

摘要

作为一种高效环保的新型举升工艺，在过去二十年中，螺杆泵采油技术在世界范围内的应用规模迅速扩大。但是，由于受到螺杆泵自身空间构造的复杂性、定子材料力学特征的高度非线性，以及对井下实际工况的敏感性等诸多因素的限制，如何清晰准确地表征和认识螺杆泵的工作机理（尤其是橡胶定子的力学行为）成为长期困扰采油工程师们的难题。

随着计算机技术和数值模拟技术的发展，利用有限元分析技术进行螺杆泵工作机理的深入研究已经成为可能。目前这项工作开展了不到十个年头，现有的分析主要是建立在二维静力学模型的基础上，模型的结构形式和力学模型与实际工况存在较大差距；同时，由于对定子橡胶材料的超弹性力学特征认识不足，在分析由于温升导致的定子材料破坏问题时，难以建立有效的分析模型。针对以上问题，本文开展了螺杆泵三维动力学和温度场分析模型的研究。

第二章从螺杆泵定子和转子的三维几何模型入手，建立了定子和转子的型线方程、啮合线方程；通过分析转子中心的运动规律、转子表面和啮合点的运动规律，建立了螺杆泵的运动学模型；从描述螺杆泵定子、转子和工作介质的相互作用关系入手，对螺杆泵部件的受力进行了分类，由液压力的分析模型中给出了液压轴向力、横向力、倾倒力，以及有功负载力矩、倾倒力矩的表征和计算方法，由此建立了完整的螺杆泵动力学模型。

在第三章中，为了准确描述定子橡胶材料的宏观力学特征，利用解耦的方法，开展了橡胶材料超弹性本构模型研究。借鉴轮胎橡胶领域的研究成果，根据螺杆泵定子橡胶在实际工况中存在的大变形现象，选用 YEOH 模型作为定子橡胶的本构模型，并利用单向拉伸试验结果获得了定子橡胶的本构方程，同时还给出了利用 ABAQUS 软件优化橡胶本构方程的方法。

在准确表达橡胶材料力学属性的基础上，建立定子和转子接触模型是开展螺杆泵三维有限元分析的另一个关键技术问题。在接触问题中，除了需要满足一般的控制方程外，还要考虑接触面上的动力学和运动学的条件，其中的关键是不可侵彻性条件。对接触模型的形式和边界条件也进行了详细的描述，同时给出了定子和转子的摩擦模型。

第四章利用几个典型算例，讨论了运用有限元分析软件 ABAQUS 建立螺杆泵三维动力学模型的具体过程。其中，重点讨论了过盈接触引起的摩擦力以及液压力作用下的螺杆泵应力应变规律和相关力学特征。数值模拟表明，过盈参数的增加会导致摩擦扭矩增加，而偏心距的改变也会对摩擦扭矩产生直接影响，

结构参数的优化组合有助于减小负载扭矩的大小和波动；数值模拟结果表明，定子材料的硬度也会对摩擦扭矩产生影响；另外，在橡胶材料的不可压缩特性作用下，定子的应力应变会更多集中到压力较高的泵上端，从而可能导致泵出口处定子橡胶的变形和磨损程度加剧。

第五章探讨了单向解耦法获得了螺杆泵二维温度场分析模型的过程，橡胶的粘性特征是其生热的起因，在转子周期性载荷作用下，定子橡胶会产生粘性损耗，损耗能量转化为热能导致橡胶内部温升，损耗能量的计算是通过弹性应力应变分析获得的。计算获得了损耗热产生的不均匀温度场分布规律，也探讨了均匀温度和不均匀温度场对定子型线的影响。计算表明，损耗热引起的不均匀温度场对于型线的改变作用更大。

第六章给出了螺杆泵有限元分析模型在两个工程上的应用实例。对于三元复合驱螺杆泵的负载波动现象，辅助表面改性技术，开展了过盈优化的有限元计算；对于深井螺杆泵的爬行现象，利用有限元法对温度场进行了分析，开展了过盈优化有限元计算。

关键词：螺杆泵 动力学 数字模拟 温度场 有限元 本构模型 优化设计

ABSTRACT

As a new artificial lift technology with high efficiency and environmental advantages, progressing cavity pump (PCP) is regarded as one of the most INNOVATIVE techniques in the history of petroleum industry. In the past twenty years, the application of PCP increased remarkably in worldwide. However, due to the limitation in high complexity of its configuration, the elastomer's high nonlinearity in mechanic behavior and sensibility to applied operating conditions, how to precisely describe PCP's operating mechanism has been a bottleneck issue bothering production engineers for years.

With the development of computer technique and numeric simulation technique, it is possible to describe PCP's performance quantitatively by means of finite element method (FEM). In the past ten years, the correlative studies mainly focused on two-dimension static-mechanic models which differed from real objective considerably. Studies indicated that, two-dimension static-mechanic models couldn't describe the complex dimensional shape of PCP correctly. Moreover, it might lead to the misunderstanding on PCP's mechanics behavior. In addition, the thermal destruction of elastomer was a severe issue in PCP application. And a proper thermal model is required to describe the status of temperature field. The present study attempts to develop an approach for dealing with the above issues.

Chapter 2 begins from the introduction of 3-d geometric model of rotor and stator, including the equations of pump's mold line and line of action. The PCP's kinematics model is discussed consisting of rotor's kinematics principle, rotor's surface and line of action kinematics principle. Based on the describing the mechanic relationship among rotor, stator and operating fluid, the forces and torques produced in the process of PCP operation are classified and discussed in details.

In the first section of chapter 3, elastomer's hyperelastic model is analyzed in order to get its marco-mechanic characteristics. Referring to the studies on tire mechanics, Yeoh model is adopted as the constitutive model of PCP elastomer. The coefficients in the constitutive equation were determined by experimental data. And the process in ABAQUS is introduced on optimizing the constitutive equation of elastomer.

The creation of stator-rotor's contact model is another key question for PCP 3-D dynamic simulation model. In contact issue, despite of creating the general control formulations, the kinetic and dynamic conditions on contact surface must be considered as well. And the prime one is "unpenetration" condition. In the second section of chapter3, the form and boundary conditions of contact model are discussed in details.

Chapter 4 presents the whole process of creating PCP 3-D dynamic model with FEM software in form of several typical cases. The effect of contact friction between rotor and stator are discussed in details. Simulation results indicate that, the increase of interference will result in the increase of friction considerably and the change of

eccentricity will influence the friction as well. Simulation results also proved that elastomer's stiffness and incompressible characteristics could influence the friction and stress distribution of the pump.

PCP 2-D temperature field model is achieved by means of uncoupling method in chapter 5. Apart from environmental temperature influence, heat produced from elastomer is another important reason of thermal destruction. Due to the viscous-elastic characteristics, elastomer will have viscous loss under periodic load. And the viscous loss energy will mainly be transferred into heat. Simulation indicates that the non-uniform distributed temperature field resulted from heat loss effect has more negative effect on stator's mold line.

Two case studies are presented in chapter 6, introducing the experiences in PCP optimal design with 3-D dynamic simulation model and temperature field analysis method in ASP flooding and deep wells.

Key Words: Progressing Cavity Pump (PCP), dynamics, numeric simulation, temperature field, Finite Element Method (FEM), constitutive model, optimal design

中国科学技术大学学位论文原创性声明

本人声明所呈交的学位论文,是本人在导师指导下进行研究工作所取得的成果。除已特别加以标注和致谢的地方外,论文中不包含任何他人已经发表或撰写过的研究成果。与我一同工作的同志对本研究所做的贡献均已在论文中作了明确的说明。

作者签名: 蔡刚

签字日期: 2009.6.11

中国科学技术大学学位论文授权使用声明

作为申请学位的条件之一,学位论文著作权拥有者授权中国科学技术大学拥有学位论文的部分使用权,即:学校有权按有关规定向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版,允许论文被查阅和借阅,可以将学位论文编入有关数据库进行检索,可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。本人提交的电子文档的内容和纸质论文的内容相一致。

保密的学位论文在解密后也遵守此规定。

公开 保密(____年)

作者签名: 蔡刚

导师签名: 王浩

签字日期: 2009.6.11

签字日期: 2009.6.11.

第1章 绪论

1.1 引言

1.1.1 螺杆泵的发展历程

螺杆泵是一种旋转容积式泵,于20世纪20年代由法国人 Rene Moineau 发明,在其发展过程中有过不同的名称,如:“偏心螺杆泵”(eccentric D screw pump),“旋转潜油莫尔泵”(Rotary submersible Moineau pump)等,3)目前英文的标准名称是 Progressing Cavity Pump,缩写为“PCP”^[1,2],中文直译为“渐进容积式泵”,习惯上称为“螺杆泵”。

20世纪30年代,世界上有三家公司拥有螺杆泵发明专利:法国的PCM公司、英国的Moyno泵业有限责任公司和美国的Robbins & Myers公司^[2,3,4]。随着越来越多的企业掌握这项技术,螺杆泵在食品、医药、造纸、煤炭、纺织、烟草、污水处理等行业得到广泛应用。

20世纪50年代,美国Smith公司首次将螺杆泵原理应用于石油工业中,开发了新型钻具——螺杆钻具。1962年迪纳钻具公司(Smith公司)、纳维钻具公司(Christensen)和波斯钻具已经形成生产能力,至80年代中期,美国的迪纳钻具和纳维钻具已分别发展成两个不同的系列规格。螺杆钻具作为井底动力装置,具有低转速、大扭矩、大排量等优点。可以增加钻头扭矩和功率,提高进尺率,减少钻杆和套管的磨损和损坏。螺杆钻具已成为目前使用最广泛的一种井下动力钻具,它可以准确地进行定向、造斜、纠偏,广泛应用于直井、水平井、丛式井和修井作业^[5]。

20世纪50年代,螺杆泵开始被用作油井的举升设备,80年代,Robbins & Myers公司首先实现了采油用螺杆泵的商业化应用。此后,其他螺杆泵生产商也纷纷推出自己的产品^[6,7,8]。前苏联1973年在批量应用地面驱动螺杆泵的同时,又开发了潜油电机驱动螺杆泵,扬程达到1400m,最大实际排量 $250\text{m}^3/\text{d}$ ^[6,9]。到了90年代中期,螺杆泵在油田的应用进入规模化推广阶段。1993年底,全球螺杆泵总井数约占机采井总数的1%,到2004年底,增加到3%^[10]。

大庆油田于1986年从加拿大格里芬公司(Griffin)引进3套螺杆泵,并开展现场试验^[11],同年,大庆油田采油工程研究院组织课题组开发采油用螺杆泵产品。经历了多年技术攻关,开发出适合于大庆油田生产井工况的螺杆泵举升工艺技术,形成了包括井下泵、地面驱动装置、专用抽油杆、测试诊断系统等四项核心技术^[12],以及空心转子热洗清蜡、螺杆泵井测压技术等10多项配套技术。并首次将螺杆泵举升工艺技术大规模应用于聚合物驱、三元复合驱等三次采油生产井中^[13,14]。截止2009年1月底,大庆油田共有螺杆泵井4,741口,占该油田总井数的9.87%,占中石油下属油田在用螺杆泵井总数的67.89%。

1.1.2 螺杆泵的工作原理

新版国际标准修订稿 ISO15136-1 和 ISO15136-2: 2006 中对于采油用螺杆泵的定义是：“螺杆泵是一种安装在井下的抽油泵，由定子和转子组成，两者相互配合形成两个或两个以上的一系列透镜状、螺旋形的独立腔室”^[1,156]。

生产时，先将螺杆泵下入井筒采出液中，采出液充满泵内的系列螺旋形腔室，在工作过程中，随着抽油杆带动转子转动，泵内腔室将由泵入口向出口方向移动，从而将采出液由泵入口排到出口，并通过油管从井底举升到地面。见图 1.4。

螺杆泵转子的外型线为螺旋线，一般用高强度合金钢经数控机床精车而成；定子的内型线为螺旋线，采油用螺杆泵定子由耐油橡胶（一般为丁腈橡胶）制成。转子和定子的螺旋线数之比一般为 1: 2 或 2: 3。

简言之，定转子的内外曲面就是一对在空间内相互啮合的共轭曲面。定转子端面（横截面）齿形类型主要有以下两种^[6,17,18,19]：

- 1) 以短幅外摆线的内等距线作为螺杆的原始齿形曲线，其共轭曲线作为衬套的齿形曲线。
- 2) 以短幅内摆线的外等距线作为衬套的原始齿形曲线，其共轭曲线作为螺杆的齿形曲线。

图 1.1, 1.2 给出了单头螺杆泵转子和定子的结构示意图：

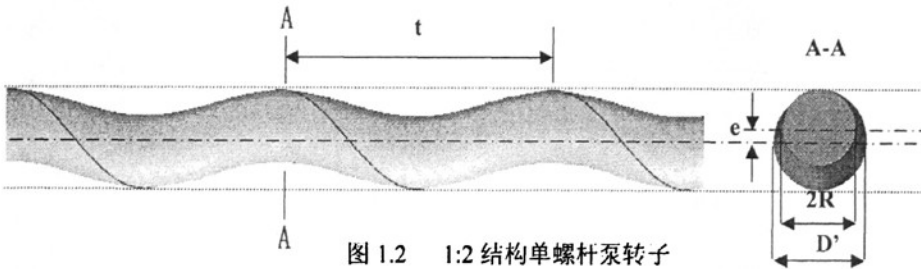


图 1.2 1:2 结构单螺杆泵转子

单头螺杆泵的定子结构见图 1.3：

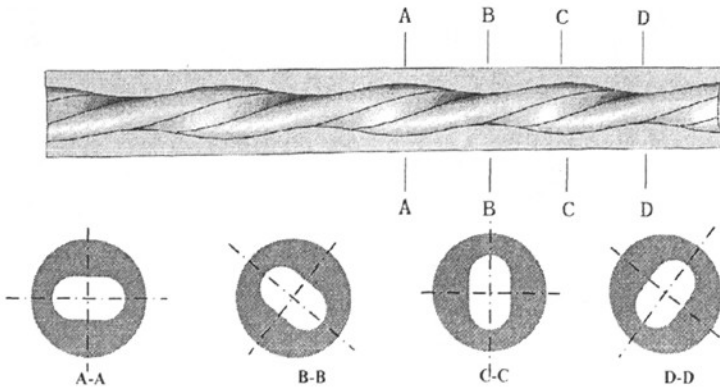


图 1.3 单螺杆泵定子示意图

1.1.3 螺杆泵举升工艺的特点

当油田储层能量高，油层压力大时，在油层压力作用下，原油可从井底经井筒自动流到地面，这种生产方式成为自喷生产。一般新开发油田的初期，会有一个阶段自喷生产。目前，中东地区一些油田仍有相当数量的油井是通过自喷方式生产的。对这种方式，只需要在井筒中下入油管，地面连接生产管线即可投产，工艺流程简单，井口利用不同尺寸的油嘴控制产量和回压。

当地层能量下降后，一方面可以通过注入流体（水、聚合物溶液、三元复合驱溶液、气体或混相注入等）的方式人为提高地层能量，将原油从地层中驱替出来，从而提高储层的开发效率；另一方面则需要采用人工举升设备，利用井下泵将采出液举升到地面。采取这种人工举升方式（或称机械采油方式）的生产井称为机采井。人工举升方式很多，包括：游梁式抽油机、电动潜油泵、螺杆泵、气举、水力泵、柱塞泵等，目前，大庆油田常用的主要是前三种，其中，游梁式抽油机的应用最广泛，占总数的80%左右。

与其他举升方式相比，螺杆泵具有如下突出的技术特点^[6,7,8,9]：

1) 排量稳定，无液流冲击和负载波动；

2) 结构简单，只有转子和定子两个部件；

4) 适合于开采特殊性能的采出液，包括：

a. 粘性液体。可开采粘度为5000mPa·s以上的原油，若配以空心抽油杆和井下注入稀释剂工艺，可开采最大粘度20,000mPa·s的采出液。

b. 含砂液体。可开采含沙量2.5%（每吨油中含砂量的体积比）的采出液。

c. 较高含气液体。无动件，不会发生气锁，因此可开采气液比达700m³/t（每吨油中的含气量）的采出液。

5) 经济节能。与抽油机、电动潜油泵相比，螺杆泵举升工艺具有明显的经济效益优势。例如，在下泵深度为900m、有效举升高度500m的相同条件下，按平均年限法进行油气井及相关设施的折旧、折耗，并把生产操作消耗成本费用按折现率为8%进行折现，计算单井10年评价期内的总费用（包括一次性投

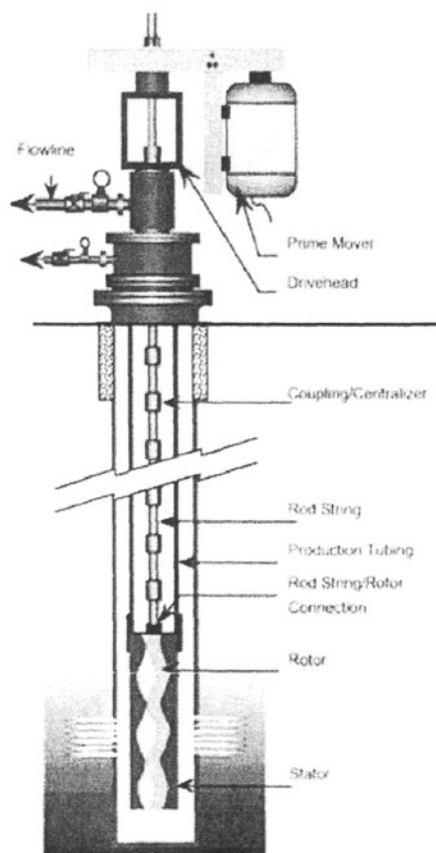


图 1.4 地面驱动螺杆泵举升系统示意图^[10]

资、能耗费用、检泵以及维护保养费用); 计算结果表明, 相当排量不同型号的螺杆泵与抽油机对比, 平均单井水驱节省费用 12.66%, 聚驱节省费用 12.15%, 总平均节省费用 12.41%; 与电泵对比, 平均单井水驱节省费用 22.16%, 聚驱节省费用 21.96, 总平均节省费用 22.06%。与抽油机井相比, 螺杆泵占地面积减少 5 倍以上、节约钢材 10 倍以上、减轻电力负担 40%以上。

6) 环保。和抽油机相比, 螺杆泵地面设备占地小、噪音低、污染小, 适合于在农田、办公区、城镇居民区等地域安装, 具有突出的环保优势。

基于以上优势, 近年来螺杆泵采油技术的应用规模急剧扩大^[13]。

1.2 螺杆泵举升工艺的技术现状

1.2.1 国内外螺杆泵工艺技术的进展

近年来, 螺杆泵举升技术在定子橡胶配方开发、泵结构设计、工艺改进等方面取得了许多新的进展。

国外方面, KUDU 公司开发 198 橡胶最高耐温可达 160℃, 在热采井开展现场试验, 最高井底温度达到 150℃左右^[20]。同时, 针对高含砂、硫化氢、CO₂、H₂S 等条件, PCM 公司开发了专用定子橡胶^[21]。Weatherford 公司开发了等壁厚定子螺杆泵, 可有效改善定子橡胶的热力学和动力学性能^[22]。Weatherford 公司和 PCM 公司开发的插入式螺杆泵可实现不动管柱作业, 有效降低施工难度和费用^[23]。PCM 公司和 TOTAL 公司联合开发的金属定子螺杆泵用于稠油热采工艺, 已经在加拿大油砂油田中进入现场试验^[24]。

国内方面, 大庆油田采油工程研究院开发的空心转子螺杆泵洗井工艺, 解决了小排量螺杆泵井无法热洗清蜡问题^[25]; 大庆油田开发的陶瓷转子螺杆泵可有效缓解三元复合驱生产井结垢对生产成本的影响, 有效延长检泵周期^[14]。

国内外多家公司开展了潜油螺杆泵的开发^[6,7,8,9], 由于采用无杆举升工艺, 适应范围大大扩大, 目前已经进入现场试验。

目前, 螺杆泵举升工艺的应用领域已经得到很大扩展, 在直井、定向井、水平井、分支井等得到了应用, 最大排量超过 1000t/d, 最大扬程达到 3000m, 最高转速达到 500r/min, 最大采出液粘度超过 15,000mPa·s^[21]。

1.2.2 螺杆泵举升工艺面临的问题

虽然螺杆泵的应用范围不断扩大, 但是也存在一些问题。与抽油机、电潜泵相比, 螺杆泵的检泵周期偏短。以大庆油田为例, 至 2009 年 1 月底, 抽油机和电潜泵的平均检泵周期分别为 644 天和 1064 天左右, 而螺杆泵的平均检泵周期为 552 天, 比抽油机和电潜泵井分别短 14.6%和 48.1%。

在螺杆泵的检泵中发现, 泵失效和抽油杆失效最为普遍, 不考虑抽油杆产品质量问题导致的杆失效, 泵失效和定子橡胶溶胀导致杆柱疲劳断裂是最主要的故

障形式。泵的质量问题是导致检泵周期短的主要原因。因此，提高螺杆泵的产品质量是解决问题的关键。

为了提高螺杆泵的产品质量，首先应对制约螺杆泵性能的原因进行分析，归纳起来，主要包括如下两个方面：

1) 定子橡胶的材料性能不能满足现场需求

螺杆泵的核心材料——橡胶是一种对于环境因素十分敏感的材料，温度、介质的变化都会引起材料性能的改变。而采油用螺杆泵的工作环境非常复杂，首先，定子橡胶和井下设备一起长期浸泡在井下采出液中，采出液通常为原油、天然气、地层水（或注入水）的三相混合物，原油和水都会使橡胶发生溶胀，导致硬度下降，机械物理性能劣化；在三次采油开发中，采出液中还可能含有聚合物、表面活性剂、碱等化学成分，会改变定转子之间的摩擦特性；其次，采出液一般具有一定的温度和压力，会导致橡胶发生温胀和气浸现象；另外，不同油田的油品有较大差别，含水、含砂、粘度、芳香烃含量等均有所不同，烃类会降低橡胶中的部分添加剂抽提出来，造成物理性能下降；有的油田还含有 H_2S 、 CO_2 等特殊气体，会加速橡胶的老化^[15]。

因此，不同的油田对于螺杆泵定子橡胶性能的要求不同，需要开发不同配方的定子橡胶制品。而目前，只有国外 PCM、Weatherford 等几家著名螺杆泵公司具有自主开发橡胶配方的能力，对于不同油田开发了系列产品，耐高温性能和耐介质性能都有很大提高（如温度最高可达 $135^{\circ}C$ ），但对于一些特殊井况，螺杆泵的使用仍然受到定子橡胶的限制。如，对热采井、芳香烃或 H_2S 含量较高的生产井，一般较少使用螺杆泵。国内螺杆泵厂家均是机械加工厂，不具备橡胶研发能力，一般只是购买一到两种配方，定子橡胶的质量控制也不是十分严格，因此，产品的性能、适用范围和质量稳定性等方面都在很大程度上受到制约。

2) 螺杆泵产品的设计、检验方法不能满足现场要求

作为一种工业产品，采油用螺杆泵现行的设计和检验方法还不够科学、严密，不足以保证产品性能达到现场生产要求。

目前，螺杆泵产品的设计主要包括如下橡胶的评价优选和螺杆泵的结构优化设计两部分，其中，橡胶类型的选择和适应性评价过程如下：

(1) 根据油田基本数据（油层温度/压力、采出液特性等）确定橡胶配方的基本类型，根据生产井基本数据（产量、扬程、井身结构等）初步确定泵型号和泵级数；

(2) 根据标准橡胶样片的室内模拟实验结果（机械物理性能试验、耐高温试验、耐介质试验），进一步评价筛选配方，并初步确定定转子之间的过盈量范围；螺杆泵型号和结构参数的优选过程如下：

(1) 根据样机泵的水力特性试验结果，调整泵结构参数；

(2) 根据现场试验结果评价产品性能，进一步调整泵的结构参数^[25]。

该设计方法存在如下问题：

第一、试验条件与实际工况存在较大区别，试验结果很难真实反映实际工况下的产品性能。这是因为：

(1) 橡胶性能评价的样本采用的是国家标准要求的样片，其形状和尺寸与螺杆泵实际形状有较大区别；

(2) 当前的橡胶性能试验是根据橡胶通用的国家标准进行的，检验项目和方法没有针对螺杆泵实际工作过程而设计；

(3) 螺杆泵的室内水力特性检测条件和实际工况存在较大差距，因此，只能反映新品的水力特性，无法提供产品可靠性和寿命方面的数据。

第二、产品的设计评价缺乏严格充分的理论依据。

目前国内主要的油田研究部门和螺杆泵生产厂还不具备运用数值模拟分析技术进行产品设计开发的能力，国外 Weatherford 公司和 PCM 公司已经开始相关的数值模拟研究^[22]。

和国内螺杆泵生产厂家相比，国外的几个主要螺杆泵公司的优势在于：他们具有橡胶配方的自主研发能力，因此，在配方适应性选择上有更大的余地，产品系列化、个性化设计更加完备。但总的来说，螺杆泵的设计思想还是建立在以经验为主的基础上。

综上所述，可以看出，螺杆泵的主要问题是橡胶定子的问题，由于对定子的工作机理认识不清，导致在配方开发和泵结构设计上存在很大盲目性。因此，要真正实现螺杆泵产品质量的持续改进，必须对定子橡胶的实际性能和工作机理进行全面、细致和深入的研究。

1.3 螺杆泵采油技术研究的总体构想

1.3.1 螺杆泵采油技术研究的目标和总体思路

不考虑橡胶在特殊介质中发生的化学变化，螺杆泵工作过程中的现象仍是以物理变化为主，属于力学研究的范畴。因此，螺杆泵工作性能研究的目标是：研究其在实际生产条件下，螺杆泵工作过程中的各种相关力学现象及其机理。为实现这一目标，应该从两方面开展工作：

第一、开展并逐步完善基础理论研究，主要是螺杆泵动力学机理研究，建立理论分析模型。运用数值模拟工具对螺杆泵的工作过程进行仿真，分析和评价。通过与试验数据的对比分析，对泵设计参数进行优化。

第二、建立完备的物理实验模型，实现对实际工况中对螺杆泵工作性能产生影响的过程和现象进行全面，细致的试验研究，通过实验手段研究螺杆泵的工作机理。

以上两方面的研究是互为补充的。一方面，物理模拟试验可以提供直接的测试数据，验证数值模拟和理论分析的有效性和准确性；另一方面，数值模拟和理论研究又可从机理上认识螺杆泵的性能变化规律，并为物理模拟试验的设计改进

提供指导。

本文集中讨论螺杆泵动力学分析模型和数值模拟技术方面的研究。

1.3.2 螺杆泵动力学模型的研究思路

根据对一般工程问题的研究路线,拟将螺杆泵动力学模型的研究分为三个步骤进行:

第一、对螺杆泵的实际工作条件、工作过程以及运行中出现的现象和遇到的问题进行完整准确的描述;

第二、对实际问题进行适当的简化和抽象,分解螺杆泵工作过程,对具体问题进行分类;

第三、根据边界或约束条件的不同,由简到繁,由易到难,分阶段建立不同层次的分析模型,逐步解决实际工程问题。

以上过程,随着研究的深入,循环交叠进行。

1.3.3 螺杆泵动力学机理研究的主要内容

1.3.3.1 转子运动学规律

- 1) 研究对象: 转子的运动轨迹、位移与时间的关系。
- 2) 力学现象: 转子在柔性抽油杆驱动下,以转速 n 在定子中运转。

1.3.3.2 定子-转子动力学规律

- 1) 研究对象: 定转子的受力, 定子的变形。
- 2) 力学现象:
 - (1) 转子与定子间以过盈 δ 配合;
 - (2) 定转子之间存在接触力和摩擦力;
 - (3) 液压力对定转子产生轴向压力;
 - (4) 定转子相互作用力以及液压力的作用,会导致定子变形;
 - (5) 橡胶在流体中产生溶胀;
 - (6) 橡胶发生温胀、溶胀后,其本构关系会变化;
 - (7) 随着泵内流体充满程度的不同,定转子之间可能处于流体润滑、半干摩擦或干摩擦状态。

1.3.3.3 泵内流体的流动规律

- 1) 研究对象: 流体速度梯度、压力梯度、泵漏失机理。
- 2) 力学现象:
 - (1) 泵内存在单相流体或气液两相流体;
 - (2) 泵工作中存在流体漏失现象。

1.3.3.4 定子的温度场分布规律

1) 研究对象: 定子表面及内部的温度分布和影响因素。

2) 力学现象:

(1) 流体具有一定温度, 定转子摩擦生热, 橡胶将产生温胀, 但通过对流和传导, 大部分热量被携带走;

(2) 若对流和传导条件受到限制, 散热不及时, 定子橡胶会被破坏。

1.3.3.5 不同工况(温度、介质、压力)条件下, 以上动力学规律的研究。

1.4 当前螺杆泵动力学模型的研究进展

1.4.1 螺杆泵几何形状和运动规律研究

20世纪20年代由法国人 Rene Moineau 提出螺杆泵工作机理。20世纪60年代前苏联对单螺杆泵的工作原理进行了理论和试验研究, 初步确定了螺杆泵定转子型线方程、转子在定子中的运动规律以及螺杆泵排量特性和转子轴向力的计算方法等^[19, 17, 18]。

1983年, G. Robello 和 K. Saveth 提出了以排量最大为目标的多头泵优化设计方法^[27]。

万邦烈、葛占玉等人, 建立了单螺杆泵水力机械螺杆—衬套副的平面、空间啮合理论^[6, 17, 18], 通过研究认为以摆线的等距线及其共轭曲面所形成的螺杆—衬套副曲面是比较适宜的, 并针对螺杆钻具建立了螺杆—衬套副的评价指标及其参数优选方法。同时利用投影法探讨了螺杆—衬套副的作用力问题, 建立了螺杆泵转子作用力的理论计算公式^[6, 17, 18]。

师国臣^[19]对二维横截面上定、转子啮合点处的滑动速度进行计算, 计算表明, 对于1:2结构螺杆泵, 在一个旋转周期内, 定子短轴两端点的滑动速度分别达到最大和最小值。

1.4.2 定转子动力学研究

对定子橡胶的变形规律, 特别是定子橡胶型线的变形规律目前研究较少。而对于在变形过程中, 伴随着几何非线性、物理非线性现象的产生, 理论分析方法具有很大的局限性, 有限元数值模拟成为常用的、有效的求解方法。

Robbins & Myers 公司在对螺杆泵磨粒磨损的研究中提出, 为了实现较好的耐磨粒磨损性能, 定子应选择耐磨性强的橡胶, 并应考虑平衡交联密度、物理性能、抗剪切性能和抗撕裂性能等因素之间的关系。推荐在磨粒磨损环境中, 应使用较软的橡胶(邵氏A硬度在50到65之间), 使得砂粒能够顺利通过而不破坏定子型线^[30]。

师国臣, 张劲等人^[19, 31, 31]建立了定子橡胶的本构模型, 利用有限元方法开展了二维模型的定子动力学数值模拟。

Daniel Dall' Acqua 于 2000 年在 Weatherford 公司赞助下, 开展螺杆泵有限元分析相关研究^[35]。

1.4.3 泵内流场规律研究

前苏联对低压头螺杆泵的工作特性进行了理论和实验研究, 建立了容积损失、机械损失的理论和经验计算模型, 试验分析了螺杆泵结构参数对其工作性能的影响。研究表明合理选择螺杆泵各结构参数之间的比值, 可实现单螺杆泵高效率 and 长期的工作, 并给出了主要结构参数的最优比值选择范围^[6, 9]。Б а л д е н к о. Д. Ф 对定转子间的间隙及过盈对泵特性的影响进行了试验研究^[6]。

华东石油大学水力机械课题组和大庆采油工艺研究所试验研究了举升介质温度、粘度对螺杆泵工作特性的影响^[6, 17, 18, 28, 29]。

Robbins & Myers 公司研究了含砂对泵水力特性的影响, 定性分析了含砂量、砂粒硬度、砂粒速度对于泵磨损的影响, 提出了在保证泵效为前提下, 以降低流速为目标的泵结构参数优化设计方法^[30]; Majid. D 等对螺杆泵抽汲含砂流体的耐磨性进行了研究, 研究认为对螺杆泵的结构参数和工作参数进行优化能够有效降低泵的磨损延长螺杆泵的使用寿命^[31]。

Jolihtzahanna Méndez 研究了运行时间和流体温度对螺杆泵水力特性的影响^[32]。

A. M. Martin, F. Kenyery 和 A. Tremante 等人 (1999 年) 首先开展了金属定子螺杆泵内两相流的试验研究, 通过在泵定子不同位置安装压力传感器, 获得了不同气液比条件下定子内部的压力变化规律^[36]。

Aurelio Olivet, Jose Gamboa 等人 (2002 年) 开展了进一步的试验研究, 获得了转子不同转动角度下, 金属定子内部不同位置压力的动态变化规律^[37, 38, 39]。

在试验研究的基础上, Jose Gamboa, Aurelio Olivet 等人 (2003 年) 建立了螺杆泵漏失分析的简化模型^[40], 在模型中将漏失流动分为两部分, 一是转子转动产生的漏失, 二是由各腔空间的压差产生的漏失。研究中首次考虑了漏失和定子材料性能的关系。提出漏失区间的概念 (slippage gap area), 应用转子在固定位置条件下的稳定状态流动理论来分析漏失, 代替瞬变流体流动的复杂公式进行螺杆泵特性的预测。该模型对于高粘度流体介质表现出良好的适应性, 但是对低粘度流体分析存在较大误差。

PCM 公司的 C. Bratu 在 2003 年 SPE 学术年会上发表了在气液两相流条件下螺杆泵内流体压力分布规律的研究成果^[41]。该研究认为, 由于气体的存在, 泵内压力分布不是均匀的, 在接近泵出口处的压力梯度最大, 并会导致与前面密封腔连通。室内试验模拟了不同气液比条件下的泵内压力和温度的分布。另外, 针对气体影响导致的橡胶老化问题, PCM 公司发布了一种新型螺杆泵的设计思想和试

验研究成果^[12]。该螺杆泵在转子的每级安装一种被称为“液压调节器”(Hydraulic Regulator)的装置,转子运转中该装置会在相应时刻连通相邻的密封腔室,形成密封腔之间流体补充和内部的流动循环,缓解气体压缩产生的温升影响。

Emilio E. Paladino 等人开展了金属定子螺杆泵内流体动力学研究,计算出泵内单相流体的三维压力分布规律^[11]。这是目前所能见到的唯一螺杆泵内三维流体动力学方面的研究成果。

1.4.4 定子内部温度场研究

2000 年 Daniel Dall'Acqua^[36]开展了螺杆泵定子温度场研究,Weatherford 等公司在 2000 年的 SPE 螺杆泵研讨会^[22]提供了关于定子温度场二维有限元分析的图片,介绍定子内部温度高于表面温度,由于常规螺杆泵定子的壁厚不均匀,导致厚壁区内部存在高温区。在此基础上,他们开发了等壁厚定子螺杆泵,有限元计算结果表明,等壁厚定子内部温度分布均匀,有助于改善泵的工作性能,延长运行寿命。

C. Bratu^[41,42]的研究表明,在气液两相流条件下,气体的影响和泵出口附近压力梯度过大会导致泵出口附近定子橡胶温升增加,从而加速老化;定转子的粘性摩擦扭矩引起的温升是压力梯度、转速和摩擦系数的函数;气体压缩引起的温升取决于压力分布和气体的流速。

国内关于温度场研究尚不够深入,研究主要通过试验方法定性分析温度对水力特性的影响。华东石油大学水力机械课题组和大庆油田采油工艺研究所对采油螺杆泵的工作特性进行了初步试验研究^[6,28]。石油大学(北京)王庆楠,李增亮等研究了单螺杆泵的生热原理,利用有限体积法对液压驱动单螺杆采油系统生热和传热进行了数值模拟,给出了不同工况的泵内温度场分布情况和液流平均温度^[44]。天津理工大学的杨秀萍将定子橡胶的温度场视为有内热源的二维稳态热传导问题,研究了常规螺杆泵和等壁厚定子温度场的分布形态,相同工况下,常规泵定子橡胶温升约为等壁厚螺杆泵的 7 倍^[45]。

1.4.5 小结

20 世纪 90 年代以前,国内外学者在定转子啮合理论和定转子结构参数设计方面开展了大量研究,并围绕螺杆泵的水力特性分析进行了很多室内模拟试验,试图利用经验方法建立系统的螺杆泵优化设计理论。前苏联建立的螺杆泵结构参数设计思想主要是依靠大量经验统计得来的,虽然在当前仍具有一定指导意义,但是,随着螺杆泵应用领域的扩大,其局限性越来越明显。

