

摘 要

由于造价经济、施工速度快、无噪音以及桩身质量保证度高等多个优点，静压管桩基础已逐渐受到工程界的青睐，广东省在管桩的应用上更是走在全国的前列。然而广东为石灰岩发育省份，因此在管桩的应用中常会遇到岩溶地质所带来的种种问题。但是，目前关于岩溶地区管桩承载性能的研究还相对较少，其理论尚不成熟。故本文将对岩溶地区管桩承载性能以及岩溶顶板受力稳定性进行较系统的理论分析，以期推动管桩技术在岩溶区的应用及发展。

本文在总结大量关于静压管桩承载性能和岩溶区桩基稳定性研究成果的基础上，将桩周及桩端岩土体均看作等效线性土弹簧来模拟桩土的相互作用，并仿照传递函数法建立静压管桩基础的承载力计算公式。同时考虑到管桩挤土对桩周土体的强化作用，对等效土弹簧的刚度系数 k 作出相应修正。最后利用迭代法解决了极限位移点位置不能在桩身竖向位移函数被求解出来前预先得知而造成的求解矛盾，并归纳总结出一套完整可行的求解流程。

在岩溶顶板受力稳定性分析上，本文认为顶板主要会出现弯曲破坏、冲切破坏及剪切破坏这三种失稳破坏形式，并建立起对应于这三种失稳破坏形式的验算模型。特别在岩溶顶板弯曲应力计算中按照顶板形状和边界条件将其简化为四种力学模型，并利用板壳理论进行相关计算，最后采用考虑裂隙影响的格里菲斯强度理论进行抗弯稳定性验算。

笔者根据上述理论研究成果并采用Fortran95语言编写了用于分析计算的Lunwen程序，同时将其应用于广州某建筑工地管桩基础承载力分析计算和岩溶顶板稳定性安全系数计算当中，把理论计算结果与现场静载试验数据相互对比后发现两者的拟合程度令人满意，从而说明本文的理论研究成果及据此编写的Lunwen程序较为可靠。

关键词：静压管桩；承载性能；岩溶；线形土弹簧；板壳理论

Abstract

Because of low cost, high construction speed, no noise and high quality, statically pressed precast concrete pile is widely used in construction engineering, especially in GuangDong. But because limestone is widely distributed in GuangDong, much problem may happen in the use of statically pressed precast concrete pile. However, research on bearing capacity of statically pressed precast concrete pile in karst district is small and not mature enough. So this dissertation do a deep and systemic research on it, all work is provided for the use and development of statically pressed precast concrete pile in karst distric.

Based on a lot of research on bearing capacity of statically pressed precast concrete pile and stability of pile foundation in karst district, soil is regarded as linear spring to simulate the pile-soil interaction, and calculational formula of bearing capacity of statically pressed precast concrete pile is advanced by imitating the transferring- function method. Meanwhile, because precast concrete pile can strength nearby soil during construction, so stiffness coefficient of soil spring is modified in calculational formula. Lastly, calculational formula is solved by using iteration method in order to solve the problem that is caused by the unknown parameter.

In this dissertation, bending failure, punching-shear failure and shear failure are considered as primary failure mode of karst roof, and corresponding calculational models are established. Especially in bending-stability analysis of karst roof, karst roof is simplified for four mechanics models according to shape and boundary condition. The bending stress of karst roof is calculated by using theory of plate and shell, and the bending stability is discussed by using Griffith strength theory.

Based on above research harvest, author use Fortran95 to compile the Lunwen program, and use this program to analyze the bearing capacity of statically pressed precast concrete pile and the stability of karst roof. Result proves research harvest of this dissertation and the Lunwen program are correct and dependable.

Key words: statically pressed precast concrete pile; bearing capacity; karst; linear soil spring; theory of plate and shell

独创性声明

秉承学校严谨的学风与优良的科学道德，本人声明所呈交的论文是我个人在导师的指导下进行研究工作所取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，不包含本人或其他用途使用过的成果。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明，并表示了谢意。

本学位论文成果是本人在广东工业大学就读期间在导师的指导下取得的，论文成果归广东工业大学所有。

申请学位论文与资料若有不实之处，本人承担一切相关责任，特此声明。

指导教师签字：林本海
论文作者签字：邱立智
2008年5月10日

第一章 绪论

1.1 桩基概述

1.1.1 桩基的定义与应用

桩基是深入岩土层中的柱型杆件，各桩基与连接桩顶的承台所组成的深基础就称为桩基础，简称桩基[1]。上部结构荷载先通过承台分配到各桩基上，再通过桩基传递到深部岩土层当中。由于深部岩土层强度与刚度较高，所以桩基础与浅基础相比有承载力高和沉降小的特点。桩基主要在以下几种情况下应用：1、上部结构为高层或超高层建筑时，为满足建筑物对承载力、沉降及沉降差的严格要求，使用桩基将上部结构荷载传递到较深且较硬的岩土层中。2、当地基土为软弱土层，且采用地基处理不经济、不可靠或工期太长时，常采用桩基。3、当地基土软硬不均或上部荷载分布不均时，采用桩基可灵活布桩，从而达到降低沉降和沉降差的目的。4、当地基土为特殊性土，如可液化土、湿陷性黄土、膨胀土和季节性冻土时，常使用桩基以避免液化土由于液化引起地基承载能力失效而导致的建筑物下陷倾斜，也可防止湿陷性黄土由于遇水下陷而造成的建筑物失稳，以及可抵御由于膨胀土湿胀干缩或季节性冻土融沉冻胀而引起地基土反复上胀和下沉。5、当上部结构承受较大的水平荷载时，则往往使用桩基来承受水平力。6、当边坡由于整体稳定性不足而发生滑坡时，则常采用桩基作为抗滑桩穿越滑动面来维持边坡稳定。7、桩基在跨江（河）大桥中使用普遍。

1.1.2 桩基的分类

1.1.2.1 按照施工方法分类

桩基按照施工方法可大致分为灌注桩和预制桩两大类。

灌注桩是指预先在岩土层中使用钻机成孔（钻孔桩）、冲孔机成孔（冲孔桩）或人工成孔（人工挖孔桩）后就地灌注钢筋混凝土桩体而成的桩基础形式：

预制桩是指在工场或工地预先制作好桩体（截面形式有方形，圆形和管形），然后使用各种成桩方法（锤打、振动下沉或静压）把桩体分段沉入到预定持力层位置的桩基础形式。

灌注桩与预制桩之间的主要特点对比如下：

1、预制桩由于受成桩机械能量的影响，桩端最多只能进入强风化岩层3~5m，而且当持力层较深或持力层之上存在较厚硬土层时，往往很难使桩端入岩。同时

由于预制桩的桩径较小（一般都小于600mm），就进一步造成预制桩的单桩承载力特征值较低（一般小于3500kN），而且桩身侧阻在很多情况下是承载力的主要来源，因此在柱载较大时预制桩往往要通过群桩来满足承载力的整体要求。灌注桩与预制桩相比就有桩长受岩土层状况影响较小的优点，以现在的机械能量来说，机械成孔灌注桩大多都可进入到中、微风化岩层中，同时因桩径较大（一般大于600mm，最大可达6000mm）使得灌注桩的单桩承载力较大。

2、预制桩通常都要分段沉入土中，在桩段与桩段之间都要设置接头。而根据国内外学者的研究和现场的实测情况分析，接头通常都是预制桩的薄弱位置，沉桩过程中发生的断桩事故往往出现在接头部位。同时，如果接头在施工时不注意对中，就会令桩身的垂直度受到影响，从而削减桩的承载能力。而灌注桩由于没有接头，所以以上由于接头存在而产生的问题也就不会出现了。

3、预制桩由于是在工厂或工地预先制备好，所以桩身的强度与质量通常较有保证。而钻孔灌注桩如果清孔不彻底将可能导致泥皮较厚、桩底沉渣较厚和桩身混凝土中夹泥的现象，不仅影响侧阻与端阻的发挥和加大桩基的沉降，而且还会增加发生断桩事故的风险。

4、预制桩不会像灌注桩那样存在泥浆污染的问题，同时由于施工速度快且成本低廉，所以越来越受到青睐。

1.1.2.2 按照承载机理分类

桩基除了可按施工工艺来划分之外，还可按承载机理进行划分。桩在竖向荷载作用下，桩顶荷载由桩侧阻力和桩端阻力共同承受，而桩侧阻力与桩端阻力的大小及荷载分担比例，主要由桩侧、桩端地基土的物理力学性质，桩的尺寸和施工工艺所决定。按竖向荷载下桩土相互作用特点以及桩侧阻力与桩端阻力的发挥程度和荷载分担比，可将桩基分为摩擦型桩和端承型桩两大类和四个亚类。

1、摩擦型桩是指在极限竖向荷载作用下，桩顶荷载全部或主要由桩侧阻力来承受的桩。根据桩侧阻力分担荷载的大小，摩擦型桩又分为摩擦桩和端承摩擦桩两亚类。在深厚的软弱土层中无较硬的岩土层作为桩端持力层且长径比 L/d 大于50，或桩端持力层虽然较坚硬但埋深较大使得桩的长径比 L/d 很大（超过100）时，传递到桩端的应力就很小，以至在极限荷载作用下，桩顶荷载绝大部分由桩侧阻力承受，桩端阻力很小或可忽略不计，这样的桩通常称为摩擦桩。当桩的 L/d 较大（50~100），桩端持力层为较坚硬的粘性土、粉土和砂类土时，除桩侧阻力外，

还有一定的桩端阻力得以发挥，桩顶荷载由桩侧阻力和桩端阻力共同承担，但大部分仍由桩侧阻力来承受，这类桩就称为端承摩擦桩。

2、端承型桩是指在竖向极限荷载作用下，桩顶荷载全部或主要由桩端阻力来承受，桩侧阻力相对桩端阻力而言较小的桩。根据桩端阻力发挥的程度和分担荷载的比例，又可分为端承桩和摩擦端承桩两亚类。当桩的 L/d 很小（小于10），桩身穿越软弱土层，桩端设置在密实砂层、碎石类土层或中/微风化岩层中时，绝大部分的桩顶荷载将会由桩端阻力来承受，桩侧阻力很小或可忽略不计，这样的桩就称为端承桩。当桩的 L/d 较小（10~50），桩侧土并不太软且桩端进入中密以上的砂土、碎石类土或中/微风化岩层时，桩顶极限荷载就会由桩侧阻力和桩端阻力共同承担，但主要还是由桩端阻力来承受，这样的桩就称为摩擦端承桩。

值得提出的是，以前有很多工程技术人员都认为嵌岩桩就是端承型桩，这是对桩的承载机理认识不深的结果。前已述及桩的承载力是由桩的侧阻和端阻两部分组成，且侧阻发挥在前，端阻只有在侧阻发挥到一定程度后才能逐渐发挥。而侧阻又分土层段侧阻和岩层段侧阻，这样当嵌岩桩嵌岩深度较大时则岩层段侧阻发挥主要作用并承担大部分的上部荷载，此时嵌岩桩应为摩擦型桩而非端承型桩。

就广东地区使用较为普遍的静压管桩而言，当软土层深厚持力层深埋或者遇到广东地区较为普遍的岩溶地质（由于岩面犬牙交错，当桩端与岩面接触后往往会出现断桩或斜桩的现象）的时候，管桩通常都无法以岩层作为持力层，上部荷载主要是通过桩身侧阻来承担，这时的管桩就可以看成是摩擦型桩。而如果在深度不大的地层中存在着平整的岩层或硬土层时，静压管桩则能够以其作为持力层，这时管桩的侧阻和端阻就会共同承担上部荷载。但即使管桩能够入岩，可是由于静压管桩入岩的深度较小，而且当持力层为中风化的硬质岩时则会难以压入，所以其端阻是有限的，不可能由端阻来承受绝大部分的上部荷载。因此，这种情况下的管桩也只能是摩擦端承桩，而不可能属于纯端承桩。

1.2 关于静压桩基础的研究成果综述

由于静压桩基础具有(1)无噪声、无振动，无冲击力，施工应力小，桩顶与桩身不易损坏；(2)沉桩精度较高，不易产生偏心沉桩；(3)施工速度快，无泥浆排放，施工文明，场地整洁；(4)工程费用经济等优点，所以静压桩基础是广东现在使用最为广泛的桩基础形式之一。由于石灰岩地质在广东广泛存在，所以静压桩

基础在使用过程当中常会遇到溶洞溶槽等问题。然而，针对岩溶地区静压桩基础承载机理的研究工作相对还是较少，这就造成了理论跟不上应用步伐的滞后现象，加强这一方面的研究工作有其必要性和紧迫性。

为寻找研究的突破点，本文先对国内外学者关于静压桩基础承载性能和关于岩溶地区桩基础承载特性的研究成果进行简要的概括和分析。

1.2.1 国内外静压桩基础承载机理研究成果的分析

1.2.1.1 试验方面

静压桩基础承载机理的试验研究主要是通过某种方法和仪器对承受桩顶压力的现场试验桩或实验室模型桩进行物理力学测量，通过对试验数据的分析而得出静压桩基础承载机理的理论认识并进而建立相应的模型公式。

Seed & Reese (1955) [2, 3, 4]在工程中发现当桩打入粘性土后，桩的承载力会随时间而增加，他们认为主要是由于沉桩引起的超孔隙水压力随时间消散引起的。

Kens (1962) 在直径6.4m、深10.4m的大型沙坑中用不同直径的平底探头(45mm-320mm)在不同密实度的均匀石英砂中作了大量试验，观测了端部阻力和平均侧摩阻力随贯入深度的变化规律，提出了临界深度的概念，并从试验结果中得出了临界深度随着探头直径与砂土密实度增大而增大的结论。

1992年，Bond A. J & Jargine R. J [5, 6]在超固结土中作了一系列静压桩的现场试验。采用长度7m，直径102mm，60°桩尖的模型桩。并在桩身安装轴向压力传感器，应变片和温度补偿片，孔压计和位移传感器。试验测量了桩在静压过程中土的固结、孔隙水压力消散过程和静载试验过程中桩土接触面上的有效应力变化。

Lehane等(2001) [7]通过了干松砂中的静压桩模型试验，研究了应力水平、桩的直径、开口管桩壁厚等参数的影响。结果表明土塞刚度与承载能力可以表示为圆锥刺入端部阻力与加载之前的填充率的简单函数。

胡幼常(1995) [8]通过模型桩试验观测了桩贯入桩端持力层过程中地基土的位移场，并测得桩端阻力随桩端沉降的变化曲线。其试验结果表明对于桩端进入持力层超过一倍桩径的群桩来说，地基土的破坏为单独刺入破坏，桩端阻力机理为压缩机理。

李林涛(2003) [9]依据某工程三根静压桩的单桩竖向抗压静载试验和高应变动力试验，通过对桩身材料特性、桩侧阻力和桩端阻力发挥性状、桩身荷载传递

机理的分析,研究和比较了桩的动、静载试验荷载-沉降特性。结果表明,高应变计算的Q-S曲线和静载试验实测结果相比,在荷载较小时高应变计算的沉降较大,在荷载较大时高应变的结果较小。高应变试验模拟结果与静载结果的不同,与其测试分析中采用的数学模型有关。由于实际混凝土荷载变形的非线性,以及高应变动测中桩产生的位移特别是桩端位移较静载试验中的小,使得高应变计算的Q-S曲线在荷载较大时一般不可能有静载试验那样大的位移和明显的陡降段。在采用高应变动测模拟Q-S曲线时应考虑这些因素的影响。

林本海(2004)[10]分析了静压桩的沉桩机理,说明了压桩力和承载力之间的不同和相互关系,并通过对大量压桩试验资料的分析最终提出了压桩力和承载力之间的经验换算公式 $Q_u = (1.25 - 14/\lambda) P_z$ 。其中: Q_u 、 P_z 分别为静压桩单桩极限承载力与压桩终止压力; λ 为桩的长径比。从上述经验公式可以看到,长径比是影响压桩力和承载力之间关系的重要因素,不过该公式没有考虑到桩身范围的土层性质的影响。

从上述的文献看来,由于试验研究是针对现场试验桩或实验室模型桩而进行的,所以能较好地反映静压桩在压入及承受桩顶竖向荷载作用时的实际工作状况和桩周(端)岩土的物理力学响应。因此,由试验研究得出来的结论通常都与实际较为接近,对工程应用具有指导作用。

1.2.1.2 理论方面

理论研究是通过建立各种类型的理论模型去模拟静压桩在压入或承受桩顶荷载作用时桩侧阻、桩端阻和桩周(端)岩土的物理力学特性反映。

Vesic(1972)[11]首先提出了圆孔扩张理论,经典的圆孔扩张理论是把土体假定为理想弹塑性体,材料服从Tresca或Mohr-Coulomb屈服准则,根据弹塑性理论,给出无限土体内具有初始半径的柱形孔或球形孔被均匀分布的内压力P所扩张的一般解。后来经过Carter、Randolph等人的发展,现已成为研究沉桩对周围土层影响最为广泛的一种方法。

罗惟德(1990)[12]根据桩在压入过程当中的实际桩土相互作用情况,用全深度剪切弹簧和变深度剪切弹簧去模拟桩土的相互作用,并建立一个基于弹性的桩顶压力和桩顶沉降的计算公式 $P = EAbhS$ (P , S 分别为桩顶压力与桩顶沉降; E , A 分别为桩身的弹性模量与截面积; b , h 为与桩侧土性质、桩身尺寸相关的参数),并通过该公式估算单桩的极限承载力。不过在其理论推导过程中并没有考虑到静

压桩挤土效应对参数的影响。

王伟（2005）[13]基于饱和软土中静压桩单桩引起的三维超静孔隙水压力的消散和桩周土的固结，考虑桩土接触面的破坏形式，获得了估算考虑时间效应的单桩极限承载力增加值的解析解：

$$\Delta Q_{u,t} = \Delta \sigma_{z,L} A + U \frac{\Delta \tau_{r,o} + \Delta \tau_{r,L}}{2} L$$

$\Delta Q_{u,t}$ 为间歇期 t 的承载力增量； $\Delta \sigma_{z,L}$ 为桩端土的竖向有效应力增量； $\Delta \tau_{r,o}$ 与 $\Delta \tau_{r,L}$ 分别为桩顶部、桩底部破坏面上的土抗剪强度增量； A ， U 分别为考虑接触面土壳效应的桩的断面面积、周长； L 为桩的入土深度。

理论研究成果的好坏取决于理论模型建立所基于的基本假设和基本理论能正确模拟静压桩和桩周（端）岩土在桩身压入以及承受上部荷载作用时的实际受力状态。一般来说，所建立模型基本可分为弹性模型和弹塑性模型。弹性模型较为简单但较难很好地反映出实际状况，这是因为在承受较大的荷载或变形时，桩土都表现为明显的弹塑性；而弹塑性模型虽然较为拟合实际，但是参数多和计算繁复是其最大的不足，因此其工程应用受到限制。

1.2.1.3 数值分析方面

在有限元理论及有限元软件迅速发展的今天，数值分析计算越来越显示其优势。

Caputo和Viggiani（1984）[14]经探讨桩身周围荷载-位移关系的非线性后认为：桩的非线性主要发生在桩土界面处，而桩-桩，桩-桩帽，桩帽-土单元之间的相互作用用线性单元模拟精度已经足够。

Simons（1985）[15]和Smith（1986）[16]应用小变形有限元方法分析了开口钢管桩的打入过程。

Chow（1986）[17]指出在群桩中单桩的桩-土界面处的土体应变很高时，会出现相对滑动，此非线性仅局限于桩身附近的一个较窄的区域，绝大部分桩周土承受的应变水平是相对较低的，基本上保持着弹性。

Liyanapthirana（2000）[18]应用大变形有限元方法对开口钢管桩在砂土中打入过程的模拟，该研究结果主要集中在桩端土塞的应力应变特性。

张明义（2004）[19]对有限单元法在桩的应用方面做了总结：桩体贯入的有限元分析有大变形模型和小变形模型两种方式。小变形为最早研究的方法，小变

形并非完全正确，因为在静力贯入中，在桩侧产生很大的侧向应力。为了弥补这一缺陷，沉桩过程宜采用能够处理几何非线性和材料非线性的大变形分析方法，在桩土界面处理上，应采用滑动面算法。

与理论研究相似，数值分析的结果能否让人满意取决于分析的前提假设和单元特性是否与实际情况相符。对于桩身的有限元模拟比较简单，因此研究的重点基本上都集中在土的破坏模拟和桩土界面的模拟上。

1.2.2 国内外岩溶地区桩基础承载性能研究成果的分析

随着当今工程建设的迅猛发展，越来越多的桩基础要在不良地质条件下施工。就广东而言，由于石灰岩地质普遍发育，所以岩溶区的桩基选型、设计和施工问题越来越受到关注。冲钻孔灌注桩在一定条件下是适用于处理岩溶地质问题的，但冲钻孔灌注桩存在着以下几个明显的缺陷：1、规范要求桩端必须进入微风化岩中 $1d$ ，且其下 $3d$ 范围内无溶洞，对顶板厚度小于 $3d$ 的溶洞必须穿越。这样就使得桩的入岩量较大，而且要求机械必须有强大的破岩能力，但受到机械能量的限制不一定能使桩端进入到规范所规定的岩层深度。同时由于钻头在坚硬石灰岩中进尺较慢，所以施工速度往往成为问题。2、在冲钻成孔过程中如不慎冲（钻）穿溶洞顶板就会使泥浆迅速流进溶洞中，造成泥浆面迅速下降，如果不采取特殊的护壁措施或补浆不及时就会造成孔壁塌陷和地陷。3、在成孔过程中还会经常产生卡钻（锤）和埋钻（锤）的问题。4、溶洞顶板通常都会存在裂隙、溶沟和溶槽等通道，在灌注混凝土时难免会令一部分混凝土通过上述通道进入溶洞中而造成混凝土的浪费。5、由于石灰岩地区基岩面高低起伏、壁面陡峭，所以当桩锤和钻头碰到灰岩岩面时就会沿岩面的倾斜方向偏斜而导致斜孔。由于冲钻孔灌注桩在石灰岩地区中应用时存在以上的缺点，所以预制桩在岩溶区的应用越来越普遍。但由于预制桩碰岩后同样会产生斜桩和断桩的现象，所以桩端往往无法入岩。因此，预制桩的单桩承载能力受到了限制，需要通过群桩来满足承载力和变形的要求。由此看来，岩溶区的桩基选型、设计和施工问题的确比较复杂，而由于工程应用的需要，所以国内外许多学者已开始对岩溶区的桩基承载性能进行不少的研究。

