

# 挤出口模温度场有限元分析及实验研究

## 摘要

在挤出成型技术中，挤出口模的设计是一个重要环节，它影响着生产效率、制品精度、模具寿命、模具生产周期和模具成本等诸多因素，因而研究挤出口模的设计就显得尤为重要。由于挤出成型过程十分复杂，所涉及的问题多属流变学和热力学方面的问题。在挤出口模设计中要考虑的参数很多，如温度、压力、速度，这些参数的选择对挤出制品的产量和质量都有很重要的影响。但是在传统的口模设计中，许多参数的选择都是凭经验确定，所设计的口模要通过多次的试模和修模才能满足设计要求，这样不仅使模具的生产周期很长，而且浪费了大量材料。本文以单螺杆挤出机机头口模中的塑料熔体为研究对象，采用有限元法和计算机进行模拟分析，系统的研究了塑料熔体在挤出口模中的温度分布状态。

1.以大量国内外挤出成型技术资料为依据，对挤出口模中温度分布进行了全面了解，概括总结了温度分布的各种数值模拟计算方法，对挤出塑料中关于温度分布研究，指出了目前挤出口模温度场研究中存在的问题，确定了本文的研究重点以有限元与实验研究相结合为主要研究手段。

2.系统介绍了挤出机头中熔体流动的物理描述，提出了本文研究的假设条件，以流体力学连续方程、运动方程和能量方程为基础，根据研究对象提出了具体假设条件，对基本方程进行了分析简化，经过推导得出了计算挤出口模内速度温度分布的控制方程。

3.成功地将有限单元法、有限差分及混合法应用于塑料异型材口模温度场的数值模拟计算，解决了温度场求解过程中的一些关键性技术和算法，并实现了从二维有限元模拟到三维有限元模拟的拓展，并在此基础上用 VC++语言做了编程计算。

4.以狭长型口模为具体研究对象，通过改变挤出口模成型段长度、物料种类和螺杆转速对挤出口模中的熔体流动进行了系统研究实验，得出了口模成型长度、物料种类和螺杆转速对口模中温度的影响，由此确定了最佳挤出条件，为塑料挤出最常用的狭长口模的设计提供了理论依据，并根据测得的数据与计算机模拟的结果进行了对比验证，得到了较好的吻合。

**关键词：**挤出口模 塑料熔体 有限元分析 数值模拟

# The Numerical Simulation on Temperature Field by FEM and the Research by Experiment

## ABSTRACT

In the extrusion moulding, the research of die is an important part. With the development of the computer techniques, the computer technology is more and more used in polymer processing. For the complexity of the extrusion moulding, energetics and rheology must be used to study it. In the extrusion moulding, the quality and quantity of the products are affected violently by the distribution of the temperature, pressure and velocity. In recent years, the development of CAE(Computer Aided Engineering) in polymer processing has been remarkable, and it is expected to be more realistic in polymer processing. The aim of the present work is to develop a new computer model to study the flow of a polymer melt through the metering region of a die and in this article, a finite element method and computer program are employed.

1.the author mainly introduced the method of the numerical simulation on temperature field and it's development and application in the polymer processing. Then it's given the studying emphases and contents according to the existing problems in studying at present.

2. The melt flow in the die is physically described and the assume conditions in studying are proposed. Based on the normal continuous equation, moment equation and energy equation, the basic equation is simplified.

3.the author succeed to do the numerical simulation on temperature field by using the mix method of FEM and FDM, Then a computer program is used to simulate on temperature field in the polymer molding.

4. the result of the simulation and experimental data is compared. The present model is a combination of a previous mathematical model, a new numerical approach, and a computer program. It should be noted that most of the previous techniques were based on the use of simple numerical techniques such as the finite difference method or other methods that were not deflect the actual.. In the present proposed modes, a finite element method was selected and used in a new solution strategy. It is shown that using this method the results are closed to the actual data than those of the traditional algorithm previously.

**Key Words:** extrusion die, plastic melt, finite element analysis, numerical simulation

## 符号说明

- $\rho$  物质密度  $\text{kg/m}^3$   
 $v$  物质流速  $\text{m/s}$   
 $\nabla$  Hamilton 算子  
 $\Delta P$  压力降  $\text{MPa}$   
 $\sigma$  偏应力张量  $\text{N/m}$   
 $\Delta$  Laplace 算子  
 $\epsilon$  剪切速率  $\text{m/s}$   
 $\eta$  剪切粘度  
 $\mu$  粘度系数  
 $e$  内能密度  $\text{KJ/m}^3$   
 $\tau$  应力张量  
 $\eta_e$  拉伸粘度  
 $\beta$  聚合物熔体的流变参数  
 $E_{SZ}$  体积粘度耗散能  $\text{J}$   
 $\dot{\nu}$  应变速率  $\text{m/s}$   
 $v_i$  口模出口截面上  $i$  节点速度  $\text{m/s}$   
 $\nabla p$  压力梯度  
 $N$  出口截面上的单元节点数 个  
 $\bar{v}$  口模出口平均速度  $\text{m/s}$   
 热流密度  $q$   $\text{KJ/m}^3$   
 $\lambda$  导热系数  $\text{W/m.k}$   
 $\phi$  设计变量组  
 $T$  口模的温度  $^\circ\text{C}$   
 $\Omega$  口模区域  $\text{m}^3$   
 $T_0$  初始温度  $^\circ\text{C}$   
 $T_b$  定边界的温度  $^\circ\text{C}$