应用表明,在对定子橡胶力学性能的认识不清楚、不深入的情况下,完全依赖水力特性的经验公式指导螺杆泵结构设计,不仅工作量大,重复性工作多,而且可靠性差,不能适应石油工业对高效率、高可靠性螺杆泵设计和制造的迫切需求。

螺杆泵的水力特性模型包含了定转子运动学特性、定转子动力学特性、泵内流场分布特性和定子温度场特性等多种因素的相互耦合作用,只有对以上各种因素分别开展深入研究,进一步考虑各因素之间的耦合作用,建立一个完整的螺杆泵水力特性分析模型,才可能确切地表征模拟螺杆泵实际工作过程中的各种现象的内在机理,为螺杆泵的设计、优化和制造提供可靠的理论依据。这样建立的数学模型十分复杂,计算量很大,但在数值模拟技术和计算机技术飞速发展的今天,这项工作的开展是可以实现的,是工程实际急需解决的问题。

近年来,国外著名螺杆泵公司和高等学校在螺杆泵性能研究方面开展了大量工作,螺杆泵动力学模型的研究呈现以下几个特点:

- 1) 有限元分析建立在二维模型上,难以准确描述螺杆泵实际工作过程。
- 2) 对定子温度场分布的认识不足。
- 3) 关于螺杆泵流场的研究成果较多,并呈现以下特点:
 - a. 主要集中在对泵内压力分布的试验研究;
 - b. 对于螺杆泵漏失机理的认识还存在不足;
 - c. 有限元分析方法可以模拟金属定子螺杆泵的流场分布,但对橡胶定子螺杆泵的流场分析则很难实现。
- 4) 目前尚未见关于螺杆泵动力学机理分析的综合研究成果或商业软件。

1.5 本文的目的意义、研究内容和主要工作

1.5.1 目的意义

1.5.1.1 课题来源

- (1) 大庆油田公司课题:“提高螺杆泵适应性配套技术研究”;
- (2) 大庆油田公司课题:“深井 1800 米螺杆泵举升配套工艺技术研究”;
- (3) 大庆油田公司课题:“陶瓷转子防垢螺杆泵研制”

1.5.1.2 目的意义

本文的研究尝试建立一个能够较完整表征螺杆泵真实动力学性能模型,对于该模型的完善将帮助实现螺杆泵工作机理的仿真,形成对螺杆泵性能的数值模拟分析和评价方法,最终建立科学、高效的螺杆泵优化设计和评价方法,缩短新产品、新工艺的研发周期,降低开发成本。

1.5.2 技术路线

- 1) 定转子三维动力学模型的建立:根据试验数据建立定子橡胶材料本构模型,建立定转子接触模型,形成螺杆泵定子三维动力学有限元分析模型。
- 2) 定子二维热力学模型的建立:利用单向解耦方法模拟定子内部温度场分布。

3) 利用 ABAQUS 软件模拟螺杆泵工作过程, 计算并分析定子的三维应力-应变, 转子工作扭矩和定子二维横截面上的温度分布。

4) 根据数值模拟结果对现有螺杆泵结构参数进行调整, 对改进的结果进行试验评价。

1.5.3 研究内容

- 1) 定转子运动学模型的建立
- 2) 定转子三维动力学模型的建立
- 3) 定转子动力学的数值模拟及评价
- 3) 定子温度场分析模型的建立及数值模拟
- 4) 螺杆泵数值模拟结果在工程中的应用

1.5.4 本文的技术创新点

1) 系统研究了定子橡胶材料的本构模型特征, 开发了 ABAQUS 超弹性材料模型的相关功能。

2) 建立了螺杆泵三维动力学模型, 系统直观描述了不同因素作用下, 定子和转子应力应变的空间分布规律, 对螺杆泵工作机理的研究更接近真实工况。

3) 研究并建立了定子橡胶的温度场分析模型, 通过数值模拟分析了环境温度和橡胶材料粘性损耗能对温度场分布及定子型线的影响。

第2章 螺杆泵运动学和动力学模型

2.1 引言

本章介绍螺杆泵几何模型和运动规律,为下一章建立的有限元模型和进行数值模拟做好准备。

采油螺杆泵系统的运动形式和受力状况是与其结构参数有密切关系的。要对螺杆泵进行有限元分析,不但要提供结构形状参数,还必须有确定的定转子之间的运动关系。过去由于计算机软件的功能比较简单,对于螺杆泵这类几何形状复杂的研究对象,描述其运动形式和受力过程时存在相当大的难度,华东石油大学葛占玉等人在1990年运用投影法推导出了螺杆泵定转子啮合曲面的空间描述,但推导过程十分繁冗,理解和使用都比较困难^[1,2]。

有研究者尝试用简化的二维静态模型分析螺杆泵的实际工作过程,但是由于所采用的假设与实际工况差距较大,只能做简单的定性分析,无法给出准确的定量描述^[3,4,5]。分析表明,只有用三维模型才能完整、准确的描述螺杆泵的受力状态和漏失等方面的机理,因此,建立三维动力学模型是非常迫切的。随着计算机软件功能的日益丰富和强大,建立三维动力学模型实现对螺杆泵实际工况的真实模拟已经成为可能。

本章包括三部分内容,第一、给出螺杆泵定子和转子曲面方程;第二、描述螺杆泵转子的运动过程;第三、建立螺杆泵定转子的动力学模型。

泵内工作介质的动力学问题不属于本文研究范畴,这里不作详细分析。

2.2 螺杆泵几何模型的建立

2.2.1 转子型线方程的建立

转子是一个半径为 R 的圆以螺旋线为圆心连续移动后,其外表面所形成的轨迹。螺旋线的螺距 t 和偏心 e 分别称为螺杆泵转子的导程和偏心距,如图2.2.1(a)所示。

转子的外轮廓在其横截面的投影上是一个半径为 $R+e$ 的外圆 O_2 ,任何一个转子截面可以描述为一个在外圆 O_2 内滚动的半径为 R 的内圆 O_1 。两圆的间距为 e ,如图2.2.1(b)所示。

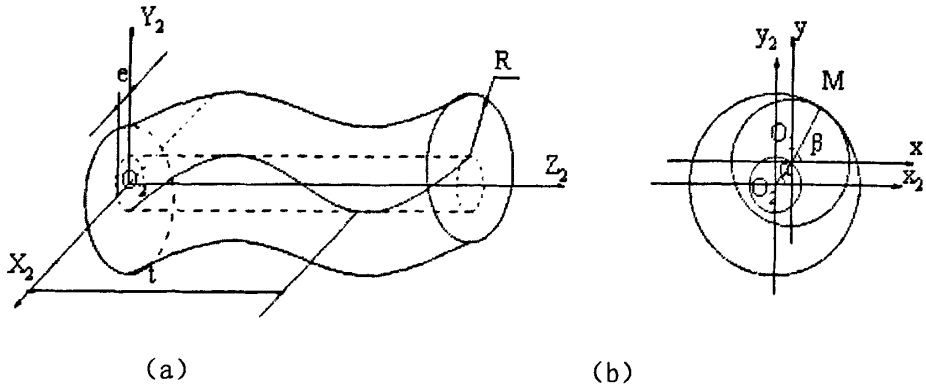


图 2.2.1 转子几何形状示意图

转子表面上任一点 M 的位置可表示为

$$\begin{cases} x_2 = R \cos \beta + e \cos \alpha \\ y_2 = R \sin \beta + e \sin \alpha \\ z_2 = \frac{\alpha}{2\pi} t \\ 0 \leq \beta \leq 2\pi \end{cases} \quad (2.2.1)$$

式中， β —M 点在坐标系 xoy 中的转角；

α —M 点所在截面的圆心在坐标系 $x_2O_2y_2$ 中的转角。

2.2.2 定子型线方程的建立

定子衬套曲面是由两个半径为 R （转子半径）的半圆和两条长度为 $4e$ 的直线段组成的封闭对称曲线以长度 T （ $T=2t$ ）为导程而旋转形成的空间螺旋曲面，如图 2.2.2 所示。

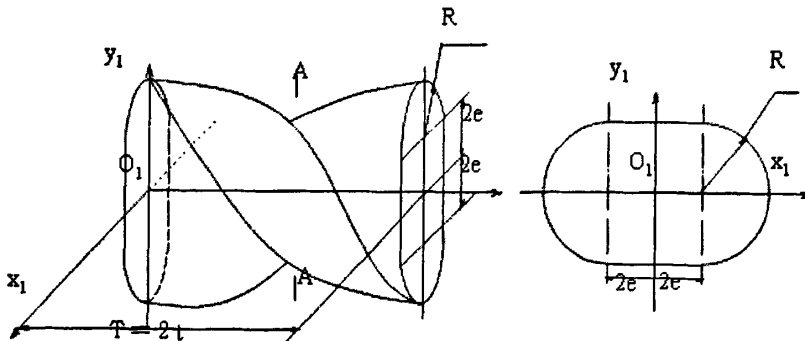


图 2.2.2 定子几何形状示意图

由啮合原理可知，转子在定子衬套中绕衬套中心线作行星运动。其中心线到

定子衬套中心的距离为偏心距 e ，即 $O_1O_2 = e$ 。而定，转子的转角 φ_1 和 φ_2 存在 $\varphi_2 = 2\varphi_1$ 关系。依据空间啮合理论，由转子曲面方程可求得定子曲面方程。

半圆部分的参数方程为：

$$\begin{cases} x_1 = \cos(\varphi_1 + \beta) + e \cos(\alpha + \varphi_1) + e \cos \varphi_1 \\ y_1 = R \sin(\varphi_1 + \beta) + e \sin(\alpha + \varphi_1) - e \sin \varphi_1 \\ z_1 = \frac{\alpha}{2\pi} t \\ 2\varphi_1 = 2n\pi - \alpha \\ -\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (2.2.2)$$

直线段曲面的参数方程为：

$$\begin{cases} x_1 = \mp R \sin \frac{\alpha}{2} + e \cos(\alpha + \varphi_1) + e \cos \varphi_1 \\ y_1 = \pm R \cos \frac{\alpha}{2} + e \sin(\alpha + \varphi_1) - e \sin \varphi_1 \\ z_1 = \frac{\alpha}{2\pi} t \end{cases} \quad (2.2.3)$$

2.2.3 啮合线方程的建立

螺杆泵定转子之间的啮合分二段描述，一段是转子与定子衬套半圆段之间的线啮合，另一段是转子与定子衬套直线段之间的点啮合。

线啮合方程为：

$$\begin{cases} x_1 = R \cos(\varphi_1 + \beta) + 2e \cos \varphi_1 \\ y_1 = R \sin(\varphi_1 + \beta) - 2e \sin \varphi_1 \\ z_1 = nt - \frac{\varphi_1}{\pi} t \\ -\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (2.2.4)$$

点啮合方程为：

$$\begin{cases} x_1 = \mp R \sin \frac{\alpha}{2} + e \cos(\alpha + \varphi_1) + e \cos \varphi_1 \\ y_1 = \pm R \cos \frac{\alpha}{2} + e \sin(\alpha + \varphi_1) - e \sin \varphi_1 \\ z_1 = \frac{\alpha}{2\pi} t \end{cases} \quad (2.2.5)$$

处于线啮合状态时，在空间表现为沿轴向间隔为 $T/2$ 的半圆（半径为 R ）曲线；处于点啮合状态时，表现为两条对称的、间距为 $2R$ 的螺旋状曲线。

2.3 螺杆泵转子运动学模型的建立

2.3.1 转子中心的运动规律

(1) 角速度的关系

转子中心轴线以及转子截面圆中心在定子衬套内的运动可用半径为 e 的滚圆 O_2 在半径为 $2e$ 的定圆 O_1 内做纯滚动来描述。 O_1 为定子中心， O_2 为转子轴线中心。滚圆 O_2 的边界上每一点是转子每一截面圆心在 xO_1y 平面的投影，如图 2.3.1 所示。

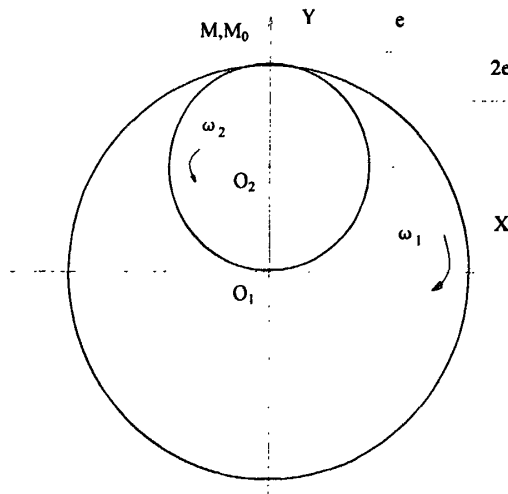


图 2.3.1 转子的自转与公转

在图 2.3.1 中， M 点表示某一时刻的接触点，因纯滚动，则 M 点速度为零。滚圆沿 O_1 的转动角速度记为 ω_1 ，滚圆相对 O_2 的角速度记为 ω_2 ，则有 $e\omega_1 + e\omega_2 = 0$ ，即 $\omega_2 = -\omega_1$ 。这表明，转子绕自身轴线 O_2 的角速度 ω_2 与转子绕定子中心 O_1 的角速度 ω_1 大小相等方向相反。实际上， ω_2 是与螺杆泵相连的采油井杆柱的转动角速度，所以有 $\omega_2 = 2\pi n$ (n 为油井杆柱转数)。

(2) 运动轨迹及速度

如图 2.3.2 所示， M_0 为 $t=0$ 时刻滚圆上的任一点，则 M_0 经过 t 时刻后的运动轨迹可用如下方程表示：

$$\begin{cases} x = 2e \cos(\omega t + \frac{\theta}{2}) \sin \frac{\theta}{2} \\ y = 2e \cos(\omega t + \frac{\theta}{2}) \cos \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad (2.3.1)$$

显然有 $\frac{x}{y} = \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}$ ，即 $O_1 M_0$ 是一条直线，这表明滚圆边界上的任一点的轨迹是过定子中心 O_1 的一条直线。

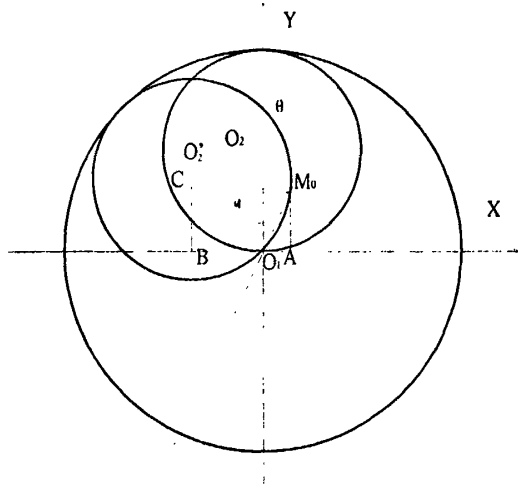


图 2.3.2 转子截面圆心的运动规律

由此可以求出的 M_0 点的速度，即：

$$\begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = -2e\omega \sin \frac{\theta}{2} \sin(\omega t + \frac{\theta}{2}) \\ V_y = \frac{dy}{dt} = -2e\omega \cos \frac{\theta}{2} \sin(\omega t + \frac{\theta}{2}) \\ V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 2e\omega \sin(\omega t + \frac{\theta}{2}) \end{cases} \quad (2.3.2)$$

由此可见，转子在定子衬套中运动规律为：转子绕自身轴线以角速度 ω 自转的同时，其轴线绕定子中心以相同的角速度反转，每一截面的转子圆心以速度 $2e\omega \sin(\omega t + \frac{\theta}{2})$ 做直线运动。

2) 转子任一截面外表面的运动分析

图 2.3.3 中的 M 为转子任一截面外表面上的一点，经过 t 时刻后其位移可表示如下：

$$\begin{cases} x = l \sin(\omega t + \alpha) - e \sin \omega t \\ y = l \cos(\omega t + \alpha) + e \cos \omega t \\ l = O_2 M_0 = O_2 M = \sqrt{(R \sin \beta)^2 + (e + R \cos \beta)^2} \end{cases} \quad (2.3.3)$$

显然，M 点的运动轨迹为一个椭圆。该点的速度可写为：

$$\begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = l\omega \cos(\omega t + \alpha) - e\omega \cos \omega t \\ V_y = \frac{dy}{dt} = -l\omega \sin(\omega t + \alpha) - e\omega \sin \omega t \end{cases} \quad (2.3.4)$$

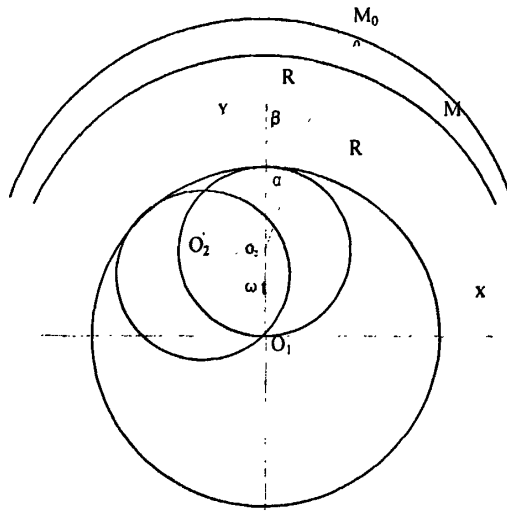


图 2.3.3 转子表面的运动规律

3) 定转子啮合点处的速度分析（滑动速度）

对于每一固定、转子截面定子衬套型线上任一点均是定、转子啮合点。啮合点的处的速度分析如下。

如图 2.3.4 所示，当啮合处于两段半圆时，在弧 ABC 和弧 DEF，分别有 $\omega t = 2k\pi$ 和 $\omega t = (2k+1)\pi$ 。

在弧 ABC 时由 (2.3.4) 式得：

$$\begin{cases} V_x = l\omega \cos \alpha - e\omega \\ V_y = -l\omega \sin \alpha \end{cases} \quad (2.3.5)$$

将关系式

$$\begin{cases} l \cos \alpha = e + R \cos \beta \\ l \sin \alpha = R \sin \beta \end{cases} \quad (2.3.6)$$

带入 (2.3.5) 得到

$$\begin{cases} V_x = R\omega \cos \beta \\ V_y = -R\omega \sin \beta \\ V = R\omega \end{cases} \quad (2.3.7)$$

同理，在弧 DEF 上可以得到

$$V = -R\omega \quad (2.3.8)$$

当啮合处于直线段上时有：

a. 直线 CD 上，由 $x = R$ ，得：

$$\begin{cases} V_x = 0 \\ V_y = -(R\omega + 2e\omega \sin \omega t) \end{cases} \quad (2.3.9)$$

b. 直线 AF 上，由 $x = -R$ ，得：

$$\begin{cases} V_x = 0 \\ V_y = R\omega - 2e\omega \sin \omega t \end{cases} \quad (2.3.10)$$

显然定转子啮合点处的滑动速度有所差异，在一转内，图 2.3.4 中直线上 g，h 点的滑动速度分别达到最大和最小值。即：

$$\begin{aligned} V_{\max} &= (R + 2e)\omega \\ V_{\min} &= -(R - 2e)\omega \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

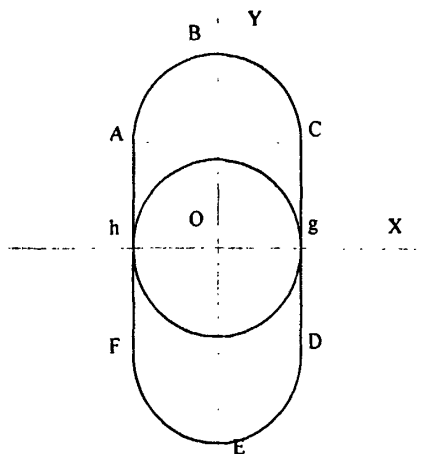


图 2.3.4 啮合点速度分析

2.4 螺杆泵定转子动力学模型的建立

2.4.1 螺杆泵工作过程的描述

一个螺杆泵工作时，主要由三部分组成，即：转子、定子和工作介质。进行动力学分析时，应该在准确描述各自运动形态的前提下，充分考虑三者之间的相互耦合关系和约束条件。

螺杆泵的基本工作过程可描述如下：

1) 转子以角速度 $\omega = 2\pi n$ 绕一个螺旋形轴线转动，液体充满在由定、转子相互啮合产生的一系列连续密封腔室中，沿着转子表面以一定的速度从泵一段逐步移动到另一端。

2) 泵单位时间内排出的液体体积称为泵的排量，由泵的结构参数、转速和漏失量决定。

3) 泵入口和出口之间的压差称为泵的工作压差，也成为扬程，由泵的单级承压能力和总级数决定。

为计算方便，本文采用如下简化：

- 1) 转子为刚体，定子为不可压缩的超弹性体；
- 2) 介质为单相不可压缩流体；
- 3) 由于抽油杆很长，因此忽略其刚度对转子运动的影响。

2.4.2 螺杆泵各部件之间的力学关系

1) 定子与转子之间的关系：

定、转子之间是过盈配合，相互之间作用力有接触表面的接触压力和定转子相互运动引起的摩擦力（包括滑动摩擦和滚动摩擦）；这些力都是成对出现，互为作用力和反作用力。接触压力的方向垂直于接触面，摩擦力的方向平行于接触面。

2) 定子与流体之间的关系

定子与流体之间存在液体-定子接触表面的液压力和定子表面与液体间相对运动引起的摩擦力。

任意时刻，液压力在任意一个独立的密封腔空间内任意一点的大小是相同的，相邻腔室间的液压力之间存在一个压力差，在接触表面上液压力的方向垂直

于接触表面；摩擦力的方向平行于接触表面。

3) 转子和流体之间的关系

定子与流体之间存在液体-转子接触表面的液压力和转子表面与液体之间相对运动引起的摩擦力。如上所述，接触表面上液压力的方向垂直于接触表面；摩擦力的方向平行于接触表面。

4) 由于转子和液体都具有一定质量和加速度，因此，还分别受到各自惯性力的作用。

2.4.3 转子的动力学分析

转子受的力和力矩主要包括以下几部分：

1) 液压力和液压力矩

液压力包括液压作用在转子底部的端面轴向力和作用在曲面上的液压力。后者可以分解为空间三个分量：液压轴向力、倾倒力和横向力。

转子所受的轴向力是以上各力在轴向上的合力，即，端面轴向力、液压轴向力和正压力的轴向分量（倾倒力矩和横向力引起的。）形成的合力。

液压力产生的力矩由两部分组成：工作力矩和倾倒力矩。前者实现对介质的举升，后者和横向力联合作用，加剧对定子型线的磨损。

2) 接触力

定子和转子间由于过盈配合产生的、在垂直于接触面方向上的接触压力。

3) 摩擦力和摩擦力矩

包括转子和定子间的摩擦力和摩擦力矩，转子和液体间的摩擦力和摩擦力矩。摩擦系数和接触面的表面粗糙度、润滑状态、介质性质有关。

4) 惯性力和惯性力矩

由转子自身质量和加速度产生的力和力矩。

2.4.4 定子的动力学分析

定子受的力和力矩主要包括以下几部分：

1) 液压力和液压力矩

液压力指作用在定子曲面上的液压力。可以分解为空间三个分量：液压轴向力、倾倒力和横向力。

定子所受的轴向力是以上各力在轴向上的合力，即，液压轴向力和正压力的轴向分量（倾入力矩和横向力引起）形成的合力。

液压力产生的力矩由两部分组成：工作力矩和倾入力矩。和转子的力矩成对出现。

2) 接触力

定子和转子间由于过盈配合产生的、在垂直于接触面方向上的接触压力。

3) 摩擦力和摩擦力矩

包括转子和定子间的摩擦力和摩擦力矩，转子和液体间的摩擦力和摩擦力矩。

综上所述，螺杆泵受的力主要包括：接触力、液压力、摩擦力和惯性力。其中，转子的轴向力和工作扭矩可通过室内试验测量获得，定子的受力状况可以根据推算获得。因此，下面重点对转子的受力状况进行分析。

2.4.5 受力分析模型的确定

根据试验数据，采油螺杆泵的单级承压能力（即两个相邻封闭腔室的最大液压力差）在 0.3~0.6Mpa 之间。所谓单级是指一个完整的封闭腔室，也即定子的一个完整导程。由于实际结构和工况的周期性，只需对一个封闭腔室进行转子液压力的分析即可。由于对称性，可取半个导程（一个转子螺距 t 长度）范围内进行分析。

如图 2.4.1 所示，为计算方便，建立转子空间曲面方程如下：

$$\begin{cases} x = R \sin \beta - e - e \cos \alpha \\ y = R \cos \beta + e \sin \alpha \\ z = -\frac{t}{2\pi} \alpha \end{cases} \quad (2.4.1)$$

当 $\beta \in [\frac{\alpha}{2}, \pi + \frac{\alpha}{2}]$ 时腔室为高压腔, 当 $\beta \in [\pi + \frac{\alpha}{2}, 2\pi + \frac{\alpha}{2}]$ 时腔室为低压腔。

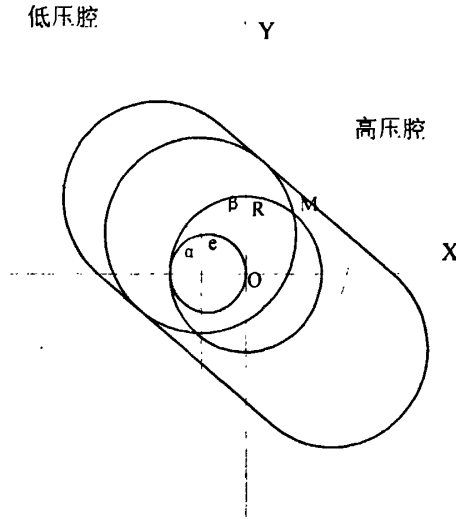


图 2.4.1 转子空间曲面方程的建立

转子曲面任一点 M 的方向余弦确定如下:

点 M 的外方向向量在三个坐标轴上的分量 l , m , n 分别为:

$$\left\{ \begin{aligned} l &= \frac{\left| \begin{array}{cc} \frac{\partial y}{\partial \alpha} & \frac{\partial z}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial y}{\partial \beta} & \frac{\partial z}{\partial \beta} \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{cc} e \cos \alpha & -\frac{t}{2\pi} \\ -R \sin \beta & 0 \end{array} \right|} = -\frac{tR}{2\pi} \sin \beta \\ m &= \frac{\left| \begin{array}{cc} \frac{\partial z}{\partial \alpha} & \frac{\partial x}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial z}{\partial \beta} & \frac{\partial x}{\partial \beta} \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{cc} -\frac{t}{2\pi} & e \sin \alpha \\ 0 & R \cos \beta \end{array} \right|} = -\frac{tR}{2\pi} \cos \beta \\ n &= \frac{\left| \begin{array}{cc} \frac{\partial x}{\partial \alpha} & \frac{\partial y}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial x}{\partial \beta} & \frac{\partial y}{\partial \beta} \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{cc} e \sin \alpha & e \cos \alpha \\ R \cos \beta & -R \sin \beta \end{array} \right|} = -R \cos(\alpha - \beta) \end{aligned} \right.$$

(2.4.2)

方向余弦 N_x, N_y, N_z 为:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_x = \frac{l}{\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}} = \frac{-\frac{t}{2\pi} \sin \beta}{\sqrt{\frac{t^2}{4\pi^2} + e^2 \cos^2(\alpha - \beta)}} \\ N_y = \frac{m}{\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}} = \frac{-\frac{t}{2\pi} \cos \beta}{\sqrt{\frac{t^2}{4\pi^2} + e^2 \cos^2(\alpha - \beta)}} \\ N_z = \frac{n}{\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}} = \frac{-e \cos(\alpha - \beta)}{\sqrt{\frac{t^2}{4\pi^2} + e^2 \cos^2(\alpha - \beta)}} \end{array} \right. \quad (2.4.3)$$

2.4.6 液压力对转子的作用分析

高压腔和低压腔的压力分别记为 P_h 和 P_d ，转子所受液压力在 x ， y ， z 方向上的合力分别记为 F_x, F_y, F_z ，即液压力产生的对转子的倾倒力，横向力和轴向力，则有：

$$\left\{ \begin{array}{l} F_x = \iint_{D_{xz}} df_x = \iint_{D_{xz}} df_{xh} + \iint_{D_{xz}} df_{xd} \\ F_y = \iint_{D_{yz}} df_y = \iint_{D_{yz}} df_{yh} + \iint_{D_{yz}} df_{yd} \\ F_z = \iint_{D_{xy}} df_z = \iint_{D_{xy}} df_{zh} + \iint_{D_{xy}} df_{zd} \end{array} \right. \quad (2.4.4)$$

式中

$$\left\{ \begin{array}{l} df_x = p_h N_{xh} dA_h + p_d N_{xd} dA_d \\ df_y = p_h N_{yh} dA_h + p_d N_{yd} dA_d \\ df_z = p_h N_{zh} dA_h + p_d N_{zd} dA_d \end{array} \right. \quad (2.4.5)$$

$$dA = \sqrt{EG - F^2} d\alpha d\beta \quad (2.4.6)$$

$$E = \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \alpha} \right)^2 = \frac{t^2}{4\pi^2} + e^2 \quad (2.4.7)$$

$$G = \left(\frac{\partial x}{\partial \beta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \beta} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \beta} \right)^2 = R^2 \quad (2.4.8)$$

$$F = \frac{\partial x}{\partial \alpha} \frac{\partial x}{\partial \beta} + \frac{\partial y}{\partial \alpha} \frac{\partial y}{\partial \beta} + \frac{\partial z}{\partial \alpha} \frac{\partial z}{\partial \beta} = R \sin(\alpha - \beta) \quad (2.4.9)$$

$$dA = R \sqrt{\frac{t^2}{4\pi^2} + e^2 \cos^2(\alpha - \beta)} d\alpha d\beta \quad (2.4.10)$$

$$\begin{cases} F_{xh} = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\pi+\alpha}{2}} p_h N_{xh} dA_h = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\pi+\alpha}{2}} -\frac{tR}{2\pi} p_h \sin \beta d\alpha d\beta = 0 \\ F_{xd} = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi+\alpha}{2}}^{\frac{2\pi+\alpha}{2}} p_d N_{xd} dA_d = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi+\alpha}{2}}^{\frac{2\pi+\alpha}{2}} -\frac{tR}{2\pi} p_d \sin \beta d\alpha d\beta = 0 \\ F_x = F_{xh} + F_{xd} = 0 \end{cases} \quad (2.4.11)$$

$$\begin{cases} F_{yh} = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\pi+\alpha}{2}} p_h N_{yh} dA_h = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\pi+\alpha}{2}} -\frac{tR}{2\pi} p_h \cos \beta d\alpha d\beta = \frac{4Rt}{\pi} p_h \\ F_{yd} = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi+\alpha}{2}}^{\frac{2\pi+\alpha}{2}} p_d N_{yd} dA_d = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi+\alpha}{2}}^{\frac{2\pi+\alpha}{2}} -\frac{tR}{2\pi} p_d \cos \beta d\alpha d\beta = -\frac{4Rt}{\pi} p_d \\ F_y = F_{yh} + F_{yd} = \frac{4Rt}{\pi} (p_h - p_d) = \frac{4Rt}{\pi} \Delta p \end{cases} \quad (2.4.12)$$

$$\begin{cases} F_{zh} = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\pi+\alpha}{2}} p_h N_{zh} dA_h = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\pi+\alpha}{2}} -eR p_h \cos(\alpha - \beta) d\alpha d\beta = -8Re p_h \\ F_{zd} = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi+\alpha}{2}}^{\frac{2\pi+\alpha}{2}} p_d N_{zd} dA_d = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi+\alpha}{2}}^{\frac{2\pi+\alpha}{2}} -eR p_d \cos(\alpha - \beta) d\alpha d\beta = 8Re p_d \\ F_z = F_{zh} + F_{zd} = -8Re \Delta p \end{cases} \quad (2.4.13)$$

液压力作用在转子曲面上形成的合力在三个坐标轴上的分量分别记为 F_x , F_y 和 F_z , 分析上述各式可得: F_x 是 x 轴 (端面短轴) 方向的倾倒地, 在一个导

程内倾倒力的积分为零，但是在任意一个截面上的倾倒力不为零； F_y 是 y 轴（端面长轴）方向的横向力，其作用是使转子向定子的一侧挤压； F_z 是 z 轴方向上的轴向力，其作用是产生向转子入口方向的轴向力。 F_x 和 F_y 共同作用产生螺杆泵的有功扭矩。

2.4.7 液压力引起的转子转矩

1) 转子有功扭矩

F_x , F_y 对转子的作用产生扭矩，对转子瞬时啮合轴取矩，即为有功负载扭矩 T ，则 T 为：

$$\begin{aligned}
 T &= T_{yx} - T_{xy} \\
 &= \iint (x+2e)df_{yh} + \iint (x+2e)df_{yd} - \iint ydf_{xh} - \iint ydf_{xd} \\
 &= \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\alpha}{2}}^{\pi+\frac{\alpha}{2}} -(R \sin \beta - e - e \cos \alpha + 2e) p_h \frac{Rt}{2\pi} \cos \beta d\alpha d\beta + \\
 &\quad \int_0^{2\pi} \int_{\pi+\frac{\alpha}{2}}^{2\pi+\frac{\alpha}{2}} -(R \sin \beta - e - e \cos \alpha + 2e) p_d \frac{Rt}{2\pi} \cos \beta d\alpha d\beta - \\
 &\quad \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\alpha}{2}}^{\pi+\frac{\alpha}{2}} -(R \cos \beta + e \sin \alpha) p_h \frac{Rt}{2\pi} \sin \beta d\alpha d\beta - \\
 &\quad \int_0^{2\pi} \int_{\pi+\frac{\alpha}{2}}^{2\pi+\frac{\alpha}{2}} -(R \cos \beta + e \sin \alpha) p_d \frac{Rt}{2\pi} \sin \beta d\alpha d\beta \\
 &= \frac{16eRt}{2\pi} \Delta p
 \end{aligned} \tag{2.4.14}$$

2) 倾倒力矩

F_x 虽然为零，只是说明在空间分布是对称的，合力为零，该该方向的分布力对转子产生倾倒力矩（使转子倾向偏斜的力矩）。倾倒力矩 T_{xz} 和 T_{yz} 的表达式如下：

$$\begin{aligned}
 T_{xz} &= \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\alpha}{2}}^{\pi+\frac{\alpha}{2}} p_h \frac{t}{2\pi} \sin \beta R \frac{t}{2\pi} \alpha d\alpha d\beta + \int_0^{2\pi} \int_{\pi+\frac{\alpha}{2}}^{2\pi+\frac{\alpha}{2}} p_d \frac{t}{2\pi} \sin \beta R \frac{t}{2\pi} \alpha d\alpha d\beta \\
 &= \frac{4Rt^2}{\pi^2} \Delta p
 \end{aligned}$$

(2.4.15a)

$$\begin{aligned}
 T_{yz} &= \iint z df_{yh} + \iint z df_{yd} = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\alpha}{2}}^{\pi+\frac{\alpha}{2}} p_h \frac{t}{2\pi} \cos \beta R \frac{t}{2\pi} \alpha d\alpha d\beta \\
 &+ \int_0^{2\pi} \int_{\pi+\frac{\alpha}{2}}^{2\pi+\frac{\alpha}{2}} p_d \frac{t}{2\pi} \cos \beta R \frac{t}{2\pi} \alpha d\alpha d\beta \\
 &= \frac{2Rt^2}{\pi} \Delta p
 \end{aligned}
 \tag{2.4.15b}$$

2.4.8 转子轴向力分析

1) 正压力轴向分量

由液压力对转子的作用力分析可知, $F_x = 0$, 即在 x 轴方向液压力使转子对定子衬套不发生力的作用, 只产生倾倒地矩, 而 F_y 不为零, 即转子将对定子衬套发生力的作用。

从图 2.4.2 所示的截面可以看出, 液压力在 y 方向的分量 F_y 的作用点就是啮合点 M 和 M' 。 M 和 M' 点在螺杆曲线上的位置分别为 $\beta = \frac{\alpha}{2}$ 和 $\beta = \pi + \frac{\alpha}{2}$ 。

