

华中科技大学硕士学位论文

摘 要

目前和未来的战术与战略空间将完全置于微波、毫米波、红外光、可见光和激光的高密度电磁环境中。面临天空、地物、光电以及红外报警器、红外干扰机、红外诱饵弹、红外干扰弹、红外烟幕弹、红外隐身技术等自然的、积极的或消极的各种红外干扰。因此对于低信噪比和复杂背景条件下的红外图像信号处理的处理结果也提出越来越高的要求。由于红外图像中目标与背景的对比较低，边缘模糊，从而难以用常规的边缘提取方法提取目标有效的轮廓信息。

小波理论的出现为红外图像的边缘提取带来了突破性的进展。经过小波变换的图像特征被映射到各个独立的频率通道中。分解后的每个尺度下的子图像都提供了一定的边缘信息。当小尺度，即分辨率较高时，图像的边缘细节信息较为丰富。边缘定位精度较高，但易受噪声的干扰；大尺度即分辨率较低时，图像的边缘稳定，抗噪性好，但定位精度差。融合小波多尺度变换后的结果就能清晰地提出目标的轮廓。

本文首先分析了红外图像中背景和噪声的特点。介绍了针对这些特点的红外图像的预处理方法。特别是介绍了一种新的拓扑中值滤波的方法。这种方法比传统的中值滤波方法能更有效的减少边缘的误定位。然后立足于小波变换的原理，研究了小波变换在红外图像信号去噪，瞬态信号检测，目标增强及目标检测定位方面的作用。介绍二维小波变换提取边缘的方法。在此基础上，针对图像小波多尺度变换的矛盾，即涉及到三层尺度变换的图像比四层或五层尺度变换的图像效果好，分析了问题的成因。提出了基于梯度相位法的二维小波变换提取边缘的方法。经过试验取得了较好的效果。并对后续的研究提出了自己的看法。

关键词：红外图像 边缘提取 小波变换 拓扑中值滤波 梯度相位法

Abstract

Wars are exposed to the high intense electronic-magnetic environment in the future. Varieties of passive and positive methods will be used for hampering hostile actions in the battleground. So there are higher and higher processing requirements for infrared images whose SNR(signal to noise ratio) are low and its background and objectives are difficult to distinguish from. One of the requirements is to extract edges of objectives in an image. But traditional methods are not easy to extract explicit edges of the objectives because the contrast of the background is near to that of the objective and SNR is low in a picture.

Wavelet transform brings a breakthrough when it is used for edge extraction. After multi-resolution wavelet analysis an image are divided to some wavelet details and approximation images. The wavelet details give some information of edges and noise in every scale. On the one hand edges in coarse scales are abundant, and they are localized well. But they are easy to be distorted by noise. On the other hand edges in fine scale are not easy hampered by noise, but their localization is not good. So edges can be extracted explicitly by fusion of the multi-scale wavelet details and denoising.

However, Xu et al noticed that involving more than two scales in direct multiplication have a negative impact on the result.

Firstly, Some pre-processing methods are introduced for the character of the background and noise of the infrared image. Especially a topological median filter is given. After that a new method for detecting edges in an image using spatial and scale-space domains are proposed in the paper for Xu's problem. A priori knowledge about geometrical characteristics of edges is used to assign a probability factor to the chance of any pixel being on an edge. An improved double threshold technique is introduced for spatial domain filtering. Probabilities that pixels belong to a given edge are assigned based on pixel similarity across gradient amplitudes, gradient phases. The spatially adaptive wavelet noise-filtering algorithm is qualitatively and quantitatively analyzed. The result meets the expectation.

Key words: Infrared image Edge extraction Wavelet transform
Topological median filter Gradient phase

1 绪 论

1.1 论文研究背景

近年来,红外成像技术有了迅速的发展,应用范围已扩展到国民经济各个领域。特别是军事领域。如,夜视成像、制导、搜索与跟踪等方面。红外成像技术在军事应用上有明显的优点:

- (1) 集高灵敏度,高空间分辨率及大的战场动态范围于一身。适用于探测微弱目标信号和鉴别多目标。
- (2) 在各种复杂的人为干扰和背景干扰下,实现对目标的自动识别和选择。具有较强抗光电干扰的能力。
- (3) 利用高度发展的计算机快速处理目标图像信息。模拟人对目标的识别过程。发现伪装目标
- (4) 昼夜可用,全天候性强。

红外成像的典型工作方式是利用红外探测器获取视场空间的红外图像。接着把接收到的按空间变化的红外辐射有探测器转成电信号,经放大,变换处理后送入视频信号处理机。利用微处理器进行图像信息处理和目标识别。其中,红外图像信号的检测是一个重要的方面。红外图像信号检测需要研究信号形式,检测准则,和检测方法,以及估值问题。图像处理的目的是抑制噪声,检出需要的景物信息。因此,滤波技术,相关技术,各种背景抑制技术都得到广泛应用,极大地提高了红外图像信号检测的质量。

例如,五、六十年代出现了最早的空空导弹。当时的近距离格斗导弹都是红外制导的,不过还是红外寻的的工作方式。九十年代美国开发出第四代的近距离空空导弹,这种以 AIM-9X 命名的导弹实现了红外凝视成像的方式。大大提高了空空导弹的命中率和抗干扰能力。这说明在需要对目标进行识别的情况下,图像分析是很重要的内容。

图像分割是一种重要的图像分析技术。在对图像的研究和应用中,人们往往仅对图像中的某些部分感兴趣。这些部分常称为目标或前景(其他部分称为背景),它们

一般对应图像中特定的,具有独特性质的区域。为了辨识和分析图像中的目标,需要将它们从图像中分离提取出来,在此基础上才有可能进一步对目标进行测量和对图像进行利用。图像分割就是把图像分成各具特性的区域并提取出感兴趣目标的技术和过程。

1.2 国内外研究状况

图像边缘检测属于图像分析中的第一个小类[1]。它对于图像理解,图像的信息分析起着十分重要的作用。

国内近年来研究从多种边缘算法(模糊聚类方法,神经网络概念等)向小波多尺度变换主的方向发展。2001年在《中国图象图形学报》、《计算机学报》、《模式识别与人工智能》、《测绘学报》等多家学术期刊上共有49篇[1]关于边缘检测文章发表。其中关于小波及其相关内容的文章就占了7篇,随机过程方法占了3篇,模糊聚类方法有4篇,神经网络概念有3篇。本文作者在2001年《计算机工程》、《计算机工程与应用》、《中国图象图形学报》上述期刊中所检索到的文献中关于小波及其相关内容的文章有20篇,神经网络概念有1篇,分形理论有3篇。而2002年上述期刊中关于小波边缘检测的文章有15篇,分形理论有1篇,模糊聚类方法有3篇。其次,算法的研究也从单一的小波多尺度数据融合向小波理论和其它算法结合检测图像边缘的方向发展。上述期刊中共有6篇此类文献发表。另外,关于小波基的选择也展开研究,例如从常用的正交,对称型(Harr小波、Daubechies小波)到正交或双正交,非对称型或反对称型(B样条小波)。上述期刊中共有3篇此类文献发表。

国外的研究方向也在小波理论和模糊聚类、Bayes统计、神经网络、线性滤波、非线性滤波等方面的结合,但它侧重于图像处理结果的评价标准的讨论及评价结果的量化。2002年IEEE Transaction(学报)《Pattern Analysis and Machine Intelligence》中模糊聚类2篇;Bayes统计1篇、神经网络2篇、线性滤波和非线性滤波1篇。2002年度《Image Processing》中小波3篇;线性滤波3篇;非线性滤波3篇,神经网络1

篇，其中关于图像处理结果的评价标准的讨论及评价结果的量化方法的研究有 2 篇。

1.3 红外边缘检测方法研究

现已发展的红外单帧图像边缘检测技术分为微分算子的边缘检测、边缘拟合、边缘闭合、哈夫变换、边缘跟踪、曲线拟合、状态空间搜索、动态规划等[2]。其中边缘检测的微分算子应用最广泛，效果也最好。有 Laplace、Sobel、Prewitt、Robert、LOG、Canny 算子。在这些算子当中又以 Canny 算子的应用范围最广。

在边缘检测算子的构筑中，门限的选取也是很重要的[3]。

(一) 基于全局灰度门限的目标边缘检测方法

这种分割方法假设图像中仅包含目标和背景两类。将图像中的像素按灰度属性的相似性或相近性分成两类，使得具有相似或相近灰度属性的像素归属同一类。不同灰度属性的像素归属不同类。因此，这种方法的实质是寻找一个灰度全局门限，根据获得的全局门限的不同准则，又分为

(a) 直方图分析方法：对于有突出目标和背景的图像，其灰度直方图将有明显的双峰。在这种情况下，可选择两峰之间的谷点作为门限，这就是峰谷法。这种方法简单，但不能用于灰度直方图峰值悬殊极大或有宽平谷底的图像。对有些难于用灰度直方图的谷点作门限的图像，可以通过分析直方图的凹形来确定一个较理想的门限。

(b) 类别方差自动门限方法：假定图像中只含有灰度范围各异的目标和背景。只有在其灰度直方图上选择合适的门限，才有可能将其划分为对应于目标和背景的两类。从模式识别理论来看，不同的全局门限值导致不同类别分离性能，只有合适的门限值才能给出合适的类别分离性能。用类别方差自动门限法进行目标分割，即是寻找一个门限值使得分割后目标和背景两类之间的方差最大。这种方法通常也成为 OSTU 分割方法。在目标分割中经常被使用。但文献[3]指出该分割方法在目标、背景所占比例相差悬殊时，该准则所确定门限不合理。偏向与图像中较大类的均值，在复杂背景下很难达到稳定的目标提取效果。

华中科技大学硕士学位论文

- (c) 最大熵值分割方法: 信息论中用熵做不确定的度量。根据最大熵原则, 可以规定的分布集合中, 寻找熵值最大者, 以它作为真实分布的一种推断, 依据此理论, 最大熵分割方法通过将实际统计概率分布与真实分布进行比较来建立分割依据。最大熵分割方法算法简单, 但由于推测的真分布与实际真分布差距较大, 因此出错率较大。分割图像效果较差。
- (d) 贝叶斯分割方法: 该方法须估算目标和背景的先验概率。但在实际中, 由于图像中存在大量的噪声, 利用采样数据去估算先验概率是不精确的, 而且这种算法在应用贝叶斯决策理论时没有考虑错分类的代价。对这种方法改进, 引入损失代价函数后采用目标窗混合密度与背景窗密度的比值建立判据。改进算法不须求得目标的灰度分布, 因此不需先估算先验概率。
- (e) 矩不变分割方法: 矩是随机变量的数学特征。一幅仅有目标和背景两类的图像经门限处理后成为二值图像。门限处理前后的两幅图像灰度直方图分别具有不同的阶次的矩。正确选择门限可以使得这两者间的各阶矩相近或相等。矩不变分割方法即是保持门限处理前后的零阶矩和前3阶矩不变的基础上寻找一个门限值, 将图像划分为目标和背景两类。

(二) 基于局部门限的边缘检测方法

利用全局阈值进行目标边缘检测是一种最简单的方法。但它们基本上都是针对两类问题, 而且要在全灰度范围内搜索一个最佳阈值, 在实际图像处理中往往不能获得理想的检测效果。因此提出了基于局部阈值的方法, 也就是将图像划分为若干子图像, 然后在对子图像进行检测。这种方法的一个典型例子就是由 Ohlander 等人提出的循环分解方法[4]。这个算法首先根据图像的全局直方图将图像划分为若干小图像, 再根据子图像的直方图进一步分割。这个算法循环不断更新子图像的直方图, 越来越精细考虑了图像的局部特性, 可以获得更精细的分割。

1.4 本文研究重点

本文充分分析了红外图像中目标、背景及噪声的特性。针对红外图像灰度分布相

华中科技大学硕士学位论文

对集中,对比度小,噪声大的特点,提出了基于 Canny 边缘检测算法和梯度相位算法的一种新算法。同时本文对小波变换的若干理论和实际问题进行了深入的探讨,并将小波变换应用到红外图像的边缘检测的实际中,着重研究小波变换在红外图像去噪、目标增强方面的应用。本文安排如下:

第一章 绪论。主要介绍本文的研究背景,国内外研究现状。常用的边缘检测方法及其重点。

第二章 红外图像的预处理。主要介绍红外图像的特点,预处理的目的是方法。

第三章 小波基础。介绍小波变换的原理。为了解小波变换在边缘检测中的作用打下基础。

第四章 小波边缘检测的理论及实现(一)。介绍小波边缘检测的理论。

第五章 小波边缘检测的理论及实现(二)。介绍小波边缘检测的实现。

第六章 对处理结果进行定性和定量的评价。

第七章 总结与展望。讨论本文提出方法的优劣。对全文作了总结。

对下一步研究工作提出自己的建议。

2 红外图像的预处理

2.1 红外图像的特点

背景

红外图像的背景主要是大面积缓慢变化的低频部分。一般来说,红外景物通常是某一恒定的辐射量,在空间分布上往往呈大面积连续分布状态。从而使得其灰度空间分布具有较大的相关性。另外,背景也包含部分空间频域中的高频分量。它们主要分布在背景中同质区的边缘。自然场景的背景图像灰度分布的概率密度是正态的[3]。