K1 口模的导热系数

h1 口模与冷却介质的热交换系数

Tc 冷却介质温度 °C

C 比热

T' 制品的温度 °C

T<sub>i</sub><sup>n</sup> 第 i 节点 n 时刻的温度 °C

W 权数

$\bar{h}$  平均对流换热系数

l 长方形口模周长 cm

$\Delta\phi$  一阶截差

$\dot{\gamma}_w$  剪切速率 cm/s

$\tau$  剪切应力

$\eta$  表观粘度

n 非牛顿指数

T 机头内熔体的温度 °C

P 机头压力 MPa

N 挤出功率 w

Q 生产能力 kg/h

V 螺杆转速 r/min

准则数:	Eu	Euler 数	$Eu = \Delta p / (\rho u^2)$
	Nu	Nusselt 数	$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda}$
	Pr	Prandtl 数	$Pr = \frac{\nu}{L}$

## 第一章 绪 论

### 1.1 前言

塑料作为四大工业材料(钢材、木材、水泥、塑料)之一。其成型方法有很多,如注塑成型(又称注射成型)、挤出成型、压延成型、吹塑成型、传递成型、热成型等。无论是哪种成型方法,其主要原理都是先将塑料塑化成能够流动的流体,然后使用模具将其定型为一定的形状,最后经过冷却(热塑性塑料)或者加热(热固性塑料)使其固化成为制品<sup>[1]</sup>。在所有的成型方法中最主要的是注塑和挤出,单从重量上讲,通过注塑和挤出成型的塑料制品已经超过了总量的 80%<sup>[2]</sup>。

在塑料成型的过程中,时时刻刻伴随着温度的变化。温度是塑料的成型加工中的一个非常关键的成型工艺参数,塑料的温度的高低直接影响着成型过程能否顺利进行;不同时刻温度场的分布情况也直接关系到最后得到的制品表现质量的好的主要原因。另外,温度变化的快慢又影响着塑料制品成型过程中的能量消耗多少和产品成型周期的长短,进而直接影响产品的生产效率和企业的经济效益。因此及时了解塑料成型过程中的温度场分布是工程中非常关心的问题。

众所周知,塑料的成型过程要靠模具来完成。然而传统的模具设计制造大都是由设计师们凭经验进行。在设计制造模具之前很难估计生产过程中不同时刻制品和模具的温度场分布,这些数据只有在试模过程中通过实验检测的方法来获得。因此实际生产中很多设计很难一次成功,这种反馈过程一般要经过多次反复才能生产出合格的制品,这样就会大大增加模具的生产周期和制造成本。简单、低档的模具和制品生产采用这种生产模式尚可,对于结构复杂的制品和精密制品,这种“亡羊补牢”式的生产模式很难奏效。因此通过一定的方法在制品生产之前得到模具温度场的分布也是工程中迫切需要的技术。随着计算机技术的不断发展,在温度分布计算中,数值方法得到了飞速发展<sup>[3]</sup>。

### 1.2 温度分布数值计算方法概述

求解温度分布的方法有解析法和数值法两种。当描述流体流动的数学模型是线性的，且口模几何形状非常规则的等截面的简单流体的流动时，可以采用解析的方法来求解。但是在实际的聚合物挤出中，聚合物熔体本身具有复杂的流变行为，且大多数口模的流道形状不规则，例如，塑料门窗异型材及汽车橡胶密封条的口模，其横截面形状非常复杂。这类问题只能采用非线性的数学模型，因此，不可能有解析解，只能采用数值方法。数值方法求解问题的基本思路是<sup>[4]</sup>：把原来在空间与时间坐标中连续的物理量的场（如速度场，温度场，浓度场等），用一系列有限个离散点上的值的集合来代替，通过一定的原则建立起这些离散点上变量值之间关系的代数方程（离散方程），求解所建立起来的代数方程以获得所求解变量的近似值。工程上关心的一般不是温度变化的方程，而是一个个离散点的温度值。数值计算方法恰恰就是将求解区域划分为若干个小块和节点，然后把原有的控制方程在各个小块和节点上进行推导，获得递推公式或方程。然后将这些方程或公式组和求解，可以获得整个求解域内各点具体的温度值。其基本过程如图 1-1 所示。

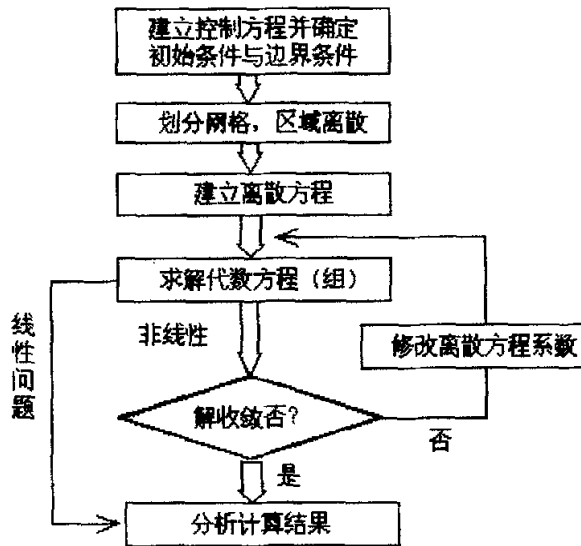


图 1-1 数值计算的基本步骤

Fig.1-1 Basic steps of numerical computation

在有关温度分布的研究中，常用数值方法有如下几种，其中有限元法是目

前使用最多的一种。

### 1、有限差分法<sup>[5]</sup> (Finite Difference Method, FDM)

有限差分法是求偏微分方程数值解的最古老的方法。其基本思想是:先将求解区域进行离散,同时将求解区域用网格线的交点(节点)所组成的点的集合来代替,对于每个节点上的热传导方程的导数项用相应的差分 and 差商来代替,从而在每个节点上可以形成一个代数方程,该方程中包括该节点和其附近节点的温度未知量,求解这些代数方程组成的方程组就可以得到各节点的温度值。