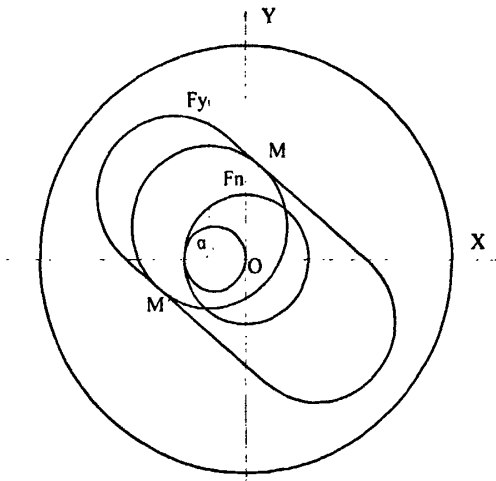


图 2.4.2 啮合点正压力分析

不同截面上啮合点 M 和 M' 的啮合线分别记为 l_1 和 l_2 , 其曲线方程如下:

$$l_1: \begin{cases} x = R \sin \frac{\alpha}{2} - e - e \cos \alpha \\ y = R \cos \frac{\alpha}{2} + e \sin \alpha \\ z = -\frac{t}{2\pi} \alpha \end{cases} \quad (2.4.16a)$$

$$l_2: \begin{cases} x = -R \sin \frac{\alpha}{2} - e - e \cos \alpha \\ y = -R \cos \frac{\alpha}{2} + e \sin \alpha \\ z = -\frac{t}{2\pi} \alpha \end{cases} \quad (2.4.16b)$$

啮合线 l_1 和 l_2 的方向余弦可分别表示为:

$$l_1: \begin{cases} N'_x = \frac{l}{\sqrt{l^2+m^2+n^2}} = \frac{-\frac{t}{2\pi} \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\frac{t^2}{4\pi^2} + e^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}} \\ N'_y = \frac{m}{\sqrt{l^2+m^2+n^2}} = \frac{-\frac{t}{2\pi} \cos \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\frac{t^2}{4\pi^2} + e^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}} \\ N'_z = \frac{n}{\sqrt{l^2+m^2+n^2}} = \frac{-e \cos \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\frac{t^2}{4\pi^2} + e^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}} \end{cases} \quad (2.4.17a)$$

$$l_2: \begin{cases} N'_x = \frac{l}{\sqrt{l^2+m^2+n^2}} = \frac{\frac{t}{2\pi} \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\frac{t^2}{4\pi^2} + e^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}} \\ N'_y = \frac{m}{\sqrt{l^2+m^2+n^2}} = \frac{\frac{t}{2\pi} \cos \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\frac{t^2}{4\pi^2} + e^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}} \\ N'_z = \frac{n}{\sqrt{l^2+m^2+n^2}} = \frac{e \cos \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\frac{t^2}{4\pi^2} + e^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}} \end{cases} \quad (2.4.17b)$$

分析可得, 当 $\alpha \in [0, \pi]$ 时, F_y 对啮合线 l_1 发生力的作用; 当 $\alpha \in [\pi, 2\pi]$ 时, F_y 对啮合线 l_2 发生力的作用。由于 M 点的法线方向不在 $x-y$ 平面内, 故衬套将对

转子产生正压力轴向力的作用，而正压力的方向就是 M 和 M' 点的法向方向。

如图 2.4.3 所示，某一啮合点正压力及其分量为：

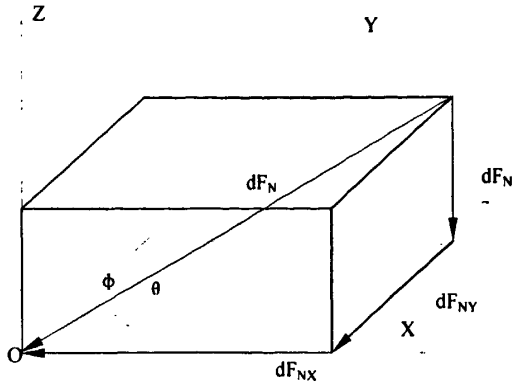


图 2.4.3 正压力分解

$$\begin{cases} dF_{N_x} = N_x dF_N \\ dF_{N_y} = N_y dF_N \\ dF_{N_z} = N_z dF_N \end{cases} \quad (2.4.18)$$

$$dF_{N_z} = \frac{N_z}{N_y} dF_{N_y} \quad (2.4.19)$$

式中， N_z, N_y 统一表示 α 在不同范围内时 (2.4.17) 式的啮合点的方向余弦。代入上式并积分有

$$F_{N_y} = \int_{l_1} dF_{N_y} dl_1 + \int_{l_2} dF_{N_y} dl_2 \quad (2.4.20)$$

和

$$\begin{aligned} F_{N_z} &= \int_{l_1} dF_{N_z} dl_1 + \int_{l_2} dF_{N_z} dl_2 \\ &= -\frac{2\pi e}{t} \left[\int_0^\pi dF_{N_y} dl_1 + \int_\pi^{2\pi} dF_{N_y} dl_2 \right] \\ &= \frac{2\pi e}{t} F_y \\ &= -8eR\Delta p \end{aligned} \quad (2.4.21)$$

转子在螺旋面上所受的总轴向力为 (2.4.13) 式所示的 F_z 与上式之和, 即:

$$F_o = F_z + F_{Nz} = (-8 \operatorname{Re} \Delta p) + (-8 \operatorname{Re} \Delta p) = -16 \operatorname{Re} \Delta p \quad (2.4.22)$$

2) 端面轴向力

$$F_e = A_2 \Delta p = -\pi r^2 \Delta p \quad (2.4.23)$$

3) 转子总轴向力

$$F_t = F_o + F_e = -(\pi r^2 + 16er) \Delta p \quad (2.4.24)$$

因此, 螺杆泵转子所受的轴向力与导程 t 无关, 只取决于平面参数 e , r 和腔室内的压差 Δp 。

2.4.9 定转子摩擦扭矩的计算

啮合点处正压力在 $x-y$ 平面上的分力的合力为:

$$F_N = \frac{\pi}{4} F_y = \frac{16Rt}{\pi^2} \Delta p \quad (2.4.25)$$

则正压力 N 为 (2.4.21) 所示的 F_{Nz} 与上式之和, 即:

$$N = \sqrt{(F_N^2 + F_{Nz}^2)} = R \Delta p \sqrt{\frac{256t^2}{\pi^4} + 64e^2} \quad (2.4.26)$$

设定转子间的摩擦系数为 f , 则转子摩擦扭矩 T_f 可近似表示为:

$$T_f = fNR = fR^2 \Delta p \sqrt{\frac{256t^2}{\pi^4} + 64e^2} \quad (2.4.27)$$

2.4.10 转子惯性力的计算

转子密度记为 ρ , 则转子质量为:

$$M_m = \int_l \pi R^2 \rho dl \quad (2.4.28)$$

l 为转子截面圆中心组成的螺旋线, 即 l 的方程为:

$$\begin{cases} x = e \cos \alpha \\ y = e \sin \alpha \\ z = \frac{t}{2\pi} \end{cases} \quad (2.4.29)$$

将上式代入 (2.4.28) 式, 得到:

$$\begin{aligned} M_m &= \int_0^{2\pi} \pi R^2 \rho \sqrt{(-e \sin \alpha)^2 + (e \cos \alpha)^2 + \left(\frac{t}{2\pi}\right)^2} d\alpha \\ &= \frac{1}{2} \pi R^2 \rho \sqrt{t^2 + 4\pi^2 e^2} \end{aligned} \quad (2.4.30)$$

则惯性力 F_ω 为:

$$F_\omega = M_m e \omega^2 \quad (2.4.31)$$

2.5 小结

本章建立了螺杆泵运动学和动力学模型, 分析了螺杆泵转子的运动规律、转子的动力学组成, 同时较全面地分析了结构参数、工作参数及其工况环境对螺杆泵工作特性的影响。取得以下主要结论:

1) 螺杆泵的受力主要包括: 接触力、液压力、摩擦力和惯性力; 所受力矩包括: 有功负载扭矩、倾倒地矩、摩擦力矩和惯性力矩。

2) 转子受到的液压力主要包括两部分, 即: 转子底部端面的液压力和转子曲面所受的液压力, 后者在 x, y, z 方向上的分量分别对应为液压差的轴向分量, 倾倒地力和横向力。

3) 螺杆泵转子的轴向力由三部分构成:

- (1) 转子底部端面液压力;
- (2) 液压差产生的轴向力;
- (3) 正压力的轴向分量。

$$\text{总轴向力为: } F_t = F_a + F_e = -(\pi r^2 + 16er)\Delta p$$

4) 定子受的力和力矩主要包括以下几部分: 接触力、液压力、摩擦力; 所受力矩包括: 有功负载扭矩、倾倒地矩和摩擦力矩。

第3章 橡胶本构模型和定子-转子接触模型

3.1 引言

在工程和自然现象中造成非线性的因素很多,也十分复杂,通常归结为三大类,即:1)材料非线性,2)几何非线性,和3)边界非线性。

螺杆泵在运行中存在着高度非线性,相应的运动学和动力学的数值模型主要考虑如下因素:第一,定子材料由橡胶组成,它是一种高度非线性的超弹性材料,其力学性能表征比较困难,因此,在螺杆泵的动力学研究中,定子橡胶材料力学行为的描述是一个重点和难点;第二,转子运动过程中,不断地与定子内不同部位接触,不仅边界随转子运动而改变,而且相互之间接触也会产生作用,这种边界非线性对求解问题带来了很大的难度。

ABAQUS 提供了多种超弹性材料的本构模型,但是,本构模型的选择必须基于对材料的力学特征深入了解,本构方程的建立则需要配套的试验数据作支持。第二节(3.2)讨论定子橡胶材料的力学行为特征的描述,通过试验确定了适合螺杆泵定子橡胶材料的本构模型。

ABAQUS 同样提供了接触问题的模型,在程序上建立定转子的接触模型比较简单,但是,为准确模拟其动力学特征,还应对接触模型的实现过程有较为清楚的理解。第三节(3.3)讨论接触问题控制方程的边界条件。

3.2 橡胶材料力学性能表征

3.2.1 引言

典型的橡胶材料应力-应变特性如图 3.2.1 所示,表现出弹性和高度非线性。这种材料特性称为超弹性。像橡胶这样的超弹性材料可以保持弹性变形直至大应变。^[33, 34]

通过橡胶材料准静态力学行为测试,可以归纳出橡胶材料较大变形和大变形力学行为的几个主要特征:^[47, 48]

- 1) 低应力水平作用下的大应变非线性弹性力学行为特征

橡胶材料除了在极小应变区之外不可能有一个确定的杨氏模量,并且极小应

变区的杨氏模量的量级也非常低（范围从几个 MPa 到几十 MPa），与常见的线弹性材料有明显差异；橡胶材料变形过程中的体积变化也很小，工程上大多将橡胶近似为不可压材料；不同变形状态下的应力应变关系呈现不同的非线性特征，如单向拉伸，平面拉伸和等双轴拉伸的应力应变曲线各不相同。其中等双轴拉伸与单向拉伸和平面拉伸的差别更为明显。

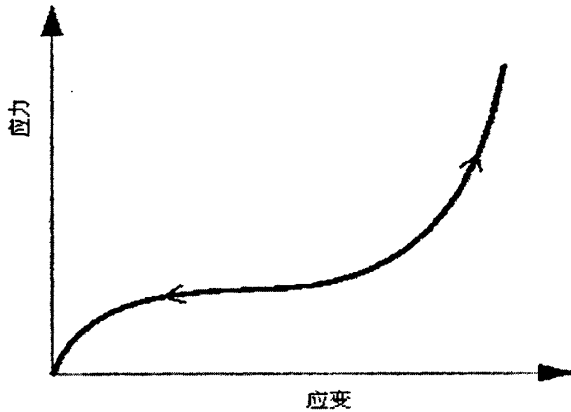


图 3.2.1 超弹性材料应力应变关系图

2) 应力软化效应

也叫做Mullins效应，橡胶材料的首次拉伸曲线和经过反复加卸载之后的拉伸曲线相比，后者的刚度变低，刚度的非单调非线性变化更加明显。且这种变化与卸载点是相关的；同时对于填充颗粒增强橡胶材料，Mullins效应更为显著。

3) 迟滞效应

橡胶材料在加卸载过程中会有一定的能量损耗，其应力应变曲线构成一个迟滞回环，填充橡胶的迟滞效应表现得更加显著。

4) 力学行为的时间相关性和温度相关性（见图3.2.2）

非线性弹性是橡胶材料最基本的力学行为特征，在研究橡胶材料其他力学行为，如Mullins效应，迟滞效应以及时间/温度相关性时，往往将这些力学行为特征与橡胶非线性弹性特征解耦开来，并首先正确表征橡胶的非线性弹性，它是准确描述橡胶总体宏观力学行为的基础。

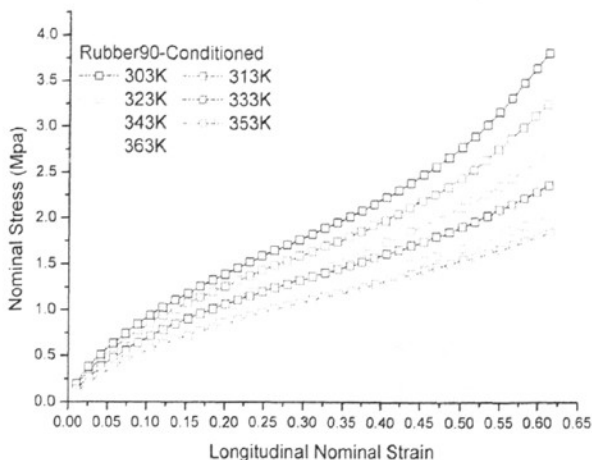


图 3.2.2 螺杆泵定子橡胶 Rubber90 在不同环境温度下的试验应力-应变曲线

Arruda 和 Boyce 指出^[49,50], 橡胶超弹性本构模型应具备描述一般变形状态的能力, 具有实用价值的超弹性模型既能够以较少的参数反映橡胶变形的物理本质, 又可以通过尽可能少的简单变形状态试验来确定其模型参数。描述材料超弹性需要建立一个具体的、合适的应变能密度函数形式。在各向同性假设条件下, 应变能密度函数有以下两种主要形式:

$$W = W(I_1, I_2, J) \tag{3.2.1}$$

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \tag{3.2.2}$$

式中, W 为应变能密度函数, I_1, I_2 分别是 Cauchy-Green 应变张量的第一、第二不变量, J 是体积比; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 是主伸长比。上式表明, 应变能密度函数是应变张量不变量或者主伸长比的函数。

对不可压缩性超弹性本构模型 ($J=1$), 应变能密度函数可简化为

$$W = W(I_1, I_2) \tag{3.2.3}$$

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2) \tag{3.2.4}$$

对于几种主要的变形形式, 不可压缩性超弹性本构模型的应力应变关系为:

$$T_1 = 2\lambda_1 \left(1 - \frac{1}{\lambda_1^{4+2\alpha}} \right) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_1^{2\alpha} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \tag{3.2.5}$$

其中, T_1 为应力。 ($\alpha = -\frac{1}{2}, 0, 1$), 分别对应单向、平面和等双轴拉压变形

状态)。

超弹性本构模型分为两大类,一类是基于分子统计力学的分子网络模型,它通过统计力学方法,将高分子链的统计特征量与宏观的热力学量联系起来,从而建立具有明确物理含义的本构模型,包括高斯网络模型和非高斯网络模型;另一类是唯象理论模型,它基于橡胶材料的各向同性超弹性假设,通过宏观连续介质力学方法寻找描述橡胶弹性的途径,建立应变能密度函数的时候并不过多考虑参数和模型的细观物理意义^[51,52,53],如ABAQUS程序中的Ogden模型、Mooney-Rivlin模型和Yeoh模型等。

夏勇和李炜等人的研究^[54,55,56,57]结果表明:对于大变形成态,用Mooney-Rivlin模型和NeoHookean模型的拟合结果与试验结果之间的偏差很大,而Yeoh模型的预报能力相对较好。因此,本文采用Yeoh模型表征螺杆泵定子橡胶的本构关系。

3.2.2 橡胶超弹性本构模型的种类

3.2.2.1 Mooney-Rivlin 模型

Rivlin (1948年)提出的多项式模型(Polynomial Model)具备最一般的形式^[58]

$$W = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (3.2.6)$$

$C_{00} = 0$ 保证了在零应变时, $W = 0$ 。仅取上式中的一次项得到的函数形式与Mooney (1940年)的应变能密度函数相同,即

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) \quad (3.2.7)$$

通常被称为Mooney-Rivlin模型。

3.2.2.2 简化多项式模型

Rivlin和Saunders (1951年)的双轴拉伸实验结果表明,在大变形状态下($I_1, I_2 \geq 5$), $\partial W / \partial I_2$ 约为 $\partial W / \partial I_1$ 的 $1/8 \sim 1/30$,即 $\partial W / \partial I_1$ 对应力的贡献是主要的,而 $\partial W / \partial I_2$ 是次要的。近年来, Yeoh, Kawabata, Kaliske等人也指出在描述填充橡胶大变形力学特征时,可以忽略 $\partial W / \partial I_2$ 的影响^[59],并且忽略应变能密度函数

表达式中的 I_2 项, 往往还能够增强本构模型的 Drucker 稳定性^[60]。

通常把省略 I_2 项的多项式模型称为简化多项式模型 (Reduced Polynomial Model), 即

$$W = \sum_{i=1}^N C_{i,0} (I_1 - 3)^i \quad (3.2.8)$$

具有代表性的模型有 Neo-Hookean 模型 ($N=1$) 和 Yeoh 模型 ($N=3$)。其中 Neo-Hookean 模型与高斯网络模型是完全等效的。

3.2.2.3 八链模型

由于在大变形情况下分子链高度伸展, 高斯统计的假设前提已不再成立, 即, 高斯模型难以准确描述橡胶材料大变形非线性应力应变关系, 由此促进了非高斯网络模型的提出。

Arruda 和 Boyce (1993 年) 提出的八链模型是较为成功的非高斯网络模型^[49, 50], 其链网单元边界沿主伸长方向, 网络中分子链的空间分布抽象成八个链组, 分别由单元中心出发, 沿对角线方向排布。由于这种结构的对称性, 单元内部的交联点在变形过程中保持中心位置不动。Arruda-Boyce 模型的应变能密度函数表达式为

$$W_{8c} = nkTN \left(\beta \sqrt{\frac{I_1}{3N}} + \ln \frac{\beta}{\sinh \beta} \right) - Constant \quad (3.2.9)$$

其中 $\beta = \mathcal{L}^{-1} \left(\sqrt{I_1 / (3N)} \right)$ (逆 Langevin 函数), N 为高分子单链中链段的数目。

Arruda-Boyce 模型的应力应变关系表达式为

$$T_1 = \mu \lambda_1 \left(1 - \frac{1}{\lambda_1^{4+2\alpha}} \right) \frac{\lambda_m}{\sqrt{3I_1}} \mathcal{L}^{-1} \left(\frac{1}{\lambda_m} \sqrt{\frac{I_1}{3}} \right) \quad (3.2.10)$$

其中 $\mu = nkT$, $\lambda_m = \sqrt{N}$ 为极限伸长比。为方便计算, ABAQUS 程序中采用如下近似表达式

$$T_1 = 2\mu \lambda_1 \left(1 - \frac{1}{\lambda_1^{4+2\alpha}} \right) \sum_{i=1}^5 \frac{iC_i}{\lambda_m^{2i-2}} I_1^{i-1} \quad (3.2.11)$$

其中 $C_1 = 1/2$, $C_2 = 1/20$, $C_3 = 11/1050$, $C_4 = 19/7050$, $C_5 = 519/673750$ 。

3.2.2.4 修正八链模型

为更好的表征较大变形范围内填充橡胶的力学性能,夏勇等^[51]提出了一种新的修正八链模型,该模型结合 Arruda-Boyce 模型(八链模型)和 Van der Waals 模型的优点,在八链模型的基础上,引入修正项以考虑较大变形阶段橡胶高分子网络内各种组分之间的相互作用。其应变能密度函数形式为

$$W_{MBC} = \mu \left[\lambda_m^2 \left(\frac{\beta}{\lambda_m} \sqrt{\frac{I_1}{3}} + \ln \frac{\beta}{\sinh \beta} \right) - \frac{a}{b+1} \left(\frac{I_1-3}{2} \right)^{b+1} \right] - Constant \quad (3.2.12)$$

a 和 b 分别为广义 Kilian 修正项(GK 项)的系数和指数。通过取逆 Langevin 函数的 Pade 近似表达式,修正八链模型的应力应变关系可近似表示为

$$T_1 = \mu \lambda_1 \left(1 - \frac{1}{\lambda_1^{4+2a}} \right) \left[\frac{9\lambda_m^2 - I_1}{9\lambda_m^2 - 3I_1} - a \left(\frac{I_1-3}{2} \right)^b \right] \quad (3.2.13)$$

经轮胎橡胶试验验证,修正八链模型既能够准确表征较大变形范围内的橡胶单向拉伸力学行为,也能够很好地预报一种非均匀平面拉伸试验结果。

3.2.3 Yeoh 模型和修正八链模型的对比

图 3.2.3(a-e) 则给出了 Yeoh 模型和修正八链模型在 303K-343K 下 Rubber90 材料单向拉伸试验数据的拟合曲线。

从图中曲线可以看出,在较小应变范围内,修正八链模型能够较为准确地描述螺杆泵定子橡胶的单向拉伸力学行为,能够合理地反映两种螺杆泵定子橡胶在所研究变形范围内材料刚度的非线性变化,即应力应变曲线的“S”形状,但在较大变形范围时其拟合曲线和试验曲线有明显偏差。而 Yeoh 模型在小应变和大应变范围内都能够较为准确描述定子橡胶的力学行为,但是在中等变形范围,它的同应变下的应力水平发生剧增,导致拟合曲线存在偏差。对于螺杆泵定子橡胶的模拟,应该充分考虑某些极端工况下的大变形,因此,本文采用 Yeoh 模型。

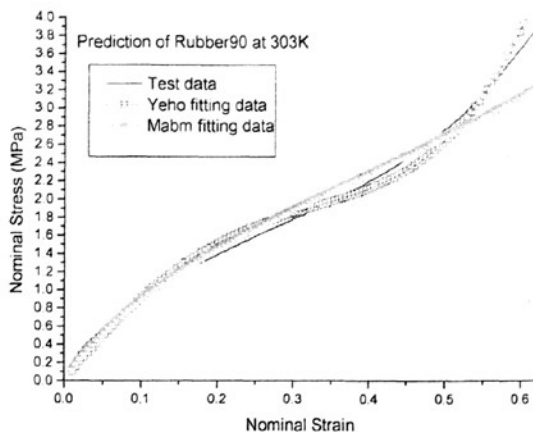


图 3.2.3(a) 两种本构模型在 303K 下 Rubber90 材料单向拉伸试验数据的拟合结果

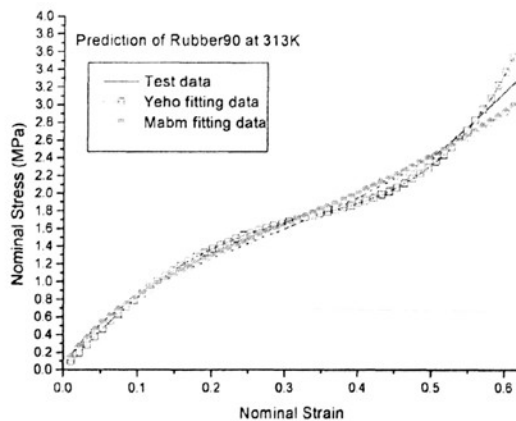


图 3.2.3(b) 两种本构模型在 313K 下 Rubber90 材料单向拉伸试验数据的拟合结果

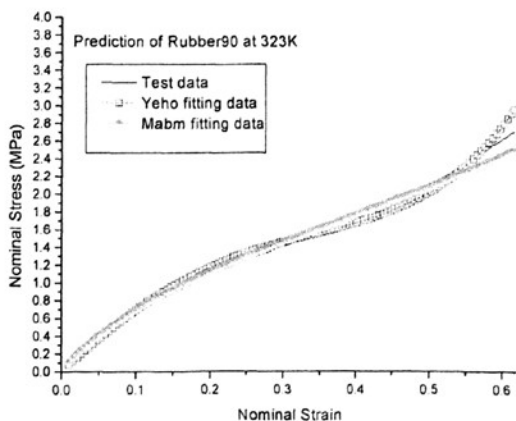


图 3.2.3(c) 两种本构模型在 323K 下 Rubber90 材料单向拉伸试验数据的拟合结果

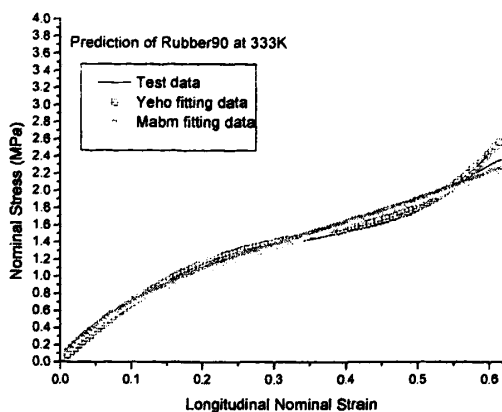


图 3.2.3 (d) 两种本构模型在 333K 下 Rubber90 材料单向拉伸试验数据的拟合结果

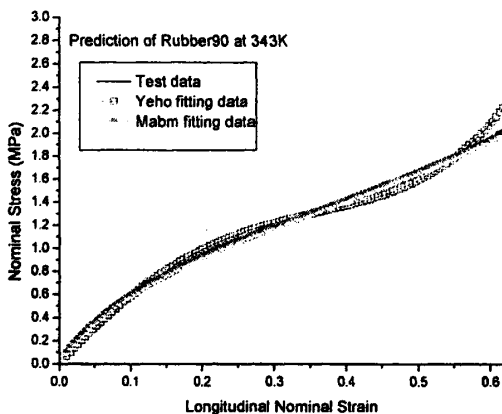


图 3.2.3 (e) 两种本构模型在 343K 下 Rubber90 材料单向拉伸试验数据的拟合结果

3.2.4 运用 ABAQUS 分析橡胶本构关系

3.2.4.1 基本方法

ABAQUS 在模拟超弹性材料时，作如下假定：材料为弹性，各向同性，默认为不可压缩，包括几何非线性效应。

为 ABAQUS 提供试验数据来定义超弹性是一种方便的途径。ABAQUS 的超弹性材料的试验数据必须是名义应力和名义应变的值。

ABAQUS 能够拟合的试验数据有：

- (1) 单轴拉伸和压缩，
- (2) 等双轴拉伸和压缩，

(3) 平面拉伸和压缩（纯剪），

(4) 体积拉伸和压缩。

ABAQUS 中的应变势能系数是采用最小二乘法拟合试验数据得出的，把不同试验状态下给出的名义应力和 ABAQUS 将要算出的应力形式一同代入到最小二乘法的公式中，先求出系数常量，然后把这些系数代入于应力形式方程中，得出 ABAQUS 计算模拟的应力。

超弹性材料模拟结果的优劣很大程度上依赖于提供给 ABAQUS 的材料实验数据。因此，在计算中应该尽量为 ABAQUS 提供多于一种变形形态的试验数据，使得 ABAQUS 能计算出尽可能的最佳材料参数，从而生成一个更准确更稳定的材料模型。

某些试验对于不可压缩材料而言是等效的变形模式，它们是：

(1) 单轴拉伸等效于等双轴压缩，

(2) 单轴压缩等效于双轴拉伸，

(3) 平面拉伸等效于平面压缩。

在这种情况下，如果已经从其中某一个变形模式的试验中得到了数据，就不需要与其等效的试验数据了。也就是说，不必准备所有应变状态下的名义应力一应变数据，只要给出尽量多种相互独立的变形状态下的试验数据即可。

3.2.4.2 材料模型的优化

改进超弹性材料模型的主要方法有以下一种：

(1) 试验过程应和实际变形模式尽量一致。比如，如果试件受压缩载荷，就要确认试验数据中包含压缩载荷的数据，而不是拉伸载荷的数据。

(2) 应根据材料实际变形情况，尽量只使用拉伸或只使用压缩数据，因为同时满足拉伸和压缩数据的材料模型的精度通常要比满足单一试验数据的模型低。

(3) 尽可能地包含平面试验的数据，因为这类试验可以度量剪切行为，这一点很重要。

(4) 尽可能多提供模拟过程中材料实际承受应变范围内的数据。比如，如果材料只承受较小的拉伸应变，如低于 50%，那么就不要再提供大量的高应变的试验数据（超过 100%）。

(5) 利用 ABAQUS/CAE 的材料估算功能对试验数据进行模拟, 并将试验数据与 ABAQUS 的计算结果进行比较。如果对于某个重要的变形模式计算结果很差, 应对这种变形模式增添尽可能多的试验数据。

3.2.4.3 橡胶材料本构关系

各种试验对应的应变可表示如下:

(1) 单向拉伸情况 (Uniaxial mode)

$$\lambda_1 = \lambda_U, \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_U^{-\frac{1}{2}}, \lambda_U = 1 + \varepsilon_U \quad (3.2.14)$$

(2) 双向拉伸情况 (Equibiaxial mode)

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_B, \lambda_3 = \lambda_B^{-2}, \lambda_B = 1 + \varepsilon_B \quad (3.2.15)$$

(3) 平面试验情况 (Planar pure shear mode)

$$\lambda_1 = \lambda_S, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = \lambda_S^{-1}, \lambda_S = 1 + \varepsilon_S \quad (3.2.16)$$

(4) 体积试验情况 (Volumetric mode)

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_V, J = \lambda_V^3 \quad (3.2.17)$$

在 ABAQUS/CAE 理论手册中, 以上各式的应变定义如下:

$$\varepsilon_U = \frac{\delta l}{l} \quad \text{其中 } l \text{ 是 } 1 \text{ 方向的原长度, } \delta l \text{ 是该方向长度的变化量;}$$

$$\varepsilon_B = \frac{\delta l}{l} \quad \text{其中 } l \text{ 是取正方形时 } 1, 2 \text{ 方向的原长度, } \delta l \text{ 是每个方向长度的变化量;}$$

化量;

$$\varepsilon_S = \frac{\delta l}{l} \quad \text{其中 } l \text{ 是 } 1 \text{ 方向的原长度, } \delta l \text{ 是该方向长度的变化量 (对平面试验情况, 不考虑 } 2 \text{ 方向的长度变化)}。$$

ABAQUS 中把超弹性材料都假定为不可压缩材料, 所以按体积不变的关系, 可以得出其他方向的名义应变。

(1) 多项式应变势能密度模型的应力—应变关系

ABAQUS 能拟合的超弹性多项式模型阶数达到 $N=2$ 。对应于 $N=1$, 是 Mooney-Rivlin 模型。做为例子, 采用 2 阶应变势能密度的表达式如下:

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + C_{20}(\bar{I}_1 - 3)^2 + C_{11}(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) + C_{02}(\bar{I}_2 - 3)^2 \quad (3.2.18)$$

式中

$$\bar{I}_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2, \quad \bar{I}_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad (3.2.19)$$

主伸长比为 $\lambda_\alpha = 1 + \varepsilon_\alpha$, ε_α 是名义应变的主应变, λ_α ($\alpha = 1, 2, 3$)。

对于单轴拉伸状态简单地有

$$\lambda_1 = \lambda_U, \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_U^{-\frac{1}{2}}, \lambda_U = 1 + \varepsilon_U \quad (3.2.20)$$

第一应变不变量为

$$\bar{I}_1 = \lambda_U^2 + 2\lambda_U^{-1}, \bar{I}_2 = \lambda_U^{-2} + 2\lambda_U. \quad (3.2.21)$$

其他受力状态, 可以得到相应的关系式。

应变能密度的变分为

$$\delta U = \frac{\partial U}{\partial \lambda_U} \delta \lambda_U = T_U \delta \lambda_U \quad (3.2.22)$$

代入 (3.2.18) 式, 可以得到如下名义应力-名义应变关系

$$\begin{aligned} T_U &= \frac{\partial U}{\partial \lambda_U} = \frac{\partial U}{\partial \bar{I}_1} \frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \lambda_U} + \frac{\partial U}{\partial \bar{I}_2} \frac{\partial \bar{I}_2}{\partial \lambda_U} \\ &= 2(1 - \lambda_U^{-3}) \left(\lambda_U \frac{\partial U}{\partial \bar{I}_1} + \frac{\partial U}{\partial \bar{I}_2} \right) \\ &= 2(1 - \lambda_U^{-3}) [C_{10} \lambda_U + C_{01} + 2C_{20} \lambda_U (\bar{I}_1 - 3) + C_{11} (\bar{I}_1 - 3 + \lambda_U (\bar{I}_2 - 3)) + 2C_{02} (\bar{I}_2 - 3)] \end{aligned} \quad (3.2.23)$$

(2) 最小二乘法拟合数据

依据试验数据, 采用最小二乘法确定 (3.2.23) 式中的材料常数是。 T_i^{test} 和 T_i^{th} 分别表示试验和用 (3.2.23) 式得到的应力值, 它们之间的相对误差之和可写成如下形式

$$E = \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_i^{th}}{T_i^{test}} \right)^2 \quad (3.2.24)$$

对上式中包含的材料常数 C_y 取极值即可得到他们的值。注意到多项式应变

势能函数 (3.2.23) 式关于材料常数 C_y 是线性的。

(3) 线性最小二乘法拟合多项式模型

对于多项式应变势能模型, (3.2.23) 式可以写成如下一般形式:

$$T_k^m = \sum_{i+j=1}^M C_y X_{ij}(\lambda_k), k=1\dots n \quad (3.2.25)$$

式中 $M = \frac{1}{2}N(N+3)$, N 是多项式应变势能密度函数的阶数。

其中 $X_{ij}(\lambda_k)$ 的形式取决于上面所描述的试验模型 (单轴, 双轴, 平面) 的函数, $N=1$, 是一阶多项式 (the Mooney-Rivlin form), $N=2$ 是二阶多项式。误差函数 E 关于材料常数 C_y 取极值可写成

$$\frac{\partial E}{\partial C_y} = 0 \quad (3.2.26)$$

由此得到如下关于 C_y 的 M 个方程的方程组

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i+j=1}^N \frac{X_{ij}(\lambda_k) X_{lm}(\lambda_k)}{(T_k^{test})^2} C_y = \sum_{k=1}^n \frac{X_{lm}(\lambda_k)}{T_k^{test}}, \quad l+m=1\dots N \quad (3.2.27)$$

求解后得到 C_y 。

(4) Yeoh 模型本构关系

Yeoh 模型的应力应变势能采用如下形式:

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{20}(\bar{I}_1 - 3)^2 + C_{30}(\bar{I}_1 - 3)^3 \quad (3.2.28)$$

其中 $\bar{I}_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$, 其余同上。

本文采用 Yeoh 本构模型。

3.3 定转子接触模型的建立

在接触问题中, 除了需要满足一般的控制方程 (包括质量、动量、能量守恒, 本构方程, 初始条件和边界条件) 外, 还要考虑接触面上的动力学和运动学条件, 其中最关键的是不可侵彻性条件, 即两个物体不能互相侵入的条件。不可侵彻性不能用一个简单的方程表示, 目前常用的方法有二种, 一种是适用于显示动态问题的率形式, 另一种是基于最近点映射的形式, 适用于隐式方法和平衡问题^[61]。

3.3.1 接触界面方程

Ω^A 和 Ω^B 表示两个物体的当前构型（本文中，A 表示螺杆泵转子，B 表示螺杆泵定子）， Ω 表示两个物体的组合，物体的边界分别由 Γ^A 和 Γ^B 表示。取物体 A 为主控体，物体 B 为从属体。当我们希望区分与一个特定物体相关的场变量时，用上标 A 或者 B 标识；如果没有出现角标，则表示是两个物体的组合的场变量。

接触界面包含两个物体表面的交界，用 Γ^C 表示：

$$\Gamma^C = \Gamma^A \cap \Gamma^B \quad (3.3.1)$$

这个接触界面包括两个物体处于接触的两个物理表面，由于他们是重合的，所以我们用一个单一界面 Γ^C 表示。在数值计算中，两个表面一般是不重合的。在这些情况下， Γ^C 表示主控表面。确定接触界面的时间函数关系是求解接触—碰撞问题的关键之一。