1.2.2.1 试验方面

刘铁雄等（2002）[20]应用相似原理和桩体与溶洞顶板的作用原理，推导了模型与原型的转换关系；用相似材料对岩溶地区的灰岩岩体特性进行模拟，同时把岩溶地区顶板简化为一完整的矩形板，其边界条件为两对边简支，另两对边自

由，而把岩溶地区的嵌岩灌注桩简化为只承受竖向荷载的端承桩；在自制的桩基物理模型上，对3个模拟顶板试件进行破坏性静载试验，从而得出3个试件的顶板极限荷载~位移曲线。但由于难以准确描述溶洞特性对桩基承载力的影响，且溶洞顶板一般为非完整的矩形板，因此在没有实测数据与之进行对比的情况下，说服力显得不足。

金书滨（2005）[21]结合岩溶地区两个工程实例的工程桩静载荷试验和应力测试结果，对桩的荷载传递特性进行了对比分析，桩端岩溶对桩承载特性的影响，不仅表现为对桩端阻力的影响，对桩侧摩阻力也会产生影响。计算结果表明，桩端岩土变形模量对承载力影响很大，随着变形模量增大，承载力将大幅提高。

由于溶洞形状、大小和分布以及岩溶顶板与围岩的连接情况均复杂多变，想要通过室内模型试验把岩溶区的实际情况较好地模拟出来是比较困难的，所以试验研究工作主要还是针对室外现场试验桩。

1.2.2.2 理论方面

刘铁雄（2002）[22]在其博士论文中把岩溶顶板作为弹性力学中的薄板来处理，采用已有的板壳理论研究成果对顶板的内力进行简化分析。但在其理论假设中没有考虑到侧阻与上覆土层重量对岩溶顶板受力的影响。

赵明华（2002）[23]通过对岩石变形特性及其破坏机理的深入分析，对岩溶区桥梁桩基桩端持力岩层安全厚度的确定进行了较全面的探讨，结合桩端持力层岩石的破坏机理，在综合考虑了桩端持力岩层的抗冲切、抗剪切和抗弯拉破坏性状后提出了桩端持力岩层安全厚度的确定方法。

赵明华（2003）[24]基于模糊集理论，结合湖南省某跨渠桥桩基工程地质勘察资料，建立了桥梁基桩桩端溶洞顶板稳定性的模糊二级综合评判模型与模糊极限平衡分析模型，并分别解决了相应的模糊分析参数构造与评价方法问题，最后应用于某实际工程，分析结论与实际情况符合良好。

龚成中（2006）[25]从顶板的稳定性角度出发，运用结构力学分析方法，对单一溶洞存在时桩基承载力的确定进行了分析。根据不同的约束条件，把顶板分别模拟成梁、拱、板模型，分别计算每一种情况下桩基荷载，并取其最小值作为桩基的最大容许荷载。

从上述文献可以看出，岩溶地区桩基础的承载力受制于岩溶顶板受力的稳定性，而顶板的受力稳定主要包括抗冲切、抗剪切和抗弯拉稳定。

1.2.2.3 数值分析方面

艾凯(2003)[26]为了研究岩溶地区桩的受力特点,采用有限元法模拟岩溶地区桩基的工作方式,分析了岩溶顶板厚度对桩的影响以及桩的受力状态。计算结果表明:岩溶顶板厚度对桩的影响较大,溶洞的位置对桩的应力不产生影响,仅对桩的位移产生影响。

龚成中(2005)[27]利用有限元分析的方法,着重讨论了岩溶地区桩基承载力的主要影响因素。数值模拟表明:在岩溶地区,溶洞高度对桩的极限承载力影响较小,而溶洞顶板跨度和厚度对极限承载力影响较大。

从以上数值分析研究成果看来,影响岩溶顶板稳定的关键因素为顶板的厚度、跨度以及顶板与围岩的支撑形式。

1.3 本研究课题拟开展的工作

从上述对国内外学者研究成果的分析讨论可以看出对岩溶区桩基础承载性能的研究手段主要分为试验研究、理论分析和数值分析这三大方面。

试验研究一直都是岩土工程理论得以发展的重要基石,不少的理论成果都是从试验数据反分析而得出来的,而且由于试验通常都能较好地反映和模拟现场条件,所以通过试验得出的数据、参数和经验公式通常都对工程应用具有较好的指导意义。不过由于试验往往都是针对特定的场地条件,所以试验结果也具有很明显的区域适用性,当实际条件和试验条件相差较远时就会令试验成果失去正确性。

理论研究和数值分析可以说是试验研究的升华,而且比起试验研究更能推广到普遍情况。只要理论的前提假设能符合实际,选取的模型能反映桩土的工作状态,这样理论解答和数值分析结果是比较有生命力的。例如圆孔扩张理论就能较好的模拟出静压桩在压入过程中的桩土相互作用,因此该理论也成为研究静压桩挤土效应的重要理论之一;又如刘铁雄在其论文中提到用板壳理论解答去求解岩溶顶板受力状况,只要顶板的实际情况能满足或近似满足板壳理论的基本假设,其理论解和实际解就会有较好的相容性;再有就是不少国内外学者用各种接触面单元去模拟桩土相互作用,同样也得到了令人满意的成果。但是很多学者在进行理论研究时过多地想把工程中的实际影响因素都考虑进去,造成使用的模型越来越复杂,理论参数也越来越多。这样的做法在理论上可更好地去模拟实际情况,但是由此造成的繁复性往往会使得理论研究成果在应用时很困难。同时参数的过

多也是一个问题，如某文章使用了弹塑性模型去模拟桩身破坏效应，同时采用 Maxwell 模型去模拟桩周土层强度的时间效应，这样表面上能比较全面地反映桩身范围土体的破坏效应和压桩过后的土体强度恢复效应，但是公式中的参数多达十几个，使得理论成果成为空中楼阁。

在总结分析前人的研究工作后，可以发现目前对于岩溶地区桩基承载机理的研究还主要集中在大直径冲钻孔嵌岩桩上，而且理论分析过程较为繁复且难以推广应用。同时，专门针对岩溶地区静压管桩承载机理的研究工作进行得仍相对滞后而且成果不多。因此，本论文拟在前人研究成果的基础上，并立足于简单实用的原则建立一个既能反映桩土相互作用又可考虑岩溶顶板受力稳定的单桩承载力计算模型，而该计算模型的构建与求解过程可归纳为以下两个部分：

1、管桩承载模型的建立和求解：将桩周及桩端岩土体均看作等效线性土弹簧，以此模拟桩土的相互作用，并仿照传递函数法建立管桩的承载力计算公式，在此过程中考虑到管桩挤土对桩周土体的强化作用，通过引入挤密函数 $J(r)$ 对等效土弹簧的刚度系数 k 进行修正。在模型的求解过程中，利用迭代法解决极限位移点深度位置不能在桩身竖向位移函数被求解出来前预先得知而造成的求解矛盾。

2、岩溶顶板受力稳定性分析：在假设顶板主要会出现弯曲破坏、冲切破坏及剪切破坏这三种失稳破坏形式的基础上，建立起对应于这三种失稳破坏形式的验算模型公式。特别在岩溶顶板弯曲应力计算中按照顶板形状和边界条件将其简化为四种力学模型，并利用板壳理论相关研究成果进行分析计算，最后采用考虑裂隙影响的格里菲斯强度理论进行岩溶顶板的抗弯稳定性验算。

第二章 静压管桩承载模型的建立和求解

2.1 静压管桩承载模型的建立

在单桩沉降计算中传递函数法是一种逻辑严密、运算简单的理论计算方法。实际上，只要对传递函数法作出一定的修正即可得出单桩承载力的理论计算公式，甚至还可以导出桩顶压力和桩顶沉降的理论曲线（即 $P\sim S$ 曲线）。

该方法在1990年由罗惟德[12]所提出，其建立过程如下：

首先把桩看成是一线弹性杆件，桩周和桩端岩土体均看成是连续均匀的线弹性材料，并用线性弹簧模拟桩周和桩端岩土体与桩身的相互作用（见图2-1.a），即暂不考虑塑性和非线性效应，其目的是为了避免繁复的计算。同时，认为当桩身竖向位移小于某一极限位移值 u_n （极限位移点所在的深度假设在桩顶以下 L_n 处）时，桩与紧贴桩壁的土体不发生相对位移，此时的桩身侧阻力随着桩身竖向位移的增大而线性增大；反之则认为桩身与桩侧土体已发生相对位移（即桩土破裂），桩侧土不能再提供更大的桩侧阻力。

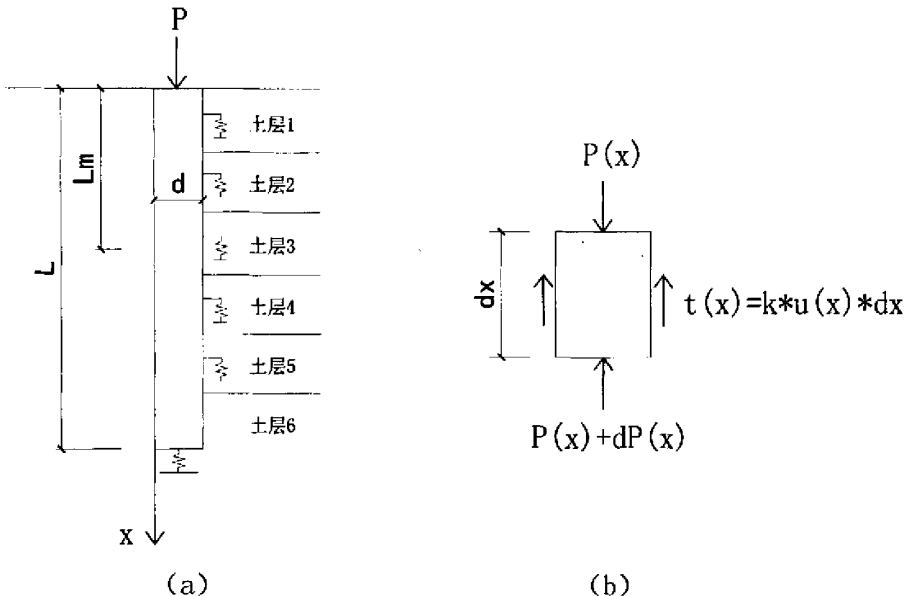


图2-1 管桩承载模型简图

Fig. 2-1 Simple drawing of load-bearing model of statically pressed precast concrete pile

之后取桩身的一个微分段（计算简图见图2-1. b）进行计算，利用微元体的平衡方程和物理方程推导出类似于传递函数法基本方程的微分公式。其中公式（2.1）适用于桩顶到 u_m 所在点的桩身范围（即桩身竖向位移大于极限位移值 u_m 的桩身范围），而公式（2.2）则适用于 u_m 所在点到桩底的桩身范围（即桩身竖向位移少于极限位移值 u_m 的桩身范围）。

$$EA \frac{d^2 u(x)}{dx^2} - k u_m = 0 \dots\dots\dots (u(x) \geq u_m \text{ 或 } 0 \leq x \leq L_m) \quad (2.1)$$

$$EA \frac{d^2 u(x)}{dx^2} - k u(x) = 0 \dots\dots\dots (u(x) \leq u_m \text{ 或 } L_m \leq x \leq L) \quad (2.2)$$

其中：E——桩身弹性模量（Pa）

A——桩身截面面积（m²）

L——桩长（m）

$u(x)$ ——桩身任一点的竖向位移（m），其正方向与图2-1. a中X轴正方向同向

u_m ——极限位移（m）

L_m ——极限位移点到桩顶的距离（m）

k——单位厚度桩侧土的等效刚度系数（Pa）

通过对公式（2.1）及公式（2.2）的联合求解，同时代入相应的边界条件后就得到桩身竖向位移函数 $u(x)$ 的具体表达式，再利用弹性力学中的几何方程和物理方程就可进一步计算出桩身任一点的应变和应力以及桩顶压力和桩端反力。

当然，上述计算公式是针对单一土层而言的，如果要将其推广到多层土中只需对该公式进行适当的扩展即可，具体做法如下：首先根据桩长范围内土层的具体层数及各土层的具体深度位置来划分桩身计算单元段并建立每个计算桩段内的微分方程，微分方程的建立方法及具体形式与公式（2.1）及公式（2.2）类似，只须把计算公式中的参数k换成相应土层的k值（ k_1 、 k_2 、 k_3 …… k_n ）即可。由此得到微分方程组（2.3），对该方程组进行联合求解并代入相应的边界条件就能最终求解出各计算桩段内的桩身竖向位移函数 $u_1(x)$ 、 $u_2(x)$ 、 $u_3(x)$ …… $u_{n+1}(x)$ 。微分方程组的具体求解方法详见本章第三节。

$$EA \frac{d^2 u_1(x)}{dx^2} - k_1 u_m = 0 \dots\dots\dots (0 \leq x \leq l_1)$$

$$\begin{aligned}
 EA \frac{d^2 u_2(x)}{dx^2} - k_2 u_m &= 0 \cdots \cdots \cdots (l_1 \leq x \leq l_2) \\
 \cdots \cdots \cdots \\
 EA \frac{d^2 u_m(x)}{dx^2} - k_m u_m &= 0 \cdots \cdots \cdots (l_{m-1} \leq x \leq L_m) \\
 EA \frac{d^2 u_{m+1}(x)}{dx^2} - k_m u_{m+1}(x) &= 0 \cdots \cdots \cdots (L_m \leq x \leq l_m) \\
 \cdots \cdots \cdots \\
 EA \frac{d^2 u_n(x)}{dx^2} - k_{n-1} u_n(x) &= 0 \cdots \cdots \cdots (l_{n-2} \leq x \leq l_{n-1}) \\
 EA \frac{d^2 u_{n+1}(x)}{dx^2} - k_n u_{n+1}(x) &= 0 \cdots \cdots \cdots (l_{n-1} \leq x \leq L)
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

其中：E、A、L、 u_n 、 L_n ——意义同公式(2.1)及公式(2.2)

n ——桩身范围内的土层数目

m ——极限位移点所在土层的土层号

l_1 、 l_2 、 l_3 …… l_{n-1} ——桩身范围内各土层层底埋深(m)

$u_1(x)$ 、 $u_2(x)$ 、 $u_3(x)$ …… $u_{n+1}(x)$ ——各计算桩段竖向位移函数(m)

k_1 、 k_2 、 k_3 …… k_n ——桩身范围内各土层所对应的单位厚度桩侧土等效刚度系数(Pa)

在上述计算公式当中有一个非常重要的计算参数 k ，该计算参数的物理含义为单位厚度的桩侧土在桩身发生单位竖向位移时对桩身所提供的侧阻力大小，其单位为Pa。 k 值可以认为是单位厚度桩侧土(弹簧)的等效刚度系数，它宏观反映了桩侧土层的综合强度和综合刚度效应。计算结果对 k 值的取值是相当敏感的，所以能否对 k 进行合理的取值成为了计算当中关键的一环。为此，罗惟德提出了他个人的计算方法，具体如下：

桩身在受到竖向荷载作用并发生竖向变形(沉降)后，桩侧土体受到桩身拖动也会产生相应的剪切变形，并形成一定范围的剪切变形区域，土体的剪切变形从宏观上可以简化成如图2-2的竖向位移模式(注意桩侧土体竖向位移函数 $V(r, x)$ 的正方向与桩身竖向位移函数 $u(x)$ 的正方向同向)，即认为桩侧土体的竖向位移函

数为二次抛物线，并把其函数形式取为公式 (2.4)，对公式 (2.4) 求 r 的一阶偏导数后得出公式 (2.5)，同时注意到以下两点：

1、桩与桩侧土体是共同作用的，也就是说在 $r=R_1$ (桩身半径) 处桩身竖向位移应等于桩侧土竖向位移，即有 $V(x, r)=u(x)$ ①；

2、由于之前已经假设了土体是均匀连续的，所以土体的竖向位移函数在没有突变荷载作用的地方也应该是连续且光滑的，也就是说在 $r=R_2$ (桩侧土体剪切变形区外边缘到桩中心距离) 处应有 $V(x, r)=0$ ②和 $V'(x, r)=0$ ③。

把①、②和③这三个边界条件代入公式 (2.4) 和 (2.5) 后即可得出参数 a_2 、 a_1 和 a_0 的具体表达式，详见式 (2.6)。

$$V(r, x)=u(x) (a_2r^2+a_1r+a_0) \tag{2.4}$$

$$V'(r, x)=u(x) (2a_2r+a_1) \tag{2.5}$$

$$a_2 = \frac{1}{4\lambda_1^2 R_1^2} \quad a_1 = -\frac{R_2}{2\lambda_1^2 R_1^2} \quad a_0 = \frac{4\lambda_1^2 + 4\lambda_1 + 1}{4\lambda_1^2} \tag{2.6}$$

其中： $\lambda_1 = \frac{R_2 - R_1}{2R_1}$

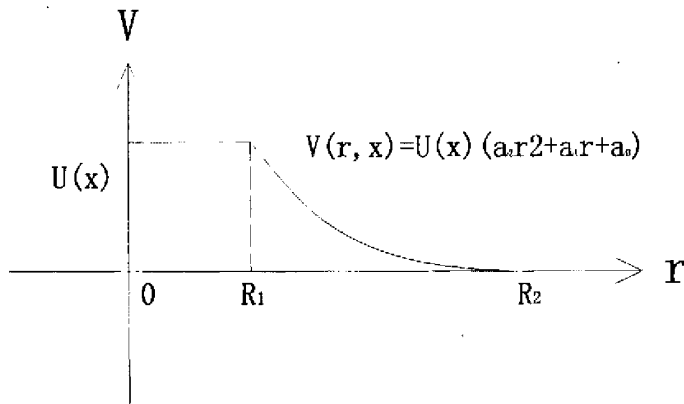


图2-2 桩侧土体竖向位移函数简图

Fig. 2-2 Simple drawing of vertical displacement of soil

在得出 a_2 、 a_1 和 a_0 这三个参数后即可推导出桩侧土体竖向位移函数 $V(x, r)$ 的形式，但必须注意到由于桩身竖向位移函数 $u(x)$ 还没有求解出来，所以 $V(x, r)$ 的具体函数形式是不知道的，但此时已经能够利用它来推导出公式 (2.1) 和 (2.2) 当中的计算参数 k 的表达式。具体做法如下：

首先把参数 a_2 、 a_1 代入公式(2.5)中并得出公式(2.7),同时注意到桩侧土体竖向位移函数 $V(x, r)$ 对 r 求一阶偏导数之后所得出的函数 $V'(r, x)$ 就是桩侧土体的剪切变形函数,也就是指公式(2.8)是成立的。根据材料力学相关理论[28]可知土体的剪切应变能密度的表达式为公式(2.9)。对公式(2.9)进行体积分后即可得出土体剪切应变能,注意此时只对单位厚度的桩侧土进行积分运算,最后应得出单位厚度桩侧土体的剪切应变能表达式(2.10)。

同时,因为在表达式(2.10)的整个推导过程当中有一个假设自始贯穿其中,那就是桩身竖向位移为 $u(x)$,所以表达式(2.10)的准确含义应为单位厚度桩侧土体在桩身发生大小为 $u(x)$ 的竖向位移时的剪切应变能。前已述及,计算参数 k 的物理含义为单位厚度的桩侧土在桩身发生单位竖向位移时对桩身所提供的侧阻力大小,故必须假设桩身发生竖向位移为 $u(x)$ 并且取单位桩长来计算等效土弹簧的应变能,根据线性弹簧应变能计算公式可知此时土弹簧的应变能为 $ku^2(x)/2$ 。同时注意到桩侧土体已等效成土弹簧,根据能量守恒原理必然有:单位厚度桩侧土体在桩身发生大小为 $u(x)$ 的竖向位移时所产生的剪切应变能=单位厚度等效土弹簧在发生大小为 $u(x)$ 的竖向变形时所产生的应变能,也就是指 $ku^2(x)/2$ 与公式(2.10)等号右边的表达式是相等的,经运算后即可得出计算参数 k 的具体表达式(2.11),对于不同土层只需代入与该土层相应的剪切模量 G 和参数 λ_1 就可计算出各土层所对应的 k 值。

$$V'(r, x) = u(x) \left(\frac{r}{2\lambda_1^2 R_1^2} - \frac{R_2}{2\lambda_1^2 R_1^2} \right) \quad (2.7)$$

$$\tau(r, x) = V'(r, x) = u(x) \left(\frac{r}{2\lambda_1^2 R_1^2} - \frac{R_2}{2\lambda_1^2 R_1^2} \right) \quad (2.8)$$

$$w(r, x) = \frac{1}{2} G \tau^2 = \frac{1}{2} G u^2(x) \left(\frac{r}{2\lambda_1^2 R_1^2} - \frac{R_2}{2\lambda_1^2 R_1^2} \right)^2 \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} W &= \int w(r, x) dv = \int \frac{1}{2} G \tau^2 dv \\ &= \int \frac{1}{2} G u^2(x) \left(\frac{r}{2\lambda_1^2 R_1^2} - \frac{R_2}{2\lambda_1^2 R_1^2} \right)^2 dv \quad \text{注意到: } dv = rd\theta dr \\ &= \frac{1}{2} G u^2(x) \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{r}{2\lambda_1^2 R_1^2} - \frac{R_2}{2\lambda_1^2 R_1^2} \right)^2 rd\theta dr \end{aligned}$$

$$= \frac{G\pi(2\lambda_1 + 4)}{6\lambda_1} u^2(x) \quad (2.10)$$

$$W = \frac{ku^2(x)}{2} = \frac{G\pi(2\lambda_1 + 4)}{6\lambda_1} u^2(x)$$

$$\Rightarrow k = \frac{G\pi(2\lambda_1 + 4)}{3\lambda_1} \quad (2.11)$$

其中：G——土体剪切模量（Pa）

$$\lambda_1 \text{——计算参数, } \lambda_1 = \frac{R_2 - R_1}{2R_1}$$

R_1 ——桩身半径（m）

R_2 ——桩侧土体剪切变形区外边缘到桩中心距离（m）

在求解了各土层的计算参数k值之后，就可以将其代入到微分方程组（2.3）中并进行相应的求解运算。罗惟德在其论文中也给出上述微分方程组的一般解答思路，但由于在计算桩身竖向位移函数 $u_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, n, n+1$) 的时候必须知道极限位移点（即桩身竖向位移等于极限位移值 u_m 的所在点）的具体位置，而在 $u_i(x)$ 被求解出来之前极限位移点的位置是无发得知的，所以在罗惟德的论文当中并未提出 $u_i(x)$ 通解的具体形式。对于 $u_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, n, n+1$) 的具体求解方法，本文将在本章第三节当中详细叙述。

