

摘 要

各向异性地层中测井响应与传统各向同性地层中的垂直井测井响应有很大的区别, 所以研究各向异性地层中电磁测井响应规律对测井资料的解释和地质评价具有重要意义。电性各向异性低电阻率储层的含水饱和度评价经常出现偏差, 其原因在于对这种储层的评价没有综合考虑测井仪器的测量特性和地层电阻率方向上的差异。多分量感应测井直接用来测量电性各向异性地层的水平电阻率和垂直电阻率, 从而可对各向异性储层进行比较客观的评价。

多分量感应测井仪器由于其自身的优点越来越多的被应用于大斜度井和水平井等复杂各向异性地层的测量, 这些测量对于精确描述地层各向异性性质是必不可少的。多分量感应测井仪由三组互相垂直的发射—接收线圈对组成, 通过这三组互相垂直的发射—接收线圈, 可得到 9 个磁场分量。利用这九个磁场分量可得到各向异性地层的水平电导率和垂直电导率, 以及地层倾角和仪器方位角。

本文推导出了层状各向异性介质中的并矢 Green 函数 $G^{ME}(r, r')$ 和 $G^{MH}(r, r')$, 重点介绍了如何利用递推算法来确定 Sommerfeld 积分待定系数的线性方程组。所给出的并矢 Green 函数表达式形式简洁、易于编程, 且计算时无溢出现象。用 Fortran power station 4.0 语言编写了计算机程序。给出计算层状各向异性倾斜地层中多分量感应测井响应的具体方法, 并且通过数值计算结果证明该算法的有效性。利用并矢 Green 函数计算层状各向异性倾斜地层中多分量感应测井的响应, 并分析了线圈距、层厚、倾角和围岩对多分量感应测井响应的影 响。利用均质地层的视电导率 $\sigma_{a,xx'}$ 分量和 $\sigma_{a,zz'}$ 分量的刻度图板来反演 (解释) 层状介质各向异性地层的水平电导率 σ_h 和垂直电导率 σ_v , 为地层评价及测井资料解释提供了重要的参考价值。

关键词: 层状各向异性地层, 多分量感应测井, 视电导率, 递推算法, 感应测井响应

The Research on Multi-Component Induction Logging While Drilling Response and Interpretation Method

Wang Tiantian (Radio Physics)

Directed by Prof. Wei Baojun

Abstract

In the anisotropic formation, these logging responses are very different from those responses of traditional vertical borehole in isotropic formation. So, researching electromagnetic logging response in anisotropic formation has important signification to the explanation of log information and geological evaluation. Because measuring characteristics of logging tools and difference of formation resistivities in directions have not been considered synthetically, errors often arise in the saturation evaluation of electrical anisotropy reservoir with low-resistivity. A multi-component induction tool provides direct measurements to derive both horizontal and vertical resistivities that allow accurate evaluation of the anisotropy reservoirs.

Because of the advantages of its own, multi-component induction logging instrument have been used more and more to measure the high angle wells and horizontal wells in complex formation anisotropy. As well, these measurements for the precise description of the anisotropic formation are essential. A multi-component induction logging instrument is comprised of three mutually orthogonal transmitter-receiver pairs that allow measurement of all nine magnetic field components at multiple frequencies. In anisotropic formations these measurements contain sufficient information to determine horizontal and vertical resistivities and to calculate the structural formation dip and azimuth.

In this paper, The dyadic Green's $G^{ME}(r, r')$ and $G^{MH}(r, r')$ in layered anisotropic formation was developed. How to determine the Sommerfeld integral determined coefficient of equation group by recursive algorithm was deduced particularly. The expression of the obtained dyadic Green's function is terse in form and is easy to be programmed, and it doesn't overflow. Then, this method program is compiled on the Fortran power station 4.0 software. The formula to compute the MCIL response is given. And then, numerical tests are carried out to validate the algorithm. The response of multi-component induction logging in layered anisotropic and deviated formation is computed by using the dyadic Green's function. The

influence of coil distance, bed thickness, deviated angle and surrounding shale on the response of multi-component induction logging is analyzed. Using the homogeneous formation of conductivity depending on the scale drawing board to inversion (interpretation) of anisotropic layered media stratigraphic level of electrical conductivity and vertical conductivity, and the results provide an important reference value to evaluate formation and Logging data interpretation.

Keywords: Layered anisotropic formation, Multi-component induction logging, Apparent conductivity, Recursive Algorithm, Induction Logging Response

关于学位论文的独创性声明

本人郑重声明：所呈交的论文是本人在指导教师指导下独立进行研究工作所取得的成果，论文中有关资料和数据是实事求是的。尽我所知，除文中已经加以标注和致谢外，本论文不包含其他人已经发表或撰写的研究成果，也不包含本人或他人为获得中国石油大学（华东）或其它教育机构的学位或学历证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对研究所做的任何贡献均已在论文中作出了明确的说明。

若有不实之处，本人愿意承担相关法律责任。

学位论文作者签名： 王钊钊

日期：2009年4月25日

学位论文使用授权书

本人完全同意中国石油大学（华东）有权使用本学位论文（包括但不限于其印刷版和电子版），使用方式包括但不限于：保留学位论文，按规定向国家有关部门（机构）送交学位论文，以学术交流为目的赠送和交换学位论文，允许学位论文被查阅、借阅和复印，将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，采用影印、缩印或其他复制手段保存学位论文。

保密学位论文在解密后的使用授权同上。

学位论文作者签名： 王钊钊

日期：2009年4月25日

指导教师签名： 李宝良

日期：2009年4月25日

第一章 绪论

1.1 电法测井概述

在各种测井方法中，电法测井是最早发展起来的，电法测井理论探讨的是不均匀介质中的场与波，通过研究井下岩层及所含流体的电学性质，进而研究岩层岩性、储油性和含油性的方法。该方法在很多领域，尤其在石油勘探和开发中具有重要作用。

电法测井是将特制的仪器放置到井中来测量周围地层电参数的一种地球物理方法^[1]。其基本原理是将线圈系或电极系作为下井探头，在待测地层中激励起电磁波或准静态场；利用电磁场、电磁波与地层媒质的相互作用原理从测井信号响应中取出地层电阻率和介电常数等信息，并由此导出地层孔隙度、饱和度和渗透率等参数，为石油探测和生产提供依据。

电法测井根据场源的来源可以分为两大类：利用地层自然电场的自然电位测井方式和利用人为供电造成的人工电场的测井方法^[2]。自然电位^[3]是由于在井壁附近两种不同溶液（泥浆和地层水）在接触的过程中通过扩散、扩散吸附等电化学活动形成的。自然电位测井具有方法简单、实用价值高等特点，是划分岩性和研究储集层性质、求取测井参数以及其他性质应用中不可或缺的基本方式之一。自然电位测井资料在砂/泥岩剖面井中使用十分有效的，但是在碳酸盐岩剖面和膏岩剖面等复杂岩层中，一般不作为主要解释资料，而是只能起到参考作用。

人工电场测井方法也可以两类：直流电测井和交流电测井。直流电测井主要有普通电阻率法测井、侧向测井；交流电测井主要有感应测井、电磁波电阻率测井、高频电磁测井以及随钻型电磁测井等。

普通电阻率法测井所研究的参数是岩石地层的电阻率，通过对普通电阻率法测井所得的电阻率曲线的解释，能得到储集层的重要参数—孔隙度、含油饱和度，这些参数是划分油气层及评价油气层的重要依据。而在高矿化泥浆和高阻地层的井中，因普通电阻率法测井测出的视电阻率曲线变化平缓，很难反映地层电阻率的变化，为了减小泥浆和低阻围岩的影响，为此研究产生了侧向测井。

直流电测井的基本原理是给供电电极通直流电流，井下地层中形成直流电场，通过测量电极得到井轴周围地层中电位分布，求出地层的电阻率。有时为了获得原始含油饱和度资料，要用油基泥浆钻井；有时为了避免破坏地层的原始渗透性，采用空气钻井。在这样的情况下，井内没有导电介质，直流电测井是不能使用的，为此研究产生了交流

电测井。交流电测井的基本原理是利用电磁感应原理，给发射线圈通交变电流（如正弦交流电），这样井轴周围地层中形成交变电磁场，经过地层的作用，电磁场将携带地层电磁参数信息，测量接收线圈处的感生电动势或者两个接收线圈的相位差、幅度比等，通过转换就可以得到地层电磁参数（如地层视电导率、地层视介电常数等）。

1.2 感应测井

感应测井是地球物理测井中的重要方法，其原理是通过测量发射线圈在地层中产生的低频电磁场来确定地层电阻率^[4]，利用交流电的互感原理，使得在发射线圈中的交流电流在接收线圈中感应出电动势。由于发射线圈和接收线圈都在井内，发射线圈的交流电流必然在井周围地层中感应出涡流。而这个涡流又对接收线圈的感应电动势产生影响。因此这个电动势与涡流的强度有关，即与地层的电导率有关。关系式为：

$$E_{\text{有用}} = K_{\text{仪}} \sigma \quad (1-1)$$

上式表明，地层电导率与感应测井的有用信号成正比，通过对 $E_{\text{有用}}$ 的测量，就能得出地层电导率（均匀介质）。

传统的感应测井资料处理和解释理论主要是针对直井的。20 世纪 80 年代以后，大斜度钻井技术迅速发展起来。大斜度井是一种新的测井环境，这种环境下的感应测井响应与直井中的感应测井响应相比，差异很大。在直井中，可以将地层模型简化为二维的。在大斜度井中，虽然地层具有旋转对称性，但由于井轴偏离地层法向，相对于井轴的旋转对称性不再存在，因此地层模型势必看作三维的，无法用传统方法来计算这种环境下的感应测井响应。感应测井仪在大斜度井中的测井响应除了受到倾角的影响，还与地层的各向异性及地层交接面密切相关。比如斜井中地层界面处出现“犄角”现象，极大地改变了响应曲线的本来面貌。若想分析出其根本原因，必须弄清感应测井在斜井中的响应过程。

传统的感应测井研究大多都建立在电性各向同性介质基础上，但地层的各向异性是客观存在的，尤其是在砂岩和泥岩组成的薄交互层中，各向异性现象更为明显。在我国，各向异性油气田所占的比例非常高。因此，准确地认识这些地层的特性对于油气资源的探测和合理开发有着重要的意义。三分量感应测井系统可以很好的解决上述问题，它是一种全新的地层结构探测系统，可以识别地层的三维特性，能够探测传统方法难以探测到的薄储层、低渗透率储层。因此，目前有关三分量测井仪器的研制及相关的理论和实验研究是国内外的前沿课题，引起了测井界的普遍关注和重视。

1.3 多分量感应测井基本原理及线圈系结构

多分量感应测井主要用于电性各向异性地层，地层的电性各向异性是指测量的地层视电阻率随着测量方向的改变而变化。

描述各向异性地层的电性参数主要有水平电阻率、垂直电阻率和各向异性指数(垂直电阻率和水平电阻率的比值)等。在垂直井眼中，假定地层是水平的，薄的砂泥岩互层、不同粒度大小的砂岩层、岩层中薄的电阻性或电导性条带等都使地层表现为各向异性^[5]。常规电测井仪对地层的分辨程度较低，不能有效地测量薄互层和裂缝条带，其测井响应主要受地层水平电阻率的控制。在砂泥岩各向异性地层中水平电阻率一般为低值，表现为泥岩特性，而其垂直电阻率则相对较高，表现为砂岩特性。对着些低电阻率各向异性储层如果只是测量地层水平电阻率而忽略垂直电阻率就会将砂岩层当作泥岩层而将储层漏掉。常规电测井仪不能直接测量地层垂直电阻率，要得到它必须进行组合测井和复杂的数据处理。

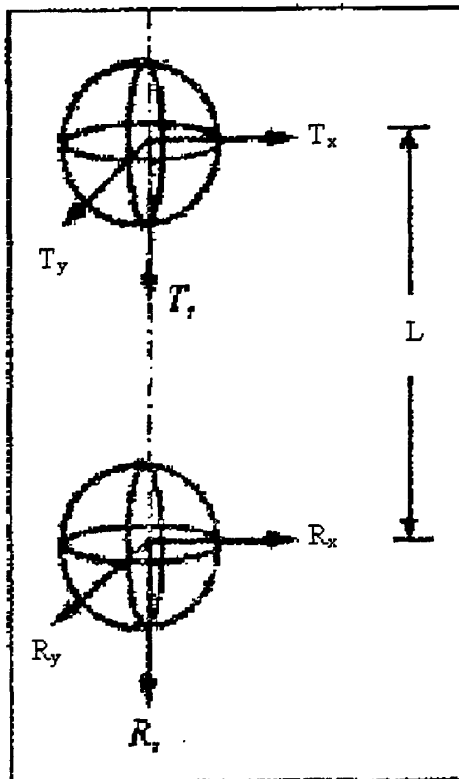


图 1-1 三分量感应测井系统的基本结构

Fig1-1 The basic structure of Three-component induction logging system

三分量感应测井仪通过对接收线圈测得的3个互相垂直的磁场分量信息进行处理，

可获得地层水平电阻率和垂直电阻率，还可得到各向异性地层模型的两种含水(油)饱和度，以及地层倾角和仪器方位角等信息^[6]。三分量感应测井系统的线圈系结构如图1-1所示，其中包括3个发射线圈(T_x, T_y, T_z)和3个接收线圈(R_x, R_y, R_z)。这3个发射线圈彼此垂直，并发射一定频率的交流电，3个接收线圈也相互垂直，并接收各个方向的地层信息，可得到9个磁场分量，经过数据处理可得到9个电导率分量(如果所考虑的地层模型是垂直井眼和水平方向各向同性，其中很多磁场分量和电导率分量为0)。这3组互相垂直的发射—接收线圈，可测量平行于井轴的常规磁场分量 H_z 和两个垂直于井轴的磁场分量 H_{xy} 和 H_{yz} 。此外，由于 xy 和 xz 平面内也设有接收线圈，可测量用以确定地层倾角和仪器方位角的两个交叉磁场分量 H_{xy} 和 H_{xz} 。

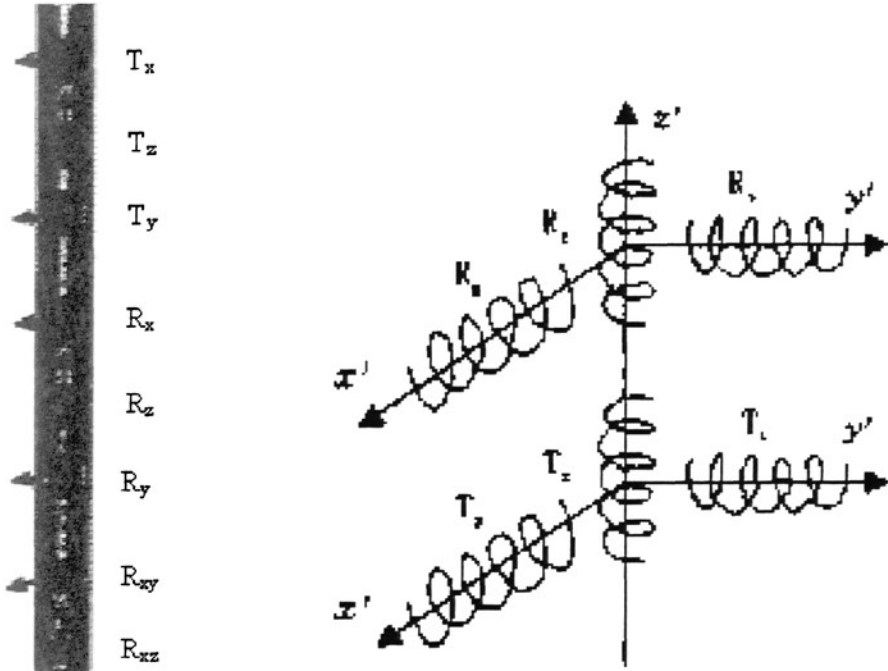


图1-2 多分量感应测井仪线圈结构

Fig1-2 The coil's structure of Multi-component induction logging tool

其中每组三个方向的接收线圈组成基本接收单元，测量来自三个方向的二次感生电动势，多组基本接收单元构成阵列测量系列。每组接收单元测得的信号经刻度后可得到九个磁场分量，即磁场张量 \mathbf{H} 通过式(1-2)求得。

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{xx} & H_{xy} & H_{xz} \\ H_{yx} & H_{yy} & H_{yz} \\ H_{zx} & H_{zy} & H_{zz} \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

式(1-2)中各元素下角标的两个字符，第一个表示发射线圈的方位，第二个表示接收线圈的方位。该矩阵的三个特征值就决定了测量视电导率的三个主分量，特征向量即可定义仪器轴的相对方位以及电导率张量主轴。

对应地，电场强度张量 \mathbf{E} 为：

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_{xx} & E_{xy} & E_{xz} \\ E_{yx} & E_{yy} & E_{yz} \\ E_{zx} & E_{zy} & E_{zz} \end{bmatrix} \quad (1-3)$$

元素中电场分量角标意义同磁场张量

由九个磁场分量（或电场分量）经过转换可得到九个视电导率分量，定义电导率张量为：

$$\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

式(1-4)中元素的下标表示测量方向。式（1-3）是对称正定的矩阵^[7]，且9个磁场分量只有6个是独立的。

对于垂直井眼和水平地层，上式可简化为：

$$\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

在各向同性地层中，有 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$ ，代回上式就得到了常规测井解释中所假设的地层模型。对一般各向异性地层只是水平和垂直方向上的差异，其水平方向是各向同性的，即水平电导率 $\sigma_h = \sigma_x = \sigma_y$ 。

在垂直于地层的发射线圈中施以一定频率的交流电，这时交流电流必然在井周围地层中感应出涡流，感应涡流平行于地层流动，则在接收线圈中接收的是反映地层水平方向的信息^[8]；当发射线圈轴平行于地层时，感应涡流大部分沿垂直于地层方向流动，这时接收线圈中接收的主要是反映地层垂直方向的信息。通过对接收线圈所测得的3个方向的信息进行处理，即可得到地层水平电导率和垂直电导率。

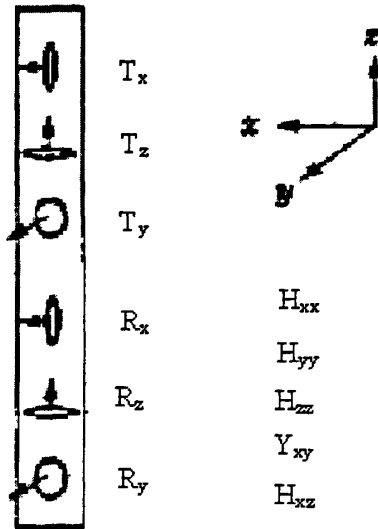


图1-3 线圈系结构布局

Fig1-3 The coil's structure

三分量感应测井仪这种独特的线圈布局结构，具有以下优点：

- (1) 能够有效地解决径向探测深度和纵向分辨率之间的矛盾： z 方向的线圈系的布局可保证足够的水平探测深度， x 、 y 方向的线圈系的布局可保证很好的分层能力。
- (2) 既可用于竖井，也可用于斜井和水平井，其探测性能不会因井眼方向的变化而下降。
- (3) 所探测到的地层电阻率为张量，能够体现出地层的各向异性。
- (4) 可同时感应出多路信号，提供了丰富的地层信息。

1.4 论文研究的背景及意义

高电阻率是油气层的重要特征，但砂泥岩薄互层和裂缝性油气层往往表现为低的电阻率测量值。这是因为这两种地层都是电阻率各向异性的，即垂直方向和水平方向测量结果不同，水平分量往往表现为低值，垂直分量往往表现为高值。常规感应测井包括阵列感应测井的测量只是水平分量，很容易低估和漏掉低阻和低对比的泥质砂岩产层^[9]。据估计，世界上大约30%的油气存在于砂泥岩薄互层中^[10]。如何正确评价这类储层促进了三分量感应测井仪器的研制。

三分量感应测井仪器(3D Explore或3DEX)，与常规感应仪器的发射和接收线圈平行于井轴放置方式不同，3DEX使用三对发射—接收线圈对，一对平行于井轴，测量常规磁场分量 H_z ，用于推导地层水平电阻率 R_h ；另外两对相互正交，且垂直于井轴，测量

磁场的垂直分量 H_{xx} 和 H_{yy} ，用于推导地层垂直电阻率 R_v 。

一种新的试验性全三轴向感应测井仪已开发出来，且进行了油田测试。该仪器具有和以前仪器不同的两个特征。首先，它是全三轴向，用若干传感器在同一测点并且同时测量发射器和各定向接收器的所有组合方式。这样，大大地简化了数据解释，提供最大限度的稳定而准确的地层参数解释。另外，该仪器的设计和通常设计的三轴向仪器相比较，至少井眼影响减小两个数量级。剩下的井眼影响在大小和特性方面和常规感应仪器所碰到的情况相似。

由于我国各向异性油气田所占比例较高，因此准确地认识这些地层的特性对于油气资源的探测和合理开发有着重要的意义。三分量感应测井系统正是在这种背景下提出的，有关三分量测井仪器的研制及相关的理论和实验研究引起了国内外测井技术界的普遍关注和重视，成为当前该领域的研究热点。三分量感应系统是一种全新的地层结构探测系统，它可以识别地层的三维特性，是人们认识地层特性，进行油、气储层评价的有效方法。与国内外目前所采用的普通感应测井系统相比有许多独特的优越性，具体表现在以下几个方面^[11]。

(1) 能够探测到传统方法探测不到的油、气储层。过去国内外采用的感应式测井仪的线圈系的轴线是与 z 轴平行的，发射线圈产生的有用信号来自水平地层的涡流产生的二次磁场，因而只能探测地层的水平特性。当有多种不同的薄层介质在纵向同时出现时，涡流总是出现在低电导率地层中，这就意味着有可能漏掉高电阻率的油气储层，造成油气储量和储层的漏采和漏探。三分量感应系统按照 x ， y ， z 三个方向分别布局发射和接收线圈，其中 z 方向为井轴方向，其探测性能与传统方法相同，但由于 x 方向和 y 方向的有用信号必须穿越不同的地层，而且其涡流的大小主要取决于相邻的低电导率地层，从而保证了不会漏测含碳氢化合物的油气储层。或者说三分量感应系统能对薄储层、复杂储层和其他难以探明的储层进行探测、评价和识别。

(2) 所检测的地层电阻率为张量，能够体现出地层的各向异性，能对储层和生产能力进行准确评价。传统的方法能探测的电阻率(电导率)是一种标量，只能体现水平方向的平均特性。三分量感应系统能探测到的电阻率是按 x ， y ， z 方向分布的张量，从而能够对地层或岩石内部结构进行准确探测和识别。

(3) 三分量感应系统能够有效地解决径向探测深度和纵向分辨率之间的矛盾，可使水平方向的探测深度更深，纵向分层能力更强。以垂直井为例，通过 z 方向的线圈系的

布局可保证足够的水平探测深度，通过 x ， y 方向的线圈系的布局可保证很好的分层能力。

(4) 三分量感应系统既可用于竖井，也可用于斜井和水平井，其探测性能不会因井眼方向的变化而下降。

(5) 可以探测出三维孔隙率、渗透率和含水饱和度等参数，因而可以更有效地进行储层预测和产能评价。

总之，三分量感应测井系统能够探测传统方法难以探测到的薄层、低渗透率储层，它的出现使人们对地层特性的认识、油气资源的勘探开发以及储层评价等方面的能力有较大的提高，因而具有诱人的应用前景。

1.5 论文的主要内容

本文研究的主要内容包括三个部分。一是利用格林函数求解各向异性介质中感应测井的响应的积分方程，并用递推算法计算并矢格林函数。二是具体分析地层参数不同情况下多分量感应测井响应的变化。三是利用均质地层图版刻度反演地层真实电导率，从而对地层进行比较精确的评价。

本文第二章根据层状单轴各向异性介质层界面处 TE 波和 TM 波产生的电场和磁场的连续性条件，得到了3个确定Sommerfeld积分待定系数的线性方程组，并采用递推算法来求解。推导过程中通过将积分路径在复平面变形，有效的解决了出现在Sommerfeld积分中的奇异点问题。

本文第三章在第二章的基础上，推导了多分量感应测井仪两个接收线圈处感应电动势及视电导率的计算公式。设计地层模型，对多分量感应测井响应特性进行分析。第四章分析了井斜角（地层倾角）和地层各向异性对视电导率的影响，利用均质地层的视电导率 $\sigma_{a,x'x'}$ 分量和 $\sigma_{a,z'z'}$ 分量的刻度图板来反演（解释）层状介质各向异性地层的水平电导率 σ_h 和垂直电导率 σ_v 。

最后是本文的总结部分

1.6 论文的创新部分

采用递推算法计算层状单轴各向异性介质的并矢Green函数，并在此理论的基础上用Fortran power station4.0语言进行了编程。利用编写的程序模拟计算了各向异性地层中多分量感应测井响应规律。利用图版刻度法反演地层真实电导率，对地层进行比较精确的解释。

第二章 并矢 Green 函数的递推算法及精确计算

数值模拟研究对多分量感应测井仪器的设计、响应特征的分析 and 数据反演处理技术的开发具有重要意义。并矢 Green 函数简称 DGF 是应用解析的方法来求解电磁场问题的重要方法，其应用于电磁场理论始于 20 世纪 40 年代^[12]。DGF 描述了电流源和它所产生的场之间的关系，应用并矢格林函数来解电磁场边值问题已有四十年左右的历史了。并矢 Green 函数也是对层状各向异性倾斜地层中多分量感应测井响应进行数值模拟的有效手段之一。

2.1 Green 函数法概述

目前已有大量文献采用不同的方法(如传输线理论和数值模式匹配算法)对层状各向同性或各向异性介质的并矢 Green 函数进行了推导^[13-24]。不同的文献尽管推导方式不同，但本质上均采用了上行波和下行波模式，表达方式繁琐。中国石油大学（华东）的魏宝君教授曾采用递推矩阵方法计算轴对称情况下纵向成层介质的 Green 函数并用于二维井间电磁成像^[25]，也采用此方法开发了层状各向同性介质的并矢 Green 函数并与积分方程结合计算三维电磁波散射和逆散射问题^[26]。本文则抛弃了传统文献的这种上行波和下行波模式，直接根据层状单轴各向异性介质层界面处 TE 波和 TM 波产生的电场和磁场的连续性条件，得到了 3 个确定 Sommerfeld 积分待定系数的线性方程组，并采用递推算法来求解。只需要改变 3 个线性方程组中源项元素的位置，就可以方便的得到当源点 r' 和场点 r 在任意层时的并矢 Green 函数 $\mathbf{G}^{ME}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 和 $\mathbf{G}^{MH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 及 $\mathbf{G}^{MF}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ ，非常灵活。由这种方法给出的并矢 Green 函数表达式形式简洁、易于编程，且计算时无溢出现象。本推导过程中通过将积分路径在复平面变形，有效的解决了出现在 Sommerfeld 积分中的奇异点问题。