在规则的区域上的划分结构化网格时,有限差分法是非常简单而且有效的。其不足是离散方程的守恒性难以保证,而最严重的缺点是:其求解局限于规则的差分网格(正方形网格、矩形网格或者正三角形网格等),对不规则的区域适应性较差。并且这种方法只看到了节点的作用,对于把节点联系起来的单元的特性没有考虑,而这些单元正是构成整体的基本细胞,在计算过程中,单元会起到应有的贡献。

### 2、有限容积法<sup>[6]</sup> (Finite Volume Method, FVM)

有限容积法是从热传导控制方程出发,对它在控制容积上作积分,得到离散方程的一种方法。在积分过程中,需要对界面上被求函数的本身(对流通量)及一阶导数(扩散通量)的构成方式作出假设,针对不同的假设可以得到不同的格式。

该方法得到的离散方程可以保证具有守恒性(只要界面上的插值方法对位于界面两侧的控制容积是一样的即可)。有限体积法对区域形状的适应性比有限差分方法好,是目前普遍应用的方法之一。

### 3、有限单元法<sup>[7-10]</sup> (Finite Element Method, FEM)

有限单元法又称有限元法,其求解热传导方程的基本思想是:将原来在空间坐标中连续的温度场,离散成一组有限个、且按照一定方式相互联接在一起的单元的组和体,在每一个单元内部用假定的近似函数来分片的表示温度场,单元内的近似函数通常使用单元节点的温度及其插值函数来表示,这样就可以

将一个连续的无限自由度的温度场求解问题转化成为一个离散的有限自由度问题，然后通过单元及节点之间的联系建立方程组，求解后得到离散点上的温度值，然后通过插值函数得到单元内温度场的近似解，从而得到整个温度场的解。

实际上，有限元法是对古典近似计算方法的归纳和总结。它吸收了有限差分方法中的离散处理的内核，又继承了变分计算中选择插值函数(试探函数)并对区域进行积分的合理方法。插值函数是定义在单元内而不是整个区域，这样就克服了古典变分法由于不作离散而不能求解复杂问题的缺点，在有限元法中由于对单元进行积分，就充分考虑了不同单元对节点参数的不同贡献，从而克服了有限差分法中不考虑单元本身特性的缺点。

有限元法的最大优点是:对不规则几何区域的适应性好。是现在应用最为广泛的数值方法之一。本文也采用这种方法。但是该方法具有数据准备复杂和误差分析不太成熟的问题。

#### 4、有限分析法<sup>[11]</sup> (Finite Analytic Method, FAM)

有限分析法与有限差分法、有限元法一样，用一系列的网格线将计算区域进行离散，所不同的是在这种方法中，每一个节点与其相邻的网格节点组成一个计算单元，即计算单元是由一个内点和若干相邻点组成，而不单单是有网格内部进行。对于平面四边形网格，就是将一个中心点和八个相邻点组成一个计算单元，在计算单元内将非线性控制方程局部线性化，对计算单元边界上的未知函数的变化型线作出假设，把所选定的型线表达式中的常数或系数用单元节点的函数值来表示，这样在该计算单元内可以将求解问题转化为第一类边值问题，设法找出其解析解，并利用该解析式得到单元内点与相邻点之间的代数表达式，实现内点的离散。

有限差分法是 80 年代发展起来的一种数值方法，它克服了在高雷诺数下有限差分及有限容积法的数值解容易发散和振荡的缺点，但是其计算工作量大，对计算区域几何形状的适应性也比较差。

#### 5、边界元法<sup>[12][13][14]</sup> (Boundary Element Method, BEM)



边界元法是用 Green(格林)函数公式,通过选择适当的权函数把空间求解域上的偏微分方程转化成其边界上的积分方程的一种计算方法。它将求解域内任意点的求解变量与边界条件联系起来,通过离散化处理,由积分方程导出边界节点上未知量的代数方程,解出边界上的未知量后,通过边界积分方程来获得内部任意点的被求函数值。

边界元法的最大优点是:可以是求解问题的空间维数降低一阶,从而使得计算的工作量大大减少,其应用的最大限制是需要得到待求偏微分方程 Green 函数的基本解,而很多偏微分方程的 Green 函数基本解还没找到。边界元法是目前注塑模具温度场数值模拟普遍采用的数值方法。该法在求解模具温度场时将塑件用狭缝近似,容易造成病态矩阵,使数值算法产生问题;主要是温度场矩阵为对角线不占优势的满秩矩阵,直接解法占太多的内存,迭代算法有收敛问题。

#### 6、谱分析方法<sup>[16]</sup> (Spectral Method, SM)

谱分析方法是将被求解函数用有限项的级数展开表示(比如用傅里叶展开、多项式展开),待级数的各个系数确定后整个被求解的函数的近似形式就完全确定了。这种方法与前五种方法不同,在谱分析方法中要建立的方程是关于这些系数的代数方程,而不是节点上被求函数的代数方程。显然,谱分析方法求解的精度会随着级数的项数的增加而提高。通常建立未知量的代数方程的基本方法是加权余量法。即首先将近似解代入控制方程,再乘以相应的权函数,然后对整个区域作积分,并使该积分式等于零,就可以得到一个关于待定系数的代数方程。这样以系数中每一个含有待定系数的项作为权函数,就可以得到总数与待定系数数量相同的代数方程组,求解该方程组,就可以得到被求函数的近似解。

