振动学基础

第一章 质点运动学

班号________ 学号________ 姓名________ 日期________

一、 选择题

1． 一个质点在 Oxy 平面上运动，已知质点的运动方程为 $\vec{r}=2t^2\vec{i}-5t^2\vec{j}$（SI），则该质点作

（A）匀速直线运动；　　（B）变速直线运动；

（C）抛物线运动；　　（D）一般曲线运动。

（　B　）

2．一个质点作曲线运动，$\boldsymbol{r}$ 表示位置矢量，s 表示路程，τ 表示曲线的切线方向。下列几个表达式中，正确的表达式为 C

（A）$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=a$；　　（B）$\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=v$；

（C）$\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v$；　　（D）$\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|=a_\tau$。

（　C　）

3．沿直线运动的物体，其速度的大小与时间成反比，则其加速度的大小与速度大小的关系是

（A）与速度大小成正比；　　（B）与速度大小的平方成正比；

（C）与速度大小成反比；　　（D）与速度大小的平方成反比。

（　B　）

4．下列哪一种说法是正确的

(A) 在圆周运动中，加速度的方向一定指向圆心；

(B) 匀速率圆周运动的速度和加速度都恒定不变；

(C) 物体作曲线运动时，速度的方向一定在运动轨道的切线方向上，法向分速度恒等于零；因此其法向加速度也一定等于零；

(D) 物体作曲线运动时，必定有加速度，加速度的法向分量一定不等于零。

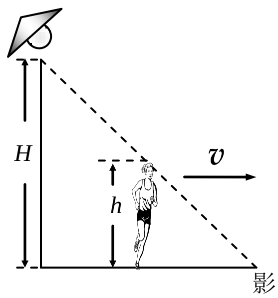
（　D　）

5． 如图所示，路灯距离地面高度为 H，行人身高为 h，如果人以匀速 v 背向路灯行走，则人头的影子移动的速度为

(A) $\dfrac{H-h}{H}v$；　　（B）$\dfrac{H}{H-h}v$；

(C) $\dfrac{h}{H}v$；　　（D）$\dfrac{H}{h}v$。

（　B　）



选择题 5 图

6．一物体从某一确定高度以 $\boldsymbol{v}_0$ 的速度水平抛出，已知它落地时的速度为 $\boldsymbol{v}_t$，那么它运动的时间是

(A) $\dfrac{v_t - v_0}{g}$；　　(B) $\dfrac{v_t - v_0}{2g}$；

(C) $\dfrac{\left(v_t^2 - v_0^2\right)^{1/2}}{g}$；　　(D) $\dfrac{\left(v_t^2 - v_0^2\right)^{1/2}}{2g}$。

（　C　）

7．一个质点沿直线运动，其速度为$v = v_0 e^{-kt}$（式中 k、v_0 为常量）。当$t = 0$时，质点位于坐标原点，则此质点的运动方程为：

(A）$x = \dfrac{v_0}{k} e^{-kt}$；　　（B）$x = -\dfrac{v_0}{k} e^{-kt}$；

（C）$x = \dfrac{v_0}{k}(1 - e^{-kt})$；　　（D）$x = -\dfrac{v_0}{k}(1 - e^{-kt})$。

（　C　）

8．在相对地面静止的坐标系内，A、B 两船都以 2 m·s^{-1} 的速率匀速行驶。A 船沿 Ox 轴正方向行驶，B 船沿 Oy 轴正方向行驶。今在 A 船上设置与静止坐标系方向相同的坐标系，则从 A 船上看 B 船，它对 A 船的速度为(SI)

（A）$2\vec{i} + 2\vec{j}$；　　（B）$-2\vec{i} + 2\vec{j}$；

（C）$-2\vec{i} - 2\vec{j}$；　　（D）$2\vec{i} - 2\vec{j}$。

（　B　）

二、 填空题

1．一个质点沿 Ox 轴运动，其运动方程为$x = 3t^2 - 2t^3$（SI）。当质点的加速度为零时，其速度的大小 v =__1.5 m • s^{-1}__。

2．一个质点在 Oxy 平面内的运动方程为$x = 6t, y = 4t^2 - 8$（SI）。则 t = 1 s 时，质点的切向加速度 a_t =__6.4 ms^{-2}__，法向加速度a_n =__4.8 ms^{-2}__。

3．一个质点沿半径 R = 1 m 的圆周运动，已知走过的弧长 s 和时间 t 的关系为$s = 2 + 2t^2$，那么当质点的总加速度$\boldsymbol{a}$恰好与半径成45^0角时，质点所经过的路程 s =__2.5__m。

4．一个质点沿 Ox 方向运动，其加速度随时间变化关系为 a = 3+2 t (SI)，如果初始时刻质点的速度 v_0 = 5 m s^{-1}，则当$t = 3$s 时，质点的速度 v =__23 m • s^{-1}__

5．一个质点沿直线运动,其运动学方程为$x = 6t - t^2$ (SI)，则在 t 由 0 至 4s 的时间间隔内，质点的位移大小为 __8m__，在 t 由 0 到 4s 的时间间隔内质点走过的路程为__10m__

6．一质点沿半径为 R 的圆周运动，在 t = 0 时经过 P 点，此后它的速率$v = A + Bt$ (其中 A、B 为正的已知常量)变化。则质点沿圆周运动一周后再经过 P 点时的切向加速度 a_t =

B___，法向加速度$a_n = \underline{\dfrac{A^2}{R} + 4\pi B}$。

7．飞轮作加速转动时，轮边缘上一点的运动学方程为$s = 0.1t^3$ (SI)。设飞轮半径为 2m。当此点的速率$v = 30$ m·s^{-1}时，其切向加速度为 6 m • s^{-2}，法向加速度为 450 m • s^{-2}。

8．一船以速度$\boldsymbol{v}_0$在静水湖中匀速直线航行，一位乘客以初速$\boldsymbol{v}_1$在船中竖直向上抛出一石子，则站在岸上的观察者看石子运动的轨道是 抛物线 。取抛出点为坐标原点，*Ox* 轴沿$\boldsymbol{v}_0$方向，*Oy* 轴沿竖直向上方向，石子的轨道方程是$y = \dfrac{v_1 x}{v_0} - \dfrac{gx^2}{2v_0^2}$。

三、 计算题

1．物体在平面直角坐标系 *Oxy* 中运动，其运动方程为

$$x = 3t + 5 \qquad y = \frac{1}{2}t^2 + 3t - 4$$

(式中，*x*，*y* 以 m 计，*t* 以 s 计)。

(1) 以时间 *t* 为变量，写出质点位矢的表达式；

(2) 求质点的运动轨道方程；

(3) 求 *t* =1 s 时和 *t* =2 s 时的位矢，并计算这一秒内质点的位移；

(4) 求 *t* = 4 s 时质点的速度和加速度。

解：（1）$\boldsymbol{r} = \left[(3t+5)\boldsymbol{i} + \left(\dfrac{1}{2}t^2 + 3t - 4\right)\boldsymbol{j}\right]$ m

（2）$x = 3t + 5 \qquad y = \dfrac{1}{2}t^2 + 3t - 4$ 两式消去 *t* 得质点的运动轨道

$$y = \frac{1}{18}x^2 + \frac{4}{9}x - 7\frac{11}{18}$$

（3）$\boldsymbol{r}_1 = (8\boldsymbol{i} - 0.5\boldsymbol{j})$ m ；$\boldsymbol{r}_2 = (11\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j})$ m

$\Delta\boldsymbol{r} = (3\boldsymbol{i} + 4.5\boldsymbol{j})$ m

（4）$v_x = \dfrac{dx}{dt} = 3\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \qquad v_y = \dfrac{dy}{dt} = (t+3)\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

$t = 4$s 时，$v_x = 3\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \qquad v_y = \dfrac{dy}{dt} = 7\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

$\boldsymbol{v} = [3\boldsymbol{i} + 7\boldsymbol{j}]$ m·s^{-1}

$a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \qquad a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = 1\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{j}$ m·s^{-2}

2．对一枚火箭的圆锥型头部进行试验。把它以初速度$150\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$铅直向上发射后，受空气阻力而减速，其阻力所引起的加速度大小为$0.0005v^2$（SI），求火箭头部所能达到的最大高度？

解：取 Ox 向上为正方向，则火箭头部的加速度为 $a=-(g+0.0005v^2)$，又 $a=\dfrac{dv}{dt}=v\dfrac{dv}{dx}$，

从而得

$$v\frac{dv}{dx}=-(g+0.0005v^2)$$

当火箭头部达到最大高度 h_{max} 时，$v=0$，因此

$$\int_0^{h_{max}}dx=\int_{150}^{0}\frac{-v}{g+0.0005v^2}dv$$

解得 $h_{max}=764.52\text{m}$

3．一个质点沿半径为 0.10 m 的圆周运动，其角位置 $\theta=2+4t^3$（SI），求

（1）在 t = 2 s 时，它的速度、加速度的大小各为多少？

（2）当切向加速度的大小恰好是总加速度大小的一半时，θ 值为多少？

（3）在什么时刻，切向加速度和法向加速度恰好大小相等？

．解： $a_n=R\omega^2$ $\qquad a_\tau=R\dfrac{d\omega}{dt}$ $\qquad \omega=\dfrac{d\theta}{dt}$

（1）t =2 s， $\qquad v$ = 4.8 m s^{-1}

a_n= 230.4 m s^{-2} $\quad a_t$ = 4.8 m s^{-2} $\quad a$ = 230.5 m s^{-2}

(2) $\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}=2a_\tau$ $\qquad t=0.66s$ $\qquad \theta=3.15rad$

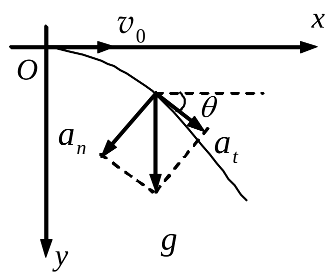
$a_n=a_\tau$ $\qquad t=0.55s$

4．一颗子弹在一定高度以水平初速度 $\boldsymbol{v}_0$ 射出，忽略空气阻力。取枪口为坐标原点，沿 $\boldsymbol{v}_0$ 方向为 Ox 轴，铅直向下为 Oy 轴，并取发射时刻 $t=0$，试求：

（1）子弹在任一时刻 t 的位置坐标及轨道方程；

（2）子弹在任一时刻 t 的速度，切向加速度和法向加速度。

解：(1) $\qquad x=v_0t$，$y=\dfrac{1}{2}gt^2$



轨迹方程是： $\qquad y=\dfrac{1}{2}x^2g/v_0^2$

(2) $v_x = v_0$，$v_y = g\,t$，速度大小为：

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$$

方向为：与 Ox 轴夹角 $\theta=\text{tg}^{-1}(gt/v_0)$

$a_t=dv/dt=g^2t/\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 同向.

$a_n=\left(g^2-a_t^2\right)^{1/2}=v_0g/\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$ 方向与 a_t 垂直

.

第二章（一） 牛顿力学

班号________ 学号________ 姓名________ 日期________

四、 选择题

1．下列说法中正确的是：

(A) 运动的物体有惯性，静止的物体没有惯性；

(B) 物体不受外力作用时，必定静止；

(C) 物体作圆周运动时，合外力不可能恒定；

(D) 牛顿运动定律只适用于低速、微观物体。

（ C ）

2．图中 P 是一圆的竖直直径 PC 的上端点，一质点从 P 开始分别沿不同的弦无摩擦下滑时，把到达各弦的下端所用的时间相比较是

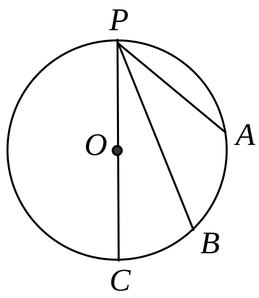
（A）到 A 用的时间最短；

（B）到 B 用的时间最短；

（C）到 C 用的时间最短；

（D）所用时间都一样。

（ D ）



选择题 2 图

3．假设质量为 70kg 的飞机驾驶员由于动力俯冲得到 6 g 的净加速度， 问作用于驾驶员上的力最接近于下列的哪一个值

(A) 10 N ；　　(B) 70 N ；

(C) 420 N ；　　(D) 4100 N 。

（ D ）

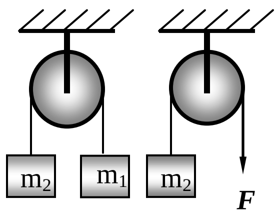
4．在平面直角坐标系 Oxy 中，质量为 0.25kg 的质点受到力 $\boldsymbol{F} = t\,\boldsymbol{i}$ N 的作用。$t = 0$ 时，该质点以 $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{j}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速度通过坐标原点 O，则该质点在任意时刻的位置矢量是

（A）$2t^2\vec{i} + 2\vec{j}$ m ；　　（B）$\frac{2}{3}t^3\vec{i} + 2t\vec{j}$ m ；

（C）$\frac{3}{4}t^4\vec{i} + \frac{2}{3}t^3\vec{j}$ m ；　　（D）不能确定。

（ B ）

5． 如图所示，一根轻绳跨过一个定滑轮，绳的两端各系一个重物，它们的质量分别为 m_1 和 m_2，且 $m_1 > m_2$（滑轮质量和一切摩擦均不计），系统的加速度为 a。今用一竖直向下的恒力 $F = m_1 g$ 代替重物 m_1，系统的加速度为 a'，则有



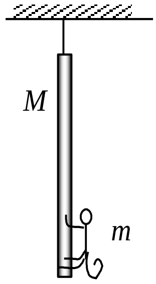
选择题 5 图

（A）$a' = a$ ；　　（B）$a' > a$ ；

（C）$a' < a$ ；　　（D）不能确定。

（　B　）

6．一只质量为 m 的猴子，原来抓住一根用绳吊在天花板上的质量为 M 的直杆。在悬绳突然断开的同时，小猴沿杆子竖直向上爬，小猴在攀爬过程中，始终保持它离地面的高度不变，此时直杆下落的加速度应为



选择题 6 图

(A) g ；　　(B) $\dfrac{m}{M}g$ ；

(C) $\dfrac{M+m}{M}g$ ；　　(D) $\dfrac{M+m}{M-m}g$ ；

(E) $\dfrac{M-m}{M}g$ 。

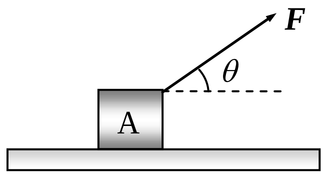
（　C　）

7．水平地面上放一物体 A，它与地面间的滑动摩擦系数为 μ 。现加一恒力 $\boldsymbol{F}$，如图所示。欲使物体 A 有最大加速度，则恒力 $\boldsymbol{F}$ 与水平方向夹角 θ 应满足

(A) $\sin\theta = \mu$ ；　　(B) $\cos\theta = \mu$ ；

(C) $\tan\theta = \mu$ ；　　(D) $\cot\theta = \mu$ 。

（　C　）



选择题 7 图

8．一段水平的公路，转弯处轨道半径为 R，汽车轮胎与路面间的摩擦系数为 μ ，要使汽车不致于发生侧向打滑，汽车在该处的行驶速率

(A) 不得小于 $\sqrt{\mu g R}$ ；　　(B) 不得大于 $\sqrt{\mu g R}$ ；

(C) 必须等于 $\sqrt{2gR}$ ；　　(D) 还应由汽车的质量 M 决定。

（　B　）

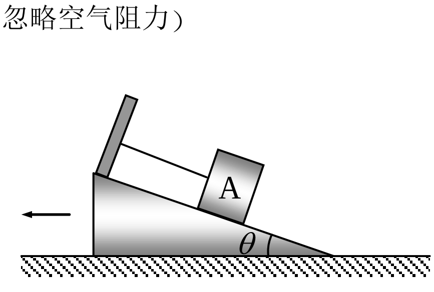
五、 填空题

1．一质量为 2 kg 的质点在力 $F = 20t + 8$ N 的作用下，沿 Ox 轴作直线运动。在 $t = 0$ 时，质点的速度为 3m·s^{-1}。质点在任意时刻的速度为 $v = 5t^2 + 4t + 3$ 。

2．质量为 M 的小艇在靠岸时关闭发动机，此刻的船速为 v_0，设水对小艇的阻力 f 正比于船速 v，即 $f = kv$（k 为比例系数）。小艇在关闭发动机后还能行驶 $x = \dfrac{Mv_0}{k}$ 的距离。

3．一气球的总质量为 m，以大小为 a 的加速度铅直下降，今欲使它以大小为 a 的加速度铅直上升，则应从气球中抛掉压舱沙袋的质量为 $\dfrac{2ma}{a+g}$ 。（忽略空气阻力）

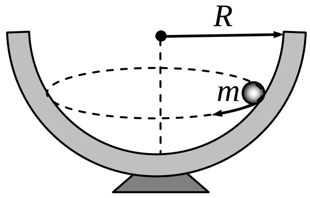
4．如图所示，质量为 m 的物体 A 用平行于斜面的细线连结置于光滑的斜面上，若斜面向左方作加速运动，当物体 A 刚好脱离斜面时，它的加速度的大小为 $g\cot\theta$。



填空题 4 图

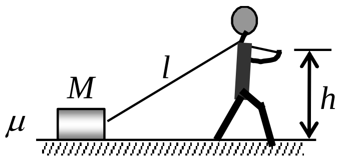
5． 已知水星的半径是地球半径的 0.4 倍，质量为地球的 0.04 倍。设在地球上的重力加速度为 g，则水星表面上的重力加速度为 0.25 g。

6．如图所示，在一只半径为 R 的半球形碗内，有一粒质量为m的钢球，当小球以角速度ω在水平面内沿碗内壁作匀速圆周运动时，它距碗底的高度为$R-\dfrac{g}{\omega^2}$。（不计一切摩擦）

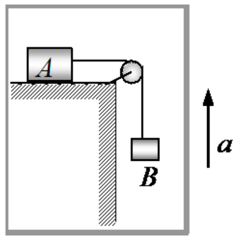


填空题 6 图

7．如图所示，一人在平地上拉一个质量为 M 的木箱匀速前进，木箱与地面间的摩擦系数μ ＝0.6。设此人前进时，肩上绳的支撑点距地面高度为 h＝1.5 m，不计箱高，为了使人最省力，绳的长度 l 应为l＝h / sinθ ＝2.92 m 时，最省力。



填空题 7 图

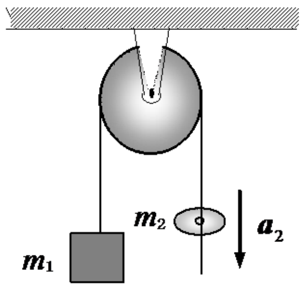


填空题 8 图

8．如图所示，系统置于以$a=\dfrac{1}{2}g$的加速度上升的升降机内，A、B 两物体质量相同均为 m，A 所在的桌面是水平的，绳子和定滑轮质量均不计，若忽略滑轮轴上和桌面上的摩擦，并不计空气阻力，则绳中张力为 $3mg$ / 4。