噪声

红外图像的噪声可分为两类[5]: 散粒噪声和高斯噪声。

消除散粒噪声的有效方法是帧内中值滤波。为使中值滤波能更好的保护边缘,目前更多地使用加权中值滤波和其改进形式[6-8]。

红外图像噪声的主要成分是可描述为 0 均值的高斯噪声。它与背景像素不相关,在频率域表现和点目标类似的高斯特征,它在空间分布是随机的,帧间空间分布没有相关性。为保护图像细节,一般不采用帧内低通滤波而采用帧间滤波来消除高斯噪声。帧间滤波最为简单的形式是帧平均,即将相邻几帧中占据相同空间坐标的像素取平均(此方法图像静止时有效,当图像出现运动时,帧平均算法将会使运动图像产生重影和模糊—本文研究图像静止)。

2.2 红外图像的特征量

1. 单帧图像的红外目标特征量

- 1) 目标灰度均值: 目标各点灰度的均值。
- 2) 目标灰度标准方差: 指目标各点灰度的标准方差。
- 3) 目标灰度峰值: 目标的最大灰度值。
- 4) 目标对比度: 目标最小灰度值与最大灰度值的比值。
- 5) 目标面积: 目标像素数目。

- 6) 目标长宽比: 目标最小外接矩形的长度与宽度的比值。
- 7) 目标位置: 目标的形心位置。
- 8) 目标背景均值对比度: 目标灰度均值与全局背景灰度值的比值。
- 9) 目标背景局部均值对比度: 在一个小领域内目标灰度均值与背景灰度均值的比值。
- 10) 目标分布比: 目标中比目标灰度峰值小 10% 以内的像素数目与面积之比。
- 11) 紧凑度: 目标面积与目标最小外接矩形的总像素之比。
- 12) 复杂度: 目标边缘像素数目与目标面积之比。

2.3 单帧红外图像的特征量

红外图像的信噪比[3]: $SNR = \frac{|s - \mu|}{\sigma}$ (2.1)

μ , σ 为图像灰度均值与标准方差。S 为目标灰度均值。

2.4 红外图像预处理的目的

由以上分析可知红外图像普遍存在以下特点

- (1) 灰度分布相对集中, 对比度小。
- (2) 红外图像的噪声大, 而且主要是低频起伏噪声。

针对以上特点, 首先进行直方图修正以扩展灰度; 然后采用非线性滤波方法抑制背景, 去除噪声。

2.5 红外图像预处理的方法

2.5.1 灰度直方图均衡化(histogram equalization)

直方图变换是图像增强最常用, 最重要的方法之一。利用图像灰度分布形式作校正来修正图像灰度, 最终达到图像增强的目的。因此它是基于度量空间(灰度分布)的灰度修正方法。直方图修正中具有最优性质的是直方图均衡。

华中科技大学硕士学位论文

首先，将图像灰度作正规化处理。即将原图像灰度范围 $[R_{\min}, R_{\max}]$ 压缩到 $[0, 1]$

范围内：设图像 $\{f(x, y)\}$ 灰度 $R \in [R_{\min}, R_{\max}]$ ，作线性变换

$$r = \frac{R - R_{\min}}{R_{\max} - R_{\min}}$$

使变换后的图像灰度 r 压缩成： $r \in [0, 1]$

取图像变换 T 为以下形式：

$$s = T(r) = \int Pr(w)dw, \quad r \in [0, 1]$$

式中 $Pr(w)$ 是 r 的分布密度。经式变换后得到以 s 为灰度的图像。 s 在 $[0, 1]$ 均匀分布（若随机变量 X 的分布函数 $F(x)$ 是连续的，那么统计量 $F(x)$ 在 $[0, 1]$ 均匀分布）。这种灰度变换称为直方图均衡（图1是导弹发射车的灰度直方图均衡前后的图像及灰度图）。

对于直方图均衡(Histogram Equalization, HE)，从信息论的观点来看，HE算法是最优的。可设具有 n 级灰度的图像（在实际图像处理中由于图像的幅度是离散化的），其第 k 级灰度出现的概率为 P_k ，则它含的信息量为 $I(k) = \log_2 \frac{1}{P_k}$ 。整幅

图像的信息量（熵）为 $H = E[I(k)] = \sum_{k=1}^n P_k \log_2 \frac{1}{P_k}$ 。可以证明：具有平坦分布（平坦直方图）的图像，其信息量 H 最大。也就是说，如果 $P_1 = P_2 = \dots = P_n = 1/n$ ，则 $H = \max$ 。

因此，经变换式得到的图像具有最大熵。

就红外图像而言，HE算法主要提升的是背景和噪声，而非细节。针对HE算法的缺陷，文献[9]提出了直方图投影算法(Histogram Projection, HP)。HP算法和HE一样，不同之处在于HE算法中每一灰度的权重由像素的数目决定，而HP算法中，有像素的灰度权重取1，无像素的灰度权重取0。因此，HP算法是一种背景、细节、噪声同时被提升的算法。对于散粒噪声较大的红外图像，HP算法必需慎用。散粒噪声的灰度往往与图像背景和细节的灰度相差较大，且其出现在哪些灰度并不遵循任何统计规律。对于HP这种“见者有份”的算法，散粒噪声会对大面积的背景灰度产生

“排挤效应”，使图像产生闪动。文献[10]提出了 HE 算法的另一种改进算法——平台直方图均衡 (Plateau Equalization, PE)。PE 算法和 HE 算法的区别在于 PE 算法对灰度的权重设置上限平台 (Plateau)，大于上限平台的权重被钳制在上限值。这种算法的本质就是适度限制背景和噪声的提升，给细节的提升留出空间。上限平台的选择则是这种算法成功的关键。

要注意的是，均衡化处理后的图像只能是近似均匀分布。均衡化图像的动态范围扩大了，但其本质是扩大了量化间隔，而量化级别反而减少了，因此，原来灰度不同的像素经处理后可能变的相同，形成了一片的相同灰度的区域，各区域之间有明显的边界，从而出现了伪轮廓。

2.5.2 拓扑中值滤波

拓扑中值滤波是一种新的非线性滤波方法。它运用一些模糊连通度的概念来改进传统的中值滤波器。能有效的滤除所提取的边缘中的噪声，误定位的发生率由 46% 减少到不足 25%，有效的提高了边缘的定位精度[11-13]。

定义一[10]：成员从属度 (DOM)。 Σ 表示一幅图像点集， I 为图像灰度。 p 为图上一点，其灰度值为 $I(p)$ 。有 $k = \max\{I(p) | p \in \Sigma\}$ ，则 p 点在 Σ 中的成员从属度

$$\mu_I(p) = \frac{I(p)}{k} \quad (2.2)$$

定义二[10]：单路连通度。 E 是 p 的邻域且 $E \cup p \subset \Sigma$ ，存在一条从 p 到 q 的通路 ρ ， $\rho = \{p = p_0, p_1, \dots, p_n = q\} \subset E \subset \Sigma$ 。其路径连通度

$$s_E(\rho) = \min_{0 \leq i \leq n} \{\mu_I(p_i)\} \quad (2.3)$$

换句话说，一条通路的连通度由其链上最弱的一环决定。

定义三[10]：两点间的道路连通度 (DOC)。

$$c_E(p, q) = \max_{\rho \subset E} \{s_E(\rho)\} \quad (2.4)$$

换句话说，两点间的道路连通度由经过此两点的通路中单路连通度最大的通路决定。

定义四[10]： p 到 q 是连通的。 p, q 间元素的成员从属度不小于通路中两端点的成员从属度。且 $c_E(p, q) = \min\{\mu_I(p), \mu_I(q)\}$

华中科技大学硕士学位论文

算法一[10] 两像素间的单路连通度

设 $E = \{p_i\}_{i=0}^{n-1}$ 表示从 $p = p_0$ 到 $q = p_{n-1}$ 的点集。另一点集 U 先置为空。 $p \sim q$ 表示 p 到 q 是连通的。

For 若有 $p_i \in E$ ，使得 $\mu_i(p_i) \leq \min\{\mu_i(p), \mu_i(q)\}$ ，则令 $\mu_i(p_i)$ 为 E 的阈值。

If $p_i \sim q$ 且 $p \sim p_i$ ，则将 p_i 放入 U 中

End

End

$$c_E(p, q) = \max\{\mu_i(p_i) \mid p_i \in E\}$$

算法二[10] 点集中某一点间与其它点的单路连通度

设 $E = \{p_i\}_{i=0}^{n-1}$ 是点 p 的领域。 $T[E; \mu_i(p_i)]$ 表示 E 中所有成员从属度大于或等于 $\mu_i(p_i)$ 的点的集合。 $p \sim q$ 表示 p 到 q 是连通的。

对所有 $p_i \in E$ ，置 $c_E(p, p_i) = 0$ ， $c_E(p, p) = \mu_i(p)$ 。

For 若 $p_i \in E$ 有 $\mu_i(p_i) \leq \mu_i(p)$ ，则令 $\mu_i(p_i)$ 为 E 的阈值，

形成 $T[E; \mu_i(p_i)]$

For $p_j \in T[E; \mu_i(p_i)]$ 有 $p_i \sim p$

If $c_E(p, p_j) \leq \mu_i(p_i)$

$$c_E(p, p_j) = \mu_i(p_i)$$

End

End

End

如果 p 点是一个 $(2m+1) \times (2n+1)$ 窗的中心像素 ($m > 0, n > 0$)。那么这个窗的 DOC 表示中心像素 p 到窗内其它像素的连通度的中值，即

$$TL[I; E](p) = \text{med}_{q \in E+p} \{c_{E+p}(p, q)\} \quad (2.6)$$

华中科技大学硕士学位论文

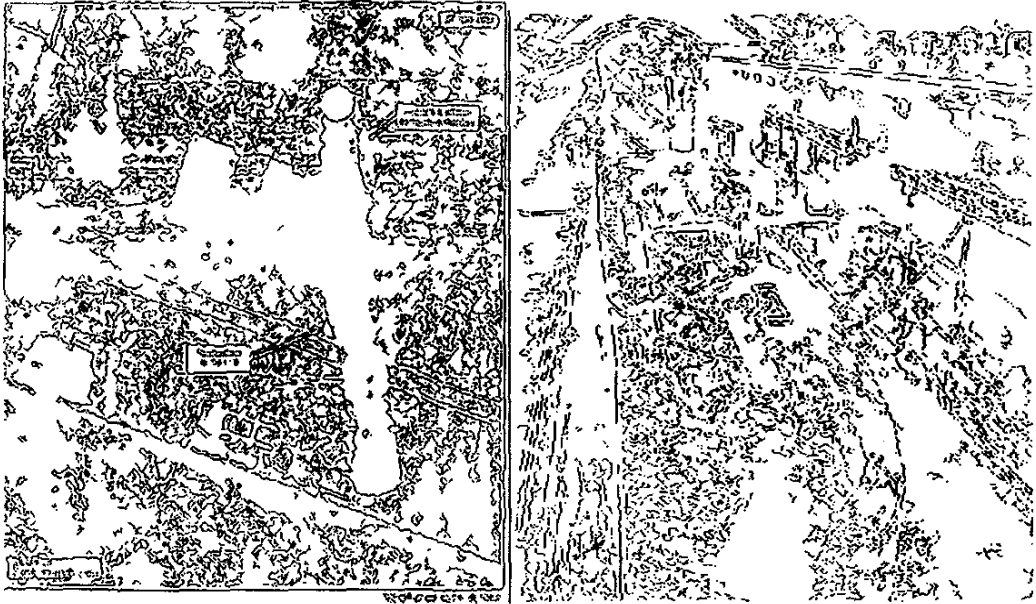
$TL[I;E](p)$ 就表示以 p 为中心的 E 领域窗的连通度。 $c_{E,p}(p,q)$ 表示 E 领域窗中两像素间的单路连通度。图 (2.1) 是经过两种中值滤波 (3×3 窗) 处理后再由 Canny 算子提取的边缘比较图。



原图



(a) 传统中值滤波边缘提取图



(b) 拓扑中值边缘提取图 (3×3 窗)

图 2-1 传统的中值滤波与拓扑中值滤波的比较图

由图明显看出经过拓扑中值处理后的图比传统的中值滤波处理的图边缘光滑且连续。

3 一维小波变换

3.1 傅里叶变换

对信号 $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ 其变换 Fourier 定义为:

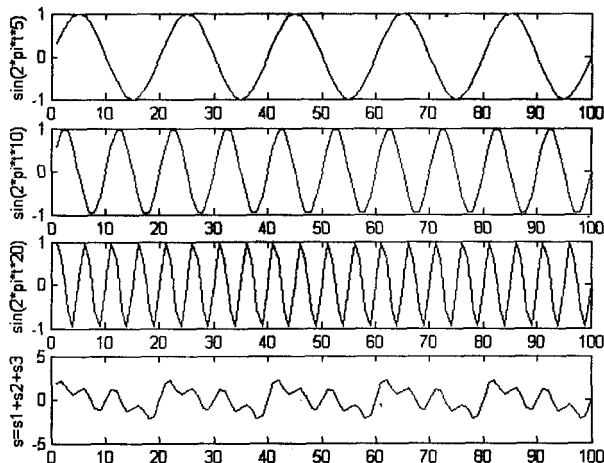
$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (3.1)$$

Fourier 逆变换定义为

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (3.2)$$

对信号 $f(t)$ 实施分解和综合。

下图给出了傅里叶变换的示意图。由图 3.1 看出, 原始信号 S 是由不同的频率成分组成:



$S = s_1 + s_2 + s_3$; $fs = 100$; $t = (1:100)/fs$;

图 3-1 信号的傅里叶分析

传统的 Fourier 分析有如下一些不足之处:

- (1) 为了用式 (1.1) 从模拟信号 $f(t)$ 中提取频谱信息 $F(\omega)$, 就要取无限的时间量,

使用过去的和将来的信号信息只为计算单个频率的频谱。

- (2) 式(1.1)甚至没有反映出随时间变化的频率,实际上需要的是人们怎样能够确定时间间隔,使在任何希望的频率范围(或频带)上产生频谱信息。
- (3) 在 $L^2(\mathbb{R})$ 以外空间,变换系数不能刻划出 $f(t)$ 所在的空间。
- (4) Fourier 变换无法作局部分析。因为一个信号的频率与它的周期长度成正比。由此得到,对于高频谱的信息,时间间隔要相对的小,以给出比较好的精度;对于低频谱的信息,时间间隔要相对的宽,以给出完全的信息。亦即需要一个灵活可变的时间—频率窗,使在高“中心频率”时自动变窄,而在低“中心频率”时自动变宽。

由此提出小波分析。

3.2 小波变换

3.1.1 小波变换的定义

把某一被称为基本小波 (mother wavelet) 的函数 $\psi(t)$ 作位移 b 后,再在不同尺度 a 下与待分析信号 $f(t)$ 作内积:

$$WT_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (3.3)$$

3.2.2 小波变换的特点

小波变换是 Fourier 分析思想方法的发展与延拓。小波基的构造以及结果分析都依赖于 Fourier 分析,两者主要不同:

- (1) Fourier 分析的实质是把能量有限信号 $f(t)$ 分解到以 $\{e^{i\omega t}\}$ 为正交基的空间上去;小波变换的实质是把能量有限信号 $f(t)$ 分解到 w_j 和 v_j ($j=1,2,\dots$) 所构成的空间上去。
- (2) Fourier 分析用到的基本函数只有 $\sin(\omega t), \cos(\omega t), e^{i\omega t}$, 具有唯一性;小波变换

华中科技大学硕士学位论文

用到的小波函数具有不唯一性, 同一个工程问题用不同的小波函数进行分析有时结果相差甚远。小波函数的选用是小波分析应用到实际中的一个难题 (这也是小波变换研究的一个热点问题), 目前往往通过经验或不断试验来选择小波函数。

- (3) 在频域中, Fourier 分析具有较好的局部化能力; 但在时域中, Fourier 分析无法从信号 $f(t)$ 的 Fourier 变换中看出 $f(t)$ 在任一时间点附近的性态。事实上, $\hat{f}(\omega)$ 是关于频率为 ω 的谐波分量的振幅, 在 Fourier 变换中, 它是由 $f(t)$ 的整体的性态所决定—即提取无穷的时间量计算单个频率。而小波变换则能给出时间—频率窗, 实现频域和时域的局部化。而且不必提取无穷的时间量。
- (4) 若用信号通过滤波器来解释, Fourier 变换带通滤波器的带宽 Δf 与中心频率 f 无关; 相反, 小波变换带通滤波器的带宽 Δf 则正比于中心频率 f , 即

$$Q = \frac{\Delta f}{f} = C \quad C \text{ 为常数} \quad (3.4)$$

Q 称之为品质因子。(图 3.2)

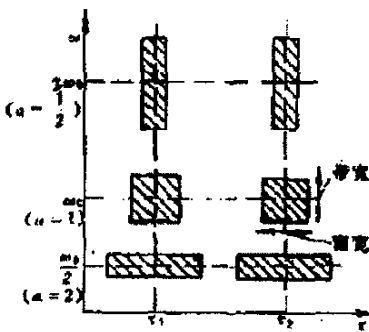


图 3-2 不同尺度下小波函数的恒 Q 性

如图可见当中心频率 f 从 ω_0 移到 $2\omega_0$ 时, 带宽也增加一倍; 中心频率 f 从 ω_0 移到

$\frac{1}{2}\omega_0$ 时, 带宽也减小一倍。

3.2.3 小波变换在信号分析中的应用

由不同尺度下的小波图（图 3-3）看出，小波中的尺度因子的作用是将小波保持在完全相似条件下“拉伸”或者“压缩”。图给出了尺度因子的“拉伸”和“压缩”作用。小波中的位移参数是简单地将波形沿时间轴平移。



图 3-3 不同尺度下的小波

下面的五个步骤是获得 $WT_{a,b}$ 的最简单方法：

第一步，选择尺度 a 一定的小波，把它与原始信号的一段进行比较(图 3.4)。

第二步，计算 $WT_{a,b}$ 。它表示这段信号与尺度 a 小波的相关程度。 $WT_{a,b}$ 越大，二者越相似。这个结果依赖于所选择的小波的形状。

第三步，向右移动小波，然后重复第一和第二步，直到处理完全部信号。

第四步，增大小波的尺度因子（拉伸），重复第一到第三步。

第五步，对全部尺度因子重复第一到第四步，得到的 $WT_{a,b}$ 通常用灰度图表示(图 3.5)。

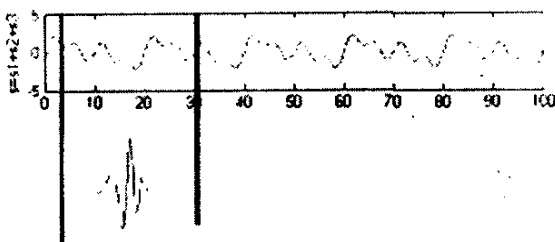


图 3-4 小波对信号的分析作用

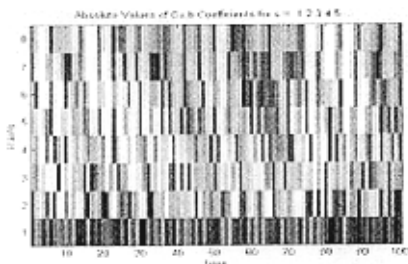


图 3-5 $WT_{a,b}$ 的灰度图

3.3 从函数空间的剖分引入多分辨率分析

在二分情况下, Mallat 从函数的多分辨率空间分解概念出发, 在小波变换与多分辨率分析之间建立起联系[30][31]。Daubechies 在文献[26]中较清楚地把由函数空间分解引出的多分辨率分析概念和由离散序列入手的金字塔式压缩编码两种殊途同归的方法的异同作了很好的总结, 并且初步与滤波器组概念联系起来。

把平方可积的函数 $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ 看成是某一逐级逼近的极限情况。每级逼近都是用某一低通平滑函数 $\psi(t)$ 对 $f(t)$ 作平滑的结果, 只是逐级逼近时平滑函数 $\psi(t)$ 也作逐级伸缩。这也就是用不同分辨率来逐级逼近待分析函数 $f(t)$ 。这就是‘多分辨率’得名由来。更具体地说, 其中包括以下概念:

L 函数空间的逐级剖分 把空间作逐级二分分解产生一组逐级包含的子空间:

$$V_0 = V_1 \oplus W_1, V_1 = V_2 \oplus W_2, \dots, V_j = V_{j+1} \oplus W_{j+1}, \dots \quad (3.5)$$

j 是从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 的整数, j 值愈小空间愈大。意即:

当 $j \rightarrow -\infty$ 时, $V_j \rightarrow L^2(\mathbb{R})$, 包含整个平方可积的实变函数空间。在逐级包含的条件下, 上式等效于:

$$\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j = L^2(\mathbb{R}) \quad (3.6)$$

当 $j \rightarrow +\infty$ 时, $V_j \rightarrow \{0\}$, 即空间最终划分到空集为止。在逐级包含的条件下, 上式等效于:

$$\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\} \quad (3.7)$$

上述剖分方式显然保证了空间 V_j 与空间 W_j 正交, 且各 W_j 之间也正交

$$V_j \perp W_j; W_j \perp W_{j+1} \quad (3.8)$$

进一步要求剖分还具有以下两项特性:

(1) 位移不变性: 函数的时移不改变其所属空间。即:

$$f(t) \in V_j, \text{ 则 } f(t-k) \in V_j; \quad (3.9)$$

(2) 二尺度伸缩性:

$$\text{如 } f(t) \in V_j, \text{ 则 } f\left(\frac{t}{2}\right) \in V_{j+1}, \quad f(2t) \in V_{j-1}; \quad (3.10)$$

3.4 尺度函数 $\phi(t)$ 和小波函数 $\psi(t)$ 的一些重要性质

二尺度差分方程是空间逐级二剖分赋予 $\phi(t), \psi(t)$ 的最基本性质。它是许多其他性质的基础，二尺度差分方程阐明任意两相邻空间剖分 $V_{j-1} \rightarrow V_j, W_j$ 间基函数 $\phi_{j-1,k}(t), \phi_{j,k}(t)$ 和 $\psi_{j,k}(t)$ 间的内在联系。

$$\phi\left(\frac{t}{2^j}\right) = \sqrt{2} \sum_k h_{0k} \phi\left(\frac{t}{2^{j-1}} - k\right) \quad (3.11)$$

$$\psi\left(\frac{t}{2^j}\right) = \sqrt{2} \sum_k h_{1k} \phi\left(\frac{t}{2^{j-1}} - k\right) \quad (3.12)$$

频域关系式:

$$\sqrt{2}\phi(2\omega) = H_0(\omega)\phi(\omega) \quad (3.13)$$

$$\sqrt{2}\psi(2\omega) = H_1(\omega)\phi(\omega) \quad (3.14)$$

式中 $\phi(\omega), \psi(\omega)$ 是 $\phi(t), \psi(t)$ 的 Fourier 变换, 而

$$H_0(\omega) = \sum_k h_{0k} e^{-jk\omega} \quad (3.15)$$

$$H_1(\omega) = \sum_k h_{1k} e^{-jk\omega} \quad (3.16)$$

它们分别是 h_{0k}, h_{1k} 的离散序列 Fourier 变换, 都是以 2π 为周期的函数。

递推关系:

$\phi(\omega), \psi(\omega)$ 与 $H_0(\omega), H_1(\omega)$ 之间还有下述联系

$$\phi(\omega) = \prod_{j=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^j H_0(2^{-j}\omega) \quad (3.17)$$

$$\psi(\omega) = H_1(\omega) \prod_{j=2}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{j+1} H_0(2^{-j}\omega) \quad (3.18)$$

能量无损性:

由空间剖分的完整性得出 V_0 空间的总能量等于 $W_j (j=1 \sim \infty)$ 各空间能量的总和。

$$|\phi(\omega)|^2 = \sum_{j=1}^{\infty} |\psi(2^j \omega)|^2 \quad (3.19)$$

还可引伸出

$$|\phi(\omega)|^2 = \sum_{j=1}^J |\psi(2^j \omega)|^2 + |\phi(2^J \omega)|^2 \quad (3.20)$$

3.5 多分辨率分析的理想滤波器组实现

滤波器组是数字信号处理中发展已较完善的技术。多分辨率分析与滤波器组相结合不但丰富了小波变换的实用意义(例如, 语音通讯中的子带编码、图像处理中的金字塔式数据压缩等), 而且对小波滤波器组的设计提出了更系统的要求, 使离散栅格上的小波变换计算更加简单明了。

当信号的采样率满足 Nyquist 要求时, 其频带必将限制在 $-\pi \sim +\pi$ 之间。此时可分别用理想低通与理想高通滤波器 H_0 与 H_1 将它分解成(对正频率部分而言) 频带在 $0 \sim \frac{\pi}{2}$ 的低频部分和频带在 $\frac{\pi}{2} \sim \pi$ 的高频部分, 分别反映信号的概貌与细节(图 3.6)。处理后两路输出必定正交(因为频带不交叠), 而且由于两种输出的带宽均减半, 因此采样率可以减半而不致引起信息的丢失(带通信号的采样率决定于其带宽, 而不是决定于其频率上限, 参看自看文献[32])。这就是图上在滤波后引入“二抽取”环节(图上用符号表示)的理由。所谓二抽取就是将输入序列每隔一个输出一次(例如只取偶数), 组成长度缩短一半。

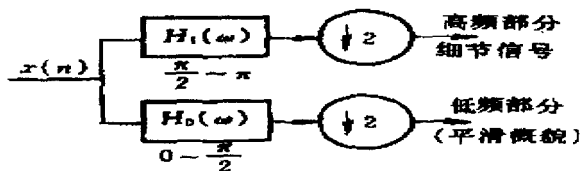


图 3-6 频带的理想单级剖分

类似的过程对每次分解后的低频部分可再重复进行下去[图 3-7]，即：每一级分解把该级输入信号分解成一个低频的粗略逼近(概貌)和一个高频的细节部分。而且每级输出采样率都可以再减半。这样就将原始 $f(t)$ 进行了多分辨率分解。

由此可以引出以下概念：

1. 频率空间的划分 如果把原始 $f(t)$ 占据的总频带 $(0 \sim \pi)$ 定义为空间 V_0 ，经第一级分解后 V_0 被划分成两个子空间：低频的 V_1 (频带 $0 \sim \frac{\pi}{2}$) 和高频的 W_1 (频带 $\frac{\pi}{2} \sim \pi$)。经第二级分解后 V_1 又被分割成低级的 V_2 (频带 $0 \sim \frac{\pi}{4}$) 和高频的 W_2 (频带 $\frac{\pi}{4} \sim \frac{\pi}{2}$)。

如图 3.7(b)所示。这种子空间划分过程可以记作：

$$V_0 = V_1 \oplus W_1, V_1 = V_2 \oplus W_2, \dots, V_l = V_{l+1} \oplus W_{l+1}, \dots$$