2.2 对静压管桩承载模型的讨论及修正

2.2.1 对静压管桩承载模型的讨论

在上述承载模型的建立过程中，均把桩周和桩端岩土体看成是连续均匀的线弹性介质，并用线性弹簧去模拟桩周和桩端岩土体与桩身的相互作用。但是在桩身承受大型荷载作用的时候，桩周和桩端岩土体会因应力水平较高而表现出明显的非线性和弹塑性。此时，上述承载模型得以建立的前提假设将不能成立，理论结果也会失去对实践的指导功能，所以对于大直径钻（冲）孔灌注桩而言上述承载模型是不能予以采用的。然而对于静压管桩来说，由于受到沉桩机械能量的影响，桩端最多只能进入强风化岩层3~5m，而且当持力层较深或遇到广东地区常见的岩溶地质时静压管桩桩端通常都无法入岩，再加上桩径较小，这就造成了静压管桩的端阻力发挥极其有限，同时桩径小也会降低侧阻力的数值（因为桩身表面

积与桩径成正比），从而使得静压管桩的单桩承载力比大直径灌注桩要小得多。而由于静压管桩的单桩承载力小，所以静压管桩在极限荷载作用下桩和桩周（端）岩土都处于较低的应力水平，桩土都表现出较为明显的线性特征（这一点可以从众多的静压管桩静载试验中得出）。因此，把静压管桩桩周（端）岩土看成是连续均匀的线弹性介质，并用线性弹簧去模拟是具有一定的合理性。也就是说，上述承载模型是适用于静压管桩的。

2.2.2 静压管桩承载模型的修正

在本章第一节当中已经提及过单位厚度桩侧土等效刚度系数 k 值的大体计算方法。然而，对于静压管桩而言该参数应予以一定的修正方可应用到承载模型的求解中。众所周知，在静压管桩压入土层的过程当中必然会伴随着挤压桩侧岩土体这一附加效应的产生，原本位于桩身范围内的土体将被桩体所替代并向桩侧挤压，于是在桩侧一定范围内形成一个挤土区域（见图2-3.a）。在该挤土区域当中土颗粒将重新排列并趋于密实，土体的强度和刚度也会相应地增大。而作为反映桩侧土体强度和刚度综合效应的计算参数 k 值，在土体受到挤密的情况下同样也应该得以提高。因此，必须把挤土效应考虑到 k 值的计算当中。

为此，引入挤密函数 $J(r)=a+br$ （见图2-3.b）， $J(r)$ 的物理意义为桩侧挤土区中的土体被挤密后单位体积内土颗粒质量的增加量和原有土颗粒质量的比值，即 $J(r)$ 表示挤土过后土体中某点土颗粒质量的增加率。

为求解 $J(r)$ 当中 a 和 b 这两个参数，必须寻找两个条件予以计算。首先可以得知的是，在挤土区最外边缘处挤密函数 $J(r)$ 的值应为零，即当 $r=R_3$ （挤土区最外边缘到桩中心距离）时， $J(r)=0$ ；由此可得到关系式 $b=-a/R_3$ 。此外，在静压管桩完全压入到土层之后，管桩就会把和桩身等体积的土体往挤土区挤压。根据质量守恒定律，挤土区范围内土颗粒质量的总体增加量应等于与桩身等体积的土体中土颗粒的质量。在考虑到 $J(r)$ 的物理含义之后，我们知道挤土区范围里某一微小体积内的土颗粒质量的增加量为 $dM_1=J(r)dv*\rho_s$ （ ρ_s 为土体的干密度，即单位土体体积内土颗粒的质量），由此可知对上式进行体积积分（体积积分范围为桩侧挤土区范围，并取单位厚度进行计算）后应能得到单位厚度挤土区范围内土颗粒质量的总体增加量 M_1 （具体运算见公式2.12）。同时可知，与单位长度桩身等体积的土体中土颗粒的质量 $M_2=\pi R_1^2*\rho_s$ ，并且根据上述观点应有 $M_1=M_2$ ，即公式（2.13）成立，并由此可推导出参数 a 的表达式（2.14）。此时， $J(r)$ 的具体表达式已经得到。

$$M_1 = \int J(r)dv * \rho_s = \int (a + br)dv * \rho_s \quad \text{注意到: } b=-a/R_3$$

$$= \int \left(a - \frac{a}{R_3}r\right)dv * \rho_s \quad \text{注意到: } dv = rd\theta dr$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_3} \left(a - \frac{a}{R_3}r\right)rd\theta dr * \rho_s$$

$$= 2\pi \left[\frac{a}{2}(R_3^2 - R_1^2) - \frac{a}{3R_3}(R_3^3 - R_1^3) \right] * \rho_s \quad (2.12)$$

$$M_1 = M_2$$

$$\Rightarrow 2\pi \left[\frac{a}{2}(R_3^2 - R_1^2) - \frac{a}{3R_3}(R_3^3 - R_1^3) \right] * \rho_s = \pi R_1^2 * \rho_s \quad (2.13)$$

$$\Rightarrow a = \frac{3(1 + 2\lambda_2)}{8\lambda_2^3 + 12\lambda_2^2} \quad (2.14)$$

其中: $\lambda_2 = \frac{R_3 - R_1}{2R_1}$

R_1 ——桩身半径 (m)

R_3 ——挤土区最外边缘到桩中心距离 (m)

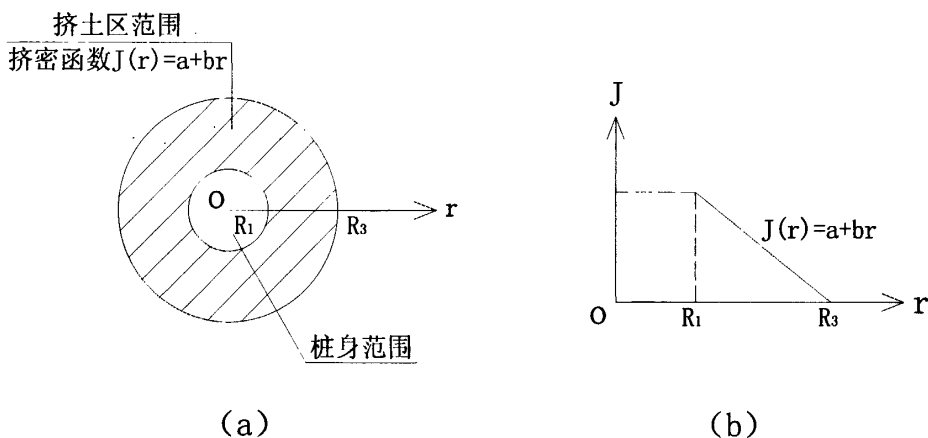


图2-3 静压管桩对桩侧土体横向挤密示意图

Fig. 2-3 Simple drawing of soil compression of statically pressed precast concrete pile

众所周知，随着土体密（实）度的增长，土颗粒之间的咬合作用也将加强，而作为土颗粒之间相互咬合作用综合体现的土体剪切模量G值也应得以提高。同时注意到挤密函数J(r)不但是土体土颗粒质量的增加率，而且也等价于土体干密度的增加率。因此，本文作出以下一个理论假设：土体内土颗粒质量的增加率（即挤密函数数值J(r)）与土体剪切模量的增加率成正比例关系，即有公式（2.15），通过使用挤密增加后的土体剪切模量G'去计算土体剪切应变能来把静压管桩的挤土效应考虑到k值中去。

在用挤密增加后的土体剪切模量G'去计算土体剪切应变能时必须注意桩侧土体剪切变形区域和挤土区域之间的关系，因为两者之间的关系直接影响积分公式的具体形式乃至积分的结果。桩侧土体剪切变形区域和挤土区域之间的关系可分为以下两种情况：

1、剪切变形区域大于挤土区域（即 $R_2 > R_3$ ）：此时土体剪切应变能应分为两个部分进行计算。剪切应变能第一部分的积分范围是桩径到挤土区域外边缘之间的圆环范围（ $R_1 < r < R_3$ ），该范围由于处于挤土区域中，所以剪切模量G应该考虑挤土效应所造成的提高，即 $G' = (1 + J(r)) * G$ 。参考公式（2.10）的建立方法，并注意到剪切模量G已由G'所替代，即可得到第一部分的剪切应变能 W_1 计算公式（2.16）。剪切应变能第二部分的积分范围是挤土区域外边缘到剪切变形区域外边缘之间的圆环范围（ $R_3 < r < R_2$ ），该范围由于已超出挤土区域，所以仍采用原始的土体剪切模量G进行剪切应变能的计算。同样参照公式（2.10）的建立方法并得到第二部分的剪切应变能 W_2 计算公式（2.17）。上述两部分剪切应变能相加后即成为土体的整体剪切应变能，同样参照公式（2.11）进行k值的计算，其结果见公式（2.18）。

$$G' = (1 + J(r)) * G \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} W_1 &= \int_1 w(r, x) dv = \int_1 \frac{1}{2} G' r^2 dv \\ &= \int_1 \frac{1}{2} G \left(1 + a - \frac{ar}{R_3}\right) u^2(x) \left(\frac{r}{2\lambda_1^2 R_1^2} - \frac{R_2}{2\lambda_1^2 R_1^2}\right)^2 dv \quad \text{注意到: } dv = rd\theta dr \\ &= \frac{1}{2} Gu^2(x) \int_{R_1}^{R_3} \int_0^{2\pi} \left(1 + a - \frac{ar}{R_3}\right) \left(\frac{r}{2\lambda_1^2 R_1^2} - \frac{R_2}{2\lambda_1^2 R_1^2}\right)^2 rd\theta dr \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{G\pi u^2(x)}{4\lambda_1^4} \left[\frac{(a+5)(1+2\lambda_2)^4}{20} + \frac{a(40\lambda_1^2+10\lambda_1+1)}{30(1+2\lambda_2)} - \frac{(a+4)(1+2\lambda_1)(1+2\lambda_2)^3}{6} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(a+3)(1+2\lambda_1)^2(1+2\lambda_2)^2}{6} + \frac{2(a+1)(1+2\lambda_1)}{3} - \frac{(a+1)(1+2\lambda_1)^2}{2} - \frac{(a+1)}{4} \right] \\
 &\hspace{15em} (2.16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_2 &= \int_{V_2} w(r,x)dv = \int_{V_2} \frac{1}{2} G\tau^2 dv \\
 &= \int_{V_2} \frac{1}{2} Gu^2(x) \left(\frac{r}{2\lambda_1^2 R_1^2} - \frac{R_2}{2\lambda_1^2 R_1^2} \right)^2 dv \quad \text{注意到: } dv = rd\theta dr \\
 &= \frac{1}{2} Gu^2(x) \int_{R_3}^{R_2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{r}{2\lambda_1^2 R_1^2} - \frac{R_2}{2\lambda_1^2 R_1^2} \right)^2 rd\theta dr \\
 &= \frac{G\pi u^2(x)}{48\lambda_1^4} \left[(1+2\lambda_1) - 3(1+2\lambda_2)^4 - 6(1+2\lambda_1)^2(1+2\lambda_2)^2 + 8(1+2\lambda_1)(1+2\lambda_2)^3 \right] \\
 &\hspace{15em} (2.17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W &= W_1 + W_2 = \frac{ku^2(x)}{2} \\
 \Rightarrow k &= \frac{G\pi}{2\lambda_1^4} \left[\frac{(a+5)(1+2\lambda_2)^4}{20} + \frac{a(40\lambda_1^2+10\lambda_1+1)}{30(1+2\lambda_2)} - \frac{(a+4)(1+2\lambda_1)(1+2\lambda_2)^3}{6} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(a+3)(1+2\lambda_1)^2(1+2\lambda_2)^2}{6} + \frac{2(a+1)(1+2\lambda_1)}{3} - \frac{(a+1)(1+2\lambda_1)^2}{2} - \frac{(a+1)}{4} \right] \\
 &\quad + \frac{G\pi}{24\lambda_1^4} \left[(1+2\lambda_1) - 3(1+2\lambda_2)^4 - 6(1+2\lambda_1)^2(1+2\lambda_2)^2 + 8(1+2\lambda_1)(1+2\lambda_2)^3 \right] \\
 &\hspace{15em} (2.18)
 \end{aligned}$$

2、剪切变形区域小于等于挤土区域（即 $R_2 \leq R_3$ ）：此时土体剪切应变能只有一个部分，其构建过程和具体形式均与公式（2.16）相似，详见公式（2.19）。在得出剪切应变能之后就可按之前的方法求解计算参数k值，详见公式（2.20）。

$$\begin{aligned}
 W &= \int w(r,x)dv = \int \frac{1}{2} G'\tau^2 dv \\
 &= \int \frac{1}{2} G(1+a - \frac{ar}{R_3})u^2(x) \left(\frac{r}{2\lambda_1^2 R_1^2} - \frac{R_2}{2\lambda_1^2 R_1^2} \right)^2 dv \quad \text{注意到: } dv = rd\theta dr
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} Gu^2(x) \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \left(1 + a - \frac{ar}{R_3}\right) \left(\frac{r}{2\lambda_1^2 R_1^2} - \frac{R_2}{2\lambda_1^2 R_1^2}\right)^2 r d\theta dr \\
 &= \frac{G\mu^2(x)}{4\lambda_1^4} \left[-\frac{a(1+2\lambda_1)^5}{30(1+2\lambda_2)} + \frac{(a+1)(1+2\lambda_1)^4}{12} - \frac{(a+1)(1+2\lambda_1)^2}{2} + \frac{2(a+1)(1+2\lambda_1)}{3} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{a(40\lambda_1^2 + 10\lambda_1 + 1)}{30(1+2\lambda_2)} - \frac{(a+1)}{4} \right] \tag{2.19}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{ku^2(x)}{2} \\
 \Rightarrow k &= \frac{G\pi}{2\lambda_1^4} \left[-\frac{a(1+2\lambda_1)^5}{30(1+2\lambda_2)} + \frac{(a+1)(1+2\lambda_1)^4}{12} - \frac{(a+1)(1+2\lambda_1)^2}{2} + \frac{2(a+1)(1+2\lambda_1)}{3} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{a(40\lambda_1^2 + 10\lambda_1 + 1)}{30(1+2\lambda_2)} - \frac{(a+1)}{4} \right] \tag{2.20}
 \end{aligned}$$

值得一提的是，地面以下一定范围内（根据经验大概为5m）的土层由于缺乏上覆土体的重力反压，所以该范围内的土体在静压管桩的压入过程中并不会产生挤密效应（主要表现为土体隆起）。因此，在该部分土体k值的计算过程中不应考虑管桩挤密所产生的强化，也就是说直接采用公式（2.11）进行k值的计算。

2.3 对静压管桩承载模型的求解

本章前两节已对静压管桩承载模型的建立及参数的修正作出了相应的分析讨论，至此已能对承载模型进行求解工作。首先让微分方程组（2.3）中的每一方程两边均除以EA并引入计算参数M，则微分方程组（2.3）将转化成方程组（2.21）的形式。

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 u_1(x)}{dx^2} - M_1 u_m &= 0 \dots\dots\dots (0 \leq x \leq l_1) \\
 \frac{d^2 u_2(x)}{dx^2} - M_2 u_m &= 0 \dots\dots\dots (l_1 \leq x \leq l_2) \\
 &\dots\dots\dots \\
 \frac{d^2 u_m(x)}{dx^2} - M_m u_m &= 0 \dots\dots\dots (l_{m-1} \leq x \leq l_m) \\
 \frac{d^2 u_{m+1}(x)}{dx^2} - M_m u_{m+1}(x) &= 0 \dots\dots\dots (L_m \leq x \leq l_m)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \dots\dots\dots \\ & \frac{d^2 u_n(x)}{dx^2} - M_{n-1} u_n(x) = 0 \dots\dots\dots (l_{n-2} \leq x \leq l_{n-1}) \\ & \frac{d^2 u_{n+1}(x)}{dx^2} - M_n u_{n+1}(x) = 0 \dots\dots\dots (l_{n-1} \leq x \leq L) \end{aligned} \tag{2.21}$$

其中：E、A、L、 u_n 、 L_n ——意义同公式（2.1）及公式（2.2）

n ——桩身范围内的土层数目

m ——极限位移点所在土层的土层号

l_1 、 l_2 、 l_3 …… l_{n-1} ——桩身范围内各土层层底埋深（m）

$u_1(x)$ 、 $u_2(x)$ 、 $u_3(x)$ …… $u_{n+1}(x)$ ——各计算桩段竖向位移函数（m）

k_1 、 k_2 、 k_3 …… k_n ——桩身范围内各土层所对应的单位厚度桩侧土等效刚度系数（Pa）

M_1 、 M_2 、 M_3 …… M_n ——计算参数（ m^{-2} ）， $M_i = k_i / EA$

对上述方程组分析后发现可将众多微分方程划分成两大类：在区间（0， L_n ）中的微分方程虽然 M_i 值各不相同但从数理角度分析均可定义为可降阶的二阶微分方程，其求解方法比较简单，只须连续进行两次一元函数积分就可以得出其通解形式。而在区间（ L_n ，L）中的微分方程则均为二阶常系数齐次线性微分方程（公式2.22），其通解形式与微分方程所对应特征方程（公式2.23）的解有密切关系。由于公式（2.23）有两个不等的实数根 $r = \pm\sqrt{M_i}$ ，所以根据相关数学教材[29]可知公式（2.22）的通解形式为公式（2.24）。综合分析可知：方程组（2.21）所对应的通解可归纳为方程组（2.25）。

$$\frac{d^2 u_{i+1}(x)}{dx^2} - M_i u_{i+1}(x) = 0 \quad (i = m, m + 1, m + 2, \dots, n) \tag{2.22}$$

$$r^2 - M_i = 0 \quad (i = m, m + 1, m + 2, \dots, n) \tag{2.23}$$

$$u_{i+1}(x) = C_{i+1,1} e^{\sqrt{M_i}x} + C_{i+1,2} e^{-\sqrt{M_i}x} \quad (i = m, m + 1, m + 2, \dots, n) \tag{2.24}$$

$$u_1(x) = \frac{M_1 u_m}{2} x^2 + C_{1,1} x + C_{1,2} \dots\dots\dots (0 \leq x \leq l_1)$$

$$\begin{aligned}
 u_2(x) &= \frac{M_2 u_m}{2} x^2 + C_{2,1} x + C_{2,2} \dots\dots\dots (l_1 \leq x \leq l_2) \\
 &\dots\dots\dots \\
 u_m(x) &= \frac{M_m u_m}{2} x^2 + C_{m,1} x + C_{m,2} \dots\dots\dots (l_{m-1} \leq x \leq L_m) \\
 u_{m+1}(x) &= C_{m+1,1} e^{\sqrt{M_m} x} + C_{m+1,2} e^{-\sqrt{M_m} x} \dots\dots\dots (L_m \leq x \leq l_m) \\
 &\dots\dots\dots \\
 u_n(x) &= C_{n,1} e^{\sqrt{M_{n-1}} x} + C_{n,2} e^{-\sqrt{M_{n-1}} x} \dots\dots\dots (l_{n-2} \leq x \leq l_{n-1}) \\
 u_{n+1}(x) &= C_{n+1,1} e^{\sqrt{M_n} x} + C_{n+1,2} e^{-\sqrt{M_n} x} \dots\dots\dots (l_{n-1} \leq x \leq L)
 \end{aligned}
 \tag{2.25}$$

方程组 (2.25) 中共有 $2n+2$ 个待定系数，必须寻找 $2n+2$ 个边界条件才能将其最终确定。在桩基础设计中承载能力与沉降大小是最主要的两个控制因素，一般情况下承载能力随着沉降的增大而不断增大（从众多 $P \sim S$ 曲线中可验证这一点），但主体结构并不能承受过大的沉降（差），因此必须对桩基础顶部的沉降值进行控制，也就是说桩顶位移（沉降）有一个极限控制值 S ，而桩顶位移 $(u_1(x)|_{x=0})$ 等于 S 就是为确定方程组 (2.25) 中 $2n+2$ 个待定系数而寻找的第一个边界条件。值得同时指出的是：由于采用了上述这一边界条件，所以将来求出的桩身竖向位移以及竖向承载能力均为桩体达到位移极限状态（桩顶位移达到极限控制值 S ）时的数值。

此时只寻找到众多边界条件中的其中一个，为确定方程组 (2.25) 中的所有系数还欠缺 $2n+1$ 个条件，为寻找剩余的边界条件可以从连续性方面进行分析。由于桩体是一个均匀的连续体，因此桩身范围内任一点的位移和应变均应连续，如该条件不能满足则会造成桩身在位移或应变不连续点处发生断裂，这与实际情况并不相符，因为轴向受压桩体在不考虑负摩擦力影响的情况下并不可能发生任何形式的拉裂现象。因此方程组 (2.25) 中每一计算桩段范围内的竖向位移函数 $u_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, n, n+1$) 及其一阶导数 $u_i'(x)$ ($i=1, 2, \dots, n, n+1$) 均为连续函数，也就是说在各计算桩段范围内的桩体位移和应变（竖向位移函数 $u_i(x)$ 对 x 求一阶导

数后即为轴向应变函数)均连续。同时应注意到桩体位移及应变的连续必须是每点严格满足,也就是说在各计算桩段交点处的位移及应变也应该连续。由于共有 $n+1$ 个计算桩段,所以根据计算桩段交点处位移及应变均连续这一真命题可建立 $2n$ 个连续性条件,再加上之前确立的桩顶位移等于沉降控制值 S 这一条件后现在共寻找到 $2n+1$ 个边界条件。