在构造界面方程时，在局部坐标中表示接触表面的矢量比较方便。在主控接触表面的每一点建立局部坐标系，如图 3.1.1 所示。在每一点，构造与主控物体表面相切的单位矢量 $\hat{e}_1^A = \hat{e}_x^A$ 和 $\hat{e}_2^A = \hat{e}_y^A$ 。

物体在 A 点的外法线为

$$\vec{n}^A = \hat{e}_1^A \times \hat{e}_2^A \quad (3.3.2)$$

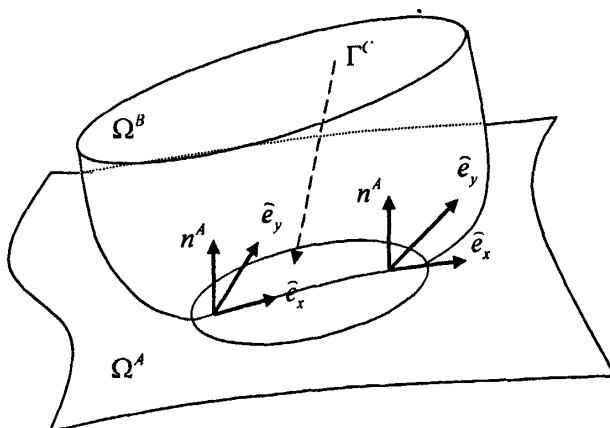


图 3.3.1 接触界面显示局部单位矢量表示主控表面 A^[61]

在接触界面上

$$\vec{n}^A = -\vec{n}^B \quad (3.3.3)$$

即两个物体的法线方向相反。在局部坐标中 A 点和 B 点的速度场可写成:

$$\vec{v}^A = v_N^A \vec{n}^A + \vec{v}_\alpha^A \vec{e}_\alpha^A = v_N^A \vec{n}^A + \vec{v}_T^A \quad (3.3.4)$$

$$\vec{v}^B = v_N^B \vec{n}^A + \vec{v}_\alpha^B \vec{e}_\alpha^A = -v_N^B \vec{n}^B + \vec{v}_T^B \quad (3.3.5)$$

法向速度分量与速度场向量之间的关系为

$$v_N^A = \vec{v}^A \cdot \vec{n}^A, \quad v_N^B = \vec{v}^B \cdot \vec{n}^B \quad (3.3.6)$$

物体应满足的一般方程控制包括质量、动量和能量的守恒, 应变、应力表征以及材料本构方程。对于接触问题还要增加如下条件: 1) 在界面上, 两个物体不可相互侵入和面力必须满足守恒; 2) 在接触界面上的法向面力不能是拉力。对于位移、速度的要求和面力的要求分别为作为运动约束和力的平衡条件。

3.3.2 不可侵彻性条件

对接触问题, 物体必须满足不可侵彻性条件。一对物体的不可侵彻性条件可表示为

$$\Omega^A \cap \Omega^B = 0 \quad (3.3.7)$$

对于大位移问题, 不可侵彻性条件是高度非线性的, 并且一般不能以位移的形式表示为代数方程或者微分方程。因为在一般的运动过程中, 不可能预先知道到两个物体的发生接触的位置。然而, 用率(增量)形式表示不可侵彻性方程是可行的, 方便的。在物体 A 和 B 上已经发生接触的部分(即位于接触表面 Γ^C 上的那些点), 不可侵彻性条件的率形式可以写成

$$\gamma_N = \vec{v}^A \cdot \vec{n}^A + \vec{v}^B \cdot \vec{n}^B = (\vec{v}^A - \vec{v}^B) \cdot \vec{n}^A = v_N^A - v_N^B \leq 0 \quad (3.3.8)$$

式中, $\gamma_N(\bar{X}, t)$ 为两个物体上的相互侵彻速率。上式表示, 当两个物体发生接触时, 它们或者必须保持接触 ($\gamma_N = 0$), 或者必须分离 ($\gamma_N < 0$)。对于接触区域上所有的点公式 (3.3.8) 都满足时, 不可侵彻性条件即精确满足。然而, 公式 (3.3.8) 和 (3.3.7) 不是等价的。如在大多数数值方法中, 仅在瞬时刻使用公式 (3.3.8), 对于接近分离而没有接触的点, 允许小量的相互侵彻存在。

强化公式 (3.3.8) 将不连续性引入速度时间历史中。在接触之前, 法向速度是不相等的, 而在随后发生碰撞, 法向速度分量必须满足 (3.3.8)。在时间上的这些不连续性使得离散方程的时间积分变得很复杂。

类似地，相对切向速度为

$$\gamma_T = \hat{\gamma}_{Tx} \hat{e}_x + \hat{\gamma}_{Ty} \hat{e}_y = \mathbf{v}_T^A - \mathbf{v}_T^B \quad (3.3.9)$$

3.3.3 面力条件

在接触界面上，面力必须满足平衡，可写成

$$\bar{\mathbf{t}}^A + \bar{\mathbf{t}}^B = \mathbf{0} \quad (3.3.10)$$

另有

$$\bar{\mathbf{t}}^A = \bar{\boldsymbol{\sigma}}^A \cdot \bar{\mathbf{n}}^A \quad (3.3.11)$$

$$\bar{\mathbf{t}}^B = \bar{\boldsymbol{\sigma}}^B \cdot \bar{\mathbf{n}}^B \quad (3.3.12)$$

取公式 (3.3.10) 与主控体的法向矢量 $\bar{\mathbf{n}}^A$ 的点积，可以得到法向力的平衡条件：

$$\mathbf{t}_N^A + \mathbf{t}_N^B = 0 \quad (3.3.13)$$

其中，法向面力定义为

$$\mathbf{t}_N^A = \bar{\mathbf{t}}^A \cdot \bar{\mathbf{n}}^A \quad (3.3.14)$$

$$\mathbf{t}_N^B = \bar{\mathbf{t}}^B \cdot \bar{\mathbf{n}}^B \quad (3.3.15)$$

在法线方向上，不考虑在接触表面之间的任何粘性，法向面力不能是拉力。

法向面力不能是拉力的条件可表示为

$$\mathbf{t}_N = \mathbf{t}_N^A(\bar{\mathbf{X}}, t) = -\mathbf{t}_N^B(\bar{\mathbf{X}}, t) \leq 0 \quad (3.3.16)$$

类似地，定义切向面力为

$$\bar{\mathbf{t}}_T^A = \bar{\mathbf{t}}^A - \mathbf{t}_N^A \bar{\mathbf{n}}^A, \quad \bar{\mathbf{t}}_T^B = \bar{\mathbf{t}}^B - \mathbf{t}_N^B \bar{\mathbf{n}}^B \quad (3.3.17)$$

利用 (3.3.10) 和 (3.3.13) 式，由上式可得

$$\bar{\mathbf{t}}_T^A + \bar{\mathbf{t}}_T^B = \mathbf{0} \quad (3.3.18)$$

上式表示接触面上切向力的平衡条件。

3.3.4 归一化接触条件

条件 (3.3.8) 和 (3.3.16) 可以合并为一个单一方程：

$$\mathbf{t}_N \gamma_N = 0 \quad (3.3.20)$$

该式称为归一化接触条件。这个方程的物理意义是界面上力的法向分量不做

功, 即: 当物体发生接触并且保持接触时, $\gamma_N = 0$; 而当物体脱离接触时, $\gamma_N \leq 0$, 并且法向面力消失, 所以 γ_N 与 t_N 的乘积总是为零。

3.3.5 表面描述

正在接触的物体表面可以由曲线坐标 $\bar{\zeta}^A = [\zeta_1^A, \zeta_2^A]$ 和 $\bar{\zeta}^B = [\zeta_1^B, \zeta_2^B]$ 描述。

通过任一物体的参考坐标可以指定在上的点, 通常用主控体 A 的参考坐标描述接触表面上的点比较方便。接触界面的运动可写成 $\bar{x}(\bar{\zeta}^A, t) = \bar{\varphi}^A(\bar{\zeta}^A, t)$ 。相应的接触表面的协变基矢量为

$$\bar{a}_\alpha = \frac{\partial \bar{\varphi}^A}{\partial \zeta^\alpha} \equiv \bar{\varphi}_{,\alpha}^A \equiv \bar{x}_{,\alpha}^A \quad (3.3.21)$$

3.3.6 相互侵彻度量

考虑如图所示的情况, 点 P 已经侵入物体 A。二个物体相互侵彻 (图 3.3.2 中 P, Q 二点之间的距离) 的度量记为 $g_N(\bar{\zeta}^B, t)$ 。

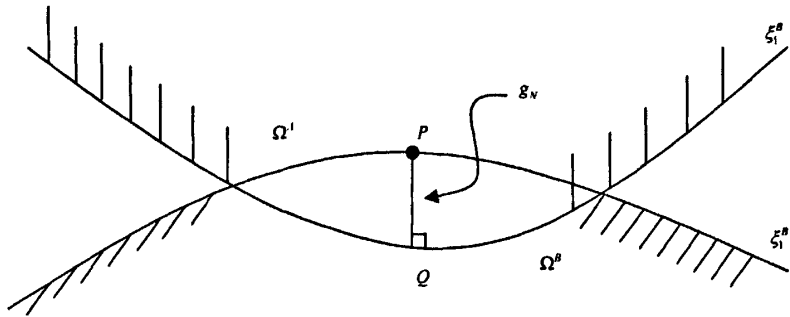


图 3.3.2 在物体 A 上的点 Q 是最接近于物体 B 上的点 P: 它是 A 上 P 的正交映射^[61]

在物体 B 上的点 P 侵入到物体 A 的内部, 定义为至物体 A 的表面上任一点的最小距离。用坐标 $\bar{x}^B(\bar{\zeta}^B, t)$ 表示的点 P 到物体 A 表面上的任意点之间距离为

$$l_{AB} = \left\| \bar{x}^B(\bar{\zeta}^B, t) - \bar{x}^A(\bar{\zeta}^A, t) \right\| \equiv \left[(x^B - x^A)^2 + (y^B - y^A)^2 + (z^B - z^A)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.3.22)$$

相互侵彻量 $g_N(\bar{\zeta}^B, t)$ 为上式的最小值, 并且考虑到仅当 P 在物体 A 内部时才是非零的。同过检验物体 A 的法线在 $\bar{x}^B - \bar{x}^A$ 上的投影, 判断二个物体的相互侵

彻条件, 即当投影是负值时, 点 P 在物体 A 的内部, 存在相互侵彻; 否则 P 不在 A 的内部, 没有相互侵彻。相互侵彻的条件可表示为

$$g_N(\bar{\zeta}^B, t) = \min_{\bar{\zeta}^A} \alpha l_{AB}, \quad \alpha = \begin{cases} 1, & \text{如果 } (\bar{x}^B - \bar{x}^A) \cdot \bar{n}^A \leq 0 \\ 0, & \text{如果 } (\bar{x}^B - \bar{x}^A) \cdot \bar{n}^A > 0 \end{cases} \quad (3.3.23)$$

当坐标 $\bar{\zeta} = \bar{\zeta}^A$ 时, 使 $g_N(\bar{\zeta}^B, t)$ 取得最小值, 即对 l_{AB} 求导, 并在坐标点 $\bar{\zeta}$ 处为零, 得到:

$$\frac{\partial l_{AB}}{\partial \bar{\zeta}^\alpha} = \frac{\partial}{\partial \bar{\zeta}^\alpha} \left\| \bar{x}^B - \bar{x}^A \right\| = \frac{\bar{x}^B - \bar{x}^A}{\left\| \bar{x}^B - \bar{x}^A \right\|} \cdot \left(-\frac{\partial \bar{x}^A}{\partial \bar{\zeta}^\alpha} \right) \equiv -\bar{e} \cdot \bar{a}_\alpha = 0 \quad (3.3.24)$$

其中 \bar{a}_α 由公式 (3.3.21) 给出, 并且有 $\bar{e} = \bar{x}^B - \bar{x}^A / \left\| \bar{x}^B - \bar{x}^A \right\|$, \bar{e} 是从物体 A 到物体 B 的单位矢量。根据公式 (3.3.24), 由于 \bar{e} 正交与切向矢量 \bar{a}_α , 所以它垂直于表面 A。因此, 当 \bar{e} 垂直于表面 A 时, l_{AB} 取最小值; $\bar{x}^A(\bar{\zeta}, t)$ 称为点 P 在表面 A 上的正交投影。当物体相互侵彻时, \bar{e} 指向外法线方向的反方向, 因此, $\bar{e} = -\bar{n}^A$ 。

通过求解非线性代数方程 (3.3.24), 获得了 $\bar{\zeta}$, 在三维情况下, 公式 (3.3.24) 是含有 2 个未知参量的两个方程。将求得的 $\bar{\zeta}$ 代入 (3.3.23) 式可以得到相互侵彻量 g_N 。

3.3.7 路径无关相互侵彻率

考虑存在相互侵彻的情况, 即在 (3.3.23) 中, 当 $\alpha \neq 0$ 时, 定义相互侵彻率如下

$$\dot{g}_N = \frac{\partial g_N(\bar{\zeta}, t)}{\partial t} = \frac{(\bar{x}^B(\bar{\zeta}, t) - \bar{x}^A(\bar{\zeta}, t))}{\left\| \bar{x}^B(\bar{\zeta}, t) - \bar{x}^A(\bar{\zeta}, t) \right\|} \cdot \left(\frac{\partial \bar{x}^B(\bar{\zeta}, t)}{\partial t} - \frac{\partial \bar{x}^A(\bar{\zeta}, t)}{\partial t} \right) \quad (3.3.25)$$

由 (3.3.24) 式可以知道, 当 $\bar{x}^B - \bar{x}^A / \left\| \bar{x}^B - \bar{x}^A \right\|$ 与物体 A 表面的法线方向一致时, l_{AB} 取得最小值, 同时考虑 $\dot{v} = \partial \bar{x}^B(\bar{\zeta}, t) / \partial t$, (3.3.25) 式可以改写成如

下形式

$$\dot{\mathbf{g}}_N = \mathbf{n}^{-B} \cdot \left(\mathbf{v}^{-B} - \frac{\partial \bar{\mathbf{x}}^{-A}(\bar{\boldsymbol{\zeta}}, t)}{\partial t} \right) \quad (3.3.26)$$

可以证明, 由 (3.3.25) 式定义的相互侵彻率 $\dot{\mathbf{g}}_N(\bar{\boldsymbol{\zeta}}, t)$ 的积分是路径无关的。对于 (3.3.26) 中括号内的第二项, 做如下推导:

$$\bar{\mathbf{v}}^{-A} = \frac{\partial \bar{\mathbf{x}}^{-A}(\bar{\boldsymbol{\zeta}}, t)}{\partial t} = \frac{\partial \bar{\mathbf{x}}^{-A}}{\partial t}(\bar{\boldsymbol{\zeta}}, t) + \frac{\partial \bar{\mathbf{x}}^{-A}}{\partial \bar{\zeta}^\alpha} \frac{\partial \bar{\zeta}^\alpha}{\partial t}$$

由上式可得

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{x}}^{-A}}{\partial t}(\bar{\boldsymbol{\zeta}}, t) = \bar{\mathbf{v}}^{-A} - \frac{\partial \bar{\mathbf{x}}^{-A}}{\partial \bar{\zeta}^\alpha} \frac{\partial \bar{\zeta}^\alpha}{\partial t} \equiv \bar{\mathbf{v}}^{-A} - \bar{\mathbf{x}}_{,\alpha}^{-A} \frac{\partial \bar{\zeta}^\alpha}{\partial t} \quad (3.3.27)$$

将公式 (3.3.27) 代入 (3.3.26), 并且应用 (3.3.3), 得到

$$\dot{\mathbf{g}}_N = \mathbf{n}^{-B} \cdot \left(\mathbf{v}^{-B} - \bar{\mathbf{v}}^{-A} + \bar{\mathbf{x}}_{,\alpha}^{-A} \frac{\partial \bar{\zeta}^\alpha}{\partial t} \right) = \mathbf{n}^{-A} \cdot \mathbf{v}^{-A} - \mathbf{n}^{-A} \cdot \bar{\mathbf{v}}^{-B} - \mathbf{n}^{-A} \cdot \bar{\mathbf{x}}_{,\alpha}^{-A} \frac{\partial \bar{\zeta}^\alpha}{\partial t} \quad (3.3.28)$$

比较公式 (3.3.8) 和 (3.3.28), 可以看出除非 $\bar{\zeta}_{,i} = 0$, 否则法向相互侵彻率 $\dot{\mathbf{g}}_N(\bar{\boldsymbol{\zeta}}, t)$ 与相对侵彻速率 γ_N 是不相等的。一旦接触物体的两个表面发生重合, $\bar{\zeta}_{,i} = 0$, 因此因此有

$$\gamma_N = \dot{\mathbf{g}}_N \quad (3.3.29)$$

上面关于相互侵彻率的讨论要求物体的表面必须是连续可微的。

3.3.8 相互侵彻物体的切向相对速度

如果物体有相互侵彻, 则公式 (3.3.9) 没有给出在接触面上两个点的切向相对速度。仅当两个物体发生接触但是还没有发生相互侵彻时, 公式 (3.3.9) 才是精确的。考虑物体 B 上 P 点的速度和它在最近点的投影, 定义相对切向速度为

$$\dot{\mathbf{g}}_T = \bar{\zeta}_{,i}^{\alpha} \mathbf{a}_\alpha \quad (3.3.30)$$

式中的 $\bar{\mathbf{a}}_\alpha$ 为如 (3.3.21) 式所示的接触表面的协变基矢量, 在实际计算中

通常由笛卡尔坐标系的基坐标表示。上式中的 $\bar{\zeta}_{,i}^{\alpha}$ 包含在公式 (3.3.27) 中出现的 $\bar{\zeta}_{,i}^{\alpha}$ 。由于公式 (3.3.24) 总是与最近点有关，所以公式 (3.3.24) 右端的时间

导数必然为零。因此，用 $\left\| \bar{\mathbf{x}}^B - \bar{\mathbf{x}}^A \right\|$ 乘以 (3.3.24)，并应用 (3.3.21)，则有

$$\frac{\partial}{\partial t} [(\bar{\mathbf{x}}^B(\bar{\zeta}, t) - \bar{\mathbf{x}}^A(\bar{\zeta}, t)) \bullet \bar{\mathbf{a}}_{\alpha}] = 0 \quad (3.3.31)$$

上式中的 $\bar{\zeta}$ 表示取固定值。由 (3.3.21) 式，对 $\bar{\mathbf{a}}_{\alpha}$ 求导

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{a}}_{\alpha}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{x}}^A}{\partial \zeta^{\alpha}} \right) = \frac{\partial}{\partial \zeta^{\alpha}} \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{x}}^A}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\mathbf{x}}^A}{\partial \zeta^{\beta}} \frac{\partial \bar{\zeta}^{\beta}}{\partial t} \right) = \bar{\mathbf{v}}_{,\alpha}^A + \bar{\mathbf{x}}_{,\alpha\beta}^A \bar{\zeta}_{,i}^{\beta} \quad (3.3.32)$$

对公式 (3.3.31) 的求导计算展开得到

$$(\bar{\mathbf{x}}_{,i}^B(\bar{\zeta}, t) - \bar{\mathbf{x}}_{,i}^A(\bar{\zeta}, t)) \bullet \bar{\mathbf{a}}_{\alpha} + (\bar{\mathbf{x}}^B - \bar{\mathbf{x}}^A) \bullet \bar{\mathbf{a}}_{\alpha,i} = 0 \quad (3.3.33)$$

应用公式 (3.3.27)，并引入记号 $\bar{\mathbf{v}}^{BA} = \bar{\mathbf{v}}^B - \bar{\mathbf{v}}^A$ 和 $\bar{\mathbf{x}}^{BA} = \bar{\mathbf{x}}^B - \bar{\mathbf{x}}^A$ 后，(3.3.33) 式可写成如下形式

$$(\bar{\mathbf{v}}^{BA} + \bar{\mathbf{x}}_{,\beta}^A \bar{\zeta}_{,i}^{\beta}) \bullet \bar{\mathbf{a}}_{\alpha} + \bar{\mathbf{x}}^{BA} \bullet (\bar{\mathbf{v}}_{,\alpha}^A + \bar{\mathbf{x}}_{,\alpha\beta}^A \bar{\zeta}_{,i}^{\beta}) = 0 \quad (3.3.34)$$

利用关系式 $\bar{\mathbf{x}}_{,\beta}^A = \bar{\mathbf{a}}_{\beta}$ ，经整理后上式可写成如下等式

$$(\bar{\mathbf{a}}_{\alpha} \bullet \bar{\mathbf{a}}_{\beta} - \bar{\mathbf{x}}^{BA} \bullet \bar{\mathbf{x}}_{,\alpha\beta}^A) \bar{\zeta}_{,i}^{\beta} = \bar{\mathbf{x}}^{BA} \bullet \bar{\mathbf{v}}_{,\alpha}^A + \bar{\mathbf{v}}^{BA} \bullet \bar{\mathbf{a}}_{\alpha} \quad (3.3.35)$$

此式是关于两个未知参数 $\bar{\zeta}_{,i}^{\beta}$ 的线性方程组，在右侧的所有项均为已知。求解后可以得到 (3.3.30) 式所需要的 $\bar{\zeta}_{,i}^{\beta}$ ，并确定侵彻相对切向速度 $\dot{\bar{\mathbf{g}}}_T$ 。

当 $\bar{\mathbf{x}}^{BA} = 0$ 时，公式 (3.3.35) 可以简化为

$$\bar{\mathbf{a}}_{\alpha} \bullet \bar{\mathbf{a}}_{\beta} \bar{\zeta}_{,i}^{\beta} = \bar{\mathbf{v}}^{BA} \bullet \bar{\mathbf{a}}_{\alpha} \quad (3.3.36)$$

显然，上式的右端就是 (3.3.9) 中的 γ_T ，上式的左端就是 (3.3.30) 式中的 $\dot{\bar{\mathbf{g}}}_T$ 。因此，当表面接触时，有 $\dot{\bar{\mathbf{g}}}_T = \bar{\gamma}_T$ 。这表示在没有发生相互侵彻时，基于位移定义的相对切向速度公式 (3.3.30) 与公式 (3.3.9) 定义的切向速度是一致的。

3.3.9 弱形式

3.3.9.1 基本概念

采用 Lagrange 描述方法, 建立问题的基本控制方程和接触界面约束条件的弱形式。为了简单起见, 从无摩擦接触开始, 考虑切向面力的处理放到后面处理。

接触表面既不是面力也不是位移边界。物体 A 的全部边界为

$$\Gamma^A = \Gamma_t^A \cup \Gamma_u^A \cup \Gamma^C \quad (3.3.37)$$

并注意到

$$\Gamma_t^A \cap \Gamma_u^A = 0, \Gamma_t^A \cap \Gamma^C = 0, \Gamma_u^A \cap \Gamma^C = 0 \quad (3.3.38)$$

$$\Gamma_t = \Gamma_t^A \cup \Gamma_t^B, \Gamma_u = \Gamma_u^A \cup \Gamma_u^B \quad (3.3.39)$$

对于物体 B, 上面的关系式成立。

求解在运动学的容许速度的空间中进行, 取速度为基本位置变量变量; 而位移可以通过时间积分得到。速度场为 $\bar{v}(\bar{x}, t) \in u$, 其中, 试函数的空间定义如下

$$u = \{\bar{v}(\bar{x}, t) | \bar{v} \in C^0(\Omega^A), \bar{v} \in C^0(\Omega^B), \bar{v} = \bar{v} \text{ 在 } \Gamma_u \text{ 上}\} \quad (3.3.40)$$

上式表示的试函数空间类似于单一物体问题的空间, 但是两个物体中的速度是分别近似的, 在 u 中的速度场横跨接触界面是不连续的。速度场 C^0 连续。

变分函数的空间定义为

$$u_0 = \{u \text{ 当 } \bar{v} = 0\} \quad (3.3.41)$$

3.3.9.2 Lagrange 乘子弱形式

施加接触约束条件的常用方法是 Lagrange 乘子法。记 Lagrange 乘子试函数为 $\lambda(\bar{\zeta}, t)$, 相应的变分函数为 $\delta\lambda(\bar{\zeta}, t)$ 。这些函数存在于下面的空间中:

$$\lambda(\bar{\zeta}, t) \in j^+, j^+ = \{\lambda(\bar{\zeta}, t) | \lambda \in C^{-1}, \lambda \geq 0 \text{ 在 } \Gamma^c \text{ 上}\} \quad (3.3.42)$$

$$\delta\lambda(\bar{\zeta}) \in j^-, j^- = \{\delta\lambda(\bar{\zeta}) | \delta\lambda \in C^{-1}, \delta\lambda \leq 0 \text{ 在 } \Gamma^c \text{ 上}\} \quad (3.3.43)$$

弱形式的一般形式为

$$\delta p_l(\bar{v}, \delta\bar{v}, \lambda, \delta\lambda) \equiv \delta p + \delta G_l \geq 0 \forall \delta\bar{v} \in u_0, \forall \delta\lambda \in j^- \quad (3.3.44)$$

其中, δp 表示内力功和外力势变化率的弱形式, δG_l 是用 Lagrange 乘子法

表示的接触约束条件的弱形式，它们的表达式如下：

$$\delta p = \int_{\Omega} [\delta v_{i,j} \sigma_{ij} - \delta v_i (\rho b_i - \rho \dot{v}_i)] d\Omega - \int_{\Gamma_i} \delta v_i \bar{t}_i d\Gamma \quad (3.3.45a)$$

$$\delta G_L = \int_{\Gamma^c} \delta(\lambda \gamma_N) d\Gamma \quad (3.3.45b)$$

(3.3.44) 式所示的弱形式等价于运动方程，面力边界条件，内部连续条件和接触界面约束条件（包括：不可侵彻性，法向面力的平衡条件和无摩擦条件）。

注意到，弱形式 (3.3.44) 式是一个不等式。

应用分部积分和高斯定理，对 (3.3.45a) 式进行变换，得到

$$\begin{aligned} \delta p = & \int_{\Omega} \delta v_i (\sigma_{ij} + \rho b_j - \rho \dot{v}_j) d\Omega + \int_{\Gamma_i} \delta v_i (\sigma_{ij} n_j - \bar{t}_i) d\Gamma + \\ & \int_{\Gamma^c} (\delta v_N^A t_N^A + \delta v_N^B t_N^B + \delta \bar{v}_\alpha^A \bar{t}_\alpha^A + \delta \bar{v}_\alpha^B \bar{t}_\alpha^B) d\Gamma \end{aligned} \quad (3.3.46)$$

将 (3.3.8) 式代入 (3.3.45b) 式，给出

$$\delta G_L = \int_{\Gamma^c} \delta(\lambda \gamma_N) d\Gamma = \int_{\Gamma^c} \delta \lambda \gamma_N + \lambda (\delta v_N^A - \delta v_N^B) d\Gamma \quad (3.3.47)$$

将 (3.3.46) 和 (3.3.47) 式代入 (3.3.44)，得到

$$\begin{aligned} 0 \leq \delta p_L = & \int_{\Omega} \delta v_i (\sigma_{ij} + \rho b_j - \rho \dot{v}_j) d\Omega + \int_{\Gamma_i} \delta v_i (\sigma_{ij} n_j - \bar{t}_i) d\Gamma + \\ & \int_{\Gamma^c} (\delta v_N^A (t_N^A + \lambda) + \delta v_N^B (t_N^B - \lambda) + (\delta \bar{v}_\alpha^A \bar{t}_\alpha^A + \delta \bar{v}_\alpha^B \bar{t}_\alpha^B) + \delta \lambda \gamma_N) d\Gamma \end{aligned} \quad (3.3.48)$$

由于上式中的变分函数的任意性，式中的前两个积分得到

$$\sigma_{ij} + \rho b_j = \rho \dot{v}_j \quad \text{在 } \Omega \text{ 内, 和 } \sigma_{ij} n_j = \bar{t}_i \quad \text{在 } \Gamma_i \text{ 上} \quad (3.3.49)$$

即在物体 A 和 B 上，满足运动方程和自然边界条件。

由 (3.3.48) 式中第三项积分得到

$$\bar{t}_\alpha^A = 0 \text{ 且 } \bar{t}_\alpha^B = 0 \quad \text{在 } \Gamma^c \text{ 上, 或 } \bar{t}_T^A = \bar{t}_T^B = 0 \text{ 在 } \Gamma^c \text{ 上} \quad (3.3.50a)$$

$$\text{和 } \lambda = -t_N^A \quad \text{且 } \lambda = t_N^B \quad \text{在 } \Gamma^c \text{ 上} \quad (3.3.50b)$$

由 (3.3.50b) 式可以得到法向面力的平衡条件，即：

$$t_N^A + t_N^B = 0 \quad \text{在 } \Gamma^c \text{ 上} \quad (3.3.51)$$

由 (3.3.43) 式知 $\delta \lambda \leq 0$ ，(3.3.48) 式中被积函数最后一项的 γ_N 不一定为

零, 但是, 必须是非正的, 即

$$\gamma_N \leq 0 \quad \text{在 } \Gamma^c \text{ 上} \quad (3.3.52)$$

(3.3.49) ~ (3.3.52) 式构成了与弱形式 (3.3.44) 对应的强形式。这一组合包括两个物体的运动方程, 内部连续条件和面力边界条件。在接触表面, 强形式包括法向面力的平衡条件和关于相互侵彻率的不等式。由 (3.3.42) 式表示的对 Lagrange 乘子函数的限制, 可以得出法向面力一定是压力。

3.3.9.3 考虑切向面力的 Lagrange 乘子弱形式

用 Lagrange 乘子法在弱形式中施加切向面力连续性的约束条件, 就可以对上面的公式进行修改, 从而处理界面山的摩擦问题。令

$$\delta p_c = \delta p + \delta G_N + \delta G_T \quad (3.3.53)$$

弱形式不等式可写成:

$$\delta p_c \geq 0 \quad (3.3.54)$$

$$\delta G_T = \int_{\Gamma^c} \delta \gamma_T \cdot \bar{t}_T d\Gamma \quad (3.3.55)$$

其中 \bar{t}_T 为与接触界面相切的面力, 通过摩擦模型计算得到。

通过与前面类似的推导, 可以得到相应的强形式, 在 δp_c 中除了得到 (3.3.49) ~ (3.3.52) 式外, δp_c 中还有如下形式的剩余项:

$$0 = \int_{\Gamma^c} (\delta \bar{v}_T^A \cdot \bar{t}_T^A + \delta \bar{v}_T^B \cdot \bar{t}_T^B + \delta \gamma_T \cdot \bar{t}_T) d\Gamma \quad (3.3.56)$$

式中, \bar{t}_T 是由本构方程计算出来的界面上切向面力, \bar{t}_T^A 和 \bar{t}_T^B 是在界面出的面力, 它们分别由物体 A 和 B 中相应的应力计算得到的。由 (3.3.9) 式可以直接写出 $\delta \gamma_T = \delta \bar{v}_T^A - \delta \bar{v}_T^B$, 将其代入 (3.3.56) 式, 整理后得到

$$0 = \int_{\Gamma^c} (\delta \bar{v}_T^A \cdot (\bar{t}_T^A + \bar{t}_T) + \delta \bar{v}_T^B \cdot (\bar{t}_T^B - \bar{t}_T)) d\Gamma \quad (3.3.57)$$

同样, 由变分函数的任意性, 有

$$\bar{t}_T^A = -\bar{t}_T \quad \text{且} \quad \bar{t}_T^B = \bar{t}_T \quad \text{在 } \Gamma^c \text{ 上} \quad (3.3.58)$$

即

$$\bar{t}_r^A + \bar{t}_r^B = 0 \quad \text{或} \quad \bar{t}_\alpha^A + \bar{t}_\alpha^B = 0 \quad \text{在 } \Gamma^C \text{ 上} \quad (3.3.59)$$

将 (3.3.59) 式与 (3.3.49) ~ (3.3.52) 式和在一起, 就是考虑界面无摩擦问题的强形式。

3.3.10 有限元离散

A, B 二个物体的速度场可写成如下离散形式

$$v_i^A(\bar{X}, t) = \sum_{i \in \Omega^A} N_i(\bar{X}) v_{ii}^A(t) \quad (3.3.60)$$

$$v_i^B(\bar{X}, t) = \sum_{i \in \Omega^B} N_i(\bar{X}) v_{ii}^B(t) \quad (3.3.61)$$

如果物体 A 和 B 的节点编号是不同的, 则上面的两个速度场可以写成如下统一形式

$$v_i(\bar{X}, t) = N_i(\bar{X}) v_{ii}(t) \quad (3.3.62)$$

Lagrange 乘子场 $\lambda(\bar{\zeta}, t)$ 可写成如下离散形式

$$\lambda(\bar{\zeta}, t) = \sum_{i \in \Gamma^C} \Lambda_i(\bar{\zeta}) \lambda_i(t), \quad \lambda(\bar{\zeta}, t) \geq 0 \quad (3.3.63)$$

应该注意, 速度场和 Lagrange 乘子场的形函数 $N_i(\bar{X})$ 和 $\Lambda_i(\bar{\zeta})$ 分别是 C^0 和 C^{-1} 连续的。当物体 A 和 B 的节点不重合时, Lagrange 乘子场的网格可能区别于速度场的网格。

变分函数可表示为

$$\delta v_i(\bar{X}, t) = N_i(\bar{X}) \delta v_{ii}, \quad \lambda(\bar{\zeta}) = \Lambda_i(\bar{\zeta}) \delta \lambda_i, \quad \delta \lambda(\bar{\zeta}) \leq 0 \quad (3.3.64)$$

将上面的速度场和 Lagrange 乘子场以及相应的变分的离散表达式代入弱形式中, 并考虑相互侵彻条件, 经过推导后得到

$$M\ddot{d} + f^{\text{int}} + f^{\text{ext}} + G^T \lambda = 0 \quad (3.3.65a)$$

$$Gv \leq 0 \quad (3.3.65b)$$

上式就是接触问题的有限元离散方程, 其中 (3.3.65a) 式是运动方程, (3.3.65b) 是不可侵彻条件。

式中, M , f^{int} , f^{ext} 分别是质量矩阵, 恢复力向量和外载荷向量, d 是节点位移向量, 它们的相应分量如下

$$M_{ij} = \int_{\Omega_0} \rho_0 N_i N_j d\Omega_0 \quad (3.3.66a)$$

$$f_i^{\text{int}} = \int_{\Omega_0} \frac{\partial N_i}{\partial x_j} \sigma_j d\Omega_0 \quad (3.3.66b)$$

$$f_i^{\text{ext}} = \int_{\Omega_0} N_i \rho b_j d\Omega_0 + \int_{\Gamma} N_i \bar{t}_j d\Gamma \quad (3.3.66c)$$

(3.3.65) 中矩阵 G 的各分量的表达式为

$$G_{IJ} = \int_{\Gamma} \Lambda_I \Phi_{J\mu} d\Gamma \quad (3.3.66d)$$

其中

$$\Phi_{J\mu}(\bar{\zeta}) = \begin{cases} N_j(\bar{\zeta}) n_\mu^A(\bar{\zeta}) & \text{如果 } I \text{ 在 } A \text{ 上} \\ N_j(\bar{\zeta}) n_\mu^B(\bar{\zeta}) & \text{如果 } I \text{ 在 } B \text{ 上} \end{cases} \quad (3.3.66e)$$

应该注意，上面各式中的 $\Phi_{J\mu}(\bar{\zeta})$ 表示一个单指标的量。

上面的讨论可以理解为对一个单元进行离散分析的步骤。得到单元的方程后，按通用的方法可以组装成整个问题的总体方程，对时间采用适当的差分离散，并施加初始条件边界条件就可进行求解。

3.3.11 Coulomb 摩擦

Coulomb 模型源于刚体摩擦模型。当该模型应用于可变形体时，在接触界面上给出如下条件

$$1) \text{ 当 } \|t_T(x,t)\| < -\mu_r t_N(x,t) \text{ 时, } \gamma_T(x,t) = 0 \quad (3.3.67)$$

$$2) \text{ 当 } \|t_T(x,t)\| = -\mu_r t_N(x,t) \text{ 时, } \gamma_T(x,t) = -k(x,t)t_T(x,t) \quad k \geq 0 \quad (3.3.68)$$

其中， k 是一个变量，由运动方程的解得到。两个物体在一点接触的条件意味着法向力 $t_N \leq 0$ ，因此，两个表达式的右端 $-\mu_r t_N$ 总是正值。

