

## 摘要

平面连杆机构是一种应用十分广泛的机构。对它的分析及设计一直是机构学研究的一个重要课题。但传统方法对于常见的连杆机构的运动学、动力学分析仍然是非常繁琐，以至于很难对它进行深入的研究，如果建立一个连杆机构的仿真系统，使设计人员在设计时，从复杂的机构分析和烦琐的计算中摆脱出来，集中精力从事于创新工作，那将是很有意义的。基于这样一种考虑，本课题尝试建立一个平面连杆机构的运动学仿真系统。

本文从机构的基本组成谈起，探讨了运动链成为机构的条件，推导了平面机构自由度的计算公式，并提出了平面机构的组成原理，指出任何机构都可以看作是由若干个基本杆组依次连接于原动件和机架而上而构成的；然后阐述了图论的一些基本知识，以及图在计算机中的表示方法，指出以点表示构件、以边表示运动副的拓扑图与机构的结构简图之间具有一一对应关系；在此基础上，着重阐述了如何建立结点基本信息数据库和约束关系数据库，从而构造出平面连杆机构的数学模型。依据平面连杆机构的基本组成原理，通过对此数学模型分析，分离出可独立求解的机构模型，并用相应的机构分析方法对它进行求解，建立了平面连杆机构运动学分析专家系统。目前这一系统可完成部分平面连杆机构的运动学分析及动画仿真。

文章的最后部分是仿真系统的实现部分，通过分析平面连杆机构实例演示了本仿真软件的使用方法和基本功能，并对仿真结果进行了验证。

**关键词：**机构学；连杆机构；运动学仿真；机构专家系统；

## Abstract

The planar linkage mechanism is used widely. Designing and anglicizing of it is an important subject of the theory of machines and mechanisms. But the traditional method analyses about kinematics, dynamics of the planar linkage mechanism was so tedious that it was very difficult to carry on deeper research to it. If a simulation systems of the planar linkage mechanism was set up, which make the designers broken away from the complicated analyze and the convoluted calculation of the organization, and focus their minds on innovation, it will be very meaningful. Based on this consideration, this subject was tried to set up a kinematical simulation system of the planar linkage mechanism.

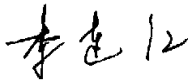
This dissertation spoke of the basic composition of mechanism at first, researched into the condition on which kinematical chain becomes mechanism and the calculation formula of freedom in mechanism, and pointed out the constituent principle that any mechanism can be regarded as several basic linkage groups connected on original moveable piece and framework in turn; Then explained the basic knowledge of graph theory and how the graph is expressed in computer, told the one - to - one relationship between the structure sketch of mechanism and its topological graph, in which nodes represent components and edges take kinematical constraint; On this basis , it emphasized how to establish the node basic information database and the restricting relation database, and constructed out the mathematic model of the planar linkage mechanism. According to the basic constituent principle of the planar mechanism and through analyzing the mathematic model, the organizational constitutions were isolated and solved, and the kinematics expert system of the planar linkage mechanism was built. Now the system can complete the kinematics analysis and dynamic display of some planar linkage mechanisms.

The last part of the dissertation was the realization of the system, including demonstrating the function of the system and the way to use it, and checked the artificial result by analyzing some planar linkage mechanisms.

Keyword: theory of machines and mechanisms; linkage mechanism; kinematics simulation; mechanism expert system;

## 独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作和取得的研究成果,除了文中特别加以标注和致谢之处外,论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果,也不包含为获得 天津工业大学 或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

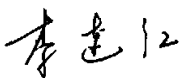
学位论文作者签名: 


签字日期: 2005年3月9日

## 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解 天津工业大学 有关保留、使用学位论文的规定。特授权 天津工业大学 可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索,并采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编以供查阅和借阅。同意学校向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘。

(保密的学位论文在解密后适用本授权说明)

学位论文作者签名: 

导师签名: 

签字日期: 2005年3月9日

签字日期: 2005年3月9日

## 学位论文的主要创新点

在对机构进行计算机辅助分析与仿真时，首先要解决的问题是将机构在计算机中表示出来。不同系统的做法是不同的。本论文首次使用结点基本信息数据库和约束关系数据库解决了这一问题，从概念上和实际的做法上进行了创新。并在这一基础上使用独特的分析方法对机构的拓扑图进行分析，建立了一个平面连杆机构的辅助分析与仿真系统。

## 第1章 计算机辅助分析技术在机构学中的应用

### 1.1 机构学概述

#### 1.1.1 机构学的研究对象

机械工程科学的诞生与发展促进了第一次工业革命,产生了18—19世纪的“机械文明”,其主要标志是以各种机器替代人类的繁重体力劳动。人类社会生产方式从人——简单工具——自然界,变成了人——机器——自然界,机器成为人类利用与改造自然界的直接执行工具<sup>[1]</sup>。

经过近200年的发展,机械工程科学成为一门独立的成熟学科,一般可划分为两大部分,即机械学和机械制造工程学。它们分别对应于机械从构思到实现所经过的设计和制造两个性质不同的阶段。

机械学的主要任务是将各有关学科的知识、技术及各种信息通过人们的思维加工、综合创新,以完成满足生活、生产和科学技术发展的需求并能为机械制造系统所接受的机械设计。

机构学是机械设计所依据的最重要的基础理论学科之一。机构设计是机械设计的基础,而设计出良好性能(包括创新、发明以及重要革新)的机构是机构设计的主要任务。

机构学的研究对象当前仍以多刚体机械系统为主,但柔体机构的应用在一些新领域如航天等越来越重要,以及机、电等多学科相结合的新机构学(广义机构学)的研究已引起人们极大的兴趣,并做了许多工作。

#### 1.1.2 机构学的基本内容

机构学的基本内容可分为三大组成部分:即机构结构学、机构运动学和机构动力学。

机构学所研究的基本问题为两大类,即机构分析与机构综合。机构分析着重机构结构学、运动学及动力学特性的研究,揭示机构结构组成、运动学与动力学规律及其相互联系,用于现有机械系统的性能分析与改进。但更重要的是为机构综合提供理论依据。机构综合着重创造性构思、发明、创新设计新机构的理论与方法的研究。所谓新机构是指具有更优良工作品质的新颖结构类型或新尺度类

型。新机构发明专利基本上都属于机构结构类型的独创性设计。

### 1.1.2.1 机构结构学

机构结构学的研究对象是主要考虑拓扑约束的多体机械系统。结构学的主要任务是：

(1) 揭示机构的结构组成规律、机构的拓扑结构特征以及它们与机构运动学特性之间的内在联系。

(2) 为建立机构结构学、运动学及动力学的系统理论提供基本依据。

(3) 机构结构类型的优选，即构思、发明新机构。这是机构结构学研究中最为重要但又最为薄弱的一环。

### 1.1.2.2 机构运动学

机构运动学的研究对象主要是考虑拓扑约束(结构类型已确定)和尺度约束的多体机械系统。

机构运动学的主要任务是：

(1) 运动分析，即已知机构主动输入，构件尺度及构件装配构形，确定从动构件的运动规律(包括奇异位形问题及运动误差问题)；或已知机构主动输入和构件尺度，确定所有装配构形并优选之，然后确定从动件的运动规律。

(2) 运动尺度综合，即确定与机构运动相关的机构构件基本尺寸的设计方案并优选之，以满足对机构提出的运动学、动力学性能以及其他设计要求。与构件尺度有关的新机构发明和特殊过约束机构存在条件的研究亦属尺度综合范畴。

(3) 机构尺度类型及其性能的研究，即按照运动学、动力学特性的某些指标将机构尺度分类(简称为尺度型)。当机构运动尺度综合时，按设计要求先选择合适的尺度型，然后进行尺度综合并优选方案，使尺度综合在较小范围内进行且易于实现设计目标。

### 1.1.2.3 机构动力学

任何机械都有运动，任何机械都受到力的作用。机构动力学就是研究机构在力的作用下的运动和机械运动中产生的力的科学。其主要任务是<sup>[2]</sup>：

(1) 动力学分析，也称为动力学反问题(Inverse Dynamics)：已知机构的运动状态和工作阻力(矩)，求解输入扭矩和各运动副反力极其变化规律(即已知运动求力)。

(2) 动力学响应分析，也称为动力学正问题(Forward Dynamics)：已知机

构的输入扭矩及工作阻力(矩),考虑构件的质量及其分布而求解机构实际运动规律问题(即已知力求运动)。

机械动力学按研究内容可划分为变质量机构动力学、振动机构动力学、刚性及挠性转子动力学、弹性构件动力学、柔体机构动力学等。

在机械动力学发展史上,先后提出了四种不同水平的分析方法:静力分析、动态静力分析、动力分析、弹性动力分析。目前,这四种分析方法也仍然都有使用。

### 1.1.3 机构学的发展趋势

随着科学技术的飞速发展,当前人类正在经历一场新的产业革命,现代机械的概念已大大不同于19世纪机械的概念,其标志是以计算机系统来部分替代人的脑力劳动以及与不同领域科技创造性的融合<sup>[3]</sup>。它对机械工程学以巨大的影响,正在引起机构学发生广泛又深刻的变化,主要表现在:

(1) 社会、生产与科学技术的发展对机构学提出了大量新的课题,机构向着高速、重载、大型与微型、轻质、高精度方向发展。它们促进了机构学新分支的出现,如机器人机构学的出现且极为活跃;而柔体机构学、微型机构学的诞生更是引起了广泛的重视和应用<sup>[4]</sup>。另外,研究特殊条件下的机构设计问题已成为一种迫切的需要,例如失重状态下的机构、深海作业的机构、航空航天机构的等等。

(2) 多种学科(如微电子学、传感器、材料学和计算机等)与机构学交叉、补充渗透及融合。机电一体化技术的发展,使具有液压、电气、气动、磁性、光电等构件的机构广泛应用,这种机构称为广义机构。例如机械技术与电子技术相结合,使传统机器向具有高度自治功能、能在非结构环境中进行作业或具有高灵活性的智能化机器发展;再例如光驱就是一个典型的机、光、电一体化的产物;机构学与生物学结合形成了仿生机械学等。

(3) 传统典型机构至今仍然在各种各样机器中广泛应用,推进和完善它们的机构综合方法、建立基于功能需要的机构设计新方法和设计专家系统,都将大大有利于典型机构的广泛应用<sup>[5]</sup>。例如实现轨迹的连杆机构、周转轮系的分析及设计的计算机辅助系统仍是值得研究的课题。

随着现代产业革命的发展,人类的社会生产方式将从人——机器——自然界,变成人——智能机器——自然界,但机器仍为人类利用与改造自然的直接执行工具。这个时代是多学科并存、相互补充、交叉、渗透,科学技术综合化时代。机构学已处于这一变革之中,一批传统内容将被逐渐被淘汰、机构学(包括其有关分支)将在其研究对象、内容、理论与方法等方面提高到与当今产业革命

及其他学科发展相适应的更高层次。

## 1.2 机构仿真系统概述

### 1.2.1 机构仿真的概念和作用

计算机技术的迅速发展为机械行业的设计制造领域带来革命性的变化。在运动学领域,计算机辅助机构设计系统及专家系统即将成为现代化机构设计的主要手段。它们将机构学概念、知识、理论和方法以及设计专家的经验与智慧与计算机系统的逻辑推理、分析判断、数据处理、图形显示等功能密切结合,简便、直观、快速、最优地完成设计任务。在动力学领域,建立在一门新兴学科——多体系统动力学基本理论基础而上研制的机械系统运动学/动力学分析程序,与有限元、几何建模程序一道,作为机械系统计算机辅助设计制造工程的重要支撑软件,日益得到工程界的重视和应用。机械系统运动学/动力学分析主要是分析机械系统的运动、受力及微振动特性等,为观察和改进设计方案提供“实物”运动模型和必要的数据、图表信息,部分或全部地代替试验分析,是现代机械产品设计和性能分析的重要环节。

计算机辅助技术的应用可以使设计人员从复杂的机构分析和烦琐的计算中摆脱出来。集中精力从事更有意义的创新和理论探讨工作。

### 1.2.2 机构仿真软件的发展现状

机构仿真软件专业化要求高,需由具备丰富运动学知识与经验的人来编写,无法由计算机专业人员来编写,原因是每种机构都有其运动属性,若对该机构没有深入的研究,就无法掌握各种可能的情况,写出的软件便不完备,导致使用上受到限制,这也是开发运动学软件具有一定挑战性的原因。既要具备运动学专业知识与经验,又要有程序语言及编写软件的相关知识,这项工作所取得的成果是极具意义与实用价值的。在此方面,国外一些专家、学者自60年代以来,开发有不少软件<sup>[6]</sup>。最初的软件仅用来对机械系统进行运动学分析。如IBM公司于1964年首次推出的KAM(Kinematics Analysis Method)运动学分析,仅对单运动链、单自由度进行机构的位置、速度、加速度分析,不能进行静力学和动力学分析。美国Michigan大学的M. A. Chace等人于1964年首次研制出了动力学分析软件DAMN (Dynamic Analysis of Mechanmic Networks机械网络的动力学分析),它可以用来分析大位移下多自由度平面机构的动态响应问题。后经D. A. Smith等人不



断改进,其功能更加完善,1969年定名为DRAM(Dynamic Response of Articulated Machinery铰链机构的动态响应),它可进行碰撞、冲击、振动特性的分析模拟。随着多刚体系统动力学的诞生和发展,机械系统运动学/动力学分析软件得到了迅速发展。1972年,美国Wisconsin大学的J. J. Uicker等人研制出了解决闭环机构运动学/动力学通用分析软件IMP(Integrated Mechanisms Program集成化机械程序)。它能对二维或三维、单运动链或多运动链的闭环机构进行运动学、静力学和动力学分析。1973年,美国Michigan大学的N. Orlandea和M. A. Chace等人研制出了ADAMS(Automatic Dynamic Analysis of Mechanical System机械系统的自动动力分析),它能分析二维或三维、开环或闭环机构的运动学/动力学问题,侧重于解决复杂系统的动力学问题。直到现在,ADAMS仍然是世界上最广泛使用的机械系统动力学仿真软件之一,其建模仿真的精度和可靠性在现在所有的动力学分析软件中名列前茅<sup>[7]</sup>。

1977年,美国Iowa大学的CAD中心在Haug教授的领导下,研制了DADS(Dynamic Analysis and Design system)动力分析和设计系统。它在解决包含柔性元件、反馈元件的空间机构运动学/动力学问题上占有优势。

70年代后期,人们在机械系统运动学/动力学分析软件中加入一些功能模块,使其可分析包含柔性体、控制器等特殊元件的机械系统。如联邦德国的MEDYAN(Mechanical Dynamic Analysis)机械动力学分析软件。

我国对机械系统运动学/动力学分析软件的研究起步较晚,但也取得了一些成果。这类软件可分为三类:第一类是用于教学目的,使用VB等软件工具开发一些常见机构的动画演示;第二类是出于某一工程实际应用需要所编写的运动学/动力学分析软件,这些软件一般能相应解决某一类机构的问题,而通用性受到限制;第三类是一些高校自主研发的比较通用的运动学分析软件,比如大连理工大学机械设计教研室开发的平面连杆机构分析与仿真专家系统,就能实现平面连杆机构的运动学分析。

总之,我国的这类软件还处于比较低级的水平,没有专业组织开发的用于工程实际的商业软件。

### 1.2.3 运动学仿真软件的关键技术

在建立运动学仿真软件的过程当中,一般要有四个关键技术要突破:一是机构结构的数学描述,形成机构的拓扑图;二是对机构拓扑图的分析、优化,生成计算机可求解的拓扑图;三是完成机构的分析计算;四是设计友好的人机交互界面。

### 1.2.3.1 机构结构的数学描述

机构的结构组成长期借助于机构简图及文字描述,这种方式不能被计算机所识别,因此难以进行数学运算。在编制运动学仿真软件时,首先要解决的问题就是把机构简图用数学语言描述出来,建立机构的拓扑图。现在成熟的做法是运用图来表示运动链的拓扑结构,以点表示构件、以边表示运动副的拓扑图与机构的结构简图之间具有一一对应关系。拓扑图又可用矩阵,诸如关联矩阵、邻接矩阵等来表示。特别是关联矩阵包含了拓扑图的全部信息。我们可以通过分析这些信息以得到对机构运动链拓扑结构的深入了解。如分析运动链的同构性、优化合并机构的拓扑结构等等。

### 1.2.3.2 机构拓扑图的分析

在对机构拓扑图进行分析时,其方法是多种多样的,其效果也是不同的,不同的仿真系统有不同的分析方法。分析方法的好坏,是影响仿真系统性能的关键因素。一般来讲,为揭示机构的拓扑结构特征,可在不同层次上将机械系统划分为基本结构单元。通过研究单元约束特性及单元之间的约束特性揭示机械系统的整体特性。最常见的结构单元有如下四种类型<sup>[1]</sup>:

- (1) 阿苏尔(Assur)基本杆组
- (2) 回路、连支单元
- (3) 单开链单元
- (4) 杆(构件)、副(运动副)单元

在实际建立仿真系统的过程当中,可以根据需要将机构划分为不同的结构单元,当然,不同的划分方法,其分析步骤及分析方法是不同的。

### 1.2.3.3 机构的计算分析

在将机构划分为基本的结构单元后,就要对这些基本单元进行求解计算,生成所需要的结果。不同的结构单元,其分析方法是不同的。Assur基本杆组具有运动确定性和静力确定性,可以对它直接进行运动学及动力学的分析与综合。但这种方法对复杂机构、空间机构进行分析时就很难。

在对回路单元进行运动学/动力学分析的时候,可以使用复数向量法、牛顿-欧拉法、Kane分析法等分析方法。以回路为单元的结构类型综合方法利用机构的拓扑图相应的对偶图表示回路单元之间的联接关系,可方便地生成机构的结构类型。但难以实现含复较及相应的非平面拓扑图的结构类型综合。

在以单开链、杆(构件)、副(运动副)为单元的拓扑图中,都分别有各自的运

动学分析及综合方法。

#### 1.2.3.4 设计友好的人机交互界面

用户界面设计是运动学软件相当重要也是最具特色的部分,直接关系到软件使用的方便与否,值得设计者多花心思。一个操作方便的界面,不但可节省使用者大量的时间,而且可以大大降低对使用者的运动学和动力学知识的要求,从而有利于软件的推广。

从功能上讲,用户界面应包括两部分:已知数据的输入和计算机分析结果的输出。当输入已知条件时,一方面要尽量避免输入信息的重复;另一方面要尽量使输入方式多样化、直观和易于操作。对于计算机的分析结果,除了要有一般软件的基本功能(如储存、打印和输出档案等)外,动画显示(即模拟真实机构运动)是运动学软件的重要而必备的功能。如何正确演示完整的机构运动是软件设计者的工作重点。机构分析应以不同的方式(如向量标示、关系图和数据输出等)提供各项分析结果;机构合成则应提供多种合成方式,如改变自由选择参数或合成要求,以便使用者根据实际需求弹性地选择合成方法。