最后一个边界条件的确定将从桩底入手,在本章第一节关于管桩承载模型建立的相关论述中已述及桩侧及桩端岩土体均被看成是等效的土弹簧。桩侧岩土体等效土弹簧的刚度系数 k 值已在本章第二节中详细谈论过,而桩端岩土体等效土弹簧的刚度系数 k_v 则可根据土力学中的相关公式予以求解。在地基沉降的计算方法上,除了有已被广泛应用并写入规范的分层总和法外,还有其它好几种方法,弹性公式法就是其中之一。弹性公式法的计算公式源于法国学者Boussinesq提出的在弹性半无限空间表面上作用一个竖向集中力时于半无限空间内任意点所产生应力、应变及位移的计算公式,当荷载不是集中荷载而为其它形式时,则只须要对Boussinesq公式进行相应的积分就可得到在任意荷载作用下半无限空间内任意点的应力、应变及位移计算公式,其应力计算公式即为分层总和法中计算地基附加应力的计算公式,而位移(主要针对地表竖向位移,即沉降)计算公式则为弹性公式法计算地基沉降的基本公式,其形式见公式(2.26)[30]。把 $P_0=P/A$ 代入公式(2.26)并作简单的代数变换后可得公式(2.27),如果此时把 P 看成是管桩桩底作用在桩底地基土(岩)上的荷载, s 是由此而产生的桩底地基土(岩)沉降,则 P/s 就为桩端岩土体等效土弹簧的刚度系数 k_v ,即公式(2.28)成立。同时应注意到管桩桩底呈圆形状,而且管桩底刚度较大使得桩底各点沉降通常趋于定值,因此可以把管桩底部看成是一刚性圆形基础,此时 ω 的取值为0.79,并把 $A = \pi R_1^2$ 及 $b = 2R_1$ 代入公式(2.28)后即可得到 k_v 的简化计算公式(2.29)。在得出参数 k_v 之后就可将其利用到最后一个边界条件的确定上,即有:

$$k_v u_{n+1}(x)|_{x=L} = -EA u'_{n+1}(x)|_{x=L}$$

公式左边表达式为桩端岩土体在桩端发生一定的沉降后在桩底所产生的反力(即管桩端阻力),公式右边为根据应力应变公式所求出的管桩底部轴力,而端阻力与桩端处轴力必定是相等的,同时应注意到轴力是以受压为负,但端阻力却恒为正值,因此上述桩端边界条件的右边表达式应加上一负号。至此,已将为求解方程组(2.25)中 $2n+2$ 个待定系数而寻找的 $2n+2$ 个边界条件全部确定,详见公

式组 (2.30)。

$$s = \frac{\omega(1-\mu^2)bP_0}{E_0} \quad (2.26)$$

$$\frac{P}{s} = \frac{E_0 A}{\omega(1-\mu^2)b} \quad (2.27)$$

$$k_v = \frac{P}{s} = \frac{E_0 A}{\omega(1-\mu^2)b} \quad (2.28)$$

$$k_v = \frac{P}{s} = \frac{2E_0 R_1}{(1-\mu^2)} \quad (2.29)$$

其中：s——地基土（岩）沉降值

b——矩形基础取宽度，圆形基础取直径

P_0 ——管桩端阻力在桩底地基土（岩）上所产生的均布荷载，即 $P_0=P/A$ （P为管桩端阻力；A为管桩截面积）

E_0 ——地基土的变形模量或弹性模量

R_1 ——管桩半径

ω ——沉降影响系数，根据基础的刚度、基础底部形状及计算点位置选取

μ ——地基土（岩）泊松比

$$u_1(x)|_{x=0} = S$$

$$u_i(x)|_{x=l_i} = u_{i+1}(x)|_{x=l_i} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m-1)$$

$$u'_i(x)|_{x=l_i} = u'_{i+1}(x)|_{x=l_i} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m-1)$$

$$u_i(x)|_{x=L_m} = u_{i+1}(x)|_{x=L_m} \quad (i = m)$$

$$u'_i(x)|_{x=L_m} = u'_{i+1}(x)|_{x=L_m} \quad (i = m)$$

$$u_{i+1}(x)|_{x=l_i} = u_{i+2}(x)|_{x=l_i} \quad (i = m, m+1, \dots, n-1)$$

$$u'_{i+1}(x)|_{x=l_i} = u'_{i+2}(x)|_{x=l_i} \quad (i = m, m+1, \dots, n-1)$$

$$k_v u_{n+1}(x)|_{x=L} = -EA u'_{n+1}(x)|_{x=L} \quad (2.30)$$

至此，管桩承载模型微分方程组 (2.21) 所对应的通解方程组 (2.25) 及边界条件组 (2.30) 均已全部得出，但在把边界条件组 (2.30) 代入通解方程组 (2.25) 并联合求解方程组中各系数前还有一个问题需要解决，就是要得出极限位移点（即桩身竖向位移等于极限位移值 u_m 的点）的所在位置，因为通解方程组 (2.25) 及边界条件组 (2.30) 中的计算参数 m 和 L_m 在极限位移点的具体位置被求解出来前是无从得知的。但此时产生了一个矛盾：在求解微分方程组 (2.21)（即求解桩身竖向位移函数 $u_i(x)$ ）时须要知道极限位移点的具体位置，但极限位移点的位置在桩身竖向位移函数被求解出来之前并无法得知（即使极限位移值 u_m 已知）。为了解决上述这一矛盾，方程组 (2.21) 将采用迭代法进行求解，求解步骤如下：

1、首先假设桩身范围内桩土之间并没有发生相对位移（即桩土没有破裂），此时方程组 (2.21)、(2.25) 及 (2.30) 将相应转换成方程组 (2.31)、(2.32) 及 (2.33) 的形式。由于假设了桩土没有发生破裂，所以在方程组 (2.31)、(2.32) 及 (2.33) 中并不存在 m 和 L_m 这两个计算参数，因此可直接将边界条件组 (2.33) 代入通解方程组 (2.32) 中进行联合求解并得出 $C_{1,1}$ 、 $C_{1,2}$ 、 $C_{2,1}$ 、 $C_{2,2}$ 、……、 $C_{n-1,1}$ 、 $C_{n-1,2}$ 、 $C_{n,1}$ 、 $C_{n,2}$ 这 $2n$ 个系数，将各系数代入到通解方程组 (2.32) 中就可得到各计算桩段内的桩身竖向位移函数 $u_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, n$)。

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_1(x)}{dx^2} - M_1 u_1(x) &= 0 \dots\dots\dots (0 \leq x \leq l_1) \\ \frac{d^2 u_2(x)}{dx^2} - M_2 u_2(x) &= 0 \dots\dots\dots (l_1 \leq x \leq l_2) \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \frac{d^2 u_{n-1}(x)}{dx^2} - M_{n-1} u_{n-1}(x) &= 0 \dots\dots\dots (l_{n-2} \leq x \leq l_{n-1}) \\ \frac{d^2 u_n(x)}{dx^2} - M_n u_n(x) &= 0 \dots\dots\dots (l_{n-1} \leq x \leq L) \end{aligned} \tag{2.31}$$

$$u_1(x) = C_{1,1} e^{\sqrt{M_1}x} + C_{1,2} e^{-\sqrt{M_1}x} \dots\dots\dots (0 \leq x \leq l_1)$$

$$\begin{aligned}
 u_2(x) &= C_{2,1}e^{\sqrt{M_2}x} + C_{2,2}e^{-\sqrt{M_2}x} \dots\dots\dots(l_1 \leq x \leq l_2) \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\dots\dots\dots \\
 u_{n-1}(x) &= C_{n-1,1}e^{\sqrt{M_{n-1}}x} + C_{n-1,2}e^{-\sqrt{M_{n-1}}x} \dots\dots\dots(l_{n-2} \leq x \leq l_{n-1}) \\
 u_n(x) &= C_{n,1}e^{\sqrt{M_n}x} + C_{n,2}e^{-\sqrt{M_n}x} \dots\dots\dots(l_{n-1} \leq x \leq L)
 \end{aligned}
 \tag{2.32}$$

$$\begin{aligned}
 u_1(x)|_{x=0} &= S \\
 u_i(x)|_{x=l_i} &= u_{i+1}(x)|_{x=l_i} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n-1) \\
 u_i'(x)|_{x=l_i} &= u_{i+1}'(x)|_{x=l_i} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n-1) \\
 k_v u_n(x)|_{x=L} &= -EA u_n'(x)|_{x=L}
 \end{aligned}
 \tag{2.33}$$

2、对上述求解到的桩身竖向位移函数 $u_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, n$) 进行相关的讨论:

(1) 考察桩顶竖向位移 $u_1(x)|_{x=0}$ 是否小于极限位移值 u_m ，如果小于则表明桩土间没有发生相对位移这一假设是正确的（因为桩顶竖向位移大于桩身任一点的竖向位移，如果桩顶竖向位移已小于极限位移值 u_m ，则意味着桩身任一点的竖向位移也同样小于 u_m ），也就是说上述桩身竖向位移函数 $u_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, n$) 为符合实际情况的解答。

(2) 如果桩顶竖向位移 $u_1(x)|_{x=0}$ 大于极限位移值 u_m ，则应分以下两种情况进行分析:

(a) 如果桩端竖向位移 $u_n(x)|_{x=L}$ 也大于极限位移值 u_m ，则表示全桩身范围内均已发生桩土相对位移（因为桩端竖向位移小于桩身任一点的竖向位移），同时也意味着桩侧岩土体在桩顶荷载和桩顶竖向位移还没有达到极限要求前已先达到极限状态，此时应该增大桩长、桩径或降低承载能力要求（即降低桩顶控制位移 S ）并重新进行步骤1的计算。

(b) 如果桩端竖向位移 $u_n(x)|_{x=L}$ 小于极限位移值 u_m ，则表示桩身范围内可能

存在着极限位移点（即桩身竖向位移等于极限位移值 u_n 的点），极限位移点以上部分的桩土已发生相对位移，而极限位移点以下部分的桩土仍共同工作。但是应该明白到由于此时桩顶竖向位移大于极限位移值 u_n ，所以方程组（2.31）、（2.32）及（2.33）得以成立的前提假设（桩土间没有发生相对位移）将不再成立，也就是说由方程组（2.31）、（2.32）及（2.33）联合求解出来的桩身竖向位移函数 $u_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, n$)并非实际的解答，根据此时的桩身竖向位移函数所求解出来的极限位移点也是错误的。但此时不妨先假设该极限位移点为实际的极限位移点，由此则可以得到通解方程组（2.25）及边界条件组（2.30）中的计算参数 m 和 L_n ，也就是说此时可以将边界条件组（2.30）代入通解方程组（2.25）并进行系数的联合求解，把求解到的 $2n+2$ 个系数代入通解方程组（2.25）中即可得到一组新的桩身竖向位移函数 $u_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, n+1$)。

此时仍须对新求解到的桩身竖向位移函数 $u_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, n+1$)进行讨论，但现在只须要考察桩端竖向位移 $u_{n+1}(x)|_{x=L}$ 是否大于极限位移值 u_n 。也许有读者会提问：为什么不须要像步骤2-(1)那样讨论桩顶竖向位移是否小于极限位移值 u_n ，难道此时的桩顶竖向位移肯定大于 u_n 吗？的确，此时的桩顶竖向位移肯定大于 u_n ！这是因为要执行2-(2)-(b)这一步骤的前提条件就是要桩顶竖向位移大于 u_n ，而根据桩顶边界条件桩顶竖向位移应等于桩顶沉降控制值 S ，也就是说只要执行了2-(2)-(b)这一步骤则桩顶沉降控制值 S 肯定大于 u_n ，而在后续的计算中桩顶沉降控制值 S 又会作为桩顶边界条件让桩顶竖向位移与其相等，也就是说在后续的计算中桩顶竖向位移肯定都会大于极限位移值 u_n ，因此无须再讨论两者之间的关系。

现在回归到之前的讨论，如果桩端竖向位移 $u_{n+1}(x)|_{x=L}$ 大于极限位移值 u_n 则表示全桩身范围内均已发生桩土相对位移，桩侧岩土体在桩顶荷载和桩顶竖向位移还没有达到极限要求前已先达到极限状态，与前面的讨论一样，此时应该增大桩长、桩径或降低承载能力要求（即降低桩顶控制位移 S ）并重新进行步骤1的计算。相反，如果桩端竖向位移小于极限位移值 u_n ，则应根据新求解到的桩身竖向位移函数重新确定极限位移点位置。如果新求解到的极限位移点与前一次求解到的极限位移点相距较大，则假设新的极限位移点为实际的极限位移点并再一次进行步骤2-(2)-(b)的计算。如此反复迭代，直到前后两次求解出来的极限位移点之间的距离相差小于一定程度后才终止计算，而最后一次求解出来的桩身竖向位移函数 $u_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, n+1$)即为实际解答。

通过上述的求解方法（迭代法）即可克服由于极限位移点深度位置不能在桩身竖向位移函数被求解出来前预先得知而造成的求解矛盾，使得静压管桩承载模型微分方程组（2.21）及其所对应的通解方程组（2.25）能够顺利求解，具体求解过程可参考上述文字说明或求解流程图（图2-4）。

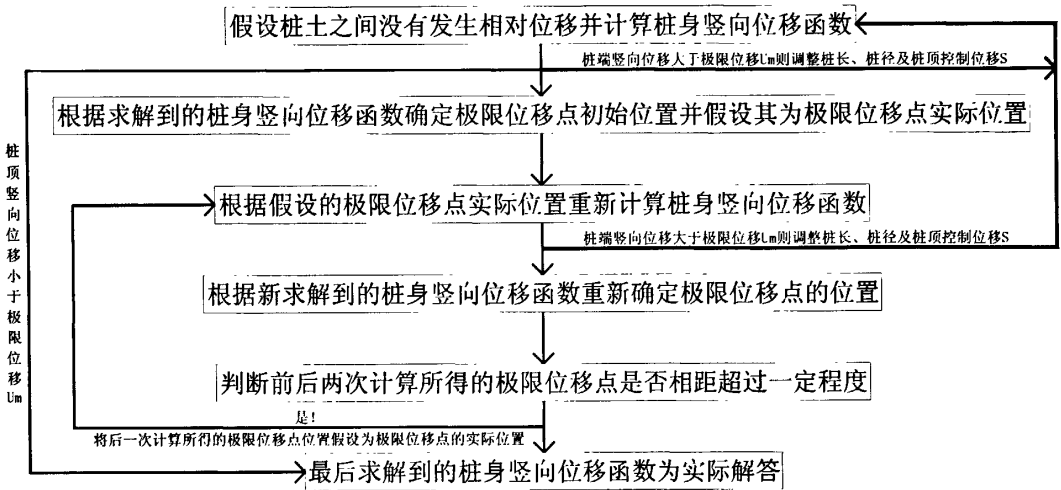


图2-4 静压管桩承载模型求解流程图

Fig. 2-4 The solution proceeding of load-bearing model of statically pressed precast concrete pile

在桩身竖向位移函数 $u_i(x)$ 被求解出来之后即可将其应用到管桩承载力极限值（包括端阻力极限值和侧阻力极限值）的计算当中，具体的做法类似于弹性力学中用已知位移函数去求解应变函数及应力函数的计算过程：

首先，把桩身竖向位移函数代入弹性力学三大方程之一的几何方程中，因为桩身竖向位移属于一维问题，所以几何方程将退化成一个方程 $\varepsilon_i(x) = du_i(x)/dx$ ，其中 $\varepsilon_i(x)$ 为各计算桩段内的桩身轴向应变函数（以受拉为正）。

之后，把 $\varepsilon_i(x)$ 代入弹性力学三大方程之一的物理方程当中，同样由于桩身轴向应变属于一维问题，所以物理方程也将退化成一个方程 $\sigma_i(x) = \varepsilon_i(x)E$ ，其中 $\sigma_i(x)$ 为各计算桩段内的桩身轴向应力函数（以受拉为正）。

最后，将应力函数 $\sigma_i(x)$ 乘以管桩截面面积 A 后即可得到各计算桩段内的桩身

轴力函数 $N_i(x)$ (以受拉为正), 也就是说桩身任一点的轴力均已得知。

同时注意到由于采用了桩顶竖向位移等于桩顶沉降控制值 S 这一边界条件, 所以之前求出的桩身竖向位移函数、轴向应变应力函数以及轴力函数均为桩体达到位移极限状态时的取值, 也就意味着桩顶轴力 $N_1(x)|_{x=0}$ 为管桩承载力极限值 P , 而桩端轴力 $N_{n+1}(x)|_{x=L}$ 为管桩端阻力极限值 N , 而管桩侧阻力极限值 T 则为两者之间的差值, 即 $T=P-N$ 。

值得指出的是, 通过上述方法不但可以求解出管桩承载力极限值, 甚至还可以将其利用到 $P\sim S$ 曲线的绘制上, 具体做法是: 按照一定步长 (可以是变步长) 选取一定数量 (根据精度要求选择) 的桩顶控制位移 S_i ($i=1, 2, 3, \dots$), 在桩长、桩径和土层参数均不发生变化的情况下分别求解在不同 S_i 作用下的管桩承载力极限值 P , 之后再通过描点法绘制出 $P\sim S$ 曲线。当然, 这样绘制出的 $P\sim S$ 曲线是针对特定桩长、桩径和土层参数才得以成立。

2.4 本章小结

通过对传递函数法作一定的修正后建立起管桩承载模型及其微分方程组, 并通过在参数 k 值的计算中引入挤密函数 $J(r)$ 的方法将静压管桩压桩过程对桩侧土体的挤密强化作用考虑在内, 同时利用迭代法成功解决由于极限位移点深度位置不能在桩身竖向位移函数被求解出来前预先得知而造成的计算矛盾, 并归纳出一套完整的求解流程。

第三章 岩溶顶板受力稳定性分析

3.1 关于岩溶顶板稳定性分析方法的讨论

根据赵明华教授的观点[23, 24], 在分析桩基础荷载(桩端阻力及桩侧阻力)作用下的岩溶顶板稳定性时, 可将岩溶顶板简化成一素混凝土板, 分别考虑顶板在桩基荷载作用下的抗弯、抗冲切及抗剪切稳定性是否满足要求。但是, 有学者曾经就上述观点提出过疑问: 岩溶顶板由于受到水、二氧化碳及风化作用的影响通常都会产生纵横交错、长短不一的裂隙, 而裂隙的发育程度、连通程度、形状及走向将在很大程度上影响着岩溶顶板的受力稳定性, 如果把岩溶顶板看成是完全连续的素混凝土板必然会造成求解结果上的误差, 而且计算结果也会偏于冒进。

的确! 由于岩溶顶板裂隙存在所造成的影响是不容忽视的, 从理论严谨性的角度出发是应该把裂隙的影响考虑到顶板的受力稳定性分析中去。但综观已有三十多年发展历史的岩石力学领域, 至今仍没有建立起一套能完整分析岩石裂隙对岩石强度、刚度及稳定性影响的基本理论, 因此在理论研究上想要考虑裂隙的影响明显缺乏理论根基。同时, 由于裂隙本身状态(裂隙的发育程度、连通程度、形状及走向)具有相当的复杂性, 所以想从数值模拟上进行全面的模拟分析也是十分困难的。退一步分析, 即使已经成功建立起一套完整的岩石裂隙分析理论及数值模拟系统, 但是要准确分析裂隙对岩石的影响也必须要有关于裂隙状态(裂隙的发育程度、连通程度、形状及走向)的详细分析报告。综观现今针对岩溶地区的勘察手段无非只有钻探和物探两种。钻探作为最传统的勘察手段由于具有操作简便、相对经济价廉及勘察数据简单直观等优点而深受工程界喜爱, 根据取芯资料可较好地分析出裂隙的发育程度、连通程度及形状, 但钻探由于是以个别钻孔的岩土层资料代替整个场地的工程地质状况, 且钻孔数目也十分有限, 因此钻探结果并不能作为评价裂隙整体状态的依据。而物探(超声波、地质雷达等)虽然能较为整体地分析溶洞的位置及大致的形状大小, 但仍然无法细致了解裂隙的详细状态, 甚至现在已有不少关于物探误判的报道。当然, 钻探和物探综合使用会带来比较理想的效果, 但其昂贵的费用往往会使这种“双探”的勘察手段难以推广应用。

因此, 立足于理论研究可行性的基础上, 本文在分析岩溶顶板受力稳定的过程中仍把顶板看作为一连续均匀的素混凝土板, 并进行抗弯、抗冲切和抗剪切稳

定性分析，对于顶板裂隙的影响则在强度准则、强度参数及安全系数的选取中予以考虑。

3.2 岩溶顶板抗弯稳定性分析

3.2.1 岩溶顶板弯曲应力计算的讨论

在岩溶顶板抗弯稳定性分析的问题上关键在于如何合理计算岩溶顶板的弯曲应力，刘铁雄在其博士论文[22]中认为可根据岩溶顶板的形状及裂隙的发育情况把岩溶顶板简化成弹性力学板壳理论中不同形状及不同边界条件的十个计算模型进行分析，并利用已有的板壳理论解答计算岩溶顶板的弯曲应力。利用板壳理论求解岩溶顶板弯曲应力是可取的，但刘博士在计算过程中并没有考虑顶板上覆土层自重对顶板弯曲应力的影响，这种做法虽然可以简化计算但对计算结果的影响较大，而且也是偏于冒进的。因此，本文拟在沿用刘博士计算方法的同时也把顶板上覆土层自重对顶板弯曲应力的影响考虑在内，从而不仅使理论研究更符合实际，而且使计算结果更安全可靠。

为了能采用弹性力学板壳理论中的薄板理论进行顶板弯曲应力计算，因此必须对岩溶顶板作出如下的假设：(1)岩溶顶板是连续均匀的线弹性介质；(2)岩溶顶板是平板，即暂时不考虑起拱效应；(3)要保证岩溶顶板为薄板，即板厚 t 要小于板宽的八分之一[31]。第一条假设虽然不尽合理，但根据上一节的分析可知从计算可行性的角度出发这样的假设是必须的；第二条假设虽然也跟实际情况有差别，但是拱效应所产生的拱推力能有效降低跨中弯矩，因此不考虑起拱效应是偏于安全的；最后一条假设是薄板理论能得以成立的前提，如果该假设不能满足则要考虑计算结果的可靠性，但我们通常关心的是那些厚度小、安全性低的岩溶顶板，所以该假设也是可取的。

刘博士根据岩溶顶板的形状将其简化成弹性力学板壳理论中的圆形板、矩形板及椭圆形板进行分析计算，但根据铁摩辛柯所著写的板壳理论[32]中的相关对比可知：长度为 a 、宽度为 b 的矩形板与长轴为 a 、短轴为 b 的椭圆形板在荷载、板厚及边界条件均不发生变化的情况下，最大弯曲应力的大小相差不大。再加上椭圆形板边界条件的表达式较为复杂，从而造成其求解上的困难，因此本文将利用矩形板的弯曲应力来替代椭圆形板的弯曲应力。刘博士不但根据岩溶顶板的形状对计算模型进行区分，而且还根据不同的边界条件进一步细化计算模型，其中分

