugh-Nagumo (FN 或 FHN) 神经模型对于小龙虾神经系统中的随机共振现象进行了实验研究；Collins[31]提出非周期随机共振理论时，所用的可激系统也是 FHN 神经模型；检测多个并联的 FHN 神经网络中微弱的生物信号[26]，以及神经网络（二进制神经元组成的对称矩阵形式）中的随机共振现象与视觉图像研究[23,111]也已经出现。Anishchenko[112]在 Chua's 混沌电路中发现了随机共振现象。Godivier 与 Chapeau-Blondeau[39]设计了一种表示阈值系统的比较电路，它的转移函数没有滞后效应，如图 1.3。

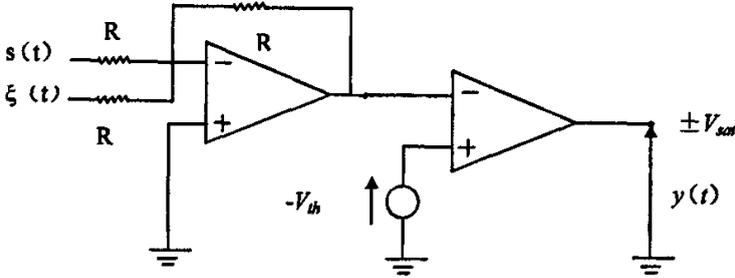


图 1.3 阈值系统电路，系统电路方程为 If $s(t) + \xi(t) > V_{th}$ ，then $y(t) = +V_{sat}$ ，else $y(t) = -V_{sat}$ 。

随机共振现象在现实系统中的实现是非常重要的，它表明这种非线性现象不是虚拟的，是现实存在的。

随机共振可以大大提高信噪比的特性，已经通过许多实验和理论的研究。但一直还没有同实际的应用问题结合起来，事实上，在信号处理，特别是数字信号处理上，它具有很好的应用前景。随机共振的应用问题不同与一般的滤波问题。它强调的是利用噪声与信号之间的相互作用关系；它存在参数的选择与控制的问题。这里我们讨论的信号处理中，系统受到噪声的影响时，噪声应当是非替代性的。也就是说噪声对信号干扰是以叠加的方式出现的。而诸如在图象经过风沙，掉色之后出现的破坏中，噪声完全抹去了原来的信号或图象信息。在这种区域加入噪声是没有什么根据的，相反采用滤波的思想才是可行的。另一方面在数字信号的传输过程中出现的噪声却总是以与原信号的叠加后的形式出现的，此时的信号成分也是一直都是存在的，但由于噪声的加入使它难以表现出来而已。在这种情况下，根据随机共振的理论和方法，可以通过人为的加入噪声，以调节噪声的强度，如果在一定的噪声强度下，出现随机共振则可以增大此时的信噪比，或者是通过调节系统的参数，使得系统，噪声和信号达到协同，进而增大信噪比。

根据已经进行的实验与理论的研究，基本上可以认为产生随机共振的条件是信号、噪声和非线性系统。而且信号可以是周期性或非周期性的。根据数字信号处理中的特点，信号一般处于高低电压两种状态。所以我们根据这个特点，把讨论的非线性系统取为双稳态系统。噪声选择为高斯白噪声。这个系统可以由如下方程表示：

$$\dot{x} = ax - ux^3 + h(t) + \Gamma(t) \quad (1.1)$$

这里 a 和 u 为系统参数， $h(t)$ 为输入信号，而 $\Gamma(t)$ 为白噪声，噪声相关函数为：
 $\langle \Gamma(t)\Gamma(0) \rangle = 2D\delta(t)$ ， D 为噪声强度。

§ 1.4 论文的主要工作

本文所要研究的通信系统，可以表示为如图 1.4 所示：

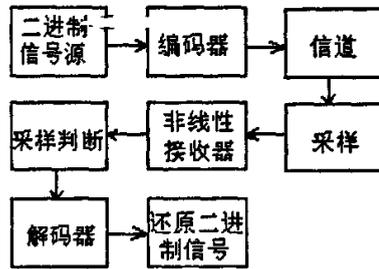


图 1.4 表明了这个基带二进制通信系统的结构，这里非线性动态模型作为接收器，编码器和解码器是纠错编码的组成部分。信号源是一系列二进制数字。信道代表了一个传输媒介，在其中传输的信号被附加的噪声 $\xi(t)$ 干扰。 $\xi(t)$ 假设是零均值高斯白噪声，相关函数为 $\langle \xi(t)\xi(0) \rangle = 2D\delta(t)$ 。这里 $\langle \cdot \rangle$ 表示求期望算子， $\delta(\cdot)$ 为 δ -冲激函数， D 表示噪声强度。简单起见，假设这个信道的衰减因子是一致的，也就是信道的输出就是输入信号与噪声的总和。

主要工作可以分为如下两部分：

1. 理论研究

即给出经过参激随机共振系统修正后的比特误码率。

通过对郎之万方程：

$$dx/dt = ax - \mu x^3 + H(t). \quad (1.2)$$

的分析，根据参激随机共振理论的研究给纠错前比特误码率，在此基础上，通过纠错编码，分析修正的比特误码率的上限及下限，并利用中间值估计法，给出修正的比特误码率。

2. 试验研究

即通过试验验证试验值与理论计算值的相符性。

完整的数值仿真系统由 Matlab 语言的 Simulink 软件包进行仿真，编解码器由 VC 编程。

§ 1.5 论文内容结构

本文的内容是这样安排的：第一章绪论主要回顾了经典随机共振概念产生的历史和发

第二章主要是参激随机共振和纠错编码的主要理论介绍。针对动态方程(1.2)给出参激随机共振系统的比特误码率,并依据纠错编码理论的主要思想提出了两者结合的实现方式。

第三章主要研究参激随机共振理论与纠错编码的结合在二进制基带信号传输中的应用。具体给出比特误码率的修正值,

第四章主要是通过数值模拟试验来验证我们经过理论分析所得到的结果。

第五章为本文的主要结论。

第二章 参激随机共振理论

§ 2.1 Langevin 方程随机共振特性的研究

以下我们将通过分析 Langevin 方程来对随机共振特性作一些研究。

动态非线性接收系统可以被描述为郎之万方程:

$$dx/dt = ax - \mu x^3 + H(t). \quad (2.1)$$

这里强迫力 $H(t) = s(t) + \xi(t)$, 此处 $s(t)$ 表示确定力 (输入信号); $\xi(t)$ 是上面所描述的噪声。

因为输入的信号在一个码元间隔 T_c 内只有两种可能电平 A 或 $-A$, 因此方程可以写成

$$dx/dt = ax - \mu x^3 \pm A + \xi(t), \quad (2.2)$$

因此相应的 Fokker-Planck(FPK)方程的概率分布状态 $\rho(x, t)$ 表达如下:

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} [c(x)\rho(x, t)] + D \frac{\partial^2 \rho(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.3)$$

式中 $c(x) = ax - \mu x^3 \pm A$, $\rho(x, t)$ 满足自然边界条件 $x \rightarrow \pm\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\partial^n \rho(x, t)}{\partial x^n} = 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

定义:

$$y = x/\sqrt{D}, \quad \bar{\mu} = \mu D, \quad \bar{A} = A/\sqrt{D}$$

则方程转化为:

$$\frac{\partial \rho(y, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial y} [\bar{c}(y)\rho(y, t)] + \frac{\partial^2 \rho(y, t)}{\partial y^2} \quad (2.4)$$

这里, $\bar{c}(y) = \alpha y - \bar{\mu} y^3 \pm \bar{A}$, 因此, 方程的稳态解为

$$\rho(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} \rho(x, t) = C \exp[g(y)], \quad (2.5)$$

式中, $g(y) = \frac{1}{2}\alpha y^2 - \frac{1}{4}\bar{\mu} y^4 \pm \bar{A} y$, C_0 是一个常数, 它由概率分布函数 $\rho(x)$ 的归一化条件决定

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) dx &= C \sqrt{D} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[g(y)] dy \\ &= C \sqrt{D} f_0(a, \bar{\mu}, \pm \bar{A}) = 1, \\ C &= [\sqrt{D} f_0(a, \bar{\mu}, \pm \bar{A})]^{-1}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

如果一个二进制信号的幅值是 A 且第二个二进制信号的也是 A , 那么系统不需要时间来变换状态, 但是如果第二个二进制信号的幅值是 $-A$, 我们假设系统需要足够的时间来达到 $-A$, 考虑到接收器的响应速度 λ_1 , 在时间 t 的信号幅值可以从下式计算:

$$-A\{1-2\exp[-\lambda_1 t]\}, \quad (2.7)$$

那么我们可以假设输出的非稳态信号在抽样时间的末尾 T_s 的幅值为 $-\alpha A$ ，这里：

$$\alpha = \frac{1}{2}\{1+1-2\exp[-\lambda_1 T_s]\} = 1 - \exp[-\lambda_1 T_s]. \quad (2.8)$$

非稳态的条件概率密度可以如下式计算

$$\tilde{\rho}(x) = \tilde{C} \exp[\tilde{g}(y)],$$

这里： $\tilde{g}(y) = \frac{1}{2}ay^2 - \frac{1}{4}\bar{\mu}y^4 \pm \alpha\bar{A}y$ ， \tilde{C}_0 由归一化条件 $\tilde{\rho}(x)$ 来决定，也就是

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\rho}(y) dy &= \tilde{C} \sqrt{D} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[\tilde{g}(y)] dy \\ &= \tilde{C} \sqrt{D} f_0(a, \bar{\mu}, \pm \alpha\bar{A}) = 1, \\ \tilde{C} &= [\sqrt{D} f_0(a, \bar{\mu}, \pm \alpha\bar{A})]^{-1}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

当接受器的响应速度 λ_1 足够大时， α 近似为 1，非稳态概率退化为稳态概率。

详细的来说，当输入信号的电平是 $-A$ 时，输出信号的条件概率密度函数可以如下表示：

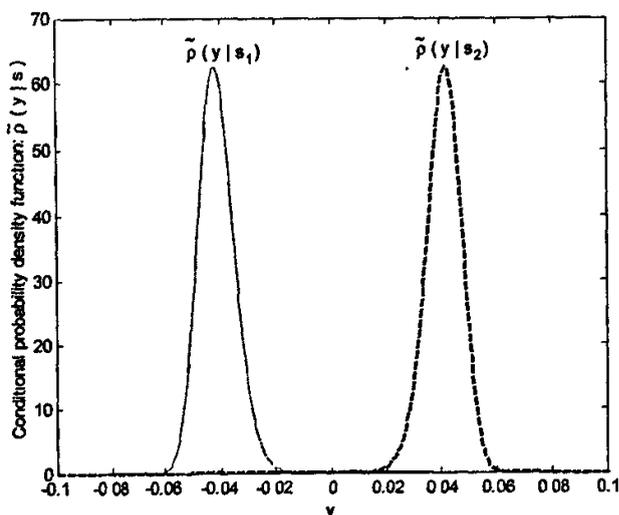
$$\begin{aligned} \tilde{\rho}(y|s_1) &= \tilde{C}_{-A} \exp[\tilde{g}_{-A}(y)], \\ \tilde{g}_{-A}(y) &= \frac{1}{2}ay^2 - \frac{1}{4}\bar{\mu}y^4 \mp \alpha\bar{A}y, \\ \tilde{C}_{-A} &= [\sqrt{D} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[\tilde{g}_{-A}(y)] dy]^{-1}, \end{aligned} \quad (2.10a)$$

相反，当输入信号的电平是 A 时，输出信号的条件概率密度函数可以写成如下形式：

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}(y|s_2) &= \tilde{C}_A \exp[\tilde{g}_A(y)], \\ \tilde{g}_A(y) &= \frac{1}{2}ay^2 - \frac{1}{4}\bar{\mu}y^4 + \alpha\bar{A}y, \\ \tilde{C}_A &= [\sqrt{D} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[\tilde{g}_A(y)] dy]^{-1} \end{aligned} \quad (2.10b)$$

因为 $\exp[\tilde{g}^{-A}(-y)] = \exp[\tilde{g}^A(y)]$ ，这可以看出 $\tilde{\rho}(y|s_1)$ 和 $\tilde{\rho}(y|s_2)$ 是对称的，并且

$\tilde{C}_0^{-A} = \tilde{C}_0^A = \tilde{C}_0$ 。如下图所示：



实线表示的是非稳态条件概率密度函数 $\tilde{\rho}(y|s_1)$ 在输入信号的电平位-1 的情况, 虚线表示的是 $\tilde{\rho}(y|s_2)$ 电平位+1 的情况, 接受器的参数 $a = 5$, $\mu = 3 \times 10^{11}$, 输入信号加入了幅值 $\sigma = 4$ 的高斯白噪声, 抽样时间间隔 Δt 是 10^{-6} s

把非线性接收器的输出信号 y 用 0 来判决, 如果 $y > 0$, 判决使得 s_1 被传输,

则 $P(1|0)$ 的概率为

$$\begin{aligned} P(1|0) &= \int_0^{\infty} \tilde{\rho}(y|s_1) dy = \sqrt{D} \int_0^{\infty} \tilde{\rho}(y|s_1) dy \\ &= \frac{\int_0^{\infty} \exp[\tilde{g}_{-A}(y)] dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp[\tilde{g}_{-A}(y)] dy}, \end{aligned} \quad (2.11a)$$