实际上,人机交互界面是程序设计思想和设计方法的一种体现,它的输入输出方式在一定程度上受到软件系统本身的限制。

### 1.3 本课题介绍

平面连杆机构是一种应用十分广泛的机构。对它的分析及设计一直是机构学研究的一个重要课题。在平面连杆机构中最基本的型式是四杆机构。关于四杆机构的分析与综合问题已经进行了不少的深入和完善的研究工作,但对于六杆及以上的多杆机构的分析与综合,特别是多杆多自由度机构,无论是在运动学方面,或是在动力学方面,都是很不完美的。首先,对于常见的连杆机构的运动学、动力学分析仍然是非常繁琐,以至于很难对它进行深入的研究,如果建立一个连杆机构的仿真系统,使设计人员在进行设计时,从复杂的机构分析和烦琐的计算中摆脱出来,集中精力从事更有意义的创新工作上,那将是很有意义的;另一方面,在进行机构综合时,传统的方法困难就更大。比如对于单自由度的八杆机构,运用图论的知识,一共可以得到16种拓扑结构,对于十杆单自由度机构,其拓扑结构达230种之多,这样,在设计机构时,构件数目相同,实现确定相对运动的运动链结构型式将不止一种,不同的组成方式的机构显然有不同的运动学及动力学特性。因此在设计新机构时就有择优的可能。同时,在机构综合过程中,

如果能得到完整的机构结构的各种类型，对机构的创新设计也是极有意义的。而这些工作如果没有相应的机构仿真系统，仅仅依靠工程技术人员的经验和有限的精力，显然是远远不够的。因此，连杆机构的运动学仿真系统的建立是一件非常有意义的工作。

本课题就是基于这样一种考虑，尝试建立一个平面连杆机构的运动学/动力学仿真系统。目前，本系统的功能还非常有限，仅能完成部分平面连杆机构（主要由A、C类基本杆组组成）的运动学分析及动画仿真。

课题的基本内容可分为五部分：

第一部分研究了机构的基本组成，探讨了运动链成为机构的条件，并推导了平面机构自由度的计算公式，进而提出了平面机构的组成原理；

第二部分首先阐述了图论的一些基本知识，以及图在计算机中的表示方法，在此基础上指出机构简图与图之间的关系，并实现平面连杆机构拓扑图的计算机描述；

第三部分提出了平面连杆机构的两种常用分析方法：复数矢量法（整体分析法）和基本杆组分析法，并分别用实例加以说明；

第四部分是仿真系统的实现部分，通过分析平面连杆机构实例演示了本仿真软件的使用方法和基本功能；

第五部分是对仿真结果的验证。

## 第2章 机构的组成和结构分析

### 2.1 研究机构结构的目的

机构是一个用来传递运动和力的可动装置，为此，机器中的机构显然需要具有确定的运动。机构结构分析就是研究机构是怎样组成的，以及在什么条件下机构才具有确定的运动。因此，研究机构结构的目的之一就是揭示机构的结构组成规律，为综合新的机构提供理论依据。

在现实生产、生活中，常常需要对机构进行运动和动力分析，以便了解其速度、加速度和所受诸力的变化规律<sup>[8]</sup>。然而，各种机器中机构的型式各不相同，机构各个构件的具体形状也是各式各样的。因此，要逐一地对这些型式各异的具体机构进行分析是不可能的，而且实际上也没有必要。机构结构分析的目的之二就是通过对机构的结构分析与分类，可以为举一反三地研究机构的运动分析和动力分析提供方便。

另外，在实际应用中，机构型式可以各式各样，机构的构造可以有简有繁，然而对它们的共同要求是必须能够实现确定的运动。机构的组成原理可以在选用构件组成机构时，提供一些指导原则，特别在最优化设计方面，也是很有意义的。

总之，通过机构结构的分析，揭示机构的结构组成规律、机构的拓扑结构特征以及它们与机构运动学、机构动力学特性之间的内在联系，为建立机构结构学、运动学及动力学的系统理论提供基本依据，从而为新机构结构类型的优化、创新提供途径。

### 2.2 平面机构自由度的计算

#### 2.2.1 拉格朗日坐标系 (Lagrangian coordinates, 简称拉氏坐标)

用直角坐标系研究质点及分散的质点系的运动时，一个质点 $P_i$ 的基本坐标用 $x_i$ 、 $y_i$ 、 $z_i$ 来表示，由于用三个坐标唯一地规定了质点 $P_i$ 的位置，因此一个质点有三个自由度。对于作平面运动的质点，坐标 $z_i$ 是一个常数，因此只有两

个自由度。但如果给出如下的关系式:

$$f(x_i, y_i, t) = 0 \quad (2.1)$$

在给定的时刻  $t$ , 若已知  $x_i$ , 可用此点求  $y_i$ 。这样一个受约束的质点具有一个自由度。

方程式(2.1)是降低系统的自由度的, 称之为约束方程式。在任何给定的时间  $t$ , 方程式(2.1)代表平面上一条曲线。如果在方程式(2.1)中没有显示出时间  $t$ , 曲线是固定不变的, 称之为一个稳定约束, 质点被限制在此曲线上移动。如果  $t$  出现在方程式(2.1)中, 曲线将随时间而改变, 这系统就称之为运动约束。如果在给定时间, 用  $s$  代表从曲线上某一点量起的弧线距离, 则式(2.1)可用参数形式表示为

$$\begin{cases} x_i = x_i(s, t) \\ y_i = y_i(s, t) \end{cases} \quad (2.2)$$

把直角坐标作为基本坐标, 方程式(2.2)是把质点的基本坐标用另外与时间有关的变量来表示, 这称之为坐标变换方程式。与基本坐标不同的坐标(例如  $s$ ) 称之为拉氏坐标。

### 2.2.2 平面离散质点系的自由度

两个自由质点  $P_1, P_2$  由基本坐标  $(x_1, y_1)$  及  $(x_2, y_2)$  所规定, 这样一个系统共有四个自由度<sup>[9]</sup>。但是如果引进下列形式的约束方程:

$$f(x_1, y_1, x_2, y_2) = 0$$

将自由度降低为三。这是因为当已知三个基本坐标时可以用上式计算另一个基本坐标。在  $x_i, y_i$  四个基本坐标中的任何三个都可用来规定整个系统的位置。

一般地, 我们可以用  $M$  个拉氏坐标  $(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M)$  表示一组具有  $N$  个质点的质点系的基本坐标, 可以用下列变换方程式得到:

$$\begin{cases} x_i = x_i(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M) \\ y_i = y_i(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M) \end{cases} \quad (2.3)$$

式中  $i = 1, 2, \dots, N$ 。

这种在约束方程式中包含了拉氏坐标, 或者也包括了时间, 称之为显约束方程式(explicit equation of constraint)。显约束方程式的一般形式是:

$$f(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M) = 0 \quad (2.4)$$

相应地，我们把用基本坐标来表达的约束方程式称为隐约束方程式 (implicit equation of constraint)。

在运动学上刚体可以用若干有限数目的受约束的质点来模拟。

例如图 2.1 (a) 中构件可以用四个质点  $P_1, P_2, P_3, P_4$  来模拟它的运动。只要各质点间的距离不变，就包括五个隐约束方程式[图 2.1 (b)]。

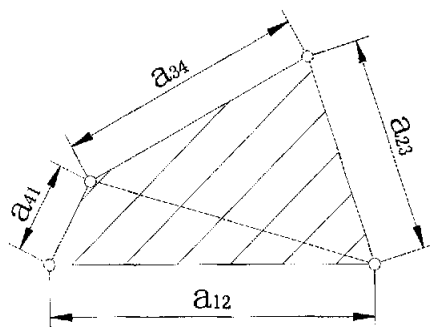


图2.1(a) 构件

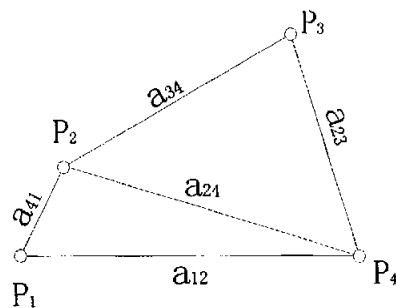


图2.1(b) 离散后的构件

$$(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 = a_{ij}^2 \quad (2.5)$$

$(i, j) = (1,2), (2,3), (3,4), (4,1), (2,4)$

我们称图 2.1 (b) 之质点系是图 2.1 (a) 构件之离散质点的模拟。

四个质点有八个自由度，再加上五个约束方程式，因之系统的自由度为三，即一个刚体。一般来讲， $N$  个质点的平面系统具有  $C$  个约束方程式，其自由度为

$$F = 2N - C \quad (2.6)$$

上式是平面离散质点系自由度求解的基本关系式。

### 2.2.3 广义坐标

在自由度为  $F$  的系统中，我们可以从  $M$  个拉氏坐标中选择  $F$  个作为一级坐标 (primary coordinates) 用  $q_1, q_2, \dots, q_F$  表示，其余  $N = M - F$  个坐标称为二级坐标 (secondary coordinates)，用  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N$  表示。

在经典力学中，一级坐标常称之为广义坐

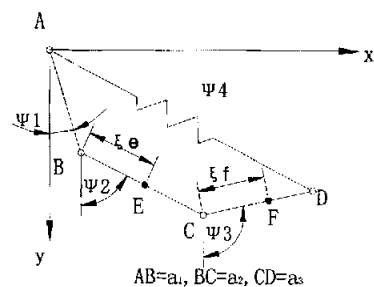


图2.2 广义坐标

标。换言之，广义坐标是独立的拉氏坐标，这说明广义坐标的数目等于系统的自由度。对于开式链（图 2.2），三个角度 $(\psi_1, \psi_2, \psi_3)$ 作为广义坐标 $(q_1, q_2, q_3)$ 是很合适的。

## 2.2.4 切贝谢夫-克鲁伯公式

在机构自由度公式中，每引进一个低副就增加两个约束。如果机构中的构件数目为  $N$ （包括机架），低副数目为  $P_5$ ，则

$$F = 3(N - 1) - 2P_5 = 3M - 2P_5$$

此处  $M=N-1$  是活动构件数。

对于单自由度机构，令  $F=1$ ，于是得

$$3N - 2P_5 - 4 = 0$$

上述方程式称之为切贝谢夫-克鲁伯规律。

如果在机构中出现复式铰链，则低副的总数为

$$P_5 = P_1 + 2P_2 + \dots + nP_n = \sum iP_i \quad (2.7)$$

上式中  $P_i$  是具有  $i$  个副的复式铰链数， $n$  代表机构中具有最多运动副数目的复式铰链数。

如果在公式 (2.7) 中引进高副，则  $P_h = P_g + P_c$  ( $P_g$  为齿轮副， $P_c$  为凸轮副数目)，于是得

$$F = 3(N - 1) - 2P_5 - P_h \quad (2.8)$$

上式即为计算机构自由度的切贝谢夫-克鲁伯公式<sup>[8]</sup>。

## 2.3 平面机构的组成原理

### 2.3.1 平面机构的组成原理

前苏联学派提出了杆组的概念，成为机构组成学的理论基础。

所谓杆组又称阿苏尔运动链。阿苏尔是机构学者，阿苏尔认为机构是由一个或若干个自由度为零的运动链依次连接到机架与主动件上而组成的。这个自



由度为零的运动链称之为基本杆组，或阿苏尔杆组 (Assur group) [10]。如表 2.1 所示。

表 2.1 II、III 级基本杆组的类型

运动副		RRR	RPR	RPR	PRP	RPP
II 级组	简图					
运动副		RR-RR-R	RR-RR-RP	RR-RR-PP	PR-PR-RP	PP-RR-RP
III 级组	简图					

令杆组中的构件数目为  $n$  (杆组中架，所以  $n$  个构件都是可动构件)，杆组中运动副数目为  $p$ ，因基本杆组是不能再分拆的自由度为零的构件组合，故应满足下列条件：

$$3n - 2P_L = 0$$

或

$$n = \frac{2P_L}{3} \tag{2.9}$$

由于构件数  $n$  和低副数  $P_L$  均为整数，则从上式可知， $n$  和  $P_L$  应分别为 2 和 3 的倍数，即

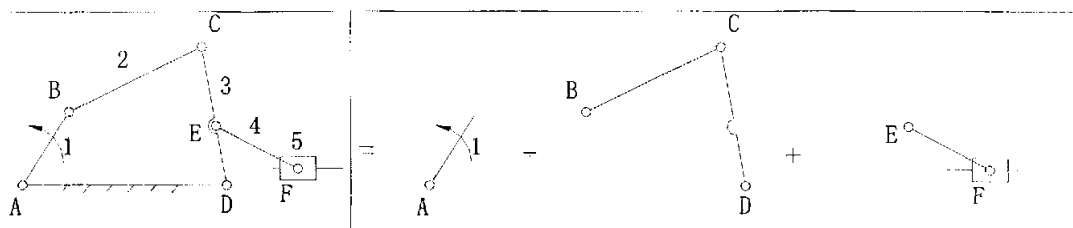
$$n=2, 4, 6, \dots$$

$$P_L=3, 6, 9, \dots$$

由两个构件和三个低副构成的基本杆组称为 II 级杆组，它共有五种类型，如表 2.1 所示。由四个构件和六个低副组成的基本杆组可为 III 级杆组或 IV 级杆组。III 级或以上的杆组统称为高级杆组。在实际生产中，II 级杆组应用最为广泛，其次为 III 级杆组和 IV 级杆组，更高级杆组已少见。

任何机构都可以看作是由一个或几个基本杆组依次联接于原动件和机架上而构成的，这就是机构的组成原理。一个六杆机构的组成原理如表 2.2 所示。

表2.2 一个六杆机构的组成原理



平面连杆机构的级别是根据其中最高级的基本杆组的组别。组成机构的各基本杆组的最高级别是 II 级时，该机构称为 II 级机构；基本杆组的最高级别是 III 级时，该机构称为 III 级机构；以此类推。III 级及以上机构统称为高级机构。

### 2.3.2 杆组具有运动确定性及静力确定性<sup>[9]</sup>

由于杆组是自由度为零的运动链，因之杆组运动确定性的意义是很明显的，只要杆组的外部运动副的运动参数已知，所有内部运动副的运动参数都可求得。

方程式 (2.9) 是描述杆组结构特性的一个基本公式。这个公式既具有运动学的含义，即杆组的运动确定性，同时也具有静力学的含义。由于每一个运动副中的约束反力可分解为  $x$ ,  $y$  轴两个方向的未知力，而每一个构件可由平衡力系条件得三个独立方程式，则式 (2.9) 又说明杆组具有静力确定性，当杆组中作用在构件上的外力及外力矩为已知时，根据平衡力系的条件就可求出各运动副中的反力。

正因为杆组具有运动确定性及静力确定性，因之杆组在机构中成为一个结构单元。这个结构单元本身具有一定数目的内副及外副，按一定的形式排列。由于杆组结构型式不同，杆组所具备的运动学及动力学特性也不同。虽然有些杆组所有的构件数目及运动副数目相同，但由于运动副排列形式不同，杆组的结构型式也就不同。因之产生了机构的分类学说。即机构如何进行合理的分类以便于机构运动学及动力学分析与综合。

## 第3章 连杆机构的信息化

### 3.1 图的基本概念

在客观世界中的事物之间有各种各样的联系。如果用顶点（小圆点）代表事物，用边表示各事物间的二元关系，如果所讨论的事物之间有某种二元关系，我们就把相应的顶点连成一条边。这种由顶点及连接这些顶点的边所组成的集合就是图。

#### 3.1.1 图的概念

习惯上，常用  $G=(V,E)$  代表一个图。图中的结点又称为顶点， $V$  是结点的非空有穷集合，结点的偶对称称为边； $E$  是边的集合<sup>[1]</sup>。

图中代表一条边的结点的偶对如果是无序的则称此图为无向图。在无向图中  $(v_1, v_2)$  和  $(v_2, v_1)$  这两个偶对代表同一条边。

图中代表一条边的结点的偶对如果是有序的，则称此图为有向图。在有向图中  $\langle v_1, v_2 \rangle$  代表一条有向边， $v_1$  称为该边的始点， $v_2$  称为该边的终点。 $\langle v_1, v_2 \rangle$  和  $\langle v_2, v_1 \rangle$  边两个偶对代表不同的边。

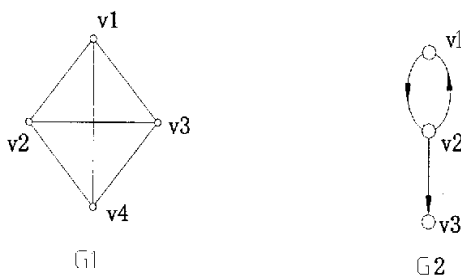


图3.1 图

图3.1 给出图  $G_1$ 、 $G_2$ ，其中  $G_1$  是无向图， $G_2$  是有向图。它们的顶点集和边集为：

$$V(G_1) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$$

$$E(G_1) = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_4)\}$$

$$V(G_2) = \{v_1, v_2, v_3\}$$

$$E(G_2) = \{<v_1, v_2>, <v_2, v_1>, <v_2, v_3>\}$$

在有向图中用箭头表示边的方向，箭头从始点指向终点。

以下讨论不考虑结点到其自身的边，即若  $(v_1, v_2)$  或  $<v_1, v_2>$  是图  $G$  的一条边，则  $v_1 \neq v_2$ ，而且也不允许一条边在图中重复出现。按照上述规定，有下述结论：任何一个具有  $n$  个结点的无向图，其边数小于等于  $n(n-1)/2$ 。边数恰好为  $n(n-1)/2$  的  $n$  个结点的无向图称为完全图。在  $n$  个结点的有向图中，最大边数为  $n(n-1)$ 。

若  $(v_1, v_2) \in E$ ，称  $v_1$  和  $v_2$  为相邻结点，而边  $(v_1, v_2)$  则是与结点  $v_1$  和  $v_2$  相关联的边。在图  $G_2$  中与点  $v_2$  相关联的边有  $(v_2, v_3)$ 、 $(v_1, v_2)$ 、 $(v_2, v_1)$ 。

所谓一个结点的度就是与该结点相关联的边的数目。若  $G$  为一个有向图，则把以结点  $v$  为终点的边数称作  $v$  的入度，把以结点  $v$  为始点的边的数目称作  $v$  的出度。在图  $G_2$  中结点  $v_2$  的入度为 1，出度为 2，度为 3。

设图  $G$  有  $n$  个结点， $t$  条边，若  $d_i$  为结点  $v_i$  的度数，显然有  $t = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n d_i$

在有向图中，出度为 0 的结点称为终端结点（或称叶子）。

图  $G=(V,E)$  和  $G'=(V',E')$  中，若  $V' \subseteq V, E' \subseteq E$ ，并且  $E'$  中的边所关联的结点都在  $V'$  中，则称图  $G'$  是图  $G$  的子图。 $G_1$ 、 $G_2$  的子图分别如图 3.2 (a)、(b) 所示。