别细化成：圆形板固支、圆形板简支、矩形板全固支、矩形板全简支、矩形板一边固支其余三边自由、矩形板两对边固支其余两边自由、矩形板两对边固支其余两边简支这七种计算模型。但正如本章第一节所叙述的一样，因为现有的勘察手段并不足以全面了解岩溶顶板的裂隙状态，所以很难准确评定顶板边界条件的具体情况。因此如刘博士那样将边界条件区分得如此精细，虽从理论完整性的角度出发是可取的，但边界处裂隙状态的不确定性会使这样的精细区分变得毫无意义。综合上述分析，本文根据岩溶顶板的形状及裂隙发育程度只将其区分为圆形板固支、圆形板简支、矩形板全固支、矩形板全简支这四种计算模型。计算模型是选取圆形板还是矩形板应根据岩溶顶板的具体形状而定，如果边界较为圆滑且长宽较为接近则可选取圆形板模型进行计算，反之则考虑使用矩形板模型；如果根据钻探结果发现顶板裂隙较为发育，则可以选取简支的边界条件；反之则选取固支的边界条件。但要重点指出的是：由于在顶板边界附近肯定会存在不同程度的竖向裂隙，所以完全意义上的固支边是不存在的。而固支边的固端弯矩对最大弯矩应力的影响很大，与简支边相比甚至能使最大弯矩应力减少超过一半，因此在把边界条件选取为固支前一定要慎重。

在确定计算模型之后还须明确岩溶顶板所承受的外荷载，作用在顶板上的荷载有两个：一个是桩顶荷载 P 通过桩侧及桩端岩土体的应力扩散作用传递到顶板板面上的一局部圆形均布荷载 q_1 ；另一个是由顶板上覆土体自重所产生的作用在整个顶板板面上的均布荷载 q_2 ； q_1 和 q_2 的计算方法详见公式 (3.1) 和公式 (3.2)。至于 q_1 和 q_2 的作用位置应该根据实际情况来确定，但为了简化计算本文均假设 q_1 和 q_2 的等效集中力作用在顶板中心处，同时这种做法也偏于安全，因为此时荷载处在最不利位置上，由此产生的顶板最大弯曲应力（最大弯曲应力发生在板中点处）比荷载作用在其他位置上所产生的顶板最大弯曲应力都要大。

$$q_1 = \frac{P}{\pi(R_1 + L_1 \times \tan \phi)^2} \quad (3.1)$$

$$q_2 = \sum_{i=1}^n r_i h_i \quad (3.2)$$

其中： P ——管桩承载力极限值（kN），通过本文第二章的方法计算得到

R_1 ——管桩半径（m）

L_1 ——管桩桩顶到岩溶顶板板顶的距离（m）

ϕ ——应力扩散角且 $\phi = \bar{\varphi} / 4$, 其中 $\bar{\varphi}$ 为顶板以上土层内摩擦角的加权平均值

r_i ——顶板以上各土层的容重 (kN/m³)

h_i ——顶板以上各土层的厚度 (m)

3.2.2 岩溶顶板弯曲应力计算

根据上述分析, 岩溶顶板弯曲应力计算模型将简化为圆形简支板、圆形固支板、矩形全简支板、矩形全固支板这四种形式, 而且外荷载 q_1 和 q_2 的计算方法及作用位置也已经确定, 因此可进行岩溶顶板弯曲应力的求解。由板壳理论可知, 当外荷载 q_1 和 q_2 作用在岩溶顶板中点时, 顶板中的最大弯矩将发生在板中点处, 而且在相同的弯矩作用下最大弯曲拉应力将发生在顶板底面而最大弯曲压应力将发生在顶板顶面, 也就是说在顶板中点所对应的板底及板顶处的应力状态应该最先达到极限状态并发生破坏。因此, 在下文的分析过程中将重点分析顶板中点所对应的板底及板顶处的应力状态。

3.2.2.1 圆形简支板弯曲应力计算

根据板壳理论中的相关结论[32], 当半径为 a 的圆形简支板受到与板同圆心且半径为 x 的均布圆周荷载 q 作用时, 圆周荷载所围成的实心圆范围内的板挠度函数 $\omega(r)$ 可表达为公式(3.3)。此时板内的最大弯矩及由此所产生的最大弯曲应力将发生在板中点处($r=0$), 且板中点处径向弯曲应力 σ_r 可表达成公式(3.4)。但是外荷载 q_1 实际为一圆面均布荷载(如图3-1)而非圆周荷载, 因此必须对公式(3.4)进行积分才能得到在 q_1 作用下板中点处的径向弯曲应力(此时积分变量为 x , 积分范围是0到 b , 而且应把 q 替代为 q_1)。同时注意到在公式(3.4)中 σ_r 与 Z (Z 为板内任一点到板中面的垂直距离)成正比关系, 因此顶板中点处的最大径向弯曲应力将发生在板底面及板顶面处(板底产生最大弯曲拉应力、板顶产生最大弯曲压应力), 板中点处的最大径向弯曲应力可表示成公式(3.5)。而且上述计算模型属于轴对称模型, 所以顶板中点处的径向弯曲应力 σ_r 在任何一个 θ 方向都是一样的, 因此在计算时可让角度 θ 取零。但在利用公式(3.5)进行圆形简支板弯曲应力计算前应满足 $b \leq a$ 这一前提条件, 如果 $b > a$ 则应该令 $b = a$, 因为在岩溶顶板范围外的荷载并不能在顶板内部产生任何应力。

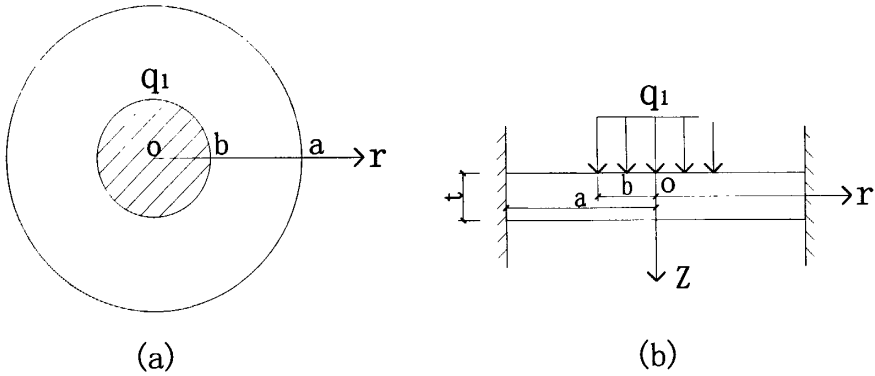


图3-1 圆形简支板受力示意图

Fig. 3-1 Load-bearing drawing of simple-supported round plate

$$\omega = \frac{2\pi xq}{8\pi D} \left[(x^2 + r^2) \ln\left(\frac{x}{a}\right) + (a^2 - x^2) \frac{(3 + \mu)a^2 - (1 - \mu)r^2}{2(1 + \mu)a_2} \right] \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{r1}|_{\theta=0, r=0} &= -\frac{EZ}{1 - \mu^2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \mu \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) \Big|_{\theta=0, r=0} \\ &= -\frac{EZ}{(1 - \mu)} \frac{2\pi xq}{8\pi D} \left[2 \ln\left(\frac{x}{a}\right) - \frac{(a^2 - x^2)(1 - \mu)}{a^2(1 + \mu)} \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\sigma_{r1}|_{\theta=0, r=0, Z=\pm \frac{t}{2}} = \pm \frac{3q_1(1 + \mu)}{2t^2} \left[b^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) - \frac{b^2}{2} - \frac{(1 - \mu)}{(1 + \mu)} \left(\frac{b^2}{2} - \frac{b^4}{4a^2} \right) \right] \quad (3.5)$$

其中： q_1 ——桩顶极限荷载通过桩侧和桩端岩土体的应力扩散作用在岩溶顶板板面上所产生的局部均布荷载（kPa），求解方法详见公式（3-1）

E ——岩溶顶板弹性模量（kPa）

μ ——岩溶顶板泊松比

t ——岩溶顶板厚度（m）

D ——岩溶顶板弯曲模量（kN·m）， $D = Et^3 / 12(1 - \mu^2)$

Z ——圆形简支板内任一点到板中面的距离（m）

σ_{r1} ——由 q_1 所产生的在顶板中点处的径向弯曲应力（kPa）

a——圆形筒支板半径 (m)

b—— q_1 作用范围所对应的半径 (m) , $b = R_1 + L_1 \times \tan \phi$

当圆形筒支板受到由上覆土体自重所产生的满板面均布荷载 q_2 作用时,在板中点处所产生的最大径向弯曲应力同样可以采用公式 (3.5) 进行计算,但注意此时 q_1 应取为 q_2 、 b 应取为 a ,即公式 (3.5) 将转化成公式 (3.6)。

$$\sigma_{r,2} \Big|_{\theta=0, r=0, Z=\pm \frac{t}{2}} = \pm \frac{3q_2 a^2}{8t^2} (3 + \mu) \quad (3.6)$$

其中: $\sigma_{r,2}$ ——由 q_2 所产生的在顶板中点处的径向弯曲应力 (kPa)

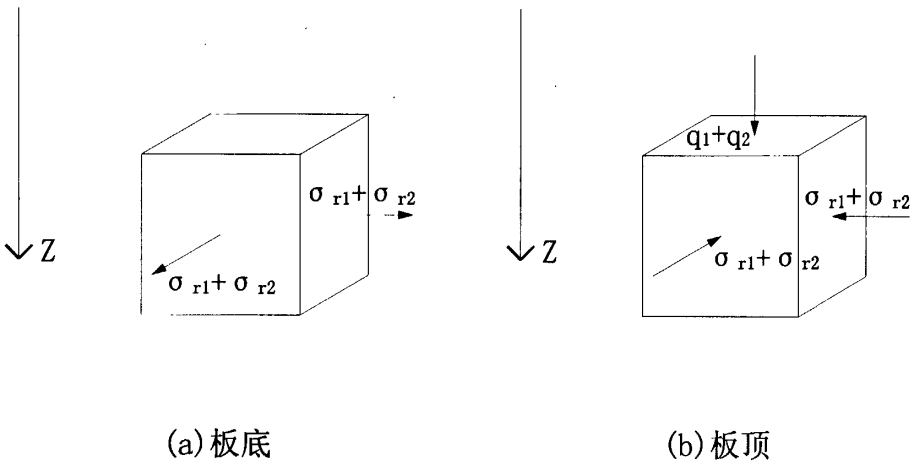


图3-2 圆形板中点板底及板顶处应力状态示意图

Fig. 3-2 Simple drawing of stress state of bottom and roof in round plate center

此时,已能利用公式 (3.5) 及公式 (3.6) 分别计算由荷载 q_1 和 q_2 所各自产生的顶板最大弯曲应力,将两计算结果叠加后即可得到在 q_1 和 q_2 共同作用下圆形筒支板内所产生的最大弯曲应力,且最大弯曲应力发生在顶板中点所对应的板底面和板顶面处(板底为最大弯曲拉应力、板顶为最大弯曲压应力)。同时,在考察过板底及板顶的边界条件后可知,顶板中点所对应的板底面和板顶面处并不存在Z平面(即外法线方向与Z轴平行的平面)内的剪应力;此外,在板底处不存在Z平面内的正应力,而在板顶处却存在Z平面内的正应力(由 q_1 和 q_2 所直接产生,大小方向与 q_1 和 q_2 之和完全相同);最后还要注意到由于顶板形状、外荷载及边界条件均

关于中点对称，因此在顶板中点处不可能产生任何平行于板面的剪应力。综上所述，岩溶顶板中点所对应的板底面和板顶面处这两个最不利点的应力状态可形象地表达成图3-2中的形式。

3.2.2.2 圆形固支板弯曲应力计算

对于圆形固支板弯曲应力的计算可仿照上述圆形筒支板弯曲应力的求解过程：首先根据板壳理论中的相关结论得出圆形固支板受到与板同圆心且半径为 x 的均布圆周荷载 q 作用时圆周荷载所围成的实心圆范围内的板挠度函数 $\omega(r)$ ，详见公式(3.7)。此时板中点处径向弯曲应力 σ_r 为公式(3.8)，并对公式(3.8)进行积分求解（积分变量为 x ，积分范围是0到 b ），而且应把 q 替代为 q_1 并将 $Z = \pm t/2$ 代入公式当中。如此可得顶板中点处的最大径向弯曲拉应力（板底）及最大径向弯曲压应力（板顶）表达式，详见公式(3.9)。

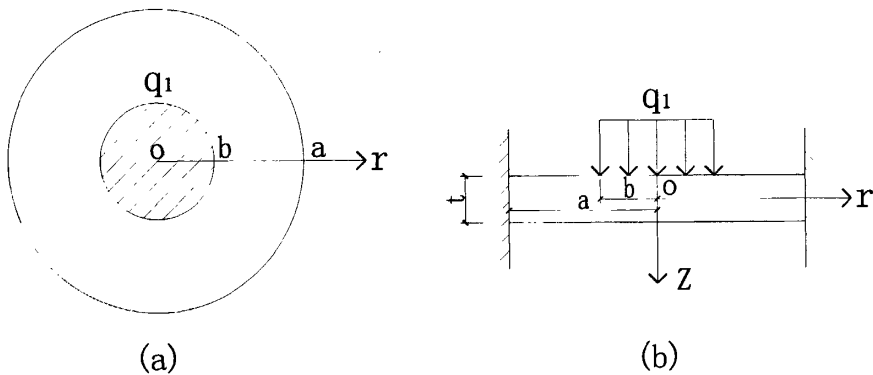


图3-3 圆形固支板受力示意图

Fig. 3-3 Load-bearing drawing of clamped round plate

$$\omega = \frac{2\pi xq}{8\pi D} \left[(x^2 + r^2) \ln\left(\frac{x}{a}\right) + \frac{(a^2 + r^2)(a^2 - x^2)}{2a^2} \right] \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{r1} \Big|_{\theta=0, r=0} &= -\frac{EZ}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \mu \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) \Big|_{\theta=0, r=0} \\ &= -\frac{EZ}{(1-\mu^2)} \frac{2\pi xq}{8\pi D} \left[2 \ln\left(\frac{x}{a}\right) - \frac{a^2 - x^2}{a^2} \right] (1 + \mu) \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\sigma_{r1} \Big|_{\theta=0, r=0, Z=\pm \frac{t}{2}} = \pm \frac{3q_1(1+\mu)}{2t^2} \left[b^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) - \frac{b^4}{4a^2} \right] \quad (3.9)$$

当圆形固支板受到由上覆土体自重所产生的满板面均布荷载 q_2 作用时,在板中点处所产生的最大径向弯曲应力同样可以采用公式(3.9)进行计算,但注意此时 q_1 应取为 q_2 、 b 应取为 a ,即公式(3.9)将转化成公式(3.10)。

$$\sigma_{r2} \Big|_{\theta=0, r=0, Z=\pm \frac{t}{2}} = \pm \frac{3q_2 a^2}{8t^2} (1+\mu) \quad (3.10)$$

与之前的做法相似,利用公式(3.9)及公式(3.10)分别计算出荷载 q_1 和 q_2 所产生的顶板最大弯曲应力,将两计算结果叠加后即可得到在 q_1 和 q_2 共同作用下圆形固支板内所产生的最大弯曲应力。至于顶板中点所对应的板底面和板顶面处这两个最不利点的应力状态同样可参考图3-2。

3.2.2.3 矩形简支板弯曲应力计算

矩形板弯曲应力的求解过程与圆形板的求解过程大同小异,不过要注意圆形板的求解过程是建立在极坐标系上,而矩形板则应该建立在直角坐标系上,我们不妨假设与矩形板长边平行的方向为 x 轴方向,与矩形板短边平行的方向为 y 轴方向,并建立起如图3-4所示的直角坐标系统。

同样根据板壳理论得出矩形简支板受到一位于板中心处的局部矩形荷载 q_1 作用时(如图3-4)板内的挠度函数 $\omega(r)$,详见公式(3.11)。此时板中点($x=a/2, y=0$)处 X 平面内的弯曲应力 σ_x 为公式(3.12),将 $Z=\pm t/2$ 代入公式(3.12)可得顶板中点处 X 平面内最大弯曲拉应力(板底)及最大弯曲压应力(板顶)的表达式,详见公式(3.13);同理可得板中点处 Y 平面内的弯曲应力 σ_y 为公式(3.14),中点处 Y 平面内的最大弯曲应力为公式(3.15)。值得提出的是,在本文之前的讨论中曾经述及 q_1 为一圆形均布荷载,而公式(3.11)至公式(3.15)要求荷载 q_1 为一矩形均布荷载,为此可把 q_1 作用范围转换成同面积的正方形进行计算,即 $c = d = \sqrt{\pi} (R_1 + L_1 \times \tan \phi)$,并且注意到如果 $c > a$ 或 $d > b$,则应取 $c = a$ 或 $d = b$ 。

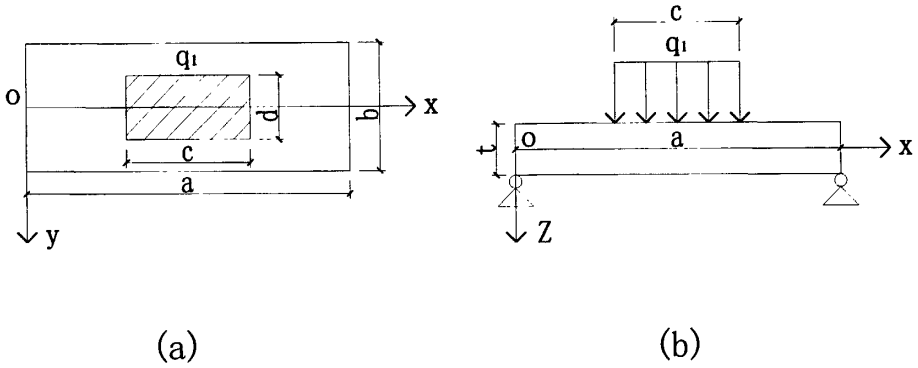


图3-4 矩形简支板受力示意图

Fig. 3-4 Load-bearing drawing of simple-supported rectangular plate

$$\begin{aligned}
 \omega = & \frac{4q_1 a^4}{D\pi^5} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}}}{m^5} \sin\left(\frac{m\pi c}{2a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \left\{ 1 - \frac{\cosh\left(\frac{m\pi y}{a}\right)}{\cosh \alpha_m} \right. \\
 & \times \left[\cosh(\alpha_m - 2\gamma_m) + \gamma_m \sinh(\alpha_m - 2\gamma_m) + \alpha_m \frac{\sinh(2\gamma_m)}{2 \cosh(\alpha_m)} \right] \\
 & \left. + \frac{m\pi y}{a} \times \frac{\cosh(\alpha_m - 2\gamma_m)}{2 \cosh(\alpha_m)} \sinh\left(\frac{m\pi y}{a}\right) \right\} \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{x1} \Big|_{x=\frac{a}{2}, y=0} = & -\frac{EZ}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \Big|_{x=\frac{a}{2}, y=0} \\
 = & -\frac{EZ}{1-\mu^2} \left\langle \frac{4q_1 a^4}{D\pi^5} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} -\frac{\pi^2}{m^3 a^2} \sin\left(\frac{m\pi c}{2a}\right) \left\{ 1 - \frac{1}{\cosh(\alpha_m)} \right. \right. \\
 & \times \left[\cosh(\alpha_m - 2\gamma_m) + \gamma_m \sinh(\alpha_m - 2\gamma_m) + \alpha_m \frac{\sinh(2\gamma_m)}{2 \cosh(\alpha_m)} \right] \left. \left. \right\} \right. \\
 & \left. + \mu \frac{4q_1 a^4}{D\pi^5} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \left\{ -\frac{1}{m^5} \sinh\left(\frac{m\pi c}{2a}\right) \frac{m^2 \pi^2}{a^2 \cosh(\alpha_m)} \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$\times \left[r_m \sinh(\alpha_m - 2r_m) + \alpha_m \frac{\sinh(2r_m)}{2 \cosh(\alpha_m)} \right] \Bigg\} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{x1} \Big|_{x=\frac{a}{2}, y=0, Z=\pm \frac{t}{2}} &= \pm \frac{24 q_1 a^2}{\pi^3 t^2} \left\langle \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{m^3} \sin\left(\frac{m \pi c}{2a}\right) \left\{ 1 - \frac{1}{\cosh(\alpha_m)} \right. \right. \\ &\times \left[\cosh(\alpha_m - 2\gamma_m) + \gamma_m \sinh(\alpha_m - 2\gamma_m) + \alpha_m \frac{\sinh(2\gamma_m)}{2 \cosh(\alpha_m)} \right] \\ &+ \mu \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \left\{ \frac{1}{m^3 \cosh(\alpha_m)} \sinh\left(\frac{m \pi c}{2a}\right) \right. \\ &\times \left. \left. \left[r_m \sinh(\alpha_m - 2r_m) + \alpha_m \frac{\sinh(2r_m)}{2 \cosh(\alpha_m)} \right] \right\} \right\rangle \quad (3.13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{y1} \Big|_{x=\frac{a}{2}, y=0} &= - \frac{EZ}{1 - \mu^2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) \Big|_{x=\frac{a}{2}, y=0} \\ &= - \frac{EZ}{1 - \mu^2} \left\langle \frac{4q_1 a^4}{D \pi^5} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \left\{ - \frac{1}{m^5} \sinh\left(\frac{m \pi c}{2a}\right) \frac{m^2 \pi^2}{a^2 \cosh(\alpha_m)} \right. \right. \\ &\times \left. \left. \left[r_m \sinh(\alpha_m - 2r_m) + \alpha_m \frac{\sinh(2r_m)}{2 \cosh(\alpha_m)} \right] \right\} \right. \\ &+ \mu \frac{4q_1 a^4}{D \pi^5} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} - \frac{\pi^2}{m^3 a^2} \sin\left(\frac{m \pi c}{2a}\right) \left\{ 1 - \frac{1}{\cosh(\alpha_m)} \right. \\ &\times \left. \left. \left[\cosh(\alpha_m - 2\gamma_m) + \gamma_m \sinh(\alpha_m - 2\gamma_m) + \alpha_m \frac{\sinh(2\gamma_m)}{2 \cosh(\alpha_m)} \right] \right\} \right\rangle \quad (3.14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{y1} \Big|_{x=\frac{a}{2}, y=0, Z=\pm \frac{t}{2}} &= \pm \frac{24 q_1 a^2}{\pi^3 t^2} \left\langle \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \left\{ \frac{1}{m^3 \cosh(\alpha_m)} \sinh\left(\frac{m \pi c}{2a}\right) \right. \right. \\ &\times \left. \left. \left[r_m \sinh(\alpha_m - 2r_m) + \alpha_m \frac{\sinh(2r_m)}{2 \cosh(\alpha_m)} \right] \right\} \right. \\ &+ \mu \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{m^3} \sin\left(\frac{m \pi c}{2a}\right) \left\{ 1 - \frac{1}{\cosh(\alpha_m)} \right. \end{aligned}$$

$$\times \left[\cosh(\alpha_m - 2\gamma_m) + \gamma_m \sinh(\alpha_m - 2\gamma_m) + \alpha_m \frac{\sinh(2\gamma_m)}{2 \cosh(\alpha_m)} \right] \right\} \quad (3.15)$$