本文中我们利用磁偶极子在地层中的传播理论来模拟多分量感应电阻率测井响应，将发射线圈和两个接收线圈等效为磁偶极子。所以我们的理论推导部分主要是通过计算各向异性成层介质磁并矢格林函数 \mathbf{G}^{ME} ， \mathbf{G}^{MH} ，从而计算出两个接收线圈视电导率。

2.2 基本理论

层状介质中的并矢格林函数在物理学许多领域包括电磁领域中具有广泛的应用。在电磁理论中，并矢格林函数 $\mathbf{G}^{ME}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 和 $\mathbf{G}^{MH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 及 $\mathbf{G}^{MF}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 分别表示层状介质内源点 \mathbf{r}' 处 3 个相互垂直的单位磁偶极子在场点 \mathbf{r} 处产生的电场强度、磁场强度和磁矢势。

2.2.1 均匀各向异性介质中单位磁偶极子产生的电磁场

设单位磁偶极子源随时间的变化关系为 $\exp(-i\omega t)$ ，其中 ω 为角频率，并假设在地层直角坐标系中(水平面为 xy 平面)源点的位置坐标为 $\mathbf{r}_T = (x_T, y_T, z_T)$ 、场点的位置坐标为 $\mathbf{r} = (x, y, z)$ 。

根据 Maxwell 方程组，电场强度和磁场强度的表达式分别

$$\mathbf{H} = i\omega\mu\sigma_h \Pi + \nabla\Phi \quad (\text{式中复电导率 } \sigma_h = \sigma'_h - i\omega\varepsilon'_h) \quad (2-1)$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\hat{\sigma}} \nabla \times \mathbf{H} = i\omega\mu \frac{\sigma_h}{\hat{\sigma}} \nabla \times \Pi \quad (2-2)$$

其中 $\hat{\sigma}$ 为均匀各向异性介质的电导率张量。

由上两式可得到:

$$E_x = i\omega\mu(\nabla \times \Pi)_x \quad (2-3)$$

$$E_y = i\omega\mu(\nabla \times \Pi)_y \quad (2-4)$$

$$E_z = i\omega\mu K^2 (\nabla \times \Pi)_z \quad (2-5)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{i\omega\mu} \nabla \times \mathbf{E} \quad (2-6)$$

所以我们可以通过求 Hertz 势 Π 来求得电场强度 \mathbf{E} 和磁场强度 \mathbf{H} 无需知道 Φ 。

\hat{e}_z 方向单位磁偶极子在均匀各向异性介质中产生的 Hertz 势可表示为^[27]:

$$\Pi^{(3)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) = \frac{\exp(-ik_h R)}{4pR} \hat{e}_z \quad (2-7)$$

式中: $R = \sqrt{\tilde{r}^2 + (z - z_T)^2}$, $\tilde{r} = \sqrt{(x - x_T)^2 + (y - y_T)^2}$, $k_h^2 = -i\omega\mu_b\sigma_{hb}$, μ_b 为均匀介质磁导率, σ_{hb} 为均匀各向异性介质的水平复电导率。

式(2-7)可表示为如下 Sommerfeld 积分形式:

$$\Pi^{(3)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) = \hat{e}_z \frac{1}{4p} \int_0^\infty \frac{\lambda}{A_h} \exp(-A_h |z - z_T|) J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda \quad (2-8)$$

式中: $A_h = \sqrt{\lambda^2 - k_h^2}$, J_ν 为 ν 阶 Bessel 函数, λ 为积分变量。

\hat{e}_x 方向单位磁偶极子在均匀各向异性介质中产生的 Hertz 势可表示为^[27]:

$$\Pi^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) = \frac{\exp(-ik_v S)}{4pKS} \hat{e}_x + \frac{(x - x_T)(z - z_T)}{4p\tilde{r}^2} \left(K \frac{\exp(-ik_v S)}{S} - \frac{\exp(-ik_h R)}{R} \right) \hat{e}_z \quad (2-9)$$

式中： $S = \sqrt{\tilde{r}^2 + K^2(z - z_T)^2}$ ， $K = \sqrt{\frac{\sigma_{hb}}{\sigma_{vb}}}$ 为各向异性系数， $k_v^2 = -i\omega\mu_b\sigma_{vb}$ ， σ_{vb} 为均匀

各向异性介质的垂向复电导率。经推导(2-9)式可表示为如下 Sommerfeld 积分形式：

$$\begin{aligned} \Pi^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) = & \hat{e}_x \frac{1}{4pK} \int_0^\infty \frac{\lambda}{A_v} \exp(-A_v K |z - z_T|) J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda \\ & + \hat{e}_z \frac{1}{4p} \frac{z - z_T}{|z - z_T|} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \frac{1}{\lambda} (\exp(-A_v K |z - z_T|) - \exp(-A_h |z - z_T|)) J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda \end{aligned} \quad (2-10)$$

式中： $A_v = \sqrt{\lambda^2 - k_v^2}$ 。类似地可写出均匀各向异性介质中 \hat{e}_y 方向单位磁偶极子产生的 Hertz 势 $\Pi^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T)$ 及其 Sommerfeld 积分形式，此处从略。

由电磁场与 Hertz 势之间的关系式 $\mathbf{E} = -i\omega\mu_b \frac{\sigma_{hb}}{\hat{\sigma}_b} \nabla \times \Pi$ 及 $\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\mu_b \mathbf{H}$ ，其中 $\hat{\sigma}_b = \text{diag}(\sigma_{hb}, \sigma_{hb}, \sigma_{vb})$ 为均匀各向异性介质的电导率张量，可以得到沿 \hat{e}_x 、 \hat{e}_y 、 \hat{e}_z 三个方向单位磁偶极子产生的电场和磁场各分量的解析式及 Sommerfeld 积分形式，其中电场和磁场 z 分量的 Sommerfeld 积分形式分别表示为：

$$E_z^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) = \frac{i\omega\mu_b K}{4p} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty \frac{\lambda}{A_v} \exp(-A_v K |z - z_T|) J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda \quad (2-11)$$

$$H_z^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) = -\frac{1}{4p} \frac{z - z_T}{|z - z_T|} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \lambda \exp(-A_h |z - z_T|) J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda \quad (2-12)$$

$$E_z^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) = -\frac{i\omega\mu_b K}{4p} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \frac{\lambda}{A_v} \exp(-A_v K |z - z_T|) J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda \quad (2-13)$$

$$H_z^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) = -\frac{1}{4p} \frac{z - z_T}{|z - z_T|} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty \lambda \exp(-A_h |z - z_T|) J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda \quad (2-14)$$

$$E_z^{(3)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) = 0 \quad (2-15)$$

$$H_z^{(3)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_T) = \frac{1}{4p} \int_0^\infty \frac{\lambda^3}{A_h} \exp(-A_h |z - z_T|) J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda \quad (2-16)$$

上述各分量均被表示成了波模积分的形式。

由 Maxwell 方程组经推导可以得到电场和磁场波模的 x 、 y 分量与 z 分量之间的关系为：

$$\tilde{E}_x = -\frac{1}{\lambda^2} i\omega\mu_b \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} + \frac{1}{K^2 \lambda^2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} \quad (2-17)$$

$$\tilde{E}_y = \frac{1}{\lambda^2} i\omega\mu_b \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial x} + \frac{1}{K^2 \lambda^2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} \quad (2-18)$$

$$\tilde{H}_x = \frac{1}{K^2 \lambda^2} \sigma_{hb} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} + \frac{1}{\lambda^2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial x} \quad (2-19)$$

$$\tilde{H}_y = -\frac{1}{K^2 \lambda^2} \sigma_{hb} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} + \frac{1}{\lambda^2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} \quad (2-20)$$

根据式(2-17)-(2-20)可由电场和磁场的 z 分量得到 x 、 y 分量, 对于层状介质该式亦成立。

2.2.2 层状各向异性介质中单位磁偶极子产生的电磁场

设层状各向异性介质共有 $n+1$ 层, 如图 2-1 所示, 各层编号为 $l = 0, 1, 2, \dots, n$, 源在第 j 层, 各层参数分别为 $\mu_l, \epsilon_{vl}, \epsilon_{hl}$, 则 $\kappa_{hl}^2 = \omega^2 \mu_l \epsilon_{hl}$, $A_{hl} = \sqrt{\lambda^2 - \kappa_{hl}^2}$, $\kappa_{vl}^2 = \omega^2 \mu_l \epsilon_{vl}$, $A_{vl} = \sqrt{\lambda^2 - \kappa_{vl}^2}$, $K_l = \sqrt{\sigma_{hl}/\sigma_{vl}} = \sqrt{\epsilon_{hl}/\epsilon_{vl}}$, 层厚 $h_l = z_l - z_{l-1}$ ($l = 0, 1, 2, \dots, n$)。

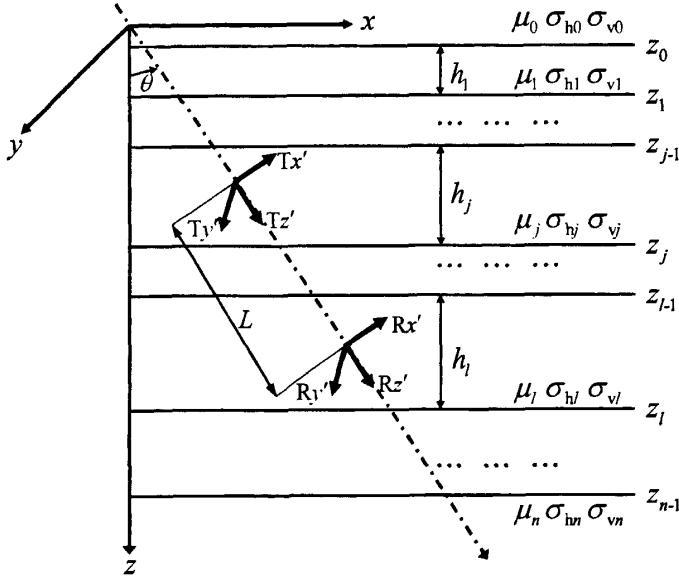


图 2-1 多分量感应测井仪器和层状各向异性地层模型

Fig2-1 Model of multi-component induction logging tool and layered anisotropic formation

\hat{e}_z 方向单位磁偶极子只产生 TE 波, 根据式(2-15)-(2-16)可写出层状各向异性介质中其电磁场的 z 分量为:

$$E_k^{(3)} = 0 \quad (2-21)$$

$$H_k^{(3)} = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda^3}{A_{hl}} \{A_l(\lambda) \exp[A_{hl}(z - z_l)] + B_l(\lambda) \exp[-A_{hl}(z - z_{l-1})]\} J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda$$

$$+ \delta_{ij} \frac{1}{4p} \int_0^{\infty} \frac{\lambda^3}{A_{hj}} \exp(-A_{hj}|z - z_T|) J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda, \quad l = 0, 1, \dots, n \quad (2-22)$$

式中, $A_{hw} = \sqrt{\lambda^2 - k_{hw}^2}$, $k_{hw}^2 = -i\omega\mu_l\sigma_{hw}$ 。式(2-22)最后一项为源项, 对无源层则没有该项。

式中 $A_l(\lambda)$ 和 $B_l(\lambda)$ 为待定系数, 由层界面处电场和磁场的连续性条件确定, 若 $l=0$, 只

有 $A_0(\lambda)$, 若 $l=n$, 只有 $B_n(\lambda)$ 。在层界面处, 电场和磁场的切向量连续, 即 μH_z 和 $\frac{\partial H_z}{\partial z}$

连续, 由此可得到确定所有待定系数 $A_l(\lambda)$ ($l=0, 1, \dots, n-1$) 和 $B_l(\lambda)$ ($l=1, \dots, n$) 的线性方程组。经整理该方程组可表示为如下矩阵形式

$$\mathbf{A}^V \mathbf{X}^V = \mathbf{S}^V \quad (2-23)$$

式中: $\mathbf{A}^V \in C^{2n \times 2n}$, $\mathbf{X}^V, \mathbf{S}^V \in C^{2n}$ 。 \mathbf{A}^V 的各非零元素为

$$A_{11}^V = \frac{\mu_0}{A_{h0}}, A_{12}^V = -\frac{\mu_1}{A_{h1}} \exp(-A_{h1}h_1), A_{13}^V = -\frac{\mu_1}{A_{h1}};$$

$$A_{21}^V = 1, A_{22}^V = -\exp(-A_{h1}h_1), A_{23}^V = 1;$$

$$A_{2n-1, 2n-2}^V = \frac{\mu_{n-1}}{A_{h, n-1}}, A_{2n-1, 2n-1}^V = \frac{\mu_{n-1}}{A_{h, n-1}} \exp(-A_{h, n-1}h_{n-1}), A_{2n-1, 2n}^V = -\frac{\mu_n}{A_{hn}};$$

$$A_{2n, 2n-2}^V = 1, A_{2n, 2n-1}^V = -\exp(-A_{h, n-1}h_{n-1}), A_{2n, 2n}^V = 1;$$

$$A_{2i-1, 2i-2}^V = \frac{\mu_{i-1}}{A_{h, i-1}}, A_{2i-1, 2i-1}^V = \frac{\mu_{i-1}}{A_{h, i-1}} \exp(-A_{h, i-1}h_{i-1}), A_{2i-1, 2i}^V = -\frac{\mu_i}{A_{hi}} \exp(-A_{hi}h_i), A_{2i-1, 2i+1}^V = -\frac{\mu_i}{A_{hi}};$$

$$A_{2i, 2i-2}^V = 1, A_{2i, 2i-1}^V = -\exp(-A_{h, i-1}h_{i-1}), A_{2i, 2i}^V = -\exp(-A_{hi}h_i), A_{2i, 2i+1}^V = 1.$$

$i=2, \dots, n-1$, 其余元素为 0。

\mathbf{X}^V 的各元素为

$$X_1^V = A_0, X_{2n}^V = B_n, X_{2i}^V = A_i, X_{2i+1}^V = B_i, \quad i=1, \dots, n-1$$

\mathbf{S}^V 的各非零元素为

$$S_{2j-1}^V = \frac{\mu_j}{A_{hj}} \exp(-A_{hj}|z_{j-1} - z_T|), S_{2j}^V = \exp(-A_{hj}|z_{j-1} - z_T|),$$

$$S_{2j+1}^V = -\frac{\mu_j}{A_{hj}} \exp(-A_{hj}|z_j - z_T|), S_{2j+2}^V = \exp(-A_{hj}|z_j - z_T|).$$

若 $j=0$, 则只有 S_{2j+1}^V 和 S_{2j+2}^V ; 若 $j=n$, 则只有 S_{2j-1}^V 和 S_{2j}^V ; 其余元素为 0。

\hat{e}_x 方向单位磁偶极子既产生 TM 波又产生 TE 波。根据式(2-11)-(2-12)可写出层状各

向异性介质中 TM 波的 z 分量为:

$$H_z^{\text{TM}(l)} = 0, \quad (2-24)$$

$$E_z^{\text{TM}(l)} = \frac{i\omega\mu_l K_l}{4p} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty \frac{\lambda}{A_{vl}} \{C_l(\lambda) \exp[A_{vl} K_l (z - z_l)] + D_l(\lambda) \exp[-A_{vl} K_l (z - z_{l-1})]\} J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda \\ + \delta_{ij} \frac{i\omega\mu_j K_j}{4p} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty \frac{\lambda}{A_{vj}} \exp(-A_{vj} K_j |z - z_\tau|) J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda, \quad l = 0, 1, \dots, n \quad (2-25)$$

式中, $A_{vl} = \sqrt{\lambda^2 - k_{vl}^2}$, $k_{vl}^2 = -i\omega\mu_l \sigma_{vl}$, $K_l = \sqrt{\frac{\sigma_{vl}}{\sigma_{vl}}}$ 。在层界面处根据电场和磁场的切

向量连续, 即 $\frac{\partial E_z}{K^2 \partial z}$ 和 $\sigma_v E_z$ 连续, 由此可得到确定所有待定系数 $C_l(\lambda)$ 和 $D_l(\lambda)$ 的线性方

程组, 经整理该方程组可表示为如下矩阵形式

$$\mathbf{A}^{\text{TM}} \mathbf{X}^{\text{TM}} = \mathbf{S}^{\text{TM}}. \quad (2-26)$$

式中 $\mathbf{A}^{\text{TM}} \in \mathbb{C}^{2n \times 2n}$, $\mathbf{X}^{\text{TM}}, \mathbf{S}^{\text{TM}} \in \mathbb{C}^{2n}$ 。 \mathbf{A}^{TM} 的各非零元素为: ($1 < i < n$)

根据式(2-11)-(2-12)可写出 \hat{e}_x 方向单位磁偶极子 TE 波的 z 分量为:

$$E_z^{\text{TE}(l)} = 0, \quad (2-27)$$

$$H_z^{\text{TE}(l)} = -\frac{1}{4p} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \lambda \{E_l(\lambda) \exp[A_{vl} (z - z_l)] + F_l(\lambda) \exp[-A_{vl} (z - z_{l-1})]\} J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda \\ - \delta_{ij} \frac{1}{4p} \frac{z - z_\tau}{|z - z_\tau|} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \lambda \exp(-A_{vj} |z - z_\tau|) J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda. \quad l = 0, 1, \dots, n \quad (2-28)$$

在层界面处根据 μH_z 和 $\frac{\partial H_z}{\partial z}$ 连续可得到确定所有待定系数 $E_l(\lambda)$ 和 $F_l(\lambda)$ 的线性方程组,

经整理该方程组可表示为如下矩阵形式

$$\mathbf{A}^{\text{TE}} \mathbf{X}^{\text{TE}} = \mathbf{S}^{\text{TE}}. \quad (2-29)$$

(2-26)和(2-29)式中各元素的具体表达式从略。类似地, 根据(2-13)和(2-14)式亦可写出层状各向异性介质中 \hat{e}_y 方向单位磁偶极子产生的 TM 波和 TE 波的 z 分量, 其待定系数均可由(2-26)和(2-29)式直接得到。

矩阵 \mathbf{A}^{V} 、 \mathbf{A}^{TM} 和 \mathbf{A}^{TE} 均为带状稀疏矩阵(每行仅有 3 个或 4 个元素), 所需内存量为 $O(n)$, 且矩阵每行中间的 1 个或 2 个元素均呈指数衰减, 因此(2-23)、(2-26)和(2-29)式均可采用递推方法求解 (参见附录 A)。这种求解含指数衰减项带状稀疏矩阵线性方程组

的递推算法无需进行矩阵求逆运算，只需要一次正向递推和一次逆向递推即可。由于正向递推和逆向递推所需的迭代次数均为 n ，从而使确定所有待定系数的运算量由 $O(n^2)$ 降低为 $O(n)$ ，与传统的上行波、下行波模式运算量相当。根据上述各方向单位磁偶极子产生的电磁场的 z 分量，由(2-17)-(2-20)式经计算可得到其它分量。

2.2.3 层状各向异性介质中的磁流源并矢 Green 函数

将 \hat{e}_x 、 \hat{e}_y 、 \hat{e}_z 三个方向单位磁偶极子产生的电磁场的所有分量组合在一起，即可得到层状各向异性介质中的磁流源并矢 Green 函数 \mathbf{G}^{HM} ：

$$\mathbf{G}^{\text{HM}} = \begin{pmatrix} G_{xx}^{\text{HM}} & G_{xy}^{\text{HM}} & G_{xz}^{\text{HM}} \\ G_{yx}^{\text{HM}} & G_{yy}^{\text{HM}} & G_{yz}^{\text{HM}} \\ G_{zx}^{\text{HM}} & G_{zy}^{\text{HM}} & G_{zz}^{\text{HM}} \end{pmatrix}. \quad (2-30)$$

\mathbf{G}^{HM} 的各元素均可表示为背景项和散射项之和，即 $\mathbf{G}^{\text{HM}} = {}^{\text{P}}\mathbf{G}^{\text{HM}} + {}^{\text{S}}\mathbf{G}^{\text{HM}}$ ，若场点在非含源层内则只有散射项。 ${}^{\text{P}}\mathbf{G}^{\text{HM}}$ 可由单位磁偶极子在均匀各向异性介质中产生的 Hertz 势得到其解析式，文献^[28]亦给出了解析形式，此处从略。对于任意 l 层内 ${}^{\text{S}}\mathbf{G}^{\text{HM}}$ 的各分量，经整理可表示为如下形式，

$${}^{\text{S}}G_{xx(l)}^{\text{HM}} = \frac{1}{4\text{p}} \left[\left(\frac{1}{\tilde{r}} - \frac{2(x-x_{\text{T}})^2}{\tilde{r}^3} \right) {}^{\text{S}}R_1^{\text{HM}} + \frac{(x-x_{\text{T}})^2}{\tilde{r}^2} {}^{\text{S}}R_2^{\text{HM}} + {}^{\text{S}}R_3^{\text{HM}} \right], \quad (2-31)$$

$${}^{\text{S}}G_{yx(l)}^{\text{HM}} = {}^{\text{S}}G_{xy(l)}^{\text{HM}} = \frac{(x-x_{\text{T}})(y-y_{\text{T}})}{4\text{p}\tilde{r}^2} \left[-\frac{2}{\tilde{r}} {}^{\text{S}}R_1^{\text{HM}} + {}^{\text{S}}R_2^{\text{HM}} \right], \quad (2-32)$$

$${}^{\text{S}}G_{zx(l)}^{\text{HM}} = \frac{(x-x_{\text{T}})}{4\text{p}\tilde{r}} {}^{\text{S}}R_4^{\text{HM}}, \quad (2-33)$$

$${}^{\text{S}}G_{yy(l)}^{\text{HM}} = \frac{1}{4\text{p}} \left[\left(\frac{1}{\tilde{r}} - \frac{2(y-y_{\text{T}})^2}{\tilde{r}^3} \right) {}^{\text{S}}R_1^{\text{HM}} + \frac{(y-y_{\text{T}})^2}{\tilde{r}^2} {}^{\text{S}}R_2^{\text{HM}} + {}^{\text{S}}R_3^{\text{HM}} \right], \quad (2-34)$$

$${}^{\text{S}}G_{zy(l)}^{\text{HM}} = \frac{(y-y_{\text{T}})}{4\text{p}\tilde{r}} {}^{\text{S}}R_4^{\text{HM}}, \quad (2-35)$$

$${}^{\text{S}}G_{xz(l)}^{\text{HM}} = -\frac{(x-x_{\text{T}})}{4\text{p}\tilde{r}} {}^{\text{S}}R_5^{\text{HM}}, \quad (2-36)$$

$${}^{\text{S}}G_{yz(l)}^{\text{HM}} = -\frac{(y-y_{\text{T}})}{4\text{p}\tilde{r}} {}^{\text{S}}R_5^{\text{HM}}, \quad (2-37)$$

$${}^{\text{S}}G_{zz(l)}^{\text{HM}} = \frac{1}{4\text{p}} {}^{\text{S}}R_6^{\text{HM}}. \quad (2-38)$$

式中的 6 个 Sommerfeld 积分分别为：

$${}^s R_1^{\text{HM}} = \int_0^{\infty} \left\{ A_{\text{h}} E_l(\lambda) \exp[A_{\text{h}}(z - z_l)] - A_{\text{h}} F_l(\lambda) \exp[-A_{\text{h}}(z - z_{l-1})] \right. \\ \left. - \frac{k_{\text{v}}^2 K_l}{A_{\text{v}}} C_l(\lambda) \exp[A_{\text{v}} K_l(z - z_l)] - \frac{k_{\text{v}}^2 K_l}{A_{\text{v}}} D_l(\lambda) \exp[-A_{\text{v}} K_l(z - z_{l-1})] \right\} J_1(\lambda \tilde{r}) d\lambda, \quad (2-39)$$

$${}^s R_2^{\text{HM}} = \int_0^{\infty} \lambda \left\{ A_{\text{h}} E_l(\lambda) \exp[A_{\text{h}}(z - z_l)] - A_{\text{h}} F_l(\lambda) \exp[-A_{\text{h}}(z - z_{l-1})] \right. \\ \left. - \frac{k_{\text{v}}^2 K_l}{A_{\text{v}}} C_l(\lambda) \exp[A_{\text{v}} K_l(z - z_l)] - \frac{k_{\text{v}}^2 K_l}{A_{\text{v}}} D_l(\lambda) \exp[-A_{\text{v}} K_l(z - z_{l-1})] \right\} J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda, \quad (2-40)$$

$${}^s R_3^{\text{HM}} = \int_0^{\infty} \lambda \frac{k_{\text{v}}^2 K_l}{A_{\text{v}}} \{ C_l(\lambda) \cdot \exp[A_{\text{v}} K_l(z - z_l)] + D_l(\lambda) \cdot \exp[-A_{\text{v}} K_l(z - z_{l-1})] \} J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda, \quad (2-41)$$

$${}^s R_4^{\text{HM}} = \int_0^{\infty} \lambda^2 \{ E_l(\lambda) \cdot \exp[A_{\text{h}}(z - z_l)] + F_l(\lambda) \cdot \exp[-A_{\text{h}}(z - z_{l-1})] \} J_1(\lambda \tilde{r}) d\lambda, \quad (2-42)$$

$${}^s R_5^{\text{HM}} = \int_0^{\infty} \lambda^2 \{ A_l(\lambda) \cdot \exp[A_{\text{h}}(z - z_l)] - B_l(\lambda) \cdot \exp[-A_{\text{h}}(z - z_{l-1})] \} J_1(\lambda \tilde{r}) d\lambda, \quad (2-43)$$

$${}^s R_6^{\text{HM}} = \int_0^{\infty} \frac{\lambda^3}{A_{\text{h}}} \{ A_l(\lambda) \cdot \exp[A_{\text{h}}(z - z_l)] + B_l(\lambda) \cdot \exp[-A_{\text{h}}(z - z_{l-1})] \} J_0(\lambda \tilde{r}) d\lambda. \quad (2-44)$$