条件 1) 表示粘着条件，即：当在一点处的切向面力小于一定临界值时，不发生相对的切向运动，也就是说两个物体之间是粘着的；

条件 2) 表示滑动条件，即：当在一点处的切向面力超过一定临界值时，将发生相对的切向运动，且摩擦力的方向必须与相对切向速度的方向相反。

Coulomb 模型主要针对常规工况，本文研究定子和转子之间的相互作用主要是考虑二者之间滑动摩擦造成的。

3.4 小结

橡胶的材料属性是决定螺杆泵动力学模型可靠性的重要因素。因此，其本构方程的优选条件和过程必须清楚。另外，定转子的接触问题十分复杂，不可侵彻条件是关键约束条件。定子和转子间摩擦模型的选择也很重要，本文只考虑常规工况，只采用 Coulomb 摩擦中的滑动摩擦条件。

本章构建了螺杆泵有限元模拟所必需的材料本构方程和定转子之间相互接触的不可侵彻约束条件，推导出了一组相应的有限元法列式，为数值计算提供了理论依据。

第4章 螺杆泵有限元分析过程及评价

4.1 引言

前面二章分别讨论了螺杆泵的运动学和动力学，橡胶材料的力学性质，定转子之间的约束关系以及动力学模型等问题，本章对螺杆泵进行三维有限元模拟和分析。

有限元软件 ABAQUS 提供了多种橡胶材料的超弹性本构模型，碰撞-接触边界非线性模型，用户子程序接口。本文采用 ABAQUS 的三维非线性求解模块对螺杆泵进行动力学有限元模拟，并对计算结果进行分析，以深入理解螺杆泵的工作过程和工作特性。

本章首先给出螺杆泵定子三维网格划分的原则，施加边界条件和载荷条件；然后分别讨论不同载荷与边界条件下，螺杆泵动力学分析的数值模拟结果，包括：1) 过盈量引起的定子应力应变规律和转子摩擦转矩；2) 偏心距和过盈量对定子应力应变规律和转子负载转矩的综合影响；3) 材料的不可压缩性对定子应力应变规律的影响；以及 4) 定子反作用力和抽油杆对螺杆泵动力学规律的影响。

4.2 有限元求解策略

以 GLB500 型号单螺杆泵系统为例，其主要参数有：转子直径 D 为 44mm，转子偏心 e 为 7mm，定子导程 t 为 400mm，定子外半径为 57mm，几何模型如图 4.2.1 所示。

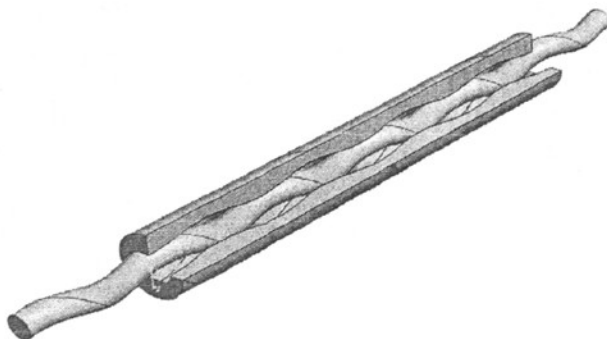


图 4.2.1 螺杆泵三维几何模型

4.2.1 材料属性定义

模型中把转子视为刚体, 定子橡胶性质采用 Yeoh 材料模型描述, 其中需要的参数由在岛津试验机上得到的实验数据并经相应处理后得到, 本构方程中的参数值为:

$$C_{10} = 931555, \quad C_{20} = -685895, \quad C_{30} = 502685$$

4.2.2 单元类型和网格

本文对定子和转子均采用 8 节点六面体单元, 定子和转子分别取 240285 和 118035 个单元。有限元网格如图 4.2.2 所示。

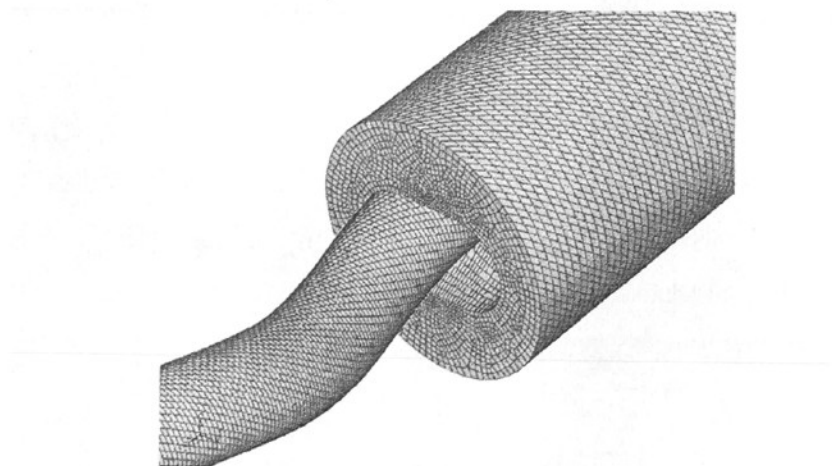


图 4.2.2 螺杆泵三维有限元网格示意图

4.2.3 边界条件和载荷

为了简化分析模型, 不考虑螺杆泵外面的钢套, 位移约束直接加在定子外侧, 取两个定子导程, 定子顶部和底部给定对称面边界条件, 摩擦系数在 0.1-0.3 范围内变化。取一定的过盈量和转子转速。

4.3 结构参数和材料性质对摩擦扭矩的影响

结构参数(包括: 过盈量、偏心距、导程等)的优化是螺杆泵设计的重要内容, 其中, 定子和转子之间的过盈量调整是设计中最常见的优化手段, 也是本文研究的重点。

过盈的工作机理是在定子和转子之间形成连续的密封腔,并具有一定承压能力,从而实现高效举升。但是,过盈量的大小必须设计合理,否则会影响螺杆泵的工作效果:1)过盈量偏大会导致转子和定子橡胶之间接触应力加大,摩擦扭矩增加,加速定子橡胶的疲劳破坏;2)过盈量偏小会导致螺杆泵承压能力偏低,泵效下降。

目前,过盈量参数的评价标准主要是依据室内螺杆泵水力特性试验结果和现场试验数据。无法从机理上描述过盈量调整的效果。试验周期长、成本高。利用计算机模拟进行过盈量优化设计可以有效弥补现有常用方法的不足。

由上可知,分析过盈量大小对螺杆泵性能的影响应从两方面考虑:一是对定子应力应变规律的影响;二是对泵的承压能力和泵效的影响。前者可通过定子和转子接触模型的有限元分析实现;后者需要结合泵螺杆漏失机理进行分析,由于目前对于螺杆泵漏失机理的认识还不完善,此项分析的实现困难很大。本文对过盈量的影响主要针对负载扭矩的研究,过盈量对于泵承压能力和泵效的影响只给出定性描述。下面对三种螺杆泵的不同过盈量,不同偏心进行有限元分析,讨论过盈量对螺杆泵转子的扭矩影响。

4.3.1 建模条件

考虑 GLB500 型螺杆泵,计算时取一个导程 400mm。定子圆弧段半径为 21mm,偏心距为 7.5mm,定子直线段的长度为 30mm(偏心距的 4 倍)。通过调整转子半径实现过盈量,取三个过盈量,分别为 0.1mm, 0.3mm, 0.6mm,对应的的转子半径分别是 21.1mm, 21.3mm, 21.6mm。转子的转速取为 150r/min(周期为 0.4s)。根据试验结果,摩擦系数取为 0.25。

4.3.2 定子应力应变规律

转子运动过程中,两者之间的相互作用发生在过盈接触的位置。图 4.3.1(a)和(b)分别给出了时刻 $t=0.1s$ 和 $t=0.2s$ 时转子的位置和定子横截面上的应力分布(应变的分布规律相同)。可以看出,定转子接触密封线上的应力最大,符合从力学意义上分析的结果。

1) 定子横截面在 $t=0.1s$ 和 $t=0.2s$ 时刻的应力分布

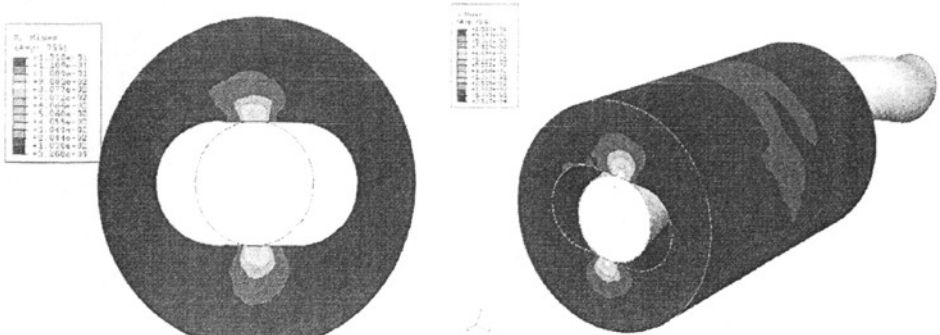


图 4.3.1. (a) $t=0.1s$ 时刻转子的位置和定子的 mises 应力分布图



图 4.3.1. (b) $t=0.2s$ 时刻转子的位置和定子的 mises 应力分布图

图 4.3.2 (a), (b) 和 (c) 分别给出了三个不同时刻定子纵向剖面上的应力分布, 可以看出, 定子表面任一点的应力呈现周期性变化。由于边界条件中限定了转子的运动轨迹, 因此, 在定子横截面上接触表面的应力分布形态是以长轴方向对称的。如上所述, 定子和转子表面的接触应力呈周期性变化, 而这种周期性应力变化将导致定子橡胶产生粘性损耗, 这是橡胶内部温升的起因。

2) $t=0.1s, 0.2s, 0.3s$ 时刻转子的位置和定子纵向剖面上的应力分布图。

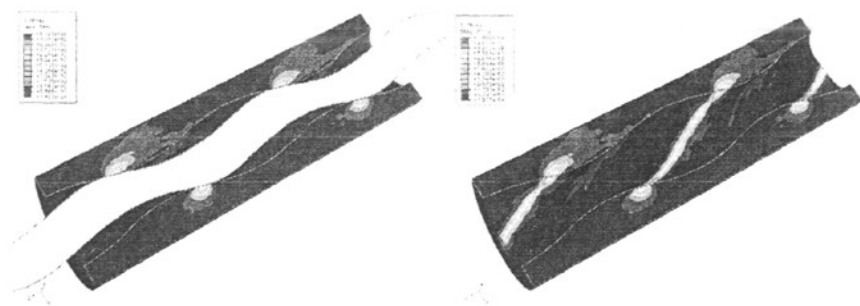


图 4.3.2 (a) $t=0.1s$ 时刻的定子应力分布图

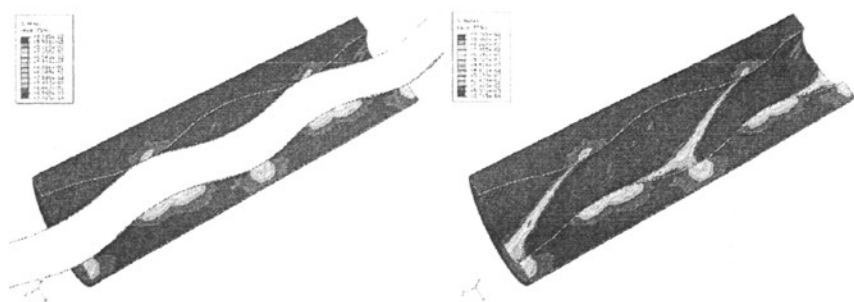


图 4.3.2 (b) $t=0.2s$ 时的定子应力分布图

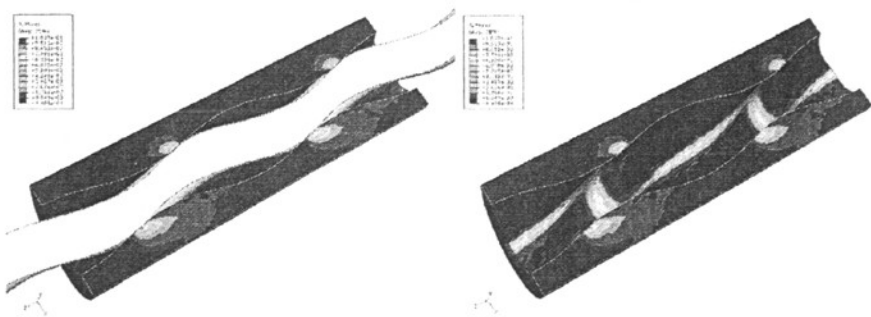


图 4.3.2 (c) $t=0.3s$ 时的定子应力分布图

4.3.3 过盈引起的摩擦扭矩

图 4.3.3 给出了一个导程上的摩擦扭矩随时间变化曲线。在计算过程中以 $0.005s$ 为时间步输出扭矩。虽然每个时刻定转子接触面的位置都不同，但是由于螺杆泵结构的几何对称性和运动的周期性，它在不同时刻输出的扭矩都接近一个定值，取其平均值，可以做为一个导程内的过盈摩擦扭矩，计算得到的值为 $3.105N.m$ 。对于 GLB500-14 型螺杆泵，总摩擦扭矩为 14 个导程的扭矩之和，其

值为 43.47N.m。

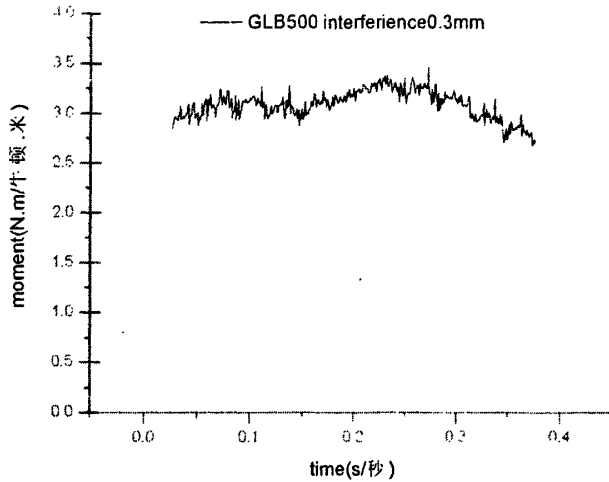


图 4.3.3 摩擦扭矩随时间的变化曲线

在扭矩分析中刚度系数和摩擦系数是主要的两个参数，如果这两个参数给的不准确，那会导致结果出现偏差。摩擦系数对扭矩的影响是线性的，可以通过摩擦试验机的专项试验获得。在缺少专项试验数据的情况下，可以通过对比工作扭矩的测试和计算结果来修正获得。

4.3.3.1 过盈量对摩擦扭矩的影响

表 4.3.1 给出了过盈量分别为 0.1mm，0.3mm 和 0.6mm 时的摩擦扭矩，可以看出，随着过盈量的增加，摩擦扭矩逐渐增加；而且，过盈量为 0.1mm 和 0.3mm 时，扭矩增加呈线性，达到 0.6mm 时，扭矩增加幅度迅速加大。这是因为，随着过盈量的增加，不仅定子的正应力增大，并且还伴随着接触面积的增加，所以过盈量对扭矩的影响不是线性的。

表 4.3.1 过盈量对螺杆泵的影响

过盈量 (mm)	0.1	0.3	0.6
1 个导程的摩擦扭矩 (N.m)	0.11	3.105	11.4
14 个导程的摩擦扭矩 (N.m)	1.54	43.47	159.6
应力最大值(Mpa)	0.052	0.19	0.28
应变最大值	0.012	0.024	0.027

4.3.3.2 过盈量对不同型号螺杆泵的影响

表 4.3.2, 4.3.3 给出了两种泵型 (GLB800, GLB120) 在过盈量分别为 0.1mm, 0.3mm 和 0.6mm 时的摩擦扭矩, 可以看出, 过盈量对摩擦扭矩的影响趋势是相同的, 排量大的螺杆泵摩擦扭矩也大。

表 4.3.2 GLB800 型螺杆泵

过盈量 (mm)	0.1	0.3	0.6
1 个导程的摩擦扭矩 (N.m)	0.16	4.87	19.7
14 个导程的摩擦扭矩 (N.m)	2.24	68.18	275.8
应力最大值(Mpa)	0.046	0.13	0.22
应变最大值	0.011	0.037	0.053

表 4.3.3 GLB120 型螺杆泵

过盈量 (mm)	0.1	0.3	0.6
1 个导程的摩擦扭矩 (N.m)	0.08	2.18	6.76
14 个导程的摩擦扭矩 (N.m)	2.16	58.86	182.52
应力最大值(Mpa)	0.084	0.27	0.42
应变最大值	0.019	0.073	0.11

4.3.4 偏心距对摩擦扭矩的影响

在实际工作中, 在环境温度和介质作用下, 定子橡胶会产生的体积膨胀导致型线改变, 因此, 应用中过盈量的调整对改善定子受力状况是有帮助的。但是, 由于定子橡胶的厚度不均匀, 实际生产中, 在定子直线段处橡胶厚的位置, 型线变形会更大, 简单修正过盈量后仍存在密封线承压能力不均匀的情况, 这时, 适当调整转子偏心距应该有所帮助。下面考察改变偏心距对负载扭矩的影响。

4.3.4.1 只改变转子偏心距的影响

图 4.3.4. (a) 与图 4.3.3 相同, 是前面讨论的标准情况 (过盈量 0.3mm, 偏心距 7.5mm) 下摩擦扭矩随时间变化的曲线, 保持过盈量不变, 将偏心距调整为 7.4mm, 计算结果如图 4.3.4 (b) 所示, 平均摩擦扭矩由 3N.m 降到 2N.m, 负载波动也有所缓解。继续将偏心距降低到 7.3mm, 同时将过盈量提高到 0.6mm, 计

算结果如图 4.3.4 (c)，可以看出，摩擦扭矩波动虽有所缓解，但是平均摩擦扭矩的数值却提高到 7N.m。这表明过盈量对摩擦扭矩的影响要大于偏心距的影响。

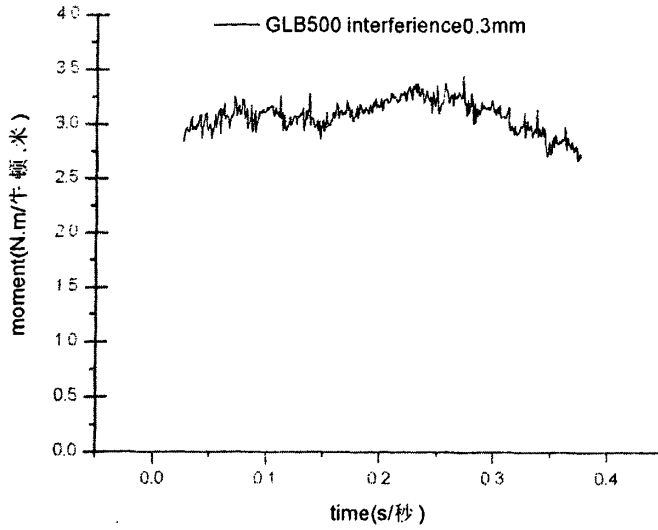


图 4.3.4. (a) GLB500 偏心 7.5mm，过盈量 0.3mm，扭矩历史曲线

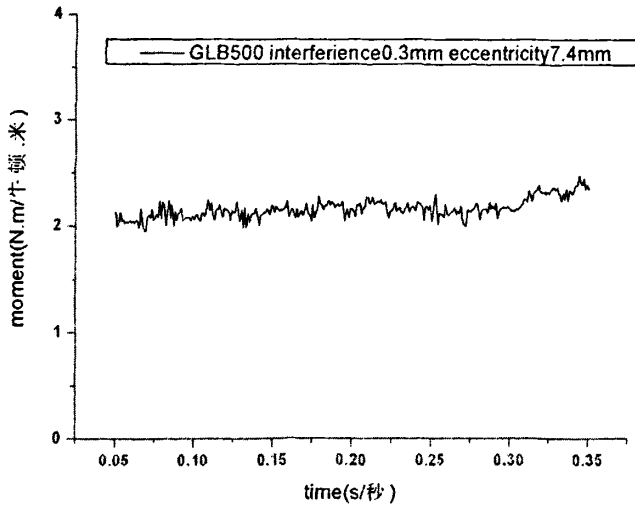


图 4.3.4 (b) GLB500 偏心 7.4mm，过盈量 0.3mm，扭矩历史曲线

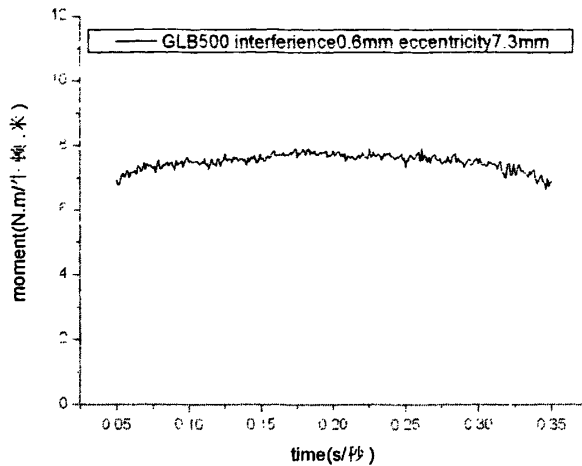


图 4.3.4 (c) GLB500 偏心 7.3mm，过盈量 0.6mm，扭矩历史曲线

4.3.4.2 偏心距和过盈量同时变化对摩擦扭矩的影响。

图 4.3.5 (a), (b) 和 (c) 分别是三种泵型在不同偏心距与过盈量的组合下，摩擦扭矩的变化曲线，表 4.3.4, 表 4.3.5 和表 4.3.6 分别列出相应的平均摩擦扭矩。分析可以看出：

a) 只改变转子的偏心距时，扭矩的时程曲线图和前面的时程曲线图不同：随着转子偏心距的增加，负载扭矩大幅度增加。这说明偏心距的改变对摩擦扭矩是有影响。

b) 偏心距和过盈量的合理组合可以实现降低摩擦扭矩的幅度和波动的目标。模拟结果表明，过盈量和偏心距越大，摩擦扭矩越大，负载波动越明显。但是一味降低过盈量和偏心距又会引起漏失量增加，降低泵效和承压能力，因此，过盈量和偏心距的需要通过优化，适当匹配。

应该注意到，以上分析只是考虑对摩擦扭矩的影响，没有考虑对定子密封效果的影响。过盈量和偏心距的改善都必须建立在不损失或尽量少损失泵效的基础上进行的。

表 4.3.4 GLB500-14 型螺杆泵摩擦扭矩模拟结果

偏心距 (mm)	7.5	7.5	7.4	7.3
过盈量 (mm)	0.3	0.6	0.3	0.6
1 个导程的平均摩擦扭矩 (N.m)	3.105	11.4	2.17	7.50
14 个导程的平均摩擦扭矩 (N.m)	43.47	159.6	30.38	105
摩擦系数: 0.25; 弹性模量 3.5Mpa				

表 4.3.5 GLB120-27 型螺杆泵摩擦扭矩模拟结果

偏心距 (mm)	5.0	5.0	4.9	4.8
过盈量 (mm)	0.3	0.6	0.3	0.6
1 个导程的摩擦扭矩 (N.m)	2.18	6.76	1.44	4.32
27 个导程的摩擦扭矩 (N.m)	58.86	182.52	38.88	116.64
GLB120 摩擦系数: 0.25; 弹性模量 3.5Mpa				

表 4.3.6 GLB800-14 型螺杆泵摩擦扭矩模拟结果

偏心距 (mm)	8.5	8.5	8.4	8.3
过盈量 (mm)	0.3	0.6	0.3	0.6
1 个导程的摩擦扭矩 (N.m)	4.87	19.7	3.07	11.80
14 个导程的摩擦扭矩 (N.m)	68.18	275.8	42.98	165.2
GLB800-14 摩擦系数 0.25; 弹性模量 3.5Mpa				

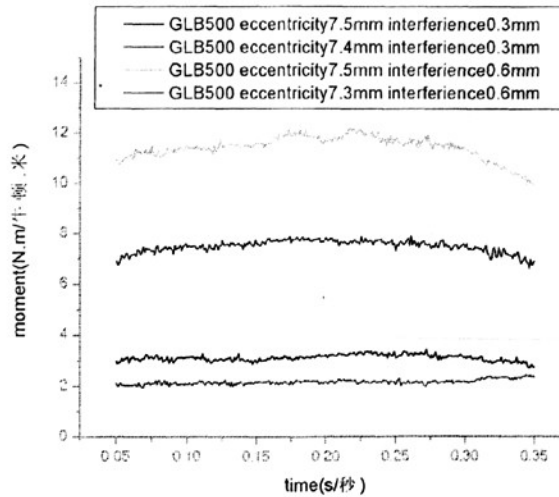


图 4.3.5 (a) GLB500 型螺杆泵摩擦扭矩时程曲线图

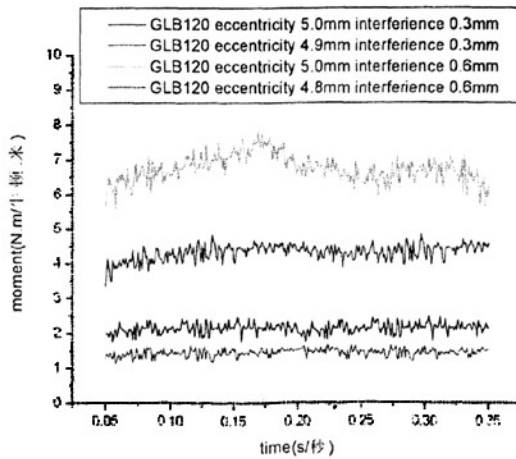


图 4.3.5 (b) GLB120 型螺杆泵摩擦扭矩时程曲线图

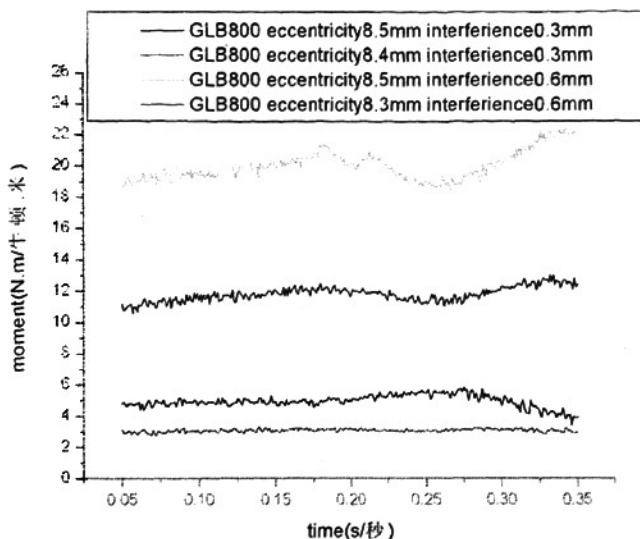


图 4.3.5 (c) GLB800 型螺杆泵摩擦扭矩时程曲线图

4.3.5 橡胶硬度对摩擦扭矩的影响

采用不同硬度橡胶进行模拟，考察材料硬度对螺杆泵扭矩的影响，只对过盈量为 0.3mm 的螺杆泵进行模拟。图 4.3.6 是不同温度条件下，三种螺杆泵在一个定子导程上产生的摩擦扭矩变化情况。

分析表明：30℃时，(邵氏硬度) 90 度橡胶的负载扭矩最大，80 度橡胶次之，78 度橡胶最低；60℃和 90℃时，规律相同。这说明，橡胶越软，产生的摩擦扭矩越小。而随着温度的升高，橡胶材料软化，输出的扭矩也相应的减小。

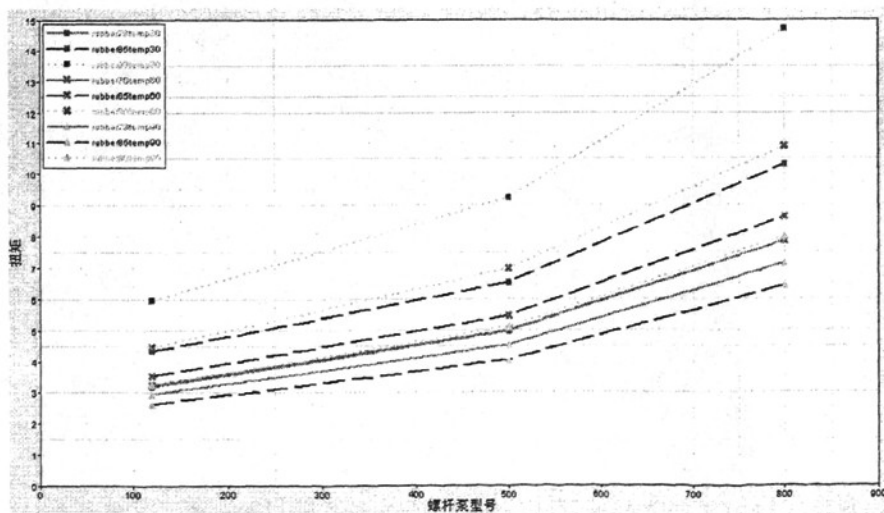


图 4.3.6 材料硬度对三种螺杆泵摩擦扭矩的影响曲线（一个导程）

4.4 定子材料不可压缩性的影响

由于定子橡胶是近似不可压缩材料，定义材料属性时，泊松比一般设在 0.3 以上。计算中发现，当液压力施加在定子内部时，定子橡胶的应力应变会集中到压力最大的上端。下面给出了泊松比为 0.3, 0.4, 0.499 情况下定子内应力分布情况。

分析认为，这是橡胶材料的不可压缩性导致的。这种现象可能会导致泵出口处的橡胶变形加大，磨损和老化速度加快。现场应用中也发现了泵上端橡胶破坏更为严重的现象，这和计算分析结果有一定相似之处，分析认为，橡胶的不可压缩特性影响可能是导致该问题的原因之一。对此，有必要对此开展进一步分析，以便制定出合理的解决方案。

图 4.4.1 (a, b)，图 4.4.2 和图 4.4.3 是橡胶材料泊松比分别为 0.3, 0.4 和 0.499 时定子内的应力分布。计算中泵入口压力为 0MPa，泵出口压力 1MPa，泵内压力呈线性变化，同时不考虑转子作用。

由图 4.4.1 (a, b) 可以看出，当泊松比为 0.3 时，应力自第一级（图中定子上端）开始变化，呈螺旋状逐渐增加，在泵出口端部（图中定子下端）圆弧段两侧出现两个应力集中区。

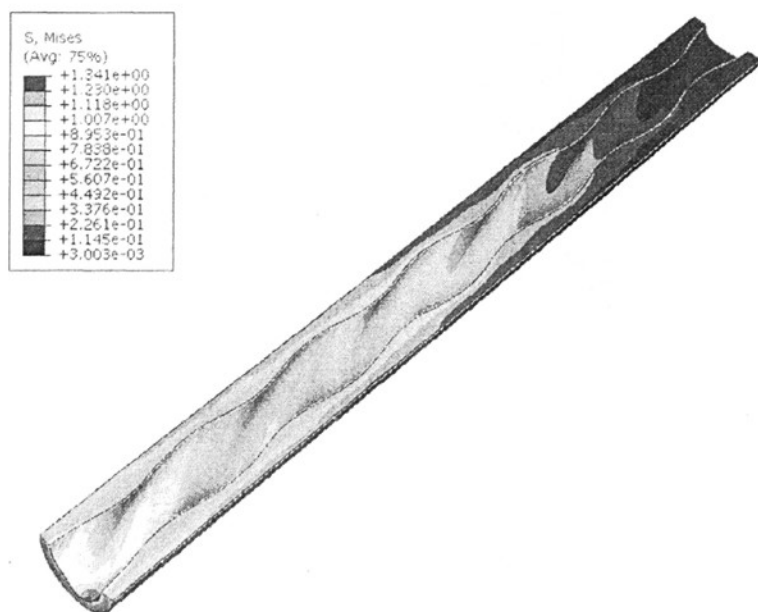


图 4.4.1.a 泊松比为 0.3 时，定子橡胶的应力分布剖面图

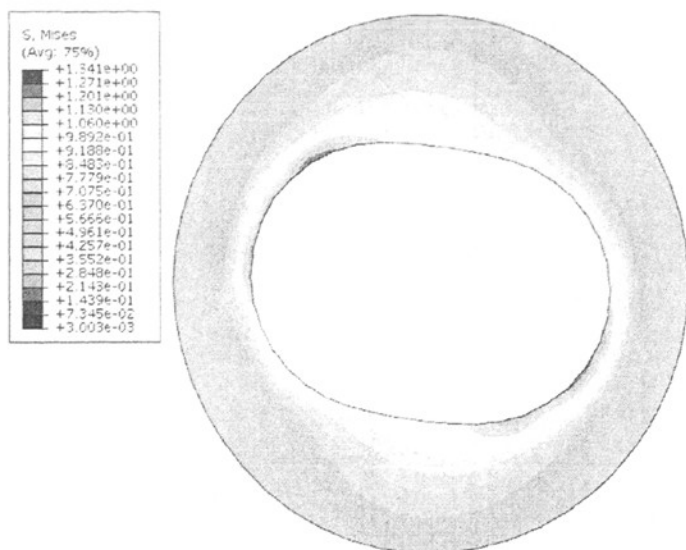


图 4.4.1b 泊松比为 0.3 时，定子橡胶的应力分布端面图

图 4.4.2 显示，对于泊松比为 0.4 的情况，应力变化与泊松比为 0.3 时基本相同，只是应力变化区间向泵的出口方向移动，泵出口端部应力集中区位置不变。

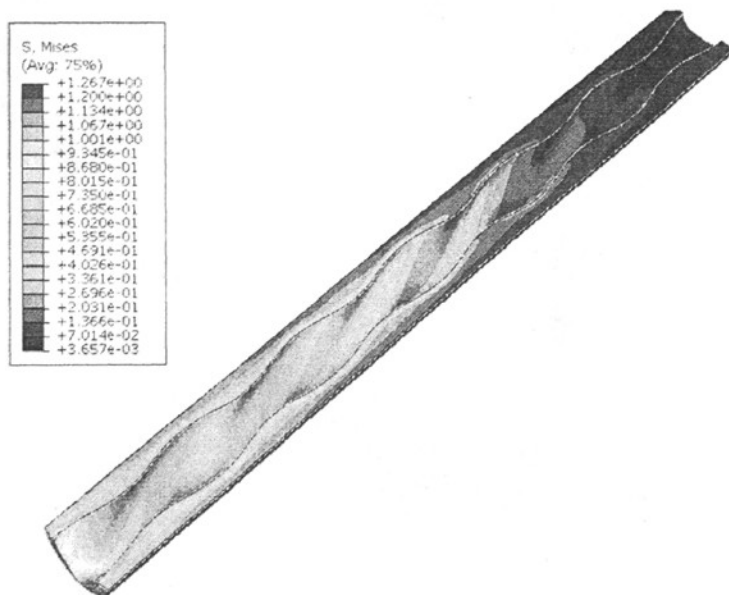


图 4.4.2a. 泊松比为 0.4 时，定子橡胶的应力分布剖面图

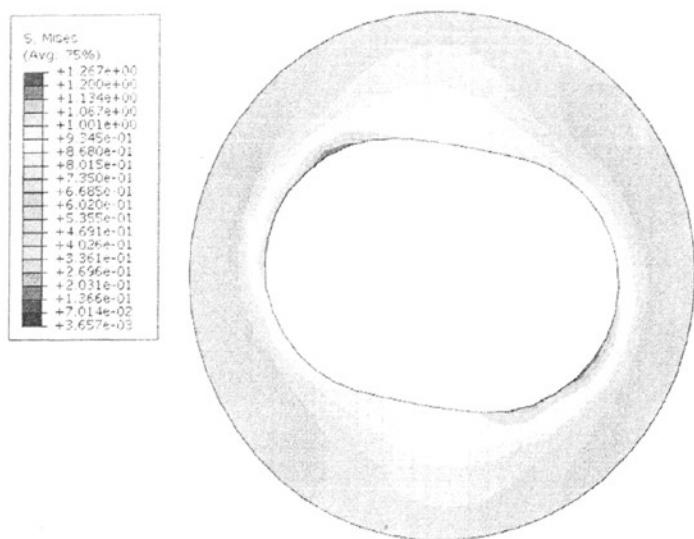


图 4.4.2b. 泊松比为 0.4 时, 定子橡胶的应力分布端面图

由图 4.4.2 可以看出, 泊松比为 0.499 时, 应力变化区间急剧集中到了泵的最顶部腔室, 然而, 在泵出口端部的应力集中的分布规律基本不变。

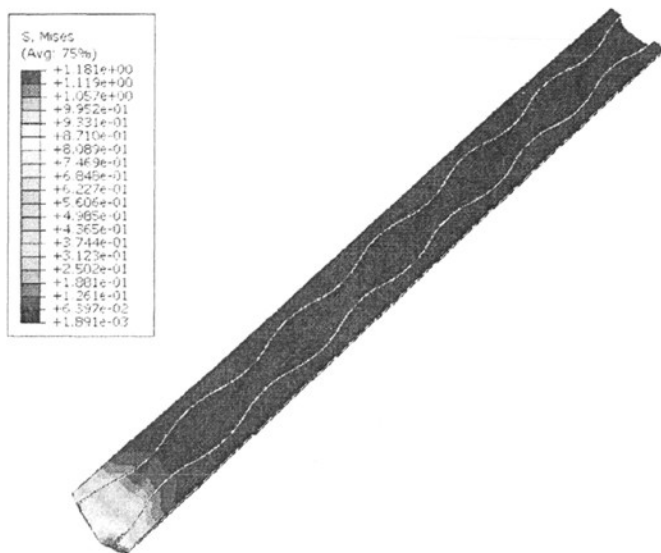


图 4.4.3a. 泊松比为 0.499 时, 定子橡胶的应力分布剖面图

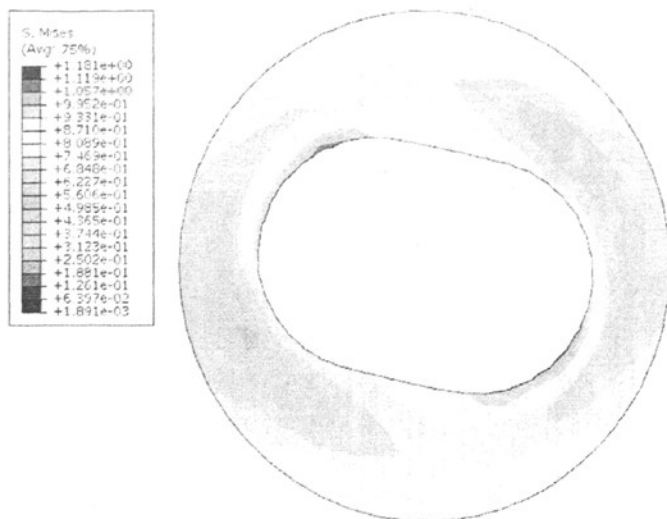


图 4.4.3b. 泊松比为 0.499 时, 定子橡胶的应力分布端面图

4.5 定子反作用力的影响

定转子之间存在过盈, 定转子之间必定会产生作用力, 而由于转子是螺旋弯曲形状, 不是轴对称的, 因此, 在接触力的作用下, 转子的位置会发生微小偏移。显然, 该偏移量与定子的刚度、过盈量有关。为了讨论方便起见, 我们取较大的过盈量来分析, 具体参数如下:

1) 泵型 GLB500-14, 过盈量 0.6mm, 长度取一个定子导程 400mm, 弹性模量 3.5Mpa。

2) 定子外表面固定, 两端取对称边界条件, 转子顶部在轴向上位移固定, 当定转子的力达到平衡时观察两者的啮合关系及转子的位置。图 4.5.1 给出几何模型和平衡后应力分布, 图 4.5.2 给出平衡后转子的位移变化。

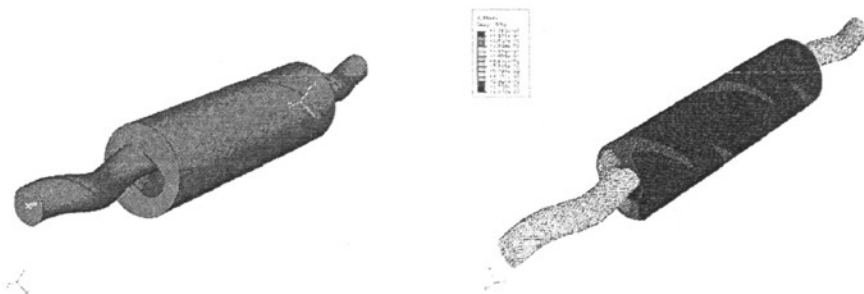


图 4.5.1 装配前(左)后(右)的螺杆泵模型

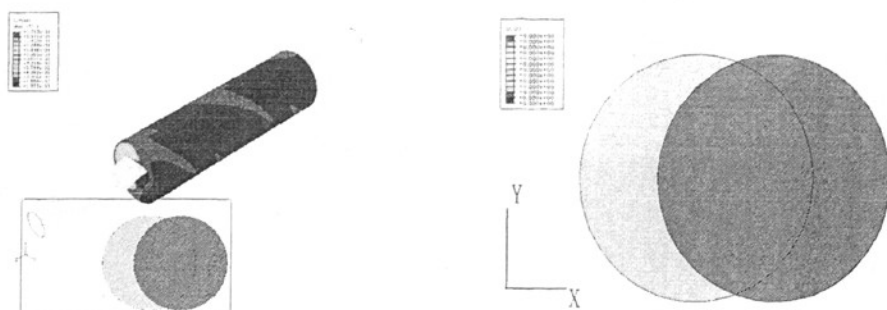


图 4.5.2 装配以后刚性转子的移动情况

由图 4.5.2 可以看出,定转子完成装配并达到平衡位置后,转子在 X 方向(定子长轴)和 Y 方向(定子短轴)均会产生微小位移。这种移动会使转子沿着一个很扁的椭圆轨迹运动,而不是沿着直线做正弦运动。

取任一横截面,下面考察这一椭圆形运动轨迹的形态。

1) 当转子位于定子圆弧段顶部时,平衡后转子在 X 方向移动了 0.1446mm,在 Y 方向移动了 -0.00026mm, Y 方向的位移很小可以忽略不计。

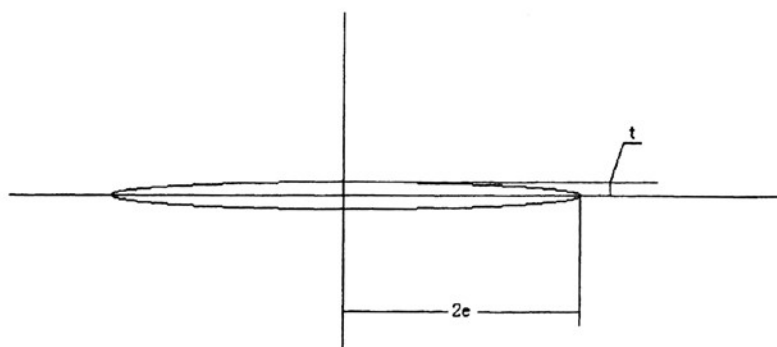


图 4.5.3 转子截面圆心运动轨迹示意图

2) 当转子位于定子直线段时,平衡后转子在 X 方向没有位移,在 Y 轴方向上有 0.1446mm 的偏移量,即椭圆运动的短半径为 0.1446mm。因此,在转子运动过程中,对定子直线段中心处两侧的作用是不同的,一侧过盈量为 0.7446mm,另一侧过盈量 0.4554mm。图 4.5.3 是转子横截面中心点的运动轨迹示意图。

这种运动轨迹的偏移是由螺杆泵过盈量配合的接触应力产生的,而这种椭圆形运动轨迹会引起定子和转子受力的不均匀性,加剧定子横截面直线段位置的磨

损。图 4.5.4 直观地描述了由于螺杆泵中转子偏移动造成定子内应力分布的不均匀性。

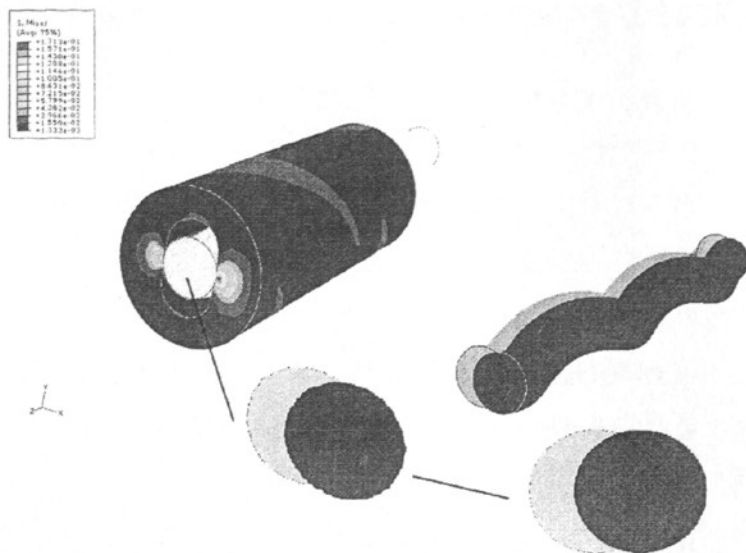


图 4.5.4 螺杆泵一个截面上的转子移动示意图

4.6 抽油杆驱动的影响

抽油杆是连接地面驱动装置和井下螺杆泵的部件,长度一般在 1000m 左右,深井可达 2000 m 以上。抽油杆做旋转运动,将动力传至螺杆泵转子。从地面观察,螺杆泵抽油杆柱作匀速转动,而在转子与抽油杆柱的连接处,由于定子内表面几何形状的约束,抽油杆柱除了转动外,还沿定子的长轴方向作往复运动。

4.6.1 物理模型

以 GLB500 型螺杆泵为例,分析抽油杆对螺杆泵系统的影响。为简化计算,只取一个定子导程,抽油杆长度只取 2m,模型如图 4.6.1 所示。

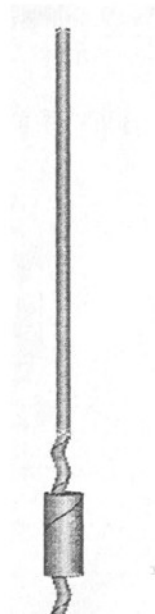


图 4.6.1 抽油杆与泵的三维模型

转子理想为刚体,抽油杆理想为可变形体,柔性很大,抽油杆的弹性模量仍取钢的弹性模量,即 $210E+09Pa$;定子外边界固定,定转子之间指定接触,抽油

杆顶面与一个相关点耦合在一起，抽油杆底面与转子顶面的相关点耦合在一起。这种约束与实际工况是一致的。

定转子的接触摩擦系数为 0.25，过盈量为 0.3mm。

4.6.2 计算结果分析

下面分析抽油杆对转子运动轨迹的影响，以及定转子之间的作用方式。模型中给出的不是完整的螺杆泵模型，和实际工况相比抽油杆长度很短（实际为 1000m 左右），当抽油杆在定子上端面长轴方向上摆动时，会对定子产生很大的反作用力。

由上面的分析已知，螺杆泵转子在定子内的不是严格地作直线运动，而是一个很扁的椭圆形，如图 4.5.4 所示。但是如果抽油杆足够长，其刚度影响可以忽略，则转子运动轨迹则应接近理想轨迹。

计算某一时刻，定子横截面上的应力分布如图 4.5.14 所示。可以看出，应力的分布偏向定子一侧，这有可能引起漏失。这种情况在实际生产中不存在，但是在室内水力特性检测中，驱动装置和转子之间的柔性连接轴一般采用抽油杆短节，长度不超过 2m，这和理论计算条件相似。而柔性连接轴的较高刚度会引起定子和转子间应力应变分布不均匀，加剧漏失的发生，从而影响检测精度。上述的分析结果可用于指导柔性连接轴的设计。

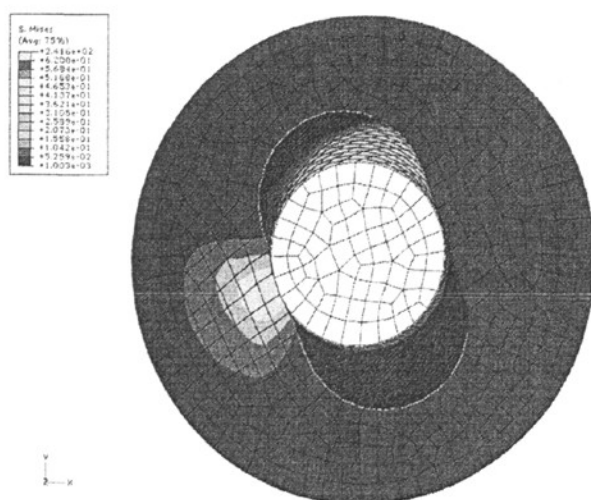


图 4.6.2 某一时刻定子横截面上的应力分布图

4.7 小结

本章开展了不同参数条件下的螺杆泵三维动力学的有限元分析,讨论了过盈量、偏心距、材料不可压缩性和抽油杆驱动等多个因素对螺杆泵动力学性能的影响,其中既包括对各个因素影响结果的单独分析,也对多个因素的综合作用进行了讨论,以便更直观地理解螺杆泵系统的力学特征。分析取得如下认识:

1) 数值模拟表明,过盈量、偏心距和橡胶硬度对螺杆泵的摩擦扭矩均有影响,其中,过盈量的影响最明显;

2) 分析表明,合理优化过盈量与偏心距,可以有效减缓负载扭矩的增加;

3) 定子对转子的反作用力使得转子总是向一个方向挤压,其效果是导致定子应力应变分布不均匀,加剧泵漏失;

4) 有限元分析还证明,由于橡胶具有不可压缩性,泵工作压差作用产生的橡胶应力应变将集中在泵出口端,这将加剧泵出口部位的橡胶磨损,在现场应用中也发现类似现象,但是否为该因素造成的仍需要进一步印证;

5) 数值模拟杆驱动作用发现,当抽油杆长度较短时,由于抽油杆刚度较大,转子将向一侧挤压定子并产生较大的橡胶变形,从而导致泵漏失加剧,这对室内试验和产品检验的结果将造成不利影响。因此,有必要对测试平台动力传动系统进行改进。

综上所述,通过开展螺杆泵三维动力学模拟工作,实现了对螺杆泵工作过程的详细描述,对结构参数、材料性质等因素的作用机理进行了细致分析,从而获得了对螺杆泵工作性能更完整和深入的认识,此项研究的开展将为今后实现螺杆泵结构参数的优化设计以及进一步解决实际工程问题打下了良好的理论基础。

第5章 定子橡胶温度场的有限元分析

5.1 引言

螺杆泵定子内部温度的升高引起橡胶材料的膨胀变形, 加速定子结构的疲劳破坏, 而且当温度升高到一定程度时会直接导致橡胶材料的破坏。因此, 对于定子橡胶的温度场分析是十分必要的。

近年来, 非线性有限元理论和大型商业软件的发展使得橡胶材料结构温度场的有限元分析成为可能, 然而对螺杆泵定子的温度场分析仍是一个非常复杂和困难的课题。其主要表现在以下几个方面。1) 螺杆泵在工作过程中, 定子各部分的温升问题比一般意义上的热力耦合问题更为复杂; 2) 定子橡胶材料在周期性的接触摩擦过程中, 由于粘性性质产生的能量损耗难以准确的表征和分析; 3) 难以给出符合实际工况的外部热边界条件。

在实际工况条件下, 螺杆泵定子橡胶的温升主要源于下面三个因素: 1) 油层温度。某一开采深度的油层温度是稳定的, 在此作用下, 螺杆泵定子橡胶内部将均匀受热; 2) 定子橡胶压缩生热。螺杆泵工作中, 转子周期性地挤压定子, 由于橡胶材料的粘弹性特征, 在周期性负载作用下, 橡胶内部会产生粘滞损耗并转化为热能, 由于橡胶不同部位的负载不同, 因此, 损耗热的分布也不同, 最终在定子橡胶内部产生不均匀的温升; 3) 定子和转子摩擦生热。工作中, 定子和转子相互摩擦产生热量, 但一般情况下, 由于采出液的润滑作用, 定子和转子接触面的摩擦系数很小, 摩擦产生的热量较少, 因此, 在本文中不予考虑。以上产生温升的因素中, 橡胶粘滞损耗产生的温升机理最为复杂, 这也是本文研究的重点。

1982年GMR首先采用解耦的方法将滚动轮胎的热力耦合分析分解为变形分析、损耗计算和热传导分析, 为轮胎温度场的有限元分析方法建立了基本框架 [64,65,66,67]。

2000年 Daniel Dall'Acqua 采用相同的单向解耦方法模拟了螺杆泵定子内部的温度分布, 进一步理解螺杆泵内部的热力学过程^[35]。

本章利用GMR的解耦方法对定子橡胶内部温度场进行分析。其中, 在变形分析中采用平衡态的超弹性材料模型; 在损耗分析中依据变形分析获得的应力应

变场,结合材料的粘性损耗特性来获得损耗能量;在热传导分析中依据室内试验结果给定螺杆泵定子表面的对流热边界条件^[68,69]。

在此基础上,我们分析了模拟实际工况条件下,螺杆泵定子内部温度场的分布规律。

5.2 单向解耦温度分析方法

该方法把橡胶材料的热力耦合分析分解为变形分析、损耗分析和热传导分析。其中包括两种单向解耦的简化处理:在变形分析中不考虑材料参数的温度相关性和时间相关性,也即,第一、采用了与温度、粘性无关的超弹性本构关系来代替粘弹性本构关系;第二、在损耗计算中,基于超弹性本构关系的应力应变场的分析结果,再依据材料的粘性性质来计算能量损耗。

这种求解方法的思想已经在轮胎温度场的有限元分析中被较多采用并有所发展,其中,利用损耗角计算损耗能量进一步简化了计算过程。本文采用这种方法分析定子内部温度场的分布情况。

热力学求解的关键是研究定量描述定子橡胶内部生热的方法。这种内部生热是由于转子对定子橡胶施加的周期性载荷所引起的粘性损耗导致的,其数值大小和分布取决于橡胶的应力应变场、速度、定子转子的外部形状以及橡胶的动态特性。

在动载条件下,橡胶会产生粘弹性响应。该响应包括弹性分量和粘性分量。当橡胶承受周期性动态载荷作用时,粘性分量会引起橡胶内部的能量损耗。本文假设橡胶内部粘性损耗产生的能量完全转化为以热量形式释放^[35]。

5.2.1 变形分析

变形分析中采用平衡态超弹性材料模型。超弹性的应力应变关系通过对橡胶材料的阶梯松弛加载试验获得。当加载到一定应变时停止加载使应力松弛,应力逐渐趋于一个极限值(称为平衡态应力);通过加载过程中的多次停顿松弛,得到不同应变下的平衡态应力值,连接起来即得到与时间无关的超弹性应力应变关系。

依据试验得到的平衡态超弹性应力应变关系,采用 Yeoh 模型拟合得到应力

应变场分析所需要的本构方程^[54,55]。

在有限元分析中，根据试验得到的橡胶材料模型（Yeoh 模型），进行应力应变分析，得出每个定子橡胶材料单元的应力应变历史数据，即转子运动一个周期过程中，定子中每个单元的应力应变随时间的关系，将其用于损耗分析，即可得到每个单元中的热损耗量。

5.2.2 损耗分析

5.2.2.1 橡胶材料粘弹性响应

图 5.2.1 是在纯剪切和单向拉伸试验下橡胶材料典型的响应曲线。当施加正弦周期性应变载荷时，总应力是粘性应力与弹性应力之和。总应力的响应也是正弦周期性的，但与施加的应变载荷之间存在相位差，记为 δ ，通常也称为滞后相角。弹性应力响应与施加的应变响应同相位，可以看成平衡态超弹性试验得出的应力响应值。粘性应力响应随着施加应变的频率变化而变化，然而总是与施加应变载荷之间存在 90 度的相位差。我们是从试验得到的平衡态超弹性材料模型，利用轮胎橡胶材料滞后相角^[57]，通过转换关系得出总应力随时间的历史曲线，进一步得出损耗能量。假设得到的损耗能量全部转换成热能，并以内部热源的形式存在在定子橡胶材料中。

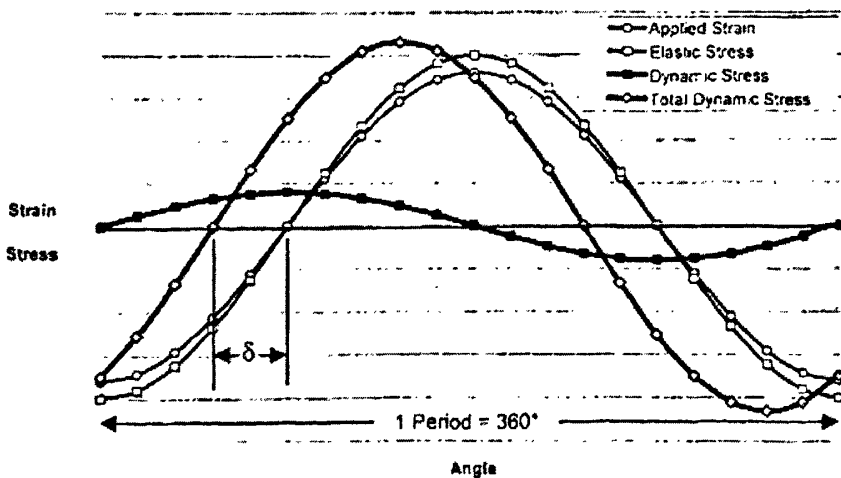


图 5.2.1 橡胶粘弹性响应曲线图

对于线性粘弹性材料，施加一交变的应变：

$$\varepsilon = \varepsilon_{\max} \sin(\omega t) \quad (5.2.1)$$

总应力也按照正弦的变化:

$$\tau = \tau_{\max} \sin(\omega t + \delta) \quad (5.2.2)$$

其中, ω 为角频率; δ 为滞后相角。

每一周期的能量损耗为:

$$U = \int_0^T \tau d\varepsilon \quad (5.2.3)$$

5.2.2.2 弹性应力响应转换到总应力响应的过程

依据应力应变分析得到的弹性应力应变场, 取出材料中应力应变状态的一个周期进行分布, 并认为是一个周期中的加卸循环。

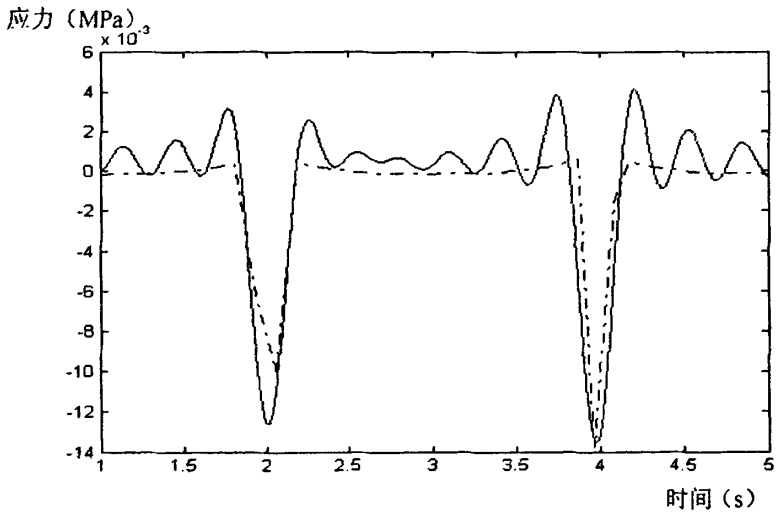


图 5.2.2 任一单元应力响应曲线图

图 5.2.2 是任一单元应力响应曲线。可以看出, 弹性应力变化是非谐变的, 将其用傅立叶展开, 分解成谐波的叠加, 即可得到各个频率的应力应变幅值, 如下式所示^[35, 71]

$$\varepsilon_{ij} = \sum_{k=0}^M [{}^{ij}E_k^{\cos} \cdot \cos(2\pi k\eta) + {}^{ij}E_k^{\sin} \cdot \sin(2\pi k\eta)] \quad (5.2.4)$$

$$\tau_{ij}^{static} = \sum_{m=0}^M [{}_{static}^{ij}S_m^{\cos} \cdot \cos(2\pi m\eta) + {}_{static}^{ij}S_m^{\sin} \cdot \sin(2\pi m\eta)] \quad (5.2.5)$$

通过数据拟合得到 (5.2.4) 和 (5.2.5) 式中相关项的应力、应变的幅值, 考虑滞后相角修正后得到应力幅值表达式如下:

$${}^y S_m^{\cos} = \sqrt{1 + \tan^2(\delta_m)} \cdot {}^{static} S_m^{\cos}, \text{ and, } {}^y S_m^{\sin} = \sqrt{1 + \tan^2(\delta_m)} \cdot {}^{static} S_m^{\sin} \quad (5.2.6)$$

计算粘性能量损耗时, 需要考虑滞后相角, 相应的应变、应力表达式如下

$$\varepsilon_{ij} = \sum_{k=0}^M [{}^y E_k^{\cos} \cdot \cos(2\pi k\eta - \delta_k) + {}^y E_k^{\sin} \cdot \sin(2\pi k\eta - \delta_k)] \quad (5.2.7)$$

$$\tau_{ij}^{static} = \sum_{m=0}^M [{}^y S_m^{\cos} \cdot \cos(2\pi m\eta) + {}^y S_m^{\sin} \cdot \sin(2\pi m\eta)] \quad (5.2.8)$$

每个单元能量损耗量为:

$$U^* = \sum_{i=1}^{i=3} \sum_{j=1}^{j=3} U_{ij}^* = \sum_{i=1}^{i=3} \sum_{j=1}^{j=3} \int_{\eta=0}^{\eta=1} \tau_{ij}(t) \cdot d\varepsilon_{ij} = \int_{\eta=0}^{\eta=1} \tau_{ij}(\eta) \frac{d\varepsilon_{ij}(\eta)}{d\eta} d\eta \quad (5.2.9)$$

$$U_{ij}^* = \pi \cdot \sin(\delta) \cdot \sum_{m=0}^M m \cdot {}^y E_m^{\cos} \cdot {}^y S_m^{\cos} + \pi \cdot \sin(\delta + \frac{\pi}{2}) \cdot \sum_{m=0}^M m \cdot {}^y E_m^{\sin} \cdot {}^y S_m^{\cos} - \pi \cdot \cos^2(\delta) \cdot \sum_{m=0}^M m \cdot {}^y E_m^{\cos} \cdot {}^y S_m^{\sin} - \pi \cdot \cos(\delta + \frac{\pi}{2}) \cdot \sum_{m=0}^M m \cdot {}^y E_m^{\sin} \cdot {}^y S_m^{\sin} \quad (5.2.10)$$

按照上面的方法, 编写了计算程序 DECAL 计算结构的损耗能量场。

5.2.3 热传导分析

轴对称的稳态温度场热传导方程为^[71]:

$$k \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial T}{\partial r}) + k \frac{\partial}{\partial z} (r \frac{\partial T}{\partial z}) + r \dot{\xi}(r, z) = 0 \quad (5.2.11)$$

其中, k 为热传导系数; $\dot{\xi}(r, z)$ 为内热源。

热传导分析网格划分与变形分析的网格划分相同, 选用热传导单元。 $\dot{\xi}$ 经网格离散后即单元的生成率:

$$\dot{\xi}_{element} = \xi_{element} / T \quad (5.2.12)$$

式中 $\xi_{element}$ 为损耗分析所得到的单元损耗能量, T 为周期。

ABAQUS 提供用户子程序 (HETVAL), 使用此接口编写用户子程序, 实现上述计算, 并把 $\xi_{element}$ 传递到热分析模块中。

5.3 温度场的分布形式及其对定子型线的影响

下面分别讨论两种情况:

1) 环境温度的影响。对于定子施加均匀温度场, 分析定子型线的变化规律以及所产生的热应力分布。

2) 转子挤压交变载荷的影响。分析橡胶粘弹性生热引起的非均匀温度场及其导致的定子型线变化规律和热应力分析。

计算参数取如下值^[44,45]:

- 1) 橡胶材料导热系数 $k = 0.1465 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$, 热膨胀系数 $\alpha = 1 \text{ E} - 5$;
- 2) 比热容 $c = 840 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$, 密度 $\rho = 1200 \text{ kg}/\text{m}^3$, 弹性模量 $E = 3.5 \text{ Mpa}$;
- 3) 定子内腔表面与液体之间的表面换热系数 $h = 20 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$;
- 4) 以 GLB500 型螺杆泵定子为例进行有限元计算和分析。

5.3.1 环境温度引起的均匀温度场

5.3.1.1 三维螺杆泵系统

GLB500 型螺杆泵定子的几何构型如图 5.3.2 所示。取两个定子导程做为计算对象。定子橡胶外表面固定, 底部和顶部表面采用对称边界条件。初始温度设定为 20°C , 计算温度升高到 50°C 时定子的变形情况和受力状态。

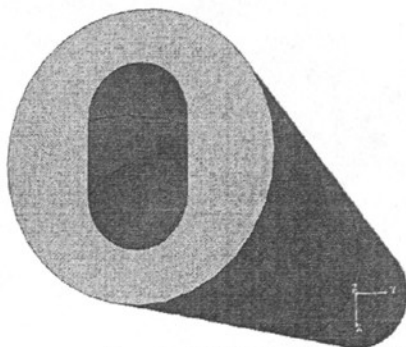


图 5.3.2 螺杆泵定子三维模型

1) 热应力分布

温度从 20℃ 上升到 50℃ 后, 螺杆泵定子内的应力分布如图 5.3.3 所示。可以看出, 最大的 mises 热应力达到 $7.05E+03\text{Pa}$, 发生在圆弧段, 而直线段上热应力相对较小。

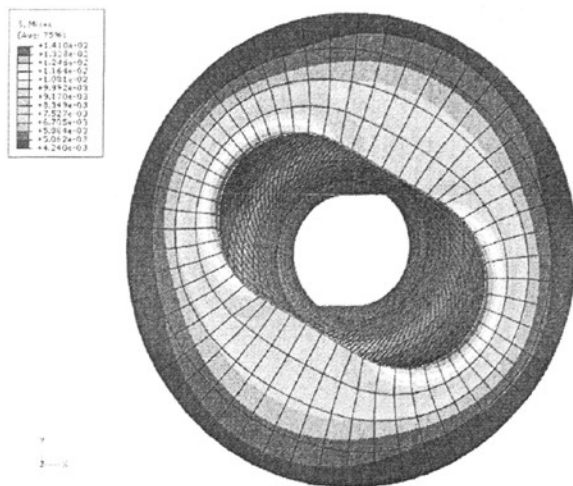


图 5.3.3a. 均匀温度上升引起的热应力分布顶视图

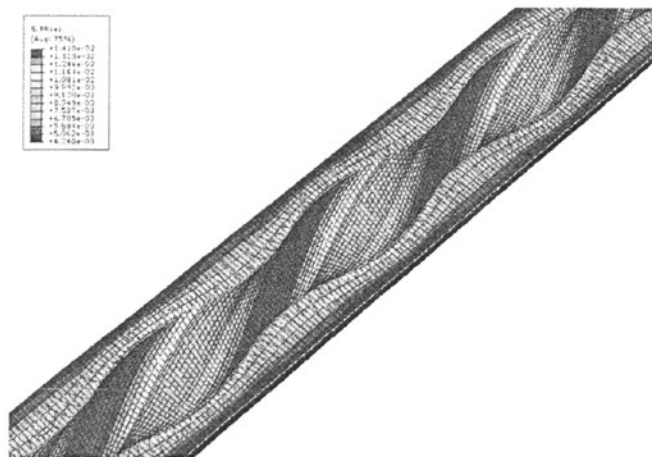


图 5.3.3b. 均匀温度上升引起的热应力分布剖面图

2) 型线变化规律

均匀温度上升引起的位移分布如图 5.3.4 所示。可以看出, 最大的位移出现

在直线段的中部，最大位移值为 $4.373\text{E-}02\text{mm}$ ，热应力较大的圆弧段处的位移值大约为直线段上的最大值的一半。

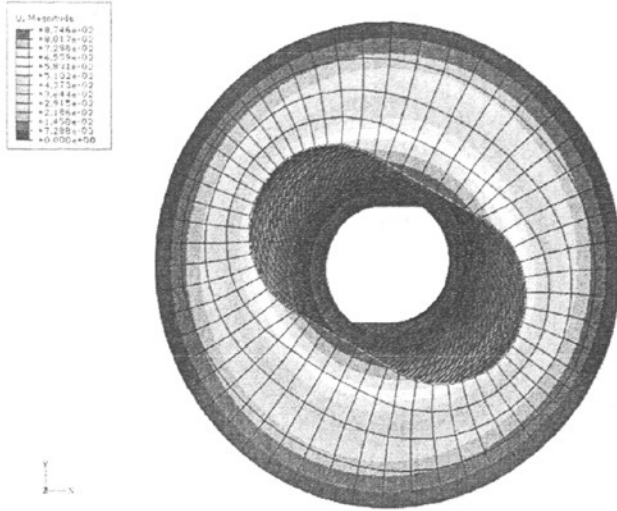


图 5.3.4a. 均匀温度上升引起的位移分布顶视图

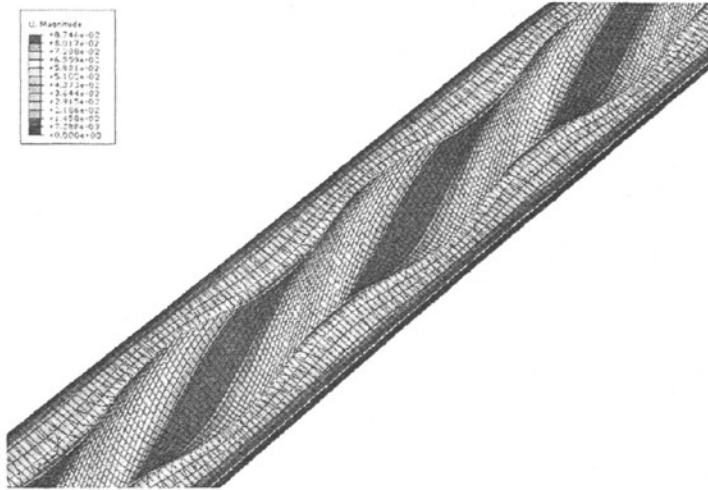


图 5.3.4b. 均匀温度上升引起的位移分布剖面图

为了考察型线变化规律，将变形放大 300 倍。取任意一个横截面，其型线的变化如图 5.3.5

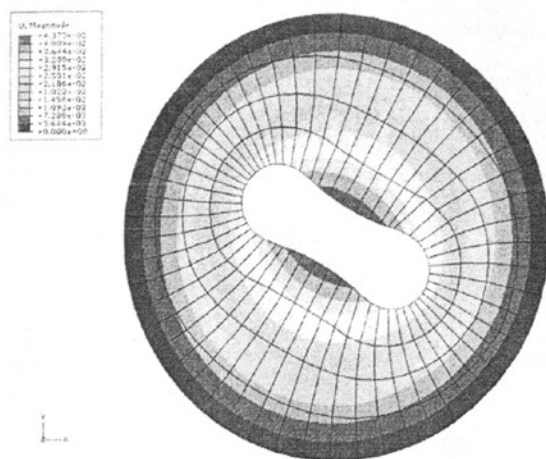


图 5.3.5 放大变形后的型线变化情况

表 5.3.1 和图 5.3.6 给出了不同均匀温度升高情况，定子中最大应力和最大位移的变化情况，计算时，定子初始温度都设定为 20℃。显然，最大应力和最大位移与温升呈线性关系。

表 5.3.1 环境温度对定子的影响

环境温度 (℃)	热应力最大值 (Pa)	位移最大值 (mm)
50	7.05E+03	4.373E-02
60	9.40E+03	5.831E-02
70	1.18E+04	7.288E-02
80	1.41E+04	8.746E-02

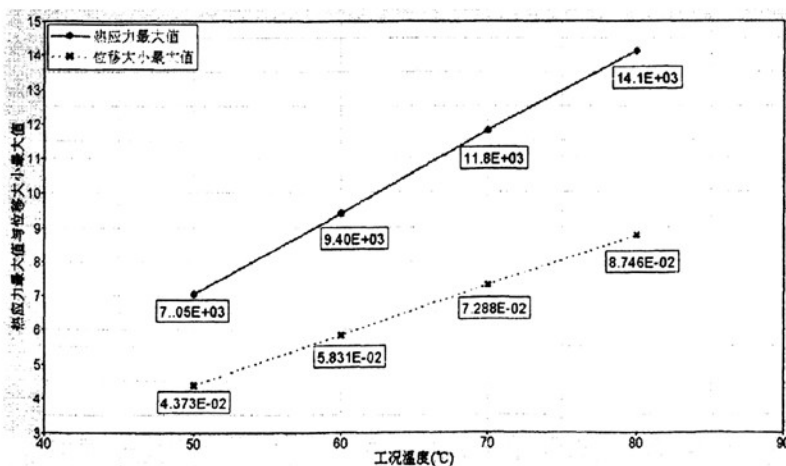


图 5.3.6 环境温度对定子影响曲线

3) 讨论

如上所述, 均匀温度场对定子的影响是线性的。我们可以把橡胶的溶胀, 等效地转换成温胀, 以此考虑定子型线的变化。这种膨胀虽引起定子型线的变化, 但产生的热应力很小, 可以忽略。温差在 60°C 时, 直线段中点的位移 0.087mm , 在圆弧段中点的位移为 0.057mm , 这些膨胀量实际上起到增加定转子之间过盈的作用。