三、计算题

1．一条轻绳跨过一轻滑轮(滑轮与轴间摩擦可忽略)，在绳的一端挂一质量为 m_1 的物体，在另一侧有一质量为 m_2 的环，求当环相对于绳以恒定的加速度 a_2 沿绳向下滑动时，物体和环相对地面的加速度各是多少？环与绳间的摩擦力多大？



计算题 1 图

解：因绳子质量不计，所以环受到的摩擦力在数值上等于绳子张力 T ．设 m_2 相对地面的加速度为 a_2'，取向上为正；m_1 相对地面的加速度为 a_1(即绳子的加速度)，取向下为正．

$$m_1g-T=m_1a_1 \qquad (1)$$
$$T-m_2g=m_2a_2 \qquad (2)$$
$$a_2'=a_1-a_2 \qquad (3)$$

解得

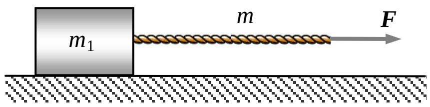
$$a_1=\frac{(m_1-m_2)g+m_2a_2}{m_1+m_2}$$

$$T=\frac{(2g-a_2)m_1m_2}{m_1+m_2}$$

$$a_2' = \frac{(m_1 - m_2)g - m_1 a_2}{m_1 + m_2}$$

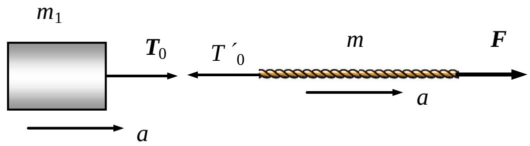
2．质量为 m、长为 l 的柔软细绳，一端系着放在水平桌面上质量为 m_1 的物体，在绳的另一端加一个水平拉力 $\boldsymbol{F}$，如图所示。设绳的质量分布均匀，且长度不变。物体与水平面之间的摩擦力以及重力队绳的影响皆可忽略不计。求：（1）绳作用在物体上的力；

（2）绳上任意点的张力。



计算题 2 图

解：（1）物体和绳的受力如图，由牛顿第二定律，分别对物体和绳列方程：

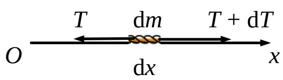


$$\begin{cases} T_0 = m_1 a \\ F - T_0' = ma \\ T_0 = -T_0' \end{cases}$$

解得物体与绳的加速度： $a = \dfrac{F}{m + m_1}$ （1）

绳对物体的拉力为 $T_0 = \dfrac{m_1}{m_1 + m} F$

（2）取物体与绳的连接处为坐标原点 O，在距原点 O 为 x 处的绳上，取一线元 $\mathrm{d}x$，其质量元为 $\mathrm{d}m = \dfrac{m}{l}\mathrm{d}x$，它的示力图如右图，由牛顿第二定律：



$$(T + \mathrm{d}T) - T = (\mathrm{d}m)a$$

$$\mathrm{d}T = \frac{m}{l} a \mathrm{d}x$$

将（1）式代入得：$\mathrm{d}T = \dfrac{mF}{(m_1 + m)l}\mathrm{d}x$

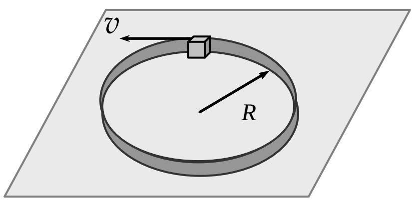
两边积分：
$$\int_T^F \mathrm{d}T = \frac{mF}{(m_1 + m)l}\int_x^l \mathrm{d}x$$

$$T = F - \frac{mF}{(m_1 + m)l}(l - x)$$

可以看出绳上各点的张力 T 随位置 x 而变化。

3. 在水平面上固定有一半径为 R 的圆环形围屏，如图所示， 质量为 m 的滑块沿环形内壁在水平面上转动，滑块与环形内壁间的摩擦系数为 μ。（不计滑块与水平面之间的摩擦力）。求：

(1) 当滑块速度为 v 时，求它与壁间的摩擦力及滑块的



计算题 3 图

切向加速度；

(2) 求滑块速率由 v 变为 $\dfrac{v}{3}$ 所需的时间。

解：（1）滑块以速度 v 作圆周运动时，滑块对围屏的正压力为 $m\dfrac{v^2}{R}$，则滑块与壁间的摩擦力 $f=\mu m\dfrac{v^2}{R}$，方向与运动方向相反。

切向运动方程：

$$-f=ma_{\mathrm{t}}$$

$$-\mu m\frac{v^2}{R}=ma_{\mathrm{t}}$$

$$a_{\mathrm{t}}=-\mu\frac{v^2}{R}$$

（2）由上式得：

$$a_{\mathrm{t}}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-\mu\frac{v^2}{R}$$

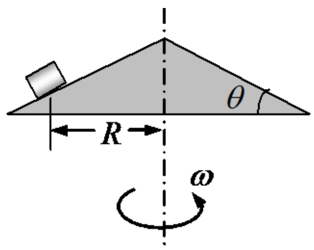
$$\mathrm{d}t=-\frac{R}{\mu v^2}\mathrm{d}v$$

两边积分：

$$\int_0^t\mathrm{d}t=-\int_v^{\frac{v}{3}}\frac{R}{\mu v^2}\mathrm{d}v$$

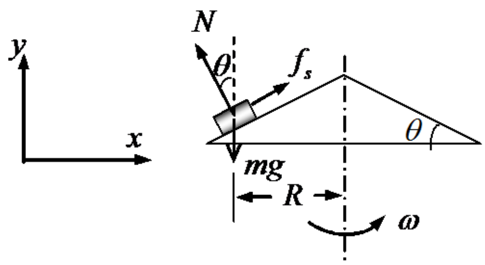
$$t=\frac{2R}{\mu v}$$

4. 在倾角为 θ 的圆锥体的侧面放一质量为 m 的小物体，圆锥体以角速度 ω 绕竖直轴匀速转动，轴与物体间的距离为 R，为了使物体能在锥体该处保持静止不动，物体与锥面间的静摩擦系数至少为多少？



计算题 4 图

解：建立如图所示的坐标．m 受重力 mg，支持力 N 与最大静摩擦力 f_s，对 m，由牛顿定律



x 方向：

$$\mu N\cos\theta-N\sin\theta=m\omega^2R \quad ①$$

y 方向：

$$\mu N\sin\theta+N\cos\theta=mg \quad ②$$

由①/②有：

$$\frac{\mu\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta+\mu\sin\theta}=\frac{\omega^2R}{g}$$

则有：

$$\mu g\cos\theta-g\sin\theta=\omega^2R\cos\theta+\mu\omega^2R\sin\theta$$

$$\mu=\frac{g\sin\theta+\omega^2R\cos\theta}{g\cos\theta-\omega^2R\sin\theta}$$

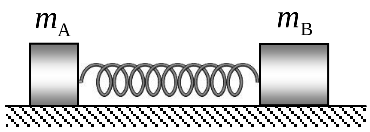
对给定的 ω、R 和 θ 值，μ 不能小于此值，否则最大静摩擦力不足以维持 m 在斜面上不动．

第二章（二） 动量、角动量和能量

班号________ 学号________ 姓名________ 日期________

六、 选择题

1．A、B 两木块质量分别为 m_A 和 m_B，且 $m_B=2m_A$，两者用一轻弹簧连接后静止于光滑水平桌面上，如图所示。若用外力将两木块压近使弹簧被压缩，然后将外力撤去，则此后两木块运动动能之比 $\dfrac{E_{KA}}{E_{KB}}$ 为



选择题 1 图

(A) $\dfrac{1}{2}$；　　(B) $\sqrt{2}/2$；

(C) $\sqrt{2}$；　　(D) 2 。

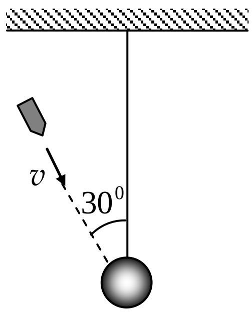
（ D ）

2．质量为 20 g 的子弹，以 400 m·s^{-1} 的速率沿图示方向射入一原来静止的摆球中，摆球的质量为 980 g，摆线长度不可伸缩。子弹射入后开始与摆球一起运动的速率为

(A) 2 m·s^{-1} 确；　　(B) 4 m·s^{-1} ；

(C) 7 m·s^{-1} ；　　(D) 8 m·s^{-1} 。

（ B ）



选择题 2 图

3．人造地球卫星绕地球作椭圆轨道运动，卫星轨道近地点和远地点分别为 A 和 B。用 L 和 E_K 分别表示卫星对地心的角动量及其动能的瞬时值，则应有

(A) $L_A>L_B$，$E_{KA}>E_{kB}$ ；　　(B) $L_A=L_B$，$E_{KA}<E_{KB}$ ；

(C) $L_A=L_B$，$E_{KA}>E_{KB}$ ；　　(D) $L_A<L_B$，$E_{KA}<E_{KB}$ 。

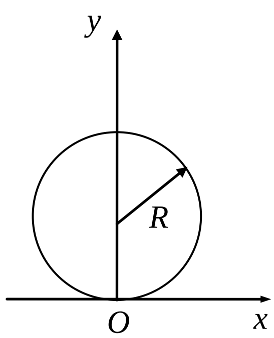
（ C ）

4．一质点在如图所示的 Oxy 坐标平面内作圆周运动，有一力 $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_0(x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j})$ 作用在质点上。在该质点从坐标原点运动到(0，2R）位置过程中，力 $\boldsymbol{F}$ 对它所作的功为

(A) F_0R^2；　　(B) $2F_0R^2$；

(C) $3F_0R^2$；　　(D) $4F_0R^2$。

（ B ）



选择题 4 图

5．质量为 m＝0.5 kg 的质点，在 Oxy 坐标平面内运动，其运动方程为 $x=5t$，$y=5t^2$（SI），从 $t=2$ s 到 $t=4$ s 这段时间内，外力对质点作的功为

(A) 150 J ；　　　(B) 300 J ；

(C) 450 J ；　　　(D) -150 J 。

（ B ）

6．一艘宇宙飞船的质量为 m，在关闭发动机返回地球时，可认为该飞船只在地球的引力场中运动。已知地球质量为 M，万有引力恒量为 G，则当它从距地球中心为 R_1 处下降到 R_2 处时，飞船动能的增量为

(A) $\dfrac{GMm}{R_2}$；　　　(B) $\dfrac{GMm}{R_2^2}$；

(C) $GMm\dfrac{R_1-R_2}{R_1R_2}$；　　　(D) $GMm\dfrac{R_1-R_2}{R_1^2}$；

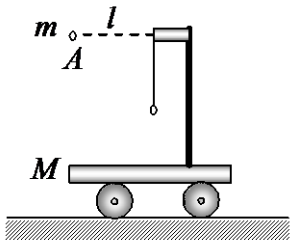
(E) $GMm\dfrac{R_1-R_2}{R_1^2R_2^2}$。

（ C ）

7．静止在光滑水平面上的一质量为 M 的车上悬挂一单摆，摆球质量为 m，摆线长为 l．开始时，摆线处于水平位置，且摆球静止于 A 点。突然放手，当摆球运动到摆线处于铅直位置的瞬间，摆球相对于地面的速度为

(A) 0；　　　(B) $\sqrt{2gl}$；

(C) $\sqrt{\dfrac{2gl}{1+m/M}}$；　　　(D) $\sqrt{\dfrac{2gl}{1+M/m}}$。



选择题 7 图

（ C ）

8． 对质点组有以下几种说法：

（1）质点组总动量的改变与内力无关；

（2）质点组总动能的改变与内力无关；

（3）质点组机械能的改变与保守内力无关。

在上述说法中：

（A） 只有（1）是正确的；　　　(B)（1）、（3）是正确的；

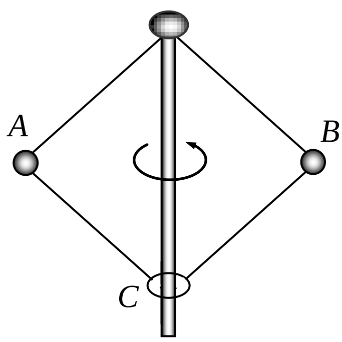
(C) （1）、（2）是正确的；　　　(D) （2）、（3）是正确的。

（ B ）

七、 填空题

1． 一质量为 m 的物体，原来以速率 v 向北运动，它突然受到外力打击，变为向西运动，速率仍为 v，则外力的冲量大小为 $\underline{\sqrt{2}mv}$，方向为 <u>指向正西南</u> 。

2． 如图所示，钢球 A 和 B 质量相等，正被绳牵着以 $\omega_0=4$ rad s^{-1} 的角速度绕竖直轴转动，两球与轴的距离都为 $r_1=15$ cm。现在把轴上的环 C 下移，使得两球离轴的距离缩减为 $r_2=5$ cm，这时钢球的角速度 $\omega=$ <u>36 rad s^{-1}</u>。



填空题 2 图

3． 一颗速率为 700 m·s^{-1} 的子弹，打穿一块木板后，速率降到

500 m·s^{-1}。如果让它继续穿过厚度和阻力均与第一块完全相同

的第二块木板，则子弹的速率将降到 100 m s^{-1}。（空气阻力忽略不计）

4． 质量 $m=1$kg 的物体，在坐标原点处从静止出发在水平面内沿 Ox 轴运动，其所受合力方向与运动方向相同，合力大小为 $F=3+2x$ (SI)，那么物体在开始运动的 3 m 内，合力

所作的功 W＝18 J；且 x＝3 m 时，其速率 v＝6 m s^{-1}

。

5．有一劲度系数为 k 的轻质弹簧竖直放置，其下端挂有一质量为 m 的物体，初始时刻弹簧处于原长，而物体置于平地上。然后将弹簧上端缓慢地提起，直到物体刚好脱离地面为止，

在此过程中外力作功为 $\dfrac{m^2g^2}{2k}$ 。

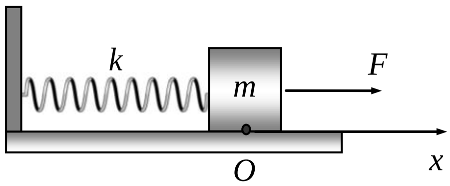
6． 在光滑的水平面上有两辆静止的小车，它们之间用一根轻绳相互连接，设第一辆车和车

上的人的质量总和为 250 kg，第二辆车的质量为 500 kg，现在第一辆车上的人用 $F=25t^2$ N

的水平力拉绳子，则 3 秒末第一辆车的速度大小为 0.9 ms^{-1}，第二辆车的速度大小

为 0.45ms^{-1}。

7． 如图所示，劲度系数为 k 的弹簧，一端固定在墙壁上，另一端连接一质量为 m 的物体，物体与桌面间的摩擦系数为 μ 。物体静止在坐标原点 O，此时弹簧长度为原长。若物体在不变的外力 $\boldsymbol{F}$ 作用下向右移动，则物体到达所能允许的最远位置时系统的弹性势能



填空题 7 图

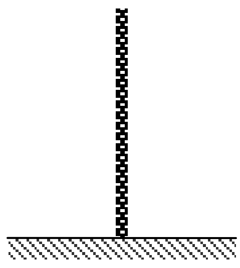
$E_P=\dfrac{2(F-\mu mg)^2}{k}$ 。

8．一个质量为 m 的质点，今受到力 $\boldsymbol{F}=k\,\boldsymbol{r}/r^3$ 的作用，式中 k 为常量，$\boldsymbol{r}$ 为从某一定点到

质点的位矢。该质点在 $r=r_0$ 处被释放，由静止开始运动，则当它到达无穷远时的速率

为 $\sqrt{\dfrac{2k}{mr_0}}$ 。

八、 计算题



计算题 1 图

1．一质量均匀分布的柔软绳索竖直地悬挂着，绳的下端刚好触到水平桌面上．如果把绳索的上端无初速释放，绳索将落在桌面上．试证明：在绳索下落的过程中，任意时刻作用于桌面的压力，等于已落到桌面上的绳索所受重力的三倍。

解：取如图所示坐标，设绳长 L，质量 M，在时刻 t 已有 x 长的柔绳落到桌面上，随后的 $\mathrm{d}t$ 时间内将有质量为 $\rho\,\mathrm{d}x$(即 $M\,\mathrm{d}x/L$)的柔绳以 $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ 的速率碰到桌面而停止，它的动量变化率为：

$$\frac{-\rho\,\mathrm{d}x\cdot\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}{\mathrm{d}t}$$

根据动量定理，桌面对柔绳的冲力为：

$$F'=\frac{-\rho\,\mathrm{d}x\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}{\mathrm{d}t}=-\rho v^2,\qquad \text{其中}\quad v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

由牛顿第三定律，柔绳对桌面的冲力为 $F=-F'$，

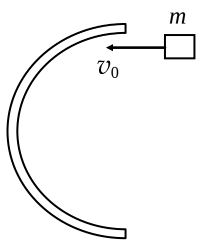
即 $$F=\frac{\rho\,\mathrm{d}x\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}{\mathrm{d}t}=\frac{M}{L}\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2=\frac{M}{L}v^2$$

而 $$v^2=2gx,\ \therefore\ F=2Mgx/L$$

已落桌上柔绳所受的重力 $$G=\frac{Mgx}{L}$$

$$F_{总}=F+G=3G$$

2．在水平面上放置一固定的半圆形屏障，有一质量为 m 的滑块以初速度 v_0 沿切线方向射入屏障一端，如图所示。设滑块与屏障之间的摩擦系数为 μ，求滑块从屏障另一端滑出时，摩擦力所作的功。(不计滑块与水平面之间的摩擦)



计算题 2 图

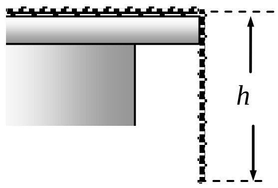
解：在切向和法向分别对滑块列牛顿方程

$$-\mu N=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t},\qquad N=m\frac{v^2}{R}\quad\Rightarrow\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}=-\mu\int_0^{\pi}d\theta$$

解得：$v=v_0e^{-\mu\pi}$

摩擦力所作的功：$W=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2=\frac{1}{2}mv_0{}^2(e^{-2\mu\pi}-1)$

3．一粗细均匀的不可伸长的柔软绳索，一部分置于水平桌面上，另一部分自桌边下垂，如图所示。已知绳索的全长为 L，开始时下垂的部分长为 h，绳索的初速度为零。试求整根绳索全部离开桌面的瞬间，其速率为多大？。(设



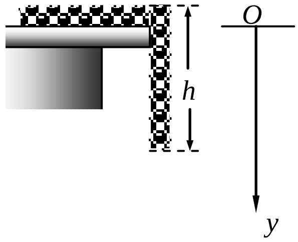
计算题 3 图

绳索与桌面之间的滑动摩擦系数为 μ)