谱方法用于偏微分方程的近似解始于 20 世纪 70 年代末,其优点是可以获得高精度的解,但不适宜来编制通用程序,目前只在简单的流动和传热问题中应用的比较成功。

### 7、数值积分变换法<sup>[18]</sup> (Integral Transformation Method, ITM)

对于不具备解析解的非线性偏微分方程,设法把它的解表示成一个特征值的解和一个降维定解问题的解的组合形式。一般地说,任意一个函数都可以写成相应的特征值问题的特征值函数来表示,其中特征值采用解析方法得到,而定解问题中一般含有该问题的很多非线性因素,一般要采用数值解,这就是数值积分变换法。

这种方法是采用分析解和数值解的混合方法,其优点是:计算精度可以较高,可以实现降维,并且可以降成一个常微分方程,解法比较成熟。缺点是特征值的选取有一定的任意性,对非线性强的问题,计算工作量比较大。

### 1.3 聚合物挤出加工中有关温度分布的研究概况

在聚合物挤出加工中,对于温度分布这类问题的求解都可以借助三传方程和本构方程以及合理的边界条件,初始条件并经过适当的简化来解决的。这类问题一般难以得到解析解。通常的方法是要先将方程化为无因次的形式,再利用数值计算方法求之。这种方法作为经典已经延续了很多年。随着计算机的应用,解这类方程的求解精度越来越高。

较早从事这方面的研究的是 Brinkman。1951年,他对牛顿型流体的温度场进行了研究,几年后,美国人 Lyche 和 Bird 就服从幂律定律的非牛顿流体扩展了 Brinkman 的工作,Topper 对聚合物通过圆管的恒热生成问题进行了研究。Toor 在他的研究中,考虑了由于温度而引起的聚合物的膨胀和粘性生热问题。Gee 和 Lyon 研究了非绝热非稳态流体的温度问题,Christiansen 和 Craig 考虑了在没有热生成的情况下粘度对温度的依赖关系。Gerrardata 研究了毛细管中牛顿型流体在绝热和非绝热两种情况下的温度场。在国内,1995年柳和生等<sup>[17]</sup>利用平板模型模拟间隙漏流的方法,导出了螺杆挤出机中螺棱间隙内温度分布的近似解析解,并由此计算和比较了在不同情况下的温度分布和最高温度。1997年他等又根据已得出的速度分布完全解析解,求出了不同压力梯度下平行狭缝内塑料熔体的流率及温度分布的完全解析解<sup>[18]</sup>。1998年王喜顺<sup>[19]</sup>等采用非等温的

二维流动数学模型,研究了BMC材料在注射螺杆螺槽内的温度分布规律,找出温度分布与注射成型加工参数(螺杆转速、背压等)的关系,结果表明平均温度随螺杆转速和背压而变化。2000年唐跃<sup>[20]</sup>等对橡胶冷喂料挤出过程中轴向温度分布进行了实验研究及理论分析,计算并测定了螺杆轴向温度分布,确定了胶料沿螺杆轴向的温度变化规律,根据橡胶冷喂料挤出不同于塑料挤出熔融过程提出了粘流转变的概念。2002年张冰<sup>[21]</sup>等对挤出机L型机头中流动物料的温度场分布进行了研究,提出了计算L型机头内物料温度分布的数学模型,并据此编制了CAE软件包,利用此软件包对两种不同的挤出物料进行了计算分析。通过分析计算结果,讨论了物料性能和机头温度对L型机头内物料温度分布的影响。

由于研究者在进行理论计算过程中往往基于一两个假设,而这些假设由于不合理而产生误差,所以上述的理论计算的结果在以后的研究中往往与实测数据有出入。例如,只考虑粘性的影响而忽略弹性,所应用的本构方程在较宽范围的剪切速率和温度的变化下欠合理等,因此还有待于在这方面进行进一步的研究。

#### 1.4 本课题的内容及意义

在挤塑模设计及生产加工中,模头温度是其中的重要参数之一,各种型材生产效率、表观质量、口模成型段长度、模具强度和刚度要求等,无不与温度参数密切相关,但这一因素在实际生产中却难于测量与控制。工程实践表明:模头温度受到诸多因素的影响,例如:压力、粘度、口模几何形状等等。而描述聚合物熔体通过模头流动的温度场的变化规律,需要系统的理论与大量实践的综合知识,目前尚无准确描述在广泛流动条件范围内,模头内温度变化的准确方程。本文的研究课题就是在此基础上提出的,即在流变学基础上对口模内进行温度场分析,预测在各种模具构型中,由温度影响的流动状态,为保证模腔在熔体稳定温度条件下挤出,提供比较可靠的理论依据,这在工业生产及其它相关领域具有重要的意义。并且,通过理论和实验研究的对比探索影响模头

温度分布的规律，从而探索如何通过调节流道几何形状及结构，如何通过改变局部模头流速或压力对温度的作用，使设计的模具具有灵活性和可控性。研究结果将满足现代化挤出机生产线要求对复杂的温度、尺寸、形状等多方面的检测和自动控制系统与计算机在线检测技术相结合的需要，并推动挤出工程的发展。当然，本论文所作的研究仅仅是对这个浩大复杂工程的初步探索。要想发展和完善这个课题的研究，还需要更多的人做更多的大量的工作。

本课题是在对聚合物挤出口模中的熔体流动进行数值模拟分析，求解出口模内聚合物熔体流场中的温度场，为与实际情况相比较，本课题在进行模拟分析时还配合实验，将模拟结果与实验结果相对比，验证对挤出口模温度分布进行数值模拟的可行性和必要性。最终，达到对几种规则形状的挤出口模的温度分布状态有所了解，并对长方形口模建立温度场数学模型，为挤出机口模构型的合理设计提供理论依据。

## 第二章 挤出口模中熔体流动的基本方程及其简化假设

### 2.1 描述挤出成型的控制方程

高聚物加工过程的原理属于连续介质力学的范畴，只是高分子液体是一种特殊的非牛顿流体，表现出异常的非线性粘弹性。但它像所有材料的所有真实的物理过程一样，必然要遵守自然界普遍使用的最基本的守恒定律。在连续介质力学范畴中，这些守恒定律主要表现为质量守恒、动量守恒和能量守恒。<sup>[22]</sup>