相同的, 如果 $y < 0$, 判决使得 s_2 被传输, 则 $P(0|1)$ 的概率为:

$$\begin{aligned} P(0|1) &= \int_{-\infty}^0 \tilde{\rho}(y|s_2) dy = \sqrt{D} \int_{-\infty}^0 \tilde{\rho}(y|s_2) dy \\ &= \frac{\int_{-\infty}^0 \exp[\tilde{g}_A(y)] dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp[\tilde{g}_A(y)] dy}, \end{aligned} \quad (2.11b)$$

很明显, $P(1|0) = P(0|1)$, 这表明这个信道是对称的, 这样在方程中定义的比特误码率就变成:

$$P_e = \frac{1}{2} \{P(0|1) + P(1|0)\} = P(1|0) = P(0|1). \quad (2.12)$$

$$C = r[1 + P_e \log_2 P_e + (1 - P_e) \log_2 (1 - P_e)]. \quad (2.13)$$

由此可见 P_e 是有关于系统参数 a, μ 的。也就是当我们选取合适的系统参数时, 可以有效的降低比特误码率。这就是参激随机共振理论的主要思想。

§ 2.2 参激随机共振系统参数的确定

考虑系统:

$$\dot{x} = ax - \mu x^3 + h + \Gamma(t) \quad (2.14)$$

$\Gamma(t)$ 是强度为 D 的高斯噪声, h 为输入信号 (常数)。我们的目的是给定输入信号 h , 求出响应 $x(t)$, 并尽可能地提高信噪比。同时, 由于实际信号是随时间变化的, 就要求 $x(t)$ 跟上信号 h 的变化, 即希望系统的响应过渡时间内信号 h 可以作为一个常数看待。

由于噪声 $\Gamma(t)$ 的存在, 其解 $x(t)$ 也是随机过程, 概率密度满足 FPK 方程:

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} [c(x)\rho(x,t)] + D \frac{\partial^2 \rho(x,t)}{\partial x^2} \quad (2.15)$$

其中 $c(x) = ax - \mu x^3 + h$, 此外 $\rho(x,t)$ 满足自然边界条件:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\partial^n \rho(x, t)}{\partial x^n} = 0 \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.16)$$

我们的任务为选择参数 μ 和 a ，在一定的响应速度下，使得系统(2.14)的(稳态)输出有尽可能高的信噪比。

§ 2.2.1 系统参数 $a=1$ 时对问题的讨论

为方便起见，这里先选取 $a=1$ ，对于 $a \neq 1$ 的情况，我将在后面进行讨论。这样，方程(2.15)只和参数 μ 、 h 、 D 有关。令 $y = \frac{x}{\sqrt{D}}$ ，则方程(2.15)变为：

$$\frac{\partial \rho(y, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial y} [\bar{c}(y) \rho(y, t)] + \frac{\partial^2 \rho(y, t)}{\partial y^2} \quad (2.17)$$

式中：

$$\bar{c}(y) = \frac{x}{\sqrt{D}} - \frac{\mu}{\sqrt{D}} x^3 + \frac{h}{\sqrt{D}} = y - \bar{\mu} y^3 + \bar{h}$$

这样系统(2.17)只依赖两个参数： $\bar{\mu}, \bar{h}$ 。特别注意的是 $\bar{h} = \frac{h}{\sqrt{D}}$ 刚好可以视为输入的信噪比。

A. 稳态解的概率分布和数字特征

如果随机过程只局限于一定的有限空间，则时间一长，FPK 方程将会趋于一个唯一的解，这个解称为渐进解，当 FPK 方程为自治时，即漂移与扩散项均与时间 t 无关，则这一渐进解就是稳态解。

设稳态解为：

$$\rho(y) = \lim_{t \rightarrow \infty} \rho(y, t)$$

则方程(2.17)变为：

$$\frac{d}{dy} [c(y) \rho(y)] = \frac{d^2 \rho(y)}{dy^2}$$

解此方程并利用方程(2.16)可得：

$$\rho(y) = c_0 e^{\int_0^y c(\xi) d\xi} = c_0 e^{g(y)}$$

这里， $g(y) = -\frac{\bar{\mu}}{4} y^4 + \frac{1}{2} y^2 + \bar{h} y$ ，而 c_0 可由 $\rho(y)$ 的归一化条件得到：

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho(y) dx = c_0 \sqrt{D} \int_{-\infty}^{\infty} e^{g(y)} dy = c_0 \sqrt{D} f_0(\bar{\mu}, \bar{h}) = 1$$

$$c_0 = \left[\sqrt{D} f_0(\bar{\mu}, \bar{h}) \right]^{-1} \quad (2.18)$$

$$\text{其中, } f_0(\bar{\mu}, \bar{h}) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{g(y)} dy$$

1、均值

由于最后进行信号重现时, 将用平均化方法来处理, 所以对稳态解均值的分析是很重要的。

$$\begin{aligned} E(x) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x \rho(y) dx = c_0 \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{g(y)} dx = c_0 D \int_{-\infty}^{+\infty} y e^{g(y)} dy \\ &= c_0 D f_1(\bar{\mu}, \bar{h}) = \sqrt{D} f_1(\bar{\mu}, \bar{h}) / f_0(\bar{\mu}, \bar{h}) \\ &= \sqrt{D} \bar{f}_1(\bar{\mu}, \bar{h}) \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\text{其中, } \bar{f}_1(\bar{\mu}, \bar{h}) = \frac{f_1(\bar{\mu}, \bar{h})}{f_0(\bar{\mu}, \bar{h})}$$

2、方差

$$\begin{aligned} E(x^2) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \rho(y) dy = c_0 \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{g(y)} dx = c_0 D \sqrt{D} \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 e^{g(y)} dy \\ &= c_0 D \sqrt{D} f_2(\bar{\mu}, \bar{h}) = D \frac{f_2(\bar{\mu}, \bar{h})}{f_0(\bar{\mu}, \bar{h})} \end{aligned}$$

由此可求得方差:

$$\begin{aligned} D(x) &= E(x^2) - [E(x)]^2 = D \left\{ \frac{f_2(\bar{\mu}, \bar{h})}{f_0(\bar{\mu}, \bar{h})} - \frac{f_1^2(\bar{\mu}, \bar{h})}{f_0^2(\bar{\mu}, \bar{h})} \right\} \\ &= D \bar{f}_3(\bar{\mu}, \bar{h}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\text{其中, } \bar{f}_3(\bar{\mu}, \bar{h}) = \frac{1}{f_0^2(\bar{\mu}, \bar{h})} \left\{ f_2(\bar{\mu}, \bar{h}) f_0(\bar{\mu}, \bar{h}) - f_1^2(\bar{\mu}, \bar{h}) \right\}$$

$$f_2(\bar{\mu}, \bar{h}) = \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 e^{g(y)} dy$$

3、信噪比

如果我们用均值来作信号的重构处理, 由于均方差 $\sqrt{D(x)}$ 表示了方程的稳态解偏离均值 $E(x)$ 的程度, 因此从这个角度出发, 在这个问题中, 我们可以将 $\sqrt{D(x)}$ 视为干扰信号还原效果的破坏因素, 即通常意义上的“噪声”, 则 $\frac{|E(x)|}{\sqrt{D(x)}}$ 可以作为信噪比的定义, 它也

决定了相对误差。由 (2.19), (2.20) 可得:

$$\frac{|E(x)|}{\sqrt{D(x)}} = \frac{|f_1(\bar{\mu}, \bar{h})|}{\sqrt{f_3(\bar{\mu}, \bar{h})}} = \frac{|f_1(\bar{\mu}, \bar{h})|}{\sqrt{f_2(\bar{\mu}, \bar{h})f_0(\bar{\mu}, \bar{h}) - f_1^2(\bar{\mu}, \bar{h})}} = \bar{f}_4(\bar{\mu}, \bar{h}) \quad (2.21)$$

由于输入信噪比为 $\frac{|h|}{\sqrt{D}} = \sqrt{|h|}$ ，所以系统的增益为：

$$R(\bar{\mu}, \bar{h}) = \frac{\bar{f}_4(\bar{\mu}, \bar{h})}{\sqrt{|h|}} \quad (2.22)$$

由于输入的调频信号不断在变化，而噪声强度相对来说较为稳定，这使得输入信噪比 $\sqrt{|h|}$ 也在发生变化，所以系统的增益 $R(\bar{\mu}, \bar{h})$ 并非一个定值。一般来说，我们需要选择参数 $\bar{\mu}$ ，使得：

$$K(\bar{\mu}) = \frac{1}{2\alpha} \int_{-\alpha}^{\alpha} R(\bar{\mu}, \bar{h}) d\bar{h} = \max \quad (2.23)$$

这里 α 是事先给定的最大输入信噪比。当输入为微弱信号时， $\alpha \ll 1$ ，从而：

$$K(\bar{\mu}) = R(\bar{\mu}, 0)$$

4、误差估计

由于我们还原信号的目的是通过对系统响应进行采样，并对采集到的数据作适当的加工处理而达到的。而由于噪声的存在，系统响应不可避免地具有随机性，所以每次采样所得的数据必然含有误差，因此，在这里有必要从统计的角度来对系统中存在的误差作适当的估计。

取 n 个稳态输出值 x_1, x_2, \dots, x_n 的均值作近似（假定所有的 x_n 互补相关）：

$$\xi = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) \quad (2.24)$$

显然是一个随机变量，从而：

$$E(\xi) = \frac{1}{n}[E(x_1) + E(x_2) + \dots + E(x_n)] = E(x)$$

$$\begin{aligned} E(\xi^2) &= \frac{1}{n^2} \left[\sum_{i=1}^n E(x_i^2) + \sum_{i \neq j}^n E(x_i x_j) \right] \\ &= \frac{1}{n^2} \{ nE(x_i^2) + n(n-1)[E(x)]^2 \} \\ &= \frac{1}{n} E(x^2) + \frac{n-1}{n} [E(x)]^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(\xi) &= E(\xi^2) - [E(\xi)]^2 \\ &= \frac{1}{n} \{ E(x^2) - [E(x)]^2 \} \\ &= \frac{1}{n} D(x) \end{aligned}$$

由切比雪夫不等式得：

$$\text{Prob}\{\xi - E(\xi) \geq \varepsilon\} \leq \frac{D(\xi)}{\varepsilon^2} = \frac{D(x)}{n\varepsilon^2} = \frac{Df_3(\bar{\mu}, \bar{h})}{n\varepsilon^2} \quad (2.25)$$

因此，均值的绝对误差与 $D(x)$ 成正比，与 n 成反比。当 ε 给定时，使得右端变小有两种选择：一是 n 选大，但这受到响应速度和采样频率的限制；二是选择 $\bar{\mu}$ ，使得 $f_3(\bar{\mu}, \bar{h})$ 在 \bar{h} 变化范围内尽量小，这可表示为：

$$P(\bar{\mu}) = \frac{1}{2\alpha} \int_{-\alpha}^{\alpha} f_3(\bar{\mu}, \bar{h}) d\bar{h} = \min \quad (2.26)$$

此式与 (2.23) 式的意义相同。

如果考虑的是相对误差：

$$\begin{aligned} \text{Prob}\left\{\left|\frac{\xi - E(\xi)}{E(\xi)}\right| \geq \varepsilon\right\} &= \text{Prob}\{\xi - E(\xi) \geq \varepsilon|E(\xi)|\} \\ &\leq \frac{D(x)}{n\varepsilon^2|E(x)|^2} = \frac{1}{n\varepsilon^2 f_4^2(\bar{\mu}, \bar{h})} \end{aligned} \quad (2.27)$$

显然相对误差与 $f_4(\bar{\mu}, \bar{h})$ 直接有关，从而可以证实定义 $f_4(\bar{\mu}, \bar{h}) = \frac{|E(x)|}{\sqrt{D(x)}}$ 为信噪比是

正确的。

5. 时间常数

对于 FPK 方程 (2.17) 中未知函数 $\rho(y, t)$ 作下列变换：

$$\rho(y, t) = \Psi(y, t) \exp\left(\frac{1}{2} g(y)\right) \quad (2.28)$$

这里 $g(y) = -\frac{\bar{\mu}}{4} y^4 + \frac{1}{2} y^2 + \bar{h}y$ ，则 (2.17) 变换为：

$$\frac{\partial \Psi(y, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 \Psi(y, t)}{\partial y^2} - \frac{1}{2} \left[g''(y) + \frac{1}{2} g'^2(y) \right] \Psi(y, t) \quad (2.29)$$

式 (2.29) 的右边为一自共轭算子对 $\Psi(y, t)$ 的作用。

令：

$$\Psi(y, t) = u(y) e^{-\lambda t}$$

则 (2.29) 式可化为：

$$-\lambda u(y) = u''(y) - \frac{1}{2} \left[g''(y) + \frac{1}{2} g'^2(y) \right] u(y) \quad (2.30)$$

这是一个微分算子的特征值问题。将 (2.30) 式两端同乘以 $u(y)$ ，然后在 $(-\infty, +\infty)$ 上对

y 进行积分, 并利用 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (u, \frac{du}{dx}) = 0$, 则可以将特征值问题 (2.30) 转化为 Raleigh 商的变分问题:

$$\lambda = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \{[\frac{1}{2}g''(y) + \frac{1}{4}g'^2(y)]u^2(y) + u'^2(y)\} dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} u^2(y) dy} \quad (2.31)$$