解：　取桌面为 $E_P=0$ ，则初末机械能分别为

$$E_0=-\frac{m}{L}hg\times\frac{h}{2}$$

$$E=\frac{1}{2}mv^2-mg\frac{L}{2}$$



摩擦力做功：

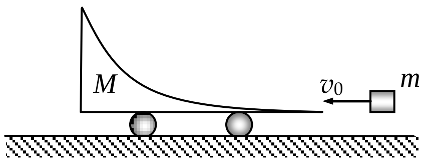
$$A_f=-\int fds=\int_h^L-\mu\frac{mg}{L}(L-y)dy=$$

$$-\frac{\mu mg}{2L}(L-h)^2$$

由功能原理 $A_f=E-E_0$ 得:

$$v=\sqrt{\frac{g}{L}[(L^2-h^2)-\mu(L-h)^2]}$$

4．一辆质量为 M 的小车静止在水平面上，现有一质量为 m 的物体以速率 v_0 沿水平方向射入车上一个弧形轨道，如图所示。不计一切摩擦，求物体沿弧形轨道上升的最大高度 h ，以及此后物体下降离开小车时的速率 v。



计算题 4 图

解：（1）动量守恒和机械能守恒：

$$mv_0=(m+M)V \qquad \frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}(m+M)V^2+mgh$$

解得：$h=\dfrac{Mv_0^2}{2g(m+M)}$

（2）设 V' 为物体离开小车时小车的速度，

$$mv_0=mv+MV' \qquad \frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}MV'^2$$

解得：$v=\dfrac{m-M}{m+M}v_0$

第三章（一） 刚体力学

班号________ 学号________ 姓名________ 日期________

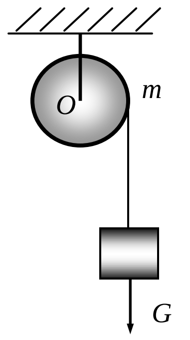
一、 选择题

1．一根轻绳绕在有水平转轴的定滑轮上，滑轮的质量为 m，绳下端挂有一物体。物体所受的重力为 G，滑轮的角加速度为β。现在将物体去掉，代之以与 G 相等的力直接向下拉绳，滑轮的角加速度将

（A）不变； （B）变小；

（C）变大 ； （D）无法确定。

（ C ）



选择题 1 图

2．关于刚体对轴的转动惯量，下列说法中正确的是

（A）只取决于刚体的质量，与质量在空间的分布和轴的位置无关；

（B）取决于刚体的质量和质量在空间的分布，与轴的位置无关；

（C）取决于刚体的质量、质量在空间的分布和轴的位置；

（D）只取决转轴的位置，与刚体的质量和质量的空间分布无关。

（ C ）

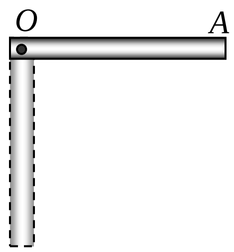
3．均匀细杆 OA 可通过其一端 O 点，在竖直平面内转动，如图所示。现在使杆由水平位置从静止开始自由下摆，在杆摆到竖直位置的过程中，下列说法正确的是：

(A) 角速度从小到大，角加速度从大到小；

(B) 角速度从小到大，角加速度从小到大；

(C) 角速度从大到小，角加速度从大到小；

(D) 角速度从大到小，角加速度从小到大。



选择题 3 图

（ A ）

4．几个力同时作用在一个具有固定转轴的刚体上，如果这几个力的矢量和为零，则此刚体

（A）必然不会转动； （B）转速必然不变；

（C）转速必然改变； （D）转速可能不变，也可能改变。

（ D ）

5． 刚体角动量守恒的充分必要条件是：

(A) 刚体不受外力矩的作用；

(B) 刚体所受合外力矩为零；

(C) 刚体所受合外力和合外力矩为零；

(D) 刚体的转动惯量和角速度均保持不变。

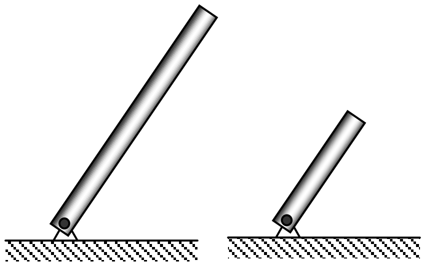
（ B ）

6． 花样滑冰运动员绕过自身的竖直轴转动，开始时两臂伸开，转动惯量为 J_0 ，角速度为 ω_0。然后她将两臂收回，使转动惯量减少为$\frac{1}{3}J_0$，这时她转动的角速度变为

(A) $\frac{1}{3}\omega_0$； (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}\omega_0$； (C) $3\omega_0$； (D) $\sqrt{3}\,\omega_0$。

（ C ）

7．一根质量为 m，长度为 l 的均匀直杆，其下端铰接在水平面上，今让它竖直立起，然后任其自由落下，则棒将以角速度 ω 撞击地面，如图所示。如果将棒截去一半，初始条件不变，则棒撞击地面的角速度为



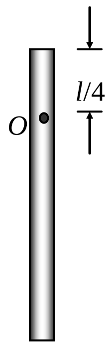
选择题 7 图

（A） 2ω；（B） $\sqrt{2}\omega$；

（C） ω；（D） $\dfrac{\omega}{\sqrt{2}}$；

（ B ）

8．一根长为 l、质量为 m 的均匀细杆，可绕距离其一端 $\dfrac{l}{4}$ 的水平轴 O 在竖直平面内转动，当杆自由悬挂时，给它一个起始角速度 ω，如果杆恰能持续转动而不摆动，则



选择题 8 图

（A） $\omega \geq 4\sqrt{\dfrac{3g}{7l}}$；（B） $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$； 次

（C） $\omega \geq \sqrt{\dfrac{g}{l}}$；（D） $\omega \geq \sqrt{\dfrac{12g}{l}}$。

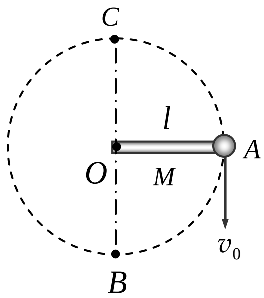
（ A ）

二、填空题

1． 一物体作定轴转动的运动方程为 $\theta = 20\sin 20t$（SI），则物体在 $t = 0$ 时的角速度 $\omega =$ 400 rad s^{-1}；物体在改变转动方向时的角加速度为 8000 rad s^{-2}。

2．半径为 30cm 的飞轮，从静止开始以 $0.5\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$ 的匀角加速度转动，则飞轮边缘上一点在飞轮转过 240°时的切向加速度 $a_t =$ 0.15 m/s^2，法向加速度 $a_n =$ 1.26 m/s 。

3．一根质量为 M，长为 l 的匀质细杆，一端连接一个质量为 m 的小球，细杆可绕另一端 O 无摩擦地在竖直平面内转动。现将小球从水平位置 A 向下抛射，使球恰好能通过最高点 C，如图所示。则下抛初速度 $v_0 = \sqrt{\dfrac{(3M+6m)gl}{3m+M}}$，在最低点 B 时，细杆对球的作用力为 $T = \dfrac{15m+7M}{3m+M}mg$ 。



填空题 3 图

4．一个作定轴转动的轮子，对轴的转动惯量 $J = 2.0\ \mathrm{kg\bullet m^2}$，正以角速度$\omega_0$匀速转动。现对轮子加一恒定的力矩 $M = -7.0\ \mathrm{N\bullet m}$，经过 8 秒，轮子的角速度为 $-\omega_0$，则ω_0=<u>14 rad s^{-1}</u>。

5．一个半径为 R、可绕水平轴转动的定滑轮上绕有一根细绳，绳的下端挂有一质量为 m 的物体。绳的质量可以忽略，绳与定滑轮之间无相对滑动。若物体的下落加速度为a，则定滑轮对轴的转动惯量 $J = \underline{\dfrac{m(g-a)R^2}{a}}$。

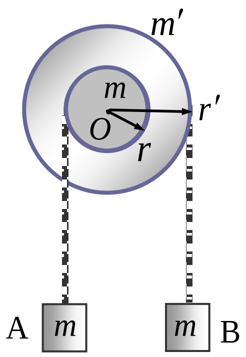
6．设一飞轮的转动惯量为 J，在 $t=0$ 时角速度为ω_0。此后飞轮受到一制动作用，阻力矩 M 的大小与角速度ω的平方成正比，比例系数 k ($k>0$)。当$\omega=\dfrac{1}{3}\omega_0$时，飞轮的角加速度 $\beta = \underline{-\dfrac{k\omega_0^2}{9J};\quad \dfrac{2J}{k\omega_0}}$。从开始制动到$\omega=\dfrac{1}{3}\omega_0$所经过的时间 $t=$ ________。

7．设有一均匀圆盘形转台，其质量为 M，半径为 R，可绕竖直中心轴转动，初始时角速度为ω_0。然后，有一质量也为 M 的人以相对园盘转台以恒速率 u 沿半径方向从转台中心轴处向边缘走去，则转台的角速度与时间 t 的函数关系为$\underline{\dfrac{R^2\omega_0}{R^2+2u^2t^2}}$。

8．有一质量为 m 的人站在一质量为 M、半径为 R 的均质圆盘的边缘，圆盘可绕竖直中心轴转动。系统在初始时为静止，然后人相对园盘以 v 的速率沿圆盘的边缘走动，圆盘的角速度为$\underline{\dfrac{2mv}{(M+2m)R}}$。

三、计算题

1．如图所示，两个匀质圆盘，一大一小，同轴地粘结在一起，构成一个组合轮，小圆盘的半径为r，质量为m；大圆盘的半径为$r'=2r$，质量$m'=2m$。组合轮可绕通过其中心且垂直于盘面的水平固定轴O转动，整个组合轮对O轴的转动惯量为$J=9mr^2/2$。两圆盘边缘上分别绕有轻质细绳，细绳的下端分别悬挂质量皆为m的物体 A 和 B，这一系统从静止开始运动，绳与盘无相对滑动，绳的长度不变，且不计一切摩擦。已知$r=10\,\mathrm{cm}$。求：



计算题 1 图

（1）组合轮的角加速度β；

（2）当物体 A 上升$h=40\,\mathrm{cm}$时，组合轮的角速度ω。

解：

（1）各物质受力情况如图所示

$$\left.\begin{aligned}\text{对A物：}&T-mg=ma\\\text{对B物：}&mg-T'=ma'\\\text{对圆盘：}&T'\times 2r-Tr=\frac{9}{2}mr^{2}\beta\\&a=r\beta\\&a'=2r\beta\end{aligned}\right\}$$

解上述方程组得：

$$\beta=\frac{2g}{19r}=\frac{2\times 9.8}{19\times 0.1}=10.3\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-2}$$

（2）物体 A 上升 h 时，组合轮转过的角度

$$\theta=\frac{h}{r}$$

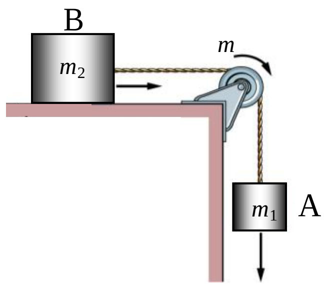
由运动学方程：

$$\omega^{2}=2\beta\theta$$

得组合轮在该时刻的角速度：

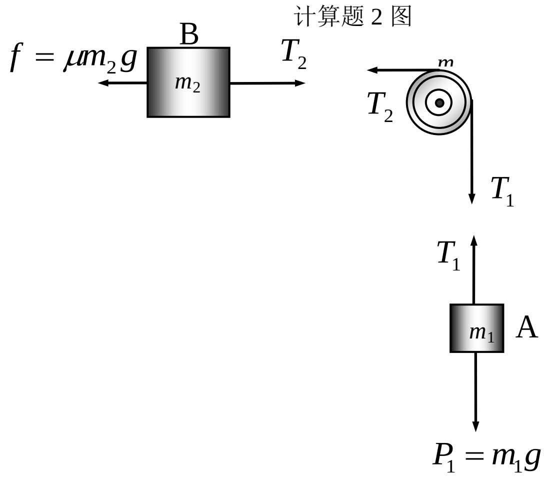
$$\omega=\sqrt{\frac{2\beta h}{r}}=\sqrt{\frac{2\times 10.3\times 0.4}{0.1}}=9.08\,\mathrm{rad}\,\mathrm{s}^{-1}$$

2． 如图所示，两物体 A 和 B 的质量分别为 m_1 和 m_2，滑轮质量为 m，半径 r，已知物体 B 与桌面间的滑动摩擦系数为 μ，不计轴承摩擦，求物体 A 下落的加速度和两段绳中张力。



计算题 2 图

解： 以 m_1,m_2,m 为研究系统，受力情况如图所示：



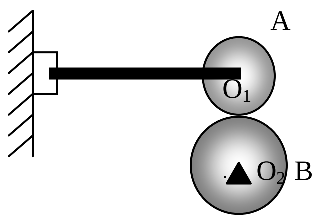
$$\left.\begin{aligned}&\text{对}m_1\text{：}m_1g-T_1=m_1a\\&\text{对}m_2\text{：}T_2-\mu m_2g=m_2a\\&\text{对}m\text{：}T_1r-T_2r=\frac{1}{2}mr^{2}\beta\\&a=r\beta\end{aligned}\right\}$$

解上述方程组：

$$a=\frac{m_1-\mu m_2}{m_1+m_2+\frac{m}{2}}g$$

$$T_1=m_1g-\frac{m_1(m_1-\mu m_2)}{m_1+m_2+\frac{m}{2}}g \qquad T_2=\mu m_2g+\frac{m_2(m_1-\mu m_2)}{m_1+m_2+\frac{m}{2}}g$$

3．　质量为 m_1、半径为 r_1 的匀质圆盘轮 A，以角速度 ω 绕水平轴 O_1 转动，若此时将其放在质量为 m_2、半径为 r_2 的另一匀质圆盘轮 B 上。B 轮原为静止，并可绕水平轴 O_2 转动。放置 A 轮后，其重量由 B 轮支持，且两轮共面，如图所示。设两轮之间的摩擦系数为 μ，而轴承摩擦忽略不计。证明：从 A 轮放在 B 轮上到两轮之间没有相对滑动为止，经过的时间为



计算题 3 图

$$t=\frac{m_2r_1\omega}{2\mu g(m_1+m_2)}$$

．解：　设两轮之间没有相对滑动时的角速度分别为 ω_1 和 ω_2，

则：$r_1\omega_1=r_2\omega_2$　　-----------　（1）

由转动定律：$-fr_1=\frac{1}{2}m_1r_1^2\beta_1$　　$fr_2=\frac{1}{2}m_2r_2^2\beta_2$　　$f=\mu m_1g$

又：　$\beta_1=\frac{\omega_1-\omega}{t}$　　$\beta_2=\frac{\omega_2-0}{t}$　代入上式解得：

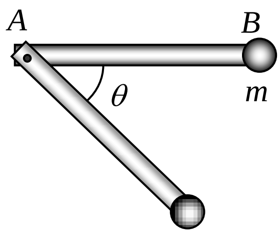
$-\mu g=\frac{r_1(\omega_1-\omega)}{2t}$　　$\mu m_1g=\frac{m_2r_1\omega}{2t}$　求出 ω_1 和 ω_2 代入（1）式解得：

$$t=\frac{m_2r_1\omega}{2\mu g(m_1+m_2)}$$

4．　一根质量为 m、长度为 l 的均匀细棒 AB 和一质量为 m 的小球牢固连结在一起，细棒可绕通过其 A 端的水平轴在竖直平面内自由摆动，现将棒由水平位置静止释放，求：

（1）细棒绕 A 端的水平轴的转动惯量，

（2）当下摆至 θ 角时，细棒的角速度。



计算题 4 图

解：（1）$J=J_1+J_2=ml^2+\frac{1}{3}ml^2=\frac{4}{3}ml^2$

（2）机械能守恒：$mgl\sin\theta + mg\dfrac{l}{2}\sin\theta = \dfrac{1}{2}J\omega^2$

$$\omega = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{g\sin\theta}{l}}$$

第四章（一） 振动学基础

班号________________ 学号________________ 姓名________________ 日期________________

一、选择题

1．下列表述中正确的是：

（A）物体在某一位置附近来回往复的振动是简谐运动；

（B）质点受到恢复力（恒指向平衡位置的力）的作用，则该质点一定作简谐运动；

（C）小朋友拍皮球，皮球的运动是简谐运动；

（D）若某物理量 Q 随时间 t 的变化满足微分方程 $\mathrm{d}^2Q/\mathrm{d}t^2 + \omega^2 Q = 0$，则此物理量 Q 按简谐运动的规律在变化（ω 是由系统本身性质决定的）。

（ D ）

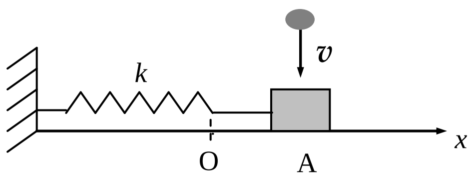
2．如图所示，当简谐振子到达正最大位移处，恰有一泥块从正上方落到振子上，并与振子粘在一起，仍作简谐运动。则下述结论正确的是

（A）振动系统的总能量变大，周期变大；

（B）振动系统的总能量不变，周期变大；

（C）振动系统的总能量变小，周期变小；

（D）振动系统的总能量不变，周期变小。



选择题 2 图

（ B ）

3．把单摆从平衡位置拉开，使摆线与竖直方向成一微小角度 θ，然后由静止放手任其振动，从放手时开始计时。若用余弦函数表示其振动表达式，则该单摆的初位相为

（A）θ；（B）$\dfrac{\pi}{4}$；（C）0；（D）$\dfrac{\pi}{2}$。

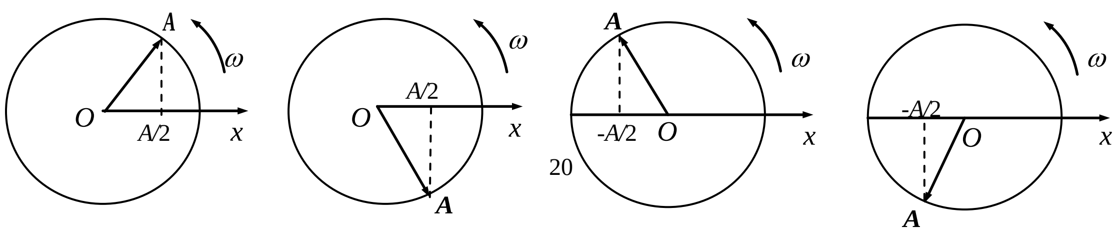
（ C ）

4．一劲度系数为 k 的轻弹簧，下端挂一质量为 m 的物体，系统的振动周期为 T_1，若将此弹簧截去一半的长度，下端挂一质量为 $m/2$ 的物体，则系统振动周期为 T_2 等于