其中各 W_{j+1} 是反映 V_j 空间信号细节的高频子空间， V_{j+1} 是反映 V_j 空间信号概貌的低频子空间。可见这些子空间之间有以下特性：

逐级包含： $V_0 \supset V_1 \supset V_2 \dots$ (3.21)

逐级替换： $V_0 = W_1 \oplus V_1 = W_1 \oplus W_2 \oplus V_2, \dots$
 $\qquad\qquad = W_1 \oplus W_2 \dots \oplus W_{j+1} \oplus V_{j+1}$ (3.22)

(符号 \oplus 表示直和，符号 \supset 表示包含)

2. 各带通空间的恒 Q 性 由图易见， W_1 空间的中心频率为 $\frac{3}{4}\pi$ ，带宽 $\frac{\pi}{2}$ ； W_2

空间的中心频率为 $\frac{3}{8}\pi$ ，较 W_1 减半；而其频带为 $\frac{\pi}{4}$ ，也较 W_1 减半。可见各 W_i 的品质因数是相同的。

3. 各级滤波器的一致性 各级的低通滤波器 H_0 和高通滤波器 H_1 是一样的。这是因为前一级输出被二抽取，而滤波器设计是根据归一频率进行的。例如，第一级 H_0 的真实频带是 $0 \sim \frac{\pi}{2T}$ (T 是输入的采样间隔)，其归一频率则是 $0 \sim \frac{\pi}{2}$ (注：[归一频率] = [真实频率] × [采样间隔])。第二级 H_0 的真实频带虽是 $0 \sim \frac{\pi}{4T}$ ，但归一频率却仍是 $\frac{\pi}{4T} \times 2T = \frac{\pi}{2}$ 。

以上只是对多分辨率分析的粗略说明，初步建立空间剖分概念和滤波器组框架之间的关系。

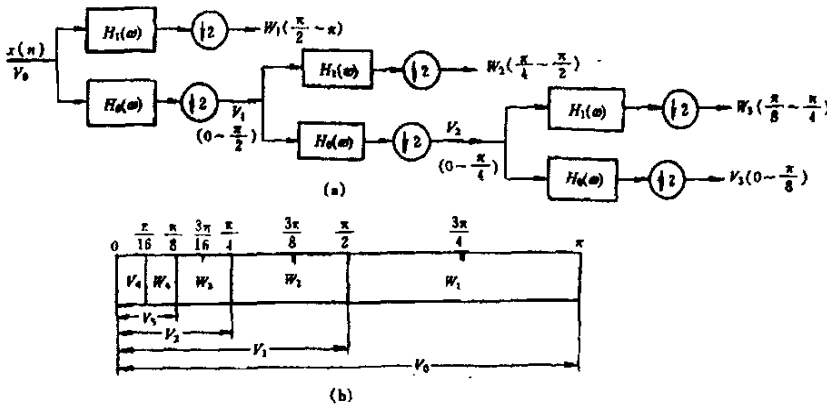


图 3-7 频带的逐级剖分

3.6 二次 B 样条小波基的选取及其滤波器组的设计

3.6.1 小波基的选取

常用小波基：从应用报道看，目前检测局部性能常用的小波是高斯小波和样条小波。样条函数在曲线拟合中是用来使拟合出来的曲线本身平滑，而且导数也是平滑函数。样条函数能导出的一组具有带通性质的小波函数。它符合上一章讲的对信号变化剧烈处

的要求。

本文选取的小波基——二次 B 样条小波函数

二次 B 样条小波函数具有非常好的特性。首先它是一个有紧支集的光滑对称函数的导数，这一点特别合适用于图像的边缘提取，因为局部极大模值原理要求两个小波分别是一个光滑函数的两个偏导数；其次，它本身是一个紧支集的反对称光滑函数，满足整数位移能构成正交归一基，而且支撑基底是有限。这里只把 Mallat 在边沿检测诸论文中所采用的基本上属于 Battle—Lemarie 族的样条小波简介于下。

二次 B 样条小波如下[19][20]:

此时

$$\phi(\omega) = e^{-i\frac{\omega}{2}} \left[\frac{\sin(\frac{\omega}{2})}{\frac{\omega}{2}} \right]^3 \quad (3.23)$$

因此

$$\phi(2\omega) = e^{-i\omega} \left[\frac{\sin(\omega)}{\omega} \right]^3 \quad (3.24)$$

由二尺度方程的频域形式:

$$\phi(2\omega) = H_1(\omega)\phi(\omega) \quad (3.25)$$

$$\psi(2\omega) = H_1(\omega)\psi(\omega) \quad (3.26)$$

代入式得

$$H_0(\omega) = \frac{\phi(2\omega)}{\phi(\omega)} = e^{-i\frac{\omega}{2}} \cos^3\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad (3.27)$$

根据三角函数恒等式 $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$ 可知:

$$\cos^3\left(\frac{\omega}{2}\right) = \frac{1}{4} \left[\cos \frac{3\omega}{2} + 3 \cos \frac{\omega}{2} \right] \quad (3.28)$$

因此

$$\begin{aligned}
 H_0(\omega) &= e^{-j\frac{\omega}{2}} \cos^3\left(\frac{\omega}{2}\right) = \frac{e^{-j\frac{\omega}{2}}}{4} \left[\frac{1}{2}(e^{j\frac{3\omega}{2}} + e^{-j\frac{3\omega}{2}}) + \frac{3}{2}(e^{j\frac{\omega}{2}} + e^{-j\frac{\omega}{2}}) \right] \\
 &= \frac{1}{8} [e^{j\omega} + e^{-j2\omega} + 3 + 3e^{-j\omega}]
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

即

$$H_0 = \frac{1}{8}z + \frac{3}{8} + \frac{3}{8}z^{-1} + \frac{1}{8}z^{-2} \tag{3.30}$$

空间二剖分的能量守恒性

$$|\phi(\omega)|^2 = |\phi(2\omega)|^2 + |\psi(2\omega)|^2 \tag{3.31}$$

及其相应的滤波器表示

$$\text{频域式: } |H_0(\omega)|^2 + |H_1(\omega)|^2 = 1 \tag{3.32}$$

$$\text{Z 域式: } H_0(z)H_0(z^{-1}) + H_1(z)H_1(z^{-1}) = 1 \tag{3.33}$$

代入式得

$$\begin{aligned}
 H_1(z)H_1(z^{-1}) &= 1 - H_0(z)H_0(z^{-1}) \\
 &= -\frac{1}{64}z^3 - \frac{6}{64}z^2 - \frac{15}{64}z^1 + \frac{44}{64} + \frac{15}{64}z^{-1} + \frac{6}{64}z^{-2} + \frac{1}{64}z^{-3}
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

由于此式是关于常数项偶对称的，故必可分解。

令

$$H_1(z) = \sum_{n=-2}^3 h(n)z^{-n} \tag{3.35}$$

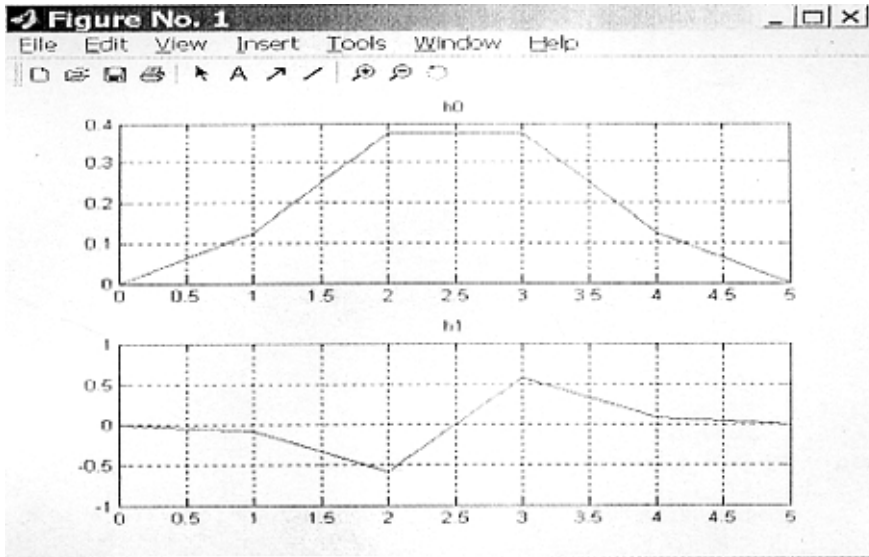
代入式再令式两边的常数项相等即可。表 3-1 所列的系数如下

表 3-1 二次 B 样条小波滤波器系数

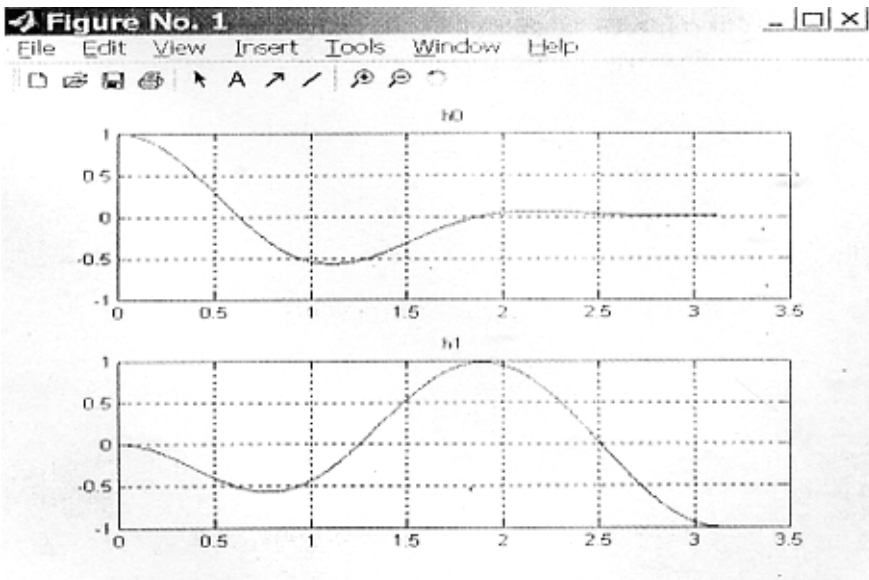
n	$h_0(n)$	$h_1(n)$
- 2	0.0000	- 0.0061
- 1	0.1250	- 0.0869
0	0.3750	- 0.5798
1	0.3750	0.5798
2	0.1250	0.0869
3	0.0000	0.0061

华中科技大学硕士学位论文

图 3-8 是由上表 $h_0(n)$, $h_1(n)$ 构造的滤波器的冲激响应及其频率响应图。明显看出 $h_0(n)$ 是低通滤波器, $h_1(n)$ 高通滤波器。



(a) 二次样条小波构造的低通滤波器和高通滤波器的冲激响应



(b) 二次样条小波构造的低通滤波器和高通滤波器的频率响应

图 3-8 二次样条小波构造的低通滤波器和高通滤波器

由此可见尺度函数的 Fourier 变换 $\phi(\omega)$ 具有低通滤波特性(相当于一个低通滤波器), 而小波的 Fourier 变换 $\psi(\omega)$ 具有高通滤波特性(相当于一个高通滤波器)。

3.6.2 由 $h_0(n)$, $h_1(n)$ 构造尺度函数 $\phi(t)$, 小波函数 $\psi(t)$

一般是通过对 $h_0(n)$ 作迭代数值卷积来求 $\phi(t)$, 由二尺度关系迭代出公式

$$\phi(\omega) = \prod_{j=1}^{\infty} H'_0(2^{-j}\omega) \quad (3.36)$$

$$\text{式中 } H'_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} H_0(\omega). \quad (3.37)$$

其 Z 变换为

$$H^{(j)} = \prod_{i=1}^j H'_0(z^{2^i}) \quad (3.38)$$

一个有限长的 $H_0(z)$ 经上述处理后长度将变大。如果 $H_0(z)$ 的冲激响应原长为 L , 经 J 级串级后将变成 $L' = [(2^J - 1)(L - 1) + 1]$ 点。如果把此滤波器的冲激响应长度仍压缩回 L 点内, 则当 $L \rightarrow \infty$ 时 $h_0^{(j)}(n)$ 将可能(在一定条件下)成为连续波形。可以证明这样收敛得的连续波形恰好满足二尺度关系, 因而就是与 $h_0(n)$ 相应的尺度函数 $\phi(t)$ 。

具体步骤如下

(1) 先直接通过卷积构作 $H^{(j)}(z)$ 的对应冲激响应 $h^{(j)}(n)$ 。

有 $h_0(n) = \frac{1}{8}(1, 3, 3, 1)$, 当 $j=1$ 时 $H_0^{(1)}(z) = H_0(z)H_0(z^2)$, 因此

$$\begin{aligned} h^{(1)}(n) &= \left(\frac{1}{8}\right)^2 (1, 3, 3, 1) * (1, 0, 3, 0, 3, 0, 1) \\ &= \left(\frac{1}{8}\right)^2 (1, 3, 6, 10, 12, 12, 10, 6, 3, 1) \end{aligned} \quad (3.39)$$

当 $j=2$ 时, $H_0^{(2)}(z) = H^{(1)}(z)H_0(z^4)$, 因此

$$h^{(2)}(n) = h^{(1)}(n) * (1, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 1) \quad (3.40)$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)^3 ((1,3,6,10,15,21,28,36,42,48, \\ 48,42,36,28,21,15,10,6,3,1))$$

(2) 把 $h^{(l)}(n)$ 连成一条阶梯曲线，再把曲线基底压缩回 $0 \sim L-1$ 内，形成新的曲线 $f^{(l)}(t)$ ，构造原则

$$\text{在 } t = \frac{n}{2} \sim \frac{n+1}{2} (n=0 \sim L) \text{ 区间内: } f^{(l)}(t) = 2^{\frac{l}{2}} h^{(l)}(n)$$