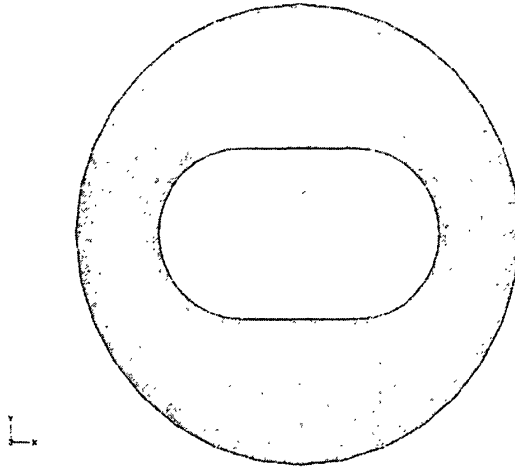


图 5.3.7 螺杆泵定子二维模型

5.3.1.2 二维螺杆泵简化系统

螺杆泵定子是螺旋形形状, 我们可以将其简化成二维平面应变模型进行分析, 对比和讨论二维和三维模型计算结果的差别, 有助于下一步做粘弹性引起的温度分布场分析。螺杆泵定子二维模型如图 5.3.7 所示。几何参数和物理参数与三维模型的值完全相同, 外边界固定。

温度从 20°C 上升到 50°C 后, 均匀温度上升引起的热应力分布如图 5.3.8 所示, 最大 Mises 热应力发生在圆弧段处, 其值达到 $7.25\text{E}+03\text{Pa}$, 直线段上的热应力相对较小。同样的温升引起的位移分布如图 5.3.9 所示。最大的位移出现在直线段上, 最大位移为 $4.336\text{E}-02\text{mm}$, 热应力较大的圆弧段处的位移值大约为直线段上的值小一半。为了进一步观察型线变化规律, 我们将变形放大 300 倍, 如图 5.3.10 所示。

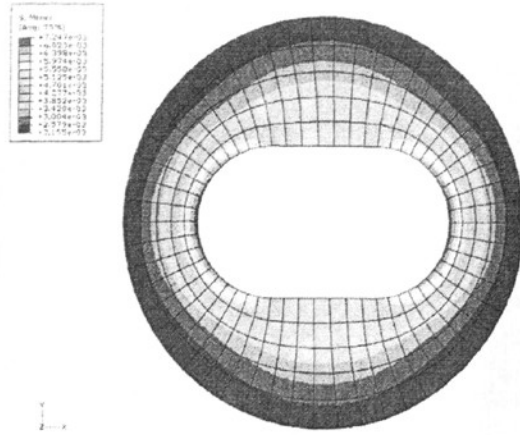


图 5.3.8 均匀温度上升引起的热应力分布图

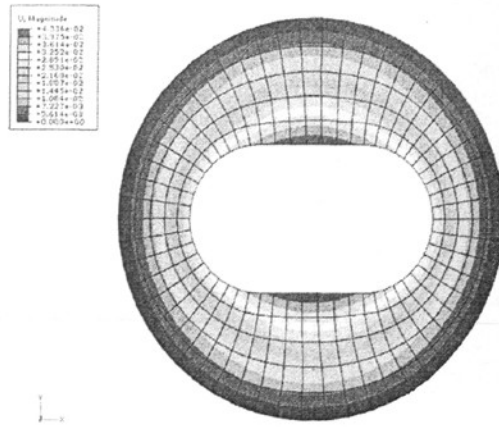


图 5.3.9 均匀温度上升引起的位移分布图

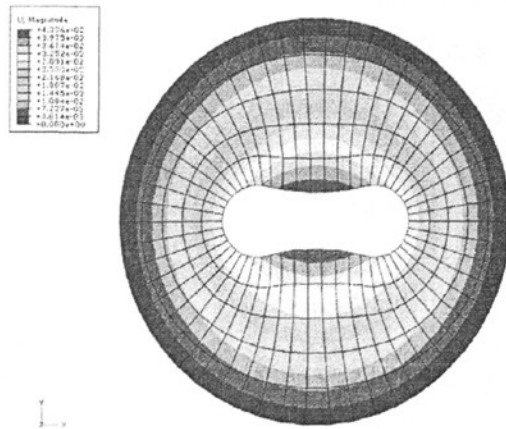


图 5.3.10 放大变形后的型线变化情况

表 5.3.2 给出了不同均匀温度升高情况，定子中最大应力和最大位移的变化情况，计算时，定子初始温度都设定为 20℃。

表 5.3.2 环境温度对定子的影响

环境温度 (°C)	热应力最大值 (Pa)	位移最大值 (mm)
50	7.25E+03	4.336E-02
60	9.66E+03	5.782E-02
70	1.21E+04	7.227E-02
80	1.45E+04	8.673E-02

图 5.5.11 给出了二维模型和三维模型数值计算结果曲线。下图说明二维简化模型和三维实际模型计算结果。显然，二维模型和三维模型得到的计算结果相差很小，特别是变形的结果更为接近。因此，对非均匀温度场情况进行有限元数值模拟时，可以采用二维模型，既能保证计算结果具有足够的精度和可靠性，又能明显降低建模和计算的工作量。

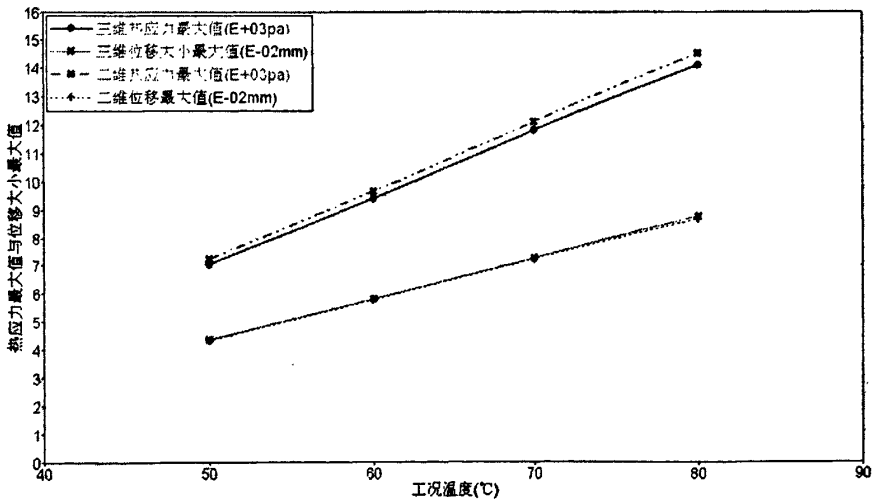


图 5.5.11 二维模型和三维模型数值计算结果曲线

注：热应力的单位是 (MPa)，位移单位是 mm。

5.3.2 橡胶材料粘性损耗引起的非均匀温度场

仍然以 GLB500 型螺杆泵为例进行讨论。先采用二维平面应变模型进行应力应变分析，然后再对二维定子模型进行温度场分析。二者的单元和节点信息

完全相同，如图 5.5.12 所示。得出温度场分布以后，由得到的定子内温度场分布和初始的温度场分布之间的差别，可以求出定子的型线变化情况及热应力分布。

定转子之间的过盈量取为 0.3mm，转子转速取为 150r/min，一个周期是 0.4s，损耗因子 $\tan \delta = 0.075$ 。定子外表面温度取为 45℃（井下温度），内表面与腔中液体存在对流换热条件。

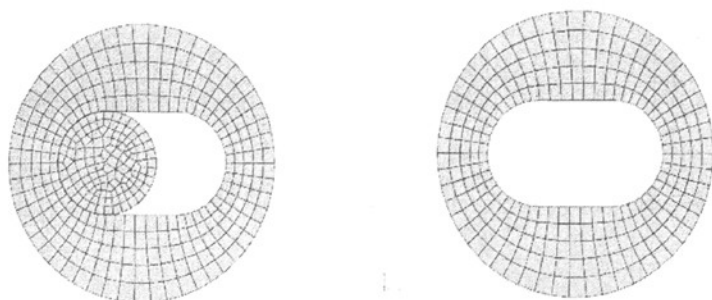


图 5.5.12 应力应变分析模型（左）和温度场分析模型（右）

1) 应力应变场分析

每个单元都要输出一个周期内应力应变随时间的变化曲线，再由每个单元的应力应变的历史数据求出每个单元的粘性滞后热源。选定如图 5.3.13 (a) 所标注的典型点，计算它们的 mises 应力随时间的变化，结果如图 5.3.13 (b) 所示。

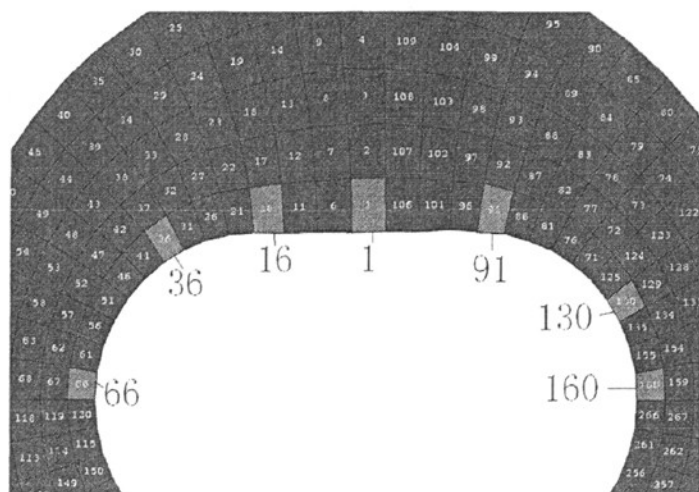


图 5.3.13 (a) 典型的单元位置和对应的单元号

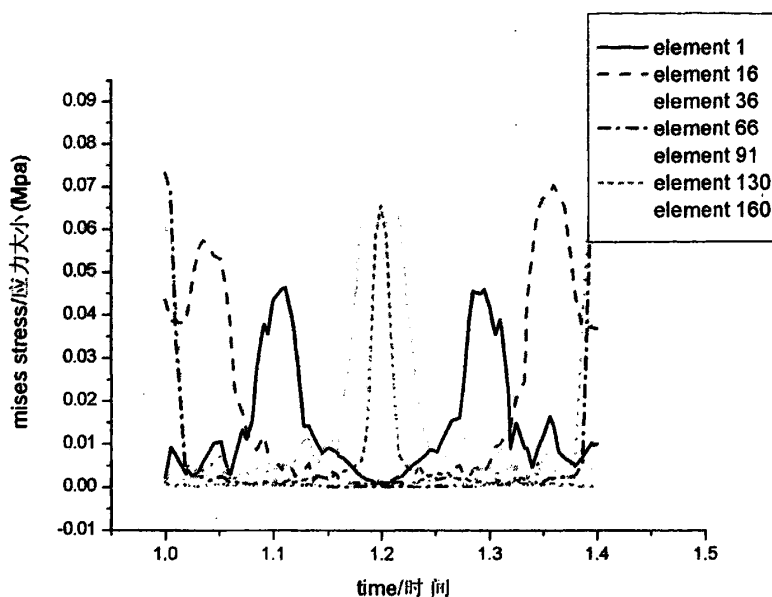


图 5.3.13 (b) 所选单元应力随时间的变化曲线

2) 温度场分布

用自编子程序 DECAL 算出橡胶粘弹性引起的热源后, 通过 ABAQUS 用户子程序接口传到定子单元之中去, 由 ABAQUS 进行温度场计算, 达到的最终热平衡时的温度分布如图 5.3.14 所示。显然, 温度分布是非均匀的, 且最高温度点处在定子的内部。仔细观察可以发现, 图中的最低温度和最高温度分别为 45°C (模拟的初始温度) 和 48°C , 最大温升只有 3°C 。表明在这种情况下, 粘弹性产生的热源当达到最终热平衡时大部分已从外表面和内表面散发出去。温度分布场有限元模拟对边界条件的依赖很强, 如果边界条件给定不合适, 结果将产生偏差。由图 5.3.14 还可以看出, 螺杆泵定子温度场径向端面内沿长轴方向呈对称的椭圆形分布, 由椭圆中心向外温度逐渐降低, 最高温度点位于短轴方向橡胶厚度最后的中心部位。定子厚度较薄部位温度较低。

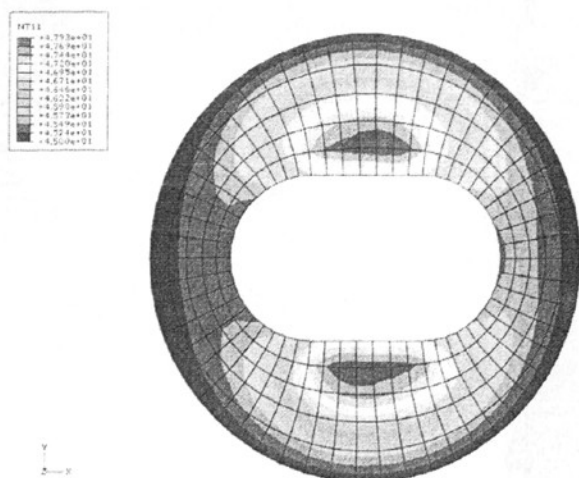


图 5.3.14 非均匀温度分布场

3) 定子型线变化规律

由非均匀温度场造成的定子型线变化如图 5.3.15 所示。为清楚起见，变形放大了 300 倍。

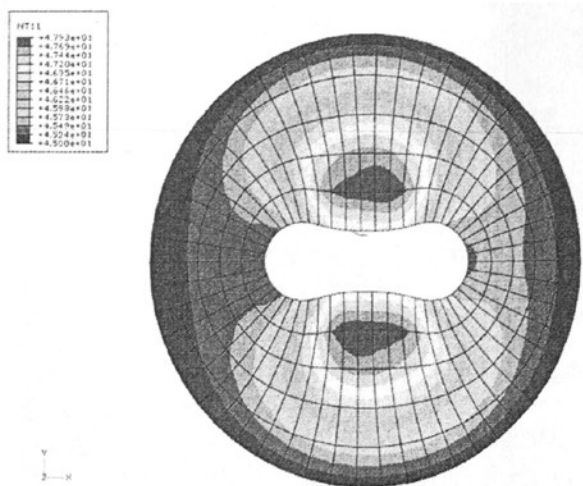


图 5.3.15 非均匀温度场对二维定子型线影响放大图

4) 讨论

由上面的分析可以看出，均匀温度场升高和粘弹性引起的非均匀温度场对定子内应力和变形的影响差别很大。例如：在均匀温度场条件下，温差达到 30℃时，最大位移为 $4.336E-02\text{mm}$ ，热应力为 $7.25E+03\text{Pa}$ ；而温差为 3℃时，最大位移为 $4.336E-03\text{mm}$ ，热应力为 $7.25E+02\text{Pa}$ 。在非均匀温度升高条件下，最

高温升为 3℃时,最大位移为 6.690E-02mm,热应力为 11.06E+03Pa。(见表 5.3.3)

表 5.3.3 两种温度场对定子影响结果对比

温差(3℃)	最大位移值(mm)	最大热应力(Pa)
均匀温度场	4.336E-03	7.25E+02
不均匀温度场	6.690E-02	11.06E+03

螺杆泵从常温状态到实际工作环境主要是均匀温升影响螺杆泵,即 20℃到 50℃。螺杆泵开始工作之后,非均匀温升开始影响螺杆泵。非均匀温度场的影响比前者影响更大,在直线段中间部分造成较大的过盈,影响螺杆泵系统的工作。综合考虑这两种影响,可能使过盈量增加 0.1mm。

表 5.3.4 和表 5.3.5 分别给出了过盈量,转速对定子变形,应力和温升的影响。取三种过盈量,分别为 0.3mm, 0.5mm, 0.6mm; 两种转速,分别为 2.5r/s, 3r/s。可以看出,在一定转速条件下,过盈量的增加对最大位移和最大热应力的影响不是很大,而对温度升高有明显的影晌。在相同过盈量情况下,转速的提高对最大位移和最大热应力的影响也不是很大,而对温度升高有较明显影响,随着过盈量的增加,其影响也逐渐变弱。

表 5.3.4 转速为 2.5r/s 时计算结果

过盈量(mm)	最大位移值(mm)	最大热应力(Pa)	最高温升(℃)
0.3	6.690E-02	11.06E+03	2.93
0.5	7.034E-02	11.49E+03	8.81
0.6	7.521E-02	12.15E+03	15.06

表 5.3.5 转速为 3r/s 时计算结果

过盈量(mm)	最大位移值(mm)	最大热应力(Pa)	最高温升(℃)
0.3	6.758E-02	11.15E+03	4.07
0.5	7.240E-02	11.76E+03	11.89
0.6	7.671E-02	12.24E+03	18.77

5.4 小结

螺杆泵定子材料是橡胶粘弹性材料，当定转子间存在过盈时，定转子相互接触运动，定子由于内摩擦和粘性滞后，生热升温。这种温升是一个非常复杂的热力耦合问题，很难确定准确的热力学参数和温度边界条件。本章基于单向解耦分析方法，用有限元法模拟了定子橡胶中不同温度场的产生机理，温升产生的热变形、热应力以及定子型线的变化。

数值分析表明，不同因素引起的定子橡胶温度场的分布形式不同，所产生的应力应变分布规律也不同。在环境温度作用下，定子内部产生稳定的均匀温度场，热应力集中在定子截面圆弧段，最大位移集中在定子截面直线段，环境温度与定子最大热应力和最大位移之间呈线性关系。

在转子周期挤压作用下，定子橡胶产生粘性损耗热，由此产生的定子内部温度场分布不均匀，在橡胶内部最厚的部位温度最高，这是由于该部位承受载荷较大且散热慢导致的。非均匀温度场产生的热应力和位移分布规律和均匀温度场相似，但是最大热应力和最大位移值都高于均匀温度场。数值模拟还发现，当过盈量和转速增加时，粘性损耗热引起的最大温升也迅速增加。

由上可知，无论是环境温度和橡胶材料的粘性损耗引起的温升，都会引起定子型线和性能的改变，这可能引起泵性能下降甚至橡胶材料的破坏，因此，必须进一步深入研究其作用机理和防范对策。

第6章 螺杆泵有限元分析在工程中的应用实例

6.1 引言

螺杆泵的实际工作特性是应力应变场、流场、温度场等相互耦合的综合作用结果，要在模型中对这些综合影响下的实际工况进行准确模拟难度很大。因此，建模的思路必须遵循由简到繁的递进过程，由建立简单模型逐步过渡到复杂模型，同时，用多个模型分别表征螺杆泵工作机理的不同方面。目前，要实现对多个场的耦合作用综合分析还不可行。因此，先考虑不同场的单独作用结果，对于多个场综合作用的结果先做定性讨论，接下来再分别建立相互耦合作用的分析模型。

从目前国内外文献调研情况看，螺杆泵有限元分析主要用于工作机理的室内试验研究，这是因为现有的分析模型还比较简单，不能直接用于工程实践。

本章介绍两个利用螺杆泵有限元分析结果指导螺杆泵结构参数设计的实例。虽然有限元分析的结果仅限于对螺杆泵的过盈调整，而且这种调整尚停留在定性指导阶段。但是，现场试验表明，数值模拟结果对于泵的优化设计是有参考和指导价值的。

6.2 三元复合驱螺杆泵优化设计

6.2.1 问题的提出^[14]

自1993年起，大庆油田在中区西部、杏五区和油田北部先后开展了三个先导性现场试验，取得了比水驱提高采收率20%以上的良好效果。但是，三元复合体系中的强碱与油层中岩石矿物、地层水发生反应，产生大量碳酸盐和硅酸盐的成垢离子，进入井筒后，由于温度、压力及动力学条件等因素剧烈变化，产生大量垢吸附在井下设备和生产管线的表面。

由于螺杆泵定转子之间是过盈配合，泵腔内不易结垢，运转周期高于抽油机和电潜泵，平均可达三个月以上。但是在泵腔内采出液流速较低的部位，仍

然会结垢。定、转子表面出现结垢后，泵过盈增加，导致工作扭矩增加、工作电流波动范围大（5—20A），抽油杆受力状况恶化，造成杆断事故大大增加。见图 6.2.1。

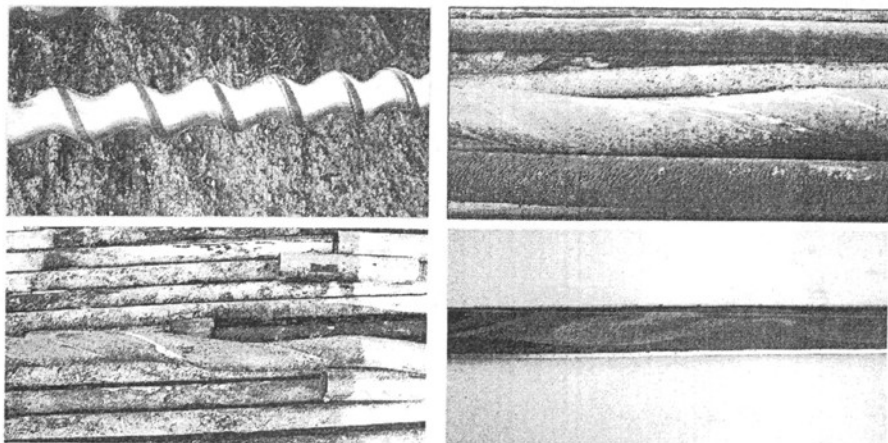


图6.2.1 常规螺杆泵转子磨损图

图 6.2.2 为编号 x2-d1-P6 井的扭矩变化曲线，该井在 2005.03.29—08.20 期间采用 GLB500-14 螺杆泵生产时，平均每 12s 发生一次波动，呈现出比较明显的规律性。工作电流波动范围 17—24A；图中显示扭矩在 446—835N.m 范围内波动；抽油杆采用 $\Phi 25\text{mmH}$ 级，工作 144 天后杆柱断裂。

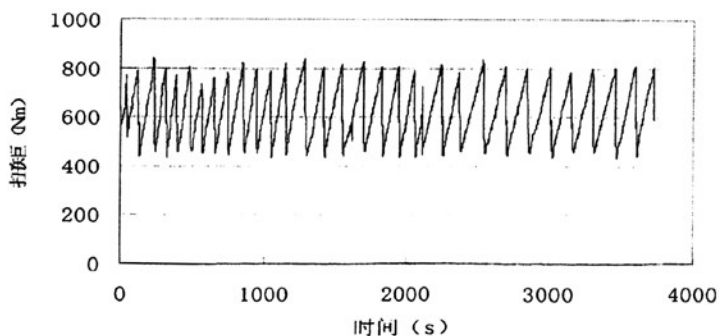


图 6.2.2 x2-d1-P6 井扭矩变化曲线

6.2.2 机理分析

分析螺杆泵结垢机理，主要是两方面影响：

- (1) 定转子材料表面的吸附作用

依据吸附理论及三元驱垢形成机理，任何表面都有结垢的倾向，只是强弱程度不同。以表面能作为固-液界面之间亲和性的关键指标，表面能越小，垢粒越不易吸附于固体表面。

(2) 摩擦特性的变化

定、转子摩擦系数在水溶液中为常数，但在三元采出液中会发生改变，如图 6.2.3 所示，这是造成定转子摩擦扭矩呈现较大波动的原因。

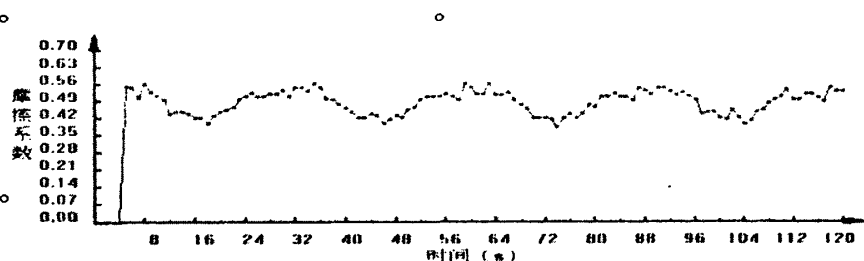


图 6.2.3 三元溶液中金属-橡胶摩擦系数随时间的变化规律

常规采出液条件下，定子橡胶和转子之间的摩擦系数一般为 0.1-0.3，并且基本保持为常数；而在三元溶液中，摩擦系数提高到了 0.40-0.55，而且摩擦系数随时间变化波动。这一方面会导致摩擦扭矩的增加，同时也会引起负载产生波动。下面采用有限元法对 GLB500 型号单头螺杆泵系统数值模拟如下：

a. 基本数据：

转子直径：44mm，转子偏心：7mm，定子导程：400mm，定子外半径：57mm。计算时取两个定子导程，温度 30℃，摩擦系数 0.1，0.15，0.2，过盈量取为 0.3mm。

b. 计算结果：

图 6.2.4，6.2.5 和 6.2.6 分别给出了摩擦系数取为 0.1，0.15 和 0.2 时接触摩擦扭矩随时间变化的曲线。平均接触摩擦扭矩值分别是 2.16N.m，3.24N.m 和 4.32N.m；扭矩波动范围分别为 0.30-0.80N.m，0.5-1.0N.m 和 0.6-1.3N.m。可以看出，随着摩擦系数的增加，螺杆泵摩擦扭矩也逐渐增加，随时间波动的幅度也不断增加。这表明，螺杆泵在三元溶液中工作时，摩擦特性决定了其工作扭

矩的数值及其波动范围。而当摩擦系数本身随着时间而变化时，摩擦扭矩的波动无疑会更加严重。

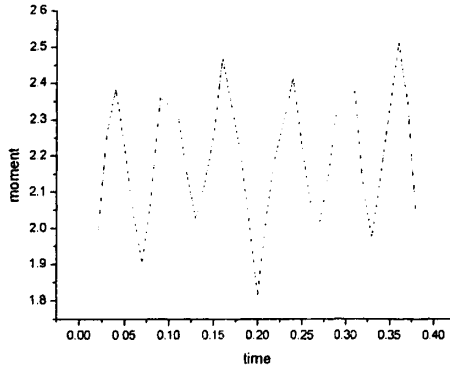


图 6.2.4 摩擦系数为 0.1 时接触摩擦扭矩历史曲线

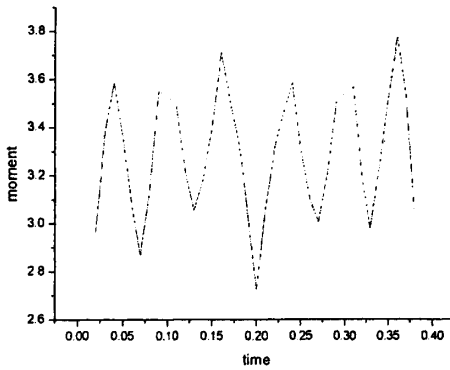


图 6.2.5 摩擦系数为 0.15 时接触摩擦扭矩历史曲线

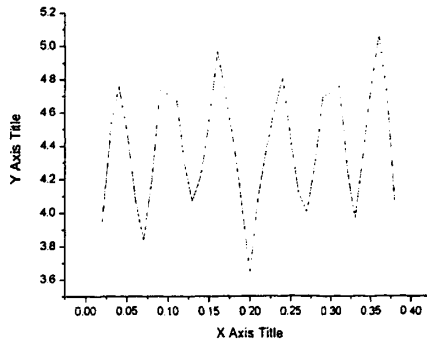


图 6.2.6 摩擦系数为 0.2 时接触摩擦扭矩历史曲线

表 6.2.1 不同摩擦系数下的螺杆泵摩擦扭矩

摩擦系数	摩擦扭矩平均值 (2 个导程) (N.m)	摩擦扭矩平均值 (16 个导程) (N.m)
0.1	2.16	17.28
0.15	3.24	25.92
0.2	4.32	34.56

表 6.2.1 给出了摩擦系数取不同值，导程个数分别为 2 和 16 情况下，计算得到的摩擦扭矩的平均值。图 6.2.7 给出了摩擦扭矩与摩擦系数之间的关系，显然，摩擦扭矩随着摩擦系数的增加线性增长。

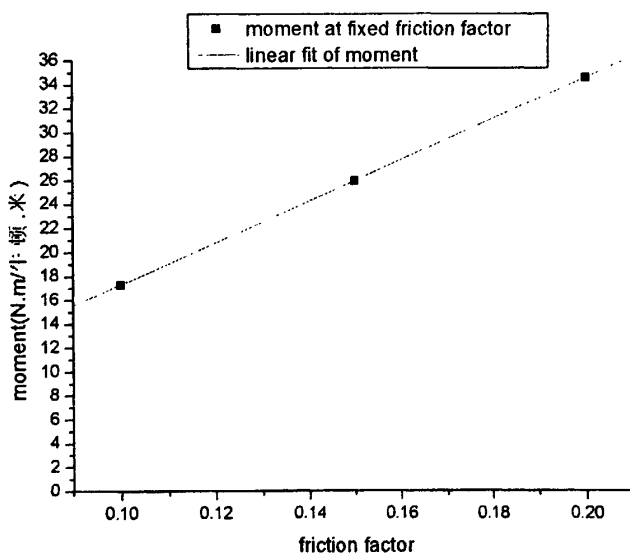


图 6.2.7 摩擦系数对摩擦扭矩的影响曲线

(3) 过盈参数的影响

以 GLB500 型螺杆泵为例，讨论不同过盈对扭矩的影响，计算时摩擦系数取为 0.25，结果在表 6.2.2 中列出。计算表明，过盈量的增加会大幅度增加摩擦扭矩，特别是过盈量超过 0.3mm 以后，造成摩擦扭矩和应力都急剧增加。

表 6.2.2 过盈量对负载、应力应变的影响

过盈量 (mm)	0.1	0.3	0.6
2 个导程的摩擦扭矩 (N.m)	0.11	3.105	11.4
16 个导程的摩擦扭矩 (N.m)	1.54	43.47	159.6
应力最大值 (Mpa)	0.052	0.19	0.28
应变最大值	0.012	0.024	0.027

另外，定子橡胶的化学成份决定对材料的粘弹性性质。对不同粘弹性材料进行模拟，以考察材料性质对螺杆泵负载、应力应变的影响也是十分重要的。垢样能谱分析表明，三元复合驱垢成分是碳酸盐垢和硅酸盐垢的混合物，油井垢中的主要矿物成分为非晶质二氧化硅、六方球状方解石、普通方解石等；次要矿物为碎屑石英、碎屑长石、碎屑粘土颗粒和黄铁矿等，还有少量其它微量矿物。其中硅酸盐垢质地坚硬，是造成转子镀层磨损的主要原因。

6.2.3 解决方案

1) 转子表面改性

由于陶瓷涂层与常规 Cr 层相比具有相对较低的表面能，从而减轻了垢的沉积倾向，达到防垢的目的。

2) 优化过盈参数

根据有限元分析结果，适当降低过盈量，优化结构参数组合，可以缓解螺杆泵表面结垢对型线的影响。通常采用的螺杆泵过盈量定为 0.3mm，根据数值模拟与与试验数据的对比，将过盈调整到 0.15mm。

6.2.4 应用效果

截止到 2008 年底，共在大庆油田的杏二中三元试验区进行了 4 口井现场试验，平均日产液 35.3m³/d，平均泵效 66.2%，平均动液面 478m，平均免修期为 178 天，最长免修期超过 800 天。

6.3 深井螺杆泵举升工艺设计

6.3.1 问题的提出^[73]

2006年8月到11月,在海拉尔油田开展了4口深井螺杆泵举升工艺现场试验。泵挂深度为1800-1850m,油层温度为80℃。生产井运行初期泵效较高,最高达到90%。但几周后出现了负载剧烈波动现象,现场表现为:负载扭矩、电流、产液量大幅度波动,井口观察光杆周期性发生停转,同时可以听到井下明显的振动声;由于负载扭矩波动剧烈,造成多次抽油杆接箍撻扣、杆断等故障发生。其中,#1生产井2次撻扣和1次定子脱胶,#2生产井出现2次撻扣和2次杆断,#4生产井出现两次杆断。除了#3生产井基本正常以外,其他3口井平均检泵周期只有不到两个月。

6.3.2 机理分析

研究表明,造成海拉尔油田杆柱周期性停转、负载剧烈波动的现象是属于摩擦学中的“爬行”现象(stick-slip)。“爬行”又称“粘—滑”,是指作相对运动的摩擦副在其驱动速度和载荷保持恒定的情况下表现出的时而停顿、时而跳跃,或者忽快忽慢的、运动不均匀的现象^[74]。

目前对产生爬行的机理还没有统一的认识,Bowben等^[75]认为爬行是由两金属表面的真实接触点互相焊合所致;Stolarski^[76]认为塑性微观接触形成的粘附连结导致了爬行的发生;Mokhtar等^[77]认为爬行运动是滑动过程中的静、动摩擦系数的不同及摩擦力变化的结果;Capone等^[78]认为爬行是由在两滑动体之间的摩擦力引起的周期性的自激振动造成的,等等。国内对爬行的研究一方面通过对具体的机构提出消除爬行的对策以及克服爬行的自动控制方法,同时也开展了动力学模型和运动仿真的研究^[79]。

总结对于系统发生爬行现象的机理研究,认为其主要原因包括以下三个方面:1)动静摩擦系数发生变化;2)摩擦副相对速度未达到临界速度;3)传动系统刚度偏低^[80,81]。

分析海拉尔油田螺杆泵杆柱的“爬行”现象,作如下解释:

1) 定子温胀大导致摩擦特性发生变化

海拉尔油田井深大于 1800m，井温高于 80℃（远高于中区 45℃），同时，生产井均为低产井（2-10t/d），泵内流体的充满程度低，定子橡胶的损耗热难以及时通过对流方式被带走，从而导致温升加快。

对此，首先开展了 80℃橡胶温胀性能分析试验，见图 6.3.1，试验表明，80℃条件下橡胶的膨胀率最大可达 6%以上。

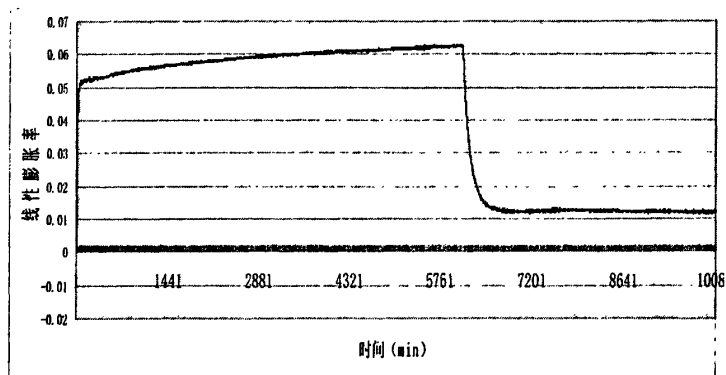


图 6.3.1 80℃柴油条件下橡胶的线性膨胀曲线

根据以上条件，修正橡胶膨胀系数，对螺杆泵在环境温度和损耗热温度场作用下的型线变化进行数值模拟。为观察产量低对散热的影响，对比分析不同对流系数时的温度分布。其他螺杆泵基础数据同第五章。

图 6.3.2 给出井温 80℃时定子应力和位移分布，数值模拟结果显示，最大位移 0.166mm。

图 6.3.3 给出不同井温条件下定子的最大应力和最大位移变化曲线，可以看出基本呈线性变化。

图 6.3.4 给出对流系数为 0.2 时，损耗热温度场的作用结果，显示最高温度达 106℃（温升 26℃），最大位移 0.311mm。

表 6.3.1 给出不同对流系数下，损耗热温度场分布及其对定子应力应变的影响。

分析表明，当环境温度达到 80℃时，橡胶温胀幅度增加，但是，对于螺杆泵井产量偏低时，损耗热引起的温升对型线影响更大，最大位移可达 0.34mm。因此，环境温度和散热差将导致深井螺杆泵的定子型线变化明显。