当 $u(y) = e^{\frac{1}{2}g(y)}$ 时, $\lambda_0 = 0$ 对应于稳态解 $\rho(y) = e^{g(y)}$; 在其它情况下, $\lambda > 0$, 否则稳态解将不成立。对于 (2.31) 式所求得特征值我们可以证明 $\lambda \geq 0$, 以下是证明过程:

对于任意 $u(y)$ 都可表示为 $u(y) = p(y)e^{\frac{1}{2}g(y)}$, (2.31) 式右端分子中被积函数可化为:

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{1}{2}g''(y) + \frac{1}{4}g'^2(y) \right\} p^2(y) + \left[p'(y) + \frac{1}{2}p(y)g'(y) \right]^2 e^{g(y)} \\ & = \left\{ \frac{1}{2}[g'(y)p^2(y)]' + \frac{1}{2}g'^2(y)p^2(y) + p'^2(y) \right\} e^{g(y)} \end{aligned}$$

因为

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} [g'(y)p^2(y)]' e^{g(y)} dy &= g'(y)p^2(y)e^{g(y)} \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} g'^2(y)p^2(y)e^{g(y)} dy \\ &= - \int_{-\infty}^{+\infty} g'^2(y)p^2(y)e^{g(y)} dy \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{2}g''(y) + \frac{1}{4}g'^2(y) \right\} p^2(y) + \left[p'(y) + \frac{1}{2}p(y)g'(y) \right]^2 e^{g(y)} dy \\ & = \int_{-\infty}^{+\infty} p'^2(y)e^{g(y)} dy \geq 0 \end{aligned}$$

当且仅当 $p'(y) = 0$, 即 $p(y) = C$ 时等号成立。证毕。

在所有正的特征值 λ 中, 最小的 λ 具有特殊意义, 因为它的倒数 $T_1 = \frac{1}{\lambda_1}$ 决定了趋向稳

态所需的特征时间, 称为时间常数。时间常数在此问题中的重要意义是: 由于将稳态解作为输出, 以达到提高信噪比的目的, 如果达到稳态解的所需时间太长, 就难以跟踪变化的信号。所以如果试图跟踪频率为 H Hz 的信号, 并且限制误差在 5% 以内, 则可得:

$$e^{-\lambda \frac{T}{8}} = e^{-\lambda_1 \frac{1}{8H}} \leq 0.05$$

考虑到 $e^{-3} \approx 0.05$, 则:

$$-\lambda_1 \frac{1}{8H} < -3$$

即:

$$\lambda_1 > 3 \times 8H \tag{2.32}$$

这样,我们希望 λ_1 越大越好(即响应时间越快越好),而输出信噪比也越大越好。但是这两项要求是矛盾的:在给定的 D 下, $\bar{\mu}$ 越大,则 λ_1 也越大,但 $K(\bar{\mu})$ 就越小。在这里,应当采用的方法是,选择合适的 $\bar{\mu}$ 使得满足式(2.32)的条件下, $K(\bar{\mu})$ 尽可能的大。

下面将讨论正则 λ_1 的计算:

由于 $u = e^{\frac{1}{2}g(y)}$ 是(2.31)式的一个特征函数,同时要求 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (u \frac{du}{dx}) = 0$, 所以可以假定:

$$u = e^{\frac{1}{2}g(y)} (d_0 + d_1 y + \dots + d_n y^n)$$

这样泛函的变分问题(2.31) (18) 就变成下列矩阵特征值问题:

$$([K] - \lambda[M])\{d\} = 0 \tag{2.33}$$

其中,

$$\begin{aligned} \{d\} &= [d_0, d_1, \dots, d_n]^T \\ [K] &= [k_{ij}] \\ [M] &= [m_{ij}] \quad i, j = 0, 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

$$m_{ij} = \int_{-\infty}^{\infty} y^{i+j} e^{g(y)} dy$$

$$\begin{aligned} k_{ij} &= \int_{-\infty}^{\infty} \{ [\frac{1}{2} g''(y) + \frac{1}{4} g'^2(y)] y^{i+j} + [iy^{i-1} + \frac{1}{2} g'(y)y^i][jy^{j-1} + \frac{1}{2} g'(y)y^j] \} e^{g(y)} dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \{ \frac{1}{2} \bar{\mu}^2 y^{i+j+6} - \bar{\mu} y^{i+j+4} - \bar{\mu} \hbar y^{i+j+3} + \frac{1-(3+i+j)\bar{\mu}}{2} y^{i+j+2} + \bar{\hbar} y^{i+j+2} + \frac{\bar{\hbar}^2 + i+j+1}{2} y^{i+j} \\ &\quad + \frac{i+j}{2} \bar{\hbar} y^{i+j-1} + ij y^{i+j-2} \} e^{g(y)} dy \end{aligned}$$

从 m_{ij}, k_{ij} 的表达式可以知道:

$$m_{ij} = m_{ji}, \quad k_{ij} = k_{ji}$$

所以 $[M], [K]$ 是对称的。由式(2.31)和以上对特征值 λ 的证明可知, $[M]$ 是正定的, $[K]$ 是半正定的。由于主要求 λ_1 , 所以此时 n 的值可以取 $6 \sim 10$, 将 n 分别取 i 和 $i+1$ 时所求得的 λ_1 进行比较, 若两者比较接近则该 λ_1 可以作为近似值, 否则增加 n 的值重新计算。

当 D 很小时, $\bar{\mu} \ll 1$, 以上求 λ_1 的方法将失效。从方程(2.15)可以看出, $D=0$ 是方程的奇点。对于很小的 D , 是一个奇异微分算子的特征值问题。求解用量子力学中的 WKB 方法。由量子力学有关结果, 当 $D \ll 1$ 时:

$$\lambda_1 \approx \alpha e^{-\frac{A}{D}}$$

所以回到方程(2.17)可以取:

$$\lambda_1 \approx \alpha_1 e^{-\frac{\beta_1}{\mu}} \quad (2.34)$$

其中, α_1, β_1 是待定的参数。

将 (2.33) 和 (2.34) 所述的方法结合起来:

在 $\bar{\mu}$ 比较大时, 用变分方法处理 (解 (2.33) 的特征值问题), 而 $\bar{\mu}$ 比较小时, 用 (2.34) 近似, 使得二者连续且光滑。当然, 连接点越靠近 $\bar{\mu} = 0$ 越好, 因为 (2.34) 为 $\bar{\mu} \ll 1$ 的情况。

§ 2.2.2 系统参数 $a \neq 1$ 时对问题的讨论

从式 (2.17) 到 (2.34) 之间的讨论都是基于 $a=1$ 的情况, 在 $a \neq 1$ 时, 取 $z = ax$, $\tau = at$, 则方程 (2.14) 可化为:

$$\frac{dz}{d\tau} = z - \mu_1 z^3 + h + \Gamma_1(\tau) \quad (2.35)$$

式中 $\mu_1 = \frac{\mu}{a^3}$, $\Gamma_1(\tau)$ 是强度为 $D_1 = aD$ 的白噪声, 这样可以进一步化为 (2.17) 式, 但:

$$\bar{\mu} = \mu_1 D_1 = \frac{\mu D}{a^2}, \quad \bar{h} = \frac{h}{\sqrt{D_1}} = \frac{h}{\sqrt{aD}} \quad (2.36)$$

这样前面的结果将会有一些差别:

1. 系统增益 $R(\bar{\mu}, \bar{h})$

由于输入信噪比不再是 \bar{h} , 而是 $\sqrt{a\bar{h}} = \frac{h}{\sqrt{D}}$, 所以 $R(\bar{\mu}, \bar{h})$ 的定义 (2.12) 应该改为:

$$R(\bar{\mu}, \bar{h}) = \frac{1}{\sqrt{a|\bar{h}|}} \bar{f}_s(\bar{\mu}, \bar{h}) \quad (2.37)$$

2. 时间常数 T_1

按前面公式算出的 λ_1 , 是对于 τ 来说的, 所以时间常数 T_1 :

$$T_1 = \frac{1}{a\lambda_1} \quad (2.38)$$

从而可以通过选择 a 来改变系统增益和时间常数: a 越大, 时间常数 T_1 越小, 系统增益 $R(\bar{\mu}, \bar{h})$ 也将会减小, 但二者减小的比率不同, 所以可以用来调整。

$$K(\bar{\mu}, a) = \frac{1}{2\alpha_1} \int_{\alpha_1}^{\alpha_1} R(\bar{\mu}, \bar{h}) d\bar{h}, \quad \alpha_1 = \frac{\alpha}{\sqrt{a}} \quad (2.39)$$

3. $\bar{\mu}$ 和 a 的选择

λ_1 对于 \bar{h} 是不敏感的, 从而由式 (2.38)、(2.39) 可知:

$$D \frac{1}{T_1} K^2(\bar{\mu}, a) = \lambda_1 K^2(\bar{\mu}) \quad (2.40)$$

可以作为衡量系统的特征参数，这样选择 $\bar{\mu}$ ，使得：

$$K(\bar{\mu}, \bar{h}) = \lambda_1(\bar{\mu}, \bar{h}) K^2(\bar{\mu}) = \max$$

这样兼顾了响应速度和系统增益。一旦确定 $\bar{\mu}$ ，则可以根据(2.38)决定 a ，从而得到所需的 $K(\bar{\mu})$ 。由 $\bar{\mu}$ ， a 根据(2.38)决定：

$$\mu = \frac{a^2 \bar{\mu}}{D}$$

这样系统(2.14)的各参数就全部确定了。

§ 2.3. 小结

本章主要用 Langevin 方程来对随机共振特性作了一些研究，任务为选择参数 μ 和 a ，在一定的响应速度下，使得系统 (2.1) 的 (稳态) 输出有尽可能低的比特误码率。

第三章 纠错编码与参激随机共振系统的结合在二进制基带信号的传输中的应用

这一部分我们主要要给出的是纠错编码的主要思想及其与参激随机共振理论相结合所得到的误码率的修正值。

§ 3.1 纠错编码

纠错编码的基本原理就是在原有码元的基础上增加必要的判断数据,以判断传送的信息是否有误;如果又要想纠正错误,则需要增加更多的附加判断数据。这些附加数据在不发生误码的情况之下是完全多余的,但如果发生误码,即可利用被传信息数据与附加数据之间的特定关系来实现检出错误和纠正错误。具体地说就是:为了使信源代码具有检错和纠错能力,应当按一定的规则在信源编码的基础上增加一些冗余码元(又称监督码),使这些冗余码元与被传送信息码元之间建立一定的关系,发送端完成这个任务的过程就称为误码控制编码;在接收端,根据信息码元与监督码元的特定关系,实现检错或纠错,输出原信息码元,完成这个任务的过程就称误码控制译码(或解码)。

本文中,我们将利用的是简单可靠的汉明码进行检测纠错。汉明码是最典型的分组码。它的思想是把二元信息数字序列分成 k 位一组,每组附加 c 个监督数字,构成的 $n = c + k$ 码组,记为 (n, k) 码。每个监督数字对码字中制定的若干位进行监督,在接收端通过检查一些监督关系(如奇数一致关系,偶数一致关系)是否满足,定出码字中一位错误的位置。为了能使得定错位的程序尽量简单,监督关系应当选择为:顺序的检验各个监督关系,不成立者记“1”,成立者记“0”,这样得到的二进制数——“监督值”,恰好是这个码字中错误数字的位置。由于须使监督值能表示码字内的错位,应满足

$$2^c - 1 > n$$

在此基础上选择剩余最小的组合。

具体监督关系的选择,要遵循的是:在接收端,第一次监督关系的校验结果使监督值的最轻位。既然监督值是描述错误的位置的,那么,第一个监督关系应当覆盖 n 个位置中的奇数位,因为这些位置的二进制表示式中最低位都是1。以此类推,可以得到下表:

| 监督数字 | 监督位置 | 监督数字位置 |
|------|---------------------------|--------|
| 第一个 | 1 3 5 7 9 11 13 15 ... | 1 |
| 第二个 | 2 3 6 7 10 11 14 15 ... | 2 |
| 第三个 | 4 5 6 7 12 13 14 15 ... | 4 |
| 第四个 | 8 9 10 11 12 13 14 15 ... | 8 |

表 3.1

由此,我们就可以确定监督数字的个数及具体位置。虽然汉明码只就查出并且纠正一位错误,对于二位以上的错误,并不能有效地纠正,但是由于本文的纠错处理,是建立在参激随机共振对于信号的有效处理的基础上,所以从理论上讲,可以更加有效的准确地传输信号。

从理论上可以看出汉明码可以有效的降低误码率,但是对于这个最典型的分组码我们可以发现,如果当块内的错误数大于1,即超过了其纠错能力时,汉明码是很难实现有效的纠错,相反还会增加错误的发生。这个局限性,使汉明码的有效性大打折扣。而我们经过上一部分的分析可以发现,当我们选取适当的系统参数时,随机共振系统可以有效的降低了码元的误码率,即有效的减少了块中错误发生的数量。那么我们就可以假设当我们的系统参数选择合理时,可以使块中的平均错误数小于纠错码纠错能力值,那么纠错码就能充分发挥其作用,实现有效的检错与纠错,从而使信息得到了可靠有效的传输,达到通信系统的作用。在这一章中,我们就将具体仔细的分析汉明码的纠错原理,并给出与参激随机共振理论相结合得到的修正误码率。