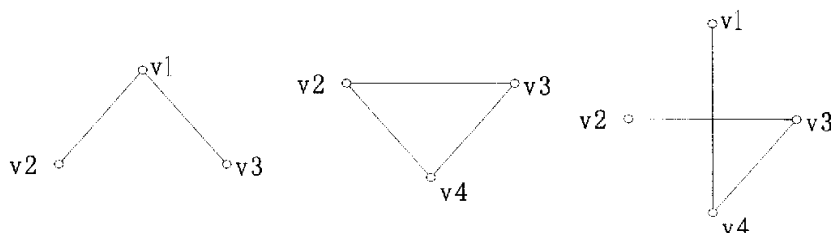


图 3.2(a)  $G_1$  的子图

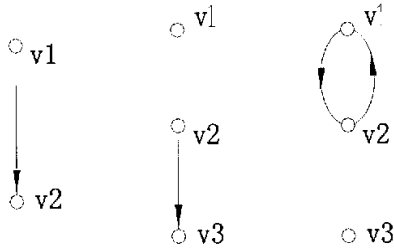


图3.2(b)  $G_2$  的子图

### 3.1.2 回路

在图  $G=(V, E)$  中如果存在结点序列  $v_p, v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_n}, v_q$ , 使  $(v_p, v_{i_1}), (v_{i_1}, v_{i_2}), \dots, (v_{i_n}, v_q)$  都在  $E$  中, (若对有向图, 则使  $\langle v_p, v_{i_1} \rangle, \langle v_{i_1}, v_{i_2} \rangle, \dots, \langle v_{i_n}, v_q \rangle$  都在  $E$  中), 则称从结点  $v_p$  到  $v_q$  存在一条路径。路径长度定义为这条路径上的边数。如果一条回路上的结点除  $v_p$

和  $v_q$  外可以相同, 其它的结点都不相同, 则称此路每项为一简单路径。  $v_p = v_q$  的简单路径称为回路 (也称为环)。

给图上的每条边加上一个数字作权, 称为带权的图 (图 3.3)。带权的图又称为网络。

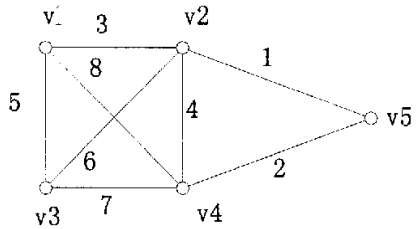


图3.3 网络的例子

### 3.1.3 欧拉 (Euler's) 定理

欧拉指出, 在  $L$  个简单环路中有  $V$  个顶,  $E$  条边组成一个多边形网络, 则

$$V-E+L=1 \tag{3.1}$$

为了证明这个公式, 考虑所谓欧拉不变量:

$$I=V-E+L \tag{3.2}$$

对于一个简单的多边形具有  $n$  个顶的单环路中,  $I=n-n+1$ 。现在对于多边形网络, 可以开始从一个简单的多边形出发, 在它外面加边组成一个链, 例如在图 3.4 所示多边形 (1, 2, 3, 4), 然后加一个具有三个顶点 (5, 6, 7) 的链以及四条边

(2, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 4), 于是得到第二个多边形。这样一个变化, 使不变量有变化

$$\Delta I = \Delta V - \Delta E + \Delta L = 3 - 4 + 1 = 0$$

然后加上链 (7, 8), (8, 9), (9, 1)。规定第三个多边形; 此时  $\Delta I = \Delta V - \Delta E + \Delta L = 2 - 3 + 1 = 0$ 。

如此继续进行, 可以看出 I 始终是按下式关系:

$$\Delta I = \Delta V - (\Delta V + 1) + 1 = 0$$

因之方程式 (3.1) 对多边形网络是始终成立的。

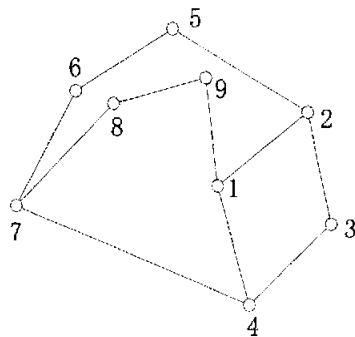


图3.4 多边形网络

### 3.2 图的矩阵表示

图的结构非常复杂, 应用广泛。在计算机中, 图是一种非常有用的数据结构。它的存储方法多种多样, 应用不同, 表示方法也不同, 下面介绍其中的两种。

#### 3.2.1 图的关联矩阵表示法

关联矩阵是表示结点间的相邻关系的矩阵。若 G 是一个具有 n 个结点的图, 则 G 的关联矩阵是如下定义的  $m \times n$  矩阵 A, 其 i 行、j 列元素为:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{当第 } i \text{ 点与 } j \text{ 边相关联时} \\ 0, & \text{当第 } i \text{ 点与 } j \text{ 边不关联时} \end{cases}$$

n 顶点数;

m 边数。

用关联矩阵法表示图, 需要存储一个包括 n 个结点的顺序表保存结点的数据或指向结点数据的指针, 另外还需要存储一个  $m \times n$  的相邻矩阵来表示结点间的相邻关系。

#### 3.2.2 图的邻接矩阵表示法

拓扑图 G (V, E) 的邻接矩阵为

$$D = [d_{ij}]_{n \times n}$$

式中,

$$d_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{当顶}i\text{与}j\text{之间有一条边直接连接时} \\ 0, & \text{当顶}i\text{与}j\text{之间没有边直接连接时} \end{cases}$$

邻接矩阵的性质:

(1)  $[d_{ij}]$ 的主对角元素皆为零, 且 $[d_{ij}]$ 为实对称矩阵。

(2) 矩阵  $D$  的行 (或列) 的非零元素数目为该行 (或列) 对应顶点的度, 即对应构件的运动副数目。

(3) 两行 (及对应两列) 的置换相当于顶的重新编号。

由以上所示可知。关联矩阵及邻接矩阵均可描述拓扑图的全部特征。其举例如下表所示。

运动链	关联矩阵	邻接矩阵																																																																																																																																																									
	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>a</th> <th>b</th> <th>c</th> <th>d</th> <th>e</th> <th>f</th> <th>g</th> <th>h</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>0</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <th>1</th> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>2</th> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>3</th> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>4</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>5</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>6</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>		a	b	c	d	e	f	g	h	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	2	1	1	0	0	0	0	0	0	3	0	1	1	0	0	0	1	0	4	0	0	1	1	0	0	0	0	5	0	0	0	1	1	0	0	0	6	0	0	0	0	0	1	1	1	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>a</th> <th>b</th> <th>c</th> <th>d</th> <th>e</th> <th>f</th> <th>g</th> <th>h</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>a</th> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>b</th> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>c</th> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>d</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>e</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <th>f</th> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <th>g</th> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <th>h</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>		a	b	c	d	e	f	g	h	a	0	1	0	0	0	1	0	0	b	1	0	1	0	0	0	1	0	c	0	1	0	1	0	0	1	0	d	0	0	1	0	1	0	0	0	e	0	0	0	1	0	1	0	1	f	1	0	0	0	1	0	0	1	g	0	1	1	0	0	0	0	1	h	0	0	0	0	1	1	1	0
	a	b	c	d	e	f	g	h																																																																																																																																																			
0	0	0	0	0	1	1	0	1																																																																																																																																																			
1	1	0	0	0	0	1	0	0																																																																																																																																																			
2	1	1	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																			
3	0	1	1	0	0	0	1	0																																																																																																																																																			
4	0	0	1	1	0	0	0	0																																																																																																																																																			
5	0	0	0	1	1	0	0	0																																																																																																																																																			
6	0	0	0	0	0	1	1	1																																																																																																																																																			
	a	b	c	d	e	f	g	h																																																																																																																																																			
a	0	1	0	0	0	1	0	0																																																																																																																																																			
b	1	0	1	0	0	0	1	0																																																																																																																																																			
c	0	1	0	1	0	0	1	0																																																																																																																																																			
d	0	0	1	0	1	0	0	0																																																																																																																																																			
e	0	0	0	1	0	1	0	1																																																																																																																																																			
f	1	0	0	0	1	0	0	1																																																																																																																																																			
g	0	1	1	0	0	0	0	1																																																																																																																																																			
h	0	0	0	0	1	1	1	0																																																																																																																																																			

### 3.3 平面连杆机构的拓扑图

#### 3.3.1 机构运动简图

用国标规定的简单符号和线条代表运动副和构件, 并按一定的比例尺表示机构的运动尺寸, 绘制出表示机构的简明图形。这种图形称为机构运动简图。运动简图忽略了构件及运动副的具体结构、外形 (高副机构的轮廓形状除外)、断面尺寸、组成构件的零件数目及固联方式等与机构运动和功能无关的因素, 因此更好的表达了原机械具有的运动特性。

若只是为了表明机械的组成状况和结构特征, 也可以不严格按比例绘制简图, 这样的简图通常称为机构示意图。

### 3.3.2 运动链的拓扑图

借助图论中的一些概念和方法,在描述运动链的过程当中,引进如下的概念。

**顶(vertex)或结(node)** 是一个点,代表运动链中的构件。顶点的度为相应构件上的运动副数目。

**边(edge)** 是一个线段,代表运动链中的运动副。

**连通(connected)** 一个边和顶的系统中,如果任意两个顶可以用一系列的边连接时称之为连通的。如图 3.5 (a),(b)所示。

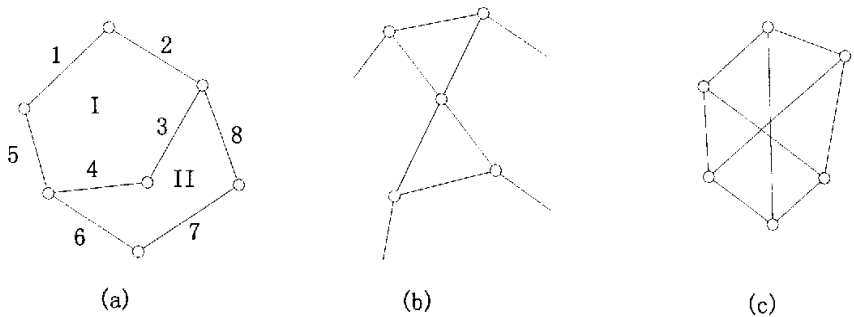


图3.5 回路及树

**图(graph)或者网络(network)** 边与顶的连通系统。图 3.5 (a)和(b)表示两个不同的图。在此我们只考虑狭义的解释,即不包括以同一个顶作为边的出发和终结。

**平面图(plane graph)** 一个图中各边除了在顶相交外没有相交的边。称为平面图。图 3.5 (a),(b)是两个平面图。3.5 (c)不是平面图。

**有向边(oriented or directed edge)** 有箭头表示正向的边称之为有向边。

**有向图(oriented graph)** 在图中每一条边都有向。

**子图(subgraph)** 一个图是另一个图中的边和顶的子集合。

**回路或环路(circuit or simple loop)** 每一个顶与两条边关联的子图。在 3.5 (a)中边(1, 2, 3, 4, 5)形成一个环路(环路 I)。

**缩图(contracting graph)** 在图中删去只联结两边的顶所得的简化图称为缩图。

**树(tree)** 不包含闭路的连通图。如附图 3.5(b)所示,在树中所有的边称为枝(brancees)。



弦(chord) 边的集合, 如果从图中移去之, 将使图成为树, 在图 3.5 (a) 中, 边 1, 3 是弦的集合, 另外也可能选择别的弦, 如边 2 及边 8.

同构(isomorphism) 具有相同关联性质的, 在两个图之间的点和边的关联方面保持着一对一的对应关系。这两个图就叫做同构图或称它们为同构。图 3.6 所示三个图是同构。

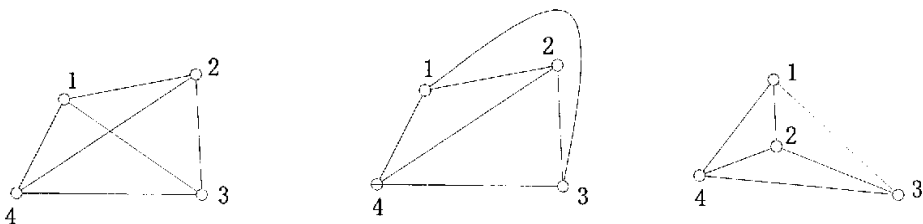


图3.6 同构图

### 3.3.3 单自由度平面连杆机构的类型综合

单自由度平面机构中, 如果把机架约束解除, 可得到具有四个活动度的运动链。因之单自由度机构的类型综合与活动度为四的运动链综合是一致的。当运动链中的构件数目为  $n$ , 运动副数目为  $p$  时, 一个自由度为四的运动链应满足下列关系式:

$$3n - 2p = 4 \tag{3.3}$$

又在  $n$  个构件中, 令具有  $i$  个运动副的构件数为  $n_i$  则

$$\sum n_i = n \tag{3.4}$$

由图论中的一条定理: 拓扑图所有各顶点度数之和等于其边数的两倍。据此, 对于闭式链中得关系式

$$\sum in_i = 2p \tag{3.5}$$

以及欧拉方程式

$$L = p - n + 1 \tag{3.6}$$

$L$  为闭式链的数目, 再代入式 (3.3) 可得

$$p - 3L = 1 \tag{3.7}$$

满足式 (3.3) 及 (3.7) 的运动链很多, 根据构件数目的递增可举下列诸排列:

$$n=2, \quad p=1, \quad L=0$$

$$n=4, \quad p=4, \quad L=1$$

$$n=6, \quad p=7, \quad L=2$$

$$n=8, \quad p=10, \quad L=3$$

$$n=10, \quad p=13, \quad L=4$$

$n=2$  的单自由度机构为开式链。

$n=4$  的单自由度机构为单闭链, 即为常作的铰链四杆机构 (图 3.7)。

$n=6$  的单自由度机构为  $L=2$  复式闭链, 其运动链的基本结构形式有两种 (图 3.8)。

其中图 3.8 (a) 为斯蒂芬逊机构 (Stephenson's linkage), 图 3.8(b) 为瓦特机构 (Watt's linkage)。

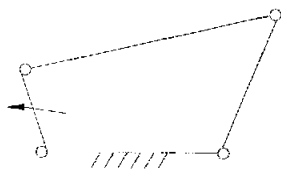


图3.7 铰链四杆机构

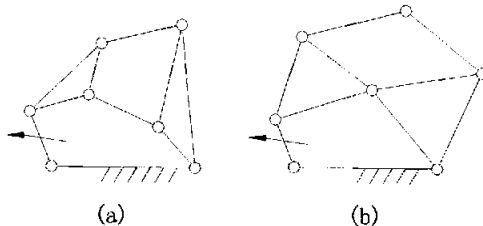


图3.8 斯蒂芬逊机构和瓦特机构

$n=8$  的单自由度机构为  $L=3$  的复式闭链, 其运动链的基本结构型式有 16 种 (图 3.11)。

$n=10$  的单自由度机构为  $L=4$  的复式链, 其运动链的基本结构型式有 230 种<sup>[9]</sup>。

为了说明这些图例的综合过程, 我们以八杆机构为例说明之。

由于每一个闭链引进两个标量约束方程式, 因之  $L$  个闭链就引进  $2L$  个约束方程式。于是, 当机构中拉式坐标数为  $M$ , 独立的闭链数为  $L$  时, 机构的自由度为

$$F=M-2L \tag{3.8}$$

设在闭式链所组成的机构中有  $N$  个构件, 自由度为  $F$ , 在固定构件上铰链数目至少有  $J_m - 1$  个 (见图 3.9)。

也就是说

$$L \geq J_m - 1 \quad (3.9)$$

对于规则机构,其自由  
度,根据式(3.8)

$$F = (N - 1) - 2L$$

即

$$L = \frac{1}{2}(N - 1 - F) \geq J_m - 1$$

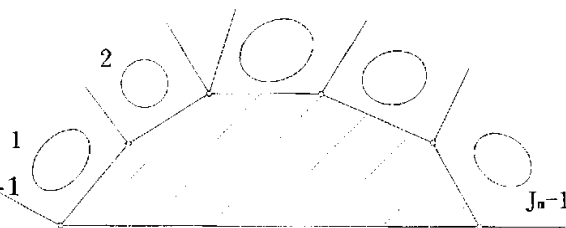


图3.9 多副构件

当  $F=1$  时,

$$J_m \leq \frac{N}{2} \quad (3.10)$$

上式说明,在满足切贝谢夫公式的单自由度机构中,构件能含有的最大运动副数目为  $\frac{N}{2}$ 。

另外,如果在规则机构中,组成复合铰链的构件数目为  $K_m$ , 则

当  $F=1$  时

$$K_m \leq \frac{N}{2} \quad (3.11)$$

上式说明,单自由度的规则机构中,组成复合铰链的的构件数目不超过  $\frac{N}{2}$ 。

由于  $n=8, p=10$ .可以从式 (3.10) 知构件中含有的运动副数目最多为 4, 所以从式 (3.4), (3.5) 得

$$n_2 + n_3 + n_4 = 8 \quad (3.12)$$

$$2n_2 + 3n_3 + 4n_4 = 20 \quad (3.13)$$

因  $3n - 2p = 4$ ,得

$$n_2 = 8 + n_4 \quad (3.14)$$

我们用式(3.12)及(3.14)来确定运动链中诸构件带运动副的情况,称之为方案:

方案 1:  $n_2 = 4, n_3 = 4$

方案 2:  $n_2 = 5, n_3 = 2, n_4 = 1$

方案 3:  $n_2 = 6, n_4 = 2$

在确定方案后,同一个方案中由于构件及运动副的排列不同又存在各种变型

结构。为了寻找变型结构，应用缩图比较方便（图 3.10）。

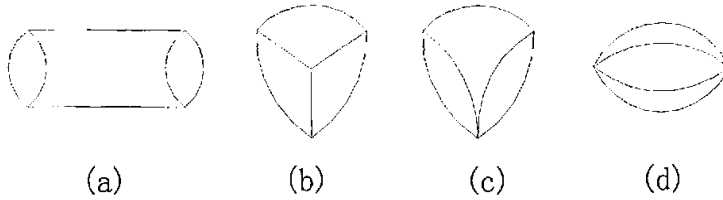


图3.10 缩图

在缩图中把 $n_i (i \geq 3)$ 的构件用一个顶来表示，在这些顶之间用边来连接，每一个连接顶的边代表一支 $n_2$ 构件组成的运动链。在缩图中的顶点不用小圆圈表示而用点表示，一个代表 $n_i$ 构件的顶在缩图中是一个 $I$ 度顶，即是一个由 $I$ 条边相交的点。