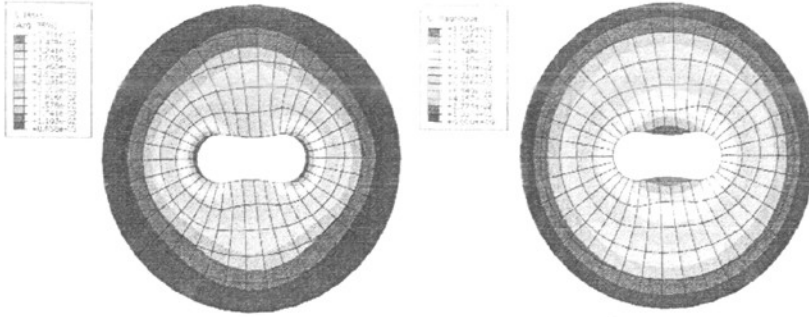


图 6.3.2 环境温度为 80℃ 时定子橡胶的应力变化 (左) 和位移变化 (右)

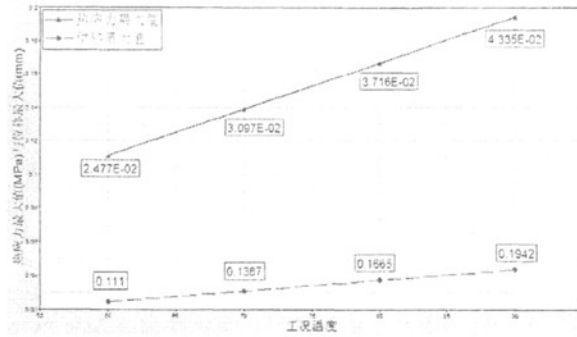


图 6.3.3 不同工况条件下定子的最大应力和最大位移变化

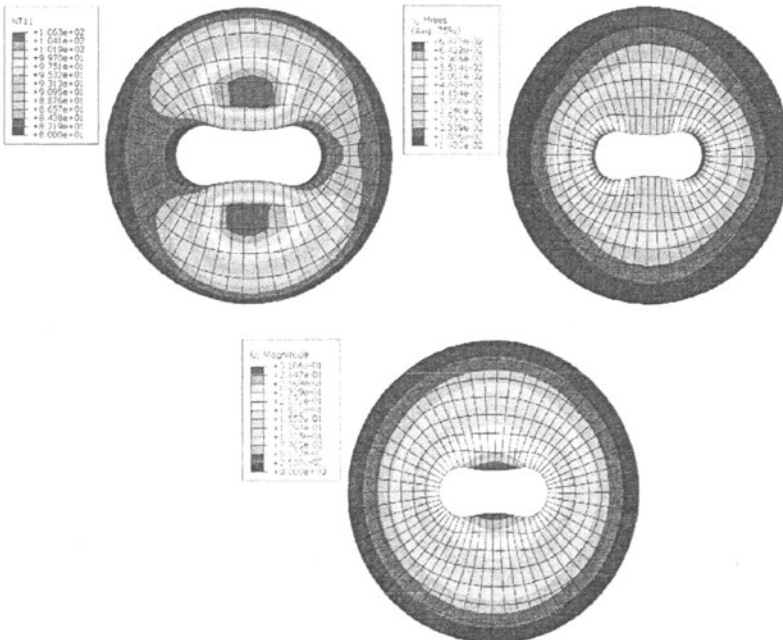


图 6.3.4 损耗热引起的定子橡胶温度场 (左上)、应力变化 (右上) 和位移变化 (下)

表 6.3.1 对流系数对定子温度和位移的影响

对流系数	最高温度值(°C)	最高热应力值(Mpa)	最大位移值(mm)
0.2	106.3	6.875E-02	0.311
0.1	108.7	6.946E-02	0.314
0.05	112.9	7.074E-02	0.321

2) 转子转速偏低

螺杆泵井转速一般为 60r/min，转速偏低容易引起“爬行”。

3) 抽油杆刚度偏低

井的深度大，抽油杆必然很长，抽油杆的刚度降低，容易引起“爬行”。

综上所述，海拉尔油田螺杆泵产生频繁杆断的原因，主要是温胀影响、杆柱设计、工作参数等三个方面原因。其中，温胀的影响更为重要。

已有的定子橡胶的性能指标主要是针对大庆油田中区开发需要研制的，已有配方的额定工作温度不超过 70°C，而海拉尔油田采出井目的层温度范围为 70-90°C。因此，采用了新开发的高温橡胶，其额定工作温度可以达到 90-100°C，虽然室内试验表现良好，但是现场实际工况和实验室环境区别很大。#0 井的扬程为 1400m 左右，工作温度约为 70°C。而#1 到#4 井的泵环境温度接近 85°C，在低产状况下，由于泵供液不足，实际工作温度还会更高。两种工况下定子橡胶的温胀和溶胀性能会有一定区别，可能会造成泵负载特性的较大变化。

6.3.3 解决方案

针对以上分析，制定如下解决方案：

1) 改进定子橡胶配方，减少动静摩擦系数之差

针对海拉尔油田的油品特性，对定子橡胶配方进行改进，实现在实际工况下，降低橡胶的温胀和溶胀幅度，从而改善泵的工作性能。

2) 优化过盈参数，降低定子和转子接触压力

利用有限元方法模拟泵在实际工况下的负载特性，并对过盈参数进行个性化设计。以 GLB120 型螺杆泵为例，计算表明，过盈量 0.3 以上摩擦扭矩会大幅度增加，见表 6.3.1。考虑到上述的温胀和溶胀的影响，过盈量取为 0mm。

表 6.3.1 过盈量对螺杆泵 (GLB120 型) 性能的影响

过盈量 (mm)	0.1	0.3	0.6
摩擦扭矩 (N.m)	0.08	2.18	6.76
考虑导程 (N.m)	2.16	58.86	182.52
应力最大值(Mpa)	0.084	0.27	0.42
应变最大值	0.019	0.073	0.11

3) 提高橡胶和杆柱刚度

适当提高橡胶硬度, 同时采用较高刚度的专用抽油杆, 降低深井条件下系统的振动, 减少杆柱断裂事故。

4) 提高定子粘接剂的耐高温性能

通过采用高温粘接剂, 改善了泵的耐高温性能。

6.3.4 应用效果

2006 年底到 2007 年上半年, 先后在在海拉尔油田的 4 口新井使用了上述个性化设计的螺杆泵, 除了投产初期几天由于采出液中存在大量清水而造成小幅波动之外, 所有螺杆泵井均实现了高效稳定运行。其中在海拉尔贝 28 作业区现场试验三口井, 全部使用改进后的螺杆泵和 $\Phi 25\text{mm}$ 螺杆泵专用抽油杆, 投产后进行了跟踪测试, 测试数据表明: 三口井的平均动液面在 1600m 左右; 泵效 85% 左右; 工作电流波动范围 (0.3-0.8) A, 负载稳定, 地面无振动。表明, 改进后的深井螺杆泵能减轻或基本消除负载剧烈波动现象的发生, 取得了阶段性的成功。

6.4 小结

以上两个案例的现象相似, 都是负载波动造成杆柱疲劳断裂, 但是产生机理不同, 前者是定子和转子表面结垢造成摩擦特性发生变化, 后者是温度和介质影响造成型线变化。调整措施相似, 前者以过盈优化为主, 后者综合考虑配方调整和过盈优化。可以看出, 过盈优化是螺杆泵设计和应用中的重要手段, 而有限元方法模拟能大大提高此项工作的效率和可靠性。

目前,有限元方法主要应用于机理研究,对象主要是分析过盈参数和温度场对摩擦扭矩和定子型线的影响。但是,由于对橡胶本构特征的认识还不够充分,螺杆泵的动力学和热力学模型还需要进一步深化。同时,对于螺杆泵漏失机理的认识还不全面,这也是今后需要进一步加强研究的领域。

第7章 总结与展望

7.1 全文总结

针对生产实际中螺杆泵的工作机理难以准确描述、产品开发缺乏理论依据等问题,本文开展了螺杆泵定子-转子动力学和定子橡胶温度场分布的机理研究,并利用有限元分析软件对螺杆泵的力学特征和工作过程进行了数值模拟。全文的主要成果如下:

1) 建立了螺杆泵动力学分析模型

剖析了螺杆泵工作工程中,定子、转子和工作介质之间的力学关系,描述了螺杆泵定子和转子在接触力、液压力和摩擦力等交互作用下的动力学特征,并建立了定子和转子的接触模型,采用 Coulomb 摩擦模型分析定子和转子间的摩擦力及摩擦力矩。

2) 确立了定子橡胶的本构模型

定子橡胶是一种非线性超弹性材料,在较大变形和大变形条件下具有复杂的力学行为特征。描述橡胶材料非线性弹性的本构模型种类很多,本文针对螺杆泵定子的工作条件,借鉴轮胎用橡胶方面的研究成果,采用 Yeoh 模型作为定子橡胶的本构模型,并通过试验建立了不同温度条件下的定子橡胶本构方程。

3) 运用有限元分析方法研究了螺杆泵的三维动力学特征

螺杆泵结构的几何构型十分复杂,二维动力学模型无法准确描述定子、转子以及工作介质在空间上的相互作用方式和效果,例如在分析倾倒力和横向力形成机理时,二维模型只能通过经简化的公式进行推理,很难表征其真实情况。而运用三维模型不仅可以准确描述定子和转子空间曲面的几何形式,而且能够清晰表达作用在定子、转子空间曲面上的力和力矩,以及由此产生的应力应变。而通过计算液压力在定子和转子上的应力分布也可以很清楚地阐述倾倒力和横向力的发生机理。

通过三维动力学模型模拟计算,得到了定子-转子之间不同过盈量下负载扭矩随时间变化的曲线,可以清晰反映出由于材料粘弹性产生的微小波动,与实际测试结果吻合良好;同时,计算分析了过盈、偏心距和橡胶硬度等因素对负

载扭矩的影响规律，指出通过优化组合过盈和偏心距，可以改善负载扭矩的形态。

模拟计算还发现由于橡胶材料的不可压缩性，造成定子橡胶的应力应变集中在液压力最大的顶部腔室，该效应可能会对定子端部的磨损产生影响。

模拟了实际工况条件下，由抽油杆驱动转子的动力学效果。分析发现抽油杆刚度对转子运动轨迹和定子应力应变会产生一定影响。这一结果对改进室内试验方法具有参考和指导意义。

4) 运用单向解耦方法建立了螺杆泵定子的二维温度场分析模型

螺杆泵的橡胶定子是温度敏感性材料，温升会导致材料发生体积膨胀，引起定子型线改变和材料力学性能下降。温升的来源包括环境温度和定子自身生热。橡胶的温度场分布是一个复杂的耦合问题。本文研究了定子橡胶的生热机理，并运用单向解耦方法建立了定子橡胶温度场分析模型。

5) 运用有限元分析方法开展了螺杆泵温度场分布研究

数值模拟得出，定子橡胶在粘性损耗引起的温升作用下，会产生与过盈量相当的较大变形，并且定子的直线段中间处（即橡胶厚度最大处）温升最大，以椭圆形的形状往圆弧段逐渐减小。温度分布场将引起定子型线变化。其中，在直线段中间处位移最大，圆弧段位移变化最小。因此，其作用结果是：一方面，过盈量增加（点啮合处过盈增加较大，线啮合处过盈变化较小），由此导致接触压力增大，摩擦扭矩提高，漏失量下降；另一方面，温度升高的同时也会一定程度上降低定子材料的硬度，从而导致摩擦扭矩降低，漏失量增加；对螺杆泵负载的最终影响在于两者的综合作用效果。

数值模拟还表明，环境温度引起的均匀温度场和橡胶粘弹性引起的非均匀温度场对定子型线的影响差别较大，不均匀温度场引起的定子变形量比均匀温度场大一个数量级。

6) 运用有限元分析方法对工程问题进行半定量分析

在三元复合驱和深井螺杆泵举升系统设计中，运用有限元分析模型开展了过盈参数和温度场对于螺杆泵性能的影响分析，为过盈参数的调整提供了指导。由于难以获得橡胶在不同工况条件下完整的本构方程和滞后角等数据，暂时用通用试验数据代替，分析结果会有一定偏差，因此称为“半定量分析”。

7.2 展望

开展螺杆泵工作机理研究是为螺杆泵系统仿真提供理论基础,其最终目的是:利用计算机模拟工具还原螺杆泵在实际工况下的工作过程,分析工作过程中伴随的各部件力学特征、材料性能和技术指标的变化情况,不同影响因素对产品性能指标的作用机理等,从而为工艺评价和产品研发提供理论指导。本文在螺杆泵的三维动力学分析和温度场分布研究方面作了有益的探索,但是要实现螺杆泵工作机理研究的最终目标,还有很多工作需要深入研究:

1) 进一步开展橡胶材料力学性能研究。在开展数值模拟分析研究的同时,需要建立系统完善的实验方法和评价手段,以获得定子橡胶材料的完整力学特征,这是提高螺杆泵动力学分析模型可靠性的前提和保证。

2) 加强多场耦合问题研究。要实现工程问题的精确数值模拟,必须解决温度场和应力场的耦合问题,以及螺杆泵运动中的流固耦合问题,这些问题的模型比较复杂,解决难度很大。

3) 进一步完善不同介质条件下的动力学分析模型。在实际工况中,介质为油、气、水三相,或油气两相条件下,橡胶材料的本构关系会发生改变,同时,动力学模型的分析对象和作用关系也更加复杂。

4) 进一步完善定转子摩擦模型。现有的 Coulomb 摩擦模型适用于定转子润滑良好的条件,但是,橡胶是一种高分子材料,在一些特殊条件下(如磨粒磨损、半干摩擦、干摩擦等),其摩擦特性不遵循 Coulomb 摩擦定律。

总之,进一步完善螺杆泵在实际工况下的动力学分析模型,是今后的主要研究内容。这需要在理论研究、室内和现场实验方面投入大量的人员、设备和资金,开展大量艰苦卓绝的工作。但我们相信,对此项研究的投入必将获得丰厚回报,那就是,螺杆泵工作性能大幅度提升、运行寿命大幅度延长、举升工艺成本大幅度下降,这将是人工举升技术领域历史性的突破,所产生的经济效益是无法估量的。我们相信,随着力学研究和计算机技术的飞速发展,随着对螺杆泵采油等新型节能技术的投入不断加大,螺杆泵工作机理的研究方法、技术和途径将不断发展,对其机理的认识、设计、制造和应用都将会达到一个新的高度。

参考文献

- [1] B.Gaymard, E.Chanton, et al.: The Progressing Cavity Pump in Europe: Results and New Developments [M], OSEA88136, presented at the 7th Offshore South East Asia Conference in Singapore, 2-5February, 1988.
- [2] James.M.Ravard: The Progressing Cavity Pump Handbook, Pennwell Pub., 1995
- [3] K.J.Saveth and S.T. Klein: The Progressing Cavity Pump: Principle and Capabilities [M], SPE 18873, presented at the 1989 SPE Production Operations Symposium, Oklahoma City, Oklahoma, March 13-14.
- [4] Saveth, Kenneth J., Klein, Steven T., and Fisher, Kevin B.: "A Comparative Analysis of Efficiency and Horsepower Between Progressing Cavity Pumps and Plunger Pumps" [M], paper SPE 16194 presented at the 1987 Production Operations Symposium, Oklahoma City, Oklahoma, March 8-10.
- [5] 张东海, 熊立新, 刘晏华: 螺杆钻具的应用现状及发展方向[J], 钻采工艺, 1999年第6卷第4期, 47-50.
- [6] 万邦烈: 单螺杆式水力机械, 石油大学出版社, 1993年.
- [7] 张连山: 国外螺杆泵采油系统的现状与发展[J], 国外石油机械, 1997年第8卷第1期, 27-34.
- [8] 韩修廷等: 螺杆泵采油原理及应用, 哈尔滨工程大学出版社, 1998年.
- [9] 齐振林, 刘合, 曹刚等: 螺杆泵采油技术问答, 石油工业出版社, 2002年10月.
- [10] 王世杰等: 潜油螺杆泵采油技术, 冶金工业出版社, 2006年11月.
- [11] Todd Zahacy, et al.: C-FER Technologies Training Course--Progressing Cavity Pump System, March 13 2006.
- [12] Liu He, et al.: The Development of PCP Wells Troubleshooting Technique in Daqing Oilfield [M], SPE 113094, presented at the 2008 SPE Progressing Cavity Pump Conference held in Houston, Texas, U.S.A., 27-29 April 2008.
- [13] Liu He, Pei Xiaohan, et al.: The Mechanism of PCP Wells' Tubing and Rod Wear Issue in Polymer Flooding in Daqing Oil Field[M], SPE 113114, presented at the 2008 SPE Progressing Cavity Pump Conference held in Houston, Texas, U.S.A., 27-29 April 2008.
- [14] Cao Gang, Liu He, et al.: Technical Breakthrough in PCPs' Scaling Issue of ASP Flooding in Daqing Oilfield [J], SPE-109165, Journal of Petroleum Technology, Vol. 60, No.1, January 2008, 50-52.
- [15] DRAFT INTERNATIONAL STANDARD ISO/DIS 15136-1:2008, Downhole equipment for

petroleum and natural gas industries — Progressing cavity pump systems for artificial lift —Part 1: Pumps.

[16] ISO/CD 15136-2:2006, Petroleum and natural gas industries — Progressing cavity pumps systems for artificial lift — Part 2: Surface drive systems.

[17] 葛占玉, 万邦烈: 单头单螺杆式水力机械螺杆——衬套副的啮合理论及其作用力[J], 石油大学学报(自然科学版), 1990年第14卷第5期, 33-40.

[18] 葛占玉, 万邦烈: 单螺杆式水力机械螺杆——衬套副摩擦力矩的计算[J], 石油大学学报(自然科学版), 1992年第18卷第3期, 46-52

[19] 师国臣, 螺杆泵采油及其配套技术, 哈尔滨工业大学博士论文, 2002年.

[20] Sandeep Solanki, et al.: PC Pumps for SAGD[M], 2002 SPE Applied Technology Workshop - Progressing Cavity Pumping Systems. Calgary, Canada, 16-17 September 2002.

[21] PCM BROCHURE: PCM MOINEAU OILFIELD. <http://www.pcmpompes.com/>

[22] Bruce Weir: Uniform Thickness Rotors and Stators[M], 2002 SPE Applied Technology Workshop - Progressing Cavity Pumping Systems. Calgary, Canada, 16-17 September 2002.

[23] Ryan Rowan, Insertable PC Pumping Systems: Design and Applications[M], presented at the 2002 SPE Applied Technology Workshop - Progressing Cavity Pumping Systems, Calgary, Canada 16-17 September 2002.

[24] Jean-Louis Beauqin, Felix Ndinemenu, et al.: World's first Metal PCP SAGD Field Test Shows Promising Artificial Technology for Heavy-Oil Hot Production: Jolsyn Field Case[M], SPE 110479, presented at the 2007 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, in Anaheim, California, U.S.A., 11-14 November 2007.

[25] Cao Gang, Hollow Rotor Progressing Cavity Pump Technique for Oil Production, China oil&Gas, December 2002.

[26] 石油行业标准: SY5549-2002 单螺杆抽油泵, 2002年.

[27] G.Robello, and K.Saveth: Progressing Cavity Pump (PCP):New Performance Equations for Optimal Design[M], SPE 39786, presented at the 1998 SPE Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference, Midland, Texas.US.

[28] 魏纪德, 师国臣. 试验介质温度、黏度对螺杆泵容积效率的影响[J]. 石油机械, 1993, (9): 15 - 20.

[29] 师国臣, 陈卓如, 王劲松, 等. 螺杆泵结构参数误差对工作特性的影响[J]. 石油机械, 2001, (10): 41 - 42.

[30] R & M Energy Systems, a Unit of Robbins and Myers Inc.: Progressing Cavity (PC) Pump Design Optimization for Abrasive Applications[M], SPE 37455 prepared for presentation at the 1997 SPE Production Operations Symposium, held in Oklahoma City, Oklahoma, 9-11 March

- 1997.
- [31] Vetter, G. and Wirth: Understand Progressing Cavity Pumps Characteristics and Avoid Abrasive Wear[M], Proceedings of the 12th International Pump Users Symposium.
- [32] Jolihtzahanna Méndez, Pedro Gonzalez, et al.: Experimental study of the effect of fluid temperature and running time on performance of a Progressive Cavity Pump[M], presented at the 2002 SPE Applied Technology Workshop - Progressing Cavity Pumping Systems, Calgary, Canada 16-17 September 2002.
- [33] 张劲, 张士诚, 师国臣: 常规螺杆泵定子有限元分析[J], 力学季刊, 第 24 卷第 4 期, 2003 年 12 月, 590-598
- [34] 张劲, 张士诚: 常规螺杆泵定子有限元求解策略[J], 机械工程学报, 第 40 卷第 5 期 2004 年 5 月, 189-193.
- [35] Daniel Dall'Acqua: Thermo-mechanical Modelling of Progressing Cavity Pumps and Positive Displacement Motors, A thesis submitted to the Faculty of Graduate Studies and Research in partial fulfilment of the requirements for the degree of Master of Science Department of Mechanical Engineering, University of Alberta, Edmonton, Alberta, Fall, 2000.
- [36] Martin, A., Kenyery, F. and Tremante, A. (1999): Experimental Study of Two Phase Pumping in Progressive Cavity Pumps[M], SPE53967, presented at the 1999 SPE Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference, Caracas, Venezuela, 21-23 April.
- [37] Arelio Olivet, Jose Gamboa, et al: Experimental Study of Two-Phase Pumping in a Progressive Cavity Pump Metal to Metal[M], SPE 77730, presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, U.S.A., 29 September- 2 October, 2002.
- [38] Gamboa, J. and Mendez, J. (2002): Experimental Study of the Effect of Fluid Temperature and Running Time on Performance of a Progressive Cavity Pump[M], presented at the 2002 Progressing Cavity Pump Workshop. Calgary, Canada, 16-17 September.
- [39] Gamboa, J., Olivet, A., González, P. and Iglesias, J. (2002): Understanding the Performance of a Progressive Cavity Pump with a Metallic Stator[M], Proceedings of the 20th International Pump Users Symposium.
- [40] Jose Gamboa, et al: New Approach for Modeling Progressive Cavity Pumps Performance[M], presented at the 2003 SPE.
- [41] C. Bratu: Progressive Cavity Pump (PCP) Behavior in Multiphase Conditions[M], SPE 95272, presented at the 2005 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, in Dallas, U.S.A., 9-12 October, 2005.
- [42] C. Bratu, L. Science: New Progressing Cavity Pump (NPCP) for Multiphase and Viscous Liquid Production[M], SPE/PS-CIM/CHOA 97833, presented at the 2005 SPE Annual Technical

- Conference and Exhibition, in Dallas, U.S.A., 9-12 October, 2005.
- [43] Emilio E. Paladino: Computational Modeling for the Three-Dimensional Flow in a Metallic Stator Progressing Cavity Pump[M], presented at the 2008 SPE Progressing Cavity Pump Conference, Houston, U.S.A, 2008.
- [44] 王庆楠, 李增亮, 涂继辉: 单螺杆泵系统温度场数值模拟与分析[J], 流体机械 2007 年第 35 卷第 6 期, 24-27.
- [45] 杨秀萍, 郭洋洋: 单螺杆泵定子橡胶温度场分析[J], 润滑与密封, 2008 年 7 月第 33 卷第 7 期, 53-55.
- [46] 梁守智, 钟延壤, 张丹秋主编: 橡胶工业手册(第四分册一轮胎).化学工业出版社, 1989
- [47] 邓本诚: 橡胶并用与橡塑共混技术—性能、工艺与配方.化学工业出版社, 1998
- [48] 傅政: 橡胶材料性能与设计应用.化学工业出版社, 2003
- [49] E.M. Arruda and M.C. Boyce. A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1993, Vol. 41, 389-412
- [50] L.R.G. Treloar. The physics of rubber elasticity (3rd edition). Clarendon Press, Oxford, 1975
- [51] P.D. Wu and E. Van der Giessen. On improved network models for rubber elasticity and their applications to orientation hardening in glassy polymers[J]. Journal of the Mechanics and physics of Solids, 1993, Vol. 41, 427-456
- [52] O.H. Yeoh. Characterization of elastic properties of carbon-black-filled rubber vulcanizates[J], Rubber Chemistry and Technology, 1990, Vol. 63, 792-805
- [53] A.N. Gent. A new constitutive relation for rubber[J]. Rubber Chemistry and Technology, 1996, Vol. 69, 59-61
- [54] Xia Yong, Li Wei, Xia Yuanming: Test and characterization for the incompressible hyperelastic properties of conditioned rubbers under moderate finite deformation[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2004, Vol. 17, 307-314
- [55] Yong Xia, W Li and Yuanming Xia: Study on the compressible hyperelastic constitutive model of tire rubber compounds under moderate finite deformation [J]. Rubber Chemistry and Technology, 2004, Vol. 77, 230-241
- [56] 夏勇: 轮胎胶料在较大变形范围内准静态力学性能的研究——测试、表征以及细观数值本构模型, 博士学位论文, 中国科学技术大学, 2004 年;
- [57] 李炜: 子午线轮胎结构有限元分析和设计原理的若干问题研究, 博士学位论文, 中国科学技术大学, 2003;
- [58] R.S. Rivlin. Large elastic deformations of isotropic materials IV[J]. Further developments of the general theory. Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A, 1948, Vol. 241, 379-397

- [59] A.N. Gent. Engineering with rubber-How to design rubber components (2nd Edition). Carl Hanser Verlag, Munich, 2001
- [60] D.J. Seibert and N.Schoche: Direct comparison of some recent rubber elasticity models[J]. Rubber Chemistry and Technology, 2000, Vol. 73, 366-384
- [61] Ted Belytschko 等著, 庄茁 译: 连续体和结构的非线性有限元, 清华大学出版社, 2002, 495-533;
- [62] 王勰成, 邵敏: 有限单元基本原理和数值方法 (第 2 版), 清华大学出版社, 1997 年;
- [63] 王秀喜, 吴恒安: 计算力学基础, 中国科技大学出版社, 2009 年第一版;
- [64] Park H C, Youn S K, Song T S et al: Analysis of temperature distribution in a rolling tire due to strain energy dissipation [J]. Tire science and technology, 1997, 85-105
- [65] Ebbott T G, Hohman R L, P. jeusette J , et al: Tire temperature and rolling resistance prediction with finite element analysis [J]. Tire science and technology, 1999, 3-21
- [66] Shida Z, KoishiM, Kogue T, et al. A rolling resistance simulation of tires using static finite element analysis [J]. Tire science and technology, 1999, 85-105
- [67] B.yavari, TworzydloW W, Bass J M. A: Thermomechanical model to predict the temperature distribution of steady state rolling tires [J]. Tire science and technology, 1999, 27: 163-178
- [68] Wei Y T, Tian Z H, Du X W: A Finite Element Model for the Rolling loss Prediction and Fracture Analysis of Radial Tires [J]. Tire Science and Technology, 1999, 27 (4) : 250-276
- [69] Mc Allen J, Cuitifio A M, Sernas V: Numerical investigation of the deformation characteristics and heat generation in pneumatic aircraft tires Part II [J]. Thermal modeling. Finite element analysis and design, 2000, 265-290
- [70] Christian R Brackbill, et.al: Thermomechanical modeling of elastomeric materials [J]. Smart Material Structure. Vol.5. (1996) 529-539.
- [71] 王晓军, 李 炜, 夏源明: 基于实验的数值反演的滚动轮胎稳态温度场的有限元分析, 实验力学, 2005 年 3 月第 20 卷第 1 期, 1-9
- [72] Abaqus User Subroutines Reference Manual [M]. Version 6.7.
- [73] Cao Gang, et al.: The Successful Application of PCP's Personal Design in Hailar Oilfield [M], SPE 113115, presented at the 2008 Progressing Cavity Pump Conference, Houston, Texas, U.S.A., 27-29 April 2008.
- [74] 余俊: 摩擦学, 湖南科学技术出版社, 1984 年第 1 版: 244-247.
- [75] Bowden, F P, Talor D, 陈绍澄著, 袁汉吕, 丁雪加译: 固体的摩擦与润滑, 北京机械工业出版社, 1982.
- [76] Stolarski T A.: Analysis of the resistance to motion in a sliding contact [J]. Wear, 1994(171): 203-209.

- [77] Mokhtar M O A, et al.: A Theoretical and Experimental Study on the Dynamics of Sliding Bodies with Dry Conformal Contact [J]. *Wear*, 1998(218): 172-178
- [78] Giuseppe, et al.: Influence of the variation between static and kinetic friction on stick-slip instability [J]. *Wear*, 1993(161): 121-126.
- [79] 卢泽生, 曹东海: 爬行物理模型的建立与仿真分析[J], *机械工程学报*, 第 40 卷第 11 期 2004 年 11 月, 107-112.
- [80] 任卫红: 摩擦自激引起的液压爬行现象分析[J], *煤矿机械*, 2003 年第 10 期, 43-45.
- [81] 朱伟, 赵中敏: 数控机床低速爬行分析及对策研究[J], *制造业自动化*, 31 卷第 2 期, 105-107, 117.

附录 1 三角多项式逼近及损耗能量计算

三角级数的一般表达式为 $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\pi x + b_n \sin n\pi x)$,

三角函数系在区间 $[-\pi, \pi]$ 上满足如下正交关系

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin(n\pi x) \sin(m\pi x) dx = 0 \quad n \neq m$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(n\pi x) \cos(m\pi x) dx = 0 \quad n \neq m$$

定义 1 (傅立叶级数): 设 $f(x)$ 是一个在区间 $[-\pi, \pi]$ 上分段连续的函数,

则 $f(x)$ 的傅立叶级数表达式可写成

$$S(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\pi x + b_n \sin n\pi x)$$

其中傅立叶系数为

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad n = 1, 2, \dots,$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx, \quad n = 1, 2, \dots,$$

傅立叶级数的收敛性由下面定理给出。

定理 1 (傅立叶级数收敛定理) 设函数 $f(x)$ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 上连续或只有有限个第一类间断点, 且至多只有有限个极值点, 则 $f(x)$ 的傅立叶级数收敛, 且

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) = \begin{cases} f(x), & \text{当 } x \text{ 是 } f(x) \text{ 的连续点时,} \\ \frac{1}{2}[f(x-0) + f(x+0)], & \text{当 } x \text{ 是 } f(x) \text{ 的间断点时,} \end{cases}$$

其中 $f(x-0)$ 和 $f(x+0)$ 分别表示 $f(x)$ 在 x 处的左极限和右极限。

定义 2 (三角多项式): 具有如下形式的级数

$$T_m(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^m (a_k \cos kx + b_k \sin kx)$$

称为 m 阶三角多项式。

定理 2 (离散傅立叶级数定理) 设 $f(x)$ 是在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的 n 等分的区间端点 $x_i = -\pi + \frac{2i\pi}{n}$ ($i = 0, 1, 2, \dots, n$) 处 $y_i = f(x_i)$ 的离散点上的值, 且 $2m < n$, 则存在上式的三角多项式 $T_m(x)$, 使得均方误差

$$R_m(x) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n [f(x_j) - T_m(x_j)]^2$$

最小, 其中三角多项式 $T_m(x_j)$ 的系数计算公式为

$$a_j = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n f(x_k) \cos jx_k, (j = 0, 1, 2, \dots, m)$$

$$b_j = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n f(x_k) \sin jx_k, (j = 1, 2, \dots, m)$$

离散傅立叶级数定理给出了对数据点集 $\{(x, y)\}_{i=0}^n$ 进行曲线拟合的三角多项式。数据点的个数 n 越大, 三角多项式 $T_m(x_j)$ 的系数越接近傅立叶级数的系数。

用上述方法拟合应力应变历史曲线, 得出相应的系数, 代入到每个单元损耗能量计算公式中, 得出热生成率。

附录 2 ABAQUS 的用户子程序接口介绍

F2.1 ABAQUS 的用户子程序 UEXTERNALDB 接口介绍

UEXTERNALDB 用户子程序用于管理用户指定的外部数据，并且计算模型的历史信息。这个接口用于读入损耗计算程序算出来的计算结果。该程序的接口如下：

```
SUBROUTINE
UEXTERNALDB(LOP,LRESTART,TIME,DTIME,KSTEP,KINC)
```

```
C
```

```
    INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
```

```
C
```

```
    DIMENSION TIME(2)
```

```
C
```

用户指定打开文件，读入文件，对指定变量赋予外部读入数据，并对数据进行计算。

```
    RETURN
```

```
    END
```

F2.2 ABAQUS 的用户子程序 SDVINI 接口介绍

SDVINI 用户子程序定义初始的与求解结果相关的状态变量场。这个接口用于判断每个单元，把单元信息赋给状态变量场。该程序的接口如下：

```
SUBROUTINE SDVINI(STATEV,COORDS,NSTATV,NCRDS,NOEL,NPT,
    1 LAYER,KSPT)
```

```
C
```

```
    INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
```

```
C
```

```
    DIMENSION STATEV(NSTATV),COORDS(NCRDS)
```

定义用户代码 STATEV(NSTATV)

```
    RETURN
```

```
    END
```

F2.3 ABAQUS 的用户子程序 HETVAL 接口介绍

HETVAL 用户子程序定义热传导分析中用到的内部热源。这个接口从状态变量中识别每个单元，并给对应的单元赋对应的内热源。该程序的接口如下：

```
SUBROUTINE HETVAL(CMNAME,TEMP,TIME,DTIME,STATEV,FLUX,  
  1 PREDEF,DPRED)  
  
C  
  INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'  
  
C  
  CHARACTER*80 CMNAME  
  
C  
  DIMENSION TEMP(2),STATEV(*),PREDEF(*),TIME(2),FLUX(2),  
  1 DPRED(*)  
  定义用户代码热生成率  
  RETURN  
  END
```

在读期间发表的学术论文与取得的研究成果

已发表论文:

[1] Cao Gang, Liu He, et al.: Technical Breakthrough in PCPs' Scaling Issue of ASP Flooding in Daqing Oilfield [M], SPE-109165, presented at the 2008 SPE Progressing Cavity Pump Conference, Houston, Texas, U.S.A., 27-29 April 2008.

EI : 20083811566889

[2] Cao Gang, et al.: The Successful Application of PCP's Personal Design in Hailar Oilfield [M], SPE 113115, presented at the 2008 SPE Progressing Cavity Pump Conference, Houston, Texas, U.S.A., 27-29 April 2008.

EI : 20083811566894

待发表论文:

[1] 曹刚, 刘合, 金红杰等: 螺杆泵动力学热力耦合分析方法研究, 计算力学学报.

[2] 刘合, 曹刚, 金红杰等: 单螺杆泵定转子系统三维动力学分析与优化, 机械工程学报.

研究报告:

[1] 课题“水平井有杆泵深抽试验及举升方式适应性研究”获 2007 年度大庆油田公司级技术创新成果二等奖, 排名第一名;

[2] 课题“螺杆泵采油系统优化设计技术研究”获 2007 年度大庆油田公司采油工程研究院技术新一等奖, 排名第一名。

致 谢

谨将最诚挚的谢意献给刘合教授级高工和王秀喜教授，正是在两位导师多年来的无私教诲和亲切关怀下，本论文才得以顺利完成。刘老师对工程问题的深刻洞察和远见卓识引导作者对课题的理解不断深入，而王老师深厚的理论功底和严细的科学精神则鞭策作者加强基础学习，不断深化机理研究。两位导师渊博的学识、严谨的学风和宽容的胸怀为作者树立了人生的典范。

近代力学系的何陵辉教授、夏源明教授和吴恒安副教授都对本文的工作提供了许多建设性意见，在此表示感谢。

感谢大庆油田采油工程研究院杨也院长、周方富总工程师对作者的学习和研究提供的大力支持和帮助，尤其感谢师国臣副总工程师多年来对作者一如既往的关心和指导。

感谢举升工艺研究室的王国庆高工、郑学成高工、汪清波工程师为本文提供了完整的工程数据，与孙春龙工程师和李晓芳博士在建模方面的探讨对本文也很有帮助。

学习期间得到计算力学实验室老师和同学们的诸多关怀和帮助，感谢王宇副教授、孙泽辉博士、王海龙博士、成琴博士生、张广明博士生、薛炳硕士、连志龙博士，特别感谢师弟金红杰硕士生，愿他在未来的岗位上大展宏图。

感谢石油大学（北京）张劲副教授和佳通公司（合肥）研发中心李炜博士对橡胶的力学性能试验和数值模拟方面提供的指导和建议。

此文也献给我的父母和亲人们，他们的支持和帮助永远是我拼搏进取的动力源泉，我的妻子刘玲女士伴我度过求学期间最艰难的时光，希望我的努力没有辜负他们的付出和期望。

2009年5月于中科大西区力学一楼