#### ① 质量守恒方程

设无限大空间内充满液体，在固定坐标系下，任取闭曲面 A，其包围的体积为  $\forall$ ，则单位时间内 A 中包围液体的质量变化率为：

$$\dot{M} = \int \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} d\forall$$

相应通过 dA 质量流量为  $-\rho v \cdot dA$  则：

$$\dot{M} = \int \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} d\forall = \oint_A \rho v \cdot dA$$

(连续性方程的积分形式)

利用高斯定理上式可以写为：

$$\int \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho v) \right] d\forall = 0 \quad (2-1)$$

其中  $\nabla$  为 Hamilton 算符，

其显式为：

$$\nabla = \bar{x} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{y} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{z} \frac{\partial}{\partial z}$$

其中  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  分别为三个坐标轴方向的单位矢量。

$\forall$  域为无限大空间中任取一域，故 (2-1) 积函数应为零：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho v) = 0$$

上式为连续性方程的微分式。

或者利用公式得到:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \nabla \rho + \rho \nabla v = 0$$

或者为:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla v = 0$$

其中  $\rho$  是  $\frac{D\rho}{Dt}$  对时间的物质导数。

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \nabla \rho$$

对于稳定流动  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ , 则

$$\nabla(\rho v) = 0$$

则对于不可压缩流体的稳定流动,  $\rho = \text{常数}$ , 即:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \nabla \rho = 0$$

可得:  $\nabla V = 0$

连续方程式为:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left[ \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] = 0 \quad (2-2)$$

对于定常流动:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2-3)$$

对于不可压缩流体有:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2-4)$$

## ② 动量守恒方程

按质点动量定理:

$$\frac{D}{Dt}(mv) = \sum_i F_i \quad (2-5)$$

流体中一无限小流体元  $\rho\Delta x_1\Delta x_2\Delta x_3$ ，其速度为  $v$ ，动量为  $v\rho\Delta x_1\Delta x_2\Delta x_3$ ，取其分量  $x_1$  研究，由式 (2-5) 由于  $\rho\Delta x_1\Delta x_2\Delta x_3$  (流体元质量) 在考察中不变，故上式为：

$$\rho\Delta x_1\Delta x_2\Delta x_3 \frac{Dv_1}{Dt} = \sum_i F_i$$

进而得到一般粘弹性流体的运动方程：

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla p + [\nabla\sigma] + \rho g \quad (2-6)$$

其中  $\nabla p = x_1^0 \frac{\partial p}{\partial x_1} + x_2^0 \frac{\partial p}{\partial x_2} + x_3^0 \frac{\partial p}{\partial x_3} = x_i^0 \frac{\partial p}{\partial x_i}$  为压力梯度， $\nabla = x_i^0 \frac{\partial}{\partial x_i}$  为

Hamilton 算子；且  $\nabla\sigma = x_i^0 \frac{\partial}{\partial x_i} * \sigma_{jk} x_j^0 x_k^0 = \frac{\partial \sigma_{jk}}{\partial x_i} x_i^0 * x_j^0 x_k^0 = \frac{\partial \sigma_{jk}}{\partial x_i} x_k^0$

对不可压缩牛顿流体，偏应力张量为  $\sigma = \eta_0 \nabla v$ ，其中  $\eta_0, \rho$  为常数。

故 (2-6) 为：

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla p + \nabla * (\eta_0 \nabla v) + \rho g = -\nabla p + \eta_0 \Delta v + \rho g \quad (2-7)$$

即 NS 方程，为牛顿流体基本方程。

其分量式为：

$$\rho \frac{Dv_1}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_1} + \eta_0 \Delta v_1 + \rho g$$

$\eta_0 \Delta v_1$  为 Laplace 算子，其直角坐标系显式为：

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \Delta$$

在直角坐标系下：

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + X \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + Y \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + Z\end{aligned}$$

在质量力已知的情况下，对于不可压缩流体有十二个未知量，三个速度分量及九个应力份量，而仅有四个方程，不足以解十二个未知数。因此，需要运用广义牛顿定律，将应力张量用变形率张量来表示，即：

$$[\tau] = 2\mu[\varepsilon] - (p - \lambda \nabla \cdot V)$$

所以动量方程可以写成：

$$\rho \frac{DV}{Dt} = \rho F + \nabla \cdot \{ -(p - \lambda \nabla \cdot V)[\tau] + 2\mu[\varepsilon] \} = \rho F - \nabla p + \nabla(\lambda \nabla \cdot V) + \nabla \cdot (2\mu[\varepsilon]) \quad (2-8)$$

这就是矢量形式的运动微分方程，在此方程中则仅包括四个未知数，三个速度分量及一个压力 P，由此也可以进一步体会广义牛顿定律在粘性流体力学中的重要意义。

根据变形率的公式，可以将上式等号右边的最后一项加以变形，在直角坐标系中：

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (2\mu[\varepsilon])_x &= 2 \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\mu \varepsilon_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y} (\mu \varepsilon_{yx}) + \frac{\partial}{\partial z} (\mu \varepsilon_{zx}) \right] = \\ &= 2 \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \right\}\end{aligned}$$

类似的我们可以得到第二，第三分量的结果。

因此，在直角坐标系下，粘性流体的运动微分方程可以写成：

$$\begin{aligned}\rho \frac{Du}{Dt} &= \rho F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \nabla \cdot V \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \\ \rho \frac{Dv}{Dt} &= \rho F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left( 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \nabla \cdot V \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right]\end{aligned}$$