只需改变(2-23)、(2-26)和(2-29)式内源项 \mathbf{S}^{V} 、 \mathbf{S}^{TM} 和 \mathbf{S}^{TE} 中元素的位置, 就可以方便地得到当源点 \mathbf{r}_T 和场点 \mathbf{r} 在任意层时所有 Sommerfeld 积分的待定系数, 并进而由(2-29)式计算出磁流源并矢 Green 函数。传统方法在推导并矢 Green 函数时需区分不同的情况分别进行讨论和表述, 表达方式异常繁琐^[14]。上述递推矩阵方法无须区分不同情况分别表述, 很容易给出并矢 Green 函数的通用表达式, 无论是从表达方式的角度还是从编程的角度均非常简洁、易于编程。另由矩阵 \mathbf{A}^{V} 、 \mathbf{A}^{TM} 、 \mathbf{A}^{TE} 和 \mathbf{G}^{HM} 各元素的表达形式知, 递推矩阵方法得到的并矢 Green 函数不存在指数增加项, 在编程计算时不会出现溢出现象, 适用范围大大增加。

由附录A, 本文递推算法需存储各层参数及3个带状稀疏矩阵(矩阵每行仅有3个或4个元素), 所需内存量为 $O(n)$ 。传统算法亦需存储各层参数和各层透射、反射系数及相关辅助系数, 所需内存量亦为 $O(n)$, 二者所需内存量相当。

当井眼在 xz 平面内相对倾角为 θ 时(图 2-1), 可由地层坐标系中的 \mathbf{G}^{HM} 经坐标系转换得到仪器坐标系中的 $\tilde{\mathbf{G}}^{\text{HM}}$ 并进而得到层状各向异性地层中多分量感应测井响应的不同分量。

2.3 本章小结

本文开发了一种递推算法计算并矢 **Green** 函数，并详细论述了该算法的计算细节。给出的并使 **Green** 函数表达式形式简洁、易于编程，且计算时无溢出现象。理论分析和计算实例说明了本文递推算法的准确性和有效性。

第三章 多分量感应测井的正演模拟与响应特性研究

在垂直井中，一般情况下地层模型可以假定为各向异性的均质体，测井仪器轴垂直或近似垂直于地层水平面。无论是地层、井眼还是钻井液侵入形状均认为是绕仪器轴旋转对称的。对大斜度井和水平井，与仪器轴垂直方向的地层多数情况下不再是各向同性的均质体了，而是各向异性的非均质体，同时井眼和钻井液侵入形状等的对称性也不存在了，因此应用于垂直井中的测井仪器再用于大斜度井和水平井测井需要面对种种不利因素的影响。大斜度井和水平井的环境不同于垂直井，主要表现在空间位置、井眼、钻井液侵入、地层的非均质性以及各向异性等方面。

对比垂直井，在大斜度井和水平井这个较为特殊的环境里，除了空间位置的相对变化，测井响应主要考虑的是由于井眼、低角度围岩、地层的非均质以及各向异性、由于重力分异作用而产生的混合流体或钻井液侵入分布变化等因素而引起的差异。明确这些因素对不同测井响应影响的特征及大小，对测井数据处理和综合解释尤为重要。在水平井和大斜度井这种环境中的感应测井响应与原直井环境中的感应测井响应相比，差异很大。随着水平井的出现，感应测井仪在水平井和大斜度井中的响应计算成了测井理论研究工作者的一个重要课题。80年代中后期，Hardman^[29]和Anderson^[30]等先后开始研究。我国由于水平井出现较晚，1991年底才正式开展这项研究工作。

20世纪80年代末，S.Gianzero等人研究了水平井中感应、侧向、和随钻仪器在不同目的层厚度、不同地层倾角下的测量响应，并给出了双感应和双侧向围岩校正图版^[31-33]。80年代中期至90年代初期，多种成像测井仪的问世对垂直井和水平井测井解释具有划时代意义。90年代中期以后主要考虑的是地层各向异性因素对测井响应的影响，地层各向异性对双感应测井、阵列感应成像测井和侧向测井的影响得到考查，能同时探测地层水平渗透率和垂向渗透率的组件式地层测试器以及测量地层水平电阻率和垂向电阻率的多分量感应测井仪先后正式用于现场测井。

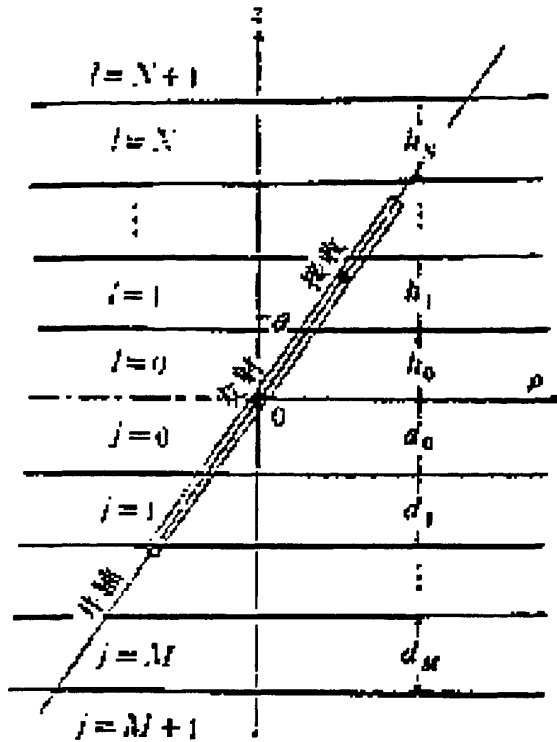


图 3-1 水平井物理模型

Fig3-1 Physical model of horizontal wells

3.1 大斜度井中感应测井响应计算方法综述

大斜度井中的感应测井响应计算是测井理论研究工作的一个重要课题。对此领域内国内外专家学者的工作做了简单的总结,主要分两个方面:解析方法研究和数值模拟计算。解析方法研究主要是利用矢量分解法求取地层中电磁场分布的解析解,然后通过快速傅里叶—汉克尔变换计算数值解。数值模拟计算主要利用 Yee 提出的交错网格,结合有限差分法求解电磁场分布,进而求取感应测井响应。数值模拟方法可用于计算比较复杂的地层。借助解析或半解析方法,可使计算量和存储量降低。采用非正交坐标系可不用考虑电磁场的分解与叠加,减少网格数量,使理论研究方便快捷。

3.1.1 大斜度井中感应测井响应解析方法的研究

大斜度井中的感应测井响应计算可归结为电磁波场量的求解^[34],属于三维非均匀介质中的声频电磁问题^[35]。20 世纪 70 年代,已有人开始集中研究过电磁波在多层介质中的传播问题^[36,37],然而当时的研究仅限于讨论源和探测器都在层状介质表面上方半无限空间中的情况,与感应测井问题存在较大距离。到了 20 世纪 80 年代,随着大斜度井技

术的不断成熟, 感应测井响应计算方法也迅速发展起来。

国外针对倾斜井中感应测井的响应理论研究开展的比较早, 自从 20 世界 60 年代以来, 针对井斜、井眼、泥浆侵入及地层各向异性等因素对响应特征的影响, 有一大批工作者做出了非常出色的成绩, 对于不同的地层模型发展出了不同的计算方法。在国内由于大斜度井出现的比较晚, 因此关于这种情况下的感应测井响应计算于 20 世纪 90 年代才正式开展起来。

1. 井斜影响下的解析法

在仅考虑井斜对响应特征造成影响的情况下, 地层模型是非常简单的, 与实际的测井环境相差最大, 但它是研究三维感应测井的基础。

Moran J H 和 Kunz K S^[38]在1962年就指出倾斜井破坏了边值问题的旋转对称性, 并对倾斜井中的发射线圈激发场做了研究, 将其看作HMD(水平)和VMD(垂直)两种场的叠加。

Hardman R H 和 Shen L C^[29]基于Moran的理论方法, 通过建立双界面三层水平层状地层模型, 研究任意方向的磁偶极子在此模型下的电磁场分布, 再通过数值方法求得感应测井响应。他们计算了相同厚度不同倾角以及相同倾角不同厚度情况下的两种测井曲线, 得出随着倾角地层斜度的增大, 视电阻率变大, 视厚度也变大的结论。

同年, Kennedy W D等^[39]利用赫兹矢量求解Maxwell方程, 得到了任意地层中的电磁场分布, 而且从理论上解释了井斜对响应信号的影响, 得出了与Hardman相同的结论。

20世纪90年代, 大斜度井中的感应测井响应理论研究有了新的发展, 变得更加完善。Gianzero S 和 Su Shey-Min^[40]提出了一种新的线圈耦合模型—感应震荡器。他们给出了耦合系数的详细求解过程, 并利用该线圈模型(ILD)计算了斜厚度和真实厚度都为3.048m情况下双界面、多界面(多层)的电阻层和电导层感应测井响应曲线。从成果图上可以看出, 通过模型计算得到的测井曲线与利用标准感应仪器测得的感应响应曲线基本一致, 特别是在单界面电阻层中, 得到的解已经非常接近真实值。

肖加奇和张庚骥^[34]通过研究有耗层状介质中任意方向磁偶极子电磁波的辐射与传播, 得到一种求解任意层中、任意方向磁偶极子电磁波场量的解析方法。由于井眼的倾斜, 电磁场呈非轴对称分布。将发射线圈近似为磁偶极子, 根据电磁场叠加原理, 可以将这种波分解为 TE_v 波、 TE_h 波、和 TM_h 波(这与Moran的思想基本一致)。利用Green函数分别求解它们在有源和无源区的解析解。肖加奇和张庚骥除了对大斜度井中的感应测井响应做了理论推导外, 还利用FFHT(快速傅里叶—汉克尔变换)方法^[41]对其解析解进行

了数值计算。在忽略井眼影响的前提下,做了6种模拟地层的正演结果并对结果进行了简单分析。

其木苏荣^[4]在2002年利用与肖加奇类似的地层模型,推导出了地层中电磁场分布的解析解,并给出了电磁波振幅的递推公式。其木苏荣等人选用Schlumberg测井公司的双感应测井仪,对两种地层模型进行了理论验证,得出结论随着井眼倾角的增大,其视电阻率曲线明显变宽,并在地层界面附近视电阻率明显增大;低阻薄层上的感应测井响应受倾角的影响比高阻层更大。

2.井眼及侵入影响下的解析法

当考虑了井眼和侵入的影响后,理论推导就相对复杂了许多,径向上得不到解析解,对理论研究工作提出了很大的挑战。

Howard Jr A Q 和Chew W C等人^[42]研究了倾斜地层中有井有侵情况下感应测井的响应。Chew W C 提出了一种新的电场矢量积分方程,从理论角度解决了数值模拟方法中计算量大的问题。需要注意的是,电导率和电介质常数均为空间的函数,而磁导率保持不变。利用变分法求解感应仪器接收线圈的电势,并通过一维和三维地层模型验证理论结果,而且三维结果中涉及到了侵入的影响。

Avdeev D B 等人^[43]且在频域中利用体积分方程法解决三维感应测井问题。在井眼和侵入带同时存在的地层中,横向上无法得到解析解,因此他们采用Krylov子空间迭代法来求解扩散方程。在直井中将计算结果与模式匹配法及有限差分法计算结果进行比较,来验证体积分法的计算精度。除此之外,他们还以45°倾斜井眼模型验证该方法的可行性。

3.地层各向异性影响下的解析法

当考虑井眼、泥浆侵入、地层倾斜以及各向异性等因素共同影响时,计算这样的地层模型的感应测井响应存在极大的难度。

为了解决这种复杂的地层模型,Gao Guozhong 等人^[44]在2004年提出了一种新的近似方法。Gao 等人在积分方程的基础,将内部电场表示为“粗”和“细”两部分。所谓“粗”的部分是指空间位置的标量方程,由背景电场值决定;所谓“细”的部分是指求解极化矢量时构造的积分方程。针对每组方程,采用有限差分法进行数值计算。通过对一维和三维模型的实例计算可知该近似法具有很高的精度,而且速度相当快。

高杰等^[45]重点研究了斜井中地层的各向异性对感应测井响应的影响。他们认为,二元序列的薄互层在宏观上表现为各向异性。在理论计算时,假设地层均匀各向异性,即垂

直和水平两方向的电导率不相等。高杰等人首先将磁偶极子分解为垂直和水平方向, 然后利用赫兹矢量求解电磁场分布。在数值计算过程中, 仍然采用了FFHT方法。通过实例计算可知, 地层电导率各向异性对感应测井响应的影响客观存在, 在井斜角较小时各向异性对电测井的影响可以忽略, 但在大倾斜角度时必须予以充分的考虑。

3.1.2 大斜度井中感应测井响应数值模拟方法

感应测井响应数值计算的方法很多, 如有限元法、逐次逼近法和混合法等。20世纪80年代后, 许多专家学者针对大斜度井中感应测井响应计算的数值模拟方法进行了深入的研究。

针对最简单的纯粹的倾斜地层模型, 最有效的途径是使用快速傅里叶-汉克尔变换算法(FFHT), 但是这种模型没有考虑井眼、侵入等因素对测井响应的影响, 因此无法应用到实际感应测井中。对于更复杂的三维介质中的电磁场问题, 比较成功的方法包括基于交错网格的有限差分法(FDM)、谱分解法(SLDM)及逆谱分解法(SLDMINV)。

1. 有限差分法

Yee K S 在1966年提出了基于交错网格的有限差分方法^[46]。在交错网格中, 电场在单元棱边上采样, 磁场在单元侧面中心采样。采用交错网格的优点在于, 对于微分Maxwell方程组成立的梯度、旋度和散度关系式对其差分模拟仍然成立。

Wang Tsili 和Hohmann G W^[47]利用有限差分方法求取了三维电磁场在时间域中的解。针对Maxwell方程, 采用交错网格技术求解, 时间步长采用Du Fort-Frankel 方法。为了保证解的精确性, 开始阶段使用4阶差分方法, 其他时间可使用2阶差分方法。边界条件主要包括电磁场的法向分量连续和电流磁流法向连续。利用该条件定解出电磁场具体表达式, 将计算结果与理论解、积分方程和谱差分分解进行比较, 不难发现Tsili Wang等人提出的方法避免了导数计算, 并且减小了数值误差, 也不必计算大型的转置矩阵, 因此, 很容易在计算机上实现。

Newman G A 等人^[48]研究了地层呈横向各向异性时三维感应测井响应问题。他们利用交错网格有限差分方法近似求解电场的矢量方程, 并采用Krylov子空间迭代法和一种新的预处理方法来提高运算速度和精度。这种新的预处理方法将电场分解为旋度和散度两部分, 以构造近似逆算子。实例证明, 这种新的预处理方法比简单的雅可比预处理计算速度提高了一个数量级。将计算结果与解析解以及利用模式匹配法计算的结果进行比较, 证明该方法精度很高。

沈金松分别用边有限元方法^[49]和交错网格有限差分方法^[50]计算了磁偶极子的三维

电磁响应,并于2004年利用交错网格有限差分方法导出了主轴各向异性介质中Maxwell方程的离散化关系式,计算了三维各向异性介质中多分量电磁测井的响应^[51]。沈金松在计算电磁场时将总场分离成背景场和二次场,背景场用解析方法求取,二次场用有限差分实现,使该方法适用于任何方向的磁偶极子源,离散得到的大型稀疏线性代数方程用施加不完全乔累斯基分解预处理的Krylov子空间迭代算法实现。模拟结果表明,不同的发射和接收方式在各向异性介质中电磁测井响应有较大差别;共面垂直线圈发射和接收,视电导率介于各向异性的垂直电导率和水平电导率之间,同轴垂直线圈发射和接收,视电导率等于各向异性的水平电导率。

2.谱分解法

Druskin V和Knizhnerman L^[52]于1994年提出的谱分解法(SLDM),是目前比较实用的一种方法。该方法建立在时间域和频域中的全局Krylov子空间逼近基础上,利用交错网格技术分离模型空间。他们选用共扼梯度法迭代出上述子空间,但计算量太大,通过Fourier变化,可将空间域转换成频域,降低了计算量。SLDM方法的优点是不必每次都计算Krylov子空间的正交基和迭代系数矩阵,不过它的缺点是不能利用预条件技术进行加速,收敛速度受到限制。Druskin等人利用该方法对地面电偶极子勘探做了研究。

1999年,Anderson B等人^[53]利用SLDM方法,专门研究了侵入影响情况下大斜度井中的阵列感应测井仪器的响应。他们认为在大斜度井中,渗透的各向异性或浮力分离作用使得侵入带呈非环形结构,因此建立侵入地层模型时,不能简单地将侵入带简化为“圆筒状”。Anderson等人将侵入面近似为“椭圆面”,具体计算过程中仍然使用SLDM方法解Maxwell方程,但在非均质界面附近采用一种均质方法^[54],使得有限差分网格更具灵活性。他们利用交错网格有限差分方法计算了单界面斜井、双界面斜井、界面斜井中的阵列感应测井响应,并且研究分析了侵入面成椭圆状及井眼水压破裂时的测井响应情况。

3.逆谱分解法

Druskin V L等^[55]在1999年发展了SLDM方法,提出了逆谱分解法。因为在SLDM中,不能进行预条件加速,收敛速度受到限制,于是Druskin等人提出可以利用A的伪逆 A^{-1} 构造Krylov子空间 K^m (此方法称为SLDMINV)。在计算时 A^{-1} 转变成求解4个标量方程(包括3个Laplace方程和1个Poisson方程),这在某种程度上提高了运算速度。在求解Poisson方程时,利用预条件共扼梯度迭代法,既加快速度,又提高了结果的收敛性。他们采用这种改进的方法,模拟了5界面6层水平层状地层倾斜井中无侵和有侵两种情况下的感应测井响应,而且还对比了SLDMINV和SLDM的收敛速度,结果发现SLDMINV的收敛速度

要比SLDM快两个数量级。

汪功礼和张庚骥^[56],利用改进的逆谱Lanczos分解法结合不完全Cholesky分解共扼梯度法,成功地计算了三维感应测井的响应。汪功礼等人在Druskin的基础上,利用Krylov子空间不变性求解离散得到的大型稀疏复对称线性方程组。在构造Krylov子空间时,使用其系数矩阵的伪逆以改善迭代的收敛性。迭代中,使用不完全Cholesky分解共扼梯度法求解4个三维Poisson方程以得到新的Lanczos向量。经过迭代不超过20次可得到理想结果。值得指出的是,汪功礼独立推导出了一种电导率平均公式。目前,该算法可在微机上以工程上可以接受的精度和速度计算有井眼、有侵入高对比度倾斜井中的感应测井响应。将计算结果分别与ANA(理论值,水平双层响应)、FFHT(倾斜双层响应)以及NMM(模式匹配,有井有侵水平3层响应)比较,结果显示误差在3%-6%范围内。

目前,多分量感应测井响应计算仍然存在着许多问题急需解决。首先,数值模拟法虽然可以计算比较复杂的地层,但计算量和存储量比较大,此时如果借助解析解或半解析方法,可简化某些计算量,节约计算时间,这在工程上具有重要意义。另外,为了避免井斜给理论研究带来的不便,可沿井轴方向建立坐标系,即所谓非正交坐标系,在这种坐标系中可以不用考虑电磁场的分解与叠加,使计算便捷,而且划分网格时可减少网格数量。

3.2 多分量感应响应算法检验

感应测井响应计算的方法很多,如有限元法^[57-60]、混合法^[59]等。这些方法的基本假设前提是井轴线垂直于地层层面,因此具有相对于井轴的旋转对称性。在水平井和大斜度井中,虽然地层具有旋转轴对称性,但由于井轴偏离地层法向,相对于井轴的旋转对称性不再存在,无法用传统方法来计算这种环境下的感应仪测井响应,必须研究新的方法。

3.2.1 磁偶极子场的 TE 和 TM 波分解

倾斜井眼中感应测井正演模拟和解释理论已成为石油测井中重要的研究课题。由于其发射线圈和接收线圈均位于井轴上且近似为磁偶极子,其偶极子方向与井轴方向总是平行的,所以倾斜井眼中电磁场可以分解成水平磁偶极子和垂直磁偶极子场的迭加。此外,由于垂直磁偶极子只产生TE波,而水平磁偶极子同时产生TE波和TM波,且TE波和TM波是相互独立互不耦合,所以通过应用TE和TM分解技术确定各个地层中电磁场的解析解,是求解倾斜井眼中感应测井响应特征非常有效的方法。

图3-2是M + 1个水平层状地层的结构示意图,第m地层的导电率、介电常数和磁导率分别是 σ_m 、 ϵ_m 、 μ_m ,第m地层和m + 1层之间的界面位置是 h_m ,井眼轴线与垂直方向的夹角为 α 。感应测井仪器的发射线圈产生的场可近似为振荡磁偶极子场,其磁偶极子方向与井轴方向平行,而接收线圈同样位于井轴上,其方向也与井轴的方向一致,感应测井仪器的测量原理就是通过测量地层中感应电流在接圈上的感应磁场确定地层电阻率。

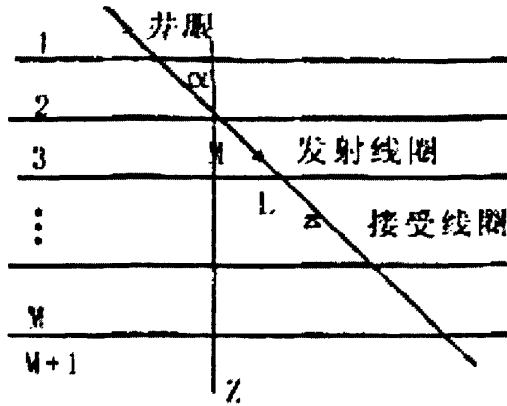


图3-2 倾斜井眼与双线圈系示意图

Fig3-2 The schematic of inclined borehole and dual-coil system

根据Chew(1990)的理论,将水平层状介质中的电磁场可以分解成相互独立的TE波和TM波的迭加,且第m地层中TE波的场可以用标量方程表示:

$$\left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right] + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \mu_m \frac{\partial}{\partial z} \mu_m^{-1} \frac{\partial}{\partial z} \right] \mu_m H_{mz} + k_m^2 \mu_m H_{mz} = 0 \quad (3-1)$$

同样,第m地层中TM波的方程:

$$\left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right] + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \epsilon'_m \frac{\partial}{\partial z} \epsilon'^{-1}_m \frac{\partial}{\partial z} \right] \epsilon'_m E_{mz} + k_m^2 \epsilon'_m E_{mz} = 0 \quad (3-2)$$

其中 H_{mz} 和 E_{mz} 是第m地层中磁场强度和电场强度的垂直分量, $\epsilon'_m = \epsilon_m + i\sigma_m/\omega$, $k_m^2 = \omega^2 \mu \epsilon'$ 。从方程(3-1)-(3-2)得边界 h_m 上的边界条件:

$$\mu_{m-1} H_{m-1,z} = \mu_m H_{mz}, \quad \frac{dH_{m-1,z}}{dz} = \frac{dH_{mz}}{dz} \quad (3-3)$$

$$\epsilon'_{m-1} E_{m-1,z} = \epsilon'_m E_{mz}, \quad \frac{dE_{m-1,z}}{dz} = \frac{dE_{mz}}{dz} \quad (3-4)$$

如能确定出各个地层上的 H_{mz} 和 E_{mz} ,则从Maxwell方程得水平方向的磁场:

$$\begin{bmatrix} H_{m\rho} \\ H_{m\theta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda^2} \left\{ \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\partial^2}{\rho \partial z \partial \theta} \\ \frac{\partial^2}{\partial z \partial \rho} \end{bmatrix} H_z - i\omega\epsilon \begin{bmatrix} 1 & \frac{\partial}{\rho \partial \theta} \\ -\frac{\partial}{\partial \rho} \end{bmatrix} E_z \right\} \quad (3-5)$$

为确定各个地层电磁场的数值解, 设振荡磁偶极子场位于第 n 层中, 其深度为 z' , 磁偶极子源 M 的水平分量分别是 M_h 和 M_v , 根据均匀介质中磁偶极子场的解析式得入射波场表示式:

TE波:

$$H_{nz}^{inc}(\rho, z, \theta, z') = \frac{i}{4\pi} \left[M_h \int_0^\infty \frac{\lambda^3}{k_{nz}} J_0(\lambda\rho) e^{ik_{nz}|z-z'|} d\lambda - M_h \cos\theta \frac{d}{dz} \Big|_{z-z'} \int_0^\infty \lambda^2 J_1(\lambda\rho) e^{ik_{nz}|z-z'|} d\lambda \right] \quad (3-6)$$

TM波:

$$E_{nz}^{inc}(\rho, z, \theta, z') = -\frac{i\omega\mu M_h}{4\pi} \frac{d}{dz} \Big|_{z-z'} \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{k_{nz}} J_1(\lambda\rho) e^{ik_{nz}|z-z'|} d\lambda \quad (3-7)$$

其中, $k_{nz} = \sqrt{k_n^2 - \lambda^2}$ 为 z 轴方向的波数, ρ 为接收点和发射源水平方向的距离, θ 为发射源到接收点的矢径在水平方向的投影与水平磁偶极子的夹角。从方程(3-6)-(3-7)可以看出, TE波是垂直磁偶极子(VMD)和水平磁偶极子(HMD)场的叠加, 而TM波仅由HMD产生。

应用TE和TM分解技术确定各个地层中电磁场的解析解, 是求解倾斜井眼中多分量感应测井响应特征非常有效的方法。

3.2.2 数值模拟

本章利用并矢 Green 函数解析方法来对多分量感应测井响应进行数值模拟和处理。水平层状介质的 Green 函数在电磁场计算中具有重要作用^[61-63]。在第二章中给出了各向异性水平层状介质电偶极子源并矢 Green 函数的递推矩阵算法, 各向异性水平层状介质的磁偶极源并矢 Green 函数 \mathbf{G}^{HM} 亦可采用类似方法得到, 具体表达式从略。 \mathbf{G}^{HM} 表示源点 \mathbf{r}' 处三个相互垂直的单位磁偶极子在场点 \mathbf{r} 处产生的磁场强度, 可表示为如下矩阵形式,

$$\mathbf{G}^{HM} = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{xx}^{HM} & \mathbf{G}_{xy}^{HM} & \mathbf{G}_{xz}^{HM} \\ \mathbf{G}_{yx}^{HM} & \mathbf{G}_{yy}^{HM} & \mathbf{G}_{yz}^{HM} \\ \mathbf{G}_{zx}^{HM} & \mathbf{G}_{zy}^{HM} & \mathbf{G}_{zz}^{HM} \end{pmatrix}. \quad (3-8)$$