（A）$2T_1$；（B）T_1；（C）$T_1/2$；（D）$T_1/\sqrt{2}$；（E）$T_1/4$。

（ C ）

5．一个质点作简谐运动，振幅为 A，在起始时刻质点的位移为 $A/2$，且向 Ox 轴的正方向运动，代表此简谐运动的旋转矢量图为



（A）图 （B）图 （C）图 （D）图

选择题 5 图

（　B　）

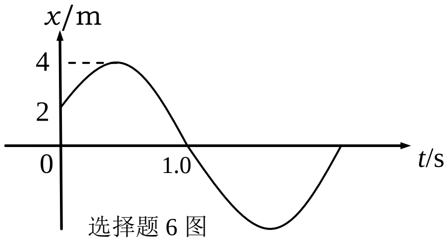
6．一简谐运动曲线如图所示，则振动周期为

（A） 2.62s；

（B） 2.40s；

（C） 0.42s；

（D） 0.382s。



选择题 6 图

（　B　）

7．弹簧振子在水平面上作简谐运动时，弹性力在半个周期内所作的功为

（A）kA^2；　　（B）$kA^2/2$；　　（C）$kA^2/4$；　　（D）0。

（　D　）

8．一质点作谐振动，周期为 T，当质点由平衡位置向 Ox 轴正方向运动时，由平衡位置运动到二分之一最大位移处所需要的时间为：

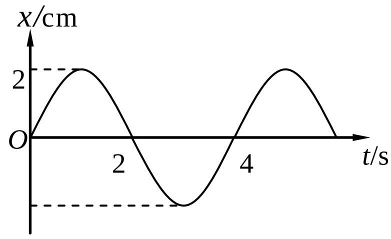
（A）$T/4$；　　（B）$T/12$；　　（C）$T/6$；　　（D）$T/8$。

（　B　）

二、填空题

1．简谐运动的角频率 ω 取决于振动系统自身的性质，它的物理意义是 2π 秒内的的振动次数；振幅 A 是由　振动系统运动的初始条件　决定的，它的物理意义是 表示振动的幅度或振动的强度 ；初相 φ 的物理意义是　表征计时零点的振动状态　。

2．如图所示的振动曲线，写出：



填空题 2 图

振幅 A=2cm；；周期 T=4s；

圆频率 $\omega=\dfrac{\pi}{2}\ \mathrm{s}^{-1}$；初位相 $\varphi=\dfrac{3}{2}\pi$；

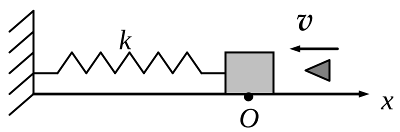
振动表达式 $x=0.02\cos(\dfrac{\pi}{2}t+\dfrac{3}{2}\pi)$ m

振动速度表达式 $v=-0.01\pi\sin(\dfrac{\pi}{2}t+\dfrac{3}{2}\pi)$ $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$；

振动加速度表达式 $a=-\dfrac{0.01}{2}\pi^2\cos(\dfrac{\pi}{2}t+\dfrac{3}{2}\pi)$ $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$；

$t=3\mathrm{s}$ 时的相位为 3π 或 π。

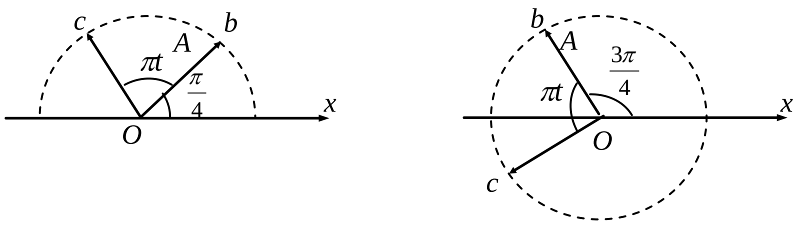
3．如图所示，质量为 10g 的子弹以 $1000\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速度射入一质量为 4.99kg 的木块，并嵌入木块中，使弹簧



填空题 3 图

压缩从而作简谐振动，弹簧的劲度系数为$8\times10^{2}\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$，则振动的振幅为__0.158 m____，周期为 ___0.5 s___ ，初相为___$\frac{\pi}{2}$__。

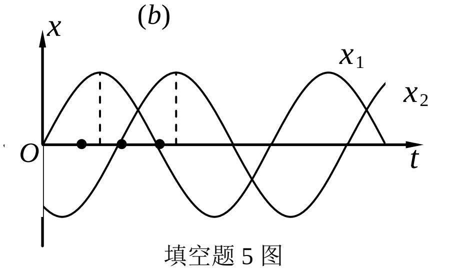
4．在图所示的简谐振动的矢量图中，$|\boldsymbol{A}|=2\mathrm{cm}$，$Ob$ 为 $\boldsymbol{A}$ 在 $t=0$ 时的位置，Oc 为 $\boldsymbol{A}$ 在 t 时刻的位置，则：相应于图（a）的振动表达式为 x = $0.02\cos(\pi t+\frac{1}{4}\pi)$ m_；相应于图（b）的振动表达式为 x = $0.02\cos(\pi t+\frac{3}{4}\pi)$ m__。



(a)　　　　　　　　　　　　　　　　(b)

填空题 4 图

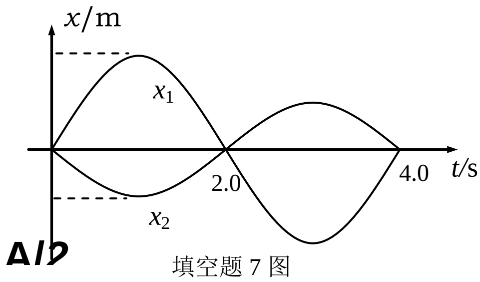
5．已知两个谐振动曲线如图所示，原点和另外三点将时间三等分，x_1 的位相比 x_2 的位相超前_$\frac{2}{3}\pi$。



填空题 5 图

6．一系统作谐振动，周期为 T，以余弦函数表示时，初位相为零，在 $0\le t\le T/2$ 范围内，系统在 t =$\frac{T}{8}$，__$\frac{3}{8}T$ 时刻动能和势能相等。

7．如图所示的是两个谐振动曲线，它们合成的余弦振动的初位相为$-\frac{\pi}{2}$ 或 $\frac{3}{2}\pi$。



填空题 7 图

8．系统作简谐运动时，所受合力的特征是__合力的大小与位移成正比，方向与位移方向相反___，所满足的微分方程为$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2x=0$。

三、计算题

1．一质量 $m = 0.258\text{kg}$ 的物体，在弹性恢复力作用下沿 Ox 轴运动，弹簧的劲度系数 k=25N·m^{-1}

（1）求振动的周期 T 和圆频率 ω；

（2）如果振幅 $A = 2\text{cm}$，在 $t = 0$ 时，物体位于 $x_0 = 1\text{cm}$ 处，并沿 Ox 轴反方向运动，求初速 v_0 和初相 φ；

（3）写出振动的表达式。

解：(1) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{25}{0.258}} = 9.84\ \text{s}^{-1}$， $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{9.84} = 0.638\text{s}$

(2) $\varphi = \dfrac{\pi}{3}$， $v_0 = -\omega A \sin\varphi = -9.84 \times 0.02 \times \sin\dfrac{\pi}{3} = -0.17\,\text{m/s}$

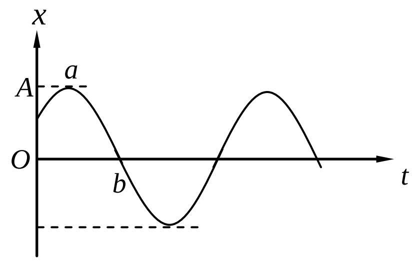
(3) $x = A\cos(\omega t + \varphi) = 0.02\cos(9.84t + \dfrac{\pi}{3})$ m

2．简谐运动曲线如图所示，已知振幅为 A，周期为 T。当 $t = 0$ 时， $x_0 = A/2$ 。试求：

（1）该简谐运动的表达式；

（2）a、b 两点的相位；

（3）从 $t = 0$ 时的位置运动到 a、b 两态所用的时间。



计算题 2 图

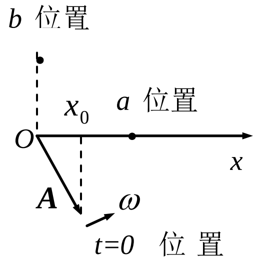
解：（1） $\varphi = -\dfrac{\pi}{3}$ $x = A\cos(\dfrac{2\pi}{T}t - \dfrac{\pi}{3})$

（2） $\varphi_a = 0$， $\varphi_b = \dfrac{\pi}{2}$

（3）作振幅矢量图，得到：

$$t_a = \frac{\pi}{3}\Big/\omega = \frac{\pi}{3}\Big/\frac{2\pi}{T} = \frac{T}{6}$$

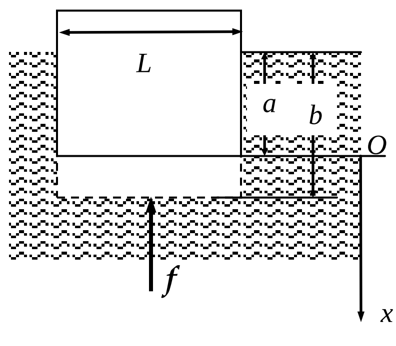
$$t_b = \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)\Big/\frac{2\pi}{T} = \frac{5T}{12}$$



3．一立方木块浮于静水中，其浸入部分的高度为 a，今用手指沿竖直方向将其慢慢压下，使其浸入部分的高度为 b，然后放手任其运动。若不计水对木块的粘滞阻力，试证明木块作简谐运动，并求振动的周期 T 和振幅。

解：木块下移时，

恢复力 $f = -\rho_{水} g x L^2 = -gL^2 x$ (1)



$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$$ ， 由（1）式知 $k=gL^2$

所以，木块做简谐运动。

在水中的木块未受压而处于平衡时 $mg=\rho_{水}gL^2a$ ，于是可求得

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{gL^2}{\rho_{水}L^2a}}=\sqrt{\frac{g}{a}}\qquad T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{a}{g}}$$ 振幅：$A=b-a$

4．解：（1）两个同方向、同频率简谐运动的合振动仍为简谐运动，且合振动的频率与分振动的频率相同，即

$$\omega=\omega_1=\omega_2=3\mathrm{s}^{-1}$$

合振动振幅 A 和初相 φ_0 为

$$A=\sqrt{A_1{}^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_1-\varphi_2)}=\sqrt{3^2+4^2+2\times3\times4\cos\pi/2}=5\mathrm{cm}$$

$$\varphi_0=\mathrm{tg}^{-1}\frac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}=\mathrm{tg}^{-1}\frac{3\sin0^\circ+4\sin\pi/2}{3\cos0^\circ+4\cos\pi/2}=\mathrm{tg}^{-1}\frac{4}{3}=53.13^\circ$$

即 φ_0 在第一象限内。按题设绘出第一、第二两个分振动及其合振动的旋转矢量，它们均在第一象限内，故 $\varphi_0<\pi/2$。综上所述，第一、二两个振动的合振动表达式为：

$$x=x_1+x_2=5\cos(3t+3\pi/10)\ \mathrm{cm}$$

(2) 合振动 $x=x_1+x_3$ 的振幅为极大时应满足 $\varphi-\varphi_1=2k\pi \qquad (k=0,\ \pm1,\ \pm2,\cdots)$

而 $\varphi_1=0$， 由此得 $\varphi=2k\pi \qquad (k=0,\ \pm1,\ \pm2,\cdots)$

此时合振动的振幅为 $A=A_1+A_3=3+5=8\mathrm{cm}$

(3) 合振动 $x=x_2+x_3$ 的振幅为极小时，应满足：

$$\varphi-\varphi_2=(2k+1)\pi \qquad (k=0,\ \pm1,\ \pm2,\cdots)$$

而 $\varphi_2=\pi/2$，由此：$\varphi=(2k+1)\pi+\pi/2=(2k+3/2)\pi \qquad (k=0,\ \pm1,\ \pm2,\cdots)$

此时合振动振幅为：$A=|A_2-A_3|=|4-5|=1\mathrm{cm}$

4．三个沿 Ox 轴的简谐运动，其表达式依次为

$x_1=3\cos3t\ \mathrm{cm}\qquad x_2=4\cos(3t+\pi/2)\ \mathrm{cm}\qquad x_3=5\cos(3t+\varphi)\ \mathrm{cm}$

（1）若某质点同时参与第一、二两个运动，试求它的合振动表达式。

（2）若某质点同时参与第一、三两个运动，试问：当 φ 为何值时，该质点合振动最强烈？

（3）若某质点同时参与第二、三两个运动，试问：当 φ 为何值时，该质点合振动最弱？

解：（1）两个同方向、同频率简谐运动的合振动仍为简谐运动，且合振动的频率与分振动的频率相同，即

$$\omega=\omega_1=\omega_2=3\mathrm{s}^{-1}$$

合振动振幅 A 和初相 φ_0 为

$$A=\sqrt{A_1{}^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_1-\varphi_2)}=\sqrt{3^2+4^2+2\times3\times4\cos\pi/2}=5\mathrm{cm}$$

$$\varphi_0 = \mathrm{tg}^{-1}\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} = \mathrm{tg}^{-1}\frac{3\sin 0° + 4\sin{}^{\pi}\!/_{2}}{3\cos 0° + 4\cos{}^{\pi}\!/_{2}} = \mathrm{tg}^{-1}\frac{4}{3} = 53.13°$$

即φ_0在第一象限内。按题设绘出第一、第二两个分振动及其合振动的旋转矢量，它们均在第一象限内，故$\varphi_0 < \pi/2$。综上所述，第一、二两个振动的合振动表达式为：

$$x = x_1 + x_2 = 5\cos(3t + 3\pi/10) \quad \mathrm{cm}$$

(2) 合振动$x = x_1 + x_3$的振幅为极大时应满足$\varphi - \varphi_1 = 2k\pi \quad (k = 0, \ \pm 1, \ \pm 2, \cdots)$

而$\varphi_1 = 0$， 由此得$\varphi = 2k\pi \quad (k = 0, \ \pm 1, \ \pm 2, \cdots)$

此时合振动的振幅为 $A = A_1 + A_3 = 3 + 5 = 8\,\mathrm{cm}$

(3) 合振动$x = x_2 + x_3$ 的振幅为极小时，应满足：

$$\varphi - \varphi_2 = (2k+1)\pi \quad (k = 0, \ \pm 1, \ \pm 2, \cdots)$$

而$\varphi_2 = \pi/2$，由此：$\varphi = (2k+1)\pi + \pi/2 = (2k + 3/2)\pi \quad (k = 0, \ \pm 1, \ \pm 2, \cdots)$

此时合振动振幅为：$A = |A_2 - A_3| = |4 - 5| = 1\,\mathrm{cm}$

第四章（二） 波动学基础

班号____________________学号________________________ 姓名 _____________________ 日期________________

一、选择题

1．频率为 500Hz 的机械波，波速为$360\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，则同一波线上相位差为$\pi/3$的两点相距为

（A）0.24m；（B）0.48m；（C）0.36m；（D）0.12m。

（ D ）

2．下列叙述中不正确的是

（A）在波的传播方向上，相位差为2π 的两个质元间的距离称波长；

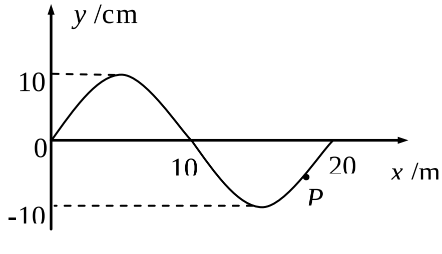
（B）机械波实质上就是在波的传播方向上，介质各质元的集体受迫振动；

（C）波由一种介质进入另一种介质后，频率、波长、波速均发生变化；

（D）介质中，距波源越远的点，相位越落后。

（ C ）

3．已知$t = 0.5\mathrm{s}$时余弦波的波形如图所示，波速大小$u = 10\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，若此时 P 点处介质元的振动动能在逐渐增大，则波动表达式为



选择题 3 图

（A） $y = 10\cos[\pi(t + x/10)]\ \mathrm{cm}$；

（B） $y = 10\cos[\pi(t + x/10) + \pi]\ \mathrm{cm}$；

（C） $y = 10\cos[\pi(t - x/10)]$ cm；

（D） $y = 10\cos[\pi(t - x/10) + \pi]$ cm。

（ B ）

4．在同一介质中两列相干的平面简谐波的强度之比是 $I_1/I_2 = 4$，则两列波的振幅之比是

（A） $A_1/A_2 = 4$；　　（B） $A_1/A_2 = 2$；

（C） $A_1/A_2 = 16$；　　（D） $A_1/A_2 = 1/4$。　　（ B ）

5．当一平面简谐波在弹性介质中传播时，下列各结论哪一个是正确的？

（A）介质质元的振动动能增大时，其弹性势能减小，总机械能守恒；

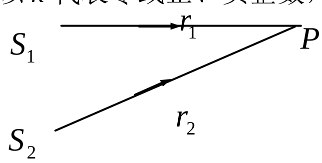
（B）介质质元的振动动能和弹性势能都作周期性变化，但两者的相位不相同；

（C）介质质元的振动动能和弹性势能的相位在任一时刻都相同，但两者的数值不相等；

（D）介质质元在其平衡位置处弹性势能最大。

（ D ）

6．如图所示，两列波长为 λ 的相干波在 P 点相遇。S_1 点的初相位是 φ_1，S_1 到 P 点的距离是 r_1；S_2 点的初相位是 φ_2，S_2 到 P 点的距离是 r_2，以 k 代表零或正、负整数，则 P 点是干涉极大的条件为：



选择题 6 图

（A） $r_2 - r_1 = k\lambda$；

（B） $\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$；

（C） $\varphi_2 - \varphi_1 + 2\pi(r_2 - r_1)/\lambda = 2k\pi$；

（D） $\varphi_2 - \varphi_1 + 2\pi(r_1 - r_2)/\lambda = 2k\pi$。

（ D ）

7. 在弦线上有一平面简谐波，其表达式为 $y_1 = 2.0\times10^{-2}\cos[100\pi(t + x/20) - 4\pi/3]$（SI），为了在此弦线上形成驻波，并且在 $x = 0$ 处为一波腹，此弦线上还应有一平面简谐波，其表达式为

（A） $y_2 = 2.0\times10^{-2}\cos\left[100\pi\left(t - \dfrac{x}{20}\right) + \dfrac{\pi}{3}\right]$（SI）；

（B） $y_2 = 2.0\times10^{-2}\cos\left[100\pi\left(t - \dfrac{x}{20}\right) + \dfrac{4\pi}{3}\right]$（SI）；