$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \nabla \cdot V \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right]$$

对于不可压缩流体,  $\nabla \cdot V = 0$ , 而且粘性系数可以近似的看作常数, 因此动量微分方程可以简化为:

$$\rho \frac{DV}{Dt} = \rho F - \nabla p + 2\mu(\nabla \cdot [\varepsilon]) \quad (2-9)$$

根据连续方程, 不可压缩粘性流体运动方程式, 通常称之为纳维尔-斯托克斯方程, 简称为 N-S 方程。在直角坐标系中, 它可以写成:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2-10)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2-11)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho F_w - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (2-12)$$

### ③ 能量守恒方程

由热力学第一定律有:

$$\Delta(E + K) = \sum_i A_i + \Delta Q \quad (2-13)$$

其中 E 为系统内能; K 为系统动能;  $\sum_i A_i$  为与外界的交换功;

$\Delta Q$  为与外界的热交换;

由上述理论基础运用到流体中得到能量方程的积分形式:

$$\frac{D}{Dt} \int \rho \left( e + \frac{1}{2} v^2 \right) dV = - \int \nabla q dV + \oint [(-p)l + \sigma]^* \cdot v^* dA \quad (2-14)$$

其中, e 为内能密度, q 是热流矢量。

其微分形式为:

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( e + \frac{v^2}{2} \right) = \rho F \cdot V + \nabla \cdot ([\tau] \cdot V) + \nabla \cdot (k \nabla T) + \rho q \quad (2-15)$$

上式经变化可得微分方程的另一种形式:

$$\rho \frac{De}{Dt} = [\tau] \cdot [\varepsilon] + \nabla \cdot (k \nabla T) + \rho q \quad (2-16)$$

其物理意义是: 在单位时间内, 单位体积流体内能的增加等于单位体积内由于流体表面变形表面力所做的功,  $[\tau] \cdot [\varepsilon]$ , 也可以说应力张量所做的功, 加上热传导及由于热辐射等其他原因传入的热量  $\nabla \cdot (k \nabla T) + \rho q$ 。

下面我们来分析上述方程:

$[\tau] \cdot [\varepsilon]$  为应力张量所做的功, 应用广义牛顿定律可得

$$[\tau] \cdot [\varepsilon] = -p \nabla \cdot V + \lambda (\nabla \cdot V)^2 + 2\mu [\varepsilon]^2 \quad (2-17)$$

由上式可以看出, 应力张量所做的功由两部分构成。第一部分  $-p \nabla \cdot V$ , 代表流体的体积相对线变形法向应力  $p$  所做的功; 第二部分是  $\lambda (\nabla \cdot V)^2 + 2\mu [\varepsilon]^2$ , 代表粘性应力张量所做的功, 即是由于流体存在粘性, 克服粘性力消耗的机械能, 它将不可逆地转化为热而耗散掉, 记为  $\phi = \lambda (\nabla \cdot V)^2 + 2\mu [\varepsilon]^2$ , 称为耗散函数, 它等于

$$\phi = \mu (2\varepsilon_{11}^2 + 2\varepsilon_{22}^2 + 2\varepsilon_{33}^2 + 4\varepsilon_{12}^2 + 4\varepsilon_{23}^2 + 4\varepsilon_{31}^2) + \lambda (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33})^2 \quad (2-18)$$

在直角坐标系下,

$$\begin{aligned} \phi = \mu & \left[ 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \\ & + \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \quad (2-19)$$

$$\rho \frac{De}{Dt} = -p \nabla \cdot V + \phi + \nabla \cdot (k \nabla T) + \rho q \quad (2-20)$$

#### ④ 本构方程

由于塑料熔体的粘弹性, 要研究其流动情况和温度分布, 首先应当了解描

述其复杂流变性的本构方程，沟通宏观流变性质与微观结构参数之间的联系，深刻理解高聚物的各种流变性能。

按理论力学建立本构方程首先遵循要求：

确定性原理。应力由形变历史确定，物质微元在现在时刻的应力状态，由该微元在此以前的全部形变历史确定。

局部作用原理。物体内某点中的应力状态，仅由该点周围无限小邻域的形变历史单值的决定。该原理保证了应力分布的连续性。

物质客观性原理，与所有物理规律相同，本构方程必须与参考架的选择无关。这条原理保证了本构方程与所有已知的基本守恒定律是相容的。再次研究的熔融态高聚物符合上述基本原理，所以由可把它称为“简单流体”。本构方程的形式在不同流体和不同应用场合下会有所不同。

聚合物的熔体是典型的非牛顿流体，描述其非牛顿性能的主要是两个方面的 Bingham 塑性体，流动特征是存在屈服应力，因此具有塑性体的可塑性质。只有当外界施加的应力超过屈服应力，物体才能流动。其流动方程为：

$$\dot{\gamma} = \begin{cases} 0 & \sigma < \sigma_y \\ (\sigma - \sigma_y) / \eta & \sigma \geq \sigma_y \end{cases}$$

当外应力超过屈服应力开始流动后，流动的规律可能遵循多种定律。符合此规律的高聚物熔体，多遵循假塑性流体的基本规律。即常说的剪切变稀行为。描述高聚物粘性特性的本构方程有 Carreau 方程。