式中 \mathbf{G}_{xx}^{HM} 、 \mathbf{G}_{yx}^{HM} 、 \mathbf{G}_{zx}^{HM} 表示 x 方向单位磁偶极子源产生的磁场强度的 x 、 y 、 z 分量; \mathbf{G}_{xy}^{HM} 、

$\mathbf{G}_{xy}^{\text{HM}}$ 、 $\mathbf{G}_{yz}^{\text{HM}}$ 表示 y 方向单位磁偶极子源产生的磁场强度的 x 、 y 、 z 分量； $\mathbf{G}_{xz}^{\text{HM}}$ 、 $\mathbf{G}_{yz}^{\text{HM}}$ 、 $\mathbf{G}_{zx}^{\text{HM}}$ 表示 z 方向单位磁偶极子源产生的磁场强度的 x 、 y 、 z 分量。

在 xz 平面内磁矩为 M_T ($M_T = I_T N_T A_T$, I_T 、 N_T 、 A_T 分别为发射线圈的电流强度、匝数和面积)的发射线圈可视为磁矩为 M_{Tx} 的水平方向磁偶极子与磁矩为 M_{Tz} 的垂直方向磁偶极子的叠加。由上述 \mathbf{G}^{HM} 得到发射线圈在接收线圈处产生的磁场的 x 分量和 z 分量为：

$$H_x = M_T (\mathbf{G}_{xx}^{\text{HM}} \sin\theta + \mathbf{G}_{xz}^{\text{HM}} \cos\theta) \quad (3-9)$$

$$H_z = M_T (\mathbf{G}_{zx}^{\text{HM}} \sin\theta + \mathbf{G}_{zz}^{\text{HM}} \cos\theta) \quad (3-10)$$

接收线圈处的磁场强度为：

$$H_R = H_x \sin(\theta + \xi_R) + H_z \cos(\theta + \xi_R). \quad (3-11)$$

设发射源随时间的变化关系为 $\exp(i\omega t)$ ，并设接收线圈在任意第 l 层内，由此可得到接收线圈的感应电动势为：

$$V = -i\omega\mu_l S H \quad (3-12)$$

其中 S 为接收线圈的面积， H 为线圈轴向的磁场分量。从上式 i 因子可以看出 V 相对于 H 相位滞后 90° 。其中磁场分量 H 为复数，它可以表示为实部 $\Re H$ 和虚部 $\Im H$ 和的形式，即：

$$H = \Re H + i\Im H \quad (3-13)$$

将(3-13)式代入(3-12)式，得到

$$V = \omega\mu_l S \Im H - i\omega\mu_l S \Re H \quad (3-14)$$

传统的感应测井仪器测量和利用的是接收信号中与发射电流同相的部分，即所谓实部信号分量，抑制接收信号中与发射电流相差 90° 的相位信号，即所谓虚部信号分量。1962年，Mroan 和 Kunz 在感应测井的经典论文中指出，虚部信号中除了含有直藕信号即真正的无用信号外，还含有反应地层电导率信息的部分。80年代发展起来的相量感应测井仪、数字感应测井仪和高分辨率感应测井仪，除了测量实部信号外，还测量虚部信号，利用虚部信号进行环境校正和趋肤效应校正，比传统仪器具有更高的纵向力和更深的探测深度。多分量感应测井仪器也是如此。

视电导率 σ_a 定义为有用信号和仪器常数之比，即：

$$\sigma_a = \frac{V_R}{K} \quad (3-15)$$

V_R 为有用信号，在接收线圈中除有用信号外，还有发射线圈与接收线圈间的直接耦合信号，该信号与地层电导率无关，称为无用信号。 K 为仪器常数。这里 V_R 我们取 V 的实部，即：

$$V_R = \omega\mu_1 S^2 \Im H \tag{3-16}$$

由式(3-15)和(3-16)得到：

$$\sigma_a = \frac{\omega\mu_1 S^2 \Im H}{K} \tag{3-17}$$

由此可通过磁场强度 H 来求得多分量感应测井中视电导率的值。

下面采用磁流源并矢 Green 函数的递推矩阵方法对多分量感应测井仪器在层状各向异性倾斜地层中的响应进行数值模拟。

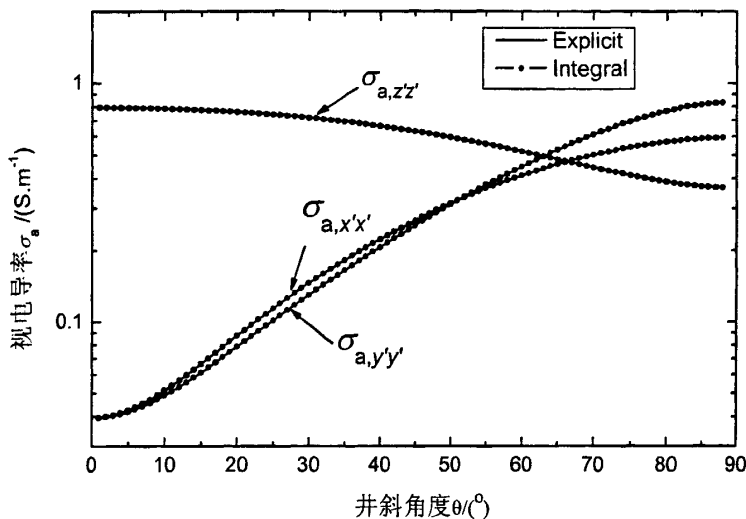


图 3-3 模型 1 两种算法结果的对比

Fig3-3 Comparison of results obtained from different methods for model 1

模型 1 为均匀各向异性地层模型，地层电导率为： $\sigma_{tb} = 1S \cdot m^{-1}$ ， $\sigma_{vb} = 0.2S \cdot m^{-1}$ ，该模型的多分量感应测井响应存在解析解。取发射频率为 25kHz、线圈距 $L = 1m$ ，发射线圈位于坐标原点处。在采用层状各向异性介质磁流源并矢 Green 函数的递推矩阵方法进行数值模拟时将其视为三层地层模型，层界面位置为 $z_0 = 0.2m$ 、 $z_1 = 0.7m$ 。随着井眼相对倾角的增加，接收线圈将分别位于第 2 层、第 1 层和第 0 层。由于在不同的地层中 Sommerfeld 积分的待定系数不同，采用该模型可对本文递推矩阵方法的正确性进行验证。图 3-3 为当井眼相对倾角 θ 从 0° 增加到 90° 时两种方法得到的视电导率的三个主分量 $\sigma_{a,xx'}$ 、 $\sigma_{a,yy'}$ 和 $\sigma_{a,zz'}$ ，两种方法的结果完全一致。由图 3-3， $\sigma_{a,zz'}$ 随着 θ 的增加而

减小，这主要是由于垂向电导率所占的比重逐渐增加导致的， $\sigma_{a,xx'}$ 和 $\sigma_{a,y'y'}$ 均随着 θ 的增加而增大，这主要是由于水平电导率所占的比重逐渐增加导致的。但 $\sigma_{a,xx'}$ 和 $\sigma_{a,y'y'}$ 随着 θ 增加的速度不同， θ 较小时 $\sigma_{a,xx'} > \sigma_{a,y'y'}$ ， θ 较大时 $\sigma_{a,xx'} < \sigma_{a,y'y'}$ 。

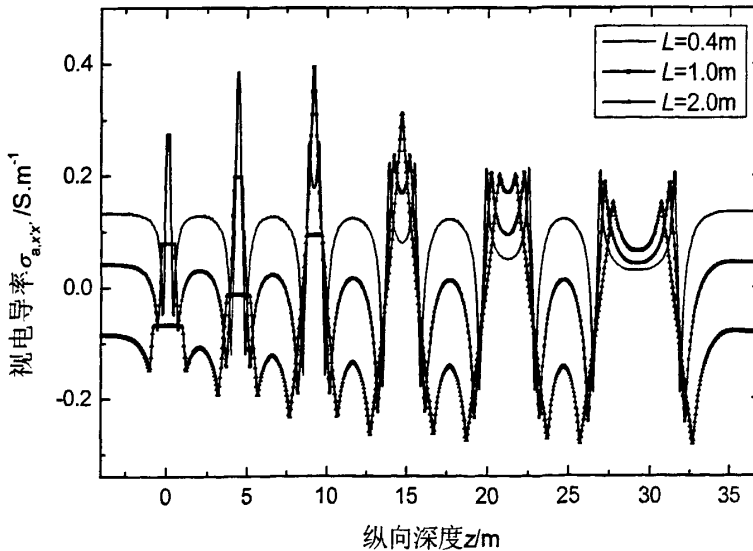
3.3 多分量感应测井仪器垂向分辨特性

模型 2 为一个十三层的各向异性地层模型，该模型由 $\sigma_h = 1S \cdot m^{-1}$ 、 $\sigma_v = 0.2S \cdot m^{-1}$ 的低阻围岩层和 $\sigma_h = 0.1S \cdot m^{-1}$ 、 $\sigma_v = 0.02S \cdot m^{-1}$ 的高阻目的层交互而成，围岩层厚度为 4m，目的层厚度从 0.2m 逐渐增加到 5m，模型参数详见表 1。

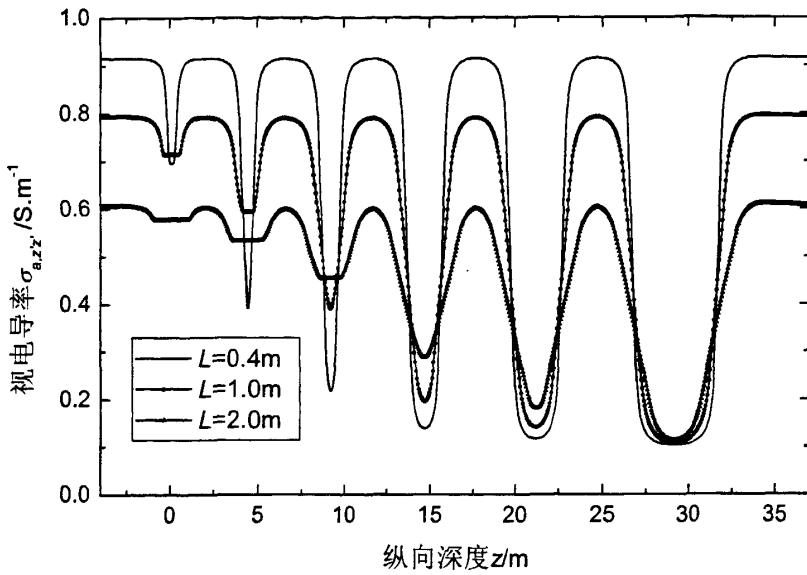
表 3-1 模型 2 地层参数

Table3-1 Formation parameters of model 2

地层序号	$\sigma_h / S \cdot m^{-1}$	$\sigma_v / S \cdot m^{-1}$	层厚/m
0	1.0	0.2	/
1	0.1	0.02	0.2
2	1.0	0.2	4.0
3	0.1	0.02	0.5
4	1.0	0.2	4.0
5	0.1	0.02	1.0
6	1.0	0.2	4.0
7	0.1	0.02	2.0
8	1.0	0.2	4.0
9	0.1	0.02	3.0
10	1.0	0.2	4.0
11	0.1	0.02	5.0
12	1.0	0.2	/



(a) $\sigma_{a,xx'}$



(b) $\sigma_{a,z'z'}$

图 3-4 模型 2 数值模拟结果

Fig3-4 Numerical modeling results for model 2

图 3-4 为井眼相对倾角 $\theta = 0^\circ$ 、频率 $f = 25\text{kHz}$ 时多分量感应测井仪器响应的两个主分量 $\sigma_{a,xx'}$ 、 $\sigma_{a,z'z'}$ 在三种线圈距情况下的数值模拟结果。由图 3-4 可以看出，共面视电导率 $\sigma_{a,xx'}$ 和共轴视电导率 $\sigma_{a,z'z'}$ 均对地层的界面非常敏感，因此利用多分量感应测井曲线可以直观地显示出地层界面。由图 3-4，多分量感应测井仪器的垂向分辨率直接取决于线圈距。就文中给定的三种线圈距而言，当 $L = 0.4\text{m}$ 时，仪器具有最好的垂向分辨能力，能分辨出厚度为 0.2m 的薄层。随着线圈距的增加，仪器的垂向分辨能力逐渐降低。在小于分辨厚度的目的层附近， $\sigma_{a,xx'}$ 和 $\sigma_{a,z'z'}$ 的响应曲线均出现了水平直线而非尖峰。另由图 3-4， $\sigma_{a,z'z'}$ 的变化趋势与地层实际电导率的变化趋势相同，利用 $\sigma_{a,z'z'}$ 曲线可以判断仪器所在的地层为高阻层还是低阻层。而在地层交界面处 $\sigma_{a,xx'}$ 的变化是一种突变，曲线出现“犄角”且有时出现负值，并不能反映地层电导率的真实情况，利用 $\sigma_{a,xx'}$ 曲线无法判断仪器所在的地层为高阻层还是低阻层。由于 $\theta = 0^\circ$ 时与 $\sigma_{a,xx'}$ 对应的发射线圈产生的感应电流在垂直于层界面的平面内流动，在层界面上引起电荷的积聚，从而导致 $\sigma_{a,xx'}$ 的突变和“犄角”的出现。而 $\theta = 0^\circ$ 时与 $\sigma_{a,z'z'}$ 对应的发射线圈产生的感应电流在平行于层界面的平面内流动，在层界面上不会积聚电荷，故 $\sigma_{a,z'z'}$ 响应曲线没有“犄角”

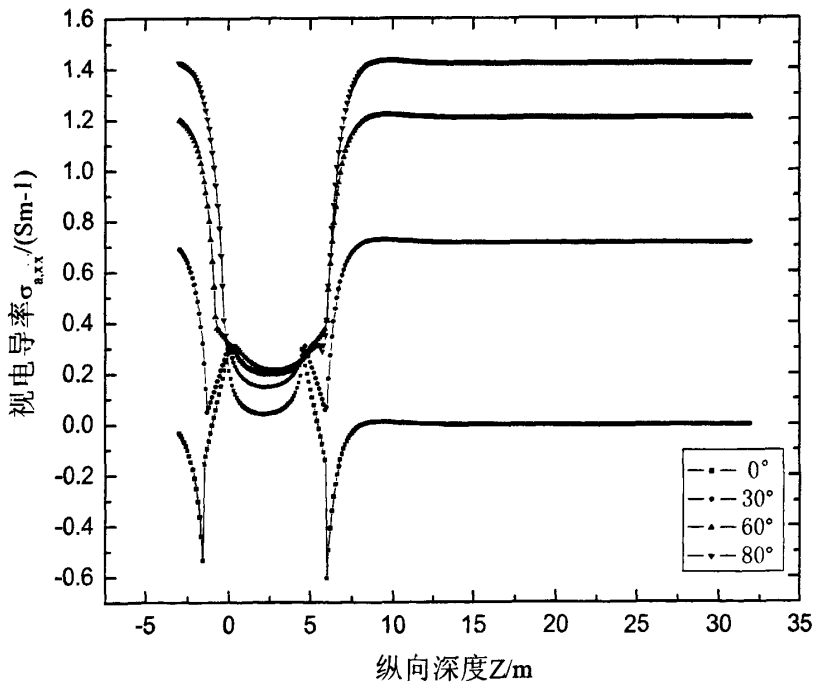
出现。

3.4 多分量感应测井响应特性分析

在水平井和大斜度井环境中，影响多分量感应测井响应的主要因素有井眼、侵入带、围岩、仪器偏心 and 井斜等，其中井眼、侵入带和仪器偏心的影响基本上可按传统直井环境下的相应方法进行校正，井斜影响是本文的重点研究对象。为此，在设计物理模型时，忽略井眼和侵入带，相应的地层模型为：任意多层层状水平地层，井轴与地层法向夹角 θ 的变化范围为 $0^\circ - 80^\circ$ ，由于假定地层为水平，这时 θ 就是井斜角。

3.4.1 倾角和围岩的影响

模型 3 为各向同性三层地层模型(每层的水平分量电导率和垂直分量电导率相等)，各层电导率为 $\sigma_0 = 1\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ 、 $\sigma_1 = 0.1\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ 、 $\sigma_2 = 1\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ ，层界面位置坐标为 $z_0 = 0.0\text{m}$ 、 $z_1 = 3\text{m}$ 。 $f = 20\text{kHz}$ 该模型中间地层为高阻层，可视为含油层。井眼相对倾角 θ 取 0° 、 30° 、 60° 、 80° 四种情况。



(a)

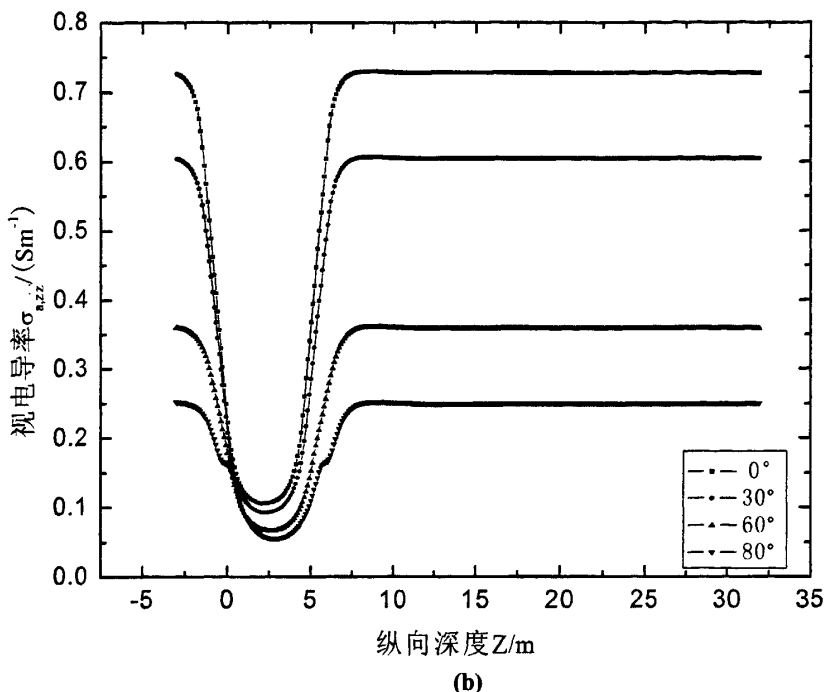


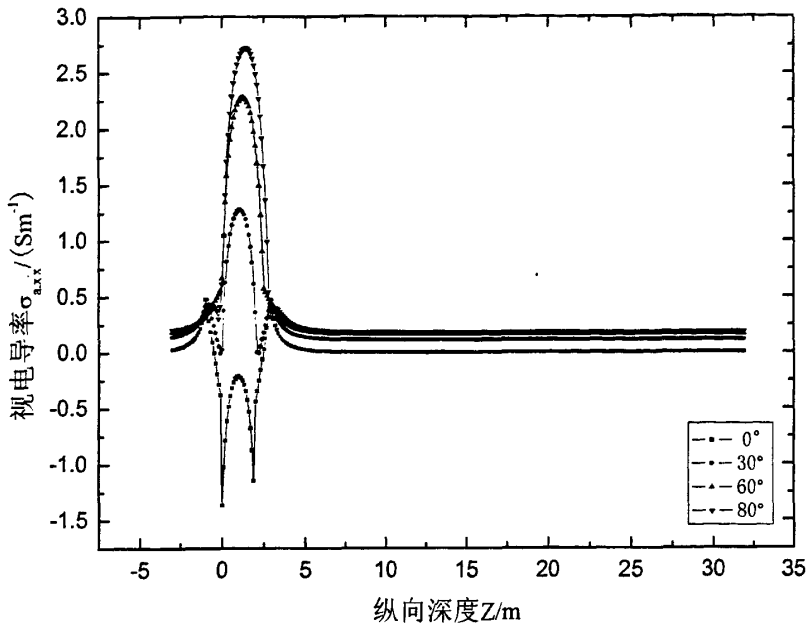
图 3-5 模型 3 数值模拟结果

Fig3-5 Numerical modeling results for model 3

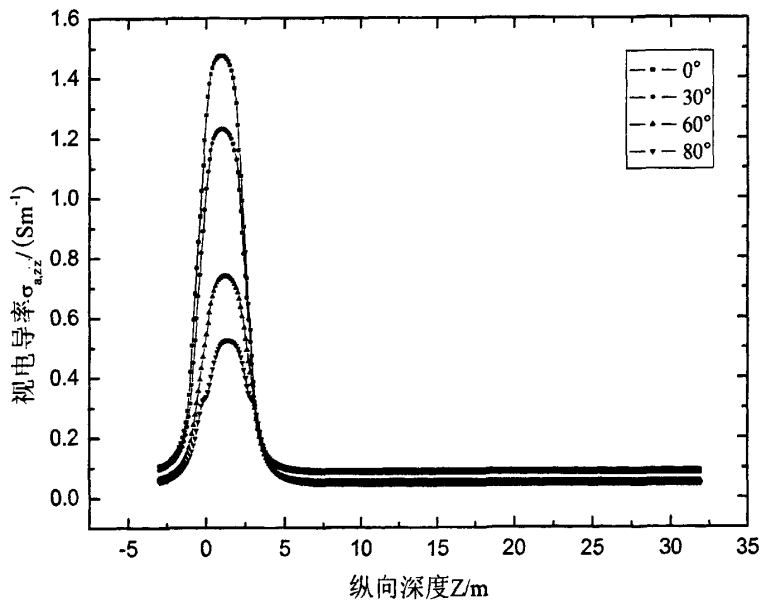
图 3-5 为单一高阻薄层上不同井眼倾斜情况下多分量感应测井仪器的正演模拟曲线，横轴为沿井轴的深度，纵轴为视电导率。其中(a)、(b)图分别为共面视电导率 $\sigma_{a,xx'}$ 、共轴视电导率 $\sigma_{a,zz'}$ 的测井响应。从图可以看出，随着地层倾角的增大，地层中部的电导率基本不变、不受影响。随着地层倾角的增加，其视电导率曲线明显变宽。 $\sigma_{a,xx'}$ 随地层倾角的增加而增加且负响应显著变少。 $\sigma_{a,zz'}$ 地层倾角的增加反而减小。对于真厚度相同的层，随着井斜角的增大，多分量感应测井的围岩影响增大。

模型 4 为各向同性三层地层模型(每层的水平分量电导率和垂直分量电导率相等)，各层电导率为 $\sigma_0 = 0.1\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ 、 $\sigma_1 = 2\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ 、 $\sigma_2 = 0.1\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ ，层界面位置坐标为 $z_0 = 0.0\text{m}$ 、 $z_1 = 3\text{m}$ 。 $f = 20\text{kHz}$ 该模型中间地层为低阻层。井眼相对倾角 θ 取 0° 、 30° 、 60° 、 80° 四种情况。

图 3-6 给出了低阻薄层上不同井眼倾角情况下的多分量感应测井响应曲线，其中(a)、(b)图分别为共面视电导率 $\sigma_{a,xx'}$ 、共轴视电导率 $\sigma_{a,zz'}$ 的测井响应。由图 3-6 同样可以看出井眼倾角变化对仪器响应的影响。此外，对比 3-5 和 3-6 图可以看出低阻薄层上的多分量感应测井响应受倾角的影响比高阻层更大。



(a)



(b)

图 3-6 模型 4 数值模拟结果

Fig3-6 Numerical modeling results for model 4

模型 5 为一个七层地层模型, 该模型由 $\sigma_h = 1\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ 、 $\sigma_v = 0.1\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ 的各向异性围岩层和具有不同电导率的各向同性目的层交互而成, 模型参数详见表 3-2。图 3-7、图 3-8 和图 3-9 分别为频率 $f = 50\text{kHz}$ 时三种线圈距情况下多分量感应测井响应的三个主分量

$\sigma_{a,x'x'}$ 、 $\sigma_{a,y'y'}$ 和 $\sigma_{a,z'z'}$ 在不同井眼相对倾角时的数值模拟结果。

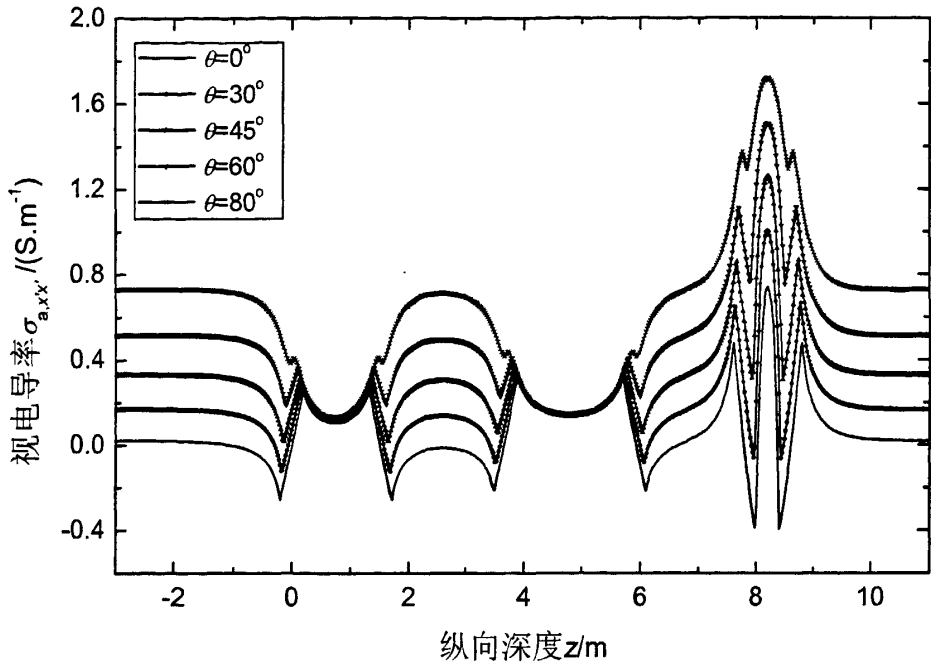
表 3-2 模型 5 地层参数

Table 3-2 Formation parameters of model 5

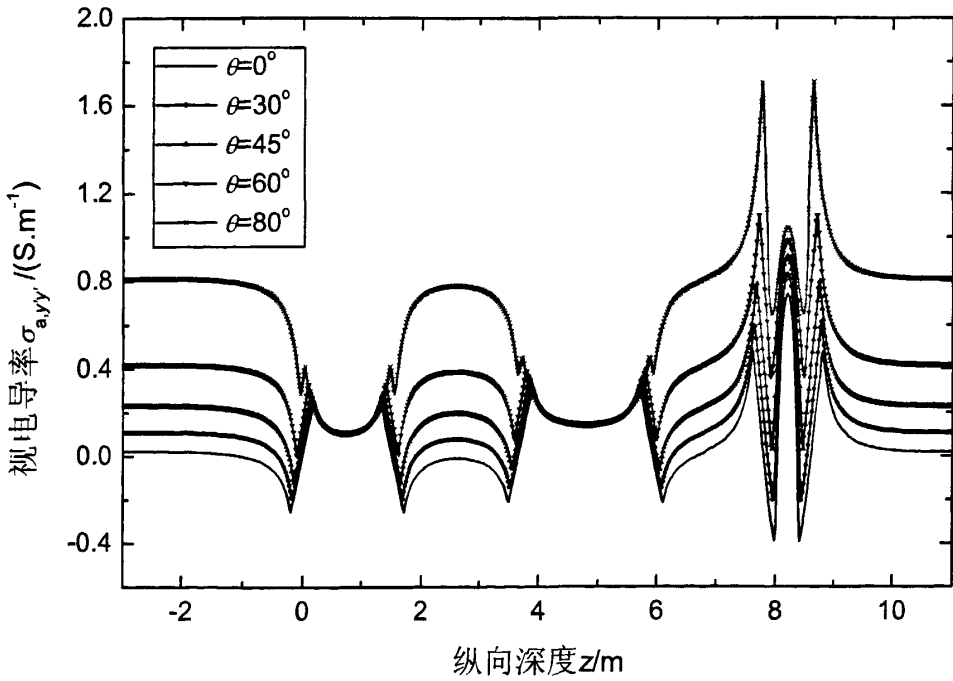
地层序号	$\sigma_h / S \cdot m^{-1}$	$\sigma_v / S \cdot m^{-1}$	层厚/m
0	1.0	0.1	/
1	0.01	0.01	1.5
2	1.0	0.1	2.2
3	0.1	0.1	2.2
4	1.0	0.1	1.9
5	3.0	3.0	0.8
6	1.0	0.1	/