（C） $y_2 = 2.0\times10^{-2}\cos\left[100\pi\left(t-\frac{x}{20}\right)-\frac{\pi}{3}\right]$（SI）；

（D） $y_2 = 2.0\times10^{-2}\cos\left[100\pi\left(t-\frac{x}{20}\right)-\frac{4\pi}{3}\right]$（SI）。　（　D　）

8. 下列诸叙述中，正确的是

(A) 声波是频率在 100～10000Hz 之间的机械波；

(B) 人们用“声强级”来表示声音的强弱，所以声强级与声波的能流密度成正比；

(C) 超声波的频率高，声强大，定向传播性能好；

(D) 次声波的特点是频率低，波长长，在大气中传播时衰减很快。　（　C　）

二、填空题

1．*A*、*B* 是简谐波波线上的两点。已知，*B* 点的相位比 *A* 点落后$\pi/3$，*A*、*B* 两点相距 0.5m，波的频率为 100Hz，则该波的波长 $\lambda =$ __3__ m，波速 $u =$ __300__ $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$。

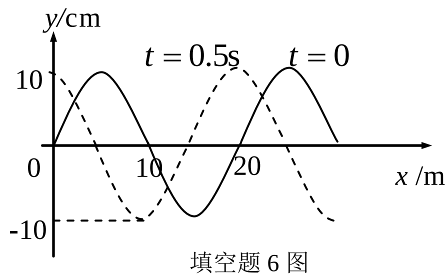
2．一列平面简谐波沿 *Ox* 轴正向无衰减地传播，波的振幅为2×10^{-3} m，周期为 0.01s，波速为$400\mathrm{m\cdot s^{-1}}$。当$t=0$时 *Ox* 轴原点处的质元正通过平衡位置向 *y* 轴的正方向运动，则该简谐波的波动表达式为 $y = 2\times10^{-3}\cos(200\pi t-\frac{\pi}{2}x-\frac{\pi}{2})$ (SI)

3．已知某平面简谐波的波源的振动表达式为 $y = 0.06\sin\frac{1}{2}\pi t$（SI），波速为$2\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，则离波源 5m 处质点的振动表达式为 $y = 0.06\sin(\frac{\pi}{2}t-\frac{5\pi}{4})$ (SI)　。

4．机械波从一种介质进入另一种介质，波长λ，频率ν，周期 T 和波速u诸物理量中发生改变的为u，λ，保持不变的为ν，T。

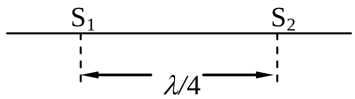
5．在截面积为 *S* 的圆管中，传播一平面简谐波，其波动表达式为$y = A\cos(\omega t-2\pi x/\lambda)$，管中波的平均能量密度是$\overline{w}$，则通过截面积 *S* 的平均能流是$\frac{\omega}{2\pi}\lambda\overline{w}S$。

6．一平面简谐波在两个不同时刻的波形如图所示，且已知周期$T\geq1\mathrm{s}$，则由波形图可求得：波的振幅 *A*＝__10cm__，波长λ＝__20cm__，波速u＝__10 $cm\cdot s^{-1}$__，周期 *T* ＝__2s__，频率 ν＝__0.5 s^{-1}__，波动表达式 *y* ＝ $10\cos[\pi(t+x/10)+3\pi/2]$ cm。



填空题 6 图

7．如图所示，S_1，S_2为相干波源，相距 1/4 波长，S_1的相位较S_2超前$\pi/2$。设强度均为I_0的两波源分别发出两列波，沿S_1S_2连线上传播，强度保持不变。则S_2外侧各点合成波的强度为__$4I_0$__；S_1外侧各点合成波的强度为__0___。



填空题 7 图

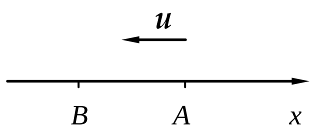
8．正在报警的警钟，每隔 0.5s 钟响一声，一声接一声地响着。有一个人在以$60\mathrm{km\cdot h^{-1}}$的速度向警钟所在地接近的火车中，则这个人在 5 分钟内听到___629___响。空气中的声速为$340\mathrm{m\cdot s^{-1}}$。

三、计算题

1．如图，一平面简谐波在介质中以速度$u=20\mathrm{m\cdot s^{-1}}$沿 Ox 轴负方向传播，已知 A 点的振动表达式为 $y=3\cos 4\pi t$（SI），试求：

（1）以 A 点为坐标原点写出波动表达式；

（2）以距 A 点 5m 处的 B 点为坐标原点，写出波动表达式。



计算题 1 图

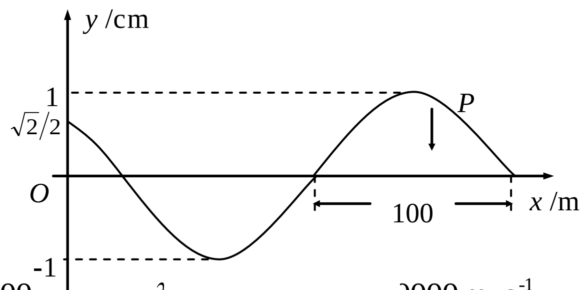
解：（1） $y=A\cos\omega(t+\dfrac{x}{u})=3\cos 4\pi(t+\dfrac{x}{20})$ (SI)

（2） $y=A\cos\omega(t+\dfrac{x}{u})=3\cos 4\pi(t+\dfrac{x-5}{20})$ (SI)

2．如图所示, 一平面简谐波在$t=0$时刻的波形图，设此简谐波的频率为 250Hz，且此时质点 P 的运动方向向下，求

（1）该波的波动表达式；

（2）在距原点为 100m 处质点的振动表达式与振动速度表达式。



计算题 2 图

解：（1） $y=A\cos[\omega(t+\dfrac{x}{u})+\varphi]$

$A=0.01\mathrm{m}$， $\omega=2\pi\nu=2\pi\times 250=500\pi$， $u=\lambda\nu=$ 　0000 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$y|_{\substack{t=0\\x=0}}=A\cos\varphi$， $\dfrac{\sqrt{2}}{2}=1\times\cos\varphi$， $\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$， $\varphi=\pm\dfrac{\pi}{4}$， 取 $\varphi=\dfrac{\pi}{4}$

波动表达式 $y=0.01\cos[500\pi(t+\dfrac{x}{50000})+\dfrac{\pi}{4}]$ (S I

（2）上式中，令 $x=100$

$y=0.01\cos[500\pi(t+\dfrac{100}{50000})+\dfrac{\pi}{4}]=0.01\cos(500\pi t+\dfrac{5\pi}{4})$ (S I

$$v=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-0.01\times(500\pi)\sin(500\pi t+\frac{5\pi}{4}]=-5\pi\sin(500\pi t+\frac{5\pi}{4})\ \ (\mathrm{SI})$$

3．如图所示，两相干波源S_1、S_2，其振动表达式分别为

$$y_{10}=0.1\cos 2\pi t\ \mathrm{cm}；$$

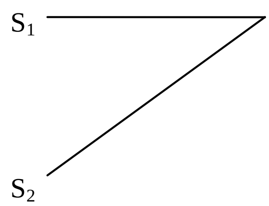
$$y_{20}=0.1\cos(2\pi t+\pi)\ \mathrm{cm}$$

它们在 P 点相遇。已知波速$u=20\mathrm{cm}\cdot\mathrm{s}^{-1}, PS_1=40\mathrm{cm}, PS_2=50\mathrm{cm}$，试求：

（1）两列波的波函数；

（2）两列波传播到 P 点的相位差；

（3）干涉后 P 点的振动是加强还是减弱。



计算题 3 图

解：（1）$y_1=0.1\cos 2\pi(t-\frac{x}{20})\ \mathrm{cm}$ $\qquad y_2=0.1\cos[2\pi(t-\frac{x}{20})+\pi]\ \mathrm{cm}$

（2）$y_{1P}=0.1\cos 2\pi(t-\frac{40}{20})=0.1\cos(2\pi t-4\pi)$

$$y_{2P}=0.1\cos[2\pi(t-\frac{50}{20})+\pi]=0.1\cos(2\pi t-4\pi)$$

相位差： $\Delta\varphi=0$

（3） P 点振动加强。

4．一弦线的驻波的波函数为$y=2\cos 0.16x\cos 750t$，式中长度以厘米为单位，时间以秒为单位。试问：

（1）组成此驻波的两列波的振幅及波速各为多少？

（2）相邻两波节间的距离为多大？

（3）$t=2\times10^{-3}\mathrm{s}$ 时刻、位于$x=5.0\mathrm{cm}$处的质点的振动速度为多大？

解（1） $y=2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\frac{2\pi}{T}t$

$$A=1.0\mathrm{cm}\quad \frac{2\pi}{\lambda}=0.16\quad \lambda=39.3\mathrm{cm}$$

$$\frac{2\pi}{T}=750\quad T=\frac{2\pi}{750}\mathrm{s}\quad u=\frac{\lambda}{T}=4.7\times10^{3}\mathrm{cm}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

（2）$\Delta x=\frac{\lambda}{2}=19.6\mathrm{cm}$

（3）$v=\frac{\partial y}{\partial t}=-1.39\times750\sin 750t=-1.04\times10^{3}\mathrm{cm}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

第五章 真空中的静电场

班号________________________________ 学号__________________________________ 姓名
日期____

一、选择题

1．下列几个说法中哪一个是正确的：

（A）电场中某点电场强度的方向，就是将点电荷放在该点所受电场力的方向；

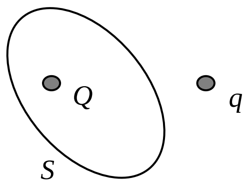
（B）在以点电荷为中心的球面上，由该点电荷所产生的电场强度处处相同；

（C）电场强度方向可由 $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{F}/q$ 定出，其中 q 为试验电荷的电量，q 可正、可负，$\boldsymbol{F}$ 为试验电荷所受的电场力；

（D）以上说法都不正确。

(C)

2．点电荷 Q 被曲面 S 所包围，从无穷远处引入另一个点电荷 q 至曲面外一点，如图所示，则引入前、后



选择题 2 图

（A）曲面 S 上的 Φ_e 不变，各点电场强度也不变；

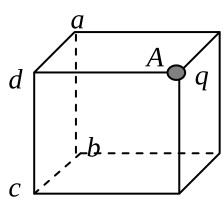
（B）曲面 S 上的 Φ_e 变化，而各点电场强度不变；

（C）曲面 S 上的 Φ_e 变化，各点电场强度也变化；

（D）曲面 S 上的 Φ_e 不变，而各点电场强度变化。

(D)

3．如图所示，一带电量为 q 的点电荷位于立方体的 A 角上，则通过侧面 $abcd$ 的电场强度通量等于



选择题 3 图

（A）$\dfrac{q}{6\varepsilon_0}$； B）$\dfrac{q}{12\varepsilon_0}$ ； （C）$\dfrac{q}{24\varepsilon_0}$； （D）$\dfrac{q}{48\varepsilon_0}$。

(C)

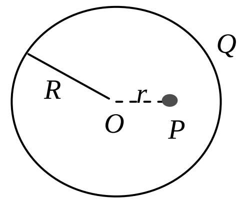
4．半径为 R 的均匀带电球面，若其电荷面密度为 σ，则在球外距离球面 R 处的电场强度大

小为

（A）$\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$；（B）$\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$；（C）$\dfrac{\sigma}{4\varepsilon_0}$；（D）$\dfrac{\sigma}{8\varepsilon_0}$。

（ C ）

5．半径为 R 的均匀带电球面，总带电量为 Q，设无穷远处的电势为零，则距离球心为 r $(r \le R)$ 的 P 点处的电场强度的大小和电势为



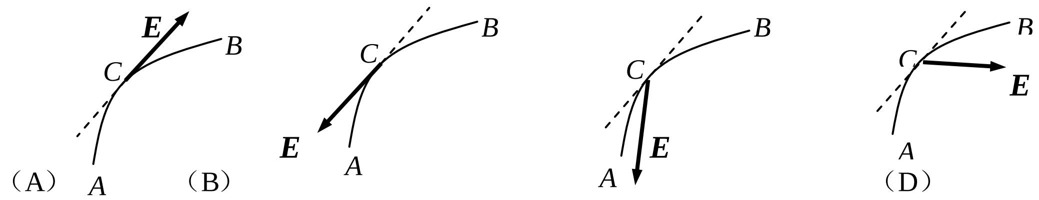
选择题 5 图

（A）$E=0$，$V=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$；（B）$E=0$，$V=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$；

（C）$E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$，$V=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$；（D）$E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$，$V=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$。

（ B ）

6．一个带正电荷的质点，在电场力的作用下从 A 点经 C 点运动到 B 点，其运动轨道如图所示。已知质点运动的速率是递增的，下面关于 C 点电场强度方向的四个图示中正确的是



选择题 6 图

（ D ）

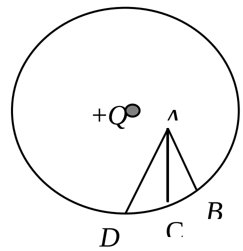
7．在一个点电荷+Q 的电场中，一个试验电荷$+q_0$从 A 点分别移到 B、C、D 点，B、C、D 三点均在以+Q 为圆心的圆周上，如图所示，则电场力做功是

(A) 从 A 点到 B 点电场力做功最大；

(B) 从 A 点到 C 点电场力做功最大；

(C) 从 A 点到 D 点电场力做功最大；

(D) 电场力做功一样大。



选择题 7 图

（ D ）

8．在静电场中，有关静电场的电场强度与电势之间的关系，下列说法中正确的是

(A) 电场强度大的地方电势一定高；

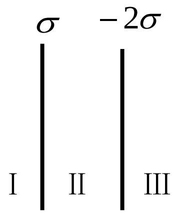
(B) 电场强度相等的各点电势一定相等；

(C) 电场强度为零的点电势不一定为零；

(D) 电场强度为零的点电势必定为零。　　　　　　（　 C　　　）

二、填空题

1．两块“无限大”的均匀带电平行平板，其电荷面密度分别为 $\sigma(\sigma>0)$ 及 -2σ，如图所示，试写出各区域的电场强度 $\boldsymbol{E}$：



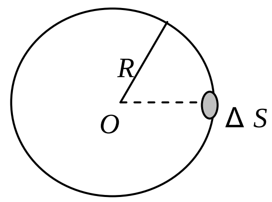
填空题 1 图

Ⅰ区 $\boldsymbol{E}$ 的大小 $\underline{\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$，　向右；

Ⅱ区 $\boldsymbol{E}$ 的大小 $\underline{\dfrac{3\sigma}{2\varepsilon_0}}$，　向右；

Ⅲ区 $\boldsymbol{E}$ 的大小 $\underline{\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$，　向左　。_

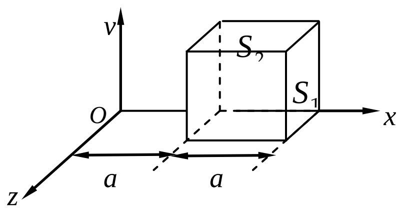
2．如图所示，真空中有一半径为 R 的均匀带电球面，总带电量为 $Q(Q>0)$。今在球面上挖去非常小的一块面积 ΔS（连同电荷），且假设挖去后不影响原来的电荷分布，则挖去 ΔS 后球心处电场强度的大小 $E=\underline{\dfrac{Q\Delta S}{16\pi^2\varepsilon_0 R^4}}$，其方向为 <u>指向被挖去的小块 处</u>。



填空题 2 图

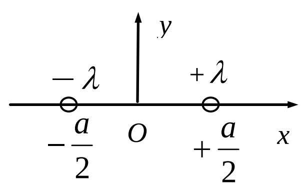
3．在“无限大”的均匀带电平板附近，有一点电荷 q，沿电场线方向移动距离 d 时，电场力作的功为 W，则平板上的电荷面密度 $\sigma=\underline{\dfrac{2\varepsilon_0 A}{qd}}$。

4．真空中，沿 Ox 轴正方向分布着电场，电场强度为 $\boldsymbol{E}=bx\boldsymbol{i}$（$b$ 为正的常量）。如图所示，作一边长为 a 的正方形高斯面，则通过高斯面右侧面 S_1 的电通量 $\Phi_1=\underline{2a^3b}$，通过上表面 S_2 的电通量 $\Phi_2=$____0____，立方体内的净电荷为 $Q=\underline{\varepsilon_0 a^3 b}$。



填空题 4 图

5．一半径为 R 的均匀带电球面，带电量为 Q，若规定该球面上电势为零，则球面外距球心



填空题 6 图

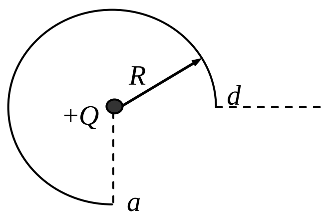
为 r 处的 P 点处，其电势 $V_{\rm P}=\underline{\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{R}\right)}$。

6．如图所示，有两根与纸面垂直的无限长均匀带电直线，其电荷线密度分别为＋λ 和－λ，分别位于 x＝＋$a/2$ 及 $x=-a/2$ 处。Oy 轴上任意一点的电场强度大小为 $\underline{\dfrac{2a\lambda}{\pi\varepsilon_0\left(4y^2+a^2\right)}}$，方向为<u>沿 *Ox* 轴负向</u>。

7．把一个均匀带电量+Q 的球形肥皂泡由半径 r_1 吹胀到 r_2，则半径为 R（$r_1<R<r_2$）的高斯球面上任一点的电场强度大小 E 由 $\underline{\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}}$ 变为________0________；

电势 V 由 $\underline{\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}}$ 变为 $\underline{\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}}$（选无穷远处为电势零点）。

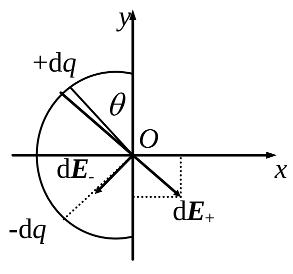
8．如图所示，电量为 q 的试验电荷，在电量为+Q 的点电荷产生的电场中，沿半径为 R 的 3/4 圆弧轨道由 a 点移到 d 点，电场力做功为________0________，再从 d 点移到无穷远处的过程中，电场力做功为 $\underline{\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R}}$。

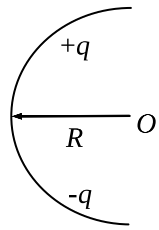


填空题 8 图

三、计算题

1．一绝缘细棒弯成半径为 R 的半圆形，其上半段均匀带电量$+q$，下半段均匀带电量$-q$，如图所示。求圆心处的电场强度。





计算题 1 图

解：在圆弧上取 $dq=\lambda dl=\lambda R d\theta$　　其中 $\lambda=q\Big/\dfrac{\pi R}{2}$

$$dE_+=\frac{\lambda R d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

同理，$\mathrm{d}E_- = \dfrac{\lambda R\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$