在通常加工过的剪切速率范围内（大约 1~1000），剪切应力与剪切速率满足如下经验公式：

$$\eta_a = K \dot{\gamma}^{n-1}$$

为了既反映在高剪切速率下材料的假塑性行为，又反映低剪切速率下出现的牛顿性行为，Carreau 提出了如下公式描写材料粘度的变化规律：

$$\eta_a = \frac{a}{(1 + b\dot{\gamma})^c}$$

式中：a, b, c 为待定参数，可通过与实验曲线的对比加以确定。当剪切速率趋向于零时，粘度趋向于 a；当剪切速率远远大于 1 时，粘度趋于零。

## 2.2 控制方程的简化假设

塑料熔体在口模内流动过程很复杂，挤出机口模部分(平直部分)是机头设计的关键，其流动多属于一维或二维流动。但是在过渡部分，由于侧壁与熔体流动方向不平行，流动属于三维流动。本文仅对挤出机头口模部分进行研究，并对其进行二维流动、三维流动分析。对此我们引入以下设计挤出模头所需的最重要的假设。

① 稳态层流  $\left(\frac{\partial}{\partial t}(\dots) = 0\right)$ ，对连续挤出过程来说是可行的；

② 流动方向的速度梯度远小于横截面方向的速度梯度；

③ 流道横截面的压力梯度恒定，因此忽略正应力的影响；

④ 管壁粘附；

⑤ 同粘性力相比，惯性和重力可以忽略不计，对于聚合物熔体这一假设可获得较好的近似结果；

⑥ 在每一流道横截面上，流动是流体动力学上完全发展的，并且剪切方向垂直于流道流线；

⑦ 在流动方向上的对流传热要较传导传热大得多，所以忽略流动方向上的热传导，只考虑流动方向上的对流传热和垂直流动方向上的热传导；

⑧ 熔体的密度、导热系数及热扩散系数恒定不变。

对于每种具体情况，我们应对各种假设的适用性进行严格审核。

## 2.3 控制方程的定解条件

为了求解控制方程，使其解能唯一的被确定下来，需给出相应的定解条件。定解条件包括初始条件和边界条件，初始条件指初始时间区域内的速度、温度等分布，边界条件是考察域边界上各物理量的值。

① 速度边界条件

由于塑料熔体的粘性较大，可进一步引入流道内外壁处无滑移的假设，即熔体粘附于壁上，故有

$$V_w = 0$$

式中  $V_w$  为壁上熔体流速。

若是规则流道，如矩形、圆形、环形等，还可假设其流道对称或中心面上的速度梯度为零(环形流道可假设如此)，有

$$\frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

式中  $y$  为对称中心面上的坐标。

### ②温度边界条件

在流道外壁处，可给出第一类边界条件形式：

$$T = T_w$$

式中  $T_w$  为模壁温度，为已知值。

把外壁处的熔体温度看作模壁温度是合理的，因为挤出是连续行为，不同于注塑是有周期性的，其温度边界应给出熔体与模壁换热的自然边界条件。在流道壁处，可认为模壁是绝热的，即

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

在中空机头的支架型芯棒支承的情况下，这种假设是允许的，因为被支架带走的热量小到可忽略不计。

另外机头入口处的速度分布也需作为边界条件给出。

## 2.4 聚合物熔体的粘度模型<sup>[23][24]</sup>

塑料模设计必须遵循塑料熔体流动规律。在手工设计时，设计人员只能凭经验，从熔体流动的定性原则出发来确定设计方案。采用塑料模 CAE 技术可利用软件来验证设计方案是否合理。而开发这种模拟软件的先决条件之一时必须明确熔体剪切粘度与温度、压力、剪切速率诸因素的定量关系，即建立材料的粘度模型。

聚合物属大分子结构，在挤出成型过程中，由玻璃态转变为粘流态，熔体粘性是熔体在受外力作用下发生的。其中所受的剪切应力是最主要的，流动分析中也仅考虑剪切应力的影响。熔体的粘度与温度、压力、剪切速率等相关，每一状态对应一粘度值，为表征这种特性，粘度模型便需建立，各模型参数由

实验确定。

① Cross 模型<sup>[25]</sup>

$$\eta(\dot{\gamma}, T, P) = \frac{\eta_0(T, P)}{1 + (\eta_0 \dot{\gamma} / \dot{\gamma}_0)^{1-n}} \quad (2-21)$$

其中  $\eta_0(T, P) = B \cdot \exp(T_b/T) \cdot \exp(\beta \cdot P)$ ，式中  $n, T_b, B, \dot{\gamma}_0, \beta$  均为与材料特性相关的常数。其中  $n, \dot{\gamma}_0$  描述剪切变稀行为，其他三个常数描述零剪切率下的粘度。此模型又称为无参数模型。

② 修正的 Cross 模型

$$\eta = \frac{\eta_0(T)}{1 + (\mu_0 \dot{\gamma} / \dot{\gamma}_0)^{1-n}} \quad (2-22)$$

其中  $\mu_0 = B \cdot \exp(T_b/T)$ ，此模型又称“四参”模型。

③ 幂率模型

由于绝大多数塑料熔体的假塑性行为十分明显，故可用幂率模型表征，仿照牛顿流体的本构方程，可得假塑性流体粘性流动表达式：

$$\tau = \eta_a \dot{\gamma} \quad (2-23)$$

式中  $\eta_a$  为假塑性流体的表观粘度 ( $p_a \cdot s$ )。

所以粘度  $\eta$  可由经验发现的指数形式的本构方程式  $\tau = K \dot{\gamma}^n (n < 1)$  代入 (2-23) 解得

$$\eta = K \dot{\gamma}^{n-1} \quad (2-24)$$

来描述。稠度  $K$  和非牛顿指数  $n$  分别满足下述关系式

$$\begin{aligned} \log K &= a_0 + a_2(t) + a_{22}(t)^2 \\ n-1 &= a_1 + a_{11} \log \dot{\gamma} + a_{12}(t) \end{aligned}$$

代入式(2-4-4)化简可得：

$$\log \eta = a_0 + a_1 \log \dot{\gamma} + a_2(t) + a_{11} (\log \dot{\gamma})^2 + a_{12}(t) \log \dot{\gamma} + a_{22}(t)^2 \quad (2-25)$$