由图 3-7 和图 3-9, 井眼相对倾角的变化对各向异性地层中多分量感应测井响应的三个主分量均产生明显影响。无论仪器线圈距是大是小, $\sigma_{a,x'x'}$ 和 $\sigma_{a,y'y'}$ 均随 θ 的增加而增加且负响应显著变少, 但当 θ 较大时 $\sigma_{a,y'y'}$ 较 $\sigma_{a,x'x'}$ 增加更快, $\sigma_{a,z'z'}$ 随 θ 的增加而减小, 该现象与针对模型 1 的结论完全一致。无论井眼相对倾角是大是小, 随着线圈距的增加, 围岩各向异性对目的层中测井响应的影晌逐渐增大, 仪器的垂向分辨率逐渐降低。围岩各向异性对高电导率目的层中测井响应的影晌大于对高电阻率目的层中测井响应的影晌。

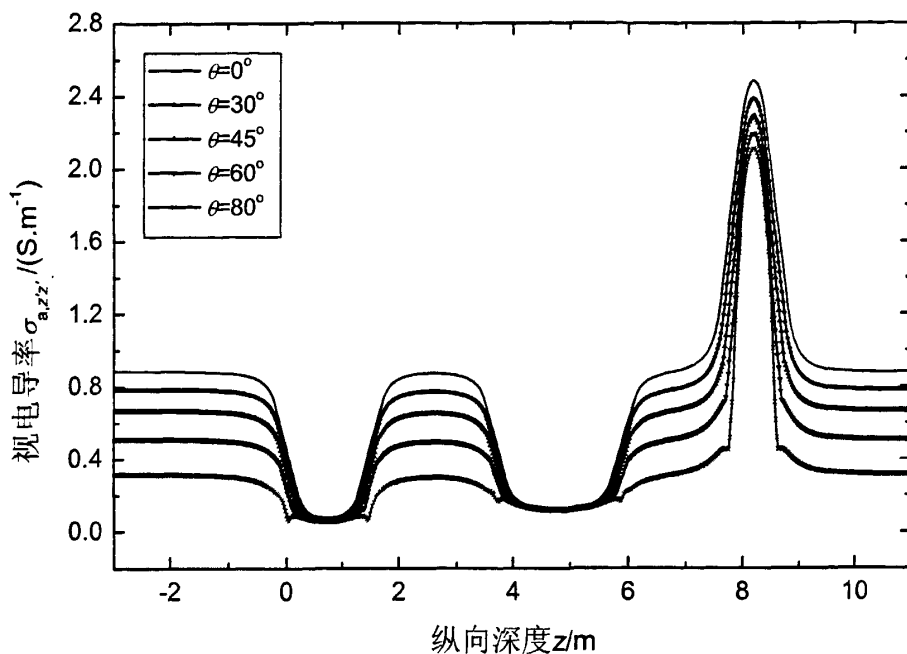
由图 3-7 和图 3-9, 在仪器线圈距不是很大时, 围岩各向异性对高电阻率目的层的影响可忽略不计, 但对高电导率目的层中测井响应的影晌非常明显, 尤其是对 $\sigma_{a,x'x'}$ 和 $\sigma_{a,y'y'}$ 产生了复杂的影响。层界面处 $\sigma_{a,z'z'}$ 响应曲线的“犄角”随 θ 的增加而逐渐明显, 这是由于随着 θ 的增加, 与 $\sigma_{a,z'z'}$ 对应的发射线圈产生的感应电流逐渐趋向于在垂直于层界面的平面上流动, 从而导致在层界面上积聚越来越多的电荷。层界面处 $\sigma_{a,x'x'}$ 响应曲线的“犄角”随 θ 的增加而逐渐减弱, 这是由于随着 θ 的增加, 与 $\sigma_{a,x'x'}$ 对应的发射线圈产生的感应电流逐渐趋向于在平行于层界面的平面上流动, 从而导致在层界面上积聚的电荷量越来越少。而 $\sigma_{a,y'y'}$ 响应曲线的“犄角”在 θ 为任意值时均存在, 这是由于无论 θ 为何值, 与 $\sigma_{a,y'y'}$ 对应的发射线圈产生的感应电流始终在垂直于层界面的平面上流动, 在层界面上始终有电荷积聚。



(a) $\sigma_{a,x'x'}$



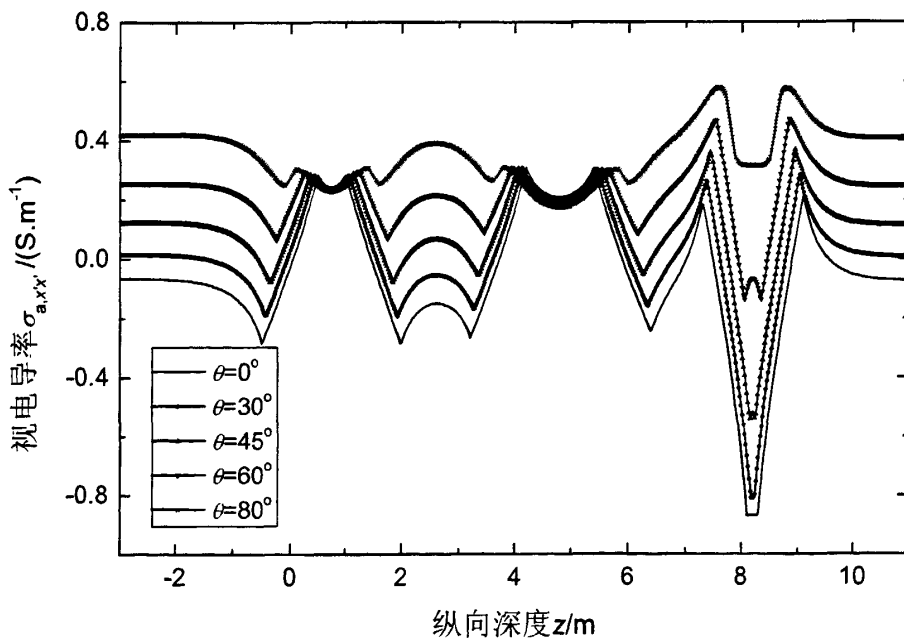
(b) $\sigma_{a,y'y'}$



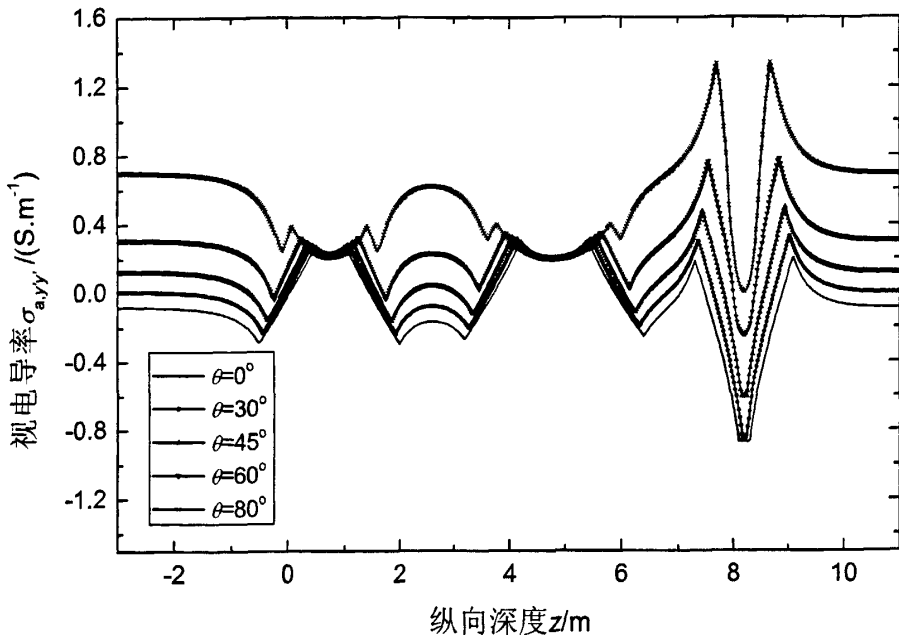
(c) $\sigma_{a,zz'}$

图 3-7 $L=0.4\text{m}$ 时模型 5 数值模拟结果

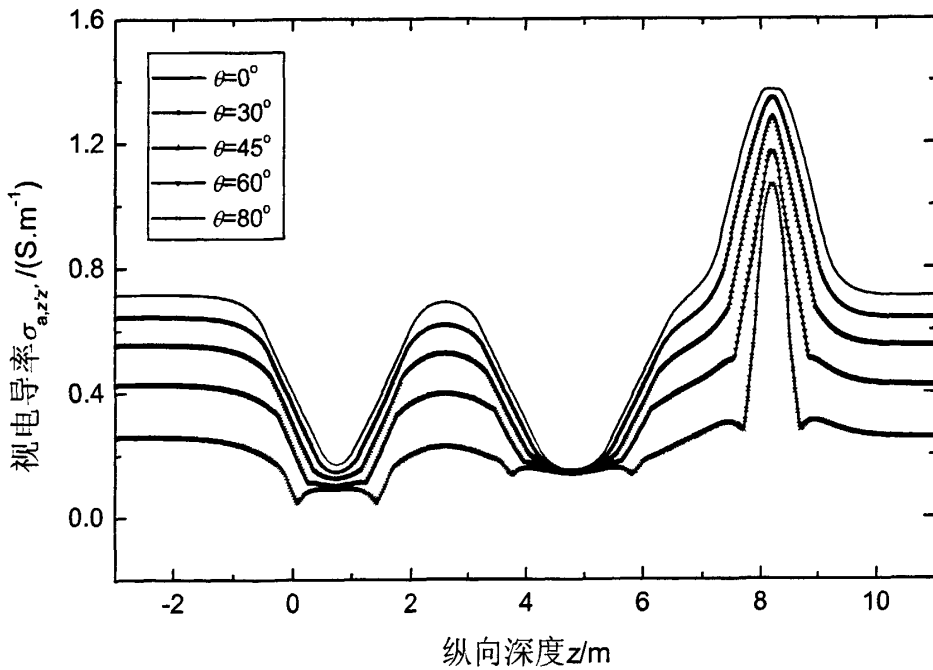
Fig3-7 Numerical modeling results for model 5 when $L=0.4\text{m}$



(a) $\sigma_{a,xx'}$



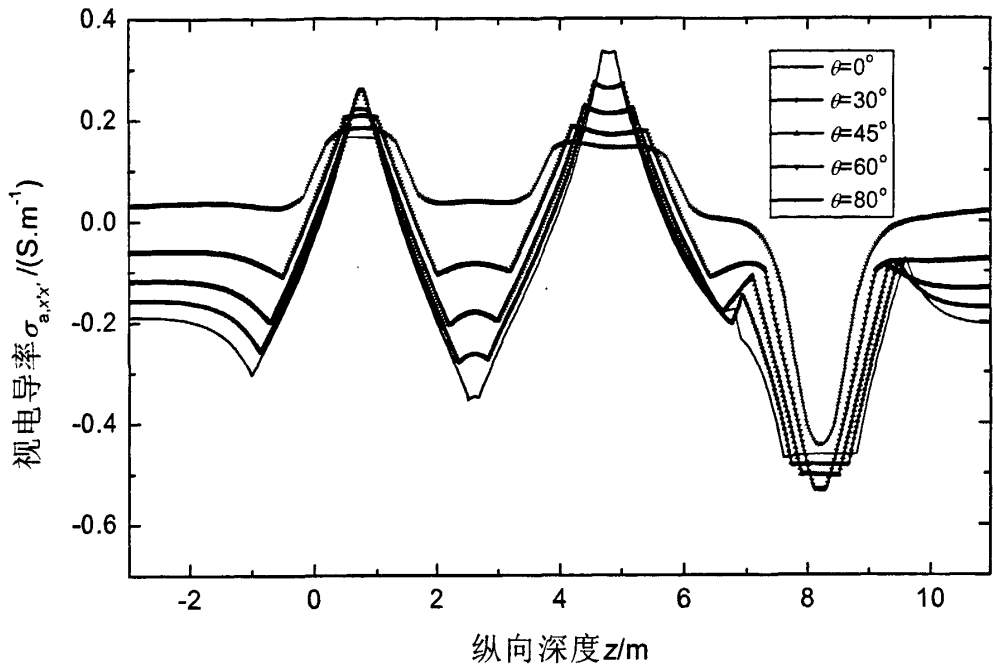
(b) $\sigma_{a,y'y'}$



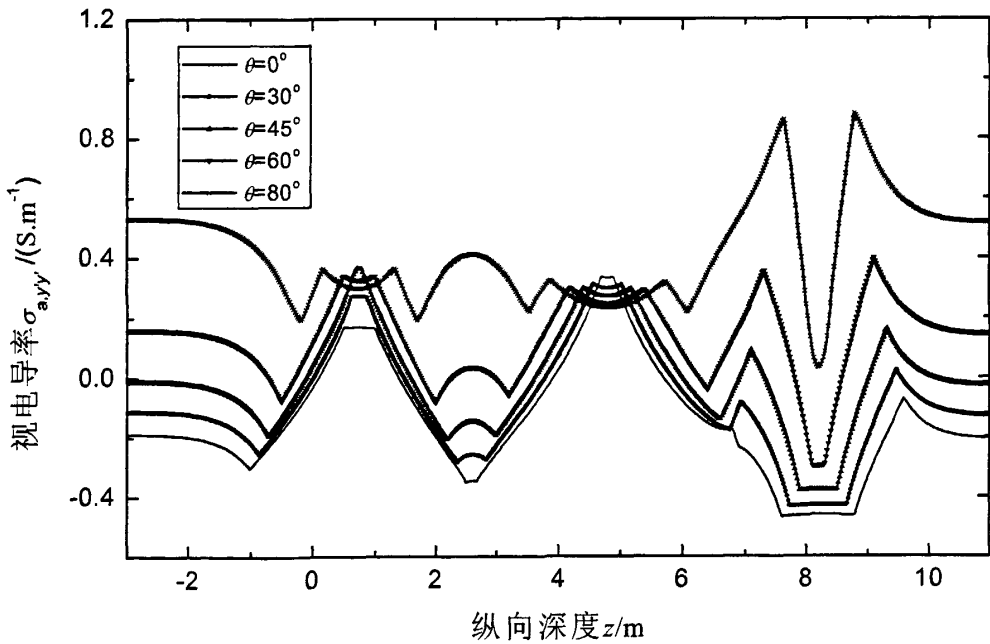
(c) $\sigma_{a,z'z'}$

图 3-8 $L=1.0m$ 时模型 5 数值模拟结果

Fig3-8 Numerical modeling results for model 5 when $L=1.0m$



(a) $\sigma_{a,xx'}$



(b) $\sigma_{a,yy'}$

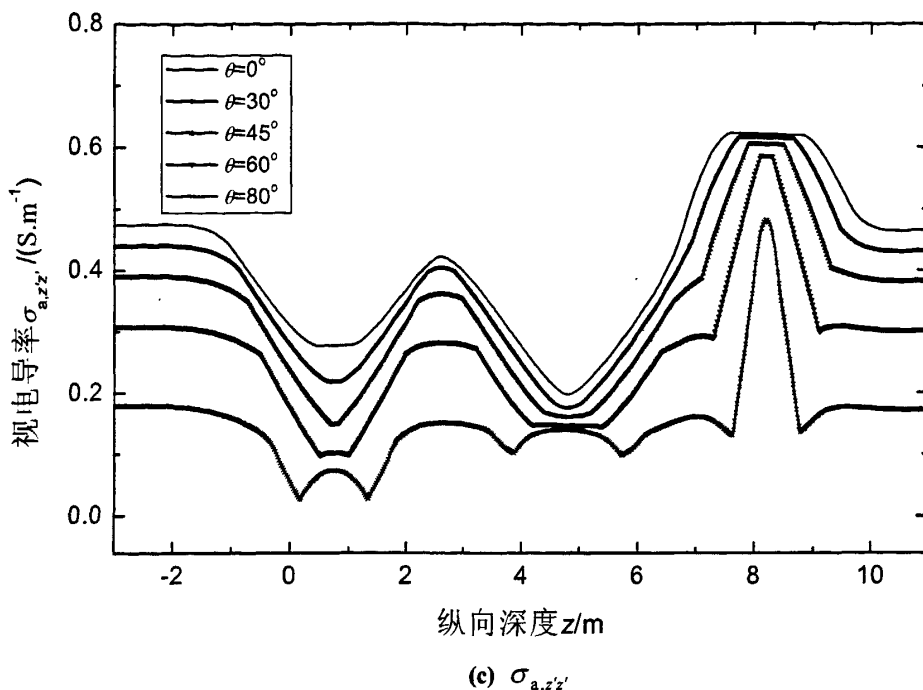


图 3-9 L=2.0m 时模型 5 数值模拟结果

Fig3-9 Numerical modeling results for model 5 when L=2.0m

3.4.2 源距与层厚变化的影响

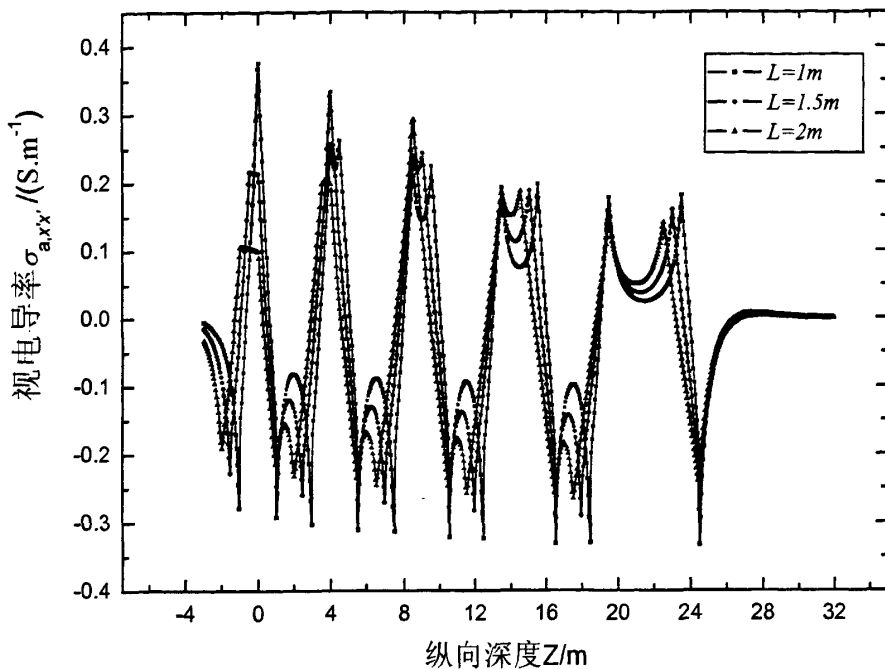
通过对比源距 L 分别为 1、1.5 和 2m 的多分量感应不同层厚地层模型上的测井响应，考察源距与层厚变化对测井响应的影响。

模型 6 是一个由纵横向电阻率分别是 1, 3 Ωm 的低阻层与纵横向电阻率分别是 6, 40 Ωm 的高阻层组成的交互层，地层厚度和参数见表 3-3。

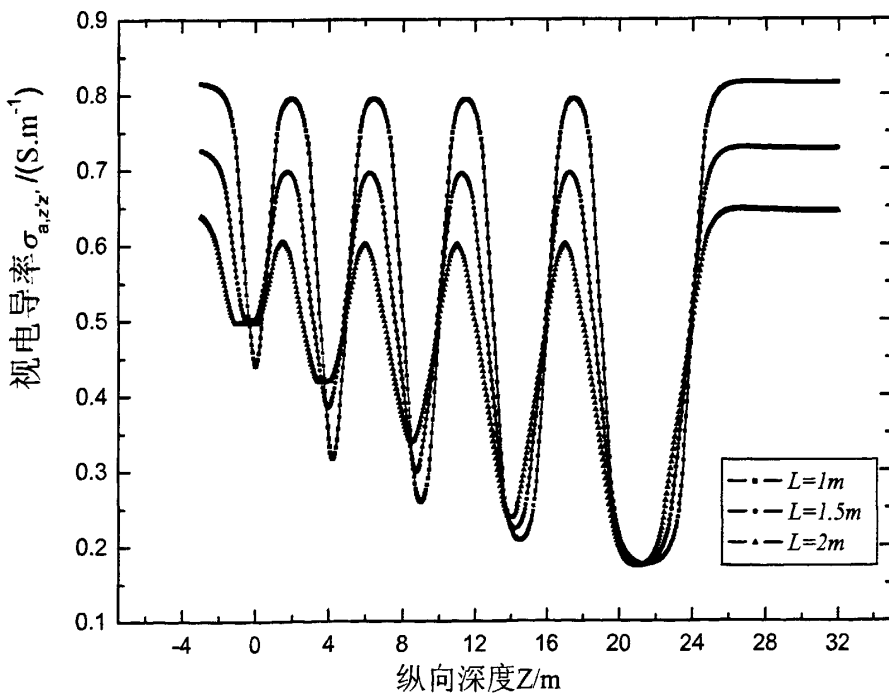
表 3-3 模型 6 地层参数

Table3-3 Formation parameters of model 6

层厚(m)	$R_H / \Omega\text{m}$	$R_V / \Omega\text{m}$
	1	3
1	6	40
3	1	3
1.5	6	40
3	1	3
2	6	40
3	1	3
3	6	40
3	1	3
5	6	40
	1	3



(a) $\sigma_{a,xx'}$



(b) $\sigma_{a,zz'}$

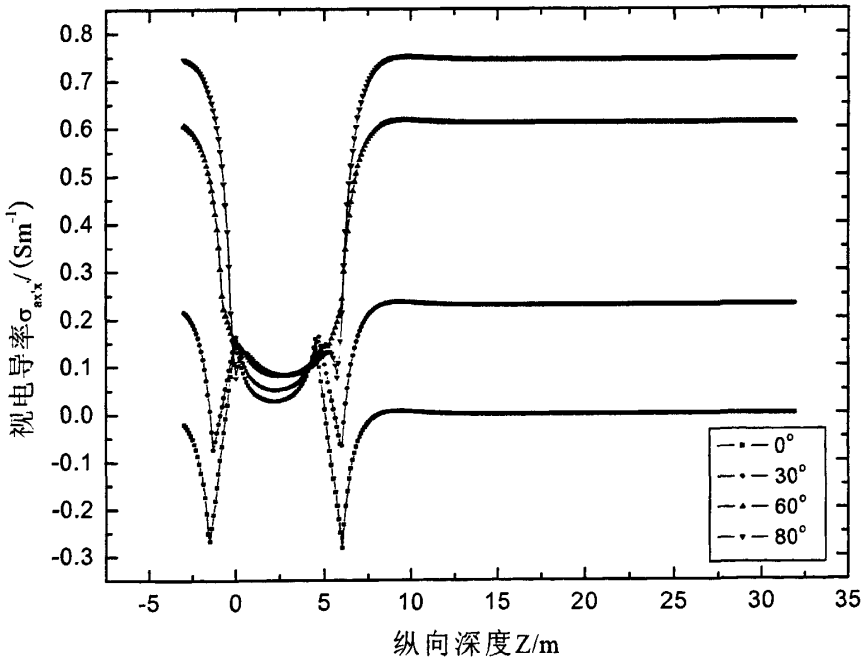
图 3-10 $f=20KHZ$ 模型 6 数值模拟结果

Fig3-10 Numerical modeling results for model 6 when $f=20KHZ$

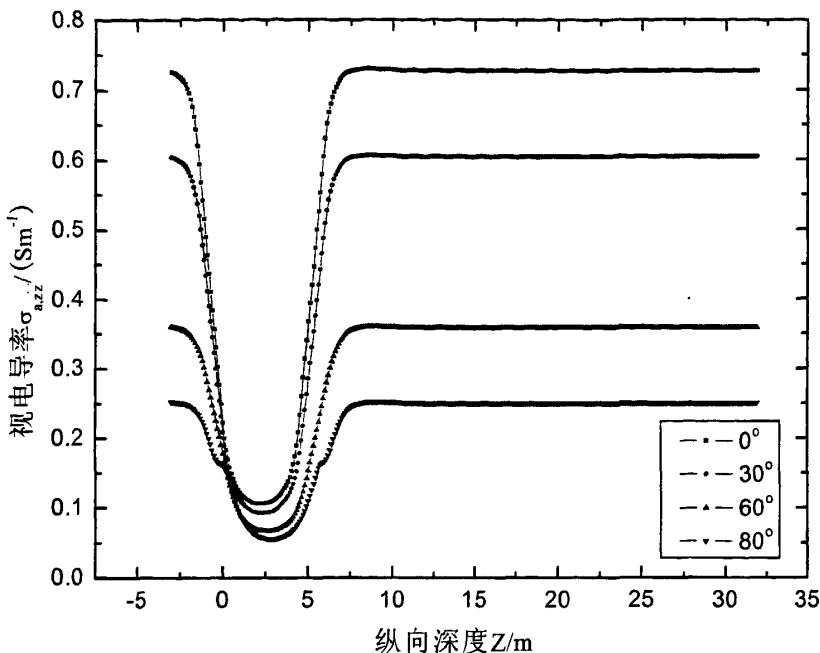
图 3-10 是地层倾角 $\theta=0^\circ$ 、工作频率 $f=20\text{kHz}$ 的情况下多分量感应测井的两个主分量 $\sigma_{a,x'x'}$ 和 $\sigma_{a,z'z'}$ 在三个不同源距情况下的正演结果。采样间距为 0.1m 。由图 3-10 可以看出，共面线圈系响应 $\sigma_{a,x'x'}$ 比共轴线圈系响应 $\sigma_{a,z'z'}$ 要复杂的多，在低阻层中，共面线圈系出现了大量负响应，且从 $\sigma_{a,x'x'}$ 曲线难以了解底层电导率的真实变化，但 $\sigma_{a,z'z'}$ 能够有效地反映地层电导率在纵向上的变化。产生这种现象的主要原因是边界上的积累面电荷使得 $\sigma_{a,x'x'}$ 变化形态与地层电导率之间存在着负相关，即在某些高导电率层上 $\sigma_{a,x'x'}$ 可能变小，而在低导电率层上 $\sigma_{a,x'x'}$ 可能变大，这种情况在厚度较小的地层上反映的更为突出，所有这些特征大大增加了资料处理和解释难度。与共轴线圈系响应相同的是，曲线的纵向分辨率均随着源距增大而逐渐降低。