归一因子 $2^{\frac{l}{2}}$ 的引入是因为 H_0^l 是 H_0 的 $\sqrt{2}$ 倍。

(3) 当 $l \rightarrow \infty$ 时， $f^{(l)}(t)$ 就有可能趋近于连续函数 $\phi(t)$ 。图 4.2 是经过 3 次迭代后产生的，过程基本收敛。

同理,由式 $H_1^{(l)}(z) = H_0(z)H_1(z^2)$ 可求得小波函数。

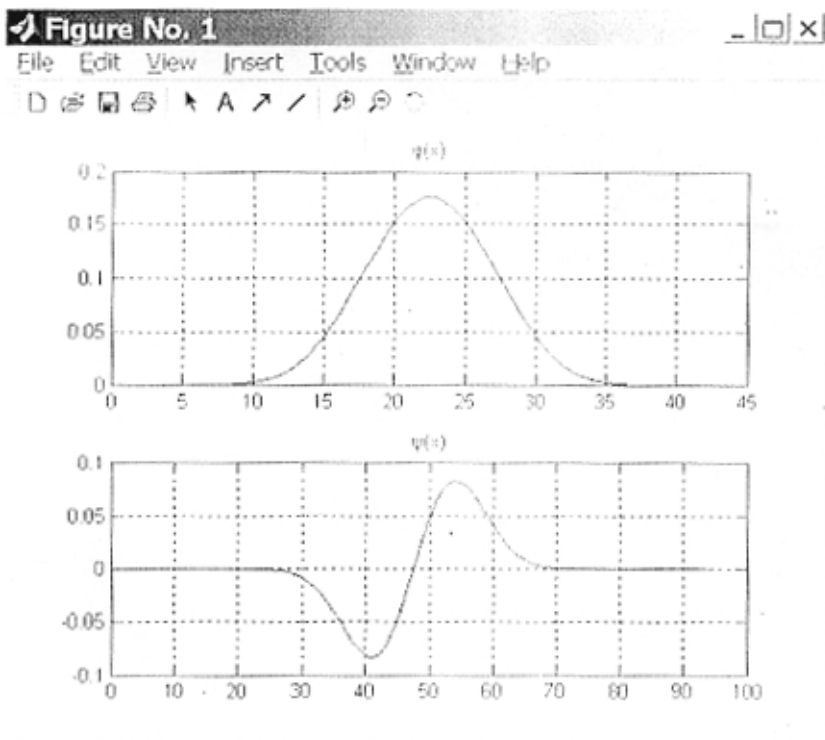


图 3-9 3 次迭代后形成的尺度函数和小波函数

4 图像小波边缘提取理论及实现（一）

图像之所以适于采用多分辨率分析是因为它的结构和纹理可以分别在不同分辨率下表现。由于边缘对视觉起主要作用，因此图像处理应注意保存边缘信息。小波变换正是提取边缘的有效工具。

4.1 小波变换的奇异点与信号变化剧烈处间的联系

4.1.1 由小波变换的过零点和极值点来检测信号的突变点

两者间的联系建立在两个基本概念的基础上。

- (1) 概念一：信号经平滑后再求导，等效于直接用平滑函数的导数对信号作处理。
- (2) 概念二：任何一个低通的平滑函数的各阶导数必定是带通函数。

这两个概念结合起来便可得下述结论：

- (1) 果 $\theta'(x)$ 是某一低通平滑函数 $\theta(x)$ 的一阶导数，则可用 $\theta'(x)$ 对 $f(t)$ 作小波变换。此时小波变换的零点正是 $\frac{dy}{dx} = 0$ 之点，也就是 $y(t)$ 的极值点所在（ $y(t)$ 是 $f(t)$ 被 $\theta'(x)$ 平滑后的结果）；小波变换的极点是 $\frac{d^2y}{dt^2} = 0$ ，也就是 $y(t)$ 的转折点，在极限情况（阶跃）下它也就是阶跃点。
- (2) 如果 $\theta''(x)$ 是平滑函数的二阶导数，则可用 $\theta''(x)$ 对 $f(t)$ 作小波变换。此时

小波变换为零之点是 $y(t)$ 的转折点（ $\frac{d^2y}{dt^2} = 0$ ），极限情况下也就是阶跃点。

图以阶跃式边沿和函数式尖两类突变为例，对上述分析作一图示总结。它也就是用小波变换的过零点和极值点来检测信号的局部突变的基础。由图 4-1 可见，突变点的位置有时是由小波变换的过零点反映的，有时是由其极值点反映的。一般地说根据过零点作检测不如根据极值点。因为过零点易受噪声干扰，而且有时过零点反映的不是突变点，而是信号在慢变区间

的转折点。因此，检测边沿宜采用如 $\theta'(x)$ 型的反对称小波，检测尖峰脉冲宜采用如 $\theta''(x)$ 型的对称小波。但是必须指出，要使这一检测有效，必须满足适当条件。首先， $\theta'(x)$ ， $\theta''(x)$ 应是某一平滑函数的一、二阶导数。其次，尺度 a 必须适当，以便一方面使 $y(t)$ 的突变点基本上能反映待分析信号的突变点；另一方面，只有在适当尺度下各突变点引起的小波变换才避免交叠干扰。因此，在处理时需要把多尺度结合起来综合观察。

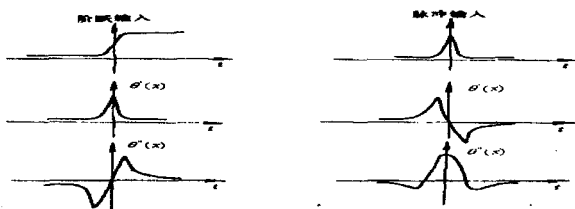


图 4-1 $\theta'(x)$ ， $\theta''(x)$ 作小波对阶跃输入，脉冲输入的处理结果

4.1.2 由小波变换极大值在多尺度上的综合表现来表征信号中突变点的性质

Lipschitz 指数(简记 L. E.) α 是表现函数局部特征的一种度量。表 4-1 是某些特殊函数在奇异点的 Lipschitz 指数[14]。

表 4-1 某些特殊函数在奇异点的 Lipschitz 指数

函数	图形	局部正规性特点	L. E. 值
斜坡函数		在 t_0 处一次可微，一阶导数不连续，分段线性	1
阶跃函数		在 t_0 处本身不连续，但取值有界且恒定	0
δ 函数			-1
白噪			$\frac{1}{2} - \varepsilon$ $\varepsilon > 0$

下图是几种突变的小波变换极值随尺度的变化。图中 $t=2$ 处有一个阶跃 ($\alpha=0$)，图中 $t=3$ 处有一个 δ 函数 ($\alpha<0$)，图中 $t=1,4$ 处有 $\alpha>0$ 的正规性。

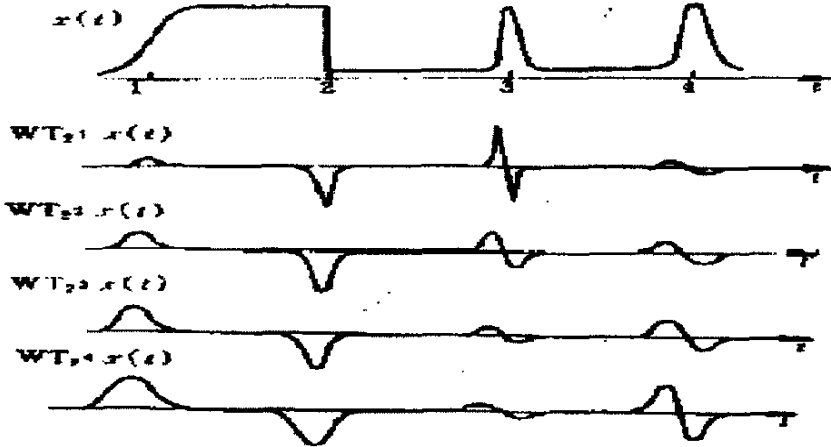


图 4-2 几种突变的小波变换极大值随尺度的变化

由图可见。当 $\alpha > 0$ 时，小波变换极大值随尺度的增大而增大。当 $\alpha < 0$ 时，小波变换极大值随尺度的增大而减小。对阶跃函数 ($\alpha = 0$)，小波变换极大值不随尺度变化。

4.2 小波变换与图像边缘检测及去噪

4.2.1 小波变换与图像边缘检测

传统的建立在 Fourier 变换基础上的滤波方法在提高信噪比和提高空间分辨率两项指标上存在矛盾。低通滤波固然能通过平滑抑制噪声，但同时也会把图像中的边缘模糊。高通滤波可以是边缘更加陡峭，但背景噪声同时也被加强。此外相干平均也是滤除噪声常用的手段，但需时较长，不能作动态提取，而且当各次记录中的信号没有对齐时处理结果也会产生低通模糊。与之相比，基于小波变换的多分辨率滤波技术有明显优点。

小波变换是线性变换，因此当观察值由信号和噪声线性组合而成时，观察值的小波变换也由信号的小波变换和噪声的小波变换相加组成。如果噪声是白噪，随着小波尺度加大(也就是积分范围扩大)，它的极大点会显著减少(理论分析可以证明白噪的小波变换的极大值密度与尺度成反比)，而且由于白噪的均匀 Lipschitz 指数为

$-\frac{1}{2} - \varepsilon (\varepsilon < 0)$ [1], 因此其小波变换的幅度随 j 的增大而减小。这样, 在大尺度下剩余的极大将主要是属于信号的。方法的关键是如何辨识边缘。下面用一维情况加以说明。边缘在数据中的表现是阶跃性的跳变, 采用波形反对称的小波函数进行小波变换时, 在多个尺度下小波变换的值在跳变处均表现出明显的峰值, 其符号正负则决定此阶跃是正跳变还是负跳变, 而噪声的小波变换则随尺度的加大而迅速减小。如图 (4-3) 明显把原始数据中主要边缘的位置表明。如果如图 (4-4) 所示, 把一部分尺度上对应与同一空间位置 k 处的小波变换相乘 [$Cor(j, k) = WT(1, k) \cdot WT(2, k)$], 就能把边缘表现得更突出, 并把噪声的表现削弱。



图 4-3 含噪时边缘的小波变换



图 4-4 两层小波的乘积图

华中科技大学硕士学位论文

以此为基础，再采用由粗及精的策略跟踪各尺度下的小波变换极大值，找出属于信号的部分，并将属于噪声的部分去除(它们或是沿尺度传播不远，或是 j 值减小时幅度明显加大)。

具体地说，先从 j 最大(= J)的一级开始，找到在这一尺度上属于信号的小波变换极值点，然后逐步减小 j 值，每次以高一级已找到的极值点位置为先验知识，寻找其在本级的对应极值点，并将其余各点去除。这样逐级搜索直到 $j=1$ 为止。最后以这些被选择出来的极值点为依据来重建信号(图 4-5)。

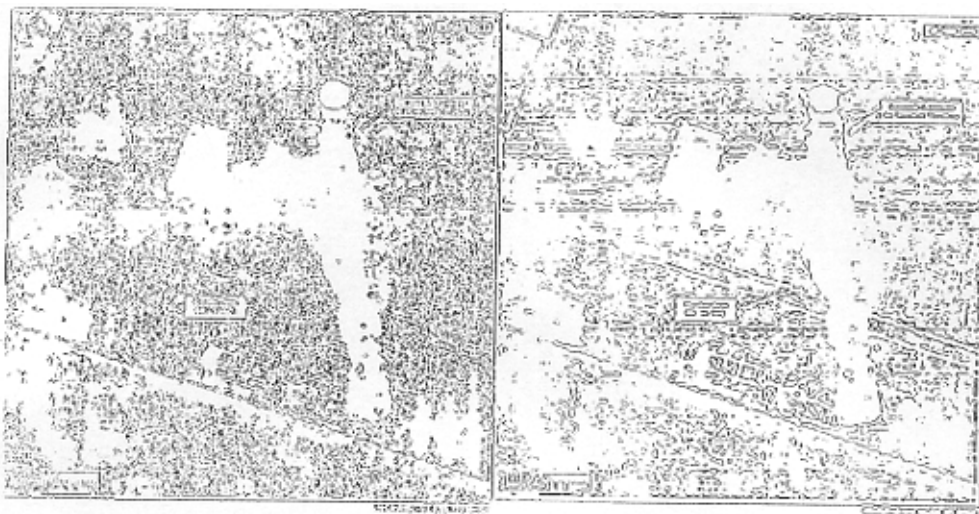


图 4-5 处理后的信号



(a) sobel 算子

(b) prewitt 算子



(c) 一阶高斯小波 (高斯函数的一阶导数) (d) LOG 算子
图 4-6 小波变换与经典算子边缘提取比较图

由图可见小波变换处理后的边缘比经典算子处理的边缘更全，更好。

4.2.2 借由小波变换估计噪声方差

WT 小尺度变换集中反应了信号高频部分(主要是噪声)的能量。尤其是在第一层变换尺度，信号的小波变换值被淹没在噪声的小波变换值之中，可据此来估计原信号中的噪声方差 σ [15][16]。

利用相关计算

$$Cor(1, k) = WT(1, k) \cdot WT(2, k) \quad (4.1)$$

对上式作归一化

$$Cor(1, k) = Cor(1, k) \sqrt{\frac{P_{WT(1,k)}}{P_{Cor(1,k)}}} \quad (4.2)$$

$$\text{其中 } P_{Cor(1,k)} = \sum_k Cor(1, k)^2, \quad P_{WT(1,k)} = \sum_k WT(1, k)^2$$