首先考虑这些 $n_i (i \geq 3)$ 的顶是怎样排列的，有多少种排列形式。例如在上述方案 1 中， $n_3 = 4$ 就有四个顶，每一个顶的度为 3。连接三条边，这四个顶的排列共有两种，一种是矩形排列[图 3.10 (a)]，另一种为 Y 排列[图 3.10 (b)]，有六支 $n_2$ 链在这四个顶之间连接，方案 1 便得到两种缩图。方案 2 及方案 3 各得一种缩图[图 3.10 (c) (d)]。

在 $n_2$ 运动链中如何分配构件又有不同的方案，由此就得到各种变型结构。例如在方案 1 中有，但 $n_2 = 4$ 运动链有六支，如何把四个构件分配在六支运动链中，就得到各种变型结构。用六个数字表示缩图中六支 $n_2$ 链中的构件数，这六个数字的总和等于四。例如图 3.11(a)中左图为 111100，中图为 112000，右图为 220000 等。方案 1 共得九种独立的结构型式，参见图 3.11 (a)、(b)。

同理方案 2 共得五种独立的结构，参见图 3.11 (c)，方案 3 共得两种独立的结构，参见图 3.11(d)。

以上组成八杆单自由度机构，共得 16 种结构（图 3.11）。

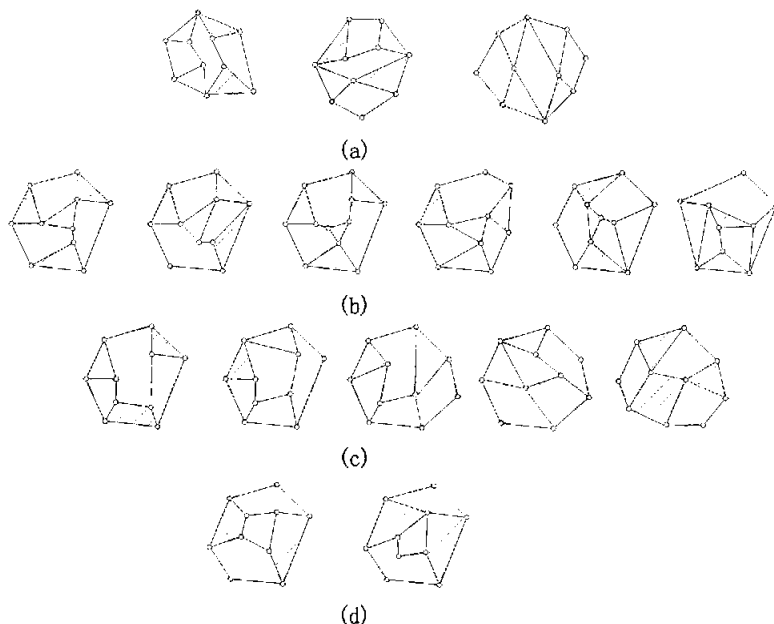


图3.11 八杆单自由度机构的运动链

### 3.4 平面连杆机构在计算机内的表示

对于平面连杆机构，首先可以将其机构运动简图绘制出来。由于机构运动简图与原机械具有完全相同的运动特性，因此，可以根据运动简图对机械进行运动学及动力学分析。对机构运动简图进一步抽象，可以把它看作是由相互约束关系的点及这些点之间的连线构成的。如图 3.12 所示机构运动简图，可以将它看作是由结点 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) 及它们之间的连线 ( $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5$ ) 组成。事实上，这就构成了一个图，借助图论的知识我们不但可以将其在计算机中描述出来，而且可以对它的拓扑结构的内在特性有更深入的了解。

#### 3.4.1 结点基本信息数据库

在描述机构运动简图时，首先要存储机构的一些基本信息，比如铰接联接的铰接中心点，滑动联接中的滑动点或滑动轨迹直线上的两个点，固定结点的位置等。我们用一个数据库来描述一个机构的这些数据：结点基本信息数据库。其格式可以描述为

$$P = \{P_1(x_1, y_1, R_1, Q_1), (x_2, y_2, R_2, Q_2), \dots, (x_i, y_i, R_i, Q_i)\}$$

$x_i$ 、 $y_i$  为第  $i$  点的坐标值

$R_i$  表示  $i$  点运动副性质

$Q_i$  用来记录第  $i$  点的运动状态是否已知

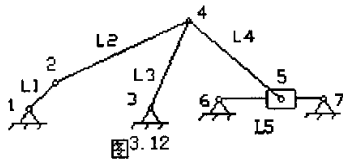
结点基本信息数据库初始值可以认为是已知条件，只要机构给定，这些数据应该是可以直接获得的。

### 3.4.2 约束关系数据库

约束关系数据库是用来描述机构运动简图结点之间联系的数据库。对于平面连杆机构来讲，这种联系主要是指结点之间是否存在连线，或者说两结点是否是同一杆件上的点。这种联系可以通过邻接矩阵来描述：

$$D = [d_{ij}]_{n \times n}, \text{ 式中 } d_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{点 } i \text{ 与 } j \text{ 之间没连线} \\ l_i & \text{点 } i \text{ 与 } j \text{ 之间有连线} \end{cases}$$

$l_i$  是以  $i$ 、 $j$  为端点的杆长；



对于图 3.12 的机构，建立的邻接矩阵如下：

$$\begin{bmatrix} 0 & l_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_1 & 0 & 0 & l_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_2 & l_3 & 0 & l_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_4 & 0 & x & x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x & 0 & l_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x & l_5 & 0 \end{bmatrix}$$

其中  $x$  表示一个指定的正数。

在对机构的拓扑结构、运动学及动力学进行分析的时候，主要是针对约束关系数据库进行的。对它的描述及分析的方法多种多样，有优有劣，是否成功是各种仿真分析系统，以及优化设计系统的关键。

综上所述，对于一个平面连杆机构，通过描述其杆件几何参数、运动指定性数据、运动副类型以及运动副之间的约束关系等信息，可以将它在计算机中完整的描述出来<sup>[12]</sup>。

## 第4章 平面连杆机构的运动学分析

### 4.1 机构运动分析的目的及常用方法

#### 4.1.1 机构运动分析的目的

机构的运动分析不但用于分析现有机械的工作性能,而且当进行新机构的综合时,综合的结果也需要通过运动分析来检验其正确与否。因此,机构的运动分析是很重要的。

对机构进行运动分析时,将不考虑引起机构运动的外力、机构构件的弹性变形和机构运动副中间隙对机构运动的影响,而仅仅从几何角度研究在原动件的运动规律已知的情况下,如何确定机构其余构件上各点的轨迹、位移、速度和加速度,以及机构中其余构件的角位移、角速度和角加速度等运动参数。

通过轨迹的分析,可以确定某些构件运动所需要的空间,判断它们运动时是否相互干涉。通过速度分析,可以确定机构中从动件的速度是否合乎要求,并为进一步做机构的加速度分析和受力分析提供必要的数据。通过加速度分析,可为惯性的计算提供加速度数据,尤其对于高速机械和重型机械等惯性力较大的机械,进行加速度分析是非常必要的。

由上可知,运动分析既是综合的基础,也是力分析的基础。另外,在研究机器的运转及其速度波动的调节时,为了求等效力(或等效力矩)、等效质量(或等效转动惯量),也必须首先对机构进行运动分析。

#### 4.1.2 机构运动分析的常用方法

机构运动分析的方法大体上分为图解法和解析法两种。图解法具有形象、直观的特点,但精度不高,对于高速机械和精密机械中的机构,用图解法作为运动分析的结果,往往不能满足高精度的要求。解析法借助电子计算机可使机构运动分析获得高精度的结果。此外,通过解析法可建立各种运动参数和机构尺寸的函数关系式,这更便于对机构进行深入的研究。

用解析法作机构运动分析的内容,虽然包括位移分析、速度分析和加速度分析三个方面,但关键问题是位移分析<sup>[13]</sup>。至于速度和加速度,一般是利用位移方程式对时间求导一次和二次后,解线性方程(组)或非线性方程(组)而

得到的，较易解决。

根据分析过程不同，机构运动分析的解析法可分为两种。一种是杆组法，即首先把组成机构的基本杆组（自由度为零的运动链的最小单元）作为研究对象，分别建立各个基本杆组的子程序。由于平面连杆机构都是由起始构件、机架和不同的基本杆组组成的，所以对其进行运动分析时，只需要根据其组成原理和特点，编写一个正确地调用所需基本杆组子程序的主程序。这种方法由于建模容易，求解过程固定，适宜于用计算机求解机构。

另一种是整体分析法，即把所研究的机构放在直角坐标系中，自始至终都把这个机构作为研究对象，由已知数据求出待求参数。因这种方法有较系统的理论，且应用范围广泛，更适用于机构的运动综合和对其进行更深入的研究。运动分析的解析法可利用向量、复数、矩阵等运算方法进行<sup>[14]</sup>。

## 4.2 复数矢量的基本运算

### 4.2.1 平面向量的复数极坐标表示法

#### 坐标表示法

若用复数表示平面向量  $\vec{r}$ ，则  $\vec{r} = r_x + ir_y$ ，其中的  $r_x$  和  $r_y$  分别为复数向量的实部和虚部<sup>[15][16]</sup>。

如图 4.1 所示，向量  $r$  还可以写为  $\vec{r} = r(\cos\phi + i\sin\phi)$ ，其中的

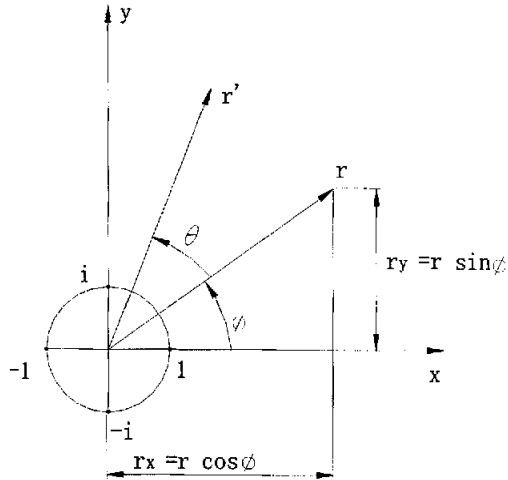


图4.1 向量的复数极坐标表示法

$\phi$  称为幅角，由  $x$  轴的正向逆时针为正，顺时针为负。 $r = |\vec{r}|$  是向量的模。利用欧拉公式  $e^{i\phi} = \cos\phi + i\sin\phi$ ，可将向量表示为极坐标形式  $\vec{r} = re^{i\phi}$ 。式中  $e^{i\phi}$  是一个单位向量，它表示向量的方向。 $|e^{i\phi}| = \sqrt{\cos^2\phi + \sin^2\phi} = 1$  即  $e^{i\phi}$  表示一个以原点为圆心、以 1 为半径的圆周上的点。与坐标轴重合的单位向量如表 4.1 和图



4.1 所示。

表 4.1 与坐标重合的单位向量

$\phi$	$e^{i\phi}$	代表的向量
0	$e^{i0} = \cos 0 + i \sin 0 = 1$	指向 x 轴的单位向量
$\pi/2$	$e^{i\pi/2} = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} = i$	指向 y 轴的单位向量
$\pi$	$e^{i\pi} = \cos \pi + i \sin \pi = -1$	指向 x 轴的单位向量
$3\pi/2$	$e^{i3\pi/2} = \cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} = -i$	指向 y 轴的单位向量

#### 4.2.2 向量回转

单位向量  $e^{i\phi}$  乘以向量  $\vec{r} = re^{i\theta}$  可以得到一个新的向量  $\vec{r}'$ ,  $\vec{r}' = re^{i\phi} \cdot e^{i\theta} = re^{i(\phi+\theta)}$ 。由此可知, 若  $e^{i\theta}$  乘以向量  $\vec{r}$ , 相当于把向量  $\vec{r}$  绕原点旋转了  $\theta$  角。表 4.2 列出了单位向量旋转的几种特殊情况。

表 4.2 单位向量  $e^{i\phi}$  旋转的几种特殊情况

被乘数	结果	作用
$i$	$i \cdot e^{i(\phi+\pi/2)}$	相当于向量转过 $\pi/2$ 角
$i^2$	$i^2 \cdot e^{i\phi} = -e^{i\phi} = e^{i(\phi+\pi)}$	相当于向量转过 $\pi$ 角
$i^3$	$i^3 \cdot e^{i\phi} = -ie^{i\phi} = e^{i(\phi+3\pi/2)} = e^{i(\phi-\pi/2)}$	相当于向量逆时针转过 $3\pi/2$ 角或顺时针转过 $\pi/2$ 角

因  $e^{i\phi} \cdot e^{-i\phi} = e^{i(\phi-\phi)} = 1$ , 故  $e^{-i\phi}$  是  $e^{i\phi}$  的共轭复数。

#### 4.2.3 复数极坐标表示的向量的微分

设  $\vec{r} = re^{i\phi}$ , 则对时间的一阶导数为

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt} e^{i\varphi} + r \frac{d\varphi}{dt} (ie^{i\varphi}) = \dot{r} e^{i\varphi} + r \dot{\varphi} e^{i(\varphi+\pi/2)}$$

方向:  $e^{i\varphi}$        $e^{i(\varphi+\pi/2)}$

大小:  $\dot{r}$        $r\dot{\varphi}$

意义:      相对速度      牵连速度

式中  $\dot{r}$  —— 向量大小的变化率;

$\dot{\varphi}$  —— 角速度;

$r\dot{\varphi}$  —— 线速度。

对时间的二阶导数为

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{r} e^{i\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} e^{i(\varphi+\pi/2)} + r\dot{\varphi}^2 e^{i(\varphi+\pi)} + r\ddot{\varphi} e^{i(\varphi+\pi/2)}$$

方向:  $e^{i\varphi}$        $e^{i(\varphi+\pi/2)}$        $e^{i(\varphi+\pi)}$        $e^{i(\varphi+\pi/2)}$

大小:  $\ddot{r}$        $2\dot{r}\dot{\varphi}$        $r\dot{\varphi}^2$        $r\ddot{\varphi}$

意义:      相对      哥氏      牵连去向      牵连切向  
            加速度      加速度      加速度      加速度

式中  $\ddot{\varphi}$  —— 角加速度

### 4.3 连杆机构的整体运动分析法

当机构运动时, 机构各构件上相应点之间的速度和加速度关系, 可根据速度合成定理和加速度合成定理用相对运动向量方程式表示。根据不同的相对运动情况, 又可分为两类。

#### 4.3.1 同一构件上两点之间的速度和加速度关系

如图 4.2a 所示, 构件 AB 作平面运动时, 可以看作随其上任一基点 A 的牵连运动和绕基点 A 的相对转动。因此, 构件上任一点 C 的绝对速度可用向量方程表示为

$$\vec{v}_c = \vec{v}_A + \vec{v}_{cA}$$

式中  $\vec{v}_A$  ——牵连速度；

$\vec{v}_{cA}$  ——C点相对于A点的相对速度。

$\vec{v}_{cA}$  的大小等于该构件的瞬时角速度与 A、C 两点间的实际距离  $l_{AC}$  的乘积；

方向与 AC 垂直，指向与  $\dot{\varphi}$  一致。同理，C 点的加速度可用向量方程式表示为

$$\vec{a}_c = \vec{a}_A + \vec{a}_{cA} = \vec{a}_A + \vec{a}_{cA}^n + \vec{a}_{cA}^t$$

式中  $\vec{a}_A$  ——牵连加速度；

$\vec{a}_{cA}$  ——C点相对于A点的相对加速度。

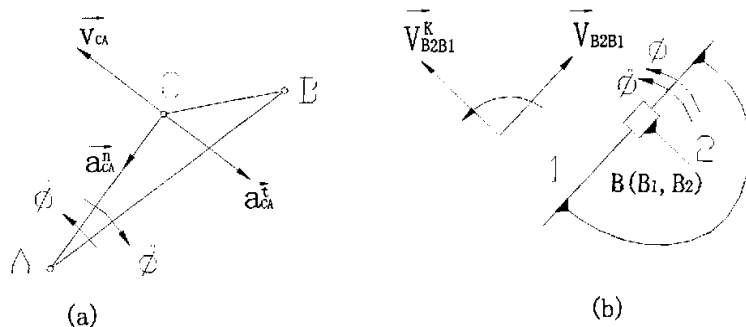


图4.2 速度分解图

为了表达其方向和大小，又将  $\vec{a}_{cA}$  分解为 C 点相对于 A 点的相对法向加速度  $\vec{a}_{cA}^n$  和相对切向加速度  $\vec{a}_{cA}^t$ 。其中  $\vec{a}_{cA}^n$  的大小既等于  $\dot{\varphi}^2 l_{AC}$ ，也等于  $v_{cA}^2 / l_{AC}$ ，方向平行于 AC 且由 C 指向 A。 $\vec{a}_{cA}^t$  的大小等于该构件的瞬时角加速度  $\ddot{\varphi}$  与  $l_{AC}$  的乘积，方向垂直于 AC 且与  $\ddot{\varphi}$  一致。

#### 4.3.2 组成移动副两构件间、重合点间的速度和加速度关系

图 4.2b 所示为构件 1 和 2 组成移动副，B 点为构件 1 上的 B1 点和滑块 2 上的 B2 点的重合点。构件 1 和 2 一起以  $\dot{\varphi}$  的角速度转动，角加速度为  $\ddot{\varphi}$ ；滑块

2 随导杆一起转动的同时又沿导杆 1 相对移动，即作复合运动。根据牵连运动为转动时的速度合成定理。动点的绝对速度等于它的牵连速度和相对速度的向量和，得

$$\vec{v}_{B_2} = \vec{v}_{B_1} + \vec{v}_{B_2B_1}$$

上式中  $\vec{v}_{B_1}$  为牵连速度； $\vec{v}_{B_2B_1}$  为  $B_2$  点相对于  $B_1$  点的相对速度，它的方向与导路平行，它与  $\vec{v}_{B_1B_2}$  大小相等，方向相反。同理，根据动点在每一瞬时的绝对加速度等于相对加速度、牵连加速度与哥氏加速度三者的向量和，得

$$\vec{a}_{B_2} = \vec{a}_{B_1} + \vec{a}_{B_2B_1}^k + \vec{a}_{B_2B_1}^r$$

上式中  $\vec{a}_{B_1}$  为牵连加速度； $\vec{a}_{B_2B_1}^r$  为  $B_2$  点相对于  $B_1$  点的相对加速度，它的方向与导路平行，它与  $\vec{a}_{B_1B_2}^r$  大小相等，方向相反； $\vec{a}_{B_2B_1}^k$  为哥氏加速度

$$\vec{a}_{B_2B_1}^k = 2\vec{\varphi} \times \vec{v}_{B_2B_1}$$

对于平面机构，因  $\vec{\varphi}$  与  $\vec{v}_{B_2B_1}$  间的夹角始终为  $90^\circ$ ，故  $\vec{a}_{B_2B_1}^k$  的大小等于牵连角速度  $\varphi$  与相对速度  $\vec{v}_{B_2B_1}$  的大小乘积的 2 倍，其方向是将相对速度  $\vec{v}_{B_2B_1}$  的向量箭头绕箭尾沿牵连角速度  $\varphi$  的方向转过  $90^\circ$ 。