3.4.3 各向异性系数变化的影响

模型 7 为各向异性三层地层模型，各层电导率分别为 $\sigma_{h0}=1\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ 、 $\sigma_{v0}=0.25\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ ； $\sigma_{h1}=0.1\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ 、 $\sigma_{v1}=0.01\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ ； $\sigma_{h2}=1\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ ， $\sigma_{v2}=0.25\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ 。层界面位置坐标为 $z_0=0.0\text{m}$ 、 $z_1=3\text{m}$ 。 $f=20\text{kHz}$ 。井眼相对倾角 θ 取 0° 、 30° 、 60° 、 80° 四种情况。



(a) $\sigma_{a,x'x'}$



(b) $\sigma_{a,zz'}$

图 3-11 模型 7 数值模拟结果

Fig3-11 Numerical modeling results for model 7

图 3-11 为井斜角不同时多分量感应的正演模拟曲线，横轴为沿井轴深度，纵轴为视电导率。其中(a)、(b)图分别为共面视电导率 $\sigma_{a,xx'}$ ，共轴视电导率 $\sigma_{a,zz'}$ 的测井响应。从图可以看出随着地层倾角的增加，地层的视厚度增大。当 θ 小于等于 30° 时，地层各向异性对多分量感应测井响应测量结果的影响甚微。

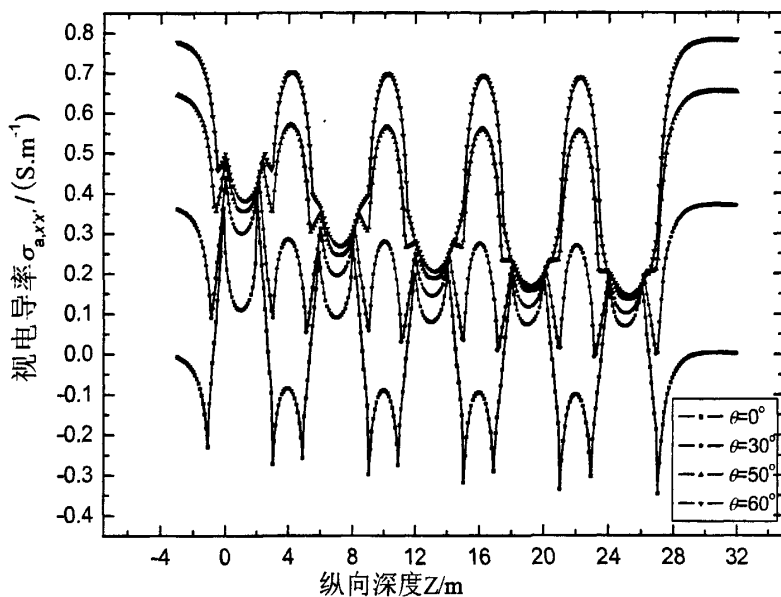
表 3-4 模型 8 地层参数

Table3-4 Formation parameters of model 8

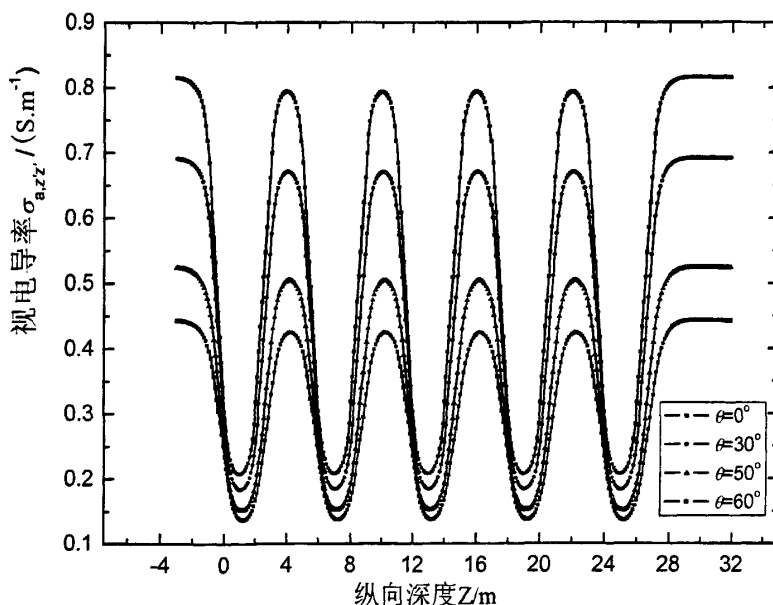
层厚(m)	$R_H / \Omega m$	$R_V / \Omega m$
	1	3
3	6	6
3	1	3
3	6	12
3	1	3
3	6	24
3	1	3
3	6	48
3	1	3
3	6	96
	1	3

模型 8 为了考察倾角 θ 与地层各向异性系数变化对测井响应的影响，给出层厚均

为 3m 的地层模型上的正演结果，模型 7 中的低阻层纵横向电阻率以及高层水平电阻率，与图 3-10 模型相同，但高层纵向电阻率与横向电阻率比值依次由 1 增加到 16，表 4 是所选用的参数。



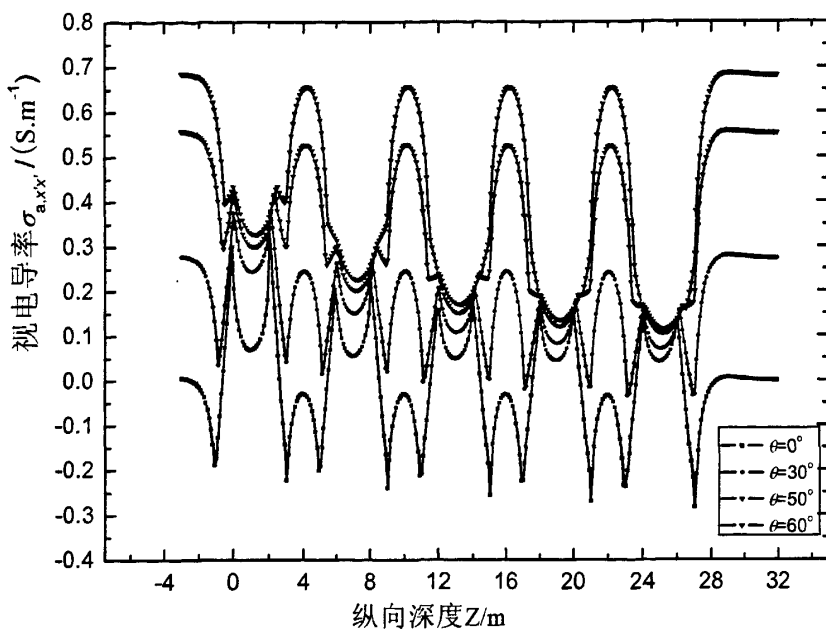
(a) $\sigma_{a,x'x'}$



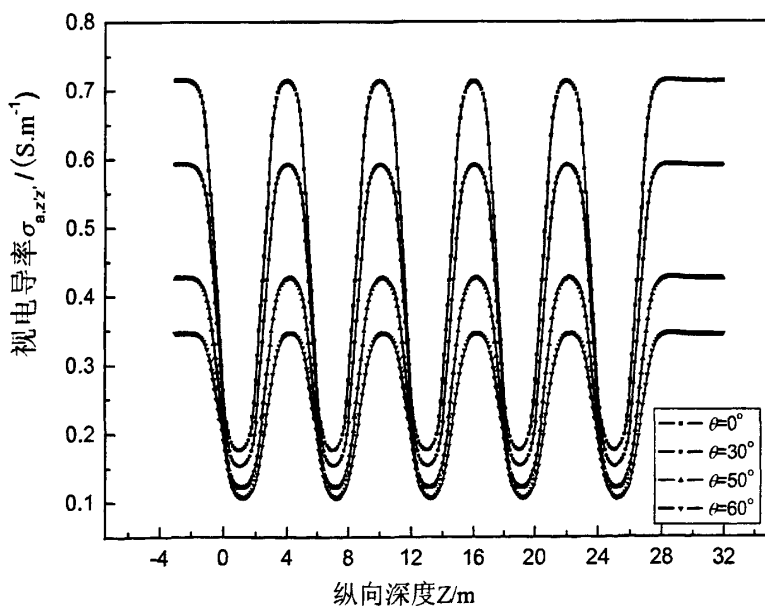
(b) $\sigma_{a,z'z'}$

图 3-12 $f=20\text{KHz}$ 模型 8 数值模拟结果

Fig3-12 Numerical modeling results for model 8 when $f=20\text{KHz}$



(a) $\sigma_{a,xx'}$



(b) $\sigma_{a,zz'}$

图 3-13 $f=50\text{kHz}$ 模型 8 数值模拟结果

Fig3-13 Numerical modeling results for model 8 when $f=50\text{kHz}$

图 3-12 是 $f = 20\text{kHz}$ 、 $L = 1.5\text{m}$ 以及倾角 θ 分别是 0° 、 30° 、 50° 和 60° 时三个主分量的正演结果。首先，可以看出倾角 θ 变化对两个视电导率值影响均很大，随着井眼倾角的不断增大，共面线圈系响应 $\sigma_{a,xx'}$ 将逐渐增大且负响应明显变少，但共轴线圈

系响应 $\sigma_{a.z'z'}$ 值却逐渐减小, 该结果说明, 当倾角增加时水平电导率对共面先全系的影响增大但对共面线圈系响应的影响变小; 同时还可以看到, 井眼倾角变化对低电阻层上的视电导率影响明显大于高电阻层上的视电导率。此外, 在各向异性系数大的地层上, 共轴线圈系响应对井眼倾角变化的敏感程度也比各向异性系数小的地层大。

图 3-13 是发射源频率增加到 $f = 50\text{kHz}$ 时的测井响应, 不难看出频率增加将导致整个视电导率下降且纵向分辨率也有所增加, 这是由于趋肤效应增大引起的, 其他响应特征与图 3-12 基本相同。

数值计算结果显示, 共面线圈系响应 $\sigma_{a.x'x'}$ 与共轴线圈系 $\sigma_{a.z'z'}$ 具有完全不同的变化特征。在厚度较小的地层上共面线圈系响应难以反映地层电导率的真实变化情况, 并在低电阻层中往往出现大量的负响应。井眼倾角对视电导率的影响也非常明显, 随着倾角增加, 共面线圈系响应将逐渐向地层水平电导率靠近且负响应明显变少; 而 $\sigma_{a.z'z'}$ 曲线的变化特征正好相反, 倾角增加会引起视电导率逐渐向纵向电导率靠近。此外发射频率的提高将导致趋肤效应增强, 有助于提高测井响应的纵向分辨率, 且频率提高对 $\sigma_{a.z'z'}$ 影响比对 $\sigma_{a.x'x'}$ 影响更大。

3.5 本章小结

本章推导出多分量感应测井仪两个接收线圈处感应电动势及视电导率的计算公式。设计地层模型, 利用编写的程序模拟计算了各地层模型中多分量感应测井响应的规律。

利用并矢 Green 函数对层状各向异性倾斜地层中多分量感应测井响应的数值模拟表明: (1) 共面视电导率和共轴视电导率均对地层的边界面非常敏感, 利用多分量感应测井曲线可以直观地显示出地层界面。(2) 多分量感应测井仪器的垂向分辨率、围岩各向异性对目的层中测井响应的影响直接取决于线圈距, 围岩各向异性对高电导率目的层中测井响应的影响大于对高电阻率目的层中测井响应的影响。(3) 各向异性地层中 $\sigma_{a.z'z'}$ 随井眼相对倾角的增加而减小, 而 $\sigma_{a.x'x'}$ 和 $\sigma_{a.y'y'}$ 均随井眼相对倾角的增加而增加, 但二者增加的速度不同。(4) 层状各向异性地层中共轴视电导率的变化趋势与地层实际电导率的变化趋势一致, 而共面视电导率曲线变化规律复杂, 并不能反映地层电导率的真实情况。(5) 层界面处 $\sigma_{a.z'z'}$ 响应曲线的“犄角”随井眼相对倾角的增加而逐渐明显, $\sigma_{a.x'x'}$ 响应曲线的“犄角”随井眼相对倾角的增加而逐渐减弱, 而 $\sigma_{a.y'y'}$ 响应曲线的“犄角”则始终存在。

第四章 多分量感应测井响应的数据处理

砂泥岩交互层、裂缝型地层等是一种非常重要的油气储集层,然而,由于其独特的地层结构以及岩性电阻率间的巨大差异,使得该类储层在宏观特性上表现出非常强的各向异性^[64],如果能够同时测量出地层纵横向电阻率将不仅能够识别出地层的各向异性,也将更好地帮助识别并计算储层中的油气含量。

常规感应测井在垂直井中只能测量水平电阻率信息,在倾斜井或水平井中测量的是水平电阻率信息和垂向电阻率信息的组合。仅仅利用常规感应测井数据,无法实现水平电阻率和垂向电阻率的解耦,从而导致对油气饱和度的评价不准确。多分量感应测井技术能同时测量地层的水平电阻率和垂向电阻率并能实现水平电阻率、垂向电阻率和井眼相对倾角的解耦,使测量信息量大大增加,从而能实现对复杂地层尤其是倾斜井或水平井情况下各向异性地层的高精度对比评价。

4.1 多分量感应测井的不足

为满足各向异性地层评价和解释的需要,我们应用多分量感应测井技术,利用多分量感应测井仪的三个正交发射线圈分别产生交频电磁场以便在三个相互正交的接收线圈上同时测量九个磁场分量构成一个完整的磁场张量。从理论上说,利用这九个分量能够更好地提取出储层的纵横向电阻率、井眼相对倾角等参数,然而,在多分量感应测井仪器设计和资料处理过程中也遇到了很多新的困难,概括起来主要包括三个方面:

(1) 因为共面线圈系(T_x 、 T_y 产生的场)电磁场不再具有周对称性,需要三维数值模拟技术进行求解,不仅工作量大且在地层电导率反差很大时难以取得满意解,目前已经发表的有关三维正演模拟结果均是在较为简单的地层模型上取得的(层数少且电阻率反差小)^[65-68],严重阻碍了多分量感应响应特征的深入研究;

(2) 共面线圈系响应存在超强的非线性,对井眼泥浆电阻率、井径、地层电导率、各向异性系数以及层厚变化等都非常敏感,常规感应测井理论(如几何因子理论等)不再适用于共面线圈系;

(3) 目前还缺少一套非常有效的资料处理和反演方法。针对多分量感应测井所遇到的这些困难,最近几年,汪宏年等^[69-70]对多分量感应测井响应的正演模拟与反演算法等也展开了系统研究,在正演模拟方面,利用混合势理论研制出柱状各向异性地层中电磁场数值模拟方法,系统考察了柱状介质中多分量感应仪器的响应特征,发现线圈系长度不仅影响测井曲线形态而且还影响草纵横向电阻率的探测灵敏度,要想保证对纵向电

阻率有较好敏感度, 仪器长度范围应该限制在 1—2m 之内。此外分别利用传输线理论 (TLM) [71,72]和数值模式匹配技术 (NMM) [73,74]等研制出层状各向异性地层中多分量感应测井响应的数值模拟软件, 提出了层状各向异性介质中多分量感应测井资料的多参数快速迭代反演算法等, 均取得了较满意效果。数值模式匹配算法 (NMM) 在常规电测井正演模拟和资料反演等反演等方面发挥了非常重要的作用。

直觉上, 认识多分量感应测量包含的复杂信息是困难的, 但这些测量对各种岩石物理、环境和几何形态等方面影响的特征和灵敏度, 可以在反演算法中加以考虑。例如, 分量的测量对特定影响特征敏感, 由此可以用于数据适用性的反演方法。而且, 地层性质 (如层的方位) 的基本评价可以根据原始测量数据进行解释, 并用于迭代反演过程的起始模型 (初始猜测)。

4.2 各向异性地层的主要类型及电阻率分析

在大斜度井和水平井中, 受重力因素的影响, 仪器的测井状态通常是偏心的。偏心对各种测井仪器的测量均有不同程度的影响, 加上仪器在测量过程中经常转动, 这些不利因素加大了数据处理的难度, 也给测井解释造成了一定的困难。常规解释模型是将地层看作沿井轴对称的电性各向同性非均质模型, 在大斜度井中, 即便是很厚的地层, 其水平方向的电阻率和垂直方向的电阻率也不一定相等, 尤其是在交界面处、在砂泥岩薄互层、不同粒度大小的砂岩层、薄的电阻性或电导性条带等地层, 其水平方向的电阻率和垂直方向的电阻率有很大的差别, 这两种方向的电阻率同时影响着测量视地层电阻率。如果将这些地层当作各向同性地层来处理会给解释带来很大误差。

地层的电性各向异性是指地层电阻率的空间分布所表现出的各向异性。油气储层中的薄交互储层和裂缝性储层的电性各向异性是客观存在的。但常规电磁测井仪器不能准确地体现各向异性地层的电阻率特性, 因而由测井资料求出的含水饱和度也不能体现地层的真实情况, 在砂泥岩薄互储层中通常使求取的含水饱和度偏高。由于常规电磁测井仪对地层的纵向分辨率较低, 不能有效地测量薄互层和裂缝条带, 导致其测井响应主要体现的是地层水平电阻率特性。在砂泥岩各向异性地层中水平电阻率一般为低值, 表现为泥岩特性; 而其垂直电阻率则相对较高, 表现为砂岩特性。对这些低电阻率各向异性储层, 如果只测量地层水平电阻率而忽略垂直电阻率, 就会将砂岩层当作泥岩层而将储层漏掉。因此, 正确识别各向异性地层并进行各向异性校正能大大提高对储层的识别程度。

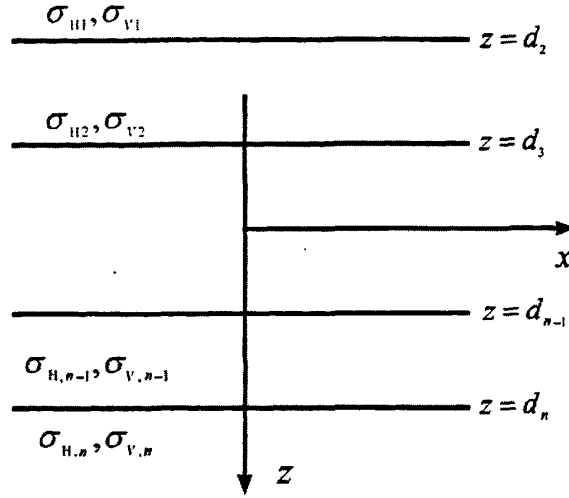


图4-1 各向异性地层模型

Fig4-1 Model of horizontally layered anisotropic formation

4.2.1 各向异性的主要表现形式

地层的各向异性主要体现在以下几个方面^[75]：

- (1) 泥岩和砂岩等不同介质交替出现的薄层，其纵向特性表现出的各向异性。
- (2) 同一介质中由于岩石颗粒度、孔隙度、渗透率不同而表现出的各向异性。
- (3) 岩层中薄的电阻性或电导性条带表现出的各向异性。

此外，柱状分层的地质结构，钻井、钻探作业等造成的泥浆侵入，以及倾斜地层等都会表现出各向异性特性。

4.2.2 层状各向异性地层电阻率特性

在砂泥岩薄互层模型中，当测井仪器不能分辨单一的砂岩层和泥岩层时，仪器测量的视电阻率是地层水平电阻率与垂直电阻率^[76-79]的某种组合值。如果砂岩、泥岩的电阻率及它们各自所占的比例已知，此时地层的水平电阻率 R_h 可表示为：

$$R_h = \left(\frac{V_{sd}}{R_{sd}} + \frac{V_{sh}}{R_{sh}} \right)^{-1} = \frac{R_{sd} \cdot R_{sh}}{V_{sd} \cdot R_{sh} + V_{sh} \cdot R_{sd}} \quad (4-1)$$

垂直电阻率 R_v 可表示为：

$$R_v = V_{sd} R_{sd} + V_{sh} R_{sh} \quad (4-2)$$

各向异性指数 λ 可表示为：

$$\lambda = \frac{R_v}{R_h} = V_{sd}^2 + \left(\frac{R_{sh}}{R_{sd}} + \frac{R_{sd}}{R_{sh}} \right) \cdot V_{sd} V_{sh} + V_{sh}^2 \quad (4-3)$$

其中： R_{sd} 为砂岩电阻率， R_{sh} 为泥岩电阻率。 V_{sd} 为砂岩在薄互层中所占比例。 V_{sh} 为泥岩在薄互层中所占比例，且有：

$$V_{sd} + V_{sh} = 1 \quad (4-4)$$

由上述公式，在砂泥岩薄互层中其水平视电阻率主要受低值的泥岩电阻率影响，从而表现为泥岩特性；而其垂直电阻率则相对较高，表现为砂岩特性。各向异性指数主要与砂泥岩电阻率差异及砂泥岩在薄互层中所占的比例有关。

在层状各向异性地层中垂直电阻率基本上是大于水平电阻率的。在常规评价条件下，各向异性地层是当作各向同性地层来处理的。即只注重于反映泥岩信息的水平电阻率，而忽略了反映砂岩信息的垂直电阻率。因此通过对各向异性地层进行垂直方向评价能大大改善储层的含油饱和度评价，同时也更符合实际情况，进一步由砂泥岩相对厚度、水平电阻率以及垂直电阻率可以得到砂岩电阻率和泥岩电阻率，这样就有可能将泥岩影响剔除掉。

Moran和Gianzero(1979)、Tabarovsky和Epov(1979)进行了地层各向异性对电测井曲线影响的理论分析。他们的结论是：在理论上，使用平行于层面的转矩水平磁偶极源能够测量地层各向异性。在近似低频，视电阻率 R_o 可表示为(Moran和Gianzero, 1979)：

$$R_o = \frac{\sqrt{R_h * R_v}}{\sqrt{\sin^2(\theta) + \frac{R_v}{R_h} * \cos^2(\theta)}} \quad (4-5)$$

相对倾角 θ 定义为仪器轴和规定岩层面间夹角。对于垂直井（ $\theta=0^\circ$ ），上述方程简写为 $R_o = R_h$ ；对于平行于地层面的水平井， $R_o = \sqrt{R_h * R_v}$ ，即 R_o 为水平和垂直电阻率的几何平均值。相对方位角 F 定义为Y地层和Y仪器间的夹角。

图4-2为各向异性介质中，多分量感应测井仪的视电导率为相对倾角的函数的综合响应曲线。地层各项异性 $\lambda = \sqrt{\frac{\sigma_h}{\sigma_v}} = 2$ ，即地层水平电导率 $\sigma_h = 1.0s/m$ ，垂直电导率 $\sigma_v = 0.25s/m$ ，发射线圈与主副接收线圈的距离分别为0.6米和1米，源频率为20KHz。由图可知 $\sigma_{a.xx'}$ 随倾角增大而增大。 $\sigma_{a.xz'}$ 随倾角增大而减小。当倾角大于 40° ，不同方位角在 $\sigma_{a.xz'}$ 分量中的影响是显著的。如果相对倾角不同，那么各向异性对 $\sigma_{a.xx'}$ 、 $\sigma_{a.xz'}$ 的影响是不同的。

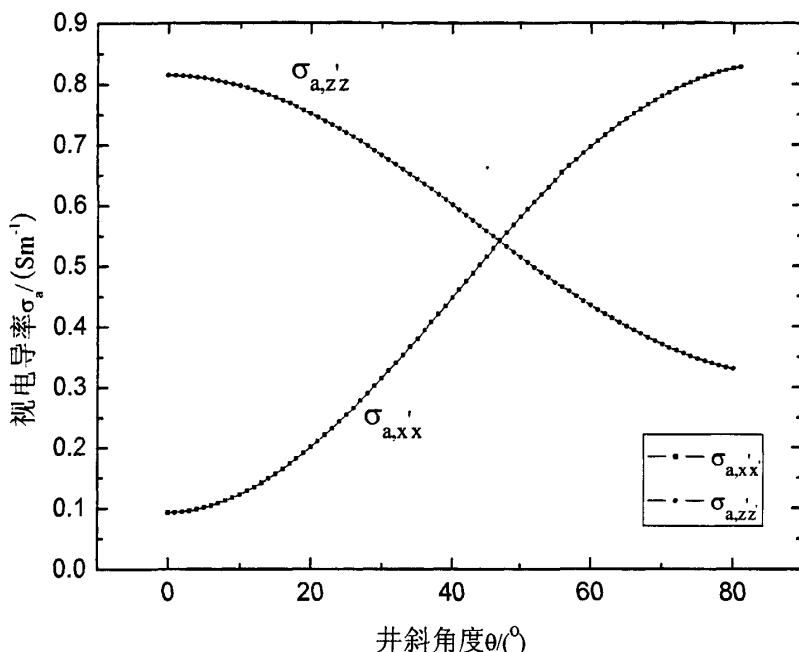


图4-2 视电导率变化曲线

Fig4-2 Change of apparent conductivity curves

测井测量的物理性质分为标量(即与方向不相关)特性和张量(即与方向相关)特性两个部分。标量特性(如孔隙度、饱和度、核子横截面等)只与岩石构成的组分(如骨架矿物、孔隙流体)所占的体积分数有关;而张量特性受岩石构成组分的空间分布的控制。特别是在“宏观各向异性”的情况下,各向异性来自于各个薄层的(微观)特性差异,以及因测井仪器的分辨率不够,不足以分辨各个薄层时所产生的集成效应。对于层状砂岩,可以用两个或多个明显的单组分相关的“微观”特性来描述,而“宏观”特性与测井仪器的响应和分辨率相关。