§ 3.2 修正误码率

纠错码的编码原理是在信号源中增加必要的附加判断数据,并根据一定根据传输数据与附加数据的特定关系,来进行检错与纠错。编码器工作是将信息源分成含有 k 比特信息的信息块,然后根据一定的映射将 k 比特的码源编码成 n 比特的码块。编码器增加了 $r = n - k$ 比特的冗余码。我们定义码率 R 为

$$R = \frac{k}{n} \tag{3.1}$$

这样在解码器中根据编码的映射原理再还原原始的信号。由此,我们构造一个 (n, k) 线性分组码。

经过纠错前每个码的误码率为 P_e , 可以认为任何一个比特的错误概率与其他比特发生

的错误相互独立。在这种条件下， n 比特的块中恰好出现 t 个错误的概率为

$$P_t(t; P_e, n) = \binom{n}{t} P_e^t (1 - P_e)^{n-t} \quad (3.2)$$

在一个 n 比特块中的平均错误个数为

$$\bar{t} = \sum_{j=0}^n j \binom{n}{j} P_e^j (1 - P_e)^{n-j} = nP_e \quad (3.3)$$

如果每个块中最多可以纠正 t 个误码，那么误码仍然存在的概率应该等于块中错误数大于 t 的概率，所以误码率为：

$$P_B = 1 - \sum_{j=0}^t \binom{n}{j} P_e^j (1 - P_e)^{n-j} \quad (3.4)$$

如果 $j \ll n$

$$\binom{n}{j} P_e^j (1 - P_e)^{n-j} = \frac{n! P_e^j (1 - P_e)^{n-j}}{(n-j)! j!}$$

$$(1 - P_e)^{n-j} \approx (1 - P_e)^n$$

$$\frac{n! P_e^j}{(n-j)!} = n(n-1) \cdots (n-j+1) P_e^j \approx n^j P_e^j = (nP_e)^j$$

因此

$$P_B \approx 1 - (1 - P_e)^n \sum_{j=0}^t \frac{(nP_e)^j}{j!} \quad (3.5)$$

经过非线性接收器的调节，我们可以使 $P_e \ll 1$ ， $(1 - P_e)^n \approx (e^{-P_e})^n = e^{-nP_e}$ 。

$$P_B \approx 1 - e^{-nP_e} \sum_{j=0}^t \frac{(nP_e)^j}{j!} \quad (3.6)$$

此方程表明了块的错误率只是每个块中平均错误数和纠错能力的函数。根据参激随机共振的研究，可以有效的控制块中的平均错误数，这样就为纠错码提供了很有利的条件。

P_B 代表了块中出现不可纠正错误的概率，和比特差错率是不同的。比特误码率的准确分析是很难做到的，因为对于无法纠错的块译码器本身会给信息比特造成更多的错误并且在不同的系统中汉明重量是很难确定的。但是，可以给出比特差错率性能的上界和下界。但从平均角度看，至少某些信息比特在译码后被纠正了。因此码的比特差错率的上界为

$$P_b \leq P_B \quad (3.7)$$

同样，无法纠错的块中至少有一个信息比特是不正确的。因此，比特差错率的下界为

$$\frac{P_b}{k} \leq P_b \quad (3.8)$$

我们来选取中间位置来进行估计,也就是在译码之前对一个无法纠错的块中平均错误数的估计。考虑一个无法纠错的块,一种最多可纠正块中 t 个错误的码,则差错概率用可以用如下分布描述:

$$\Pr[j|j > t] = \frac{1}{P_B} \binom{n}{j} P_e^j (1 - P_e)^{n-j}$$

其中 $1/P_B$ 是归一化因子,以保证

$$\sum_{j=t+1}^n \Pr[j|j > t] = 1$$

于是,译码之前一个无法纠错的块中平均错误数为

$$E[j|j > t] = \frac{1}{P_B} \sum_{j=t+1}^n j \binom{n}{j} P_e^j (1 - P_e)^{n-j} = \frac{1}{P_B} \left[n P_e - \sum_{j=1}^t j \binom{n}{j} P_e^j (1 - P_e)^{n-j} \right]$$

则每个块中总的平均错误信息比特数为

$$E[j] = 0 \cdot (1 - P_B) + E[j|j > t] P_B = n P_e - \sum_{j=1}^t j \binom{n}{j} P_e^j (1 - P_e)$$

比特差错率为

$$P_b \approx \frac{E[j]}{k} = \frac{1}{k} \left[n P_e - \sum_{j=1}^t j \binom{n}{j} P_e^j (1 - P_e) \right] \quad (3.9)$$

在本文中,主要应用的是汉明码。汉明码是最为典型的线性分组纠错码。作为一种能纠正单个错误的纠错码,即 $t=1$ 。汉明码对于任何的 $r \geq 3$ 。码长为

$$n = 2^r - 1 \quad r \geq 3$$

码率为

$$R = \frac{2^r - r - 1}{2^r - 1}$$

对于 $t=1$, $n P_e \ll 1$,可以得到

$$P_b \approx (n P_e)^2 (1 + P_e) / k \quad (3.10)$$

那么信道容量为

$$C = r_b [1 + P_b \log_2 P_b + (1 - P_b) \log_2 (1 - P_b)] \quad (3.11)$$

此处

$$r_b = \frac{r}{R}$$

根据纠错码的分析我们可以发现，要获得较低的比特误码率就必须使码的纠错能力远远高于块中平均错误数。这就要求块的长度足够短，才能在较高码率的前提下使每个块中的平均错误数小于 1。但是，在码长较短时很难得到高的码率，所以用较短的分组达到二进制对陈信道的容量或者是信道的截止率是很难的。由此更可以看出提出将纠错编码与参激随机共振理论结合的实用性。也就是我们可以充分利用参激随机共振理论的研究通过参数的选择尽可能的降低块中的错误数这样就为汉明码提供了可靠的保障。在下一章中，我们将主要通过试验进行验证。

第四章 数值模拟

完整的数字仿真模型描述如下。这个系统由 MATLAB 语言的 SIMULINK 软件包进行仿真, 编解码器由 VC 编程(附录):

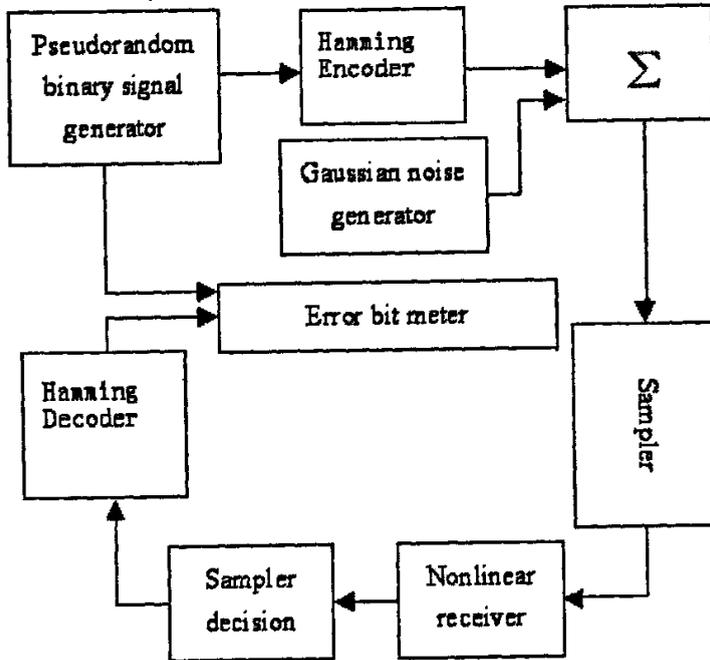


图 4.1

仿真试验我们主要分两部分进行, 即参激随机共振的二进制基带信号传输的仿真和在此基础上应用汉明码进行检错纠错的仿真。通过数值仿真试验, 验证理论误码率与实际误码率是否相符, 及具体的信号传输效果。

§4.1 参激随机共振的二进制基带信号传输的数值仿真实验

我们进行了含有非线性双稳态接收器的数字信号传输仿真实验, 输入信号采用二进制脉冲幅值调制信号, 噪声假设为白噪声。由于假设噪声是白色的, 所以实验中噪声的截止频率比信号码率大很多, 这种模拟方法是普遍认可的。图 4.2 是基于 MATLAB®程序的动态仿真软件 SIMULINK®构建的仿真模型。

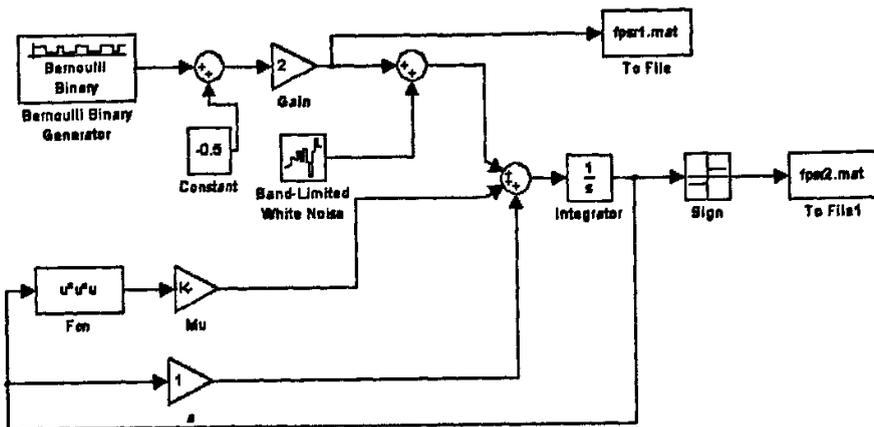


图 4.2

图 4.3 中二进制的 PAM 信号作为输入信号，经过加性高斯噪声信道后传输给非线性接收器。

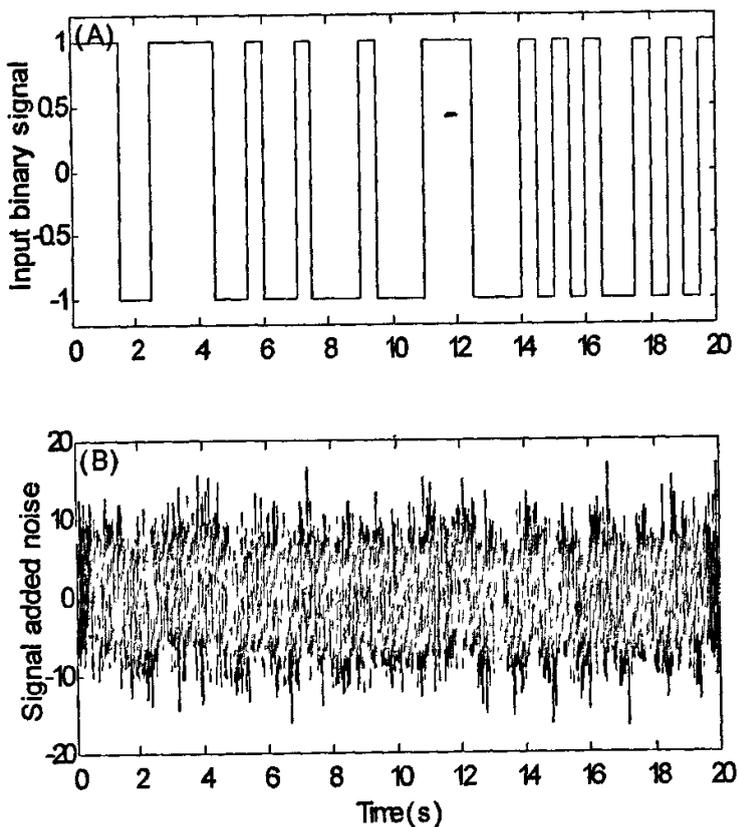


图 4.3

(A) 这是一时间为 20 秒的二进制 PAM 信号, 信号幅值为 ± 1 , $T_s = 0.5s$ 。(B) 信道输出的信号加入了高斯白噪声, 该白噪声为 0 均值, 方差 $\sigma^2 = 16$, 噪声截止频率为 $1KHz$ 。

随着系统系数 μ 的增加, 系统响应速度 λ_1 也增加[16]。由于输入信号的比特率 r 与噪声的截止频带 f 是确定的, 那么如果系统参数选取得很小, 对应的响应速度 λ_1 小于比特率 r , 那么系统就跟随不上信号的变化, 这种情况在图 4.4 (A) (B) 中可以看出。但是系统参数选择的很大系统就跟不上噪声的变化, 那么系统输出波形同样是杂乱无章的, 如图 4.4(F)。因此, 对应于一个固定的输入污染信号, 存在一个最优的非线性接收器, 能使误码达到最小, 使得传输系统具有最优的传输信息能力, 即称这种非线性现象为参数调节随机共振现象。