另外，当两构件组成转动副时，转动中心（重合点）的速度相等，加速度也相等。因两构件间有相对转动，所以这两构件的角速度不相等，角加速度也不相等。而两构件组成移动副时，这两构件的角速度相等，角加速度也相等。因两构件间有相对移动，所以重合点的速度不相等，加速度也不相等。

### 4.3.3 六杆机构的运动分析

干草压缩机的机构简图为如图 4.3 所示的六杆机构。已知各构件的尺寸  $l_{AB}$ 、 $l_{BC}$ 、 $l_{EC}$ 、 $l_{DC}$ 、 $l_{EF}$ 、 $x_D$ 、 $y_D$ 、 $y_F$  和原动件曲柄 AB 等速转动的转速  $n_1$  以及位置角  $\varphi_1$ 。求滑块 5 的速度和加速度。

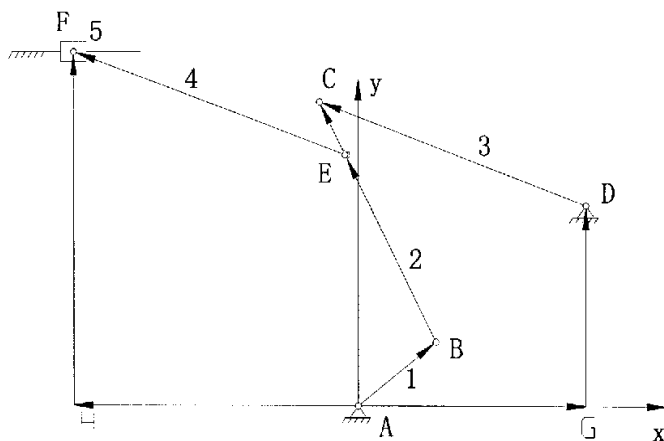


图4.3 向量的复数极坐标表示法

由图 4.3 所示的  $xAy$  坐标系和封闭向量多边形  $ABCDG$  可得如下向量方程式:

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AG} + \vec{GD} + \vec{DC}$$

$$\text{即 } l_{AB}e^{i\varphi_1} + l_{BC}e^{i\varphi_2} = l_{AG}e^{i0} + l_{GD}e^{i\pi/2} + l_{DC}e^{i\varphi_3} \quad (4.3.1)$$

由 (4.3.1) 的实部和虚部分别相等可得

$$l_{AB} \cos \varphi_1 + l_{BC} \cos \varphi_2 = x_D + l_{DC} \cos \varphi_3 \quad (4.3.2)$$

$$l_{AB} \sin \varphi_1 + l_{BC} \sin \varphi_2 = y_D + l_{DC} \sin \varphi_3 \quad (4.3.3)$$

$$\text{设 } A = x_D - l_{AB} \cos \varphi_1$$

$$B = y_D - l_{AB} \sin \varphi_1$$

则由式 (4.3.2) 和 (4.3.3) 两式可得

$$AA \sin \varphi_3 + BB \cos \varphi_3 + CC = 0 \quad (4.3.4)$$

$$\text{式中 } AA = B/A;$$

$$BB = 1;$$

$$CC = -(l_{BC}^2 - l_{DC}^2 - A^2 - B^2)/(2Al_{DC})$$

由式 (4.3.4) 可得

$$\varphi_3 = 2 \arctan[(AA + M \sqrt{(AA)^2 + (BB)^2 - (CC)^2}) / (BB - CC)]$$

由式 (4.3.2) 和式 (4.3.3) 还得

$$\varphi_2 = \arctan[(l_{DC} \sin \varphi_3 + B) / (l_{DC} \cos \varphi_3 + A)]$$

由图 4.3 中的封闭向量多边形 ABEFH 可得

$$\vec{AH} + \vec{HF} = \vec{AB} + \vec{BE} + \vec{EF}$$

$$\text{即 } l_{AH} e^{i\pi} + l_{HF} e^{i\pi/2} = l_{AB} e^{i\varphi_1} + l_{BE} e^{i\varphi_2} + l_{EF} e^{i\varphi_4} \quad (4.3.5)$$

由式(4.3.5)的实部和虚部分别相等可得

$$x_F = -l_{AH} = l_{AB} \cos \varphi_1 + l_{BE} \cos \varphi_2 + l_{EF} \cos \varphi_4 \quad (4.3.6)$$

$$y_F = l_{AH} = l_{AB} \sin \varphi_1 + l_{BE} \sin \varphi_2 + l_{EF} \sin \varphi_4 \quad (4.3.7)$$

其中的  $l_{BE}$  和 E 点的 y 坐标  $y_E$  分别为

$$\begin{aligned} l_{BE} &= l_{BC} - l_{EC}; \\ y_E &= l_{AB} \sin \varphi_1 + l_{EF} \sin \varphi_2 \end{aligned} \quad (4.3.8)$$

由式 (4.3.8) 和式 (4.3.7) 中  $y_E$  表达式可知

$$R = \sin \varphi_4 = (y_F - y_E) / l_{EF}$$

$$\text{则 } \varphi_4 = \arctan(R / \sqrt{1 - R^2})$$

$\varphi_2$  和  $\varphi_4$  求出后便可由式 (4.3.6) 求出 F 点的位置  $x_F$ 。

速度分析：将式(4.3.1)对时间求导可得

$$l_{AB} \dot{\varphi}_1 e^{i(\varphi_1 + \pi/2)} + l_{BC} \dot{\varphi}_2 e^{i(\varphi_2 + \pi/2)} = l_{DC} \dot{\varphi}_3 e^{i(\varphi_3 + \pi/2)} \quad (4.3.9)$$

$$\text{方向: } e^{i(\varphi_1 + \pi/2)} \quad e^{i(\varphi_2 + \pi/2)} \quad e^{i(\varphi_3 + \pi/2)}$$

$$\text{大小: } l_{AB} \dot{\varphi}_1 \quad l_{BC} \dot{\varphi}_2 \quad l_{DC} \dot{\varphi}_3$$

$$\text{意义: } v_B \quad + \quad v_{CB} \quad = \quad v_C$$

由式(4.3.9)的实部相等可得

$$l_{AB} \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 + l_{BC} \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 = l_{DC} \dot{\varphi}_3 \sin \varphi_3 \quad (4.3.10)$$

将  $xAy$  坐标系统绕 A 点转  $\varphi_3$  角, 则由式(4.3.10)可得

$$\dot{\varphi}_2 = -l_{AB} \dot{\varphi}_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) / [l_{BC} \sin(\varphi_2 - \varphi_3)]$$

由式(4.3.10)可得

$$\dot{\varphi}_3 = (l_{AB} \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 + l_{BC} \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2) / (l_{DC} \sin \varphi_3)$$

将式(4.3.7)对时间求导可得

$$x_F e^{i\pi} = l_{AB} \dot{\varphi}_1 e^{i(\varphi_1+\pi/2)} + l_{BE} \dot{\varphi}_2 e^{i(\varphi_2+\pi/2)} + l_{EF} \dot{\varphi}_4 e^{i(\varphi_4+\pi/2)} \quad (4.3.11)$$

方向: 水平  $e^{i(\varphi_1+\pi/2)}$   $e^{i(\varphi_2+\pi/2)}$   $e^{i(\varphi_4+\pi/2)}$

大小:  $x_F$   $l_{AB} \dot{\varphi}_1$   $l_{BE} \dot{\varphi}_2$   $l_{EF} \dot{\varphi}_4$

意义:  $v_F = v_B + v_{EB} + v_{FE}$

由式(4.3.11)的虚部和实部分别相等可得连杆 4 的角速度  $\dot{\varphi}_4$  和滑块 5 的角速度  $v_F$  如下:

$$\dot{\varphi}_4 = (-l_{AB} \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - l_{BE} \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2) / (l_{EF} \cos \varphi_4)$$

$$v_F = x_F = l_{AB} \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 + l_{BE} \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + l_{EF} \dot{\varphi}_4 \sin \varphi_4$$

加速度分析: 将式(4.3.9)对时间再求导可得

$$l_{AB} \dot{\varphi}_1^2 e^{i(\varphi_1+\pi)} + l_{BC} \dot{\varphi}_2^2 e^{i(\varphi_2+\pi)} + l_{BC} \ddot{\varphi}_2 e^{i(\varphi_2+\pi/2)} = l_{DC} \dot{\varphi}_3^2 e^{i(\varphi_3+\pi)} + l_{DC} \ddot{\varphi}_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} \quad (4.3.12)$$

方向:  $e^{i(\varphi_1+\pi)}$   $e^{i(\varphi_2+\pi)}$   $e^{i(\varphi_2+\pi/2)}$   $e^{i(\varphi_3+\pi)}$   $e^{i(\varphi_3+\pi/2)}$

大小:  $l_{AB} \dot{\varphi}_1^2$   $l_{BC} \dot{\varphi}_2^2$   $l_{BC} \ddot{\varphi}_2$   $l_{DC} \dot{\varphi}_3^2$   $l_{DC} \ddot{\varphi}_3$

意义:  $a_B^n + a_{CB}^n + a_{CB}^t = a_C^n + a_C^t$

由式(4.3.12)的实部相等 可得:

$$l_{AB} \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_1 + l_{BC} \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2 + l_{BC} \ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 = l_{DC} \dot{\varphi}_3^2 \cos \varphi_3 + l_{DC} \ddot{\varphi}_3 \sin \varphi_3$$

将 xAy 坐标系统 A 点转  $\varphi_3$  角, 则由式(4.3.13)可得

$$\ddot{\varphi}_2 = [l_{DC} \dot{\varphi}_3^2 - l_{AB} \dot{\varphi}_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - l_{BC} \dot{\varphi}_2^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3)] / [l_{BC} \sin(\varphi_2 - \varphi_3)]$$

由式(4.3.13)可得构件 3 的角加速度:

$$\ddot{\varphi}_3 = (l_{AB} \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_1 + l_{BC} \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2 + l_{BC} \ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 - l_{DC} \dot{\varphi}_3^2 \cos \varphi_3) / (l_{DC} \sin \varphi_3)$$

将式(4.3.11)对时间再求导一次可得:

$$\ddot{x}_F e^{ix} = l_{AB} \dot{\varphi}_1^2 e^{i(\varphi_1+\pi)} + l_{BE} \dot{\varphi}_2^2 e^{i(\varphi_2+\pi)} + l_{BE} \ddot{\varphi}_2 e^{i(\varphi_2+\pi/2)} + l_{EF} \dot{\varphi}_4^2 e^{i(\varphi_4+\pi)} + l_{EF} \ddot{\varphi}_4 e^{i(\varphi_4+\pi/2)} \quad (4.3.13)$$

$$\text{方向: 水平 } e^{i(\varphi_1+\pi)} \quad e^{i(\varphi_2+\pi)} \quad e^{i(\varphi_2+\pi/2)} \quad e^{i(\varphi_4+\pi)} \quad e^{i(\varphi_4+\pi/2)}$$

$$\text{大小: } \ddot{x}_F \quad l_{AB} \dot{\varphi}_1^2 \quad l_{BE} \dot{\varphi}_2^2 \quad l_{BE} \ddot{\varphi}_2 \quad l_{EF} \dot{\varphi}_4^2 \quad l_{EF} \ddot{\varphi}_4$$

$$\text{意义: } a_F = a_B^n + a_{EB}^n + a_{EB}^t + a_{FE}^n + a_{FE}^t$$

由式(4.3.14)的虚部和实部分别相等可得连杆4的角加速度和滑块5的加速度如下:

$$\ddot{\varphi}_4 = (l_{AB} \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_1 + l_{BE} \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2 - l_{BE} \ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 + l_{EF} \dot{\varphi}_4^2 \sin \varphi_4) / (l_{EF} \cos \varphi_4)$$

$$\ddot{a}_F = \ddot{x}_F = (l_{AB} \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_1 + l_{BE} \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2 + l_{BE} \ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + l_{EF} (\dot{\varphi}_4^2 \cos \varphi_4 + \sin \varphi_4))$$

## 4.4 Ⅱ级杆组的运动分析

由2.5的内容我们知道,平面多杆机构可由主动件、基本杆组及机架所组成,基本杆组的自由度为零,即如果给定其外接副的位置,该杆组的位置就随之确定,对于速度和加速度也是如此。因此,平面多杆机构的运动分析可归结为其中基本杆组的运动分析。

### 4.4.1 刚体的运动分析

机构中的构件相当于刚体,其上某点 $P_1$ 的位置用矢径 $\vec{P}_1$ 表示, $P_1$ 点的速度和加速度分别为 $\dot{P}_1$ 和 $\ddot{P}_1$ 。该刚体的位置可用直线 $P_1P_2$ 对X轴的倾角 $\varphi$ 表示,其角速度和角加速度分别为 $\dot{\varphi}$ 和 $\ddot{\varphi}$ 。设已知 $\vec{P}_1$ 、 $\dot{P}_1$ 、 $\ddot{P}_1$ 、 $\varphi$ 、 $\dot{\varphi}$ 和 $\ddot{\varphi}$ 欲求该刚体上任一点 $P_3$ 的位置、速度、加速度。



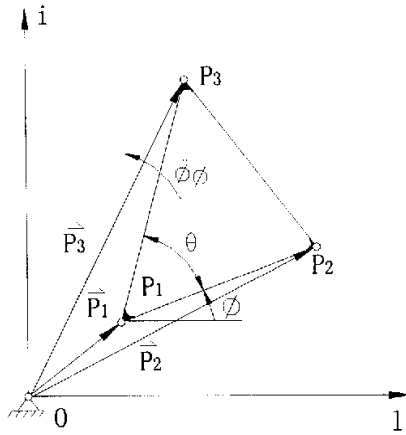


图 4.4 刚体上任一点的运动

如图 4.4 所示，取 X 轴和 Y 轴分别为实轴和虚轴，矢量  $\vec{P}_1$ 、 $\vec{P}_2$ 、 $\vec{P}_3$  用复数表示：

$$\vec{P}_3 - \vec{P}_1 = L e^{i(\varphi + \theta)} \quad (4.4.1)$$

在两轴上分解：

$$\left. \begin{aligned} P_{3X} &= P_{1X} + L \cos(\varphi + \theta) \\ P_{3Y} &= P_{1Y} + L \sin(\varphi + \theta) \end{aligned} \right\} \quad (4.4.2)$$

将式 (4.4.1) 对时间取导：

$$\dot{\vec{P}}_3 - \dot{\vec{P}}_1 = L \dot{\varphi} i e^{i(\varphi + \theta)} \quad (4.4.3)$$

在两轴上分解：

$$\left. \begin{aligned} \dot{P}_{3X} &= \dot{P}_{1X} - L \dot{\varphi} \sin(\varphi + \theta) \\ \dot{P}_{3Y} &= \dot{P}_{1Y} - L \dot{\varphi} \cos(\varphi + \theta) \end{aligned} \right\} \quad (4.4.4)$$

将式 (4.4.3) 对时间取导：

$$\ddot{\vec{P}}_3 - \ddot{\vec{P}}_1 = L \ddot{\varphi} i e^{i(\varphi + \theta)} - L \dot{\varphi}^2 e^{i(\varphi + \theta)} \quad (4.4.5)$$

在两轴上分解：

$$\left. \begin{aligned} \ddot{P}_{3X} &= \ddot{P}_{1X} - L \ddot{\varphi} \sin(\varphi + \theta) - L \dot{\varphi}^2 \cos(\varphi + \theta) \\ \ddot{P}_{3Y} &= \ddot{P}_{1Y} + L \ddot{\varphi} \cos(\varphi + \theta) - L \dot{\varphi}^2 \sin(\varphi + \theta) \end{aligned} \right\} \quad (4.4.6)$$

### 4.4.2 III级杆组的运动分析

#### 4.4.2.1 II级杆组A型(图4.5)

给定:  $\vec{P}_1$ 、 $\dot{P}_1$ 、 $\ddot{P}_1$ 、 $P_2$ 、 $\dot{P}_2$ 、 $\ddot{P}_2$ 、 $L_1$  和  $L_2$  求  $\varphi_1$ 、 $\dot{\varphi}_1$ 、 $\ddot{\varphi}_1$ 、 $\varphi_2$ 、 $\dot{\varphi}_2$ 、 $\ddot{\varphi}_2$  和  $\vec{P}_3$ 、 $\dot{P}_3$  和  $\ddot{P}_3$ 。

##### 1. 位移分析

$$d = \sqrt{(P_{2X} - P_{1X})^2 + (P_{2Y} - P_{1Y})^2}$$

(4.4.7)

若  $d > (L_1 + L_2)$  或  $d < |L_1 - L_2|$ , 则该杆组

不能组装, 与此对应的机构位置不存在。

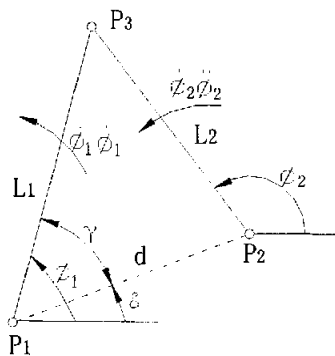


图4.5 II级杆组A型

$$\delta = \arctg \frac{P_{2Y} - P_{1Y}}{P_{2X} - P_{1X}} \quad (4.4.8)$$

$$\gamma = \arccos \frac{d^2 + L_1^2 - L_2^2}{2dL_1} \quad (4.4.9)$$

$$\varphi_1 = \delta + N\gamma \quad (4.4.10)$$

当  $\Delta P_1P_2P_3$  三顶点的顺序为逆时针方向时, 式中  $N = 1$ , 反之,  $N = -1$ 。

$$\begin{cases} P_{3x} = P_{1x} + L_1 \cos \varphi_1 \\ P_{3y} = P_{1y} + L_1 \sin \varphi_1 \end{cases} \quad (4.4.11)$$

$$\varphi_2 = \arctg \frac{P_{3Y} - P_{2Y}}{P_{3X} - P_{2X}} \quad (4.4.12)$$

2. 速度分析 因  $P_3$ 、与  $P_1$ 、为同一构件上的两点, 故按式 (4.4.3) 可导出:

$$L_1 \dot{\varphi}_1 ie^{i\varphi_1} = \dot{P}_3 - \dot{P}_1 \quad (4.4.13)$$

$$L_2 \dot{\varphi}_2 ie^{i\varphi_2} = \dot{P}_3 - \dot{P}_2 \quad (4.4.14)$$

上两式相减得:

$$L_1 \dot{\varphi}_1 ie^{i\varphi_1} - L_2 \dot{\varphi}_2 ie^{i\varphi_2} = \dot{P}_2 - \dot{P}_1 \quad (4.4.15)$$

在两轴上分解:

$$\left. \begin{aligned} -L\dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 + L_2 \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 &= \dot{P}_{2X} - \dot{P}_{1X} \\ -L\dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - L_2 \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 &= \dot{P}_{2Y} - \dot{P}_{1Y} \end{aligned} \right\}$$