其中: q_1 ——桩顶极限荷载通过桩侧和桩端岩土体的应力扩散作用在岩溶顶板板上所产生的局部均布荷载 (kPa), 求解方法详见公式 (3.1)

E ——岩溶顶板弹性模量 (kPa)

μ ——岩溶顶板泊松比

t ——岩溶顶板厚度 (m)

D ——岩溶顶板弯曲模量 (kN·m), $D = Et^3 / 12(1 - \mu^2)$

Z ——矩形简支板内任一点到板中面的距离 (m)

σ_{x1} ——由 q_1 所产生的在顶板中点处X平面内的弯曲应力 (kPa)

σ_{y1} ——由 q_1 所产生的在顶板中点处Y平面内的弯曲应力 (kPa)

a ——矩形简支板长度 (m)

b ——矩形简支板宽度 (m)

c 、 d —— q_1 作用范围所对应X轴方向及Y轴方向的长度 (m)

α_m ——计算参数, $\alpha_m = m\pi b / 2a$

γ_m ——计算参数, $\gamma_m = m\pi d / 4a$

当矩形简支板受到由上覆土体自重所产生的满板面均布荷载 q_2 作用时,在板中点处所产生的X、Y平面内的最大弯曲应力同样可以采用公式(3.13)及公式(3.15)进行计算,但注意此时 q_1 应取为 q_2 、 c 应取为 a 、 d 应取为 b ,公式(3.13)及公式(3.15)将转化成公式(3.16)及公式(3.17)。

$$\begin{aligned} \sigma_{x2} \Big|_{x=\frac{a}{2}, y=0, Z=\pm\frac{t}{2}} = & \pm \frac{24 q_2 a^2}{\pi^3 t^2} \left\langle \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{m^3} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \left\{ 1 - \frac{1}{\cosh(\alpha_m)} \right. \right. \\ & \times \left[1 + \alpha_m \frac{\sinh(\alpha_m)}{2 \cosh(\alpha_m)} \right] \Bigg\} + \mu \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}}}{m^3 \cosh(\alpha_m)} \right. \\ & \left. \left. \times \alpha_m \frac{\sinh(\alpha_m)}{2 \cosh(\alpha_m)} \right] \right\rangle \quad (3.16) \end{aligned}$$

$$\sigma_{y2} \Big|_{x=\frac{a}{2}, y=0, Z=\pm\frac{t}{2}} = \pm \frac{24 q_2 a^2}{\pi^3 t^2} \left\langle \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}}}{m^3 \cosh(\alpha_m)} \times \alpha_m \frac{\sinh(\alpha_m)}{2 \cosh(\alpha_m)} \right] \right\rangle$$

$$+ \mu \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{m^3} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \left\{ 1 - \frac{1}{\cosh(\alpha_m)} \times \left[1 + \alpha_m \frac{\sinh(\alpha_m)}{2 \cosh(\alpha_m)} \right] \right\} \quad (3.17)$$

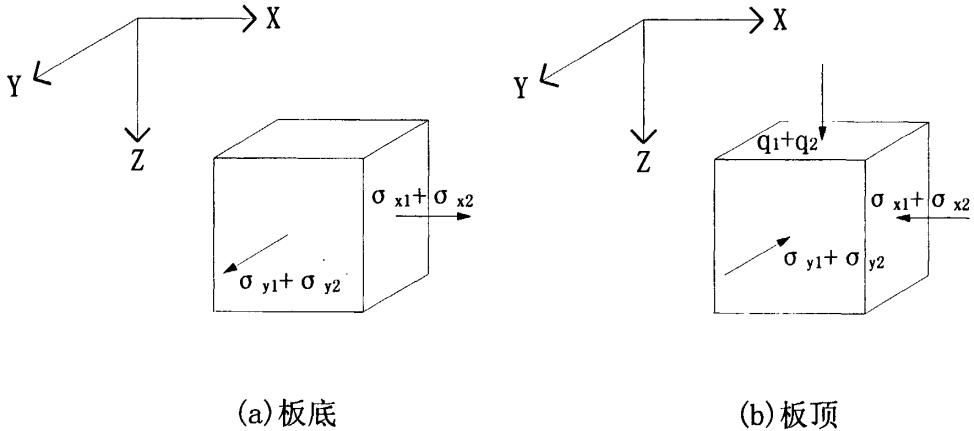


图3-5 矩形板中点板底及板顶处应力状态示意图

Fig. 3-5 Simple drawing of stress state of bottom and roof in rectangular plate center

与圆形板的做法相似，利用公式 (3.13)、(3.15)、(3.16) 及 (3.17) 分别计算由荷载 q_1 和 q_2 所各自产生的顶板最大弯曲应力，将两计算结果叠加后即可得到在 q_1 和 q_2 共同作用下矩形简支板内所产生的最大弯曲应力。同时，在考察过板底及板顶的边界条件后可知，顶板中点所对应的板底面和板顶面处并不存在Z平面内的剪应力；此外，在板底处不存在Z平面内的正应力，而在板顶处却存在Z平面内的正应力（由 q_1 和 q_2 所直接产生，大小方向与 q_1 和 q_2 之和完全相同）；最后还要注意到由于顶板形状、外荷载及边界条件均关于X轴和直线 $X=a/2$ 对称，因此在顶板中点（ $x=a/2, y=0$ ）处不可能产生任何在X、Y平面内的剪应力。综上所述，岩溶顶板中点所对应的板底面和板顶面处这两个最不利的应力状态可形象地表达成图3-5中的形式。

3.2.2.4 矩形固支板弯曲应力计算

矩形固支板弯曲应力可通过叠加法进行求解，该方法最早由铁摩辛柯教授所

提出。众所周知，在边界条件问题上矩形固支板与矩形简支板之间的区别只在于固支板比简支板增加了不允许边界发生转动这一限制。如果我们在矩形简支板两对边上分别作用两对弯矩 W_x 及 W_y ，使得矩形简支板在外荷载（ q_1 和 q_2 ）及 W_x 、 W_y 共同作用下不发生边界转动，那么此时的弯矩 W_x 及 W_y 就为矩形固支板在外荷载（ q_1 和 q_2 ）作用下所产生的固端弯矩，也就是说只要把矩形简支板在外荷载作用下的解答（即上节求解到的简支板中点最大弯曲应力）与矩形板在固端弯矩 W_x 、 W_y 共同作用下所产生的板中点处最大弯曲应力进行叠加就可得到矩形固支板中点处最大弯曲应力。

在一矩形板两对边上分别作用两对弯矩 W_x 及 W_y 时板内的挠度函数 $\omega(r)$ 为公式 (3.18)，公式中的系数 E_i 及 F_i ($i = 1, 3, 5, \dots$) 与弯矩 W_x 及 W_y 的具体函数表达式有关（事实上， E_i 及 F_i 为弯矩 W_x 及 W_y 作级数展开时所产生的系数），而要求解系数 E_i 及 F_i ($i = 1, 3, 5, \dots$) 则必须借助固支这一边界条件。在本节一开始的时候已经阐明只要顶板在弯矩 W_x 及 W_y 的共同作用下所产生的板边界转角与矩形简支板在外荷载（ q_1 和 q_2 ）作用下所产生的边界转角等大反向，那么此时的弯矩 W_x 及 W_y 就为矩形固支板在外荷载（ q_1 和 q_2 ）作用下所产生的固端弯矩。利用这一边界条件就可求解矩形固支板分别在外荷载 q_1 和 q_2 作用下系数 E_i 及 F_i 的具体表达形式，将所求解到的 E_i 及 F_i 代入公式 (3.18) 就可得到矩形板在由外荷载所产生的固端弯矩 W_x 及 W_y 作用下顶板挠度函数 $\omega(r)$ 的具体表达式，在得到顶板挠度函数之后就可利用之前的方法求解顶板在固端弯矩 W_x 及 W_y 作用下所产生的最大弯曲应力（详见公式 (3.23) 及 (3.24)）。

当在矩形板中点处作用一集中荷载 P 时，根据矩形固支板的边界条件可得到系数 E_i 及 F_i ($i = 1, 3, 5, \dots$) 的求解公式 (3.19) 及 (3.20)，只要对其进行联合求解即可求解出系数 E_i 及 F_i 。但同时要注意到上述两个公式中均各有一个无穷级数，因此意味着有无限多个未知量存在，如想求解工作能够顺利进行必须只选取无穷级数中前若干项进行计算，根据相关的分析 [32] 可知道上述无穷级数收敛速度极快，只要选取前四项就可以获得很高的精度，因此本文只将该无穷级数的前五项进行展开，也就是说只计算 E_i 及 F_i ($i = 1, 3, 5, 7, 9$) 这十个系数。同理可得到当在矩形板上作用一满面均布荷载 q_1 时系数 E_i 及 F_i ($i = 1, 3, 5, \dots$) 的求解公式 (3.21) 及 (3.22)，同样只将无穷级数的前五项进行展开，并只计算 E_i 及 F_i ($i = 1, 3, 5, 7, 9$) 这十个系数。利用公式 (3.19)、(3.20)、(3.21) 及 (3.22)

可分别计算出在集中荷载P和满面均布荷载 q_2 作用时的 E_i 及 F_i ($i = 1,3,5,7,9$)，将计算所得的 E_i 及 F_i 代入公式(3.23)及(3.24)可分别计算出矩形板在由集中荷载P和满面均布荷载 q_2 所产生的固端弯矩 W_x 及 W_y 作用下的顶板最大弯曲应力，最后把由公式(3.23)及(3.24)计算所得的结果与上节求解到的矩形简支板最大弯曲应力结果进行叠加后即可求出矩形固支板在外荷载作用下所产生的最大弯曲应力。

在上述求解 E_i 及 F_i 的过程中所选取的外荷载是集中荷载P和满面均布荷载 q_2 ，并没有提出在局部均布荷载 q_1 作用时 E_i 及 F_i 的求解公式，这是由于在局部均布荷载 q_1 作用时 E_i 及 F_i 的求解过程会变得十分复杂而难以应用，因此本文将采用直线内插法求解矩形板在由局部均布荷载 q_1 所产生的固端弯矩 W_x 及 W_y 作用下的顶板最大弯曲应力。首先把局部均布荷载 q_1 分别转化成等效集中荷载P和等效满面均布荷载 q_2 ，利用公式(3.19)至(3.24)分别计算在由等效集中荷载P和等效满面均布荷载 q_2 所产生的固端弯矩 W_x 及 W_y 作用下的顶板最大弯曲应力，并注意到在等效集中荷载P作用下所产生的顶板最大弯曲应力要大于在等效满面均布荷载 q_2 作用下所产生的顶板最大弯曲应力（在其它条件都不发生变化的情况下，荷载分布越均匀则构件内力分布也越趋均匀，也就是说内力控制值会越小），而在局部均布荷载 q_1 作用下所产生的顶板最大弯曲应力的数值大小应介于其两者之间。我们假设由固端弯矩所产生的最大弯曲应力与等效荷载的作用面积成反比例关系，也就是说在由等效集中荷载P所产生的固端弯矩作用下的顶板最大弯曲应力最大，而在由等效满面均布荷载 q_2 所产生的固端弯矩作用下的顶板最大弯曲应力最小，当等效荷载为局部均布荷载 q_1 时则根据 q_1 的作用面积进行直线内插，详见公式(3.25)。

$$\begin{aligned} \omega = & \frac{a^2}{2\pi^2 D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{m^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \left\{ \frac{1}{\cosh(\alpha_m)} [\alpha_m \tanh(\alpha_m) \right. \\ & \left. \cosh\left(\frac{m\pi y}{a} - \frac{m\pi b}{2a}\right) - \left(\frac{m\pi y}{a} - \frac{m\pi b}{2a}\right) \sinh\left(\frac{m\pi y}{a} - \frac{m\pi b}{2a}\right) \right\} \\ & + \frac{b^2}{2\pi^2 D} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{F_n}{n^2} \sin \frac{n\pi y}{b} \left\{ \frac{1}{\cosh(\beta_n)} [\beta_n \tanh(\beta_n) \right. \\ & \left. \cosh\left(\frac{n\pi x}{b} - \frac{n\pi a}{2b}\right) - \left(\frac{n\pi x}{b} - \frac{n\pi a}{2b}\right) \sinh\left(\frac{n\pi x}{b} - \frac{n\pi a}{2b}\right) \right\} \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} & \frac{P}{i^2 \pi} \alpha_i \frac{\tanh(\alpha_i)}{\cosh(\alpha_i)} + (-1)^{\frac{i-1}{2}} \frac{E_i}{i} \left(\tanh(\alpha_i) + \frac{\alpha_i}{\cosh^2(\alpha_i)} \right) \\ & + (-1)^{\frac{i-1}{2}} \frac{8ai}{b\pi} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{F_m}{m^3} \frac{1}{\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{i^2}{m^2}\right)^2} = 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} & \frac{P}{i^2 \pi} \beta_i \frac{\tanh(\beta_i)}{\cosh(\beta_i)} + (-1)^{\frac{i-1}{2}} \frac{F_i}{i} \left(\tanh(\beta_i) + \frac{\beta_i}{\cosh^2(\beta_i)} \right) \\ & + (-1)^{\frac{i-1}{2}} \frac{8bi}{a\pi} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{m^3} \frac{1}{\left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{i^2}{m^2}\right)^2} = 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} & \frac{4q_2 a^2}{\pi^3 m^4} \left[\frac{\alpha_m}{\cosh^2(\alpha_m)} - \tanh(\alpha_m) \right] - \frac{E_m}{m} \left[\tanh(\alpha_m) + \frac{\alpha_m}{\cosh^2(\alpha_m)} \right] \\ & - \frac{8ma}{\pi b} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{F_n}{m^3} \frac{1}{\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{m^2}{n^2}\right)^2} = 0 \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} & \frac{4q_2 b^2}{\pi^3 n^4} \left[\frac{\beta_n}{\cosh^2(\beta_n)} - \tanh(\beta_n) \right] - \frac{F_n}{n} \left[\tanh(\beta_n) + \frac{\beta_n}{\cosh^2(\beta_n)} \right] \\ & - \frac{8mb}{\pi a} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{n^3} \frac{1}{\left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{n^2}{m^2}\right)^2} = 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x \Big|_{x=\frac{a}{2}, y=\frac{b}{2}} &= -\frac{EZ}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \Big|_{x=\frac{a}{2}, y=\frac{b}{2}} \\ &= -\frac{3}{t^2} \left\{ -\sum_{m=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} E_m \frac{\alpha_m \tanh(\alpha_m)}{\cosh(\alpha_m)} + \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} F_n \frac{\beta_n \tanh(\beta_n) - 2}{\cosh(\beta_n)} \right. \\ & \quad \left. + \mu \left[\sum_{m=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} E_m \frac{\alpha_m \tanh(\alpha_m) - 2}{\cosh(\alpha_m)} - \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} F_n \frac{\beta_n \tanh(\beta_n)}{\cosh(\beta_n)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_y \Big|_{x=\frac{a}{2}, y=\frac{b}{2}} &= -\frac{EZ}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) \Big|_{x=\frac{a}{2}, y=\frac{b}{2}} \\
 &= -\frac{3}{t^2} \left\{ \sum_{m=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} E_m \frac{\alpha_m \tanh(\alpha_m) - 2}{\cosh(\alpha_m)} - \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} F_n \frac{\beta_n \tanh(\beta_n)}{\cosh(\beta_n)} \right. \\
 &\quad \left. + \mu \left[-\sum_{m=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} E_m \frac{\alpha_m \tanh(\alpha_m)}{\cosh(\alpha_m)} + \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} F_n \frac{\beta_n \tanh(\beta_n) - 2}{\cosh(\beta_n)} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

$$\sigma = \sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_2) \delta \tag{3.25}$$

其中： α_m —— 计算参数， $\alpha_m = m \pi b / 2a$

β_m —— 计算参数， $\beta_m = m \pi a / 2b$

σ —— 在由局部均布荷载 q_1 所产生的固端弯矩作用下的顶板最大弯曲应力

σ_1 —— 在由等效集中荷载 P 所产生的固端弯矩作用下的顶板最大弯曲应力

σ_2 —— 在由等效满面均布荷载 q_2 所产生的固端弯矩作用下的顶板最大弯曲应力

δ —— 局部均布荷载 q_1 作用面积与顶板板面面积的比值

3.2.3 强度理论及强度参数的选择

通过弹性力学板壳理论中的薄板理论可以求得岩溶顶板在外荷载（ q_1 和 q_2 ）作用下板中最不利点（顶板中点所对应的板底面及板顶面）的应力状态，但在对最不利应力状态进行分析前还需要寻找一个合适的强度法则（理论），因为不同的强度法则有其不同的适用范围。

在综合分析过众多强度理论（第一，第二，第三，第四强度理论、摩尔库仑强度理论、格里菲斯强度理论及经验判断公式）之后，本文确定采用格里菲斯强度理论作为衡量岩溶顶板最不利点是否发生弯曲破坏的准则。该理论认为对于像岩石这一类抗拉和抗压强度相差明显的脆性材料，其破坏主要是由材料内部缺陷（节理、裂隙或孔洞）的周边应力集中所控制。具有微小裂隙的物体，若受到应力作用，就会在裂隙的前端或其附近产生很强的拉应力。当该拉应力超过该材料的固有粘结力时便会产生断裂，随着裂隙逐渐扩大，则发生整个材料的破坏。格里菲斯将该微小裂隙视为一扁平的椭圆，并应用二维弹性理论对此椭圆周边的应力

进行计算，并根据裂缝扩展时形成的拉应力达到最大这一假设建立破坏准则。

从上述对格里菲斯强度理论的分析我们可以看出该理论有一个明显的特点，就是在分析材料强度并判断材料是否发生破坏时考虑了材料裂隙所造成的影响（应力集中），而其它强度理论则缺乏这一方面的考虑，因此在分析具有明显裂隙性的岩溶顶板时格里菲斯强度理论更显合理。根据岩石力学相关理论[33]我们可以得到格里菲斯强度理论的具体表达形式（详见表3-1）。值得指出的是当岩石处于三向受压状态时格里菲斯强度理论是失效的，这是因为该强度理论是以裂隙张开为前提条件，而在压应力作用下裂隙将趋向闭合而非张裂。但读者要注意到，对于岩石这一类抗压强度远高于其抗拉强度的材料来说，控制其破坏的关键并不在于受压而在于受拉，就如一条素混凝土梁在正截面受弯的情况下永远都是受拉区混凝土先开裂破坏。因此，在岩溶顶板中点所对应的板底面处最不利点（受拉区）发生破坏前板顶面处最不利点（受压区）并不可能先发生破坏，也就是说顶板中点所对应的板底面点为整个岩溶顶板的弯曲最不利点，只要该点不发生弯曲破坏则板内其它各点都是安全的，而格里菲斯强度理论对该点是成立的。

表3-1 格里菲斯强度理论一览表

Tab. 3-1 Table of Griffith strength theory

应力条件	$\sigma_1 + 3\sigma_3 \geq 0$	$\sigma_3 < 0$
最易扩展裂缝方向	$\beta = \frac{1}{2} \arccos \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2(\sigma_1 + \sigma_3)} \right]$	$\beta = 0$
破坏准则	$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{\sigma_1 + \sigma_3} \geq 8\sigma_T$	$-\sigma_3 \geq \sigma_T$

在运用格里菲斯强度理论时需要提供岩溶顶板的抗拉强度 σ_T ，而在一般的岩土工程勘察报告中通常只会有岩石的饱和单轴抗压强度，这就给格里菲斯强度理论的应用带来了一定的不便。当然，如果勘察报告本身就能提供岩溶顶板的抗拉强度，又或者根据相关工程经验或其它勘察数据能将其反分析出来，那上述问题也就不再存在，但在一般情况下要准确获得这一强度参数往往比较困难。为了解决这一问题不妨从格里菲斯强度理论本身入手，我们假设单轴受压这一应力状态，根据表3-1可知当单轴压应力 σ 等于 $8\sigma_T$ 时材料将发生破坏，同时应该注意到此

时为单轴受压极限状态，也就是说极限单轴压应力 σ 应为材料的单轴抗压强度 σ_c ，即有 $\sigma_c = 8\sigma_T$ （抗拉强度为单轴抗压强度的八分之一）这一结论的成立。但值得一提的是，上述结论纯属理论分析结果，如有实测数据或能根据工程经验确定应予以优先考虑。

3.3 岩溶顶板抗冲切及抗剪切稳定性分析

3.3.1 岩溶顶板抗冲切稳定性分析

前已述及，桩顶荷载 P 通过桩侧及桩端岩土体的应力扩散作用传递到顶板板上并形成一局部圆形均布荷载 q_1 ，在 q_1 的作用下可能会在岩溶顶板中产生如图3-6所示的冲切圆锥台并发生冲切破坏，因此必须对顶板的抗冲切稳定性进行验算。在验算岩溶顶板抗冲切稳定性时将顶板简化为一无裂隙的素混凝土板，冲切荷载为 P 和冲切圆锥台自重，而抗冲切反力则为冲切圆锥台侧面上的岩层拉应力和剪应力，至于溶洞中填充物对顶板所产生的顶托作用不予考虑，这是因为填充物通常都是软弱粘土，它所能提供的支顶反力非常有限。在岩溶顶板发生冲切破坏时冲切圆锥台侧面上的岩层拉应力和剪应力是同时存在的，但各自的发挥程度尚未有准确定论，因此从安全性方面考虑在验算时把这两种应力进行独立处理，分别考察在冲切圆锥台侧面上只有拉应力和只有剪应力存在时顶板的抗冲切安全系数并取两者中的低值。冲切圆锥台的体积 V 和侧面积 S 见公式（3.26）和公式（3.27），当冲切圆锥台侧面上只有拉应力存在时其抗冲切安全系数 k_1' 见公式（3.28），而当侧面上只有剪应力存在时其抗冲切安全系数 k_1'' 见公式（3.29）。