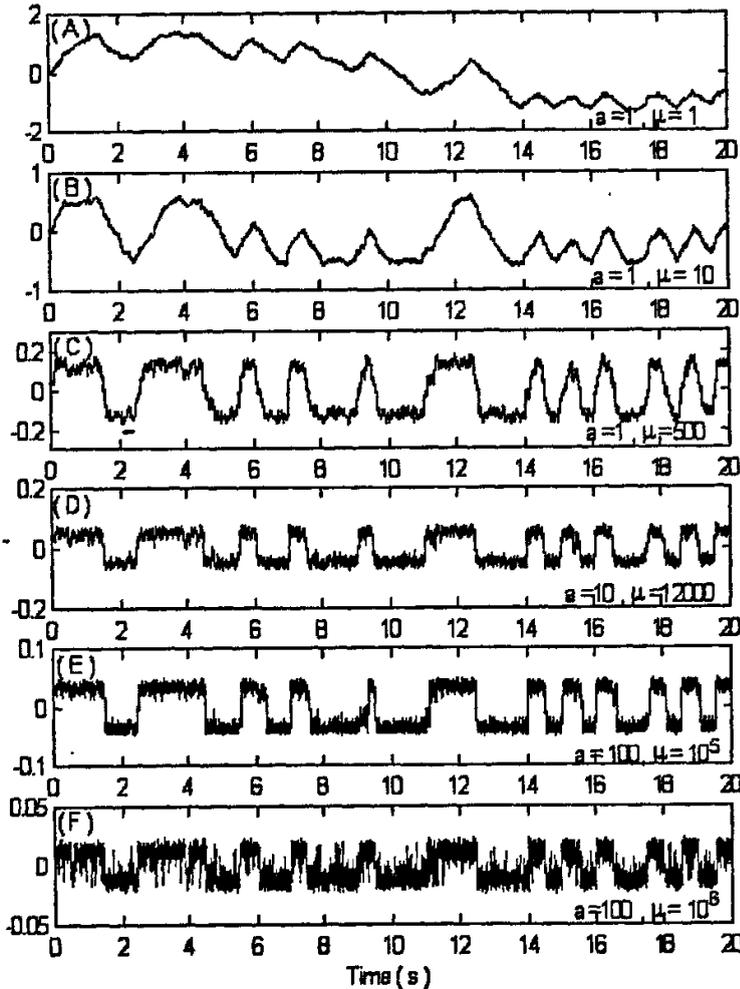


图 4.4 不同接收器的输出信号图

接收器的参数不同, 分别得到的理论误码率为: (A) $P_e = 0.4172$ (B) $P_e = 0.1095$ (C) $P_e = 8.7389 \times 10^{-6}$ (D) $P_e = 5.7547 \times 10^{-3}$ (E) $P_e = 9.6391 \times 10^{-3}$ (F) $P_e = 0.4438$ 。

分析理论结果我们可以发现(C),(D),(E)三组的结果是相当理想的, 我们可以将 10000 秒

内的码字读入文件进行分析, 同样也发现了以上三组情况下, 在短时间内是不会出现误码的, 但是在长时间内误码就会出现, 通过采样, 我们可以得到上面几组情况的仿真试验的误码率分别为: (A) 0.4007 (B) 0.1025 (C) 7.6534×10^{-6} (D) 5.6324×10^{-3} (E) 9.2119×10^{-3} (F) 0.4226. 试验结果基本与理论值相符.

§4.2 将汉明码应用于参激随机共振的二进制基带信号传输的数值仿真试验

在这一部分我们将检错与纠错技术应用其中, 为了更加符合理论的实现汉明编解码的功能, 我们进行 Simulink 仿真与 VC 自编程序 HammingCodec 的结合, 通过 Simulink 的仿真提供发送端的码源, HammingCodec 程序中主要包括了以下几个模块: 1.Encode(利用汉明码编解码原则加入监督数字形成新的码组并生成新的 mat 文件); 2.Decode(将经过干扰处理的码组读入程序, 并根据汉明码的检错原则找到错位并改正, 剔除监督数字还原码字); 3.ErrorRate(计算误码率)。如图 4.5 所示:

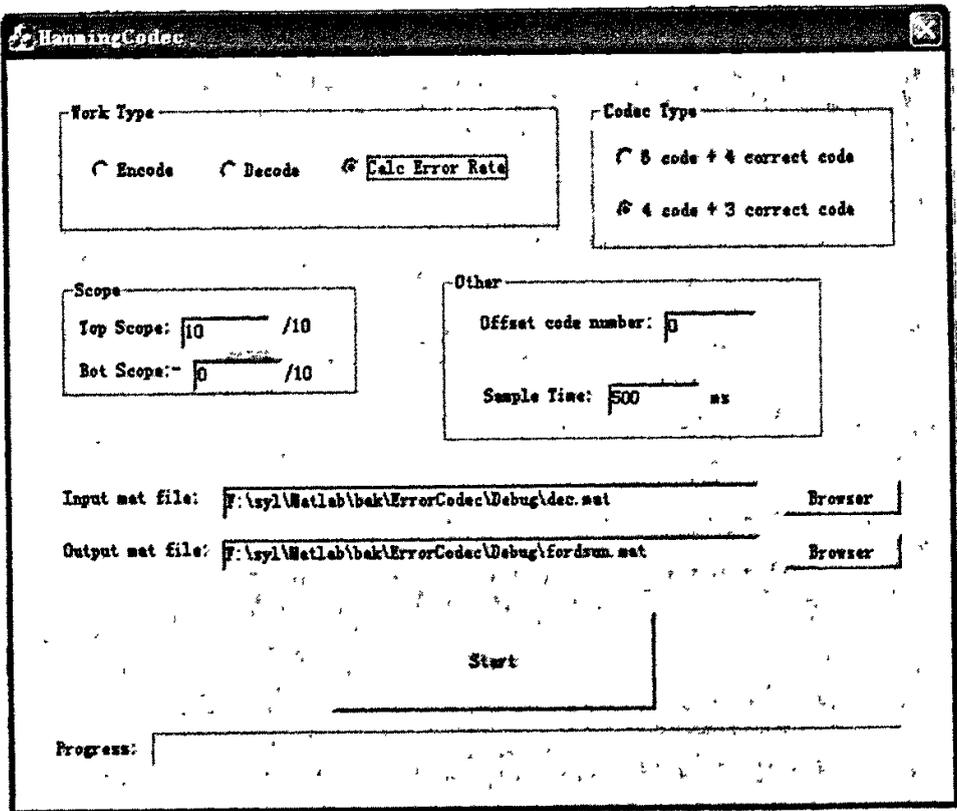


图 4.5

根据纠错编码原理, 我们先将产生的码字读入 source.mat 文件, 如图 4.6 所示:

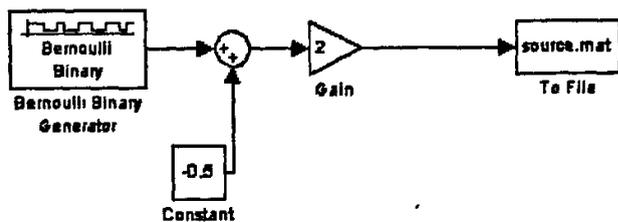


图 4.6

用 HammingCodec 的 Encode 功能读入码源，并在此基础上加入监督数字，使其满足一直监督原则，得到的新的码组。如图 4.7



图 4.7

将加入监督数字的 source1.mat 作为源，经过高斯白噪声的干扰，并且经过参激随机共振的处理，得到带有监督数字的码字 source2.mat.

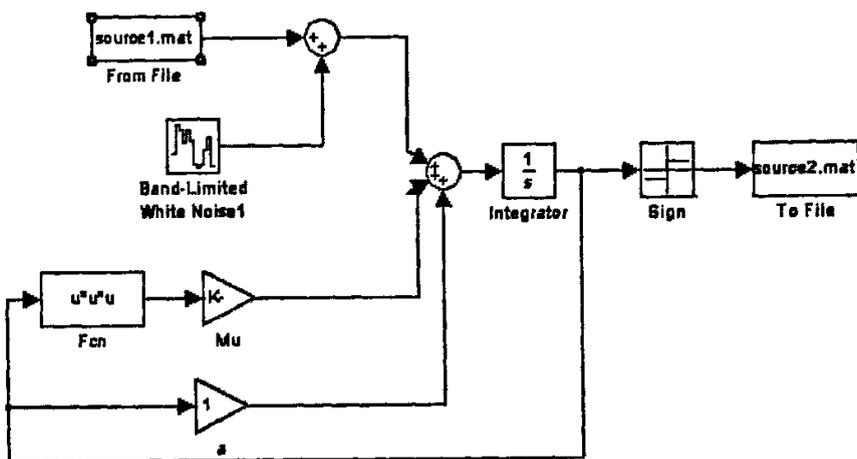


图 4.8

再通过 HammingCodec 的解码功能，以 source2.mat 为源，进行检错纠错并剔除监督数字得到最终的结果文件 source3.mat.



图 4.9

再通过 HammingCodec 的 ErrorRate 功能，将码源 source.mat 与最终结果的 source3.mat 进行比较。得到仿真试验的误码率。

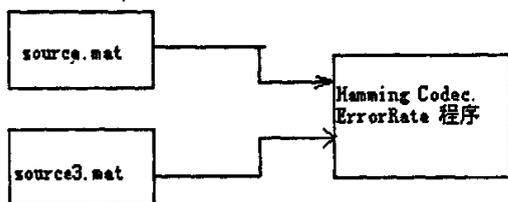


图 4.10

我们进行了 10000 秒的试验，参激随机共振的二进制基带信号，为了跟上部分进行更直观的结果分析，我们同样选取 3.1 实验中的 6 组参数。得到的试验仿真的误码率分别为：

1.(7,3)码：

- (A) $a = 1, \mu = 1, P_b = 0.0204$,
- (B) $a = 1, \mu = 10, P_b = 3 \times 10^{-3}$,
- (C) $a = 1, \mu = 500, P_b = 6.2453 \times 10^{-8}$,
- (D) $a = 10, \mu = 12000, P_b = 7.1397 \times 10^{-6}$,
- (E) $a = 100, \mu = 10^5, P_b = 7.6581 \times 10^{-6}$,
- (F) $a = 100, \mu = 10^6, P_b = 0.0189$;

2. (10, 6) 码：

- (A) $a = 1, \mu = 1, P_b = 0.0265$,
- (B) $a = 1, \mu = 10, P_b = 3.5721 \times 10^{-3}$,
- (C) $a = 1, \mu = 500, P_b = 7.1158 \times 10^{-8}$,
- (D) $a = 10, \mu = 12000, P_b = 7.8117 \times 10^{-6}$,
- (E) $a = 100, \mu = 10^5, P_b = 9.9152 \times 10^{-6}$,
- (F) $a = 100, \mu = 10^6, P_b = 0.0221$;

分析以上结果，我们可以发现，汉明码的检错纠错技术与参激随机共振处理结合应用于二进制基带信号的传输，效果是非常理想的，对于参数选择不是很理想的情况，汉明码可以进行有效的补充调节，使信号可以进行更好地传输；对于参数已经很理想的情况，汉明码则可以准确地查找并改正错误。所以可以说参激随机共振的处理，为汉明码的应用提供了更加安全可靠的平台。

§4.3 附录：HammingCodec

```

void AddCorrectCode(int *in,int nIn,int *pOut,int *nOutNum);
void DecCorrectCode(int *pIn,int nInNum,int *pOut,int *nOutNum);
void Add3CorrectCode(int *in,int nIn,int *pOut,int *nOutNum);
  
```

```
void Dec3CorrectCode(int *pIn,int nInNum,int *pOut,int *nOutNum);
```

```
bool HanmingEncode(char *szSrcMat,char *szDstMat,HWND hWnd,double samptime,double  
upScope,double botScop,CODEC_TYPE codecType,CProgressCtrl *pProgress);
```

```
bool HanmingDecode(char *szSrcMat,char *szDstMat,HWND hWnd,double samptime,double  
topScope,double botScope,CODEC_TYPE codecType,CProgressCtrl *pProgress);
```

```
bool CalErrorRate(char *szSrc1Mat,char *szSrc2Mat,HWND hWnd,int nFileOffset,int *nTot,int  
*nError,CProgressCtrl *pProgress);
```

```
void AddCorrectCode(int *in,int nIn,int *pOut,int *nOutNum)
```

```
{
```

```
    if(nIn != 6)
```

```
        return;
```

```
    int i = in[0] + in[1] + in[3] + in[4];
```

```
    pOut[0] = i%2;
```

```
    i = in[0] + in[2] + in[3];
```

```
    pOut[1] = i%2;
```

```
    pOut[2] = in[0];
```

```
    i = in[1] + in[2] + in[3];
```

```
    pOut[3] = i%2;
```

```
    pOut[4] = in[1];
```

```
    pOut[5] = in[2];
```

```
    pOut[6] = in[3];
```

```
    i = in[4]+in[5];
```

```
    pOut[7] = i%2;
```

```
    pOut[8] = in[4];
```

```
    pOut[9] = in[5];
```

```
    if(nOutNum)
```

```
        *nOutNum = 10;
```