解得:

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{(\dot{P}_{2X} - \dot{P}_{1X})(P_{3X} - P_{2X}) + (\dot{P}_{2Y} - \dot{P}_{1Y})(P_{3Y} - P_{2Y})}{(P_{3Y} - P_{2Y})(P_{3X} - P_{1X}) - (P_{3Y} - P_{1Y})(P_{3X} - P_{2X})} \quad (4.4.16)$$

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{(\dot{P}_{2X} - \dot{P}_{1X})(P_{3X} - P_{1X}) + (\dot{P}_{2Y} - \dot{P}_{1Y})(P_{3Y} - P_{1Y})}{(P_{3Y} - P_{2Y})(P_{3X} - P_{1X}) - (P_{3Y} - P_{1Y})(P_{3X} - P_{2X})} \quad (4.4.17)$$

将式(4.4.4)在两轴上分解:

$$\left. \begin{aligned} \dot{P}_{3X} &= \dot{P}_{1X} - L_1 \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 = \dot{P}_{1X} - \dot{\varphi}_1 (P_{3Y} - P_{1Y}) \\ \dot{P}_{3Y} &= \dot{P}_{1Y} - L_1 \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 = \dot{P}_{1Y} - \dot{\varphi}_1 (P_{3X} - P_{1X}) \end{aligned} \right\} \quad (4.4.18)$$

2. 加速度分析 将式(4.4.13)和(4.4.14)分别对时间取导数:

$$L_1 \ddot{\varphi}_1 i e^{i\varphi_1} - L_1 \dot{\varphi}_1^2 e^{i\varphi_1} = \ddot{P}_3 - \ddot{P}_1 \quad (4.4.19)$$

$$L_2 \ddot{\varphi}_2 i e^{i\varphi_2} - L_2 \dot{\varphi}_2^2 e^{i\varphi_2} = \ddot{P}_3 - \ddot{P}_2 \quad (4.4.20)$$

上两式相减得:

$$L_1 \ddot{\varphi}_1 i e^{i\varphi_1} - L_1 \dot{\varphi}_1^2 e^{i\varphi_1} - L_2 \ddot{\varphi}_2 i e^{i\varphi_2} + L_2 \dot{\varphi}_2^2 e^{i\varphi_2} = \ddot{P}_2 - \ddot{P}_1 \quad (4.4.21)$$

在两轴上分解:

$$\left. \begin{aligned} -\ddot{\varphi}_1 (P_{3Y} - P_{1Y}) + \ddot{\varphi}_2 (P_{3Y} - P_{2Y}) &= E \\ -\ddot{\varphi}_1 (P_{3X} - P_{1X}) - \ddot{\varphi}_2 (P_{3X} - P_{2X}) &= F \end{aligned} \right\}$$

解得:

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{E(P_{3X} - P_{2X}) + F(P_{3Y} - P_{2Y})}{(P_{3Y} - P_{2Y})(P_{3X} - P_{1X}) - (P_{3Y} - P_{1Y})(P_{3X} - P_{2X})} \quad (4.4.22)$$

$$\ddot{\varphi}_2 = \frac{E(P_{3X} - P_{1X}) + F(P_{3Y} - P_{1Y})}{(P_{3Y} - P_{2Y})(P_{3X} - P_{1X}) - (P_{3Y} - P_{1Y})(P_{3X} - P_{2X})} \quad (4.4.23)$$

式中:

$$E = \ddot{P}_{2X} - \ddot{P}_{1X} + \dot{\varphi}_1^2 (P_{3X} - P_{1X}) - \dot{\varphi}_2^2 (P_{3X} - P_{2X})$$

$$F = \ddot{P}_{2Y} - \ddot{P}_{1Y} + \dot{\varphi}_1^2 (P_{3Y} - P_{1Y}) - \dot{\varphi}_2^2 (P_{3Y} - P_{2Y})$$

将式(4.4.19)在两轴上分解:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{P}_{3X} &= \ddot{P}_{1X} - \ddot{\varphi}_1(P_{3Y} - P_{1Y}) - \dot{\varphi}_1^2(P_{3X} - P_{1X}) \\ \ddot{P}_{3Y} &= \ddot{P}_{1Y} - \ddot{\varphi}_1(P_{3X} - P_{1X}) - \dot{\varphi}_1^2(P_{3Y} - P_{1Y}) \end{aligned} \right\} \quad (4.4.24)$$

#### 4.4.2.2 II级杆组C型(图4.6)

给定  $P_1$ 、 $\dot{P}_1$ 、 $\ddot{P}_1$ 、 $P_2$ 、 $\dot{P}_2$ 、 $\ddot{P}_2$ 、 $L_1$ 、 $\beta$ 、 $\dot{\beta}$ 、 $\ddot{\beta}$  求  $\varphi_1$ 、 $\dot{\varphi}_1$ 、 $\ddot{\varphi}_1$ 、 $\varphi_2$ 、 $\dot{\varphi}_2$ 、 $\ddot{\varphi}_2$ 、 $P_3$ 、 $\dot{P}_3$ 、 $\ddot{P}_3$ 、 $L_2$ 、 $\dot{L}_2$ 、 $\ddot{L}_2$ 。

##### 1. 位移分析

$$d = \sqrt{(P_{2X} - P_{1X})^2 + (P_{2Y} - P_{1Y})^2} \quad (4.4.25)$$

$$(P_{3X} - P_{1X})^2 + (P_{3Y} - P_{1Y})^2 = L_1^2$$

以  $P_{3X} = P_{1X} + L_2 \cos \beta$  和  $P_{3Y} = P_{1Y} + L_2 \sin \beta$  代

入上式经深化后得:

$$L_2^2 + FL_2 + G = 0$$

解出:

$$L_2 = \frac{-F \pm \sqrt{F^2 - 4G}}{2} \quad (4.4.26)$$

式中:  $F = 2[(P_{2X} - P_{1X}) \cos \beta + (P_{2Y} - P_{1Y}) \sin \beta]$

$$G = d^2 - L_1^2$$

如果  $F^2 < 4G$ , 则该杆组无法组装, 与此相应的机构位置不存在。如  $F^2 = 4G$ , 则以  $P_1$  点为圆心,  $L_1$  为半径的圆正好与直线  $P_2T$  相切,  $L_2$  获得唯一解(图 4.7 乙); 如  $F^2 > 4G$ , 则可分为两种情况:  $L_1 < d$  (图 4.7 甲), 该圆与直线  $P_2T$  交于  $P_3$  与  $P'_3$ ,  $L_2$  得两正解;  $L_1 > d$  (图 4.7 丙), 该圆与直线  $P_2T$  虽也交于  $P_3$  与  $P'_3$ , 但分别位于  $P_2$  的两边,  $L_2$  相应的两解为一正一负<sup>[15][17]</sup>。

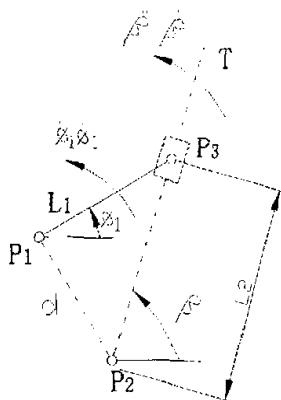


图4.6 II级杆组C型

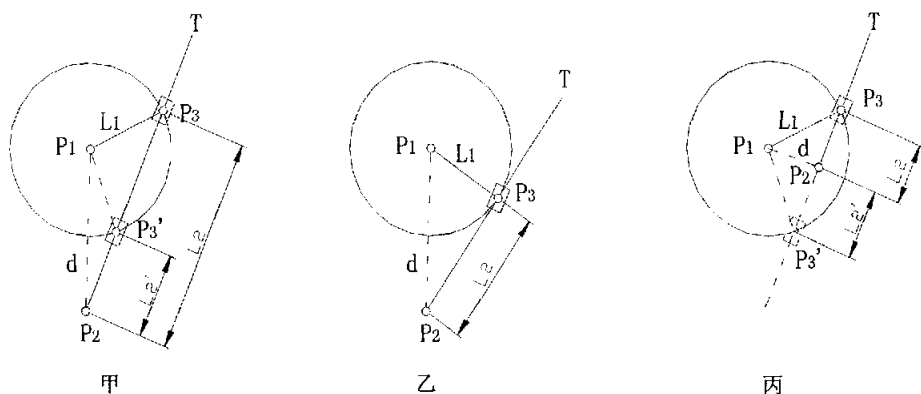


图4.7 II级杆组C型的三种情况

进一步可确定  $P_{3x}$ 、 $P_{3y}$  和  $\varphi_1$  :

$$\begin{cases} P_{3x} = P_{2x} + L_2 \cos \beta_1 \\ P_{3y} = P_{2y} + L_2 \sin \beta_1 \end{cases} \quad (4.4.27)$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{P_{3y} - P_{1y}}{P_{3x} - P_{1x}} \quad (4.4.28)$$

2.速度分析 将下列两式

$$P_3 - P_1 = L_1 e^{i\varphi_1} \quad P_3 - P_2 = L_2 e^{i\beta}$$

分别对时间求导得:

$$\dot{P}_3 - \dot{P}_1 = L_1 \dot{\varphi}_1 i e^{i\varphi_1} \quad (4.4.29)$$

$$\dot{P}_3 - \dot{P}_2 = L_2 \dot{\beta} e^{i\beta} + L_2 \beta i e^{i\beta} \quad (4.4.30)$$

上两式相减:

$$\dot{P}_2 - \dot{P}_1 = L_1 \dot{\varphi}_1 i e^{i\varphi_1} - L_2 \dot{\beta} e^{i\beta} - L_2 \beta i e^{i\beta} \quad (4.4.31)$$

在两轴上分解并整理后得:

$$\left. \begin{aligned} -\dot{\varphi}_1 L_1 \sin \varphi_1 - L_2 \dot{\beta} \cos \beta &= E_1 \\ \dot{\varphi}_1 L_1 \cos \varphi_1 - L_2 \dot{\beta} \sin \beta &= F_1 \end{aligned} \right\}$$

解得:

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{F_1 \cos \beta - E_1 \sin \beta}{L_1 \cos(\varphi_1 - \beta)} \quad (4.4.32)$$

$$L_2 = -\frac{E_1 \cos \varphi_1 + F_1 \sin \varphi_1}{\cos(\varphi_1 - \beta)} \quad (4.4.33)$$

式中:  $E_1 = P_{2X} - P_{1X} - L_2 \dot{\beta} \sin \beta$

$$F_1 = P_{2Y} - P_{1Y} - L_2 \dot{\beta} \cos \beta$$

按式(4.4.29)在两轴上分解可确定  $P_{3X}$  和  $P_{3Y}$  :

$$\begin{cases} \dot{P}_{3X} = \dot{P}_{1X} - L_1 \dot{\varphi}_1 \cos \beta_1 \\ \dot{P}_{3Y} = \dot{P}_{1Y} + L_1 \dot{\varphi}_1 \sin \beta_1 \end{cases} \quad (4.4.34)$$

3. 加速度分析 将式(4.4.31)对时间取导数:

$$\ddot{P}_2 - \ddot{P}_1 = L_1 \ddot{\varphi}_1 i e^{i\varphi_1} - L_1 \dot{\varphi}_1^2 e^{i\varphi_1} - \ddot{L}_2 e^{i\beta} - 2\dot{L}_2 \dot{\beta} i e^{i\beta} - L_2 \ddot{\beta} i e^{i\beta} + L_2 \dot{\beta}^2 e^{i\beta} \quad (4.4.35)$$

在两轴上分解并整理得:

$$\begin{cases} -\ddot{\varphi}_1 L_1 \sin \varphi_1 - \ddot{L}_2 \cos \beta = E_2 \\ \ddot{\varphi}_1 L_1 \cos \varphi_1 - \ddot{L}_2 \sin \beta = F_2 \end{cases}$$

解出:

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{F_2 \cos \beta - E_2 \sin \beta}{L_1 \cos(\varphi_1 - \beta)} \quad (4.4.36)$$

$$\ddot{L}_2 = -\frac{E_2 \cos \varphi_1 + F_2 \sin \varphi_1}{\cos(\varphi_1 - \beta)} \quad (4.4.37)$$

式中:

$$E_2 = P_{2X} - P_{1X} + L_1 \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_1 - 2\dot{L}_2 \dot{\beta} \sin \beta - L_2 \ddot{\beta} \sin \beta - L_2 \dot{\beta}^2 \cos \beta$$

$$F_2 = P_{2Y} - P_{1Y} + L_1 \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_1 - 2\dot{L}_2 \dot{\beta} \cos \beta - L_2 \ddot{\beta} \cos \beta - L_2 \dot{\beta}^2 \sin \beta$$

将式(4.4.34)对时间取导数确定  $P_{3X}$  和  $P_{3Y}$  :

$$\begin{cases} \ddot{P}_{3X} = \ddot{P}_{1X} - L_1 \ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 - L_1 \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_1 \\ \ddot{P}_{3Y} = \ddot{P}_{1Y} - L_1 \ddot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - L_1 \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_1 \end{cases} \quad (4.4.38)$$

## 第 5 章 平面连杆机构的计算机辅助分析与仿真系统的实现

### 5.1 平面连杆机构的计算机辅助分析与仿真系统简介

#### 5.1.1 系统的功能

平面连杆机构在现实生活中应用非常广泛,对这种机构进行运动分析是机械设计的基础。同时,对于一种新型的机构,也有必要通过运动分析来验证其运动学性能是否符合实际的需要。这样,平面连杆的计算机辅助分析与仿真系统的建立就是非常有意义的一件工作<sup>[18][19][20]</sup>。作者用 Matlab 语言编制了一个平面连杆机构的计算机辅助分析与仿真系统。本系统的功能是:对于一个给定的连杆滑块机构,通过输入相应的参数,运行程序后,就可以得到此机构的各种运动学参数,并输出机构的动态运动过程。目前,该系统可以实现一部分由 II 级杆组组成的机构(主要是指由 A、C 类杆组组成的机构)的动画显示和运动学分析。

#### 5.1.2 系统的使用

由于 Matlab 语言在人机交流方面的功能差一些,不能在计算机屏幕上直接绘制机构简图,所以在机构参数输入时比较麻烦一些<sup>[21][22][28]</sup>。下面通过一个具体的实例来说明本系统的使用。

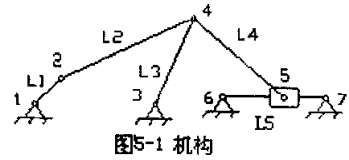


图 5-1 机构

(1) 首先要对将要进行运动学分析的机构运动副(结点)编号。编号总的原则是以主动件为准,由近及远,由下及上。具体的要求是:主动杆(曲柄)的两个结点要分别编号为 1、2;对于 A 型基本杆组,编号先后顺序应该为逆时针。

编号如图 5-1 所示。注意结点 2、3、4 的号码大小顺序应该是逆时针的。

(2) 输入结点基本信息。将给定机构按要求编号后,第二步就是将结点基本信息输入计算机。结点基本信息的格式是:  $P_i = \{P_{ix}, P_{iy}, H, W\}$ 。前两项是结点  $i$  的坐标,如果结点坐标未知,则为 0,如果已知,则分别输入其  $x, y$  坐标值;  $H$  表示结点类型,如果结点是转动副,则其值为 0,如果是滑动副,则输入 1;  $W$  是表示结点的初始坐标是否已知,已知为 0,未知为 1。

对于上图,其结点基本信息分别为:

$$P_1 = \{P_{1x}, P_{1y}, 0, 1\}$$

$$P_2 = \{0, 0, 0, 0\}$$

$$P_3 = \{P_{3x}, P_{3y}, 0, 1\}$$

$$P_4 = \{0,0,0,0\}$$

$$P_5 = \{0,0,1,0\}$$

$$P_6 = \{P_{6x}, P_{6y}, 0, 1\}$$

$$P_7 = \{P_{7x}, P_{7y}, 0, 1\}。$$

(3) 输入给定机构的拓扑关系信息。拓扑关系信息就是指机构各个结点之间的联系，其格式为  $L_k = \{P_i, P_j, L_{ij}\}$ 。  $P_i$ 、 $P_j$  是有联系的两个结点的编号， $L_{ij}$  是此两结点之间的杆长。

对于上图，其拓扑关系信息如下：

$$\{1, 2, L1\}$$

$$\{2, 4, L2\}$$

$$\{3, 4, L3\}$$

$$\{4, 5, L4\}$$

$$\{5, 6, 0\}$$

$$\{6, 7, x\}$$

$$\{5, 7, 0\}$$

其中  $x$  表示可以随便给定的一个正数。

将以上基本信息输入计算机后，就可以运行程序，得到相应机构的动态动画，并可以看到各个结点的位移、速度、加速度曲线。

## 5.2 部分平面连杆机构的分析结果

例 1. 在图 5-2 所示的曲柄滑快机构中，已知  $P_1 (0, 0)$ ， $P_3 (150, 0)$ ， $P_5 (450, 50)$ ， $L_1=100\text{mm}$ ， $L_2=300\text{mm}$ ， $L_3=260\text{mm}$ 。若曲柄  $L_1$  以  $\omega_1=20\text{rad/s}$  转动，则对机构各个结点进行编号如图所示，并输入以下数据，就可以得到动画。