由对称性可知：圆心处电场强度 $\boldsymbol{E}$ 沿 Ox 轴方向分量为 0。

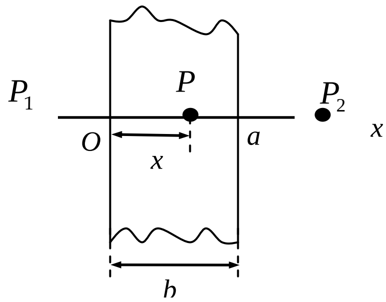
所以 $E = E_y = 2\int \mathrm{d}E_+ \cos\theta = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\lambda\cos\theta\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R} = \dfrac{q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}$ 沿 y 轴反向。

2．如图所示，一厚为 b 的“无限大”带电平板，其电荷体密度分布为 $\rho = kx(0 \le x \le b)$，式中 k 为一正的常量。求

（1）平板外两侧任一点 P_1 和 P_2 处的电场强度大小；

（2）平板内任一点 P 处的电场强度；

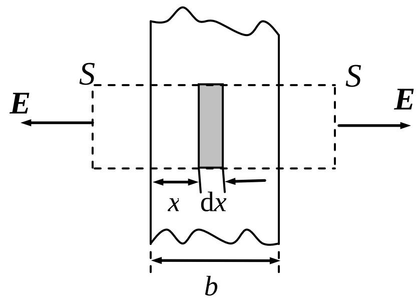
（3）电场强度为零的点在何处？



计算题 2 图

解：（1）由对称性分析可知，平板外两侧电场强度大小处处相等、方向垂直于平面且背离平面。设电场强度大小为 E

作一柱形高斯面垂直于平面。其底面大小为 S，如图所示。



按高斯定理：$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \sum q/\varepsilon_0$，

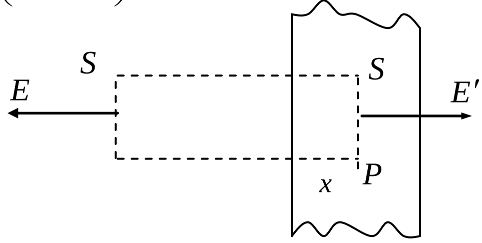
即 $2SE = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\int_0^b \rho S\mathrm{d}x = \dfrac{kS}{\varepsilon_0}\int_0^b x\mathrm{d}x = \dfrac{kSb^2}{2\varepsilon_0}$

得到：$E = \dfrac{kb^2}{4\varepsilon_0}$ （板外两侧）

（2）过 P 点垂直平板作一柱形高斯面，底面为 S。设该处电场强度为 E'，如图所示。按高斯定理有：

$$(E' + E)S = \frac{kS}{\varepsilon_0}\int_0^x x\mathrm{d}x = \frac{kSx^2}{2\varepsilon_0}, \qquad 得\ E' = \frac{k}{2\varepsilon_0}\left(x^2 - \frac{b^2}{2}\right) \qquad (0 \le x \le b)$$

（3）$E' = 0$，必须是 $x^2 - \dfrac{b^2}{2} = 0$，可得 $x = \dfrac{b}{\sqrt{2}}$.



3．一半径为 R 的带电球体，其电荷体密度分布为

$\rho = \dfrac{qr}{\pi R^4}$ （$r \le R$） （q 为一正的常量）

$\rho = 0$ （$r > R$）

试求：（1）带电球体的总电量；

（2）球内、外各点的电场强度；

（3）球内、外各点的电势。

解：（1） $\mathrm{d}q = \rho\mathrm{d}V = qr \cdot 4\pi r^2\mathrm{d}r / \pi R^4 = 4qr^3\mathrm{d}r / R^4$

$$Q = \int_V \rho\mathrm{d}V = \left(4q / R^4\right)\int_0^R r^3\mathrm{d}r = q$$

（2）在球内作半径为r_1的高斯面，有

$$4\pi r_1^{\,2}E_1 = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^{r_1}\frac{qr}{\pi R^4}4\pi r^2\mathrm{d}r = \frac{qr_1^{\,4}}{\varepsilon_0 R^4} \qquad \text{得} \qquad E_1 = \frac{qr_1^{\,2}}{4\pi\varepsilon_0 R^4} \qquad （r_1 \le R）$$

在球体外作半径为r_2的高斯面，有

$$4\pi r_2^{\,2}E_2 = q/\varepsilon_0 \ ， \qquad \text{得} \quad E_2 = q/4\pi\varepsilon_0 r_2^{\,2} \qquad （r_2 \ge R）$$

（3）球内电势

$$U_1 = \int_{r_1}^R \boldsymbol{E}_1 \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} + \int_R^\infty \boldsymbol{E}_2 \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{r_1}^R \frac{qr^2}{4\pi\varepsilon_0 R^4}\mathrm{d}r + \int_R^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r = \frac{q}{12\pi\varepsilon_0 R}\left(4 - \frac{r_1^{\,3}}{R^3}\right) \quad （r_1 < R）$$

球外电势

$$U_2 = \int_{r_2}^\infty \boldsymbol{E}_2 \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{r_2}^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} \qquad （r_2 \ge R）$$

4．盖革计数管由一内直径为 2cm 的金属长圆筒，以及在其中央的一根直径为 0.134mm 的金属细丝构成。如果在金属丝与圆筒之间加上 850V 的电压，试分别求金属丝表面处和金属圆筒内表面处的电场强度的大小。

解：设金属细丝半径为 R_1，金属圆筒的内半径为 R_2，作半径为r的（$R_1 < r < R_2$）同轴高斯圆柱面，按高斯定理可得

$$2\pi rE = \lambda/\varepsilon_0$$

λ为金属细丝上电荷线密度, 则

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \qquad （R_1 < r < R_2）$$

电场方向沿半径指向圆筒。导线与圆筒间电势差为

$$U_{12} = \int_{R_1}^{R_2} E\mathrm{d}r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1} \qquad \text{则} \quad E = \frac{U_{12}}{r\ln\left(R_2/R_1\right)}$$

代入数值可得

（1）导线表面处 $E_1 = \dfrac{U_{12}}{R_1\ln\left(R_2/R_1\right)} = \dfrac{850}{\dfrac{0.134\times10^{-3}}{2}\ln\dfrac{2\times10^{-2}/2}{0.134\times10^{-3}/2}} = 2.54\times10^6\,\mathrm{V\cdot m^{-1}}$

（2）圆筒内表面处

$$E_2 = \frac{U_{12}}{R_2\ln\left(R_2/R_1\right)} = \frac{850}{\dfrac{2\times10^{-2}}{2}\ln\dfrac{2\times10^{-2}/2}{0.134\times10^{-3}/2}} = 1.7\times10^4\,\mathrm{V\cdot m^{-1}}$$

第六章 静电场中的导体和电介质

班号______________________________ 学号________________________________ 姓名
日期____

══

═

一、选择题

1．当一个带电导体达到静电平衡时：
（A）导体表面上电荷密度较大处电势较高；
（B）导体表面曲率较大处电势较高；
（C）导体内部的电势比导体表面的电势高；
（D）导体内任一点与其表面上任一点的电势差等于零。

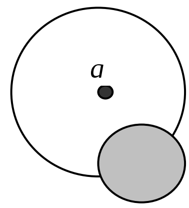
（ D ）

2．选无穷远处为电势零点，半径为 R 的导体球带电后，其电势为U_0，则球外离球心距离为r处的电场强度的大小为

（A） $\dfrac{R^2V_0}{r^3}$；　　（B） $\dfrac{V_0}{R}$；　　（C） $\dfrac{RV_0}{r^2}$；　　（D） $\dfrac{V_0}{r}$。

（ C ）

3．在一点电荷产生的静电场中，一块电介质如图放置。以点电荷所在处为球心做一球形闭合面，则对此球形闭合面：
（A）高斯定理成立，且可用它求出闭合面上各点的电场强度；
（B）高斯定理成立，但不能用它求出闭合面上各点的电场强度；
（C）由于电介质不对称分布，高斯定理不成立；
（D）即使电介质对称分布，高斯定理也不成立。



电介质

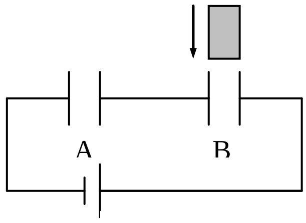
选择题 3 图

（ B ）

4．一平行板电容器，两极板相距为d，对它充电后与电源断开。然后把电容器两极板之间的距离增大到 2d，如果电容器内电场的边缘效应忽略不计，则
（A）电容器的电容增大一倍；　　（B）电容器所带的电量增大一倍；
（C）电容器两极板间的电场强度增大一倍；　　（D）储存在电容器中的电场能量增大一倍。

(D)

5．如图所示，两个同样的平行板电容器 A 和 B，串联后接在电源上，然后把一块相对介电常数为ε_r的均匀电介质插入电容器 B 中，则电容器 A 中的电场强度E_A与电容器 B 中的电场强度E_B的变化情况是



选择题 5 图

（A）E_A不变，E_B增大 ；　　　　（B）E_A不变，E_B减小；

（C）E_A减小 ，E_B增大；　　　　（D）E_A增大， E_B减小。

(D)

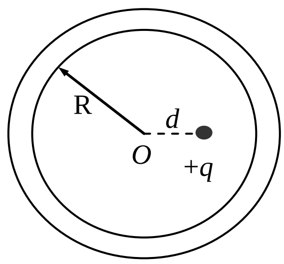
6．两个半径不同、但带电量相同的导体球，相距很远。今用一细长导线将它们连接起来，两球所带电量重新分配的结果是：

（A）各球所带电量不变；　　　　(B) 半径大的球带电量多；

（C）半径大的球带电量少；　　　　(D) 无法确定哪一个导体球带电量多。

(B)

7．一个未带电的空腔导体球壳，内半径为 R，在腔内离球心的距离为d处（$d<R$），固定一电量为$+q$的点电荷，如图所示。用导线把球壳接地后，再把接地线撤去。选无穷远处为电势零点，则球心 O 处电势为



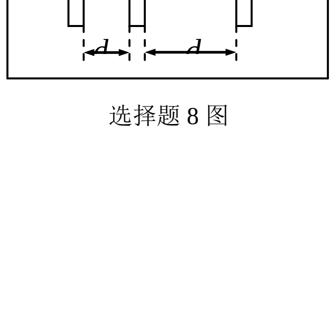
选择题 7 图

（A）0 ；　　　　（B）$\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}$ ；

（C）$\dfrac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ ；　　　　（D）$\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{d}-\dfrac{1}{R}\right)$。

(D)

8、三块互相平行的导体板，相互之间的距离d_1和d_2比板面的线度小得多，外面两板用导线连接起来。若中间板上带电，并假设其左、右两面上电荷面密度分别为σ_1和σ_2，如图所示。则σ_1/σ_2比值为

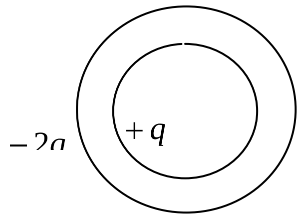

选择题 8 图

（A）$\dfrac{d_1}{d_2}$ ；　　（B）$\dfrac{d_2}{d_1}$ ；　　（C）1 ；　　（D）$\dfrac{{d_2}^2}{{d_1}^2}$ 。

（　　B　　）

二、填空题

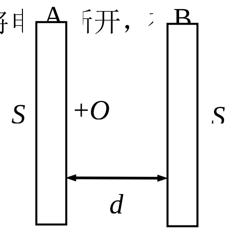
1．如图所示，两同心导体球壳，内球壳带电量$+q$，外球壳带电量$-2q$。静电平衡时，外球壳的内表面带电量为$\underline{-q}$；外表面带电量为$\underline{-q}$。



填空题 1 图

2．两个点电荷在真空中相距为r_1时相互作用力等于它们在某一“无限大”各向同性均匀电介质中相距为r_2时的相互作用力，则该电介质的相对介电常数$\varepsilon_r = \underline{\dfrac{{r_1}^2}{{r_2}^2}}$。

3．一空气平行板电容器，两极板间距为d，充电后板间电压为V_0，然后将电[illegible]开，[illegible]板间平行地插入一厚度为$\dfrac{d}{3}$的金属板，则板间电压变为$V = \underline{\dfrac{2}{3}U_0}$。

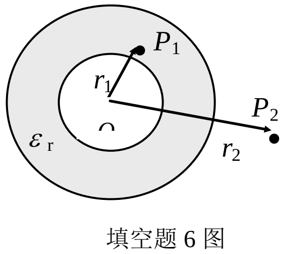


填空题 4 图

4．如图所示，把一块原来不带电的金属板 B，移近一块已带有正电荷 Q 的金属板 A，平行放置。设两板面积都是 S，板间距离d，忽略边缘效应。当 B 板不接地时，两板间电势差V_{AB} ＝ ______________4$\underline{\dfrac{Qd}{2\varepsilon_0 S}}$。B 板接地时，两板间电势差$V'_{AB}$＝$\underline{\dfrac{Qd}{\varepsilon_0 S}}$。–

5．半径为R_1和R_2的两个同轴金属圆筒，其间充满着相对介电常数为ε_r的均匀电介质。设两圆筒上单位长度带电量分别为$+\lambda$和$-\lambda$，则介质中电位移矢量的大小 $D=\underline{\dfrac{\lambda}{2\pi r}}$，电场强度的大小 $E=\underline{\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}}$。

6．带电量为Q_0的导体球外部，有一层相对介电常数为ε_r的介质球壳，如图所示。在介质球壳内、外分别有两点P_1、P_2，且

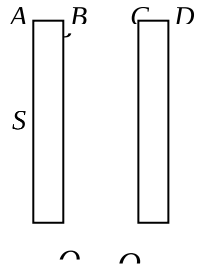


填空题 6 图

已知$OP_1 = r_1$、$OP_2 = r_2$，则$D_{P_1} = \underline{\dfrac{Q_0}{4\pi r_1^2}}$，$D_{P_2} = \underline{-\dfrac{Q_0}{4\pi r_2^2}}$，

$E_{P_1} = \underline{\dfrac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r_1^2}}$，$E_{P_2} = \underline{\dfrac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}}$。

7．如图所示，两块很大的导体平板平行放置，面积都是 S，两导体平板带电量分别是Q_1和Q_2。若不计边缘效应，则 A、B、C、D 四个表面上的电荷面密度分别是 $\sigma_A = \underline{\dfrac{Q_1+Q_2}{2s}}$，$\sigma_B = \underline{\dfrac{Q_1-Q_2}{2s}}$，$\sigma_C = \underline{-\dfrac{Q_1-Q_2}{2s}}$，$\sigma_D = \underline{\dfrac{Q_1+Q_2}{2s}}$。

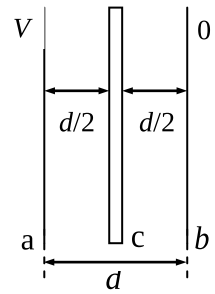


填空题 7 图

8．一平行板电容器，充电后与电源保持联接，然后使两极板间充满相对介电常数为ε_r的各向同性均匀电介质，这时两极板上的电量是原来的$\underline{\varepsilon_r}$倍；电场强度是原来的$\underline{\quad 1 \quad}$倍；电容量是原来的$\underline{\varepsilon_r}$倍；电场能量是原来的$\underline{\varepsilon_r}$倍。

三、计算题

1．两块相互平行的导体板a和b，板面积均为S，相距为d，两板的电势分别维持在U和0，现将第三块带有电荷q的相同导体板c，平行地插在两极板a、b的正中间。求c板的电势。（设两极板a、b间的距离远小于板的线度，c板厚度不计，并且忽略边缘效应。）



计算题 1 图

解：电荷重新分布后，设c板左侧面带电荷为$-q_1$，右侧面带电荷$+q_2$，但电荷总和不变，即

$$q = -q_1 + q_2 \qquad (1)$$

此时（可用高斯定理证明），a板上带电荷为＋q_1，b板上带电荷为$-q_2$

设c板电势为U_c，则a、c板之间电势差为

$$U - U_c = E_1 \frac{d}{2}$$

a 、 c 板之间电场强度大小为

$$E_1=\frac{q_1}{\varepsilon_0 S}$$

所以 $U-U_c=\left(\frac{q_1}{\varepsilon_0 S}\right)\frac{d}{2}$

由此得 $$q_1=\frac{2\varepsilon_0 S}{d}\left(U-U_c\right) \qquad （2）$$

同理可得 c 、 b 板之间电势差为

$$U_c=\left(\frac{q_2}{\varepsilon_0 S}\right)\frac{d}{2}$$

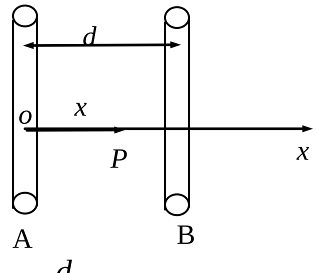
由此得 $$q_2=\frac{2\varepsilon_0 S}{d}U_c \qquad （3）$$

将（2)、(3）代入（1）化简得 c 板之电势为

$$U_c=\frac{1}{2}\left(U+\frac{d}{2\varepsilon_0 S}q\right)$$

2．半径为 a 的两根无限长平行直导线，它们之间的距离为 d ，且 $d>>a$ ，若导线带电，可认为电荷均匀分布，试求导线单位长度的电容。

2．解：设两平行长直导线 A、B，单位长度上分别带电量 $+\lambda$ 和 $-\lambda$ ，如图所示，离 Ox 轴原点为 x 处一点 P 的电场强度为



$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}+\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-x)}$$

则两导线之间电势差为

$$U_{\rm A}-U_{\rm B}=\int_a^{d-a}\boldsymbol{E}\cdot{\rm d}\boldsymbol{l}=\int_a^{d-a}[\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}+\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-x)}]{\rm d}x$$

$$=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}[\ln x-\ln(d-x)]\Big|_a^{d-a}=\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-a}{a}\approx\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d}{a} \qquad (d>>a)$$

所以两导线单位长度的电容为

$$C=\frac{\lambda}{U_{\rm A}-U_{\rm B}}=\frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{d}{a}}$$

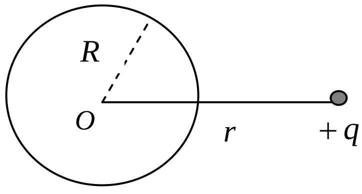
3．如图所示，在一不带电的金属球旁，有一点电荷 $+q$ ，金属球半径为 R ，点电荷 $+q$ 与金属球心的间距为 r ，试求：