}

```
void DecCorrectCode(int *pIn,int nInNum,int *pOut,int *nOutNum)
```

{

```
    if(nInNum != 10)
```

```
        return;
```

```
    BYTE i = pIn[0] + pIn[2] + pIn[4] + pIn[6] + pIn[8];
```

```
    i = i%2;
```

```
    BYTE temp = 0;
```

```
    temp = i;
```

```
    i = pIn[1] + pIn[2] + pIn[5] + pIn[6];
```

```
    i = i%2;
```

```
    temp += (i<<1);
```

```
    i = pIn[3] + pIn[4] + pIn[5] + pIn[6];
```

```
    i = i%2;
```

```
    temp += (i<<2);
```

```
    i = pIn[7] + pIn[8] + pIn[9];
```

```
    i = i%2;
```

```
    temp += (i<<3);
```

```
    if(temp == 3)
```

```
        pOut[0] = 1-pIn[2];
```

```
    else
```

```
        pOut[0] = pIn[2];
```

```
    if(temp == 5)
```

```
        pOut[1] = 1 - pIn[4];
```

```
    else
```

```
        pOut[1] = pIn[4];
```

```
    if(temp == 6)
```

```
        pOut[2] = 1 - pIn[5];
```

```
    else
```

```
        pOut[2] = pIn[5];
```

```
    if(temp == 7)
```

```
        pOut[3] = 1 - pIn[6];
```

```
    else
```

```
    pOut[3] = pIn[6];
    if(temp == 9)
        pOut[4] = 1 - pIn[8];
    else
        pOut[4] = pIn[8];
    if(temp == 10)
        pOut[5] = 1 - pIn[9];
    else
        pOut[5] = pIn[9];
    if(nOutNum)
        *nOutNum = 6;
}
```

```
//4 add 3
```

```
void Add3CorrectCode(int *in,int nIn,int *pOut,int *nOutNum)
```

```
{
    if(nIn != 4)
        return;
    int i = in[0] + in[1] + in[3];
    pOut[0] = i%2;

    i = in[0] + in [2] + in[3];
    pOut[1] = i%2;

    pOut[2] = in[0];

    i = in[1] + in[2] + in[3];
    pOut[3] = i%2;

    pOut[4] = in[1];
    pOut[5] = in[2];
    pOut[6] = in[3];
    if(nOutNum)
```

```
        *nOutNum = 7;
    }
void Dec3CorrectCode(int *pIn,int nInNum,int *pOut,int *nOutNum)
{
    if(nInNum != 7)
        return;
    BYTE i = pIn[0] + pIn[2] + pIn[4] + pIn[6];
    i = i%2;
    BYTE temp = 0;
    temp = i;
    i = pIn[1] + pIn[2] + pIn[5] + pIn[6];
    i = i%2;
    temp += (i<<1);
    i = pIn[3] + pIn[4] + pIn[5] + pIn[6];
    i = i%2;
    temp += (i<<2);
    if(temp == 3)
        pOut[0] = 1-pIn[2];
    else
        pOut[0] = pIn[2];
    if(temp == 5)
        pOut[1] = 1 - pIn[4];
    else
        pOut[1] = pIn[4];
    if(temp == 6)
        pOut[2] = 1 - pIn[5];
    else
        pOut[2] = pIn[5];
    if(temp == 7)
        pOut[3] = 1 - pIn[6];
    else
        pOut[3] = pIn[6];
    if(nOutNum)
        *nOutNum = 4;
}
```

```

}
////////////////////////////////////
//
//process mat file
//
////////////////////////////////////
bool HanmingEncode(char *szSrcMat,char *szDstMat,HWND hWnd,double samptime,double
topScope,double botScope,CODEC_TYPE codecType,CProgressCtrl *pProgress)
{
    MATFile *pSrcFile = NULL;
    MATFile *pDstFile = NULL;
    char **dir;
    int nArrayNum,i;
    char szText[MAX_PATH];
    mxArray *pSrcArray = NULL;
    pSrcFile = matOpen(szSrcMat,"r");
    if(pSrcFile == NULL){
        lstrcpy(szText,"打开文件");
        lstrcat(szText,szSrcMat);
        lstrcat(szText,"文件失败.");
        MessageBox(hWnd,szText,"汉明编码器",MB_OK);
        return false;
    }
    dir = matGetDir(pSrcFile,&nArrayNum);
    if(dir == NULL || nArrayNum < 1){
        lstrcpy(szText,"文件");
        lstrcat(szText,szSrcMat);
        lstrcat(szText,"里没有矩阵信息.");
        MessageBox(hWnd,szText,"汉明编码器",MB_OK);
        return false;
    }
    mxFree(dir);
    matClose(pSrcFile);
    pSrcFile = matOpen(szSrcMat,"r");

```

```
if(pSrcFile == NULL){
    lstrcpy(szText,"打开文件");
    lstrcat(szText,szSrcMat);
    lstrcat(szText,"文件失败.");
    MessageBox(hWnd,szText,"汉明编码器",MB_OK);
    return false;
}
int nArrayDim = 0;
const char *szArrayName = NULL;
int M,N;
int nNumFields = 0;
pSrcArray = matGetNextVariableInfo(pSrcFile,&szArrayName);
nArrayDim = mxGetNumberOfDimensions(pSrcArray);
M = mxGetM(pSrcArray);
N = mxGetN(pSrcArray);
nNumFields = mxGetNumberOfFields(pSrcArray);
bool bNumeric = mxIsNumeric(pSrcArray);
bool bDouble = mxIsDouble(pSrcArray);
mxDestroyArray(pSrcArray);
matClose(pSrcFile);
pSrcFile = matOpen(szSrcMat,"r");
if(pSrcFile == NULL){
    lstrcpy(szText,"打开文件");
    lstrcat(szText,szSrcMat);
    lstrcat(szText,"文件失败.");
    MessageBox(hWnd,szText,"汉明编码器",MB_OK);
    return false;
}
pSrcArray = matGetNextVariable(pSrcFile,&szArrayName);
double *pSrcData = mxGetPr(pSrcArray);
//start to read data and write to
int nInNum = 0,nOutNum = 0;
if(codecType == SixAddFour){
    nInNum = 6;
```

```

    nOutNum = 10;
} else {
    nInNum = 4;
    nOutNum = 7;
}
int nCols = N/nInNum;
nCols *= nOutNum;
mxArray *pDstArray = mxCreateDoubleMatrix(M,nCols,mxREAL);
double *pDstData = mxGetPr(pDstArray);
int *pIn = new int[nInNum+1];
int *pOut = new int[nOutNum+1];
double curTime = 0.0;
int nCurNum = 0;
double curData;
int k = 0, nTmpOut = 0;;
int nTot = M*N;
for(i = 1; i < nTot; i += 2) {
    if(nCurNum >= nInNum) {
        if(codecType == SixAddFour)
            AddCorrectCode(pIn, nInNum, pOut, &nTmpOut);
        else
            Add3CorrectCode(pIn, nInNum, pOut, &nTmpOut);
        for(int j = 0; j < nOutNum*2; j++) {
            if((j%2) == 0) {
                pDstData[k] = curTime;
                k++;
                curTime += sampleTime;
            } else {
                pDstData[k] = pOut[j/2] > 0 ? topScope : botScope;
                k++;
            }
        }
        nCurNum = 0;
    }
}

```

```

    curData = pSrcData[i];
    pIn[nCurNum] = curData > 0 ? 1:0;
    nCurNum ++;
    int nPos = i*100/nTot;
    if(pProgress)
        pProgress->SetPos(nPos);
}
if(pProgress)
    pProgress->SetPos(100);
delete []pIn;
delete []pOut;
pDstFile = matOpen(szDstMat,"w");
int status = matPutVariable(pDstFile,szArrayName,pDstArray);
mxDestroyArray(pSrcArray);
mxDestroyArray(pDstArray);
matClose(pDstFile);
matClose(pSrcFile);
return true;
}

```

```

bool HanmingDecode(char *szSrcMat,char *szDstMat,HWND hWnd,double sampletime,double
topScope,double botScope,CODEC_TYPE codecType,CProgressCtrl *pProgress)

```

```

{
    MATFile *pSrcFile = NULL;
    MATFile *pDstFile = NULL;
    char **dir;
    int nArrayNum,i;
    char szText[MAX_PATH];
    mxArray *pSrcArray = NULL;
    pSrcFile = matOpen(szSrcMat,"r");
    if(pSrcFile == NULL){
        lstrcpy(szText,"打开文件");
        lstrcat(szText,szSrcMat);
        lstrcat(szText,"文件失败.");
    }
}

```

```
    MessageBox(hWnd,szText,"汉明解码器",MB_OK);
    return false;
}
dir = matGetDir(pSrcFile,&nArrayNum);
if(dir == NULL || nArrayNum < 1){
    lstrcpy(szText,"文件");
    lstrcat(szText,szSrcMat);
    lstrcat(szText,"里没有矩阵信息.");
    MessageBox(hWnd,szText,"汉明解码器",MB_OK);
    return false;
}
mxFree(dir);
matClose(pSrcFile);
pSrcFile = matOpen(szSrcMat,"r");
if(pSrcFile == NULL){
    lstrcpy(szText,"打开文件");
    lstrcat(szText,szSrcMat);
    lstrcat(szText,"文件失败.");
    MessageBox(hWnd,szText,"汉明解码器",MB_OK);
    return false;
}
int nArrayDim = 0;
const char *szArrayName = NULL;
int M,N;
int nNumFields = 0;
pSrcArray = matGetNextVariableInfo(pSrcFile,&szArrayName );
nArrayDim = mxGetNumberOfDimensions(pSrcArray);
M = mxGetM(pSrcArray);
N = mxGetN(pSrcArray);
nNumFields = mxGetNumberOfFields(pSrcArray);
bool bNumeric = mxIsNumeric(pSrcArray);
bool bDouble = mxIsDouble(pSrcArray);
mxDestroyArray(pSrcArray);
matClose(pSrcFile);
```

```

pSrcFile = matOpen(szSrcMat,"r");
if(pSrcFile == NULL){
    lstrcpy(szText,"打开文件");
    lstrcat(szText,szSrcMat);
    lstrcat(szText,"文件失败.");
    MessageBox(hWnd,szText,"汉明解码器",MB_OK);
    return false;
}
pSrcArray = matGetNextVariable(pSrcFile,&szArrayName);
double *pSrcData = mxGetPr(pSrcArray);
//start to read data and write to
int nInNum = 0,nOutNum = 0;
if(codecType == SixAddFour){
    nInNum = 10;
    nOutNum = 6;
}else{
    nInNum = 7;
    nOutNum = 4;
}
int nCols = N/nInNum;
nCols *= nOutNum;
mxArray *pDstArray = mxCreateDoubleMatrix(M,nCols,mxREAL);
double *pDstData = mxGetPr(pDstArray);
int *pIn = new int[nInNum+1];
int *pOut = new int[nOutNum+1];
double curTime = 0.0;
int nCurNum = 0;
double curData;
int k = 0,nTmpOut = 0;
int nTot = M*N;
for(i = 1;i<(nTot+2);i+=2){
    if(nCurNum>=nInNum){
        if(codecType == SixAddFour)
            DecCorrectCode(pIn,nInNum,pOut,&nTmpOut);
    }
}