再与 $WT(1, k)$ 相比较，若 $Cor(1, k) \geq |WT(1, k)|$ ，则置该点为零。这样处理后得到的值记为 $WT'(1, k)$ ，则 $WT'(1, k)$ 中基本去除了真实信号突变点引起的较大变换值。设共除去 K 个这样的点，可得 σ 的近似估计值 $WT'(1, k)$ 。

$$\hat{\sigma} = \frac{\sqrt{P_{WT(1,k)} / (k-K-1)}}{\|H_1\|} \quad (4.3)$$

H_1 是高通滤波器的冲激响应。

导弹发射车图的方差估计值 $\sigma = 32.596$

潜水艇图的方差估计值 $\sigma = 24.619$

按 (2.1) 式

导弹发射车图信噪比 $SNR \approx 0.5143$

潜水艇图信噪比 $SNR = 0.2041$

5 图像小波边缘提取理论及实现 (二)

5.1 二维小波的构造

由于图像是二维信号, 因此首先需要把小波变换由一维推广到二维。

令 $f(x_1, x_2)$ 表示一个二维信号, x_1, x_2 分别是其横坐标与纵坐标; $\psi(x_1, x_2)$ 代表二维基本小波。则二维连续小波变换定义如下:

$$W_T f(a; b_1, b_2) = \frac{1}{a} \iint f(x_1, x_2) \psi\left(\frac{x_1 - b_1}{a}, \frac{x_2 - b_2}{a}\right) dx_1 dx_2 \quad (5.1)$$

a 代表伸缩, b_1, b_2 分别代表横坐标与纵坐标的位移。

设 $f(x_1, x_2)$ 是二维实空间内的二维函数。尺度按 2 的幂积数作空间二剖分。满足

- (1) 逐级包含: $V_j^{(2)}(x_1, x_2) \supset V_{j+1}^{(2)}(x_1, x_2)$
- (2) 逐级替换: $V_j^{(2)}(x_1, x_2) = V_{j+1}^{(2)}(x_1, x_2) \oplus W_{j+1}^{(2)}(x_1, x_2)$
- (3) 完备性: $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j^{(2)} = \{0\} \bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j^{(2)} = L^2(R^2)$
- (4) 二尺度特性: $f(x_1, x_2) \in V_j^{(2)} \iff f\left(\frac{x_1}{2}, \frac{x_2}{2}\right) \in V_{j+1}^{(2)}$
- (5) 位移不变性: $f(x_1, x_2) \in V_j^{(2)} \iff f(x_1 - n_1, x_2 - n_2) \in V_j^{(2)}$

再假设二维空间 $V_j^{(2)}(x_1, x_2)$ 是可分离的, 也就是说它可以分解成两个一维空间 $V_j(x_1) V_j(x_2)$ 的张量积

$$V_j^{(2)}(x_1, x_2) = V_j(x_1) \otimes V_j(x_2) \quad (5.2)$$

因此如果低通的尺度函数 $\phi(x_1, x_2)$ 是空间内的整数位移正交归一基, 则 $\phi(x_1, x_2)$ 必可分解成

$$\phi(x_1, x_2) = \phi(x_1) \phi(x_2) \quad (5.3)$$

同理, 如果小波函数 $\psi(x_1, x_2)$ 是补空间 $W_j^{(2)}(x_1, x_2)$ 中的整数位移正交归一基, 则

$\psi(x_1, x_2)$ 必可分解成

$$\psi(x_1, x_2) = \psi(x_1)\psi(x_2) \quad (5.4)$$

5.2 二维小波变换与图像边缘检测

边缘是图像对视觉的最主要特征,因此在计算机视觉技术中提出了多种检测边沿的算法。对边缘来说,描述它的主要参数有五个[17]:位置,方向,幅度,均值,斜率。通常,梯度方向(orientation)用来给边缘定位,梯度幅度代表边缘强度。检测算子计算的梯度幅度受算子尺度,边缘的位移和边缘方向的影响。他随检测算子尺度的增大而增大,边缘位移增大而减小。而在众多算子中 Canny 算子计算的梯度幅度是最大,而幅度对边缘方向的影响最不敏感(Canny 算子是循环对称检测算子)[18]。因此 Canny 算子结合小波变换多尺度信息来进行检测。由于边沿是信号变化中最大之处(也就是转折点),因此可以采用平滑函数的一阶导数作为小波函数。

设 $\theta(x_1, x_2)$ 是二维平滑函数[$\iint \theta(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \neq 0$]。把它沿 x_1, x_2 两个方向上的一阶导数作为两个基本小波,

$$\psi^{(1)}(x_1, x_2) = \frac{\partial \theta(x_1, x_2)}{\partial x_1} \quad (5.5)$$

$$\psi^{(2)}(x_1, x_2) = \frac{\partial \theta(x_1, x_2)}{\partial x_2} \quad (5.6)$$

再令

$$\psi_a^{(1)}(x_1, x_2) = \frac{1}{a^2} \psi^{(1)}\left(\frac{x_1}{a}, \frac{x_2}{a}\right) = \frac{\partial \theta_a(x_1, x_2)}{\partial x_1} \quad (5.7)$$

$$\psi_a^{(2)}(x_1, x_2) = \frac{1}{a^2} \psi^{(2)}\left(\frac{x_1}{a}, \frac{x_2}{a}\right) = \frac{\partial \theta_a(x_1, x_2)}{\partial x_2} \quad (5.8)$$

式中

$$\theta_a(x_1, x_2) = \theta\left(\frac{x_1}{a}, \frac{x_2}{a}\right) \quad (5.9)$$

则对任意二维函数 $f(x_1, x_2) \in L^2(R)$, 其小波变换有两个分量:

$$\text{沿 } x_1 \text{ 方向: } WT^{(1)}f(a, x_1, x_2) = f(x_1, x_2) ** \psi_a^{(1)}(x_1, x_2) \quad (5.10)$$

$$\text{沿 } x_2 \text{ 方向: } WT^{(2)}f(a, x_1, x_2) = f(x_1, x_2) ** \psi_a^{(2)}(x_1, x_2) \quad (5.11)$$

式中 ** 代表二维卷积, 它的具体含义是

$$f(x_1, x_2) ** \psi_a^{(i)}(x_1, x_2) = \frac{1}{a^2} \iint f(u_1, u_2) \psi\left(\frac{x_1 - u_1}{a}, \frac{x_2 - u_2}{a}\right) du_1 du_2 \quad (5.12)$$

上式又可以简记成矢量形式:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} WT^{(1)}f(a, x_1, x_2) \\ WT^{(2)}f(a, x_1, x_2) \end{bmatrix} &= a \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} [f(a, x_1, x_2) ** \theta_a(x_1, x_2)] \\ \frac{\partial}{\partial x_2} [f(a, x_1, x_2) ** \theta_a(x_1, x_2)] \end{bmatrix} \\ &= a \text{ grad} [f(x_1, x_2) ** \theta_a(x_1, x_2)] \end{aligned} \quad (5.13)$$

上式表明 $WT^{(1)}$ 和 $WT^{(2)}$ 分别反映此图像灰度沿 (x_1, x_2) 方向的梯度

它的模值是:

$$\text{Mod}[WTf(a, x_1, x_2)] = \sqrt{|WT^{(1)}f(a, x_1, x_2)|^2 + |WT^{(2)}f(a, x_1, x_2)|^2} \quad (5.14)$$

幅角是:

$$\text{Arg}[WTf(a, x_1, x_2)] = \tan^{-1} \left[\frac{WT^{(2)}f(a, x_1, x_2)}{WT^{(1)}f(a, x_1, x_2)} \right] \quad (5.15)$$

边沿定义成 $\text{Mod}[WTf(a, x_1, x_2)]$ 取极值之处, 方向与 $\text{Arg}[WTf(a, x_1, x_2)]$ 方向垂直。具体计算可借助于滤波器组。在低 j 值下其中有许多点是噪声引入的极值。通常噪声干扰引入的极值数值较小, 而边沿引起的极值数值较大, 因此可以采用阈值检测加以滤波, 只保留超过阈值的权值点。经阈值滤波后把所得局部极值点连结成的图形。它们较清晰地反映出不同分辨率下图像中主要物体的边沿。连结边沿线时应尽量使边沿线方向垂直于该点的 $\text{Arg}[WTf(a, x_1, x_2)]$ 。

5.3 Canny 算法+梯度相位法的多尺度边缘提取算法

图像各个分辨率级上的小波变换均提供了一定的边缘信息。分辨率级高时(小尺度),边缘定位精度高,但对噪声敏感;分辨率级低时(大尺度),抗噪性好,但定位精度较差。因此,为了能够得到精确的图像边缘,应综合利用各个分辨率级上的边缘信息,即在低分辨率级上确定边缘,在高分辨率级上细化边缘,从而获得较好的边缘检测性能。

但 Xu et al[21]指出当仅仅涉及相邻的两到三层尺度的时候(尺度 1-2 或 3),小波变换才会产生最好的结果。如果涉及的尺度过多(例如尺度大于 4)时反而会影响图像处理结果。造成这样的原因可能如下:

1. 边缘的形状决定其小波变换系数的模的最大值发生在何处。只有灰度变化明显的边缘(即灰度值变化剧烈,如阶跃边缘)在不同尺度小波变换下,模的最大值才发生在同一地点。而其它类型的边缘(如:屋脊边缘,斜坡边缘)不同尺度小波变换下,模的最大值并不发生在同一地点。
2. 如果被测边缘受到其它边缘的干扰,其模的最大值的地点也会改变。
3. 如果小波尺度间的相关性越强,边缘领域内的噪声越不容易被滤除。

我们以两幅红外图像为例。比较图 5-1 ($0 \leq j \leq 2$, 尺度 j) 和图 5-2 ($0 \leq j \leq 5$, 尺度 j) 时边缘提取的图像。



图 5-1 二次样条小波 ($0 \leq j \leq 2$, 尺度 j) + 中值滤波+Canny 算子



图 5-2 $\sigma=0.5$ 的高斯小波 ($0 \leq j \leq 5$, 尺度 j) + 中值滤波 + Canny 算子



图 5-3 二次样条小波 ($0 \leq j \leq 5$, 尺度 j) + 中值滤波 + Canny 算子

梯度相位法采用的思路是边缘不只是在灰度发生突变的地方存在, 如果某个区域, 灰度沿某个方向缓慢变化, 这个区域也存在边缘, 只不过可以认为边缘比较粗。因此, 梯度的方向也是非常重要的信息, 如果在某个区域, 各点的梯度的方向相同或者相近, 则这个区域很可能存在边缘。如果是噪声, 则梯度相位会产生畸变。结合红

外目标图像对比度低，噪声大，灰度缓慢变化的特点，本文采用梯度相位的思想，提出如下的多尺度边缘提取算法[22-24]：

- (1) 图像的塔式小波分解：由于采用了的小波基函数，因此可对图像进行J级的小波分解，而后续检测将在塔式分解数据上进行，其中J为选定的分解级数。
- (2) 模图和相图的计算：基于图像的塔式分解数据，通过半重构过程得到各个分辨率级上的梯度矢量，并通过以下两式计算各分辨率级上的模值图和相角图。

$$\text{Mod}[WTf(a, x_1, x_2)] = \sqrt{|WT^{(1)}f(a, x_1, x_2)|^2 + |WT^{(2)}f(a, x_1, x_2)|^2}$$

$$\text{Arg}[WTf(a, x_1, x_2)] = \tan^{-1}\left[\frac{WT^{(2)}f(a, x_1, x_2)}{WT^{(1)}f(a, x_1, x_2)}\right]$$

- (3) 模极大值检测和阈值处理：对每一分辨率的模图沿相角方向求局部模极大值点，得到所有可能的边缘像素集合。由于噪声和精细纹理的存在，边缘像素集合中有许多非边缘点，而这些点的模值普遍较小。因此采用阈值法剔除模值小于一定阈值的点，以减小非边缘像素点对后续步骤的影响。

(a) 非极大抑制：梯度的方向可以被定义为属于4个区之一，

各个区用不同的相邻像素用来进行比较，一决定局部极大值。这4个区及其相应的比较方向如表1所示。

表 5-1 4 个区及其相应的比较方向

4	3	2
1	X	1
2	3	4

- (b) 门限阈值处理：对梯度取两次阈值T1和T2，T1=0.4*T2。我们把梯度幅值小于T1的像素灰度设为0，梯度幅值大于T2的像素为种子像素(seed)。梯度幅值∈[T1, T2]为边缘候选像素(candidate)。在种子像素旁边的候选像素选中。得出边缘。由于梯度幅值∈[T1, T2]的边缘候选像素的选取是提高边缘点定位精度和边缘光滑连接的重要途径。故此部分点是我们处理的重点。

由于梯度是一个矢量 $p(G, \alpha)$ ，我们定义梯度的变化

$\Delta p(\Delta G, \Delta \alpha)$ [25-28]

$$\Delta \alpha(x, y) = \alpha_{\text{candidate}}(x, y) - \alpha_{\text{reference}}(x, y)$$

$$\Delta G(x, y) = \frac{G_{\text{candidate}}(x, y) - G_{\text{reference}}(x, y)}{G_{\text{reference}}(x, y)}$$