（1）金属球上感应电荷在球心处产生的电场强度？

（2）若取无穷远处为电势零点，金属球的电势为多少？

（3）若将金属球接地，球上的净电荷是多少

3． 解：（1）点电荷 $+q$ 使导体球产生感应电荷 $\pm q'$ 在球表面



计算题 3 图

上。球心 O 处的电场强度为$\pm q'$的电场强度$\boldsymbol{E}'$以及点电荷$+q$的场强$\boldsymbol{E}$得叠加。即

$$\boldsymbol{E}_O=\boldsymbol{E}+\boldsymbol{E}'$$

由静电平衡，$\boldsymbol{E}_O=0$，若取球心 O 为坐标原点，则$\boldsymbol{E}'=-\boldsymbol{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$　（$\hat{r}$是从 O 指向电荷$+q$的单位矢量)。

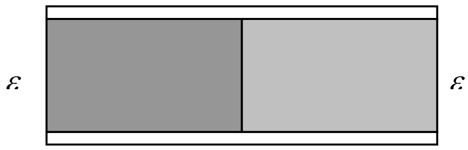
(2)静电平衡时，金属球是等势体，因此金属球的电势与球心的电势U_O相等。由电势叠加原理 $U_O=U'+U$，其中U和U'分别为q和$\pm q'$在球心产生的电势，$U=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$，$U'=0$，所以$U_O=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$。

(3)若将金属球接地，设球上留有净电荷q_1，这时$U_{球}=0=\dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R}+\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$$\therefore q_1=-qR/r$$

4．平行板电容器，两极板带电$\pm Q$，极板面积S，板间距为d，相对介电常数分别为ε_{r_1}、ε_{r_2}的电介质各充满板间的一半，如图所示。试问：

（1）两介质所对的极板上自由电荷面密度各是多少？
（2）两介质表面的极化电荷面密度各是多少？
（3）此电容器的电容量是多大？



计算题 4 图

解：（1）设两介质所对的极板上的面电荷密度分别为$\pm\sigma_1$和$\pm\sigma_2$。两极板都是导体，故两个极板电势差处处相等，即

$$E_1 d_1=E_2 d_2$$

得　$E_1=E_2$，　而　$E_1=\dfrac{\sigma_1}{\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}}$　，　$E_2=\dfrac{\sigma_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r_2}}$

$$\frac{\sigma_1}{\varepsilon_{r_1}}=\frac{\sigma_2}{\varepsilon_{r_2}} \qquad ①$$

又因为

$$\sigma_1\frac{S}{2}+\sigma_2\frac{S}{2}=Q \qquad ②$$

解① ② 得　$\sigma_1=\dfrac{2\varepsilon_{r_1}Q}{(\varepsilon_{r_1}+\varepsilon_{r_2})S}$　，　$\sigma_2=\dfrac{2\varepsilon_{r_2}Q}{(\varepsilon_{r_1}+\varepsilon_{r_2})S}$

（2）介质表面的极化电荷面密度$\sigma'=P_n=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0 E$

$$\sigma_1'=(1-\frac{1}{\varepsilon_{r_1}})\sigma_1=\frac{2Q}{(\varepsilon_{r_1}+\varepsilon_{r_2})S}(\varepsilon_{r_1}-1)$$

$$\sigma_2'=(1-\frac{1}{\varepsilon_{r_2}})\sigma_1=\frac{2Q}{(\varepsilon_{r_1}+\varepsilon_{r_2})S}(\varepsilon_{r_2}-1)$$

（3）两部分的电容分别是

$$C_1=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}S}{2d},\qquad C_2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r_2}S}{2d}$$

两电容并联，得总电容

$$C=C_1+C_2=\frac{\varepsilon_0 S}{2d}(\varepsilon_{r_1}+\varepsilon_{r_2})$$

第七章 电流与磁场

班号________ 学号________ 姓名________ 日期________

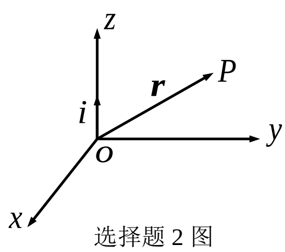
一、选择题

1．若要使半径为4×10^{-3} m的裸铜线表面的磁感应强度为7.0×10^{-5} T，则铜线中需要通过的电流为（$\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ T·m·A^{-1}）

(A) 0.14A；（B）1.4A；（C）14A；（D）2.8A。

（ B ）

2．如图所示，一个电流元$i\mathrm{d}\boldsymbol{l}$位于直角坐标系原点 O，电流沿 Oz 轴方向，空间点 P（x，y，z）的磁感应强度沿 Ox 轴的分量是



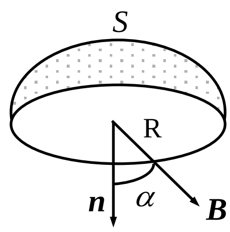
选择题 2 图

(A) 0 ；(B) $-\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{iy\mathrm{d}l}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$；

(C) $-\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{ix\mathrm{d}l}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$；(D) $-\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{iy\mathrm{d}l}{(x^2+y^2+z^2)}$。

（ B ）

3．如图所示，在磁感应强度为$\boldsymbol{B}$的均匀磁场中作一半径为 R 的半球面 S，S 边线所在平面的法线方向单位矢量$\boldsymbol{n}$与$\boldsymbol{B}$的夹角为α，则通过半球面 S 的磁通量为



选择题 3 图

(A) $\pi R^2 B$；(B) $2\pi R^2 B$；

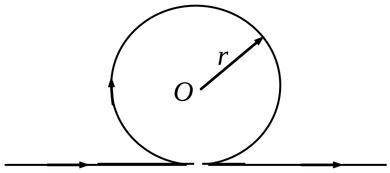
(C) $\pi R^2 B\sin\alpha$；(D) $\pi R^2 B\cos\alpha$。

（　　D　）

4．如图所示，无限长直导线在 Q 处弯成半径为 r 的圆，当通以电流 I 时，则在圆心 O 点的磁感应强度大小为

(A) $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$；　　(B) $\dfrac{\mu_0 I}{4r}$；　　(C) 0

(D) $\dfrac{\mu_0 I}{2r}(1-\dfrac{1}{\pi})$；　　(E) $\dfrac{\mu_0 I}{2r}(1+\dfrac{1}{\pi})$。



选择题 4 图

（　　D　）

5．取一闭合积分回路 L，使三根载流导线穿过它所围成的面。现改变三根导线之间的相互间隔，但不超出积分回路，则

(A) 回路 L 内的 $\sum I$ 不变，L 上各点的 $\boldsymbol{B}$ 不变；

(B) 回路 L 内的 $\sum I$ 不变，L 上各点的 $\boldsymbol{B}$ 改变；

(C) 回路 L 内的 $\sum I$ 改变，L 上各点的 $\boldsymbol{B}$ 不变；

(D) 回路 L 内的 $\sum I$ 改变，L 上各点的 $\boldsymbol{B}$ 改变。

（　B　）

6．用细软导线做成半径为 R=0.1m 的圆环，通以 I=10A 的电流。将圆环放入磁感应强度 B=1T 的均匀磁场中，设磁场方向与圆电流的磁矩方向一致，现有外力作用在导线环上，使其变成正方形，则在维持电流不变的情况下，外力克服磁场力所做的功为

(A) 1 J ；　(B) 0.314 J ；　(C) 0.247 J ；　(D) 6.74×10^{-2} J 。

（　D　）

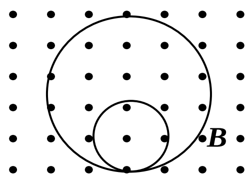
7．一匀强磁场，其磁感应强度方向垂直于纸面，两带电粒子在该磁场中的运动轨迹如图所示，则

（A）两粒子的电荷必然同号；

（B）两粒子的电荷可以同号也可以异号；

（C）两粒子的动量必然不同；

（D）两粒子的运动周期必然不同。



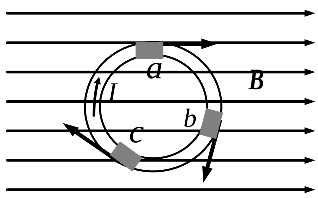
选择题 7 图

（　B　）

8．如图所示，在磁感应强度为 $\boldsymbol{B}$ 的均匀磁场中，有一圆形载流导线，a、b、c 是其上三个长度相等的电流元，则它们所受安培力大小的关系为

(A) $F_a > F_b > F_c$；　　(B) $F_a < F_b < F_c$；

(C) $F_b > F_c > F_a$；　　(D) $F_a > F_c > F_b$。

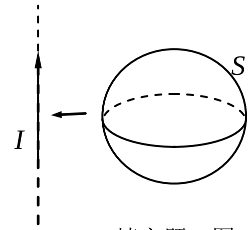


选择题 8 图

（ C ）

二、填空题

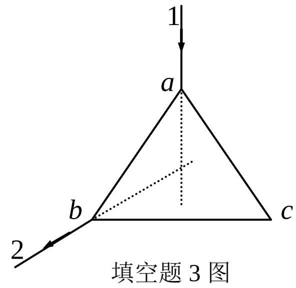
1．如图所示，在无限长载流直导线附近，闭合球面S向导线靠近，则穿过球面S的磁通量Φ_m将__不变__，面上各点的磁感应强度$\boldsymbol{B}$的大小将__增大__。（填“增大”、“不变”、“减小”。）



填空题 1 图

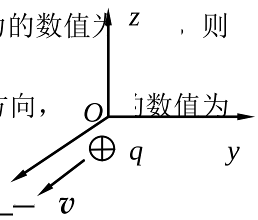
2．一长直螺线管是由直径$d = 0.2\mathrm{mm}$的漆包线密绕而成。当它通以$I = 0.5\mathrm{A}$的电流时，其内部的磁感应强度$B =$ __3.14×10^{-3} T__。(忽略绝缘层厚度)

3．电流由一长直导线 1 经过a点流入一电阻均匀分布的正三角形导线框，再由b点流出，经长直导线 2 返回电源（如图所示）。已知直导线上的电流强度为I，两直导线的延长线交于三角形的中心点O，三角框每边长为l，则O处的磁感应强度为__0__。



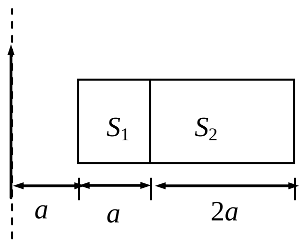
填空题 3 图

4．如图所示，一正电荷在磁场中运动，已知其速度$\boldsymbol{v}$沿Ox轴正向。（1）如果电荷不受力，则磁感强度$\boldsymbol{B}$的方向沿Ox轴。（2）如果受力的方向沿Oz轴方向，且力的数值为 ，则磁感强度$\boldsymbol{B}$的方向为__沿Oy轴正向__。（3）如果受力的方向沿Oz轴方向， 的数值为最大值的一半，则磁感强度$\boldsymbol{B}$的方向为在oxy平面内与Ox轴正向成______。



填空题 4 图

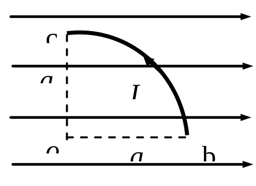
5．如图所示，在无限长直载流导线的右侧有面积为S_1和S_2的两个矩形回路。两个回路与长直载流导线在同一个平面内，并且矩形回路的一边与长直载流导线平行。则通过面积为S_1的矩形回路的磁通量与通过面积为S_2的矩形回路的磁通量之比为__1__。



填空题 5 图

6．若电子在垂直于磁场的平面内运动，均匀磁场作用于电子上的力为F，轨道的曲率半径为R，则磁感应强度的大小应为$\dfrac{1}{e}\sqrt{\dfrac{m_e F}{R}}$。设电子的电量大小为$e$，质量为$m_e$。

7．有一半径为a，流过稳恒电流为I的 1/4 圆弧形载流导



填空题 7 图

线 bc，按图所示方式置于均匀外磁场 $\boldsymbol{B}$ 中，则该载流导线所受的安培力大小为 $\underline{\ IaB\ }$ 。

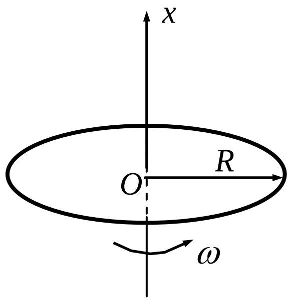
8．周长相等的平面圆线圈和正方形线圈，载有相同大小的电流。如将这两个线圈放入同一均匀磁场中，则圆线圈与正方形线圈所受最大磁力矩之比为 $\underline{\dfrac{4}{\pi}}$ 。

三、计算题

1．如图所示，半径为 R，电荷线密度为 λ ($\lambda>0$)的均匀带电的圆线圈，绕圆心且与圆平面垂直的轴以角速度 ω 转动，求

（1）圆心 O 处的磁感应强度 $\boldsymbol{B}_0$；

（2）轴线上任一点的磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 的大小及其方向。



计算题 1 图

解：电流强度为 $I=2\pi R\lambda\times\dfrac{\omega}{2\pi}$，按圆电流轴线上磁场的公式，轴线上距圆心为 x 处的磁感应强度为 $B=B_x=\dfrac{\mu_0R^3\lambda\omega}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$，

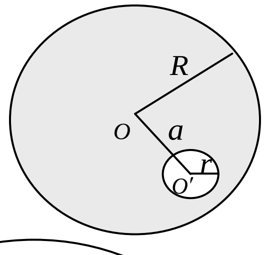
方向沿 Ox 轴正向。

圆心处 $x=0$， $B_0=B_x=\dfrac{\mu_0\lambda\omega}{2}$

2．在半径为 R 的长直金属圆柱体内部挖去一个半径为 r 的圆柱，形成一圆柱形空腔，圆柱体与圆柱形空腔两者轴线平行，其间距为 a（$a>r$），如图所示，在此导体上通以电流 I，电流在截面上均匀分布，方向平行于轴线。求：

（1）圆柱空腔轴线上磁感应强度；

（2）空腔中任一点的磁感应强度。

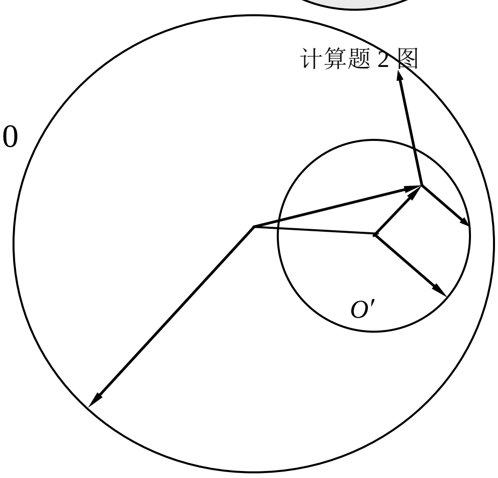


计算题 2 图

解：电流密度 $\delta=\dfrac{I}{\pi(R^2-r^2)}$

（1）O' 处磁感应强度为 $\boldsymbol{B}_1=\dfrac{1}{2}\mu_0\boldsymbol{\delta}\times\boldsymbol{a}$ ，$\boldsymbol{B}_2=0$

$\therefore\quad \boldsymbol{B}_{o'}=\boldsymbol{B}_1=\dfrac{1}{2}\mu_0\boldsymbol{\delta}\times\boldsymbol{a}$



（2）空腔内任一点的磁感应强度为

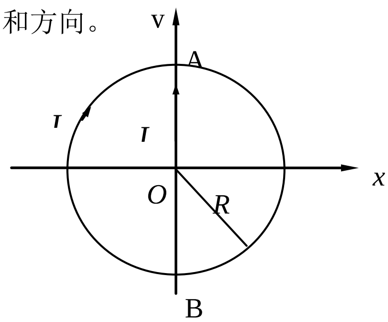
$$\boldsymbol{B}_1 = \frac{1}{2}\mu_0 \boldsymbol{\delta} \times \boldsymbol{r}_1$$

$$\boldsymbol{B}_2 = -\frac{1}{2}\mu_0 \boldsymbol{\delta} \times \boldsymbol{r}_2$$

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_1 + \boldsymbol{B}_2 = \frac{1}{2}\mu_0 \boldsymbol{\delta} \times (\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2) = \frac{1}{2}\mu_0 \boldsymbol{\delta} \times \boldsymbol{a}$$

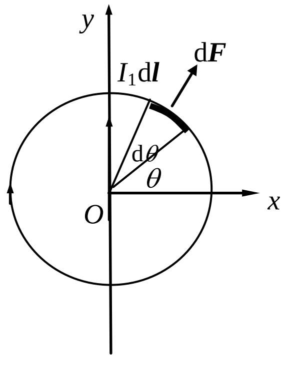
由此结果可知空腔内任意点 P 处磁感应强度与空腔轴线上 O' 处磁感应强度相同，因此空腔内为均匀磁场。

3. 半径为 R、载有电流 I_1 的导体圆环与载有电流 I_2 的长直导线 AB 共面，AB 通过圆环的一条直径且与圆环彼此绝缘，如图所示。试求圆环所受力的大小和方向。



计算题 3 图

3．解：在圆环上取电流元 $I_1\mathrm{d}\boldsymbol{l}$，受力为 $\mathrm{d}\boldsymbol{F} = I_1\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$



其方向如图所示，其大小为 $\mathrm{d}F = I_1\mathrm{d}l\ B = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2 R\mathrm{d}\theta}{2\pi R\cos\theta} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\cos\theta}\mathrm{d}\theta$

$$\mathrm{d}F_x = \mathrm{d}F\cos\theta,\quad \mathrm{d}F_y = \mathrm{d}F\sin\theta$$

$$F_x = \int \mathrm{d}F_x = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos\theta\mathrm{d}\theta}{\cos\theta} = \mu_0 I_1 I_2$$

$$F_y = \int \mathrm{d}F_y = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\sin\theta\mathrm{d}\theta}{\cos\theta} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\left[-\left(\ln\cos\theta\right)\right]_0^{2\pi} = 0$$

所以安培力的大小为 $F = F_x = \mu_0 I_1 I_2$　方向沿 Ox 轴正向

4. 如图，某瞬时在点 A 处有一个质子沿图示方向以 $10^9\ \mathrm{cm\cdot s^{-1}}$ 的速度 $\boldsymbol{v}_a$ 运动，在相距 $r = 10^{-4}\mathrm{cm}$ 的点 B 处有另一个质子同时也沿着图示方向以 $2\times10^9\ \mathrm{cm\cdot s^{-1}}$ 的速度 $\boldsymbol{v}_b$ 运动，且 $\boldsymbol{v}_a$、$\boldsymbol{v}_b$ 与 $\boldsymbol{r}$ 在同一平面内，求此瞬时在点 B 处质子所受的洛仑兹力 $\boldsymbol{F}_m$（质子带正电，

其电荷数量与电子相同）。又问点 B 处的质子是否还受电场力作用？

解： 按运动电荷的磁场公式$\boldsymbol{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{r}}{r^3}$，A 处质子以$\boldsymbol{v}_a$ 运动时，在 B 处激发的磁场为