```

```
else
    Dec3CorrectCode(pIn,nInNum,pOut,&nTmpOut);
for(int j = 0;j<nOutNum*2;j++){
    if((j%2) == 0){
        pDstData[k] = curTime;
        k++;
        curTime += samptime;
    }else{
        pDstData[k] = pOut[j/2]>0?topScope:botScope;
        k++;
    }
}
nCurNum = 0;
}
if(i>=nTot)
    break;
curData = pSrcData[i];
pIn[nCurNum] = curData > 0 ? 1:0;
nCurNum ++;
int nPos = i*100/nTot;
if(pProgress)
    pProgress->SetPos(nPos);
}
if(pProgress)
    pProgress->SetPos(100);
delete []pIn;
delete []pOut;
pDstFile = matOpen(szDstMat,"w");
int status = matPutVariable(pDstFile,szArrayName,pDstArray);
mxDestroyArray(pSrcArray);
mxDestroyArray(pDstArray);
matClose(pDstFile);
matClose(pSrcFile);
return true;
```

```
}  
bool CalErrorRate(char *szSrc1Mat,char *szSrc2Mat,HWND hWnd,int nFileOffset,int *nTot,int  
*nError,CProgressCtrl *pProgress)  
{  
    MATFile *pSrc1File = NULL;  
    MATFile *pSrc2File = NULL;  
    char **dir;  
    int nArrayNum;  
    char szText[MAX_PATH];  
    mxArray *pSrc1Array = NULL;  
    pSrc1File = matOpen(szSrc1Mat,"r");  
    if(pSrc1File == NULL){  
        strcpy(szText,"打开文件");  
        strcat(szText,szSrc1Mat);  
        strcat(szText,"文件失败.");  
        MessageBox(hWnd,szText,"误码率检测器",MB_OK);  
        return false;  
    }  
    dir = matGetDir(pSrc1File,&nArrayNum);  
    if(dir == NULL || nArrayNum < 1){  
        strcpy(szText,"文件");  
        strcat(szText,szSrc1Mat);  
        strcat(szText,"文件里没有矩阵信息.");  
        MessageBox(hWnd,szText,"误码率检测器",MB_OK);  
        return false;  
    }  
    mxFree(dir);  
    matClose(pSrc1File);  
    pSrc1File = matOpen(szSrc1Mat,"r");  
    if(pSrc1File == NULL){  
        strcpy(szText,"打开文件");  
        strcat(szText,szSrc1Mat);  
        strcat(szText,"文件失败.");  
        MessageBox(hWnd,szText,"误码率检测器",MB_OK);  
    }  
}
```

```
        return false;
    }
    int nSrc1ArrayDim = 0;
    const char *szArrayName = NULL;
    int M1,N1;
    pSrc1Array = matGetNextVariableInfo(pSrc1File,&szArrayName);
    nSrc1ArrayDim = mxGetNumberOfDimensions(pSrc1Array);
    M1 = mxGetM(pSrc1Array);
    N1 = mxGetN(pSrc1Array);
    bool bNumeric = mxIsNumeric(pSrc1Array);
    bool bDouble = mxIsDouble(pSrc1Array);
    mxDestroyArray(pSrc1Array);
    matClose(pSrc1File);
    pSrc1File = matOpen(szSrc1Mat,"r");
    if(pSrc1File == NULL){
        lstcpy(szText,"打开文件");
        lstcat(szText,szSrc1Mat);
        lstcat(szText,"文件失败.");
        MessageBox(hWnd,szText,"汉明编码器",MB_OK);
        return false;
    }
    pSrc1Array = matGetNextVariable(pSrc1File,&szArrayName);
    double *pSrc1Data = mxGetPr(pSrc1Array);
    //////////////////////////////////////
    mxArray *pSrc2Array = NULL;
    pSrc2File = matOpen(szSrc2Mat,"r");
    if(pSrc2File == NULL){
        lstcpy(szText,"打开文件");
        lstcat(szText,szSrc2Mat);
        lstcat(szText,"文件失败.");
        MessageBox(hWnd,szText,"汉明编码器",MB_OK);
        return false;
    }
    dir = matGetDir(pSrc2File,&nArrayNum);
```

```
if(dir == NULL || nArrayNum < 1){
    lstrcpy(szText,"文件");
    lstrcat(szText,szSrc2Mat);
    lstrcat(szText,"文件里没有矩阵信息.");
    MessageBox(hWnd,szText,"汉明编码器",MB_OK);
    return false;
}
mxFree(dir);
matClose(pSrc2File);
pSrc2File = matOpen(szSrc2Mat,"r");
if(pSrc2File == NULL){
    lstrcpy(szText,"打开文件");
    lstrcat(szText,szSrc2Mat);
    lstrcat(szText,"文件失败.");
    MessageBox(hWnd,szText,"汉明编码器",MB_OK);
    return false;
}
int nSrc2ArrayDim = 0;
int M2,N2;
pSrc2Array = matGetNextVariableInfo(pSrc2File,&szArrayName );
nSrc2ArrayDim = mxGetNumberOfDimensions(pSrc2Array);
M2 = mxGetM(pSrc2Array);
N2 = mxGetN(pSrc2Array);
bNumeric = mxIsNumeric(pSrc2Array);
bDouble = mxIsDouble(pSrc2Array);
mxDestroyArray(pSrc2Array);
matClose(pSrc2File);
pSrc2File = matOpen(szSrc2Mat,"r");
if(pSrc2File == NULL){
    lstrcpy(szText,"打开文件");
    lstrcat(szText,szSrc2Mat);
    lstrcat(szText,"文件失败.");
    MessageBox(hWnd,szText,"汉明编码器",MB_OK);
    return false;
```

```
}
pSrc2Array = matGetNextVariable(pSrc2File,&szArrayName);
double *pSrc2Data = mxGetPr(pSrc2Array);
if(M1 != M2 || M1 != 2)
{
    mxDestroyArray(pSrc1Array);
    mxDestroyArray(pSrc2Array);
    matClose(pSrc2File);
    matClose(pSrc1File);
    lstcpy(szText,"文件");
    lstcat(szText,szSrc1Mat);
    lstcat(szText,"和");
    lstcat(szText,szSrc2Mat);
    lstcat(szText,"的矩阵不是 2 维的.");
    MessageBox(hWnd,szText,"汉明编码器",MB_OK);
    return false;
}
int N = min(N1,N2);
int nErCode = 0;
int nTotal = M1*N;
if(nFileOffset >= N)
    nFileOffset = 0;

for(int i = (1+nFileOffset*2);i < nTotal;i+=2){
    if(pSrc1Data[i] != pSrc2Data[i])
        nErCode ++;
    int nPos = i*100/nTotal;
    if(pProgress)
        pProgress->SetPos(nPos);
}
if(pProgress)
    pProgress->SetPos(100);
if(nTot)
    *nTot = (N - nFileOffset);
```

```
if(nError)
    *nError = nErCode;
mxDestroyArray(pSrc1Array);
mxDestroyArray(pSrc2Array);
matClose(pSrc2File);
matClose(pSrc1File);
return true;
}
```

第五章 结论与展望

本论文主要讨论了参激随机共振理论与纠错编码的结合，在二进制基带信号传输中的应用。通过详细地介绍和分析随机共振的机理，理论的发展历史和它所涉及的各种计算模型和试验系统可以看出随机共振现象实际上是自然科学中一种普遍存在的非线性现象。参激随机共振理论在数字信号处理中有着很强的使用价值，由此提出了与纠错编码理论的结合。通过理论分析我们给出了两者结合所得到的修正误码率，从数量级上我们就可以发现两者的结合可以大大的降低误码率，即有效地减少了误码的出现；仿真试验部分的结论证实了理论分析的可行性及正确性。通过两者的结合在二进制信号传输中的有效作用，我们也可以试想将其应用于多进制信号传输的应用中。

参考文献

1. C.E. Shannon, A Mathematical Theory of Communication, Bell System Technical Journal, vol.27, 1948
2. R.S.Hamming, Error-detecting and error-correcting codes, Bell System Technical Journal, vol.29, 1950
3. A.M.Roste, Information and Communication Theory,人民邮电出版社, 1973
4. Richard B. Wells, Applied Coding and Information Theory for Engineers,机械工业出版社, 2002
5. Benzi R., Sutera A. & Vulpiani A. The mechanism of stochastic resonance. J. Phys. A, 1981; 14: L453-457.
6. S. Fauve & F. Heslot. Stochastic resonance in a bistable system. Phys. Lett, 1983; 97A: 5-7.
7. Bruce McNamara, Kurt Wiesenfeld and Rajarshi Roy. Observation of stochastic resonance in a ring laser. Phys. Rev. Lett, 1988; 60(25): 2626-2629.
8. Bruce McNamara & Kurt Wiesenfeld. Theory of stochastic resonance. Phys. Rev. A, 1989; 39(9): 4854-4869.
9. Peter Jung and Peter Hänggi. Stochastic nonlinear dynamics modulated by external periodic forces. Europhys. Lett., 1989; 8(6): 505-510.
10. Luca Gammaitoni, E. Menichella-Saetta, S. Santucci, *et al.* Periodically time-modulated bistable systems: Stochastic resonance. Phys. Rev. A, 1989; 40(4): 2114-2119.
11. Hu Gang, G. Nicolis and C. Nicolis. Periodically forced Fokker-Planck equation and stochastic resonance. Phys. Rev. E, 1990; 42(4): 2030-2041.
12. Zhou, T. and F.Moss. Analog simulation of stochastic resonance. Phys. Rev. A, 1990; 41(8): 4255-4263.
13. Peter Jung and Peter Hänggi. Amplification of small signal via stochastic resonance. Phys. Rev. A, 1991; 44 (12): 8032~8042.
14. Hu Gang, Gong De-chun, Wen Xiao-dong, et al. Stochastic resonance in a nonlinear system driven by an aperiod force. Phys. Rev. A, 1992; 46(6): 3250-3254.
15. John K. Douglass, Ion Wilkens, Eleni pantazelou & Frank Moss. Noise enhancement of information transfer in crayfish mechanoreceptors by stochastic resonance. Nature, 1993; 365: 337-340.
16. M. I. Dykman, R. Mannella, P. V. E. McClintock, *et al.* Giant nonlinear in the low-frequency response of a fluctuating bistable system. Phys. Rev. E, 1993; 47(3): 1629-1632.
17. Ralph M. Siegel and Heather L. Read. Models of temporal dynamics of visual processing. J. Stat. Phys., 1993; 70(1/2): 297-309.
18. Dante R. Chialvo and A. Vania Apkarian. Modulated noisy biological dynamics: three examples. J. Stat. Phys., 1993; 70(1/2): 375-391.

19. V.S. Anishchenko, M.A.Safonova, L. O. Chua. Stochastic resonance in the nonautonomous Chua's circuit. *J. Circuits, Systems, & Computers*, 1993; 3(2): 553-578.
20. Frank Moss, David Pierson, and David O'Gorman. Stochastic resonance: Tutorial and update. *Int. J. Bifurc. and Chaos*, 1994; 4(6): 1383-1397.
21. V. S. Anishchenko, M. A. Safonova, and L. O. Chua. Stochastic resonance in chua's circuit driven by amplitude or frequency modulated signal. *Int. J. Bifurc. & Chaos*, 1994; 4(2): 441-446.
22. V.A. Shneidman, P. Jung & P. Hänggi. Weak-noise limit of stochastic resonance. *Phys. Rev. Lett.*, 1994; 72(17): 2682-2685.
23. M. Riani & E. Simonotto. Stochastic resonance in the perceptual interpretation of ambiguous figures: A neural network model. *Phys. Rev. Lett.*, 1994; 72(19): 3120-3123.
24. Kurt Wiesenfeld and Frank Moss . Stochastic resonance and the benefits of noise: from ice ages to crayfish and SQUIDS. *Nature* , 1995; 373 (5): 33~36.
25. A. D. Hibbs, A.L. Singsaas, E. W. Jacobs, A. R. Bulsara, *et al.* Stochastic resonance in a superconducting loop with a Josephson junction. *J. Appl. Phys.*, 1995; 77(6): 2582-2590.
26. J.J. Collins, Carson C. Chow and Thomas T. Imhoff. Stochastic resonance without tuning. *Nature*, 1995; 376: 236-138.
27. Sergey M. Bezuikov & Igor Vodnoy. Noise-induced enhancement of signal transduction across voltage-dependent ion channels. *Nature*, 1995; 378: 362-364.
28. Martin Stemmler, Marius Usher & Ernst Niebur. Lateral Interactions in primary visual cortex: A model bridging physiology and psychophysics. *Sci.*, 1995; 269: 1877-1880.
29. R. Mannella, A Fioretti, L. Fronzoni, *et al.* Stochastic resonance as a tool for signal processing: discrete Markov schemes versus continuous dynamics in a toy model of ion channel conduction. *Phys. Lett. A*, 1995; 197: 25-30.
30. P. Jung. Stochastic resonance and optimal design of threshold detectors. *Phys. Lett. A*, 1995; 207: 93-104.
31. J. J. Collins, Carson C. Chow, and Thomas T. Imhoff. Aperiod stochastic resonance in excitable systems. *Phys. Rev. E*, 1995; 52(4): R3321-3324.
32. M. Morillo and J. Gómez-Ordóñez. Amplification and distortion of a period rectangular driving signal by a noisy bistable system. *Phys. Rev. E*, 1995; 51(2): 999-1003.
33. Adi R. Bulsara and Luca Garraioni. Turning in to noise. *Phys. Today*, 1996; 3:39-45.
34. Jacob E.levin and John P. Miller. Broadband neural encoding in the cricket cercal sensory system enhanced by stochastic resonance. *Nature*, 1996; 380(14): 165-168.
35. J.J. Collins, Carson C. Chow, Ann C. Capela, and Thomas T. Imhoff. Aperiod stochastic resonance. *Phys. Rev. E*, 1996; 54(5): 5575-5584.
36. M. E. Inchiosa & A. R. Bulsara. Signal detection statistics of stochastic resonators. *Phys. Rev. E*,

- 1996; 53(3): R2021-2024.
37. C. Heneghan, C. C. Chow, J.J. Collins, *et al.* Information measures quantifying aperiodic stochastic resonance. *Phys. Rev. E*, 1996; 54(3): R2228-R2231.
38. X. Godivier, J. Rojas-Varela, and F. Chapeau-Blondeau. Noise-assisted signal transmission via stochastic resonance in a diode nonlinearity. *Electronics Letters*, 1997; 33(20): 1666-1668.
39. Xavier Godivier and Francois Chapeau-Blondeau. Noise-assisted signal transmission in a nonlinear electronic comparator: Experiment and theory. *Signal Processing*, 1997; 56: 293-303.
40. Francois Chapeau-Blondeau and Xavier Godivier. Theory of stochastic resonance in signal transmission by static nonlinear systems. *Phys. Rev. E*, 1997; 55(2): 1478-1495.
41. Francois Chapeau-Blondeau. Noise-enhanced capacity via stochastic resonance in an asymmetric binary channel. *Phys. Rev. E*, 1997; 55(2): 2016-2019.
42. Alexander Neiman, Lutz Schimansky, and Frank Moss. Linear response theory applied to stochastic resonance in models of ensembles of oscillators. *Phys. Rev. E*, 1997; 56(1): R9-R12.
43. Luca Gammaitoni, Peter Hänggi, Peter Jung, and F. Marchesoni. Stochastic resonance. *Rev. of Mod. Phys.*, 1998; 70 (1): 223-246.
44. Kurt Wiesenfeld, and Ferman Jaramilo. Minireview of stochastic resonance. *Chaos*, 1998; 8(3): 539-548.
45. Sándor Kádár, Jichang Wang & Kenneth Showalter. Noise-supported traveling waves in sub-excitable media. *Nature*, 1998; 391: 770-772.
46. Ying Zhang, Gang Hu, and Luca Gammaitoni. Signal transmission in one-way coupled bistable systems: Noise effect. *Phys. Rev. E*, 1998; 58(3): 2952-2956.
47. V. Galdi, V. Pierro, and I. M. Pinto. Evaluation of stochastic-resonance-based detectors of weak harmonic signals in additive white Gaussian noise. *Phys. Rev. E*, 1998; 57(6): 6470-6478.
48. Mee H. Choi, R. F. Fox, and P. Jung. Quantifying stochastic resonance in bistable systems: Resonance vs residence-time distribution functions. *Phys. Rev. E*, 1998; 57(6): 6335-6344.
49. M. Misono, T. Kohmoto, Y. Fukuda, and M. Kunitomo. Noise-enhanced transmission of information in a bistable system. *Phys. Rev. E*, 1998; 58(5): 5602-5607.
50. Steeve Zozor and Pierre-Olivier Amblard. Stochastic resonance in discrete time nonlinear AR(1) Models. *IEEE Trans. on Sig. Proc.*, 1999; 47(1): 108-121.
51. Luca Gammaitoni, Markus Löcher, Adi Bulsara, *et al.* Controlling stochastic resonance. *Phys. Rev. Lett.*, 1999; 82(23): 4574-4577.
52. Francois Chapeau-Blondeau. Periodic and aperiodic stochastic resonance with output signal-to-noise ratio exceeding that at the input. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 1999; 9(1): 267-272.
53. Pierre-Olivier Amblard and Steeve Zozor. Cycostationarity and stochastic resonance in threshold