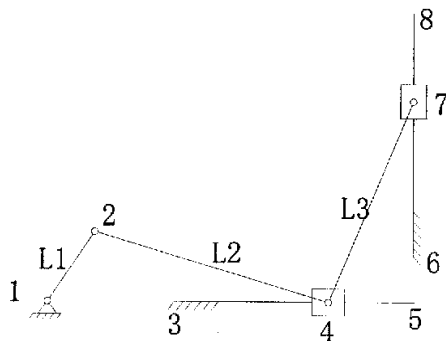


图5-2 演示一



输入数据为:

dp=4;

a11=1 0 0 0 1

2 0 0 0 0

3 150 0 0 1

4 0 0 1 0

5 450 0 0 1

6 450 50 0 1

7 0 0 1 0

8 450 350 0 1

a2=1 2 100

3 4 0

2 4 300

5 3 300

4 5 0

4 7 260

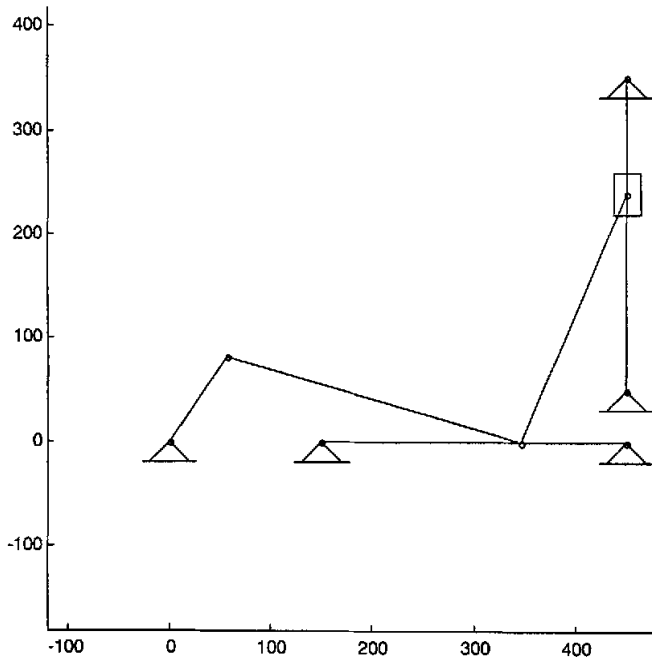
6 7 0

6 8 300

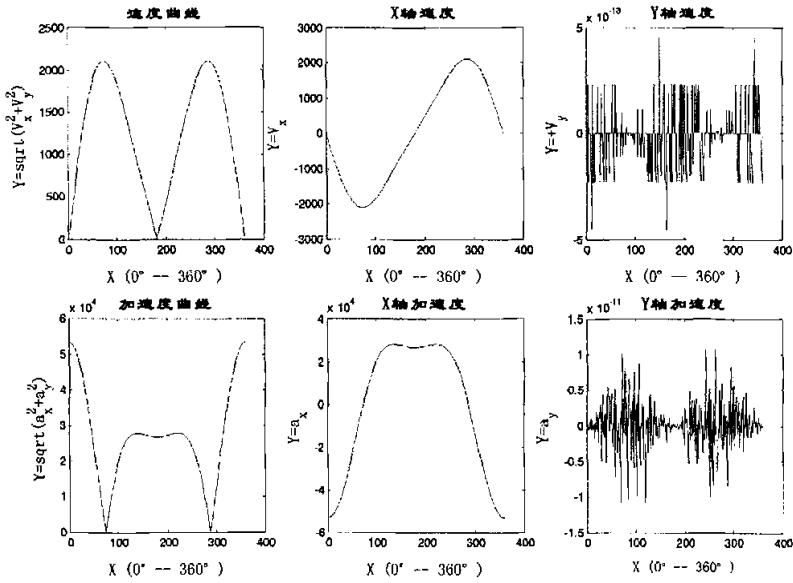
7 8 0

w=20;

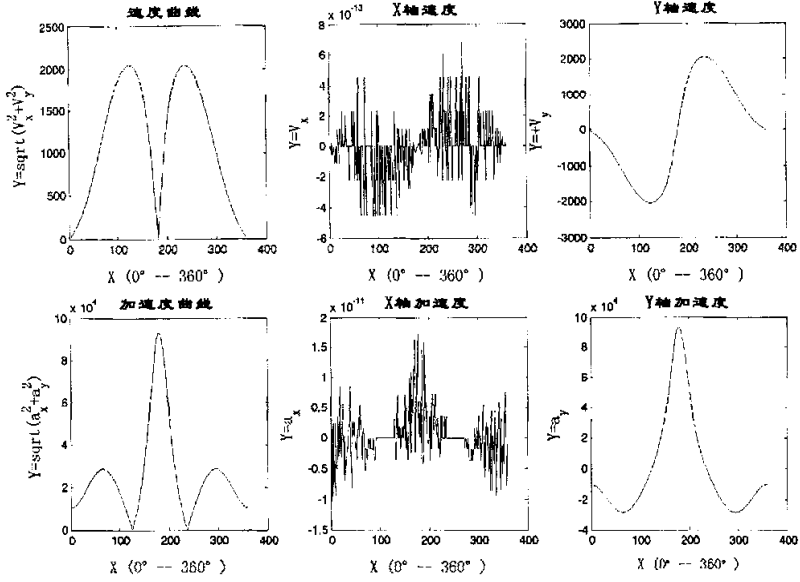
得到的动画为:



其中结点4的速度加速度曲线为：



若输入  $dp=7$ ，则可以得到结点7的速度、加速度曲线如下图：



例 2. 对于如图 5-3 所示的机构，编号如图，已知条件如图。则输入以下数据并运行程序，可得到动画并所要求结点的运动学曲线。

```

dp=3;
all=1 0 0 0 1
    2 0 0 0 0
    3 0 0 1 0
    4 35 0 0 1
    5 100 0 0 1
    6 92 16 0 1
    7 0 0 1 0
    8 0 0 0 0

a2=1 2 28
    3 2 66
    3 4 0
    5 3 0
    4 5 65
    2 7 33
    3 7 51
    6 8 120
    7 8 0
    
```

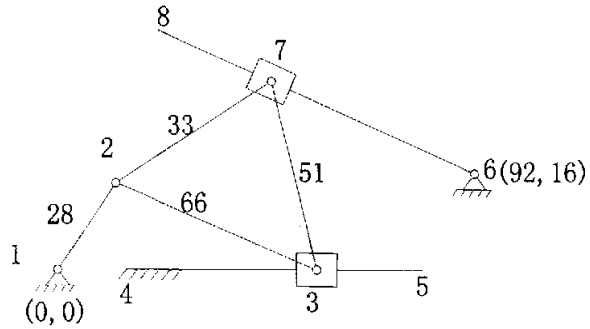
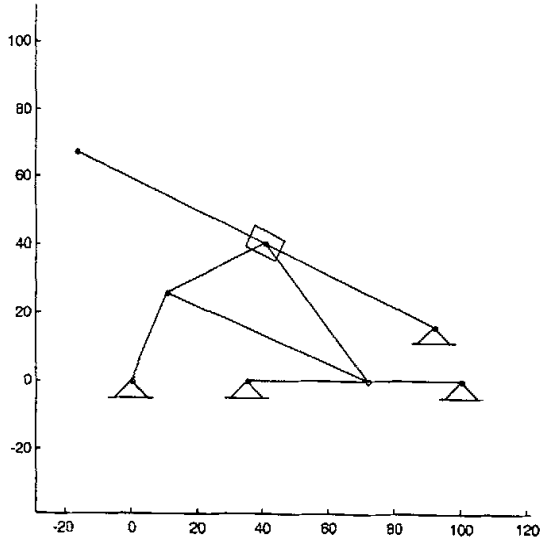


图5-3 演示二

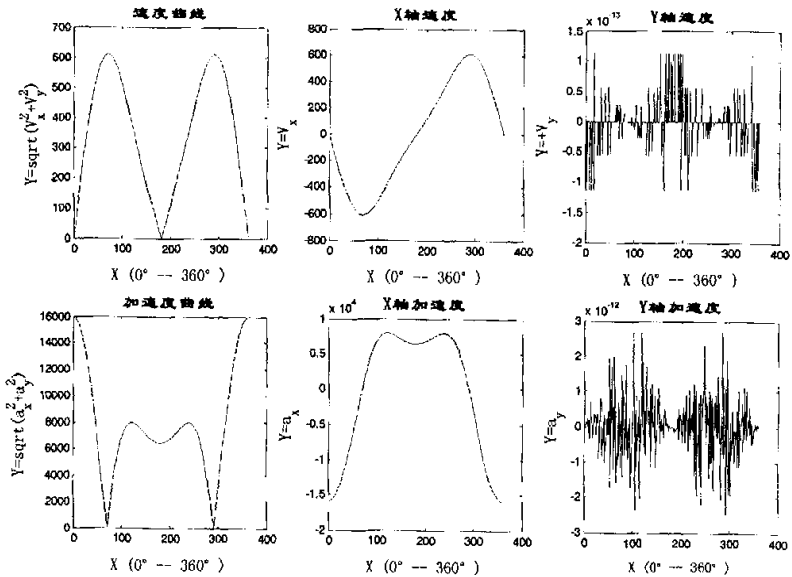
6 7 0

w=20;

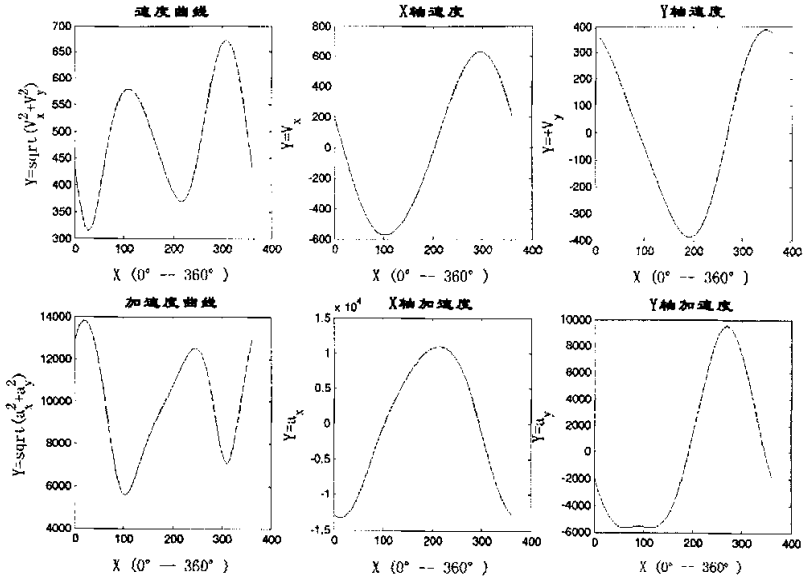
scale=5;



结点 3 的运动学曲线为:



当输入 dp=7 时, 可以得到结点 7 的运动学曲线



例 3. 对于如图 5-4 所示的机构, 编号如图, 已知条件如图。则输入以下数据并运行程序, 可得到动画并所要求结点的运动学曲线。

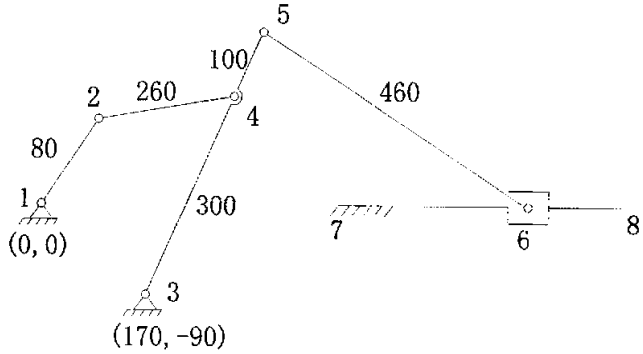
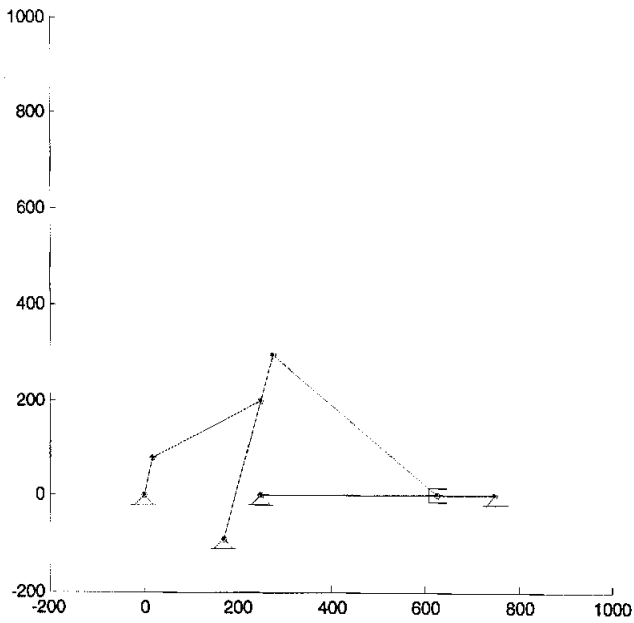


图5-4 演示三

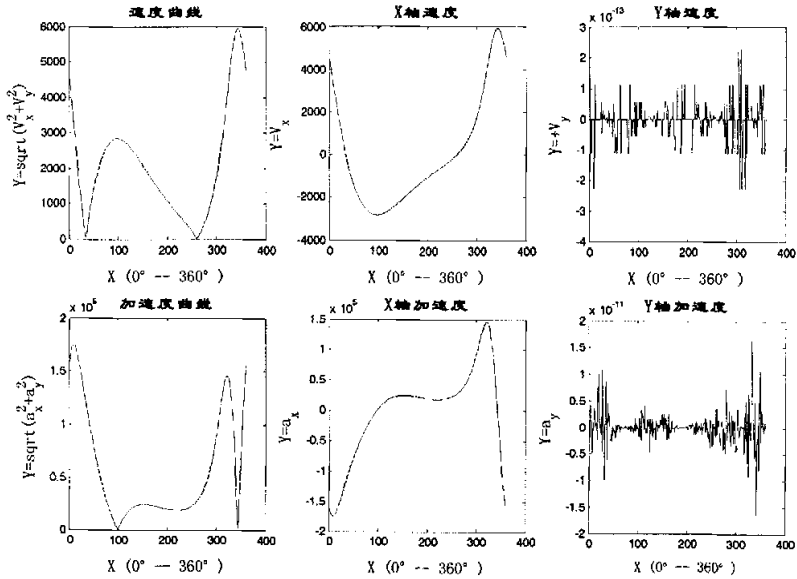


```

dp=6;
a11=1 0 0 0 1
    2 0 0 0 0
    3 170 -90 0 1
    4 0 0 0 0
    5 0 0 0 0
    6 0 0 1 0
    7 250 0 0 1
    8 750 0 0 1
a2=1 2 80
    4 2 260
    3 4 300
    5 3 400
    4 5 100
    5 6 460
    6 7 0
    6 8 0
    7 8 500
sss=0;
    
```

scale=20;

结点 6 的运动学曲线为:



例 4. 对于如图 5-5 所示的机构, 编号如图, 已知条件如图。则输入以下数据并运行程序, 可得到动画并所要求结点的运动学曲线。

dp=6;

a11=1 10 0 0 1

2 0 0 0

3 0 0 0

4 0 0 0

5 75 0 0 1

6 0 0 1 0

7 0 0 0 0

a2=1 2 4 0

4 2 5 0

3 4 7 5

5 3 3 5

6 5 7 5

3 6 1 1 0

6 7 0

6 2 0

7 1 1 6 0

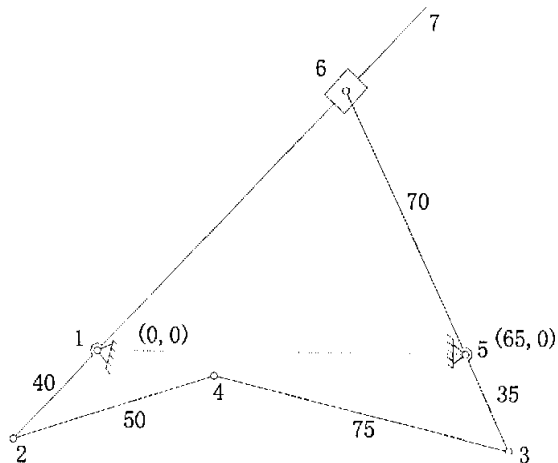
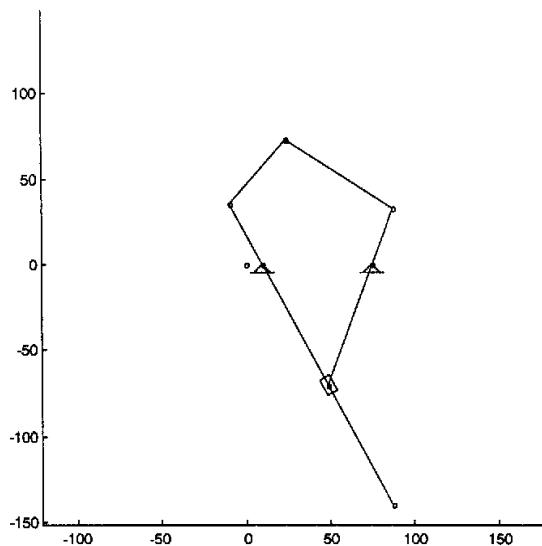


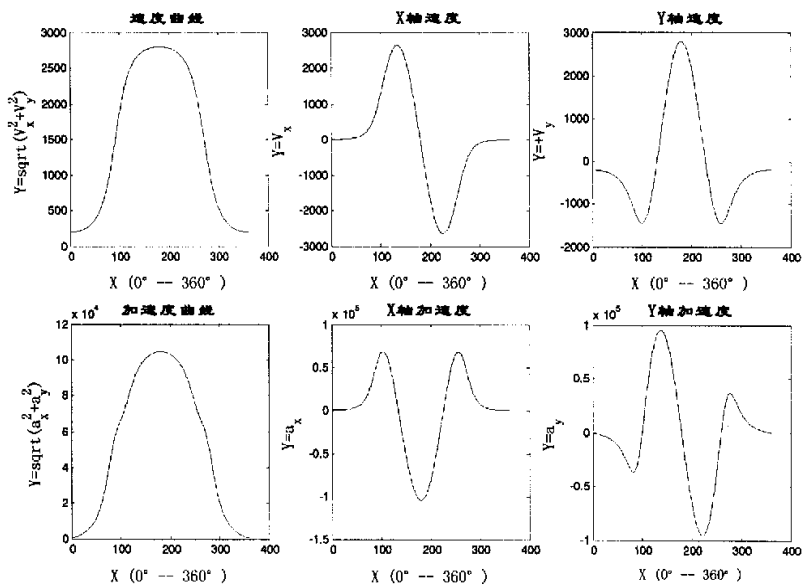
图5-5 演示四

2 7 200

scale=5;

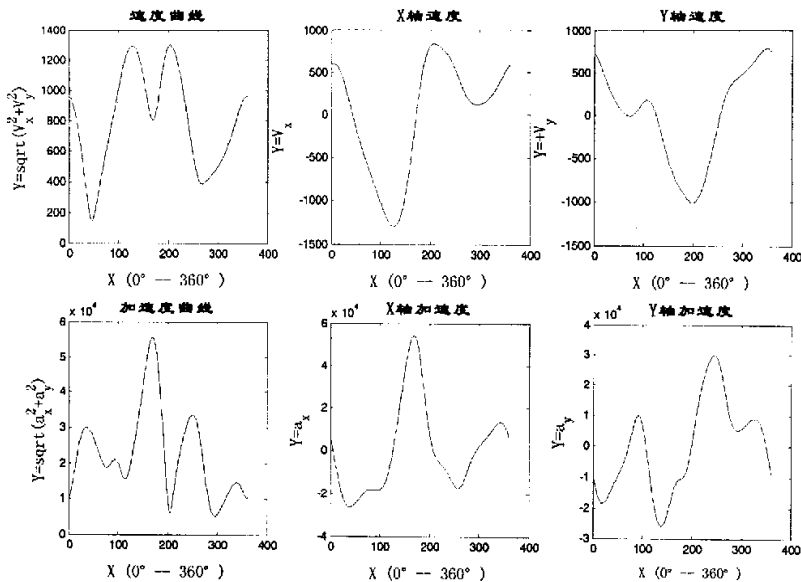


结点 6 的运动学曲线如下:



若输入  $dp=4$ , 则得到结点 4 的运动学曲线:





### 5.3 分析结果的验证

为了验证系统的分析结果是否正确，我们以§5.3 例 4 为例，用平面机构的整体运动分析法，分别计算出当原动件转过的角度  $\varphi_1 = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  时结点 4 的位移、速度、加速度，和分析结果相比较，以验证系统分析结果的正确<sup>[23][24]</sup>。

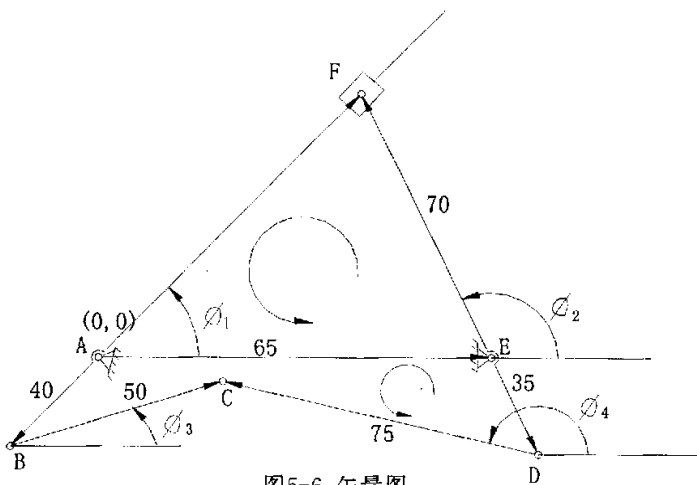


图5-6 矢量图

由图 5-6 所示的封闭向量多边形 AEF 可得到如下向量方程式：

$$\vec{AF} = \vec{AE} + \vec{EF}$$

$$\text{即 } l_{AF} e^{i\varphi_1} = l_{AE} e^{i0} + l_{EF} e^{i\varphi_2} \quad (5.3.1)$$

由式 (5.3.1) 的实部和虚部分别相等可得

$$\begin{cases} l_{AF} \cos \varphi_1 = l_{AE} + l_{EF} \cos \varphi_2 \\ l_{AF} \sin \varphi_1 = l_{EF} \sin \varphi_2 \end{cases}$$

解得:

$$\begin{cases} l_{AF} = l_{AE} \cos \varphi_1 + \sqrt{l_{EF}^2 - l_{AE}^2 \sin^2 \varphi_1} \\ \varphi_2 = \arcsin\left(\frac{l_{AF}}{l_{EF}} \sin \varphi_1\right) = \arccos\left(\frac{l_{AF} \cos \varphi_1 - l_{AE}}{l_{EF}}\right) \end{cases}$$

$\varphi_1$	30°	45°	60°	90°
$l_{AF}$	118.2896	98.7587	74.1083	25.9808
$\varphi_2$	57.6640	86.0408	113.5298	158.2132

速度分析: 对上述方程式 5.3.1 求导并整理:

$$\begin{cases} l_{AF} \cos \varphi_1 - l_{AF} \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 = -l_{EF} \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 \\ l_{AF} \sin \varphi_1 + l_{AF} \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 = l_{EF} \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 \end{cases} \quad (5.3.2)$$

解得:

$$\begin{cases} \dot{l}_{AF} = -\frac{l_{AF} \dot{\varphi}_1 (\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2)}{\sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2} \\ \dot{\varphi}_2 = \frac{l_{AF} \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 - l_{AF} \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1}{l_{EF} \sin \varphi_2} = \frac{l_{AF} \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 + l_{AF} \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1}{l_{EF} \cos \varphi_2} \end{cases}$$

$\varphi_1$	30°	45°	60°	90°
$\dot{l}_{AF}$	-1240.1730	-1719.4634	-2005.2127	-1300.0012
$\dot{\varphi}_2$	38.1592	37.4108	35.6219	19.9992

则 F 点的速度为:

$$\begin{cases} v_{Fx} = v_{Ex} - l_{EF} \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 \\ v_{Fy} = v_{Ey} + l_{EF} \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 \end{cases}$$

$\varphi_1$	30°	45°	60°	90°
$l_{AF}$	118.2896	98.7587	74.1083	25.9808
$\varphi_2$	57.6640	86.0408	113.5298	158.2132
$v_{Fx}$	-2256.9188	-2612.5062	-2286.2021	-519.6129
$v_{Fy}$	1428.7504	180.8149	-995.4832	-1299.9925

加速度分析: 对式 (5.3.2) 再次求导并整理可得:

$$\begin{cases} \ddot{l}_{AF} \cos \varphi_1 - A = -l_{EF} \sin \varphi_2 \ddot{\varphi}_2 \\ \ddot{l}_{AF} \sin \varphi_1 + B = l_{EF} \cos \varphi_2 \ddot{\varphi}_2 \end{cases}$$

式中:

$$A = 2l_{AF} \ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 + l_{AF} \cos \varphi_1 \ddot{\varphi}_1^2 + l_{AF} \ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 - l_{EF} \ddot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2$$

$$B = 2l_{AF} \ddot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - l_{AF} \sin \varphi_1 \ddot{\varphi}_1^2 + l_{AF} \ddot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 + l_{EF} \ddot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2$$

解得:

$$\begin{cases} \ddot{l}_{AF} = \frac{A \cos \varphi_2 - B \sin \varphi_2}{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2} \\ \ddot{\varphi}_2 = -\frac{\ddot{l}_{AF} \cos \varphi_1 - A}{l_{EF} \sin \varphi_2} \end{cases}$$

$\varphi_1$	30°	45°	60°	90°
$\ddot{l}_{AF}$	-41764.2404	-30513.8496	-11277.3216	65049.0616
$\ddot{\varphi}_2$	-36.8218	-84.3222	-210.9902	-1000.7375

则 F 点的加速度为:

$$\begin{cases} a_{Fx} = a_{Ex} - l_{EF} \ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 - l_{EF} \ddot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2 \\ a_{Fy} = a_{Ey} + l_{EF} \ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - l_{EF} \ddot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2 \end{cases}$$

$\varphi_1$	30°	45°	60°	90°
$a_{Fx}$	-52342.1544	-875.9619	49002.2852	51997.8532
$a_{Fy}$	-87500.8919	-98143.4976	-75542.5690	54656.4543

由封闭向量多边形 ABCDE 可得向量方程:

$$l_{AB} e^{i(\varphi_1+\pi)} + l_{BC} e^{i\varphi_3} = l_{AE} e^{i0} + l_{ED} e^{i(\varphi_2+\pi)} + l_{DC} e^{i\varphi_4} \quad (5.3.3)$$

由式 (5.3.3) 的实部和虚部分别相等可得

$$\begin{cases} -l_{AB} \cos \varphi_1 + l_{BC} \cos \varphi_3 = l_{AE} - l_{ED} \cos \varphi_2 + l_{DC} \cos \varphi_4 \\ -l_{AB} \sin \varphi_1 + l_{BC} \sin \varphi_3 = -l_{ED} \sin \varphi_2 + l_{DC} \sin \varphi_4 \end{cases} \quad (5.3.4)$$

对 (5.3.4) 消去变量  $\varphi_4$  并整理可得:

$$l_{BC}^2 - 2(l_{AB} \cos \varphi_1 - l_{ED} \cos \varphi_2 + l_{AE})l_{BC} \cos \varphi_3 + (l_{AB} \cos \varphi_1 - l_{ED} \cos \varphi_2 + l_{AE})^2 - 2(l_{AB} \sin \varphi_1 - l_{ED} \sin \varphi_2)l_{BC} \sin \varphi_3 + (l_{AB} \sin \varphi_1 - l_{ED} \sin \varphi_2)^2 - l_{DC}^2 = 0$$

令

$$\begin{aligned} A &= -2(l_{AB} \sin \varphi_1 - l_{ED} \sin \varphi_2)l_{BC} \\ B &= -2(l_{AB} \cos \varphi_1 - l_{ED} \cos \varphi_2 + l_{AE})l_{BC} \\ C &= l_{BC}^2 - l_{DC}^2 + (l_{AB} \cos \varphi_1 - l_{ED} \cos \varphi_2 + l_{AE})^2 + (l_{AB} \sin \varphi_1 - l_{ED} \sin \varphi_2)^2 \end{aligned}$$

则上式可化为:

$$A \sin \varphi_3 + B \cos \varphi_3 + C = 0 \quad (5.3.5)$$

令

$$x = tg\left(\frac{\varphi_3}{2}\right)$$

则

$$\sin \varphi_3 = \frac{2x}{1+x^2}, \quad \cos \varphi_3 = \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

进而可将式 (5.3.5) 化为

$$(C-B)x^2 + 2Ax + (B+C) = 0$$

$$\text{求解可得: } x = \frac{A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{B-C}$$

所以

$$\begin{cases} \varphi_3 = 2\arctg x = 2\arctg \frac{A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{B-C} \\ \varphi_4 = \arccos \frac{l_{BC} \cos \varphi_3 - l_{AB} \cos \varphi_1 - l_{AE} + l_{ED} \cos \varphi_2}{l_{DC}} \end{cases}$$

$\varphi_1$	30°	45°	60°	90°
$\varphi_3$	57.7013	51.2077	49.0675	60.8286
$\varphi_4$	136.2789	142.5518	151.98916	167.1744

速度分析: 对式 (5.3.4) 求导并整理得:

$$\begin{cases} -l_{BC} \dot{\varphi}_3 \sin \varphi_3 + l_{AB} \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 = l_{ED} \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 - l_{DC} \dot{\varphi}_4 \sin \varphi_4 \\ l_{BC} \dot{\varphi}_3 \cos \varphi_3 - l_{AB} \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 = -l_{ED} \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 + l_{DC} \dot{\varphi}_4 \cos \varphi_4 \end{cases} \quad (5.3.6)$$

求解得:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_3 = \frac{l_{AB} (\cos \varphi_1 \sin \varphi_4 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_4) \dot{\varphi}_1 - l_{ED} (\cos \varphi_2 \sin \varphi_4 - \sin \varphi_2 \cos \varphi_4) \dot{\varphi}_2}{l_{BC} (\cos \varphi_3 \sin \varphi_4 - \sin \varphi_3 \cos \varphi_4)} \\ \dot{\varphi}_4 = -\frac{l_{AB} \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - l_{BC} \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3 - l_{ED} \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2}{l_{DC} \sin \varphi_4} = -\frac{l_{AB} \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - l_{BC} \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3 - l_{ED} \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2}{l_{DC} \cos \varphi_4} \end{cases}$$

$\varphi_1$	30°	45°	60°	90°
$\dot{\varphi}_3$	-11.0461	-5.9806	0.4941	13.9855
$\dot{\varphi}_4$	5.0469	11.1285	13.1132	4.2272

加速度分析: 对式 (5.3.6) 求导得:

$$\begin{cases} -l_{BC} \ddot{\varphi}_3 \sin \varphi_3 - l_{BC} \dot{\varphi}_3^2 \cos \varphi_3 + l_{AB} \ddot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 + l_{AB} \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_1 = \\ l_{ED} \ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 + l_{ED} \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2 - l_{DC} \ddot{\varphi}_4 \cos \varphi_4 - l_{DC} \dot{\varphi}_4^2 \sin \varphi_4 \\ l_{BC} \ddot{\varphi}_3 \cos \varphi_3 - l_{BC} \dot{\varphi}_3 \sin \varphi_3 + l_{AB} \ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 - l_{AB} \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_1 = \\ l_{ED} \ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 - l_{ED} \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - l_{DC} \ddot{\varphi}_4 \sin \varphi_4 + l_{DC} \dot{\varphi}_4^2 \cos \varphi_4 \end{cases}$$

解得:

$$\ddot{\varphi}_3 = \frac{A - l_{ED} \ddot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_4) - l_{ED} \dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_4) + l_{DC} \ddot{\varphi}_4}{l_{BC} \sin(\varphi_3 - \varphi_4)}$$

式中:

$$A = -l_{BC} \ddot{\varphi}_3 \cos(\varphi_3 - \varphi_4) + l_{AB} \ddot{\varphi}_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_4) + l_{AB} \dot{\varphi}_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_4)$$

$\varphi_1$	30°	45°	60°	90°
$\ddot{\varphi}_3$	308.2443	445.3748	554.5598	242.5965

则 C 点的加速度为:

$$\begin{cases} a_{cx} = a_{Bx} - l_{BC} \ddot{\varphi}_3 \sin \varphi_3 - l_{BC} \dot{\varphi}_3^2 \cos \varphi_3 \\ a_{cy} = a_{By} + l_{BC} \ddot{\varphi}_3 \cos \varphi_3 - l_{BC} \dot{\varphi}_3^2 \sin \varphi_3 \end{cases}$$

$\varphi_1$	30°	45°	60°	90°
$a_{Bx}$	13856.4065	11313.7085	8000	0
$a_{By}$	8000	11313.7085	13856.4065	16000
$a_{cx}$	-2431.0060	-7164.1673	-12955.9937	-15358.2089
$a_{cy}$	11078.3966	23871.1513	32013.7166	13368.1751

验证结果与计算机仿真结果完全一致。

## 第 6 章 结论

随着科学技术的飞速发展,当前人类正在经历一场新的产业革命,各种计算机系统部分替代人的脑力劳动,以及不同领域科技创造性的融合对机械工程学以巨大的影响,正在引起机构学发生广泛又深刻的变化,机构学已处于这一变革之中。计算机辅助机构设计系统及专家系统即将成为现代化机构设计的主要手段。它们将机构学概念、知识、理论和方法以及设计专家的经验与智慧与计算机系统的逻辑推理、分析判断、数据处理、图形显示等功能密切结合,简便、直观、快速、最优地完成设计任务。计算机辅助技术的应用可以使设计人员从复杂的机构分析和烦琐的计算中摆脱出来,集中精力从事更有意义的创新和理论探讨工作。

我国的这类软件还处于比较低级的水平,没有专业组织开发的用于工程实际的商业软件。本文紧紧围绕建立运动学仿真软件的过程当中的四个关键技术,对所要解决的问题和所用到的基本知识一一进行了详细的阐述,并依照这些基本知识和设计思想,尝试着建立了一个平面连杆机构的运动学仿真系统。建立这一系统的目的是想用来对常见的连杆机构进行结构和运动学分析,在分析的基础上进而实现连杆系统的计算机辅助设计。由于时间有限,目前这一系统的功能还非常有限,仅能完成部分平面连杆机构(主要由A、C类基本杆组组成)的运动学分析及动画仿真;数据的输入及输出方式也很单一等,所有这些都还有待完善。如果说本论文的意义,也许在于对于建立连杆机构专家系统来说也是一种非常有意义的探索和实践。

## 参 考 文 献

1. 杨廷力. 机构学理论进展. 机械工程学报. 1995. 4
2. 张策. 机械动力学. 高等教育出版社. 2000. 4
3. 董世熙. 运动学的应用与发展趋势. 震动、测试与诊断. 2003. 9
4. K. H. Hunt. Kinematic Synthesis of Mechanisms . Clarendon Press . Oxford . 1978
5. 常宗渝等. 计算机辅助分析技术在机构学中的应用. 机械设计. 2000. 12
6. 宗志坚等. 机构分析与仿真中关键技术的研究. 广州大学学报 (综合版). 1997. 6
7. 杨军宏等. 基于 ADAMS 的二维转动平台运动学分析. 机械. 2002.5
8. 孙桓等. 机械原理 (第五版). 北京: 高等教育出版社. 1996. 5
9. 曹惟庆等. 连杆机构的分析与综合 (第二版). 北京: 科学出版社. 2002
10. 孟彩芳. 机械原理电算分析与设计. 天津: 天津大学出版社. 2000.2
11. 林金坤. 拓扑学基础. 北京: 科学出版社. 1998. 6
12. 欧宗瑛等. 平面连杆机构分析与仿真专家系统. 计算机辅助设计与图形学报 Jan. 1995
13. 张清珍. 曲柄摇杆机构的分析综述. 机械科学与技术. 1994. 3
14. R. Eren, Feasibility of a positive warp feed system in weaving, Melliland Textilberichte, 1998. 79 (4) . E57-59
15. 华大年等. 机构分析与设计. 北京: 纺织工业出版社. 1985. 5
16. S. Schlichter & J. Lunenschloss, The development of new measuring elements for electronically controlled warp let-off units , International Textile Bulletin-Fabric Forming, 1987, 3, 56-71
17. S. T. Tumer & M. Bozdog, Mathematical Description of Operation of Positive let-off Motion, Journal of the Textile Institute, 1986, No.1, 44-55
18. K. I. zablonsbi I. M. Belokonev[苏] . 机械运动学和动力学的计算机辅助设计. 上海港煤炭装卸公司徐大伟译自 1988 年国际工程设计会会议论文集. 上海工业大学傅燕鸣校
19. 袁清珂等. 空间机构计算机辅助分析方法与软件的研究. 机械科学与技术. 1996. 5
20. 邵陆寿等. 一种复杂曲柄摇杆机构运动学的计算机仿真. 系统仿真学报. 2002. 7

21. 吴南星等. 机械系统动态仿真技术研究. 制造业自动化. 2002. 12
22. 薛定宇, 陈阳泉. 基于 MATLAB/Simulink 的系统仿真技术与应用. 北京: 清华大学出版社, 2002: 252-296
23. 曹唯庆. 机构组成原理. 北京: 高等教育出版社. 1983
24. S. Schlichter & J. Lunenschloss, What benefits are offered by electronically controlled warp let-off motions in filament weaving, 1986, 67(3), 160-165
25. 张连芳等. 计算机技术及应用基础(修订版). 天津: 天津大学出版社. 1999. 8
26. Jung Jong-Yeob. Im Yong-Taek. Fuzzy control algorithm for prediction of tension variations in hot rolling, Journal of Materials Processing Technology. 1999. 96(3): 163-169
27. 哈尔滨工业大学理论力学教研室. 理论力学(第五版). 北京: 高等教育出版社. 1997. 7
28. 苏金明等. MATLAB6. 1 实用指南. 北京: 电子工业出版社. 2002. 1



## 论文列表

1. 李连江, 盛云, 张迎春. 平面连杆机构的计算机辅助分析与仿真. 机械工程师 2004. 10
2. 李连江, 盛云, 张迎春. 关于凸轮数控磨削加工的探讨. 组合机床与自动化加工技术 2004. 11

## 致 谢

本文是在导师张迎春教授的精心指导下完成的。从论文的选题到理论探索，从最初资料的查找到最终修改定稿，无不渗透着导师的心血。两年多来，张老师对我的谆谆教导使我不断进步，为我提供了良好的学习环境，为论文的顺利完成奠定了良好的基础。张老师渊博的学识，严谨的治学态度时时刻刻影响着我，使我受益匪浅。在论文完成之际，向导师张迎春教授致以诚挚的谢意。同时对机械电子学院的武保林、金国光等老师的教导表示深深的感谢。

在这两年多的时间里，朝夕相处的各位同学对我帮助很大，杜永良、盛云、鲍振博等，在此一并表示感谢。

---