其中 candidate 点是 reference 点的 8 邻域内的点。

又令 $\text{Similarity}(G_{\text{Similarity}}, \alpha_{\text{Similarity}})$ 代表候选像素与参考像素间的相似程度 [25] [29]。

$$\text{Similarity} = \begin{cases} 1 & |\Delta p| \leq p_{\text{similar}} \\ 1 - \frac{|\Delta p| - p_{\text{similar}}}{p_{\text{different}} - p_{\text{similar}}} & p_{\text{similar}} < |\Delta p| < p_{\text{different}} \\ 0 & |\Delta p| > p_{\text{different}} \end{cases}$$

其中

$p_{\text{different}}$ 代表两像素间最小但足以造成候选像素不属参考像素类别的幅角偏差。

p_{similar} 代表两像素间最大但不足以造成候选像素不属参考像素类别的幅角偏差。

我们以种子像素为第一次的参考像素，它们周围 8 邻域的像素为候选像素。Similarity=0 的候选像素去掉； $\alpha_{\text{Similarity}}=1$ 的候选像素选中； $\alpha_{\text{Similarity}}$ 在 [0, 1] 之间的候选像素再比较其梯度幅值变化。梯度相似程度 $G_{\text{Similarity}}=0$ 候选像素去掉， $G_{\text{Similarity}}=1$ 候选像素选中。余下的候选像素进入下一轮计算。然后以第一批入选候选像素为参考像素，它们周围 8 邻域的像素为候选像素重复计算。直到所有梯度幅值 $\in [T1, T2]$ 的边缘候选像素完全计算完毕。

(4) 由粗到细的边缘链接：利用多个分辨率级的边缘像素集合，综合各个分辨率上的边缘信息，链接边缘像素点以得到精确的单像素宽的边缘，链接过程包括：

(a) 从经过阈值处理的最粗分辨率级 ($j = J$) 的模板大值图出发，链接图中模值相近、相角相似的非零边缘像素点，剔除链长小于长度阈值的短链，得到单像

素宽的最粗分辨率级的边缘图像 $E_j(x, y)$;

(b)对 j 级边缘图像中的每一边缘像素点, 搜索 $j+1$ 级分辨率下模极大值图中相应面积为 $w \times w$ 的匹配区域, w 为选定的匹配区大小, 标记该匹配区域中所有的可能边缘点, 并对 $j+1$ 级上的可能边缘点进行链接, 得到 $j+1$ 级上的边缘图像 $E_{j+1}(x, y)$;

(c)重复(b)直到 $j=-1$ 。通过上述多尺度边缘提取算法, 最终得到综合各个尺度边缘信息的单像素宽的边缘图像。值得指出的是, 由于算法是基于双正交小波的塔式分解数据, 所以最终得到的边缘图像比原始图像低一分辨率级。但从实现压缩域内基于边缘信息。

三、实验结果

我们在 MATLAB6.1 编译环境下, 选用 $\sigma=0.5$ 的高斯 (Gaussian) 函数的一阶微分和二次样条小波作为小波函数。 α different 取 45° , α similar 取 10° 。 G different 取 0.7 , G similar 取 0.1 [1]。



图 5-4 $\sigma=0.5$ 的高斯小波 ($0 \leq j \leq 5$, 尺度 j) + 中值滤波 + 梯度相位法



图 5-5 二次样条小波 ($0 \leq j \leq 5$, 尺度 j) + 中值滤波 + 梯度相位法

6 图像处理结果的分析

6.1 结果评判体系与标准

图像分割评价可以分为两种情况：

性能刻画 (characterization)：掌握某种算法在不同分割情况中的表现，通过选择算法参数来适应分割具有不同内容的图像和分割在不同条件下采集到的图像的需要。

性能比较 (comparison)：比较不同算法在分割给定图像时的性能，以帮助在具体分割应用中选取合适的算法或改进已有的算法。

边缘检测是许多图像分割算法的重要步骤，对边缘检测情况的评价主要考虑边缘点的连接、错检、漏检[32-34]、边缘的位置（是否偏移）和粗细或宽度（或模糊度）[35-37]等情况。我们常用的边缘检测标准是 Canny 边缘检测三准则。Canny 算子把边缘检测问题转化为检测单位函数极大值的问题。在高斯噪声中，一个典型的边缘代表一个阶跃的强度变化。根据这个模型，一个好的边缘边缘检测算子应具有三个指标为[41]：

- ① 低失误概率，既要少将真正的边缘丢失也要少将非边缘判为边缘；
- ② 高精度，检测出的边缘应在真正的边缘上；
- ③ 对每个边缘有唯一的响应，得到的边缘为单像素宽。

相应的计算方法见下文标准三、四、五。

6.2 结果的分析

(1) 定性分析

标准一：边缘提取图像质量的目视标准：边缘连接光滑，边缘是单像素且边缘链比较长（对完全在图像中的目标其边缘应闭合）[41]。对比图 5-3，图 5-4 和图 5-5，图 5-6 可见图 5-5 中导弹发射车边缘比图 5-3 中光滑而且链比较长。图 5-1 中下方的

架状物在图 5-5 中可见，而图 5-3 中已辨认不出。本文提出的方法明显减少了边缘的出现。

(2) 作性能刻划的定量分析

标准三：信噪比准则[30-32]。信噪比越大，提出的边缘质量越高。这里信噪比 SNR 定义为：

$$SNR_{out} = SNR_{input} \cdot C_1 \text{ 且 } C_1 = \frac{|\sum_{k=-\infty}^0 h(k)|}{\sqrt{\sum_{k=-\infty}^{+\infty} h^2(k)}} \quad (6.1)$$

其中 $h(x)$ 代表带宽为 W 的滤波器的脉冲响应， SNR_{input} 代表输入的图像信号信噪比， σ 代表高斯噪声的均方差。 C_1 只与滤波器有关。

二次样条小波的信噪比扩展系数 $C_1=1.57$

标准四：定位精度准则[30][31]。边缘定位精度 L 如下定义：

$$L = SNR_{input} \cdot C_2 \text{ 且 } C_2 = \frac{|\sum_{k=-\infty}^{+\infty} h'(k)|}{\sqrt{\sum_{k=-\infty}^{+\infty} h^2(k)}} \quad (6.2)$$

$h'(x)$ 是 $h(x)$ 的导数， L 越大表明定位精度越高。 C_2 只与滤波器有关。

二次样条小波的定位精度 $C_2=1.42$

标准五：单边缘响应准则[30][31]。要保证对单边缘只有一个响应，检测算子的脉冲响应导数的零交叉点平均距离 C_3 为

$$C_3 = 2\pi \left\{ \frac{\sum_{k=-\infty}^{+\infty} h'^2(k)}{\sum_{k=-\infty}^{+\infty} h''^2(k)} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (6.3)$$

$h''(x)$ 是 $h(x)$ 的二阶导数。

二次样条小波 $C_3=3.02$

(3) 作性能比较的定量分析

标准六[3]: 我们可以通过比较本文所提的方法和原 Canny 方法在红外图像中经过小波多尺度 ($0 \leq j \leq 5$) 变换处理后所得边缘和图的原始边缘(以 Canny 算法+二尺度小波变换为标准)中重合像素数目进行比较。

表 6-2 原图及两种不同方法处理后的边缘像素比较
导弹发射车图的数据比较

原图总像素: =100%	204048
原图边缘像素 (占原图总像素比例): =17.11%	34920
Canny 方法 ($1 \leq j \leq 5$) 检测的边缘像素 (占原图总像素比例): =19.81%	40417
Canny 方法像素与原图边缘像素重合像素 (占原图边缘像素比例): =34.20%	11943
本文方法 ($1 \leq j \leq 5$) 检测的边缘像素 (占原图总像素比例): 本文方法像素与原图边缘像素重合像素 (占原图边缘像素比例): =39.35%	26525 =13% 13740
三种方法中共有的像素 (占原图边缘像素比例): =11.64%	4066

潜艇图的数据比较

原图总像素：	221200 =100%
原图边缘像素（占原图总像素比例）：	24011 =10.81%
Canny 方法（ $1 \leq j \leq 5$ ）检测的边缘像素（占原图总像素比例）：	60326 =27.27%
Canny 方法像素与原图边缘像素重合像素（占原图边缘像素比例）：	14128 =58.83%
本文方法（ $1 \leq j \leq 5$ ）检测的边缘像素（占原图总像素比例）：	30069 =13.59%
本文方法像素与原图边缘像素重合像素（占原图边缘像素比例）：	16235 =67.61%
三种方法中共有的像素（占原图边缘像素比例）：	11146 =46.42%

由表 6-2 可见本文提出的方法提取的边缘像素少，所以图比较干净，但提取的正确边缘像素多，边缘的定位精度反而提高。

标准七：比较本文方法和 Canny 方法检测的边缘像素与原图边缘（以算法为标准）像素的灰度各自的最小均方误差[]。

$$MSE = \frac{1}{N^2} \sum [g(m,n) - f(m,n)]^2 \quad (6.4)$$

其中， N 代表边缘像素的个数； $f(m, n)$ 代表原图边缘像素灰度； $g(m,n)$ 代表处理后的图边缘像素灰度。

表 6-3 两种不同方法处理后的最小均方误差比较

图像描述	MSE(导弹发射车)	MSE(潜艇图)
本文方法 ($1 \leq j \leq 5$) 检测的边缘像素	87.7	92.5
Canny 方法 ($1 \leq j \leq 5$) 检测的边缘像素	125.5	149.2

显然本文方法检测的边缘像素与原图边缘像素的灰度均方误差比 Canny 方法 ($1 \leq j \leq 5$) 检测的边缘像素小。

标准八：检测概率比

它被定义为正确检测概率与错误检测概率之比。一个算子在检测这类边缘时的正确检测概率 P_c 与错误检测概率 P_f 可以由下面两式计算出来 (T 为给定阈值)。[41][42]

$$P_c = \int_T^{\infty} P(t | edge) dt \quad (6.5)$$

$$P_f = \int_T^{\infty} P(t | no-edge) dt \quad (6.6)$$

表 6-4 两种不同方法处理后的检测概率比比较

	导弹发射车		潜艇图	
	P_c	P_f	P_c	P_f
本文方法 ($1 \leq j \leq 5$) 检测的边缘像素	39.35%	60.65%	67.61%	32.39%
Canny 方法 ($1 \leq j \leq 5$) 检测的边缘像素	34.20%	65.8%	58.83%	41.17%

标准九：形状测度

直观的讲，一个好的分割结果应满足某些主观条件或视觉要求。一般希望物体轮廓线比较平滑，形状测度是提出米衡量目标外轮廓的光滑程度的，所以也叫轮廓指标[38]。如以 $f_N(x, y)$ 表示像素 (x, y) 的领域 $N(x, y)$ 中的平均灰度， $g(x, y)$ 表示像素 (x, y) 处的梯度，对图像以阈值进行分割所得形状测度 SM 可用下式计算

[39][40]:

$$SM = \sum_{x,y} Sgn(f(x,y) - f_N(x,y))g(x,y)Sgn[f(x,y) - T] \quad (6.7)$$

其中 $Sgn(x-t) = \begin{cases} +1, & x \geq t \\ -1, & x < t \end{cases}$

表 6-5 形状测度

	导弹发射车	潜艇图
本文方法 ($1 \leq j \leq 5$) 形状测度	76.11	68.08
Canny 方法 ($1 \leq j \leq 5$) 形状测度	78.39	116.88

6.3 讨论

小波变换如果涉及的尺度过多（例如尺度大于 4）时反而会影晌图像处理结果。原因可能与边缘的形状有关。即只有灰度变化明显的边缘（即灰度值变化剧烈，如阶跃边缘）在不同尺度小波变换下，模的最大值才发生在同一地点。而其它类型的边缘（如：屋脊边缘，斜坡边缘）不同尺度小波变换下，模的最大值并不发生在同一地点。针对斜坡边缘的特点，本文在小波多尺度边缘提取中引入相位梯度的方法，能较好的提出斜坡边缘。由于拓扑中值滤波能起较好解决像素误定位的问题，提高定位精度。因此本文结合使用拓扑中值滤波方法和基于相位梯度的小波边缘提取的方法。对于信噪比较小的红外图像这种方法能起较好的作用。通过对实验结果的分析可知，该综合方法在边缘像素的提取，形状测度等指标上比传统的小波提取方法有明显的提高。但

是，如果能标识出斜坡边缘的位置及其范围，分析其在不同尺度小波变换下模的极值发生位置的变化原因。相信进一步提高边缘的定位精度及边缘的正确检测率。

本文提出的方法由于处理算法的重复，使得处理速度降低。而且，此方法对于灰度变化剧烈的干净图像（如大多是阶跃边缘的无噪图像）效果不明显。这是因为阶跃边缘在不同尺度小波变换下，模的最大值发生在同一地点。另外，低信噪比条件下提取目标的弱边缘不能光滑连续或缺失的问题尚待解决。

7 结论与展望

7.1 总结

红外成像技术的发展是当今军事技术发展提出的要求。而在红外成像技术中图像分析又是获取有用目标的必要手段。目标的边缘提取则是图像分析的重要手段之一。本文在红外图像的边缘提取的方法研究中作了以下一些工作。