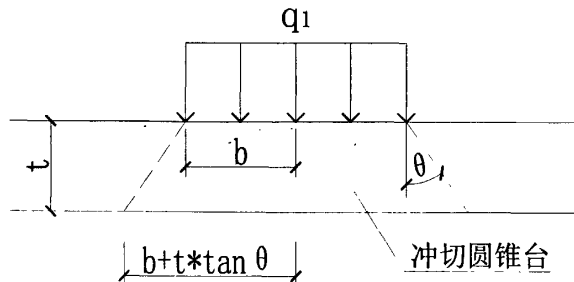


图3-6 岩溶顶板冲切破坏模型图

Fig. 3-6 Punching-shear failure model of karst roof

$$V = \frac{\pi \cdot t}{12} [3 \times (2b)^2 + 6t \times (2b) \times \tan \theta + 4t^2 \tan^2 \theta] \quad (3.26)$$

$$S = \frac{\pi \cdot t}{\cos \theta} (2b + t \tan \theta) \quad (3.27)$$

$$k_1' = \frac{S \sigma_T \sin \theta}{(P + rV)} \quad (3.28)$$

$$k_1'' = \frac{S \tau \cos \theta}{(P + rV)} \quad (3.29)$$

其中：t——岩溶顶板厚度（m）

b—— q_1 作用范围所对应的半径（m）， $b = R_1 + L_1 \times \tan \phi$ （ R_1 为管桩半径、 L_1 为管桩桩顶到岩溶顶板板顶的距离、 ϕ 为应力扩散角且 $\phi = \bar{\varphi} / 4$ ，其中 $\bar{\varphi}$ 为顶板以上土层内摩擦角的加权平均值）

θ ——岩溶顶板冲切破坏角，根据摩尔库仑强度理论可简单取为

$$\theta = 45^\circ - \varphi / 2, \text{ 其中 } \varphi \text{ 为顶板岩层内摩擦角}$$

r——岩溶顶板容重（ kN/m^3 ）

σ_T ——岩溶顶板抗拉强度（kPa）

τ ——岩溶顶板抗剪强度（kPa），一般取抗压强度的 $1/12$ ^[34]

3.3.2 岩溶顶板抗剪切稳定性分析

在 q_1 的作用下不但有可能发生冲切破坏而且还可能在岩溶顶板中产生如图3-7所示的剪切圆柱体并发生剪切破坏，因此必须对顶板的抗剪切稳定性进行验算。同样将岩溶顶板简化为一无裂隙的素混凝土板，剪切荷载为P和剪切圆柱体自重，而抗剪切反力则为剪切圆柱体侧面上的岩层剪应力，同样不考虑溶洞中填充物对顶板所产生的顶托作用。剪切圆柱体的体积V和侧面积S见公式（3.30）和公式（3.31），而剪切圆柱体抗剪切安全系数 k_2 见公式（3.32）。

$$V = \pi b^2 t \quad (3.30)$$

$$S = 2\pi b t \quad (3.31)$$

$$k_2 = \frac{S \tau}{(P + rV)} \quad (3.32)$$

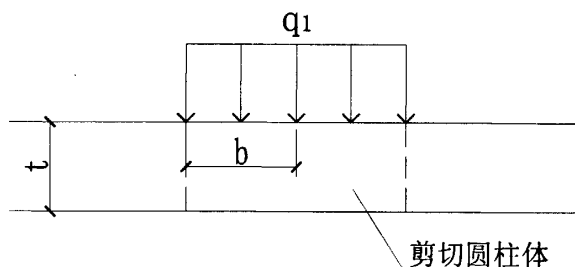


图3-7 岩溶顶板剪切破坏模型图

Fig. 3-7 Shear failure model of karst roof

在上述岩溶顶板抗冲切及抗剪切稳定性验算时均把岩溶顶板看作一完整的素混凝土板，然而在本节一开始已经提到岩溶顶板具有明显的裂隙性。虽然从计算可行性角度分析上述简化是必须的，但由此所造成的误差毕竟会令求解结果偏于冒进。因此在利用本文所提出的方法验算顶板抗冲切及抗剪切稳定性时应选取较大的安全系数。

3.4 本章小结

认为岩溶顶板在承受外荷载作用时可能会因弯曲稳定性、抗冲切稳定性及抗剪切稳定性不能满足要求而发生失稳破坏。利用弹性力学板壳理论分析计算岩溶顶板的最大弯曲应力，并使用格里菲斯强度理论作为衡量岩溶顶板是否发生弯曲破坏的准则；在验算岩溶顶板抗冲切稳定性及抗剪切稳定性时把顶板看成是一素混凝土板并建立冲切破坏模型及剪切破坏模型，利用力的平衡方程进行顶板抗冲切及抗剪切稳定性验算。顺带一提，本章计算所需的外荷载 q_1 及 q_2 要根据上一章节内容求得，如果在岩溶顶板稳定性验算中发现有任何一项安全系数不能满足要求时应修改桩长 L 及桩径 d 后重新计算，通过这种试算的方法来求解出既满足承载力要求和岩溶顶板受力稳定要求又经济合理的桩长、桩径组合。

第四章 工程实例分析

本文所提出的岩溶区静压管桩竖向承载模型的求解过程具有一定繁复性，因此笔者根据上述理论分析成果并采用Fortran95语言编写了Lunwen程序以方便应用及推广，Lunwen程序的编写流程图详见图4-1。

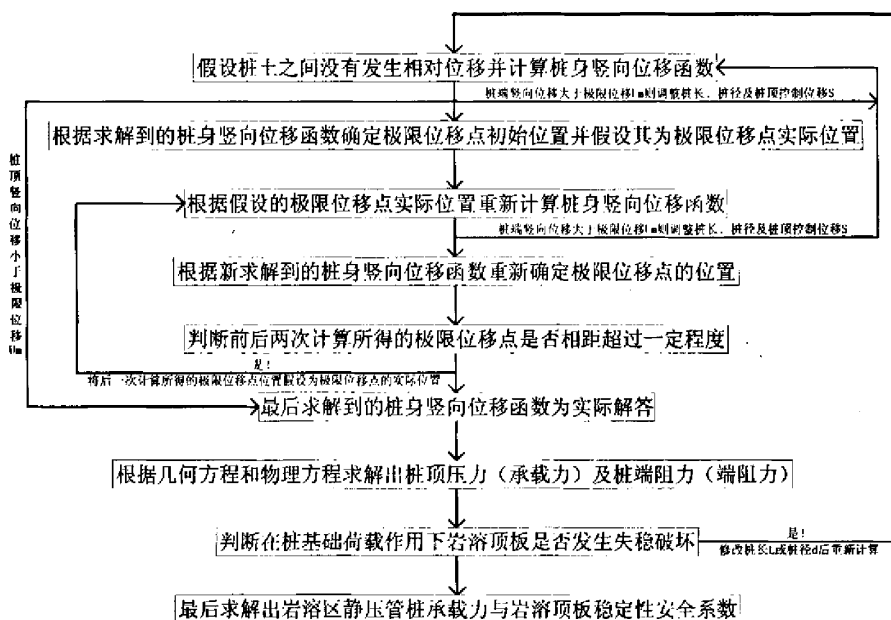


图4-1 岩溶区静压管桩承载模型求解流程图

Fig. 4-1 The solution proceeding of load-bearing model of statically pressed precast concrete pile in karst district

为验证理论分析过程的合理性以及据此编写的Lunwen程序的可靠性，本文将利用该程序对实际工程进行分析计算，并与现场静载试验相互对比，考察理论计算结果与试验实测数据的拟合程度并分析理论潜在的问题。

4.1 算例一

4.1.1 工程概况

为验证本文静压管桩竖向承载性能研究理论成果（本文第二章研究成果）而选择的工程实例是位于广州市南沙区龙穴岛内的南沙造船厂建筑工地，场区内建

筑群均采用 $\Phi 500$ 的高强预应力管桩,长度介于20~30m,其承载力特征值为3000~4000kN不等。

根据岩土工程勘察报告及开挖所揭露的地层资料,本场地与工程桩相关的地层自上而下可分为:

①吹填砂:灰黄~灰黑色,以粉砂为主,夹有少量贝壳碎屑,饱和,松散,2006年6月吹填,厚度大部分约为0.5m,局部地区厚度超过6m,平均标贯击数(未修正) $N_{63.5}=7.7$ 击。

②吹填土:灰黑色,以淤泥为主,含少量中砂和贝壳碎屑,该层大部分土质较差,呈饱和、流塑状,厚度为2.8~5.1m,标贯一般为钻杆自沉。主要物理力学参数:容重 16kN/m^3 ,含水量64.8%,液性指数1.79,孔隙比1.75, $c=8\text{kPa}$, $\varphi=6^\circ$, $q_s=6\text{kPa}$ 。

③素填土:淡灰~灰黄色,以粉质粘土为主,含少量粉砂和碎石,呈可塑状,仅局部场区存在,厚度为1.4~6.3m,标贯击数(未修正)4~9击。

④淤泥:为近代沉积而成,含粘性土、有机质及腐殖质等,偶见贝壳碎屑,灰黑色,饱和,流塑,具腥臭味,厚度为2.8~9.7m,平均标贯击数(未修正)1.1击。主要物理力学参数:容重 16.5kN/m^3 ,含水量63.1%,液性指数1.66,孔隙比1.70, $c=8\text{kPa}$, $\varphi=8^\circ$, $q_s=8\text{kPa}$ 。

⑤粉砂:灰白~灰黑色,以粉砂为主且富含粘粒,局部砂性较重,以粗砂为主,饱和,呈松散~稍密状,厚度为1.5~9.1m,平均标贯击数(未修正)10.1击。主要物理力学参数:容重 18kN/m^3 , $c=0\text{kPa}$, $\varphi=28^\circ$, $q_s=30\text{kPa}$ 。

⑥粉质粘土:灰白~灰黄色,以粘性土为主,含粉砂及细砂,呈可塑状,厚度为1.5~9.1m,平均标贯击数(未修正)10.3击。主要物理力学参数:容重 18kN/m^3 ,含水量24.2%,液性指数0.45,孔隙比0.73, $c=20\text{kPa}$, $\varphi=12^\circ$, $q_s=35\text{kPa}$ 。

⑦粉质粘土:灰黄、褐红色,由混合化花岗岩风化残积而成,呈可塑~硬塑状,具有遇水崩解的特点,该层分布较广但不连续,平均标贯击数(未修正)24.9击。主要物理力学参数:容重 19kN/m^3 ,含水量22.3%,液性指数0.21,孔隙比0.68, $c=25\text{kPa}$, $\varphi=15^\circ$, $q_s=65\text{kPa}$ 。

⑧全风化混合花岗岩:灰黄、棕红、灰白色,坚硬,岩芯呈土状,以粉质粘土、砂质粘性土及砾质粘性土为主,局部夹风化岩碎块,遇水易软化崩解,该层分布较广但不连续,平均标贯击数(未修正)40.6击。主要物理力学参数:容重

20kN/m³,含水量21.8%,液性指数0.20,孔隙比0.52, $c=30\text{kPa}$, $\varphi=20^\circ$, $q_s=100\text{kPa}$ 。

⑨强风化混合花岗岩:灰黄、灰白、棕红色,风化强烈,原岩结构大部分已破坏,遇水易软化崩解,该层分布较广但层面起伏较大,厚度为7.3~16.6m,平均标贯击数(未修正)69.1击,场区内工程桩均以此层作为持力层。容重21kN/m³, $c=40\text{kPa}$, $\varphi=22^\circ$, $q_s=150\text{kPa}$, $q_p=6000\text{kPa}$ 。

下图为场区内三个具有代表性的地质钻孔柱状图。

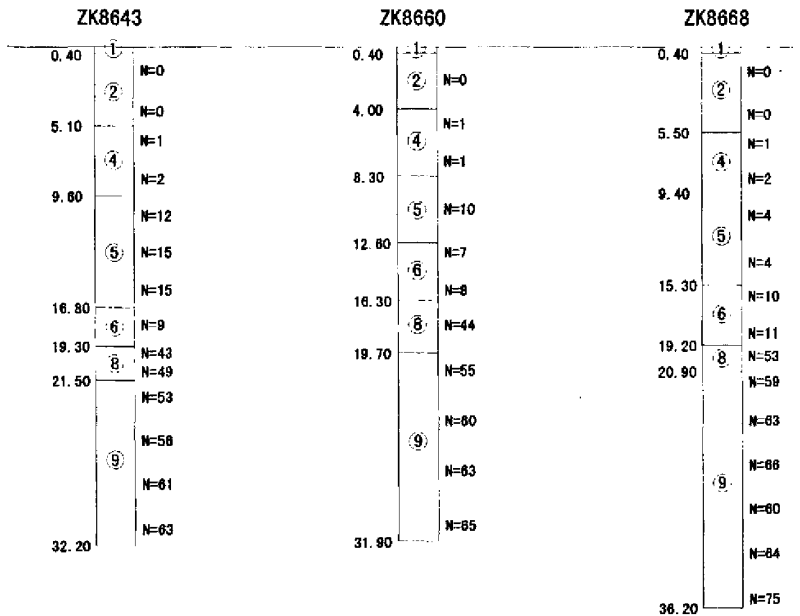


图4-2 代表性地质钻孔柱状图

Fig. 4-2 Typical bore hole columnar section of engineering geological

4.1.2 承载力理论计算结果与静载试验数据对比

选取该场区内#79、#318及#416这三根具有现场静载试验结果的管桩进行承载力理论计算,并与相应的实测数据进行对比,结果详见表4-3、表4-4及表4-5。

值得指出的是,在上述计算过程中须要提供各土层的剪切模量 G ,但由于岩土工程勘察报告一般不提供这一参数,因此 G 往往要靠经验来进行取值。国内已有学者[35]通过对现场原位试验数据与室内土工试验结果进行对比分析,建立一个反映剪切模量 G 、土层深度 H 和标贯击数 N 相互关系的经验公式,详见公式(4.1)。

$$G = AH^{0.5} + BN^{0.3} + C \quad (4.1)$$

其中: A 、 B 、 C ——回归常数,各类土所对应的回归常数见表4-1

表4-1 各类土的回归常数表

Tab. 4-1 Table of regression constant of various soil

回归常数	粘土	粉质粘土	粉土	砂土
A	20510	12560	13470	25360
B	23080	38030	32700	14540
C	-66290	-44030	-48770	-45380

根据上述经验公式，本算例三根试验桩所对应的各土层剪切模量详见表 4-2。

表4-2 土层剪切模量汇总表

Tab. 4-2 Summary table of shear modulus of soil

桩号：#79			
土层代号	深度范围H (m)	平均标贯击数N (击)	剪切模量 (kPa)
2	0~5.10	0	0
4	5.10~9.60	1.5	15340
5	9.60~16.80	14	78850
6	16.80~19.30	9	82850
8	19.30~21.50	46	132640
9	21.50~32.20	58	149630
桩号：#318			
2	0~4.00	0	0
4	4.00~8.30	1	7650
5	8.30~12.60	10	65610
6	12.60~16.30	7.5	73410
8	16.30~19.70	44	127610
9	19.70~31.90	61	150300
桩号：#416			
2	0~5.50	0	0
4	5.50~9.40	1.5	15760

5	9.40~15.30	4	65780
6	15.30~19.20	10.5	85130
8	19.20~20.90	53	137350
9	20.90~36.20	64.5	155820

此外, 计算参数 λ_1 与 λ_2 同样是管桩承载力计算过程中所必须的。 λ_1 与 λ_2 的大小分别取决于桩侧土体的剪切变形范围与挤密强化范围, 然而上述范围的确定到目前为止仍没有最终定论, 因此 λ_1 与 λ_2 只能通过现场观察及工程经验来进行取值。在现场静载试验过程中可以通过肉眼观察及仪器测量来确定在试验荷载作用下由管桩所造成的地面下陷范围, 而该下陷范围与桩侧土体在管桩作用下所产生的剪切变形范围应该是一致的, 由此即可确定计算参数 λ_1 。此外, 大量实测数据表明当桩基础中心距超过六倍桩径时桩与桩之间将互不影响, 承载力及沉降均可用单桩理论进行计算。因此, 可以认为在管桩中心距大于六倍桩径的情况下桩与桩之间将不会相互挤动, 也就是说此时管桩周围的挤土区范围将不会相互重叠。从图4-3可以看出挤土区外边缘到桩中心的距离(即 R_s)为三倍桩径, 根据 λ_2 的定义可得: $\lambda_2 = 2.5$ 。

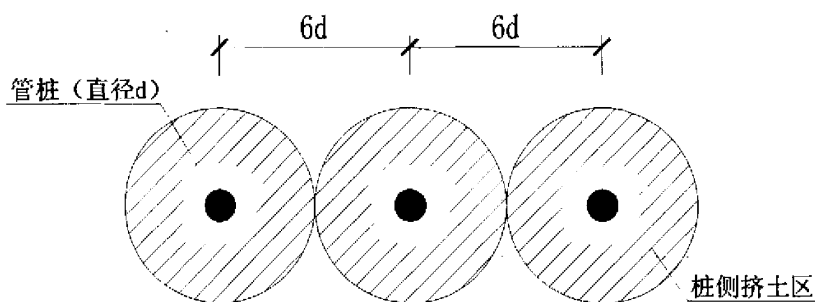


图4-3 挤土区范围示意图

Fig. 4-3 Simple drawing of soil compression range

表4-3 #79号桩承载力理论计算结果与静载试验数据对比表

Tab. 4-3 Comparison table of bearing capacity theoretical calculation and static load experiment data of pile NO #79

桩号: #79		桩长: 27.6m	桩径: 500mm	邻近钻孔 ZK8643 (见图4-2)
序号	桩顶沉降 (mm)	桩顶实际施加压力 (kN)	承载力理论值 (kN)	理论值与实际 值偏差率
1	1.10	720	433	-39.86%
2	1.71	1080	673	-37.69%
3	2.70	1440	1063	-26.18%
4	3.91	1800	1513	-15.94%
5	5.32	2160	1999	-7.45%
6	6.90	2520	2497	-0.91%
7	8.44	2880	2944	2.22%
8	9.69	3240	3290	1.54%
9	11.37	3600	3745	4.03%

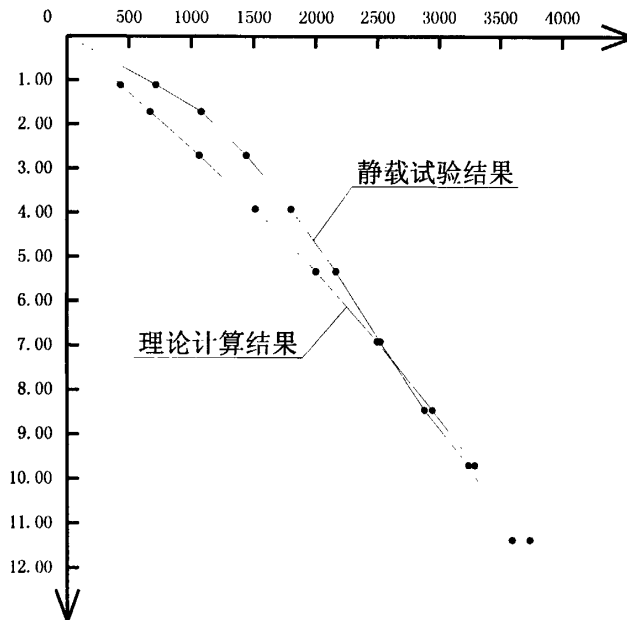


表4-4 #318号桩承载力理论计算结果与静载试验数据对比表

Tab. 4-4 Comparison table of bearing capacity theoretical calculation and static load experiment data of pile NO #318

桩号: #318		桩长: 24.3m	桩径: 500mm	邻近钻孔 ZK8660 (见图4-2)
序号	桩顶沉降 (mm)	桩顶实际施加压力 (kN)	承载力理论值 (kN)	理论值与实际 值偏差率
1	1.41	700	488	-30.29%
2	2.38	1050	782	-25.52%
3	3.51	1400	1172	-16.29%
4	4.66	1750	1601	-8.51%
5	5.89	2100	2015	-4.05%
6	7.06	2450	2489	1.59%
7	8.39	2800	2947	5.25%
8	9.60	3150	3316	5.27%
9	10.82	3500	3809	8.83%

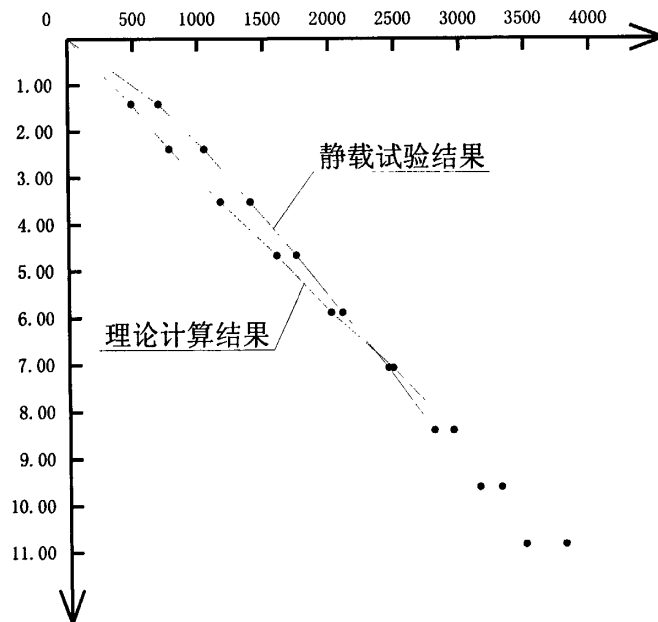
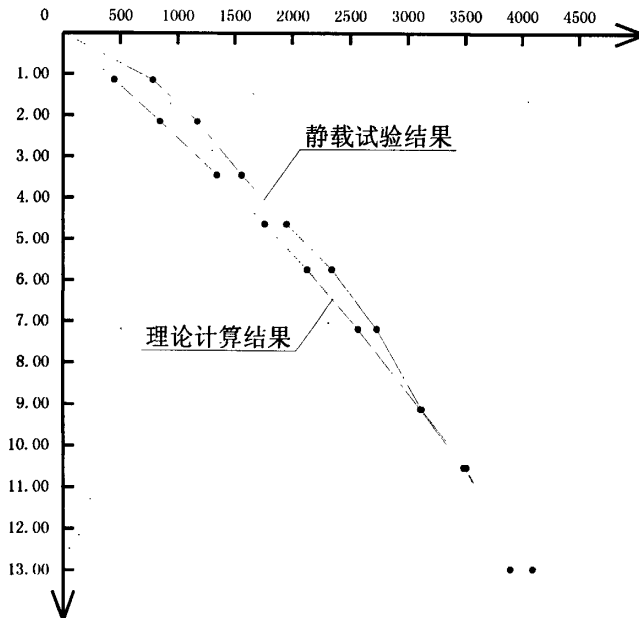