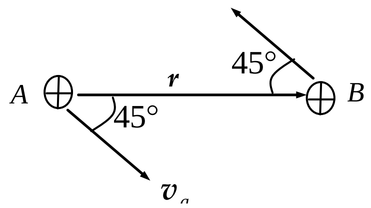
$B=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{qv_a\sin 45^\circ}{r^2}$，方向垂直纸面向外。

位于 B 处的质子所受洛仑兹力的大小为

$$F_m=qv_bB\sin 90^\circ=qv_bB=qv_b\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv_a\sin 45^\circ}{r^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q^2v_av_b\sin 45^\circ}{r^2}=3.62\times10^{-19}\,\mathrm{N}$$

方向垂直于$\boldsymbol{v}_b$与$\boldsymbol{B}$构成的平面，故在纸面上，其指向与$\boldsymbol{r}$的延长线构成45°角。

因为质子带有正电荷，它要激发电场，在电场中的质子同时要受到电场力的作用，所以在 B 处质子还同时受到 A 处质子所激发电场的电场力作用。



计算题 4 图

第八章 电磁感应与电磁场

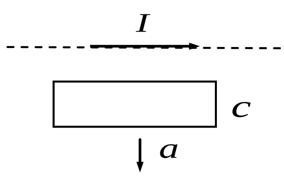
班号__________ 学号__________ 姓名__________ 日期__________

一、选择题

1．一金属闭合线圈 C 与长直电流 I 共面（如图），在此线圈 C 下落过程中，其加速度a为

(A) $a=g$； (B) $a<g$；

(C) $a>g$ ； (D) $a=0$。



选择题 1 图

（ B ）

2．若用条形磁铁竖直插入木质圆环中，则环中

(A) 产生感应电动势，也产生感应电流； (B) 产生感应电动势，不产生感应电流

(C) 不产生感应电动势，也不产生感应电流； （D）不产生感应电动势，产生感应电流

（ B ）

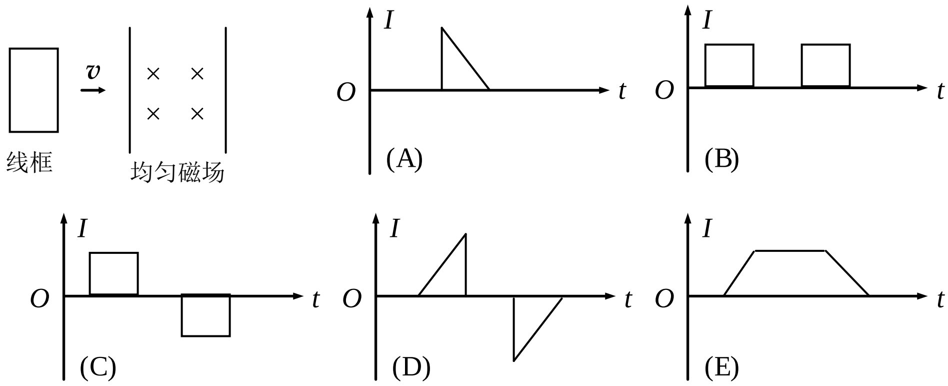
3．已知圆环式螺线管的自感系数为 L。若将该螺线管锯成两个半环式螺线管，则两个半环螺线管的自感系数

(A) 都等于 $L/2$ ；　　(B) 有一个大于 $L/2$，另一个小于 $L/2$ ；

(C) 都大于 $L/2$ ；　　(D) 都小于 $L/2$ 。

（ D ）

4．如图所示，一矩形线框（长边与磁场边界平行）以匀速 v 自左侧无场区进入均匀磁场，继而又穿出，进入右侧无场区，那么，线框中电流 I 随时间 t 的变化关系为：



选择题 4 图

（ C ）

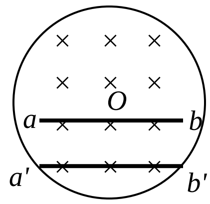
5．有两个长直密绕螺线管，长度及线圈匝数均相同，半径分别为 r_1 和 r_2。管内充满均匀介质，其磁导率分别为 μ_1 和 μ_2。设 $r_1:r_2=1:2$，$\mu_1:\mu_2=2:1$，当将两只螺线管串联在电路中通电稳定后，其自感系数之比 L_1：L_2 与磁能之比 W_{m1}：W_{m2} 分别为

(A) $L_1:L_2=1:1$，$W_{m1}:W_{m2}=1:1$；　　(B) $L_1:L_2=1:2$，　$W_{m1}:W_{m2}=1:1$；

(C) $L_1:L_2=1:2$，$W_{m1}:W_{m2}=1:2$；　　(D) $L_1:L_2=2:1$，　$W_{m1}:W_{m2}=2:1$。

（ C ）

6．在圆柱形空间内有一磁感应强度为 $\boldsymbol{B}$ 的均匀磁场，如图所示。$\boldsymbol{B}$ 的大小以速率 $\mathrm{d}B/\mathrm{d}t$ 变化，有一长度为 L_0 的金属棒先后放在磁场的两个不同位置 ab 和 $a'b'$，那么，金属棒在这两个位置时棒内的感应电动势的大小关系为



选择题 6 图

(A) $\varepsilon_{ab}=\varepsilon_{a'b'}\neq 0$；　　(B) $\varepsilon_{a'b'}>\varepsilon_{ab}$；

(C) $\varepsilon_{a'b'}<\varepsilon_{ab}$；　　(D) $\varepsilon_{ab}=\varepsilon_{a'b'}=0$。　　（ B ）

7．电磁波的电场强度 $\boldsymbol{E}$ 、磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 和传播速度 $\boldsymbol{u}$ 的关系是

(A) 三者互相垂直，而 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 位相相差 $\pi/2$ ；

(B) 三者互相垂直，而 $\boldsymbol{E}$ 、$\boldsymbol{H}$ 、$\boldsymbol{u}$ 构成右旋系统；

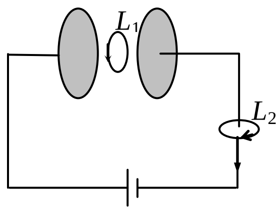
(C) 三者中 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 是同方向的，但都与 $\boldsymbol{u}$ 垂直；

(D) 三者中 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 可以是任意方向的，但都必须与 $\boldsymbol{u}$ 垂直。 （ B ）

8. 如图所示，平板电容器（忽略边缘效应）充电时，磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 沿环路 L_1、L_2 的环流中，必有：

(A) $\oint_{L_1}\boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} > \oint_{L_2}\boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$； (B) $\oint_{L_1}\boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \oint_{L_2}\boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$；

(C) $\oint_{L_1}\boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} < \oint_{L_2}\boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$； (D) $\oint_{L_1}\boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0$。



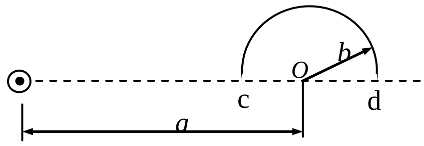
选择题 8 图

（ C ）

二、填空题

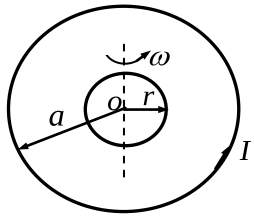
1. 一根直导线在磁感应强度为 $\boldsymbol{B}$ 的均匀磁场中以速度 $\boldsymbol{v}$ 运动切割磁力线，导线中对应于非静电力的电场强度（称作非静电性电场强度）$\boldsymbol{E}_k = \underline{\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}}$。

2. 载有恒定电流 I 的长直导线旁有一半圆环导线 cd，半圆环半径为 b，环面与直导线垂直，且半圆环两端点连线的延长线与直导线相交，如图所示。当半圆环以速度 $\boldsymbol{v}$ 沿平行于直导线的方向平移时，半圆环上的感应电动势的大小 $\underline{\dfrac{\mu_0 I v}{2\pi}\cdot\ln\dfrac{a+b}{a-b}}$ 是。



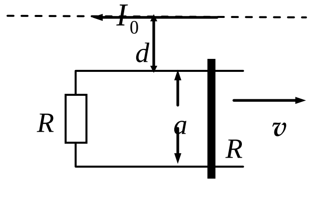
填空题 2 图

3. 如图所示，一半径为 r 的很小的金属圆环，在初始时刻与一半径为 a($a >> r$)的大金属圆环共面且同心。在大圆环中通以恒定的电流 I，方向如图，如果小圆环以角速度 ω 绕其任一方向的直径转动，并设小圆环的电阻为 R，则任一时刻 t 通过小圆环的磁通量 $\varPhi$ = $\underline{\dfrac{\mu_0 I\pi r^2}{2a}\cos\omega t}$；小圆环中的感应电流 i = $\underline{\dfrac{\mu_0 I\omega\pi r^2}{2Ra}\sin\omega t}$。



填空题 3 图

4. 如图，通有电流 I_0 的长直导线旁，有一与其共面、且相距为 d 的 U 形导轨，在导轨上有电阻为 R 的金属棒 AB，其长度为 a，以速度 $\boldsymbol{v}$ 向右沿导轨平动，不计一切摩擦，则 AB 棒上的感应电动势为 $\underline{\dfrac{\mu_0 I_0 v}{2\pi}\ln\dfrac{(a+d)}{d}}$；AB 棒所受安培力的大小为



填空题 4 图

$\dfrac{\mu_0{}^2 I_0{}^2 v}{4\pi^2 R}\left(\ln\dfrac{a+d}{d}\right)^2$，方向为指向左方。

5．自感系数 $L=0.3\text{H}$ 的长直螺线管中通以 $I=8\text{A}$ 的电流时，螺线管存储的磁场能量 W =9.6J。

6. 将条形磁铁插入与冲击电流计串联的金属环中时，有 $q=2.0\times10^{-5}C$ 的电荷通过电流计。若连接电流计的电路总电阻 $R=25\Omega$，则穿过环的磁通量的变化 $\Delta\Phi=$ 5×10^{-4}Wb。

7．由半径为 r 的两块圆板组成的平行板电容器充电后，在放电时两板间的电场强度的大小为 $E=E_0\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$，式中 E_0、R、C 均为常量。则两板间的位移电流的大小为 $-\dfrac{\pi r^2\varepsilon_0 E_0}{RC}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$；其方向与电场强度方向　相反　。

8．反映电磁场基本性质和规律的积分形式的麦克斯韦方程组为

$$\oint_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=\sum_{i=1}^{n} q_{\mathrm{i}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$\oint_L \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

$$\oint_S \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

$$\oint_L \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=\sum_{i=1}^{n} I_{\mathrm{i}}+\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}}}{\mathrm{d}t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

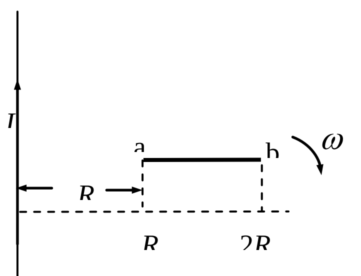
试判断下列结论是包含于或者等效于哪一个麦克斯韦方程式的，将你确定的方程式用代号填在相应结论后的空白处：

（1）变化的磁场一定伴随有电场：2　；

（2）磁感应线是无头无尾的：　3　；　　（3）电荷总伴随有电场：　1　。

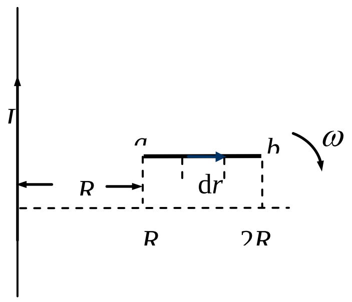
三、计算题

1．如图所示，在空气中，通有电流 I 的长直导线近旁有一长为 R 的直导线ab 与之共面，且 ab 绕 a 端在纸面内以角速度 ω 循顺时针匀速转动。a 点到直电流 I 的距离为 R。 求导线ab 垂直于直电流 I 时的电动势 $\varepsilon_{\mathrm{ab}}$，并问导线 ab 上哪一端电势高？



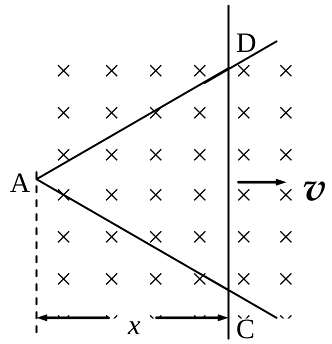
解 $\varepsilon_{ab}=\int_a^b(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\int_R^{2R}(r-R)\omega\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\sin 90^\circ\mathrm{d}r$

$$=\frac{\mu_0 I\omega}{2\pi}\int_R^{2R}\left(1-\frac{R}{r}\right)\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I\omega R}{2\pi}(1-\ln 2)$$



电动势指向为 $a\to b$，b 端电势高。

2．将等边三角形平面回路 ACDA 放在磁感应强度为 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_0 t$（其中 $\boldsymbol{B}_0$ 为常矢量）的均匀磁场中，回路平面垂直于磁场方向，如图所示。回路的 CD 段为滑动导线，以匀速 $\boldsymbol{v}$ 远离 A 端运动，且始终保持回路为等边三角形。设滑动导线 CD 到 A 端的垂直距离为 x，且初始位置为 $x=0$。试求回路 ACDA 中的感应电动势 ε 和时间 t 的关系。



计算题 2 图

解：由于磁场变化产生的感生电动势为

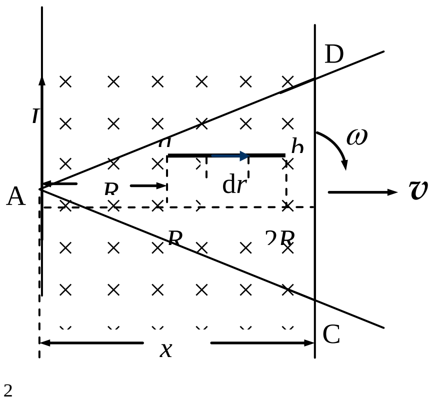
$$\varepsilon_1=-\int_S\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\int_S\frac{\mathrm{d}(B_0 t)}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}S=\int B_0\mathrm{d}S$$

$$=B_0 x^2\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}B_0 v^2 t^2$$

由于导体运动产生的动生电动势：

$$\varepsilon_2=(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot\overrightarrow{CD}=vB\cdot 2x\tan 30^\circ=\frac{2\sqrt{3}}{3}B_0 v^2 t^2$$

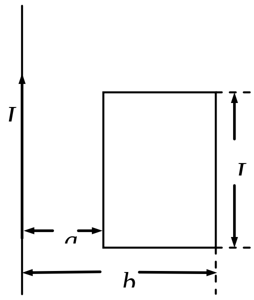
$$\therefore\ \varepsilon=\varepsilon_1+\varepsilon_2=\frac{\sqrt{3}}{3}B_0 v^2 t^2+\frac{2\sqrt{3}}{3}B_0 v^2 t^2=\sqrt{3}B_0 v^2 t^2$$



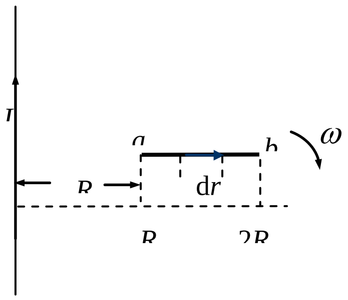
3．无限长直导线通以电流 $I=I_0\exp(-4t)$。有一与之共面的矩形线圈，其边长为 L 的长边与长直导线平行。两长边与长直导线的距离分别为 a、b，位置如图所示。

求：（1）矩形线圈内的感应电动势的大小和感应电动势的方向。

（2）导线与线圈的互感系数。



计算题 3 图



解：（1）$\mathrm{d}\Phi = \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = BL\mathrm{d}x = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}L\mathrm{d}x$

$$\Phi = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi x}L\mathrm{d}x = \frac{\mu_0 IL}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

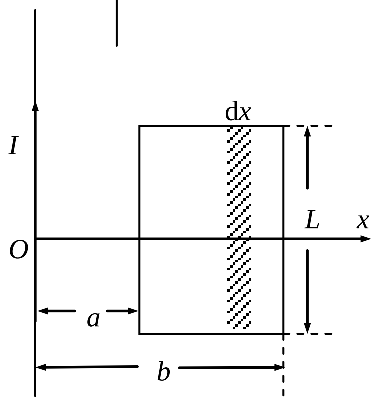
感应电动势为

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0 L}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\cdot\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

$\because\quad I = I_0\mathrm{e}^{-4t}\qquad \dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = -4I_0 e^{-4t}$

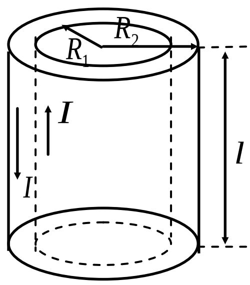
$\therefore\quad \varepsilon_i = \dfrac{2\mu_0 L I_0}{\pi}\ln\dfrac{b}{a}\mathrm{e}^{-4t}$

$\varepsilon_i > 0$，方向为顺时针。

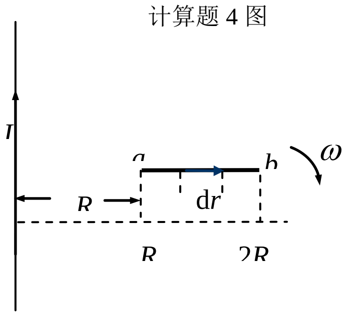


（2）$M = \dfrac{\Phi}{I} = \dfrac{\dfrac{\mu_0 LI}{2\pi}\ln\dfrac{b}{a}}{I} = \dfrac{\mu_0 L}{2\pi}\ln\dfrac{b}{a}$

4．由半径为 R_1 和 R_2 的两个薄圆筒形导体组成的电缆，在两圆筒中间填充磁导率为 μ 的均匀磁介质。电缆内层导体通电流 I，外层导体作为电流返回路径，如图所示。求长度为 l 的一段电缆内的磁场储存的能量。

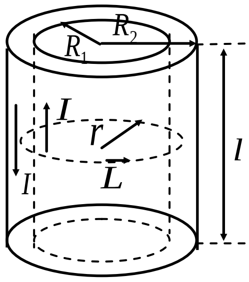


计算题 4 图



解：作半径为 r 的同轴圆为安培环路，由有介质安培环路定理

$$\oint_L \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \sum I$$



得 $2\pi rH = I \qquad (R_1 < r < R_2)$

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

$$B = \mu H = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

磁能密度为 $w_m = \dfrac{1}{2}BH = \dfrac{\mu I^2}{8\pi^2 r^2}$

体积元为 $\mathrm{d}V = 2\pi r\mathrm{d}rl$

磁场能量为 $W_m = \int_V w_m \mathrm{d}V = \int_{R_1}^{R_2} \dfrac{\mu I^2}{8\pi^2 r^2}\cdot 2\pi r\mathrm{d}rl = \dfrac{\mu I^2 l}{4\pi}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$