常规感应测井仪由于其传感器沿仪器轴排列,因而只能进行一维测量。只有当被评价的地层厚度至少达到仪器的垂直分辨率时,常规感应测井仪器才能取得令人满意的测量结果,而这个厚度一般是几英尺。新的多分量感应测井仪器其三个相互垂直的发射-接收线圈阵列处在相对于仪器轴的 x 、 y 、 z 平面上。这种特殊的硬件结构,加上专门设计的资料处理软件,为确定垂直电阻率和水平电阻率提供了必要的测量资料。图6所示为典型的电阻率各向异性的直方图。从图4-3中可以看出,对于大多数油藏,电阻率比值 $\lambda_r = R_v / R_h$ 小于1.5。而较高的电阻率各向异性一般小于2.2。

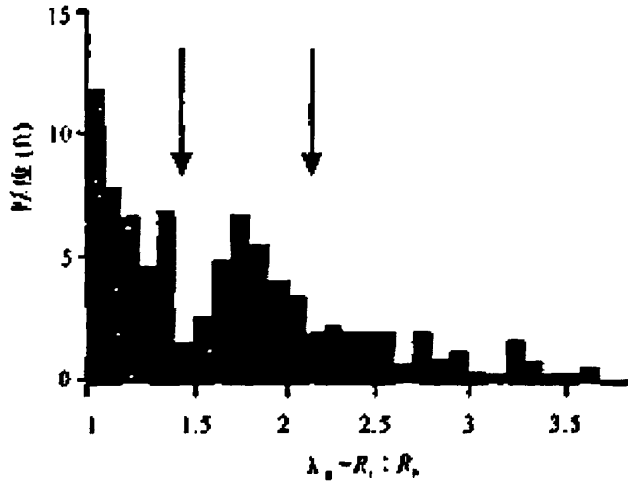


图4-3 典型的电阻率各向异性直方图

Fig4-3 Typical resistivity anisotropy histogram

4.3 多分量感应测井的多频聚焦法

地层参数的反演即是由仪器测量值求得介质的物理特性信息。多分量感应测井的反演就是由仪器所测的感应电动势计算地层倾角、走向、水平电阻率和垂直电阻率等地层参数。

多分量感应测井仪器对于各向异性参数具有较高的非线性特征。这表明所测资料应使用费时的反演技术来解释。除此之外，XX和YY测量值受到井眼（阻抗和传导性）、冲蚀、仪器偏心和泥浆滤液侵入的影响。如果在反演模型中考虑这些因素，会使反演算法复杂化而且明显延长时间，根据横向感应资料多频趋肤效应校正结果以及 K^3 转换方式，我们提出一种多频聚焦（MFF）方法以期提供快速、稳定的各向异性处理结果。

多频聚焦处理是一种将测量磁场展开成频率的泰勒级数 的方法。频率序列的第二项并不由井眼、侵入的性质决定，利用多频测量可以获得该项。地层电导率越大，所需的用来得到必要项的频率越多；同时趋肤效应也使多频响应变得越复杂，因而多频聚焦要求对数据进行趋肤校正。

在20-220KHz的十个单一频率上，每隔一定的探测深度，多分量感应测井仪需要测量五个磁场分量（三个主要磁场分量： H_{xx} 、 H_{yy} 、 H_{zz} ；两个交叉磁场分量： H_{xy} 、 H_{xz} ）。设地层电导率 $\sigma(x, y, z)$ ，背景电导率 $\sigma_0(x, y, z)$ ，背景模型包括除井眼和侵入以外的所有环境影响。如果电场强度 E 已知，则磁场强度 H 为：

$$H(P_0) = H^0(P_0) + \iiint_V (\sigma - \sigma_0) \hat{h}(P_0/P) E(P) dP \quad (4-6)$$

其中： P_0 为测量点， V 为井眼、侵入的体积， H 为待测磁场强度， H^0 为背景磁场强度， \hat{h} 为电偶极子的磁场矩阵，并且

$$\hat{h} = \begin{bmatrix} h_x^x & h_y^x & h_z^x \\ h_x^y & h_y^y & h_z^y \\ h_x^z & h_y^z & h_z^z \end{bmatrix} \quad (4-7)$$

矩阵元素中，上标代表电偶极子的方向，下标代表被测的磁场的分量。

被测磁场强度 H 可以展开成关于频率 ω 的泰勒级数：

$$H = \sum_{k=0}^{k=\infty} s_k \omega^{\frac{k}{2}}, \quad s_{\frac{1}{2}} = 0 \quad (4-8)$$

上式中包含的 $\omega^{\frac{3}{2}}$ 这一项与井眼周围区域的特性无关，它仅受背景模型中的电导率分布的影响。

$$s_{\frac{3}{2}} = s_{\frac{3}{2}}^0 \quad (4-9)$$

多频处理的作用在于得到系数 $s^{\frac{3}{2}}$ ，它反映了深地层区域特性。对每一个测量频率，由泰勒级数(4-8)可得到：

$$\begin{bmatrix} H(\omega_1) \\ H(\omega_2) \\ \cdot \\ H(\omega_{m-1}) \\ H(\omega_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_1^{3/2} & \omega_1^{5/2} & \omega_1^{n/2} \\ \omega_2 & \omega_2^{3/2} & \omega_2^{5/2} & \omega_2^{n/2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \omega_m & \omega_m^{3/2} & \omega_m^{5/2} & \omega_m^{n/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_{3/2} \\ s_{5/2} \\ s_{n/2} \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

解方程(4-10)可以求得系数 $s^{\frac{3}{2}}$ 。

在电阻性地层中，两种频率就足够了，在这种特殊情况中多频聚焦即为双频聚焦。在原始单频测量数据的基础上，计算双频数据。单频数据的双频转换能有效地减小井眼附近区域的影响。

$$H_{DF}(f_1, f_2) = H(f_1) - \frac{f_1/f_2}{H(f_2)} \quad (4-11)$$

其中 $H(f_1)$ 和 $H(f_2)$ 分别是在单频 f_1 和 f_2 上测得的磁场分量。双频转换提供了比相应的单频数据小的垂直分辨率，且在较低频率时最为有效，尤其在导性泥浆的井眼中，

双频转换是十分必要的。

多频聚焦可以消除多分量感应测量中井眼、侵入的影响，同时完成了趋肤效应的校正。

4.4 多分量感应测井图板法

通过实验或测量获得的数据对地层进行识别，这类方法当然也适用于各向同性地层。其基本思路如图4-4所示^[80]，即从均匀无限大地层开始分析和计算，利用正演的分析与计算方法求解地层响应，并与实际测量结果进行比较，若不一致，则逐步调整地层的各向异性参数，直到与实际测量结果相符为止，这时所得结果就可表征被识别地层。

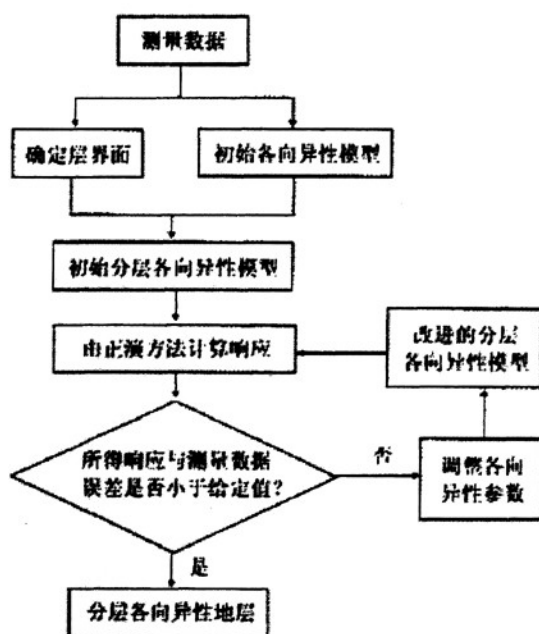


图4-4 反演流程图

Fig4-4 The flow chart of inversion

目前，在具体的各向异性电磁计算中，采用的方法都是基于Maxwell方程组，运用有限差分或有限元法等求解地层的电场和磁场响应。本文所介绍的反演方法应用线性差值法。

多分量感应测井的各分量对地层界面敏感程度不一，与仪器轴垂直的线圈对低倾角地层界面敏感，与仪器轴平行的线圈对高倾角地层界面敏感。根据测量结果通过反演可得到地层的水平电阻率和垂向电阻率，从而能对典型的砂泥岩薄互层做出客观的评价。本章中，我们主要分析了井斜角（地层倾角）和地层各向异性对视电导率的影响，利用

均质地层中的视电导率 $\sigma_{a,x'x'}$ 分量和 $\sigma_{a,z'z'}$ 分量的刻度图板来反演（解释）层状介质各向异性地层的水平电导率 σ_h 和垂直电导率 σ_v 。

磁场强度三个主分量 $H_{x'x'}$, $H_{y'y'}$, $H_{z'z'}$ 的视电导率计算如下由下面的公式^[81]:

$$\sigma_{a,x'x'} = \frac{8\pi L}{\omega\mu} \text{Im}(H_{x'x'}) \tag{4-12}$$

$$\sigma_{a,y'y'} = \frac{8\pi L}{\omega\mu} \text{Im}(H_{y'y'}) \tag{4-13}$$

$$\sigma_{a,z'z'} = \frac{4\pi L}{\omega\mu} \text{Im}(H_{z'z'}) \tag{4-14}$$

由此可计算出倾斜地层或井眼中多分量感应测井的响应，其中，L 是源距（发射线圈和接收线圈间的距离）。

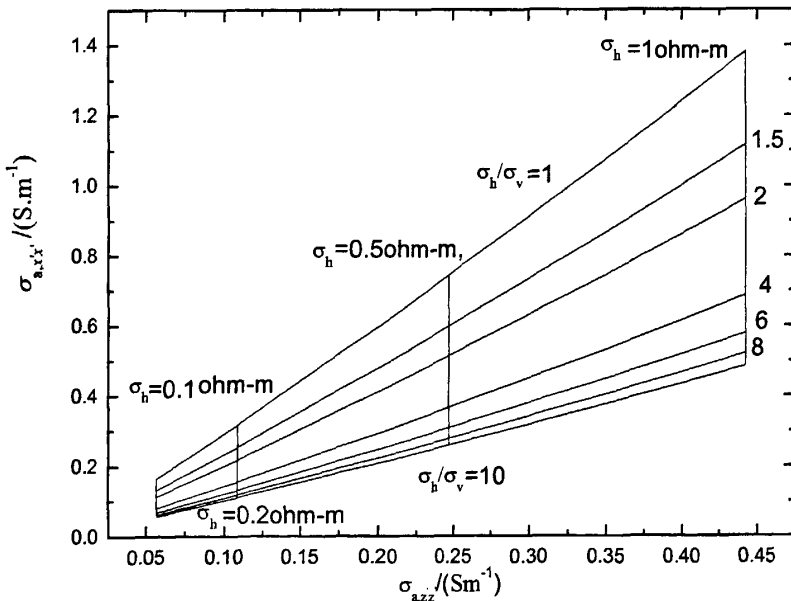


图 4-5 视电导率 $\sigma_{a,x'x'}$ 分量和 $\sigma_{a,z'z'}$ 分量之间关系图

Fig4-5 The relationship between the horizontal component of conductivity and vertical component of conductivity

图 4-5 是视电导率分量 $\sigma_{a,x'x'}$ 、 $\sigma_{a,z'z'}$ 、均质地层水平电导率 σ_h 和地层各向异性

$\lambda = \sqrt{\frac{\sigma_h}{\sigma_v}}$ 之间的关系曲线，其中井斜角 $\theta = 60^\circ$ ，频率 $f = 20\text{KHz}$ ，线圈间距为：发射线圈与主副接收线圈的距离分别为 1m 和 0.6m。

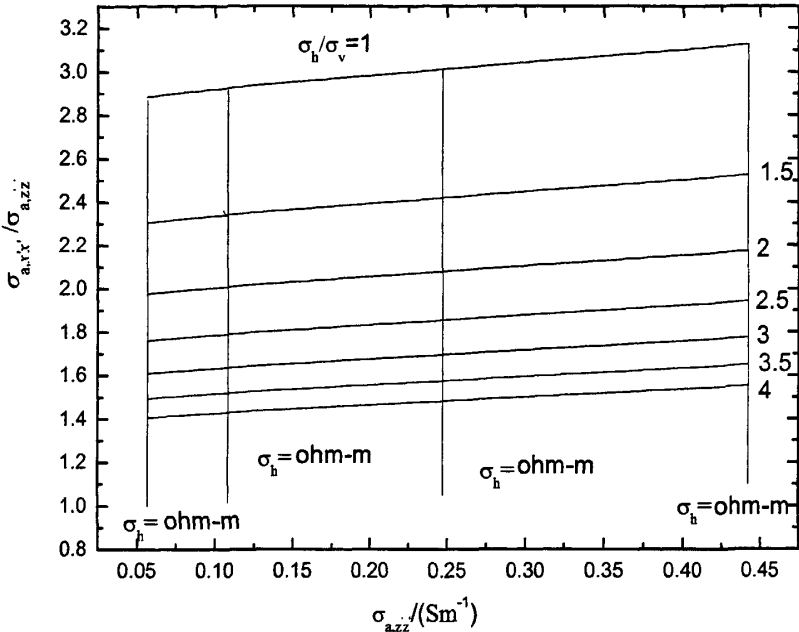


图 4-6 $\sigma_{a.z.z'}$ 和 $\frac{\sigma_{a.x.x'}}{\sigma_{a.z.z'}}$ 之间的关系图

Fig4-6 The relationship between the horizontal component of conductivity and the horizontal component and vertical component ratio diagram

由图 4-5 和图 4-6 可以看出，当井斜角度 $\theta = 60^\circ$ ， $\frac{\sigma_h}{\sigma_v} = 1$ 时，即各向同性的情况下。

视电导率 $\sigma_{a.x.x'}$ 分量和 $\sigma_{a.z.z'}$ 分量相等。在图板中是一条对角线。视电导率 $\sigma_{a.x.x'}$ 分量与地层水平电导率 σ_h 成线性变化关系，并且随着各向异性的增大，视电导率 $\sigma_{a.x.x'}$ 分量的值减小，而 $\sigma_{a.z.z'}$ 分量不变，即 $\sigma_{a.z.z'}$ 与水平电导率 σ_h 无关，只与地层的垂直电导率 σ_v 有关。由图 4-5(b) 可以看出随着各向异性的增大，视电导率 $\sigma_{a.x.x'}$ 分量和 $\sigma_{a.z.z'}$ 分量的比值仍减小。但由于视电导率 $\sigma_{a.z.z'}$ 分量与地层水平电导率 σ_h 无关，所以 $\sigma_{a.x.x'}$ 分量和 $\sigma_{a.z.z'}$ 分量比值随水平电导率变化曲线的倾斜系数减小。

4.5 反演地层真实电导率

取地层模型一为：无井眼、无侵入带的三层各向异性地层，其中每层地层水平电导率和垂直电导率分别为 $\sigma_{h0} = 1.0\text{s/m}$, $\sigma_{v0} = 0.25\text{s/m}$, $\sigma_{h1} = 0.1\text{s/m}$, $\sigma_{v1} = 0.01\text{s/m}$, $\sigma_{h2} = 1.0\text{s/m}$, $\sigma_{v2} = 0.25\text{s/m}$ 。发射线圈与主副接收线圈的距离分别为 1.0m 和 0.6m。井斜角度为 60° ，线圈倾斜角度为 0° 。 σ_h 表示地层的水平电导率， σ_T 表示刻度出的地层电

导率。

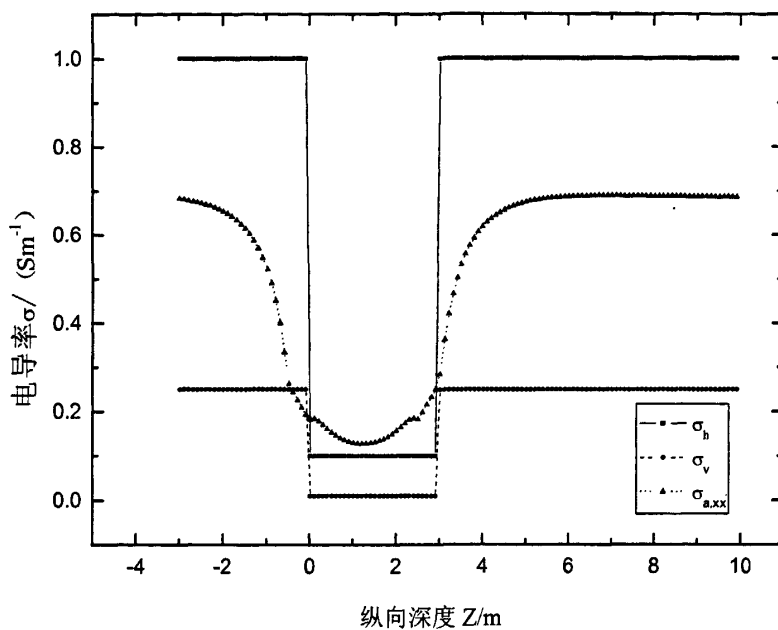


图 4-7 视电导率 $\sigma_{a,xx}$ 分量曲线图

Fig4-7 The curve of apparent conductivity

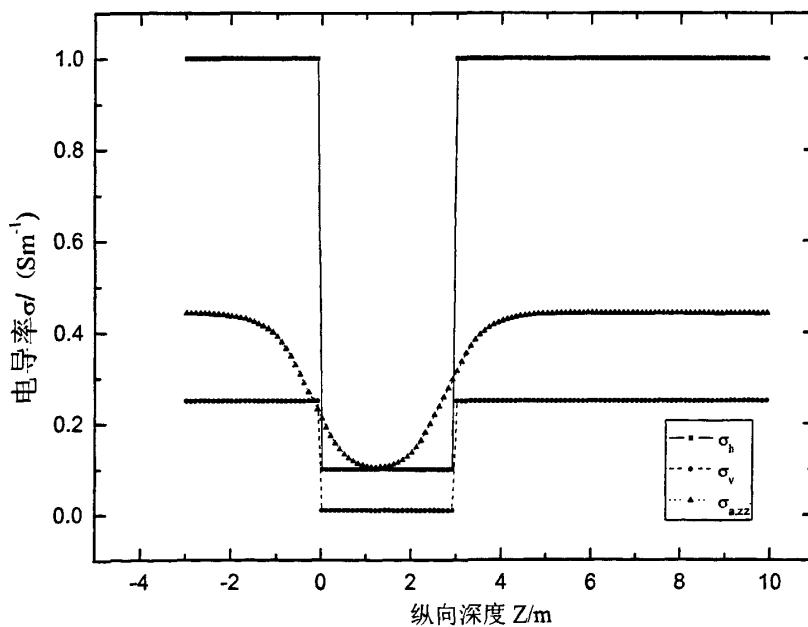


图 4-8 视电导率 $\sigma_{a,zz}$ 分量曲线图

Fig4-8 The curve of apparent conductivity

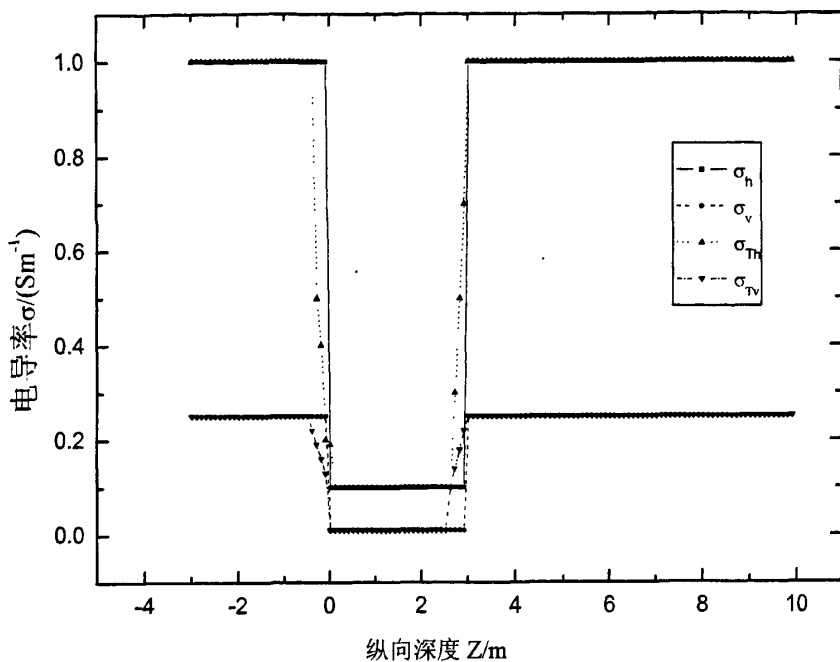


图 4-9 刻度后的电导率曲线图

Fig4-9 The curve of scale conductivity

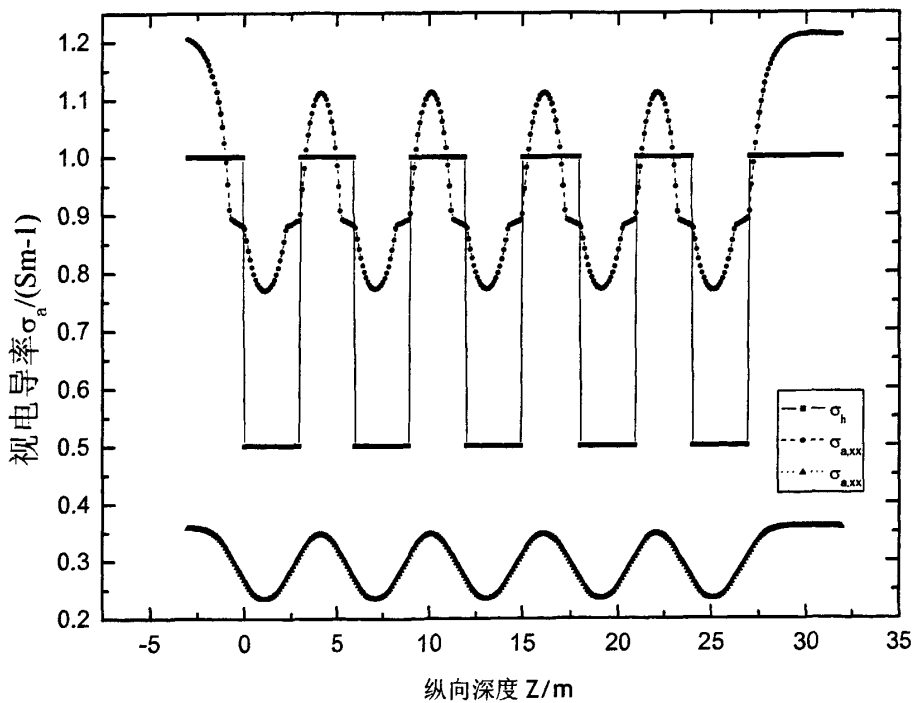


图 4-10 视电导率曲线图

Fig4-10 The curve of apparent conductivity

图 4-7 和图 4-8 为分别为三层各向异性地层的视电导率 $\sigma_{a_{xx}}$ 分量和 $\sigma_{a_{zz}}$ 分量曲线，由于受地层各向异性的影响不能准确地对地层进行评价。图 4-9 为刻度后的地层电导率曲线，利用图 4-5 均质地层刻度图板来线性插值，刻度出地层电导率。对比可知刻度后的地层电导率非常接近地层真实电导率值，误差很小，可以准确地划分地层，进行地层评价等解释工作。

取地层模型二为：无井眼、无侵入带的十一层层状地层模型，其中每层介质分别为各向同性的均匀介质，电导率分别为 $\sigma_{h0} = 1.0\text{s/m}$, $\sigma_{v0} = 1.0\text{s/m}$, $\sigma_{h1} = 0.5\text{s/m}$, $\sigma_{v1} = 0.5\text{s/m}$ 。发射线圈与主副接收线圈的距离分别为 1.0 米和 0.6 米。地层倾角 $\theta = 60^\circ$ ，频率为 $f = 20\text{KHZ}$ ，仪器移动步长为 0.1m， σ_h 表示地层的水平电导率， σ_T 表示刻度出的地层电导率。

图 4-10 为十一层层状地层的视电导率曲线，由于受到地层倾角及围岩的影响，不能准确地进行地层评价。图 4-11 为由均质地层刻度图板刻度后的地层电导率曲线。对比两图可知，层界面处刻度后的地层电导率与地层真实电导率有一定的误差，厚层中刻度后的地层电导率非常接近地层真实电导率值，误差很小，可以准确地划分地层，进行地层评价等解释工作。