- devices. *Physical Review E*, 1999; 59(5): 5009-5020.
54. S. Bouzat & H. S. Wio. Stochastic resonance in extended bistable system: The role of potential symmetry. *Phys. Rev. E*, 1999; 59(5): 5142-5149.
55. Giovanni Giacomelli, Francesco, and Ivan Rabbiosi. Stochastic and *bona fide* resonance: An experimental investigation. *Phys. Rev. Lett.*, 1999; 82(4): 675-678.
56. Igor Goychuk & Peter Hänggi. Stochastic resonance in ion channels characterized by information theory. *Phys. Rev. E*, 2000; 61(4): 4272-4280.
57. F. Marchesoni, L. Gammaitoni, F. Apostolico, and S. Santucci. Numerical verification of bona fide stochastic resonance. *Phys. Rev. E*, 2000; 62(1): 146-149.
58. L. Alfonsi, L. Gammaitoni, S. Santucci, and A.R. Bulsara. Intra-well stochastic resonance versus inter-well stochastic resonance in underdamped bistable systems. *Phys. Rev. E*, 2000; 62(1): 299-302.
59. P. Z. Peebles. *Communication System Principles*. Addison-Wesley Publishing Company, 1976.
60. V. K. Jain, G. Steudel, & Ch. Rapp. Channel capacity for optical space communication systems. *J. Opt. Commun.*, 1997; 18(2): 57-63.
61. Xu B., Duan F., Bao R. & Li J. Stochastic resonance with tuning system parameters: The application of bistable system in signal processing, *Chaos, Solitons & Fractals*, 13(4), pp.633-644, 2002
62. Duan F. & Xu. B. Parameter-induced stochastic resonance baseband PAM signals transmission over an AWGN channel. Accepted by *Int. J. Bifurcation & Chaos*, 2001.
63. R. Benzi, G. Parisi, and A. Vulpiani, *Stochastic resonance in climatic change*. *Tellus*, 1982, 34:10-16.
64. R. Benzi, G. Parisi, A. Sutera, and A. Vulpiani, *A theory of stochastic resonance in climatic change*. *SIAM J. Appl. Math.*, 1983, 43(3):565-578.
65. R. Benzi, A. Sutera, and A. Vulpiani, *Stochastic resonance in the Landau-Ginzberg equation*. *J. Phys. A*, 1985, 18:2239-2245.
66. C. Nicolis, *Stochastic aspects of climatic transitions-Response to a periodic forcing*. *Tellus*, 1982, 34:1-9.
67. J.P. Eckmann and L.E. Thomas, *Remarks on stochastic resonances*. *J. Phys. A*, 1982, 15:L261-L266.
68. B. McNamara, K. Wiesenfeld, and R. Roy, *Observation of stochastic resonance in a ring laser*. *Phys. Rev. Lett.*, 1988, 1(4):3-4
69. J.F. Lindner, B.K. Meadows, and W.L. Ditto, *Array enhanced stochastic resonance and spatiotemporal synchronization*. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, 75(1):3-6.
70. P. Jung and P. Hanggi, *Resonantly driven Brownian motion: Basic concepts and exact results*. *Phys. Rev. A*, 1990, 41(6):2977-2988.
71. H. Risken, *The Fokker-Planck Equation*. 1984, New York: Springer.
72. H. Risken and H.D. Vollmer, *Noise in Nonlinear Dynamical Systems; Theory, Experiments,*

- Simulation*, ed. F. Moss and P.V.E. McClintock. Vol. 1. 1989, Cambridge: Cambridge University
73. L. Gammaitoni, F. Marchesoni, E. Menichella-Saetta, and S. Santucci, *Resonant crossing processes controlled by colored noise*. Phys. Rev. Lett., 1993, 71(22):3625-3628.
 74. L. Gammaitoni, F. Marchesoni, E. Menichella-Saetta, and S. Santucci, *Multiplicative stochastic resonance*. Phys. Rev. E, 1994, 49(6):4878-4881.
 75. L. Gammaitoni, F. Marchesoni, E. Menichella-Saetta, and S. Santucci, *Stochastic resonance in the strong-forcing limit*. Phys. Rev. E, 1995, 51(5):R3799-R3802.
 76. L. Gammaitoni, F. Marchesoni, E. Menichella-Saetta, and S. Santucci, *Stochastic resonance in bistable systems*. Phys. Rev. Lett., 1989, 62(4):349-352.
 77. T. Zhou and F. Moss, *Analog simulations of stochastic resonance*. Phys. Rev. A, 1990, 41(8):4255-4264.
 78. G. Debnath, T. Zhou, and F. Moss, *Remarks on stochastic resonance*. Phys. Rev. A, 1989, 39(8):4323-4326.
 79. F. Moss, *Stochastic resonance: From the ice ages to the monkey 掙 ear*, in *Contemporary Problems in Statistical Physics*, G.H. Weiss, Editor. 1994. p. 205-253.
 80. L. Gammaitoni, F. Marchesoni, E. Menichella-Saetta, and S. Santucci, *Stochastic resonance in bistable systems*. Phys. Rev. Lett., 1989, 62(4):349-352.
 81. M.I. Dykman, R. Mannella, P.V.E. McClintock, and N.G. Stocks, *Phase Shifts in Stochastic Resonance*. Phys. Rev. Lett., 1992, 68(20):2985-2988.
 82. F. Duan and B. Xu, *Parameter-induced stochastic resonance and baseband binary signals transmission over an AWGN channel*. Int. J. Bifurcation and Chaos, 2003, 13(2):411-425.
 83. 李华锋和徐博候, 随机共振系统输出的一种新的反演方法. 力学学报, 2003, 35(2):194-198.
 84. D. He and H. Leung, *A novel cfar intrusion detection method using chaotic stochastic resonance*. IEEE (ISCAS), 2004, 4:589-592.
 85. B. Xu and F. Duan, *Comparison of aperiodic stochastic resonance by adding noise with that via tuning system parameters in a bistable system*. Phys. Rev. E, 2004, 69(6):061110.
 86. G. Hu, G.R. Qing, D.C. Gong, and X.D. Weng, *Comparison of analog simulation of stochastic resonance with adiabatic theory*. Phys. Rev. A, 1991, 44(10):6414-6420.
 87. D. Gong, G. Hu, X. Wen, C. Yang, G. Qin, R. Li, and D. Ding, *Erratum: Experimental study of the signal-to-noise ratio of stochastic resonance systems*. Phys. Rev. E, 1993, 48(6):4862(E).
 88. D. Gong, G. Hu, X. Wen, C. Yang, G. Qin, R. Li, and D. Ding, *Experimental study of the signal-to-noise ratio of stochastic resonance systems*. Phys. Rev. A, 1992, 46(6):3243-3249.
 89. F. Chapeau-Blondeau, *Stochastic resonance and optimal detection of pulse trains by threshold devices*. Dig. Sig. Proc., 1999, 9:162-177
 90. E. Simonotto, M. Riani, C. Seife, M. Roberts, J. Twitty, and F. Moss, *Visual perception of stochastic*

- resonance. Phys. Rev. Lett., 1997, 78(6):1186-1189.
91. N.G. Stocks, *Suprathreshold stochastic resonance in multilevel threshold systems*. Phys. Rev. Lett., 2000, 84(11):2310-2313.
 92. N.G. Stocks, *Suprathreshold stochastic resonance: an exact result for uniformly distributed signal and noise*. Phys. Lett. A, 2001, 279:308-312.
 93. L. Gammaitoni, *Stochastic resonance and dithering effect in threshold physical systems*. Phys. Rev. E, 1995, 52(5):4691-4698.
 94. R.A. Wannamaker, S.P. Lipshitz, and J. Vanderkoov, *Stochastic resonance as dithering*. Phys. Rev. E, 2000, 61(10):233-236.
 95. P. Jung, *Stochastic resonance and optimal design of threshold detectors*. Phys. Lett. A, 1995, 207:93-104.
 96. K. Lerincz, Z. Gingl, and L.B. Kiss, *A stochastic resonator is able to greatly improve signal-to-noise*. Phys. Lett. A, 1996, 224:63-67.
 97. F. Chapeau-Blondeau, *Input-output gains for signal in noise in stochastic resonance*. Phys. Lett. A, 1997, 232:41-48.
 98. M.T. Blackwell, *Effect of white and filtered noise on contrast detection thresholds*. Vision Res., 1998, 38(2):267-280.
 99. F. Marchesoni, F. Apostolico, L. Gammaitoni, and S. Santucci, *Color effects in a near-threshold Schmitt trigger*. Phys. Rev. E, 1998, 58(6):7079-7084.
 100. M.M. Alibegov, *Stochastic resonance in threshold systems*. Phys. Rev. E, 1999, 59(5):4841-4846.
 101. M. Litong, Y. Hayakawa, and Y. Sawada, *Effect of noise coherence on stochastic resonance enhancement in a bithreshold system*. Phys. Rev. E, 2001, 64(2):026117.
 102. A. Restrepo, L.F. Zuluaga, and L.E. Pino. *Optimal noise levels for stochastic resonance*. in *IEEE Int. Conf. On Acoustic, Speech and Signal Processing*. 1997.
 103. N. Hohn and A.N. Burkitt. *Enhanced stochastic resonance in threshold detectors*. in *Neural Network, IEEE Int. Confer. IJCNN'01*. 2001.
 104. B. McNamara, K. Wiesenfeld, and R. Roy, *Observation of stochastic resonance in a ring laser*. Phys. Rev. Lett., 1988, 1(4):3-4.
 105. I. Goychuk and P. Hanggi, *Stochastic resonance in ion channels characterized by information theory*. Phys. Rev. E, 2000, 61(4):4272-4280
 106. V.A. Shneidman, P. Jung, and P. Hanggi, *Weak-noise limit of stochastic resonance*. Phys. Rev. Lett., 1994, 72(17):2682-2685.
 107. R. Lofstedt and S.N. Coppersmith, *Stochastic resonance: Nonperturbative calculation of power spectra and residence-time distribution*. Phys. Rev. E, 1994, 49(6):4821-4831.
 108. M.I. Dykman, R. Mannella, P.V.E. McClintock, and N.G. Stocks, *Comment on "Stochastic*

- resonance in bistable systems*". Phys. Rev. Lett., 1990, 65:2606-2606.
109. L. Gammaitoni, F. Marchesoni, E. Menichella-Saetta, and S. Santucci, *Stochastic resonance in bistable systems*. Phys. Rev. Lett., 1989, 62(4):349-352
110. A. Longtin, A.R. Bulsara, and F. Moss, *Time-interval sequences in bistable systems and the noise-induced transmission of information by sensory neurons*. Phys. Rev. Lett., 1991, 67(5):656-659
111. T. Yang, *Adaptively optimizing stochastic resonance in visual system*. Phys. Lett. A, 1998, 245:79-86.
112. V.S. Anishchenko, M.A. Safonova, and L.O. Chua, *Stochastic resonance in Chua's circuit*. Int. J. Bifurcation and Chaos, 1992, 2(2):397-401.

致谢

本文是在徐博侯教授的精心指导下完成的，在此谨向导师致以最衷心的感谢和崇高的敬意。徐老师严谨求是的治学态度，宽以待人的高尚品德和活跃的学术观点是我终身难忘。尤其是徐老师带病坚持科研工作的精神深深的感动和影响了我。在生活上，徐老师也给予了我无微不至的关怀，在我有困难的时刻给了我巨大的鼓励和帮助。在研究生的学习期间导师所给予我的财富是使我终身享用不尽的。

特别感谢鲍荣浩副教授，朱位秋教授，郭乙木教授，黄志龙教授和陶伟明副教授在学术和生活方面给予的帮助。

感谢一起生活和工作的师兄师弟（妹）们：段法兵博士，李华锋博士，李建龙博士，徐寒松博士，曾令藻博士，章惠全博士，孙彦龙硕士，郁佳荣硕士，刘勇硕士，刘锋力硕士和耿翠珍硕士，他们对我的科研和生活给予了热情的帮助。

我还要感谢我的先生孙彦龙和家中父母公婆给予的理解和支持。

最后，感谢各位评阅学位论文和出席学位答辩的各位教授。

已投稿的学术论文

[1]夏竞, 徐博侯, “纠错编码与参激随机共振技术的结合研究”, 浙大学报工学版, 录用。