表4-5 #416号桩承载力理论计算结果与静载试验数据对比表

Tab. 4-5 Comparison table of bearing capacity theoretical calculation and static load experiment data of pile NO #416

桩号: #416		桩长: 25.8m	桩径: 500mm	邻近钻孔 ZK8668 (见图4-2)
序号	桩顶沉降 (mm)	桩顶实际施加压力 (kN)	承载力理论值 (kN)	理论值与实际 值偏差率
1	1.13	780	445	-42.95%
2	2.14	1170	843	-27.95%
3	3.44	1560	1344	-13.85%
4	4.62	1950	1760	-9.74%
5	5.72	2340	2127	-9.10%
6	7.16	2730	2566	-6.01%
7	9.10	3120	3110	-0.32%
8	10.51	3510	3487	-0.66%
9	12.96	3900	4097	5.05%



4.1.3 结论分析

1、在算例一中，除头三四级的实际施加荷载与理论计算结果偏差较大外（虽然相对偏差最大达42.95%，但由于荷载水平较低所以最大绝对偏差只有407kN），其他数据都能与实测数据有较好的吻合。特别是在最后一级荷载（即两倍承载力特征值）中，误差基本都能控制在10%以内，这样的计算精度对于工程应用而言已经足够。因此，本文的理论研究成果及据此编写的Lunwen程序具有一定的可靠性。

2、在算例一中，头几级荷载中实测值均大于理论值，但偏差随着荷载的增大而逐渐减少，当荷载达到一定程度后则出现理论值反超实测值的情况，而且偏差随着荷载的增大而不断增大。

出现上述这种情况的主要原因在于k值的计算上，众所周知土体的模量实际是随着应力水平的改变而改变，而且应力水平越大则模量就越小（由于土的塑性变形），而作为桩侧土等效弹簧的刚度系数k也应该如此。但本文在推导k值计算公式时采用的是能量守恒定律，也就是说该k值是一个平均意义上的数值，在应力水平低时本文计算所得的k值比实际值要小，而在应力水平高时该k值则比实际值要大，而k值反映的是单位厚度桩侧土随着桩身发生单位竖向位移时而提供的桩侧阻力值。也就是说，在低应力水平时承载力理论计算值的增长量会比实际增长量小，而在高应力水平时则比实际增长量大，这就造成了承载力在初期偏小而在后期偏大的问题。因此，本文的研究成果并不适用于分析如大直径嵌岩桩这类高承载力桩基础的承载能力，因为承载力越大桩侧土的应力水平就越高，理论k值与实际值的偏差就越大，承载力计算值也会因此而背离实际值（而且计算值是偏大，不安全）。此外，桩侧土在高应力水平时塑性变形就不能忽略，这样本文一开始的弹性假设也就不成立了。

由于k值的计算问题所造成的求解误差可通过以下两个方法进行修正：1、从k值的计算模型入手，将线性土弹簧转变成与应力水平相关的非线性土弹簧。但要注意，要求解出能反映土体实际受力变形特征的非线性土弹簧刚度系数k是比较困难的。此外，在土弹簧为非线性的情况下求解工作会变得较为繁复而不利于工程应用。2、不改变k值的计算模型，但根据大量的工程实例归纳总结出在不同荷载水平中承载力理论计算数值与实测静载试验数据间的偏差范围，以系数修正的方法来纠正理论计算结果的误差。

4.2 算例二

4.2.1 工程概况

为对本论文理论研究成果进行完整验证，须考察第三章所总结的岩溶顶板受力和稳定性验算理论是否合理。为此选择位于广州市白云区黄石西路的恒大金碧新城建筑工程作为工程计算实例进行岩溶顶板稳定性分析，该场区内建筑群采用 $\Phi 300$ 和 $\Phi 400$ 的高强预应力管桩，长度介于9~22m，桩端持力层为微风化石灰岩，单桩承载力特征值为400kN。

根据岩土工程勘察报告及开挖所揭露的地层资料，本场地与工程桩相关的地层自上而下可分为：

①杂填土：杂色，以粘性土、砂和建筑垃圾组成，湿，松散，厚度为2.6~3.2m。

②淤泥质土：灰黑色，呈饱和、软塑状，局部含粉细砂粒，厚度为1.2~7.1m，标贯击数为1~6击，平均2.2击。主要物理力学参数：容重 16kN/m^3 ，含水量57.7%，液性指数1.75，孔隙比1.63， $c=8\text{kPa}$ ， $\varphi=7^\circ$ ， $q_s=8\text{kPa}$ 。

③细砂：灰白色、浅黄色，饱和，松散~稍密，局部中密，厚度为0.5~3.2m，标贯击数为4~22击，平均11.2击。主要物理力学参数：容重 18kN/m^3 ， $c=0\text{kPa}$ ， $\varphi=28^\circ$ ， $q_s=22\text{kPa}$ 。

④中粗砂：灰白色、浅黄色，饱和，稍密~中密，厚度为0.6~11.7m，标贯击数为6~18击，平均10.2击。主要物理力学参数：容重 18kN/m^3 ， $c=0\text{kPa}$ ， $\varphi=28^\circ$ ， $q_s=30\text{kPa}$ 。

⑤粉质粘土：黄褐色、棕红色、灰白色、灰黑色，软塑~可塑，局部含少量砂土颗粒，厚度为0.5~5.9m，标贯击数为3~9击，平均5.7击。主要物理力学参数：容重 18kN/m^3 ，含水量37.2%，液性指数0.74，孔隙比0.89， $c=25\text{kPa}$ ， $\varphi=13^\circ$ ， $q_s=35\text{kPa}$ 。

⑥淤泥质土：灰黑色，呈饱和、软塑状，味臭，含有机物及少量砂粒，仅个别钻孔揭露，厚度为0.5~5.4m，标贯击数为4击。主要物理力学参数：容重 16.5kN/m^3 ，含水量48.2%，液性指数1.41，孔隙比1.39， $c=10\text{kPa}$ ， $\varphi=8^\circ$ ， $q_s=12\text{kPa}$ 。

⑦微风化石灰岩：浅灰色，岩质完整、致密、坚硬，岩芯呈长柱状，见溶洞，厚度为0.1~3.6m，饱和单轴抗压强度为70MPa。

下图为场区内两个具有代表性的地质钻孔柱状图。

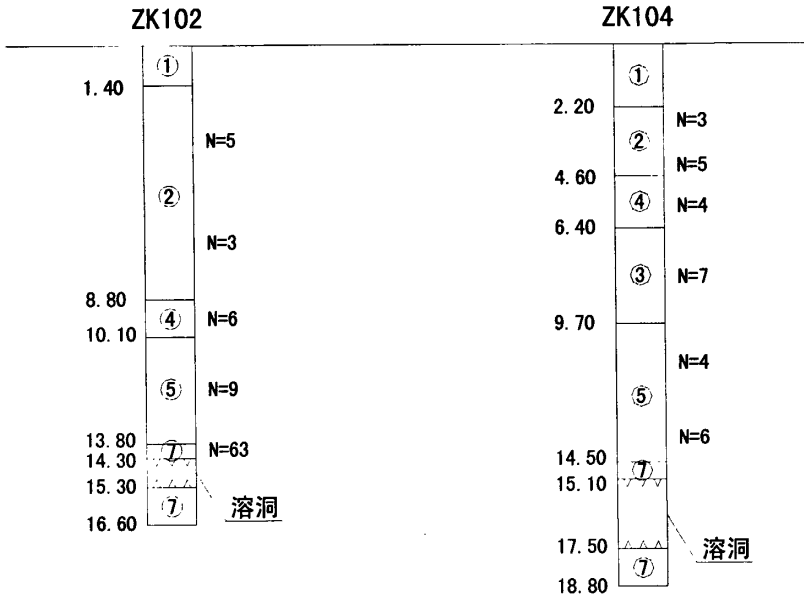


图4-4 代表性地质钻孔柱状图

Fig. 4-4 Typical bore hole columnar section of engineering geological

4.2.2 岩溶顶板稳定性计算

选择本场区#117和#202这两根位于溶洞顶板之上的静压管桩进行分析计算，考察在管桩最大试验荷载（660kN，即单桩承载力特征值的1.65倍）作用下岩溶顶板的各项理论稳定性安全系数是否与实际情况一致，计算结果见表4-6及表4-7。

表4-6 #117号桩底部岩溶顶板理论稳定性安全系数汇总表

Tab. 4-6 Table of karst roof stability safety coefficient of pile NO #117

桩号：#117	桩长：12.0m	最大试验荷载：660kN	邻近钻孔 ZK102 (见图4-3)
	桩径：400mm	对应桩顶沉降：7.94mm	
岩溶顶板抗弯稳定性 安全系数	岩溶顶板抗冲切稳定性 安全系数	岩溶顶板抗剪切稳定性 安全系数	
1.49	9.59	29.07	

在最大试验荷载作用下桩顶沉降只有7.94mm，并无发生过大的变形和刺入性破坏，因此可判断岩溶顶板并没出现失稳现象。

表4-7 #202号桩底部岩溶顶板理论稳定性安全系数汇总表

Tab. 4-7 Table of karst roof stability safety coefficient of pile NO #202

桩号: #202	桩长: 11.8m 桩径: 300mm	最大试验荷载: 660kN 对应桩顶沉降: 2.77mm	邻近钻孔 ZK104 (见图4-3)
岩溶顶板抗弯稳定性 安全系数	岩溶顶板抗冲切稳定性 安全系数	岩溶顶板抗剪切稳定性 安全系数	
1.78	11.35	35.56	

在最大试验荷载作用下桩顶沉降只有2.77mm，并无发生过大的变形和刺入性破坏，因此可判断岩溶顶板并没出现失稳现象。

上述岩溶顶板稳定性分析验算是针对单桩而言，如果溶洞范围内存在多根静压管桩则可通过叠加法进行计算。此外，上述岩溶顶板稳定性验算理论不但可以对岩溶顶板的受力稳定性进行综合评价，而且还能指导岩溶区的地质勘察。如果根据场地岩土工程勘察报告发现在工程桩桩位附近存在溶洞时，通常会在该范围内补充勘察孔或布置超前钻孔以了解溶洞的状况。但由于溶洞的发育一般无规律可循，因此在布孔时往往具有盲目性。此时可利用本文提出的岩溶顶板稳定性验算理论来确定布孔的范围，具体方法如下：

1、根据勘察报告中对岩溶顶板裂隙的描述来选择稳定性验算模型的边界条件（简支或固支），同时假设岩溶顶板的形状（由于不能预先知道岩溶顶板的形状，所以假设成圆形或矩形都存在问题。但由于圆形顶板的未知参数只有半径 R 一个，而且板壳理论表明矩形板在承受竖向荷载作用时四角位处各存在一竖向反力，在该反力作用下顶板跨中弯矩将得到减少，因此选择圆形顶板较为合理），岩溶顶板的厚度则可根据钻孔资料选取。

2、假设岩溶顶板的尺寸（圆形板假设半径 R ，矩形板假设长边 a 和短边 b ）并根据假设的岩溶顶板范围内的管桩承载力特征值计算各稳定性安全系数，如果任一安全系数不能满足要求则缩小岩溶顶板尺寸，反之则增大尺寸，直到抗弯、抗冲切和抗剪切安全系数中的最小值等于控制值为止。此时的岩溶顶板尺寸为既满足管桩承载力要求又保证岩溶顶板不发生失稳破坏的极限尺寸，补充钻孔或超前钻孔即可布置在该尺寸范围内，如果根据钻孔资料发现溶洞顶板实际尺寸小于上

述极限尺寸则表明顶板是安全稳定的，反之则说明顶板将发生失稳破坏，此时须要对其进行处理。

以本工程为例，ZK102钻孔揭露有溶洞，场区内静压管桩单桩承载力特征值为400kN，桩位布置呈梅花状，间距为 $3d\sim 3.5d$ 。假设岩溶顶板为圆形简支板并采用上述方法进行顶板稳定性验算，计算结果表明当顶板半径为1.1m且其上存在三根管桩时，顶板的抗弯稳定性安全系数为 $0.98 < 1$ （抗冲切与抗剪切安全系数均大于1）。此时，补充钻孔或超前钻孔可布置在以ZK102钻孔为圆心的1.1m半径范围内，之后根据钻孔资料所反映的溶洞实际范围来判断是否须要对溶洞进行处理。

4.2.3 结论分析

1、在算例二中，岩溶顶板在最大试验荷载作用下的各项理论稳定性安全系数均能满足要求，同时实际静载试验结果也表明岩溶顶板在试验过程中并无发生任何失稳现象。因此，本文所提出的岩溶顶板稳定性验算理论具有一定的可靠性。

2、在算例二中，岩溶顶板的抗冲切与抗剪切安全系数均大于抗弯安全系数，这主要因为在岩溶顶板的抗冲切与抗剪切稳定性验算中将岩溶顶板看作一无裂隙的素混凝土板。因此，在应用本文所提出的研究成果验算岩溶顶板抗冲切和抗剪切稳定性时应考虑选择较大的安全系数。

3、本文的研究成果不但可综合评价岩溶顶板的受力稳定性，而且还能用于指导岩溶地区的岩土勘察。

4.3 本章小结

根据本文所提出的岩溶区静压管桩承载力计算模型并采用Fortran95语言编写了Lunwen程序，使用该程序对两建筑工地的静压管桩进行分析计算，对比结果表明理论解答与实测数据的拟合程度令人满意。

结论与建议

1、主要结论

(1) 把桩看成是一线弹性杆件，桩周和桩端岩土体均看成是连续均匀的线弹性材料，并用线性弹簧模拟桩周和桩端岩土体与桩身的相互作用，利用微元体的平衡方程和物理方程建立了类似于传递函数法基本方程的微分公式（组），使计算公式与计算过程得到简化。

(2) 提出了单位厚度桩侧土的等效刚度系数 k ，并通过引入挤密函数 $J(r)$ 将管桩挤土对桩侧土体的强化作用考虑在 k 值的计算中，使计算理论更接近实际。

(3) 利用迭代法解决极限位移点位置不能在桩身竖向位移函数被求解出来前预先得知而造成的求解矛盾，使管桩承载模型能被顺利求解。

(4) 利用本文提出的管桩承载力计算公式可获得在不同桩顶沉降时的桩顶压力值，通过描点法可得出反映桩顶压力和桩顶沉降关系的 $P\sim S$ 曲线。

(5) 对岩溶顶板受力稳定性进行全面分析，建立岩溶顶板抗弯、抗冲切及抗剪切稳定性验算模型并提出相应的验算公式。特别在岩溶顶板弯曲应力计算中按照顶板的形状和边界条件将其简化为四种力学模型，并利用板壳理论相关公式进行计算，最后采用考虑裂隙影响的格里菲斯强度理论进行顶板的抗弯稳定性验算。

(6) 利用岩溶顶板稳定性分析理论可指导岩溶地区的岩土勘察。

(7) 根据本文理论分析成果并采用Fortran95语言编写了Lunwen程序，同时将其应用于广州两建筑工地管桩基础的分析计算中，对比结果后发现本文的理论分析成果及据此编写的Lunwen程序具有一定可靠性。

2、建议及展望

(1) 如果能把本文所提出的线性土弹簧替代成一非线性土弹簧，并求解出能反映土体瞬时受力变形特征的土弹簧刚度系数 k ，则可令理论结果更贴近于实际。

(2) 本文在分析岩溶顶板抗冲切及抗剪切稳定性时并没有考虑到顶板裂隙所造成的影响，这会使安全系数偏大，建议对验算公式进行修正。

(3) 本文目前还只停留在单桩竖向承载性能的研究上，但管桩通常是以群桩形式出现，所以如何把本文理论研究成果推广应用到群桩基础是一个需要解决的问题。

参考文献

- [1] 《桩基工程手册》编写委员会. 桩基工程手册. 中国建筑工业出版社. 1995.
- [2] Seed H. B & L. C Reese. The action of soft clay along friction piles. 1955.
- [3] Reese L. C & Cox W. R & Koop F. D. Analysis of laterally loaded piles in sand. Proceedings of the Sixth Annual Technology Conference, Houston. 1974.
- [4] Reese L. C & Cox W. R & Koop R. D. Field testing and analysis of laterally loaded piles in stiff clay. Soil Mechanics and Foundation engineering. 1977.
- [5] Bond A. J & Jardine R. J. Shaft capacity of displacement piles in a high OCR clay. 1991.
- [6] Bond A. J & Jardine R. J. Effects of installing displacement piles in a high OCR clay. 1995.
- [7] Lehane B. M & Gavin K. G. Base Resistance of Jacked Pipe Piles In Sand. 2001.
- [8] 胡幼常. 大型桩群基础地基破坏性状研究. 武汉水利电力大学学报. 1995.
- [9] 李林涛. 静压桩的荷载-沉降特性动静载试验结果分析. 建筑科学. 2003.
- [10] 林本海. 静压桩承载性能的分析研究. 建筑结构学报. 2004.
- [11] Vesic A. S. Expansion of Cavities in Infinite Soil Mass. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division. 1972.
- [12] 罗惟德. 单桩承载机理分析与荷载-沉降曲线的理论推导. 岩土工程学报. 1990.
- [13] 王伟. 基于超静孔压消散的静压桩极限承载力研究. 岩土力学. 2005.
- [14] Caputo V & Viggiani C. A Simple Approach to Non Linearity Effects. 1984.
- [15] Simons H. A. A theoretical study of pile driving. 1985.
- [16] Smith I. M. Plugging of pile piles. Third international conference on numerical methods in offshore piling. 1986.
- [17] Chow Y. K. Analysis of Vertically Loaded Pile Groups. Methods in Geomechanics. 1986.
- [18] Liyanapathirana D. S. Numerical modeling of large deformations associated with Driving of open-piles. 2000.
- [19] 张明义. 静力压入桩的研究与应用. 中国建筑工业出版社. 2004.

- [20]刘铁雄, 彭振斌, 安伟刚等. 岩溶地区桩基特性物理模拟. 中南工业大学学报. 2002.
- [21]金书滨. 岩溶地区桩基承载性能试验研究. 中国岩溶. 2005.
- [22]刘铁雄. 岩溶顶板与桩基作用机理分析与模拟试验研究. 中南大学博士学位论文. 2002.
- [23]赵明华. 岩溶区桩端持力岩层安全厚度计算研究. 公路. 2002.
- [24]赵明华. 桥梁基桩桩端溶洞顶板稳定性的模糊分析研究. 岩石力学与工程学报. 2003.
- [25]龚成中. 岩溶地区桩基承载力力学模型分析. 岩土工程界. 2006.
- [26]艾凯. 岩溶地区桩基的有限元分析. 岩土力学. 2003.
- [27]龚成中. 岩溶地区桩基承载力的有限元分析. 西部探矿工程. 2005.
- [28]孙训方. 材料力学(第四版). 高等教育出版社. 2002.
- [29]同济大学数学教研室. 高等数学(第四版). 高等教育出版社. 1996.
- [30]东南大学、浙江大学、湖南大学连编. 土力学(第一版). 中国建筑工业出版社. 2001.
- [31]徐芝纶. 弹性力学(第三版)下册. 高等教育出版社. 1990.
- [32]铁摩辛柯. 板壳理论. 科学出版社. 1977.
- [33]凌贤长. 岩体力学. 哈尔滨工业大学出版社. 2002.
- [34]《工程地质手册》编写委员会. 工程地质手册(第三版). 中国建筑工业出版社. 1992.
- [35]陈禹, 丁建江, 方诚, 朱国林. 土的初始剪切模量与孔隙比及标准贯入值相关关系. 浙江工业大学学报. 2002.

攻读硕士学位期间的研究成果和发表的学术论文

1、研究成果

- (1) 海珠半岛花园三期基坑支护止水旋喷桩的成桩质量试验研究
- (2) 湛江广州湾时代广场基坑支护设计咨询

2、参加会议

- (1) 广东省岩土力学与工程学会第5届学术大会. 深圳. 2006年12月.
- (2) 全国工程地质大会. 广州. 2007年5月.
- (3) 武汉恒大绿洲一期住宅群管桩基础咨询会议. 2007年12月.

3、发表论文

- (1) 邝立智, 林本海. 管桩基础承载力简化计算模型研究. 广州建筑. 2008.
- (2) 林本海, 邝立智. 预应力管桩在饱和粘性土地基中应用失败的分析 and 处理. 广州建筑. 2008.

致 谢

本论文是在导师林本海教授的悉心指导下所完成的，从论文的选题到完成无不凝聚着林老师的心血。在此，我首先对林老师致以衷心的感谢和崇高的敬意。在三年的研究生学习生涯中，林老师对我的学习给予了细心的指导，给我的生活提供了无私的帮助，使我能够顺利完成硕士阶段的学习任务。同时，导师渊博的学识、严谨的治学态度和对研究生培养工作的高度负责使我受益良多，并将在以后的工作、学习和生活中鞭策和鼓励着我。

感谢各位授课老师的谆谆教导，其中特别要感谢的是在我课程学习及论文写作中给予很大帮助的史宏彦教授。

感谢参与本论文评审和答辩工作的各位专家，他们为本论文提出了许多宝贵的意见和建议。

感谢建设学院2005级全体研究生同学，感谢各位师兄弟对我论文工作的支持与鼓励。

最后要感谢我家人一直以来在经济上和情感上对我的莫大支持。