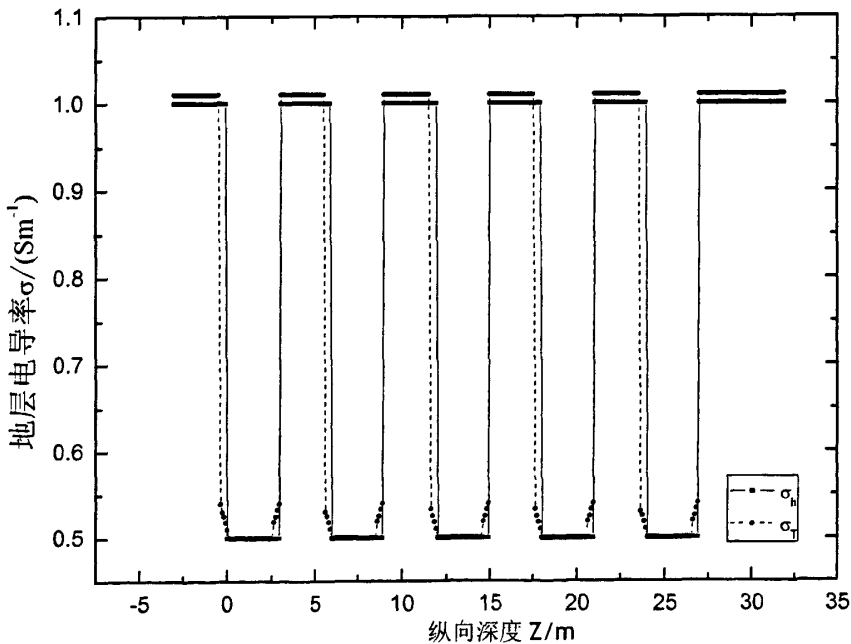


图 4-11 刻度后的电导率曲线图

Fig4-11 The curve of scale conductivity

4.6 本章小结

本章主要分析了环境影响因素中的各向异性和相对倾角对多分量感应测井的影响，并对测井数据进行图板解释处理。利用均质地层视电导率的刻度图，通过线性插值来反演地层的真实电导率，取得很好的效果。

结 论

针对常规感应测井的测量只是水平分量，很容易低估和漏掉低阻和低对比的泥质砂岩产层，而多分量感应测井仪能同时探测地层水平电阻率和垂向电阻率，并能克服地层各向异性因素对测井响应的影响，能够很好地对各向异性介质地层模型进行解释。本文利用解析方法即层状介质中并矢 Green 函数法来模拟多分量感应测井响应，对多分量感应测井响应特性进行了比较系统的研究。本文取得的成果有：

- 1、采用递推矩阵方法计算层状各向异性介质的磁流源并矢 Green 函数。根据层界面处电场和磁场的连续性条件得到三个确定 Sommerfeld 积分待定系数的矩阵方程组，分别对应于垂向单位磁偶极子产生的 TE 波、水平方向单位磁偶极子产生的 TE 波和 TM 波，这些方程组均可通过递推方法快速求解。并在此理论的基础上用 Fortran power station4.0 语言编写了程序。
- 2、利用上述并矢 Green 函数计算层状各向异性倾斜地层中多分量感应测井的响应，并分析了线圈距、层厚、倾角和围岩对多分量感应测井响应的影响。
- 3、利用并矢 Green 函数程序模拟了均匀介质地层模型中视电导率 $\sigma_{a,xx}$ 分量和 $\sigma_{a,zz}$ 分量和地层各向异性之间的关系图板，并且利用均质地层图版解释了层状地层模型中的电导率，为准确地划分地层及地质评价等资料解释提供了参考价值。

意见和建议，为了更准确的进行地层评价和解释，可以考虑线圈系不与仪器轴垂直情况下的多分量感应测井响应特性。

参考文献

- [1] 张庚骥. 电法测井（下册）. 北京:石油工业出版社, 1986, 6
- [2] Banchs R. E.. Time Harmonic Field Electric Logging[D]. Austin: The University of Texas, 1998,452~470
- [3] 张庚骥. 电法测井[M]. 东营:石油大学出版社, 1996:1~22
- [4] 其木苏荣, 额尔敦仓, 秦杰明. 倾斜井眼中感应测井的正演模拟与响应特征[J]. 内蒙古民族大学学报（自然科学版）, 2002, 17(6): 486~490
- [5] 王昌学, 杨韡, 覃世银, 陶果, 沈金松, 何宝庆. 垂直井多分量感应测井大型三维有限差分模拟. 测井技术, 2003, 27(6): 459~462
- [6] Schoen J H et al.Macroscopic electrical anisotropy of laminated reservoirs:A tensor resistivity saturation model.SPE 56509,1999,332~351
- [7] 王昌学, 杨韡, 储昭坦等. 多分量感应测井响应交错网格有限差分法模拟. 石油大学学报（自然科学版）, 2005, 29（3）: 35~40
- [8] 张庚骥. 电法测井（上册）. 北京:石油工业出版社, 1984, 82~83
- [9] Schoen J H et al.Aspect of multicomponent resistivity data and macroscopic resistivity anisotropy.SPE 62929,2000,812~835
- [10] 沈金松. 用有限差分法计算各向异性介质中多分量感应测井的响应. 地球物理学进展, 2004, 19(1): 101~107
- [11] 党瑞荣, 秦瑶, 谢雁, 王洪淼. 三分量感应测井系统研究. 石油地球物理勘探, 2006, 41(4): 484~488
- [12] Pan E. Static Green's functions in multilayered half space. Appl Modell, 1997, 21(8):509~521
- [13] Xiong Z H. Electromagnetic fields of electric dipoles embedded in a stratified anisotropic earth. *Geophysics*, 1989, 54(12): 1643~1646
- [14] Wannamaker P E, Hohmann G W, SanFilipo W A. Electromagnetic modeling of three-dimensional bodies in layered earths using integral equations. *Geophysics*, 1984, 49(1): 60~74
- [15] Michalski K A, Zheng D. Electromagnetic scattering and radiation by surfaces of arbitrary shape in layered media, part I: theory. *IEEE Trans Antennas Propagat*, 1990, 38(3): 335~344

- [16] Habashy T M, Ali S M, Kong J A, et al. Dyadic Green's functions in a planar stratified arbitrary magnetized linear plasma. *Radio Science*, 1991, 26(3): 701~715
- [17] Barkeshli S, Pathak P H. On the dyadic Green's function for a planar multilayered dielectric/ magnetic media. *IEEE Trans Microwave Theory Tech*, 1992, 40(1): 128~142
- [18] Barkeshli S. Electromagnetic dyadic Green's functions for multilayered symmetric gyroelectric media. *Radio Science*, 1993, 28(1): 23~26
- [19] Bernardi P, Cicchetti R. Dyadic Green's functions for conductor-backed layered structures excited by arbitrary tridimensional sources. *IEEE Trans Microwave Theory Tech*, 1994, 42(8): 1474~1483
- [20] Pan S G, Wolff I. Scalarization of dyadic spectral Green's functions and network formalism for three-dimensional full-wave analysis of planar lines and antennas. *IEEE Trans Microwave Theory Tech*, 1994, 42(11): 2118~2127
- [21] Dreher A. A new approach to dyadic Green's function in spectral domain. *IEEE Trans Antennas Propagat*, 1995, 43(11): 1297~1302
- [22] Michalski K A, Mosig J R. Multilayered media Green's functions in integral equation formulations. *IEEE Trans Antennas Propagat*, 1997, 45(3): 508~519
- [23] Paulus M, Gay-Balmaz P, Martin O J F. Accurate and efficient computation of the Green's tensor for stratified media. *Physical review E*, 2000, 62(4): 5797~5807
- [24] Tan E L, Tan S Y. Unbounded and scattered field representations of the dyadic Green's functions for planar stratified bianisotropic media. *IEEE Trans Antennas Propagat*, 2001, 49(8): 1218~1225
- [25] 魏宝君. 井间电磁场的一维、二维联合反演方法. *地球物理学报*, 2006,49(1): 264~274
- [26] 魏宝君, LIU Q H. 水平层状介质中基于 DTA 的三维电磁波逆散射快速模拟算法. *地球物理学报*, 2007, 50(5): 1595~1605
- [27] Moran J H, Gianzero S. Effects of formation anisotropy on resistivity-logging measurements. *Geophysics*, 1979, 44(7): 1266~1286
- [28] Zhdanov M, Kennedy D, Peksen E. Foundations of tensor induction well-logging. *Petrophysics*, 2001, 42(6): 588~610
- [29] Hardman R H, Shen L C. Theory of induction sonde in dipping beds *Geophysics*, 1986,51(3),800~809

- [30] Anderson B, Safinya K A, Habashy B, Effects of dipping beds on the response of induction tools, SPE 15488, 1986, 321~334
- [31] 王家宏主编. 中国水平井应用实例分析. 北京: 石油工业出版社, 2003, 225
- [32] 周成当等. 国外水平井测井与解释技术. 国外测井技术, 1992, Vol.7, NO.3, 34~39
- [33] 雪云律译. 地球物理和水平井. 国外油气勘探, 1990, 第2卷第5期, 56~88
- [34] 肖加奇, 张庚骥. 水平井和大斜度井的感应测井响应计算[J]. 地球物理学报, 1995, 38(3): 396~401
- [35] 高效增. 声频井间电磁场感应方法探讨[J]. 测井技术, 1994, 18(4): 326~331
- [36] Kong J A. Research topics in electromagnetic wave theory[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 1981. 210~234
- [37] Tsang L, Brown R, Kong J A, Simmons G. Numerical evaluation of electromagnetic fields due to dipole antennas in the presence of stratified media, J. Geophys. Res., 1974, 79, 2077~2080
- [38] Moran J H, Kunz K S. Basic theory of induction logging and application to study of two-coil sondes [J]. Geophysics, 1962, 27(6): 829~858
- [39] Kennedy W D, Curry S M, Gill S P, et al. Induction log response in deviated boreholes[J]. SPWLA. 27th Annual Logging Symposium, 1986, 1~22
- [40] Gianzero S, Su Shey-Min. The response of an induction dipmeter and standard induction tools to dipping beds[J]. Geophysics, 1990, 55(9): 1128~1140
- [41] 肖加奇, 张庚骥. 用快速傅里叶-汉克尔变换算法计算层状介质中偶极天线电磁场[J]. 石油大学学报(自然科学版), 1995, 19(5): 25~29
- [42] Howard Jr A Q, Chew W C. Electromagnetic borehole fields in a layered, dipping-bed environment with invasion[J]. Geophysics, 1992, 57(3): 451~465
- [43] Avdeev D B, Kuvshinov A V, Pankratov V, et al. Three-dimensional induction logging problems, Part 1: An integral equation solution and model comparisons[J]. Geophysics, 2002, 67(2): 413~426
- [44] Gao Guozhong, Carlos T V. Fast 3D modeling of borehole formations using a novel approximation technique.[J]. Petrophysics, 2004, 45(4): 335~349
- [45] 高杰, 陈木银, 陈紫薇等. 定向井各向异性地层交流电测井响应模拟[J]. 勘探地球物理进展, 2003, 26(4): 301~304

- [46] Yee K S. Numerical solution of initial boundary problems involving Maxwell's equations in isotropic media[J]. IEEE Trans. Ant. Prop.,1996,AP-14:302~309
- [47] Wang T sili, Hohmann G W. A finite-difference, timedomain solution for three-dimension electromagnetic modeling[J]. Geophysics,1993,58(6):797~809
- [48] Newman G A, Alumbaugh D L. Three-dimensional induction logging problems, Part 2: A finite difference solution[J]. Geophysics, 2002,67(2):484~491
- [49] 沈金松. 用边有限元方法计算磁偶极子的三维电磁响应[J]. 计算物理, 2002, 19(6): 537~543
- [50] 沈金松. 用交错网格有限差分法计算三维频率域电磁响应[J]. 地球物理学报, 2003,46(12):281~286
- [51] 沈金松. 用有限差分法计算各向异性介质中多分量感应测井的响应[J]. 地球物理学进展, 2004.19(1):101~107
- [52] Druskin V, Knizhnerman L. Spectral approach to solving three-dimensional Maxwell's diffusion equations in the time and frequency domains[J]. Radio Science, 1994,29(4):937~953
- [53] Anderson B, Barber T, Druskin V, et al. The response of multiarray induction tools in highly dipping formation with invasion and in arbitrary 3D geometries [J]. The log analyst, 1999,40(5): 327~344
- [54] Moskow S, Druskin V, Hebashy T, et al. A finite difference scheme for elliptic equation with rough coefficients using a Cartesian grid nonconforming to interfaces[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis,1999,36,(2):442~464
- [55] Druskin V L, Knizhnerman L A, Lee Ping. New spectral lanzos decomposition method for induction modeling in arbitrary 3-D geometry [J]. Geophysics,1999,64(3):701~706
- [56] 汪功礼, 张庚骥. 三维感应测井响应计算的交错网格有限差分法[J]. 地球物理学报, 2003, 46(4): 561~567
- [57] Anderson B, Chang S K. Synthetic induction logs by the limite-element method, The Log Analyst, 1982, 23(6),17~26
- [58] Shen L C, Zhang G J. Electromagnetic filed due to a magntic dipole in a medium containing both planer and cylindrical bordaries, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1985,GE-23(6),827~833
- [59] Chew, W C, Barons S, Anderson B. Diffraction of axisymmetric waves in borehole by

- boundary discontinuities, 1984, *Geophysics*, 49, 1586~1596
- [60] Kong J A. *Research Topics in electromagnetic Wave Theory*, John Wiley & Sons, 1981, 210~234
- [61] Tsang L, Brown R, Kong J A, Simmons G. Numerical evaluation of electromagnetic fields due to dipole antennas in the presence of stratified media, *J. Geophys. Res.*, 1974, 79, 2077~2080
- [62] 魏宝君, 宋殿光, Liu Q H. 水平层状介质中三维异常体电磁波散射模拟的混合 DTA-BCGS 算法[J]. *中国石油大学学报(自然科学版)*, 2008, 32(1): 156~161
- [63] 魏宝君, Liu Q H. 层状介质中计算体积分方程的弱化 BCGS-FFT 算法[J]. *中国石油大学学报(自然科学版)*, 2007, 31(1): 49~55
- [64] 魏宝君. 利用积分方程计算阵列感应测井响应[J]. *石油大学学报(自然科学版)*, 2005, 29(6): 32~37
- [65] 汪宏年, 杨善德, 王艳. 各向异性地层中电阻率测井的响应特征. *石油地球物理勘探*, 1999, 34(6): 649~656
- [66] Davydycheva S, Druskin V, Habashy T. An efficient finitedifference scheme for electromagnetic logging in 3D anisotropic inhomogeneous media. *Geophysics*, 2003, 68(5), 1525~1535
- [67] Wang T, Yu L, Fanini O. Multicomponent induction response in a borehole environment. *Geophysics*, 2003, 68(5), 1510~1518
- [68] 汪功礼, 张庚骥, 崔锋修, 高峰. 三维感应测井响应计算的交错网格有限差分法. *地球物理学报*, 2003, 46(4): 561~567
- [69] 王昌学, 杨韡, 储昭坦等. 多分量感应测井响应交错网格有限差分法模拟. *石油大学学报(自然科学版)*, 2005, 29(3): 35~40
- [70] Wang H N, So P, Yang S W, et al. Numerical modeling of multicomponent induction well logging tools in the cylindrically stratified anisotropic media and its response. *IEEE Trans on Geosci and Remote Sensing*, 2008, 46(4): 1134~1147
- [71] Wang H N, Tao H G, Yao J J, et al. Fast Multiparameter Reconstruction of multicomponent induction well logging datum in deviated well in a horizontally stratified anisotropic formation. *IEEE Trans on Geosci and Remote Sensing*, 2008, 46(5): 1525~1534
- [72] Michalski K A, Mosing J R. Multilayered media Green's functions in integrate equation

- formulations. IEEE Trans on AP, 1997,45(3):508~519
- [73] Anderson W L. Fast Hankel transforms using related and lagged convolutions: ACM Trans. On Math . Software. Geophysics,1982,57(8):344~368
- [74] Liu Q H. Electromagnetic field generated by off-axis source in a cylindrically medium with an arbitrary number of horizontal discontinuities. Geophysics, 1993,58(5):616~626
- [75] Liu Q H, Chew W C. Diffraction of nonaxisymmetric waves in cylindrically layered media by horizontal discontinuities. Radio Sci.,1992,27(4):616~626
- [76] Teruhiko Hagiwara. "Induction log responses to layered, dipping, and anisotropic formations: induction log shoulder-bed corrections to anisotropic formations and the effect of shale anisotropy in thinly laminated sand/shale sequences", paper 36508 presented at the 1996 SPE Annual Technical Conference and Exhibition[C], Denver, Oct.6~9
- [77] Kriegshauser B F , Fanini O N, Yu L. Wellsite interpretation of multicomponent induction log data in anisotropic media [A], paper 62906 presented at the 2000 SPE annual technical conference and exhibition[C]. Dallas, Oct.1~4
- [78] 魏宝君, 张庚骥. 三维井间电磁场的正反演计算[J]. 地球物理学报, 2002, 45(5): 735~743
- [79] 陈小芳. 视电阻率及其差分曲线在岩土分层中的应用[J]. 地球物理学进展, 2004, 19(2): 455~459
- [80] 党瑞荣, 秦瑶, 谢雁, 王洪淼. 三分量感应测井系统研究. 石油地球物理勘探, 2006, 41(4): 484~488
- [81] 汪宏年, 陶宏根, 姚敬金等. 用模式匹配算法研究层状各向异性倾斜地层中多分量感应测井响应. 地球物理学报, 2008, 51(5): 1591~1599

附录 A 稀疏矩阵线性方程组 $AX = S$ 的递推算法

确定Sommerfeld 积分某一 λ 对应的所有待定系数的稀疏矩阵线性方程组 $AX = S$, 具有如下形式:

$$A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + A_{13}x_3 = S_1 \quad (A-1)$$

$$A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + A_{23}x_3 = S_2 \quad (A-2)$$

$$A_{2i-1,2i-2}x_{2i-2} + A_{2i-1,2i-1}x_{2i-1} + A_{2i-1,2i}x_{2i} + A_{2i-1,2i+1}x_{2i+1} = S_{2i-1} \quad (A-3)$$

$$A_{2i,2i-2}x_{2i-2} + A_{2i,2i-1}x_{2i-1} + A_{2i,2i}x_{2i} + A_{2i,2i+1}x_{2i+1} = S_{2i}, i = 2, 3, \dots, n-1 \quad (A-4)$$

$$A_{2n-1,2n-2}x_{2n-2} + A_{2n-1,2n-1}x_{2n-1} + A_{2n-1,2n}x_{2n} = S_{2n-1} \quad (A-5)$$

$$A_{2n,2n-2}x_{2n-2} + A_{2n,2n-1}x_{2n-1} + A_{2n,2n}x_{2n} = S_{2n} \quad (A-6)$$

由上述各式, 稀疏矩阵A为带状矩阵(每行仅有3个或4个元素), 所需内存量为 $O(n)$. 考虑到稀疏矩阵A各元素的组成特点(矩阵A各行中间元素是呈指数衰减的), 并要求在递推过程中不应出现溢出现象和分母趋于零的情形, 由(A-1)和(A-2)式, 用 x_2 表示 x_1 和 x_3 , 由(A-3)和(A-4)式, 用 x_{2i} 表示 x_{2i-2} 和 x_{2i+1} (x_{2i-1} 已用 x_{2i-2} 表示).

由(A-1)和(A-2)式, 得

$$x_1 = k_1 + k_2 x_2, \quad x_3 = \bar{k}_1 + \bar{k}_2 x_2 \quad (A-7)$$

其中

$$k_1 = \frac{A_{23}S_1 - A_{13}S_2}{A_{11}A_{23} - A_{21}A_{13}}, \quad k_2 = -\frac{A_{12}A_{23} - A_{22}A_{13}}{A_{11}A_{23} - A_{21}A_{13}} \quad (A-8)$$

$$\bar{k}_1 = -\frac{A_{21}S_1 - A_{11}S_2}{A_{11}A_{23} - A_{21}A_{13}}, \quad \bar{k}_2 = \frac{A_{12}A_{21} - A_{22}A_{11}}{A_{11}A_{23} - A_{21}A_{13}} \quad (A-9)$$

假设已得到 $x_{2i-1} = \tilde{k}_{2i-3} + \tilde{k}_{2i-2} x_{2i-2}$ 代入(A-3)和(A-4)式, 经计算得到

$$x_{2i-2} = k_{2i-1} + k_{2i} x_{2i}, \quad x_{2i+1} = \tilde{k}_{2i-1} + \tilde{k}_{2i} x_{2i}, \quad i = 2, 3, \dots, n-1 \quad (A-10)$$

其中:

$$k_{2i-1} = \frac{A_{2i-1,2i+1} \left(A_{2i,2i-1} \tilde{k}_{2i-3} - S_{2i} \right) - A_{2i,2i+1} \left(A_{2i-1,2i-1} \tilde{k}_{2i-3} - S_{2i-1} \right)}{A_{2i,2i+1} \left(A_{2i-1,2i-2} + A_{2i-1,2i-1} \tilde{k}_{2i-2} \right) - A_{2i-1,2i+1} \left(A_{2i,2i-2} + A_{2i,2i-1} \tilde{k}_{2i-2} \right)} \quad (A-11)$$

$$k_{2i-1} = \frac{A_{2i-1,2i+1} \left(A_{2i,2i-1} \tilde{k}_{2i-3} - S_{2i} \right) - A_{2i,2i+1} \left(A_{2i-1,2i-1} \tilde{k}_{2i-3} - S_{2i-1} \right)}{A_{2i,2i+1} \left(A_{2i-1,2i-2} + A_{2i-1,2i-1} \tilde{k}_{2i-2} \right) - A_{2i-1,2i+1} \left(A_{2i,2i-2} + A_{2i,2i-1} \tilde{k}_{2i-2} \right)} \quad (A-12)$$

$$k_{2i} = \frac{A_{2i-1,2i+1}A_{2i,2i} - A_{2i,2i+1}A_{2i-1,2i}}{A_{2i,2i+1} \left(A_{2i-1,2i-2} + A_{2i-1,2i-1} \tilde{k}_{2i-2} \right) - A_{2i-1,2i+1} \left(A_{2i,2i-2} + A_{2i,2i-1} \tilde{k}_{2i-2} \right)} \quad (\text{A-13})$$

$$\tilde{k}_{2i-1} = - \frac{\left(A_{2i,2i-1} \tilde{k}_{2i-3} - S_{2i} \right) \left(A_{2i-2,2i-2} + A_{2i-1,2i-1} \tilde{k}_{2i-2} \right) - \left(A_{2i-1,2i-1} \tilde{k}_{2i-3} - S_{2i-1} \right) \left(A_{2i,2i-2} + A_{2i,2i-1} \tilde{k}_{2i-2} \right)}{A_{2i,2i+1} \left(A_{2i-1,2i-2} + A_{2i-1,2i-1} \tilde{k}_{2i-2} \right) - A_{2i-1,2i+1} \left(A_{2i,2i-2} + A_{2i,2i-1} \tilde{k}_{2i-2} \right)} \quad (\text{A-14})$$

$$\tilde{k}_{2i} = - \frac{A_{2i,2i} \left(A_{2i-1,2i-2} + A_{2i-1,2i-1} \tilde{k}_{2i-2} \right) - A_{2i-1,2i} \left(A_{2i,2i-2} + A_{2i,2i-1} \tilde{k}_{2i-2} \right)}{A_{2i,2i+1} \left(A_{2i-1,2i-2} + A_{2i-1,2i-1} \tilde{k}_{2i-2} \right) - A_{2i-1,2i+1} \left(A_{2i,2i-2} + A_{2i,2i-1} \tilde{k}_{2i-2} \right)} \quad (\text{A-15})$$

将 $x_{2n-1} = \tilde{k}_{2n-3} + \tilde{k}_{2n-2} x_{2n-2}$ 代入(A-5)和(A-6)式, 经计算得到

$$x_{2n-2} = \frac{A_{2n-1,2n} \left(A_{2n,2n-1} \tilde{k}_{2n-3} - S_{2n} \right) - A_{2n,2n} \left(A_{2n-1,2n-1} \tilde{k}_{2n-3} - S_{2n-1} \right)}{A_{2n,2n} \left(A_{2n-1,2n-2} + A_{2n-1,2n-1} \tilde{k}_{2n-2} \right) - A_{2n-1,2n} \left(A_{2n,2n-2} + A_{2n,2n-1} \tilde{k}_{2n-2} \right)} \quad (\text{A-16})$$

$$x_{2n} = - \frac{\left(A_{2n,2n-1} \tilde{k}_{2n-3} - S_{2n} \right) \left(A_{2n-1,2n-2} + A_{2n-1,2n-1} \tilde{k}_{2n-2} \right) - \left(A_{2n-1,2n-1} \tilde{k}_{2n-3} - S_{2n-1} \right) \left(A_{2n,2n-2} + A_{2n,2n-1} \tilde{k}_{2n-2} \right)}{A_{2n,2n} \left(A_{2n-1,2n-2} + A_{2n-1,2n-1} \tilde{k}_{2n-2} \right) - A_{2n-1,2n} \left(A_{2n,2n-2} + A_{2n,2n-1} \tilde{k}_{2n-2} \right)} \quad (\text{A-17})$$

利用递推方法求解该方程组的具体步骤如下: 首先进行正向递推, 经计算得到系数 $k_1, k_2, \tilde{k}_1, \tilde{k}_2, \dots, k_{2i-1}, k_{2i}, \tilde{k}_{2i-1}, \tilde{k}_{2i} (i=2,3,\dots,n-1), \dots, k_{2n-3}, k_{2n-2}, \tilde{k}_{2n-3}, \tilde{k}_{2n-2}$ 。然后进行逆向递推, 由 x_{2n}, x_{2n-2} 经逆向递推得到 $x_{2i-2}, x_{2i+1} (i=n-1,\dots,2), x_3, x_1$ 若直接采用矩阵求逆方法计算该方程组, 则其运算量为 $O(n^2)$ 。而上述递推算法在正向递推过程中仅需要 n 次迭代, 在逆向递推过程中亦仅需 n 次迭代, 运算量降低为 $O(n)$ 。

致谢

本文是在导师魏宝君教授的悉心指导下完成的。从论文的选题，理论的研究，直至论文的撰写完成，均得到魏老师的精心指导和帮助。论文的每一个阶段，无不凝聚着魏老师的无私奉献和辛勤劳动。

魏老师严谨的治学态度、谦逊朴实的为人之道对我的人生观有深远的影响。在此对魏老师表示最衷心、最真诚的感谢！

感谢在整个研究生阶段给予我帮助和指导的院系各位老师；感谢在本论文的完成过程中给予我帮助的宋殿光、王颖，刘坤，田坤，张旭等师兄弟；感谢三年求学中一起奋斗的研2006级1班的同学们以及物理学院2006级研究生班级很多同学的大力支持和帮助，在此谨向他们表示最由衷的谢意。

最后，深深感谢我的父母，是他们多年来默默的关爱和无私的奉献，才使我顺利完成学业。