- (1) 深入分析了红外目标图像中背景及噪声的特点。针对红外图像对比度低,噪声大的特点,首先采用直方图均衡,非线性滤波等方法来达到增强目标,抑制噪声的目的。在非线性和滤波器的选择上采用一种全新的拓扑中值滤波器。这种滤波器由于运用了模糊连通度的概念,所以在像素误定位方面比传统的中值滤波器有明显的提高
- (2) 对小波理论和应用问题进行了深入的探讨。着重针对实际应用阐述小波变换和多尺度分析的若干具体问题。
- (3) 研究了小波变换在红外图像信号去噪,瞬态信号检测,目标增强及目标检测定位方面的作用。基于目标和背景处于不同频带的特点,用小波变换加以分离。在分析信号局部特性方面高斯小波和样条小波是常用的小波基,本文构造了二次 B 样条小波,并且尝试用二次样条小波处理红外图像证明基于小波变换的边缘提取比经典的边缘提取方法具有更好的抗噪性能,而且检测到的边缘足够丰富。并发现采用非正交二次样条小波检测到的边缘比采用正交小波的效果要好。
- (4) 在运用小波变换处理图像的过程中本文发现小波变换不能涉及过多尺度的问题。在分析了问题的原因后,提出边缘类型对小波多尺度边缘提取的影响——阶跃边缘在不同尺度小波变换下,模的最大值才发生在同一地点。而其它类型的边缘不同尺度小波变换下,模的最大值并不发生在同一地点。并结合红外目标图像对比度低,噪声大,灰度缓慢变化的特点提出基于 Canny 算子的梯度相位法。将这种方法与中值滤波结合使用效果更好。

经试验证明,我们所提出的方法对红外目标图像的小波多尺度边缘提取能产生较好的结果。并对实验结果进行了定性和定量的分析。

7.2 展望

小波分析用于图像处理是一件有力的武器。但是它不是万灵药。红外图像处理是复杂的工作。要想得出满意的结果需要针对具体图像特点作具体的分析,而且还要多种方法综合使用才行。

针对对目标轮廓边缘的三个期望:边缘连续无间断,各边缘点在正确的位置上及轮廓为单像素宽。后续研究工作可以在以下几个方面展开:

- (1) 针对低信噪比条件下提取目标的弱边缘不能光滑连续或缺失的问题,发展更好的弱边缘增强,连接或弥补算法。
- (2) 研究红外图像中像素误定位问题的原因及解决方法,提高定位精度。
- (3) 研究边缘算法的评定准则,提出更好评判方法。

致 谢

本文研究工作是在导师王秉教授的指导下完成的。论文从选题到开展研究，定稿，到答辩无不渗透了导师的心血。在研究过程中，导师给了我充分的信任和空间，让我自由地进行研究，使我的独立科研能力得到了很大的提高。三年来，导师渊博的知识背景、开阔的研究思路、严谨的治学态度始终是我学习，效仿的榜样。在此论文完成之际，谨向导师表示衷心的感谢和诚挚的祝福！

在论文工作的进行过程中，同样得到了蒙培生，李振环老师的热情指导和鼓励。在课题的研究后期蒙培生老师提出了许多有益的建议。而李振环老师在研究过程中不断给我们加油鼓劲，时时提醒我们要认真完成研究任务，克服困难勇攀高峰。

三年的研究生学习和科研活动中，张峰，胡健同学给予作者无私的帮助。我要特别提到本次研究工作中朱福龙和刘磊同学编程和思路上给出了不少宝贵的意见。也要感谢图像所的张千同学论文早期给予作者重要的帮助，还要感谢赵欣，沈小燕等所有关心和帮助我的同学。

最后，要感谢我的家人。是他们的殷殷期待始终鞭策鼓励着我不断进取。谨以此文献给我的父母！

李昕

2003年4月于化工园

参考文献

- [1] 章毓晋. 中国图像工程:2001. 中国图象图形学报. VOL. 7. 2002.
- [2] 章毓晋. 图像处理和分析. 北京: 清华大学出版社, 1999.
- [3] 李国宽. 基于小波变换的红外弱小目标检测方法研究. [博]华中科技大学图书馆, 2000.
- [4] R Ohlander, K Price, D Reddy. Picture segmentation using a recursive region splitting method. CVGIP. 1979. VOL. 18. December.
- [5] 刘志才,李志广. 红外热像仪图像处理技术综述. 红外技术. VOL. 22, NO. 6 Nov. 2000. pp: 27-31.
- [6] Arce G R. Multistage order statistic filters for image sequence processing. IEEE Trans. Signal Proc. 1991. 39:1146-1163.
- [7] 王伟等. 层叠加权中值滤波. 中国图像图形学报. 1997. 2(7). pp. 504-505.
- [8] 梁文等. 图像中心加权滤波的改进与应用. 中国图像图形学报. 1997. 2(9) pp: 629-633
- [9] Silverman J et al. Display of wide dynamicrange infrared images from PtSi Schottky barrier cameras. Optical Engineering . 1990. 29(2). pp: 97-104
- [10] Silverman J et al. Display and enchancement of infrared images. Chap.15 in Electro-Optical Display, M. A.Karim: 585-651.New York(1992).
- [11] Hankan Güray senel, Richard Alan Peters. Topological median filters. IEEE Trans. Image Processing. February 2002. Vol 11 pp: 89-103 .
- [12] 张丽飞,邹谋炎. 一种具有拓扑自适应性的图像两步分割方法. 中国图像图形学报. VOL. 7(A). NO. 11. 2002. pp: 1113-1118.
- [13] 聂汉军,沈水增. 基于小波变换和模糊中值滤波的图像边缘检测. 计算机工程与应用. 2002. 13. pp: 91-93
- [14] 杨福生. 小波变换的工程分析与应用. 北京: 科学出版社. 1999.
- [15] 潘泉, 张磊等. 子波域自适应滤波方法. 航空学报. VOL. 18. NO. 5 Sep. 1997. pp :583-586
- [16] Alpha Keita. 小波分析方法的图像处理. [博] 华中科技大学图书馆, 2001.
- [17] Kayagradde V, Martens J B. Estimation of edge parameters and image blur using polynomial transforms. CVGIP-GMIP,1994, 56(6) :442-461.
- [18] Djemel Ziou. The influence of edge direction on the estimation of edge contrast and orientation. IEEE Trans. Pattern Recognition. 34(2001). pp: 855-863
- [19] 常辉,胡荣强. 基于 B 样条小波的图像边缘检测. 武汉理工大学学报. VOL. 24. NO. 3. June. 2002. pp: 31-33
- [20] 郭经纬,黄贤武. 基于样条小波的有噪图像边缘检测方法. 计算机应用. VOL. 21,NO. 10. Oct. 2001. pp: 47-48
- [21] Y.Xu, J.B.Weaver, D.M.Healy. Wavelet transform domain filters: A spatially selective noise filtration technique. IEEE Trans. Image Processing. Nov 1994. Vol 3 pp: 747-757 .

华中科技大学硕士学位论文

- [22] 王雷,魏巍. 子波变换在红外目标图像边缘提取中的应用. 系统工程与电子技术. 2002.4 VOL. 24. pp: 76-78
- [23] 刘宏兵,杨方海,马剑虹. 图像小波边缘提取中阈值选取的一种自适应方法. 西安电子科技大学学报. 2002. 6 VOL. 27. pp :294-296
- [24] 魏海,沈兰荪. 反对称双正交小波应用于多尺度边缘提取研究. 电子学报. VOL. 30. NO. 3. Mar. 2002. pp: 313-316
- [25] Farshad Faghih, Michael Smith. Combining spatial and scale-space techniques for edge detection to provide a spatially adaptive wavelet-based noise filtering algorithm. IEEE Trans. Image Processing. September 2002. Vol 11 pp: 1062-1071.
- [26] M.R.Banham, A.K.Katesaggelos. Spatially adaptive wavelet-base multiscale image restoration. IEEE Trans. Image Processing ,VOL,5, Apr.1996 . pp: 619-634.
- [27] D.L.Donoho. Denoising by soft thresholding. IEEE Trans.Inform Theory, VOL. 41. Mar 1995. pp: 613-627
- [28] Peter Meer, Bogdan Georgescu. Eedge detection with embedded confidence . IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence. VOL. 23. NO. 12. 2001. pp: 1351-1365
- [29] Hassan Foroosh, Josiane B Zerubia. Extension of phase correlation to subpixel registration. IEEE Trans. Image Processing .VOL. 11.NO. 3. Mar 2002. pp: 188-199.
- [30] Dider Demigny, Tawfik Kamlé. A discrete expression of Canny' s criteria for step edge detector performances evaluation. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, VOL. 19 NO. 11 1997 pp: 1199-1211
- [31] Dider Demigny. On optimal linear filtering for edge detection. IEEE Trans. Image Processing. VOL. 11 NO. 7. 2002. pp: 728-737
- [32] Kitchen L, Rosenfeld. Edge evaluation using local edge coherence. IEEE-SMC, 1981, 11(9): 597-605
- [33] Venkatesh S, Kitchen L. Edge evaluation using necessary components. CVGIP, 1990, 54(1): 23-30
- [34] 杨焯, 梁德群. 一种基于区域一致性测度的边缘评价方法. 中国图形图像学报, 1999, 4(3): 234-238
- [35] Canny J. A computational approach to edge detection. IEEE-PAMI, 1986, 8. pp:679-698
- [36] Peli T, Malah D. A study of edge detection algorithms. CGIP, 1982, 20: 1-21
- [37] Bernsen J A C. Objective and subjective evaluation of edge detection methods in image. Philips Journal of Research, 1991, 46(2-3): 57-94
- [38] 李立源, 陈维南. 一种强鲁棒的完全确定型的快速阈值方法. 模式识别与人工智能, 1993, 6. pp:235-241

- [39] Sahoo P K, et al. A survey of thresholding techniques. CVGIP, 1988, 44 pp: 233-260
- [40] Martin D Levine, Ahmed M Nazif. Dynamic measurement of computer image segmentations. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence. VOL. PAMI-7. NO. 2, Mar 1985. pp
- [41] 章毓晋. 图像分割. 北京: 科学出版社, 2001.
- [42] 董慧颖. 一种基于高斯滤波与矢量微分算子的小波多尺度边缘检测算法. 沈阳工学院学报. VOL. 15, NO. 2, Jun. 2001. pp: 105-107
- [43] 吴秀清,徐云翔. 一种基于数据融合和小波变换的图像滤波检测方法. 中国科技大学学报. VOL. 31, NO. 4, Aug. 2001. pp: 482-487.
- [44] 陈东,黄勇杰. 红外图像目标分割方法研究. 系统工程与电子技术. VOL. 24, NO. 1 2002. pp:74-75
- [45] 赵保军,史彩成等. 低新噪比红外图像信号处理系统算法设计. 中国体视学与图像分析. VOL. 6, NO. 3. Sep. 2001. pp:133-136
- [46] 孙兆林. MATLAB6.x 图像处理. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [47] 胡昌华等. 基于 MATLAB 的系统分析与设计——小波分析. 西安:西安电子科技大学出版社, 1999.

华中科技大学硕士学位论文

附录一

在校期间发表论文

[1] 李昕. << CORBA 在基于 JAVA 的电子地图中的应用 >>. 计算机仿真. 已录用.

附录二

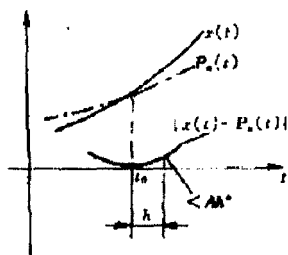
李氏指数 (Lipschitz exponent, 简记 L.E.) α

这是数学上表征函数局部特征的一种度量,其定义是:

设信号 $x(t)$ 在 t_0 附近具有下述特性:

$$|x(t_0+h) - p_n(t_0+h)| \leq A|h|^\alpha \quad n < \alpha < n+1$$

式中 h 是一个充分小量; $p_n(t)$ 是过 $x(t_0)$ 点的 n 次多项式 ($n \in \mathbb{Z}$)。则称 $x(t)$ 在 t_0 处的 L.E. 为 α 。图附 2.1 是其图示说明。



图附 2.1 李氏指数含义的示意

实际上 $p_n(t)$ 就是 $x(t)$ 在点 t_0 作 Taylor 级数展开的前 n 项:

$$\begin{aligned} x(t) &= x(t_0) + a_1 h + a_2 h^2 + \dots + a_n h^n + O(h^{n+1}) \\ &= p_n(t) + O(h^{n+1}) \end{aligned}$$

显然 α 未必等于 $n+1$; 它必定大于 n , 但可能小于 $n+1$ 。例如, 设

$$x(t) = x(t_0) + a_1 h + a_2 h^2 + a_{2.5} h^{2.5}$$

此时在 t_0 处有 $2 < \alpha = 2.5 < 3$, 因此有 $n < \alpha < n+1$ 。

由此可见:

- (1) 如果 $x(t)$ n 次可微, 但 n 阶导数不连续, 因此 $n+1$ 次不可微, 则 $n < \alpha < n+1$
- (2) 如果 $x(t)$ 的 L.E. = α , 则 $\int x(t) dt$ 的 L.E. 必为 $\alpha + 1$ 。即每积一次分, 增 1。

华中科技大学硕士学位论文

上面的定义对 $x(t)$ 上的一点 t_0 而言。扩展到一段区间 t_1, t_2 则要求: 当 t_0 和 t_0+h 都处在区间 t_1, t_2 内, 区间内处处满足前述条件时, 称在此区间为均匀 Lipschitz α , 而且可以证明:

当且仅当 $x(t)$ 的导数在区间 t_1, t_2 为均匀 Lipschitz $\alpha-1$ 时, 在同一区间才是均匀 Lipschitz α 。

当且仅当 $x(t)$ 的积分在区间 t_1, t_2 为均匀 Lipschitz $\alpha+1$ 时, 在同一区间才是均匀 Lipschitz α 。