式中  $t$  为熔体温度；

$\eta$  为在任意加工条件  $(t, \dot{\gamma})$  下的粘度  $(p_a \cdot s)$ ;

$a_0, a_1, \dots, a_{22}$  为材料特性系数。

多数塑料熔体的  $n$  值小于 1, 由式(2-25)可知, 塑料熔体粘度  $\eta$  仅随温度  $T$  和剪切速率  $\dot{\gamma}$  的变化而变化, 且其粘度随剪切应力的增大而减少, 有剪切变稀的特性。本文中的研究均系采用这一简便适用的模型。

## 2.5 挤出口模内熔体的流动分析

塑料熔体在口模内流动过程很复杂, 挤出机头口模部分(平直部分)是机头设计的关键, 其流动多属于一维或二维流动。但是在过渡部分, 由于侧壁与熔体流动方向不平行, 流动属于三维流动。

### ① 二维流动

对于二维流动, 这时速率分布需用两个坐标表示。二维流动通常表现为平面流动轴对称流动。我们根据前面提出的模头设计的假设对连续性方程、动量守恒方程、能量方程进行简化则可以得到二维流动模拟的数学模型。

对于二维流动, 其守恒方程是

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (2-26)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \quad (2-27)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \quad (2-28)$$

$$\rho C_p (V_x \frac{\partial T}{\partial x} + V_y \frac{\partial T}{\partial y}) = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \tau_{xx} \frac{\partial v_x}{\partial x} + \tau_{xy} \frac{\partial v_x}{\partial y} + \tau_{xy} \frac{\partial v_y}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v_y}{\partial y} \quad (2-29)$$

对于一般的牛顿流体, 应力分量可以表示为

$$\tau_{xx} = \eta(\dot{\gamma}) r_{xx} \quad (2-30)$$

$$\tau_{yy} = \eta(\dot{\gamma}) r_{yy} \quad (2-31)$$

$$\tau_{xy} = \eta(\dot{\gamma})\epsilon_{xy} \quad (2-31)$$

其中应变速率为:

$$\dot{\gamma}_{xx} = 2\frac{\partial v_x}{\partial x}, \quad \dot{\gamma}_{yy} = 2\frac{\partial v_y}{\partial y}, \quad \dot{\gamma}_{xy} = \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}$$

对于轴对称流动, 守恒方程是

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2-32)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rr}) + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} - \frac{1}{r}\tau_{\theta\theta} \quad (2-33)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rz}) + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \quad (2-34)$$

$$\begin{aligned} & \rho C_p (V_r \frac{\partial T}{\partial r} + V_z \frac{\partial T}{\partial z}) = \\ & k \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \tau_{rr} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \tau_{\theta\theta} \frac{1}{r} v_r + \tau_{zz} \frac{\partial v_z}{\partial z} + \tau_{rz} \frac{\partial v_r}{\partial z} \end{aligned} \quad (2-35)$$

应变速率为

$$\dot{\gamma}_{rr} = 2\frac{\partial v_r}{\partial r}, \quad \dot{\gamma}_{zz} = 2\frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad \dot{\gamma}_{rz} = \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r}, \quad \dot{\gamma}_{\theta\theta} = 2\frac{v_r}{r}$$

在进行二维分析时, 我们经常使用下列粘度模型:

牛顿流体

$$\eta = \text{常数}$$

幂律流体

$$\eta(\dot{\gamma}) = m\dot{\gamma}^{n-1}, \text{ 其中 } m = m_0 \exp[-b(T - T_0)] \quad (2-36)$$

Carreau 流体  $\eta = \eta_0(1 + (\wedge \dot{\gamma})^a)^{(n-1)/a}$ , 其中  $\eta_0 = m_0 \exp[-b(T - T_0)]$

$$\wedge = \wedge_0 \left( \frac{273.15 + T_0}{273.15 + T} \right) \exp[-b(T - T_0)] \quad (2-37)$$

粘度与压力的关系式:

$$\eta = \eta_{ref} e^{Bp}$$



在上述方程中，本构方程的选择是一个有争议的问题，在文献的许多本构方程中，绝大多数都未能估计聚合物熔体在伸长和应力松弛方面的行为。在 Tanner 的书，曾以表格的形式对几个著名的流动模型进行了评价。有人建议选用 K-BKZ 模型，因该模型较好的符合了剪切速率、法向应力和伸长粘度数据，但是若选用该模型去解决有意义的聚合物加工问题，则需要很长的计算时间。用 Oldroyd-B 模型进行计算，由于较少考虑流体的延伸特性，所得结果无法与实验数据进行有意义的比较。有人建议不是使用彻底的粘弹性本构方程，而仅仅引入在稳态蠕变方程中起重要作用的粘弹参数，这些参数是剪切粘度、拉伸粘度和第一法向应力差，拉伸粘度的表达式是

$$\eta_e = l\varepsilon^{q-1} \quad (2-37)$$

式中  $l$  是  $\dot{\varepsilon} = 1\text{s}^{-1}$  时拉伸粘度； $\dot{\varepsilon}$  时拉伸率。

法向应力的表达式是

$$N_1 = A\tau_w^b \quad (2-38)$$

其中  $A, b$  是常数。

### ② 三维流动

异型材挤出中，流道的横截面由入口处环型发展到出口处所需形状，不是对称的。同时，由于螺杆的旋转，聚合物在口模入口处具有圆周速度，流体的流动多为三维流动，流速不仅在其横截面上沿纵横坐标方向有明显变化，而且沿流动方向也有所变化，即流速的分布主要用三个坐标表示。通过对流体进行三维数值模拟，可准确知道给定几何条件下的温度、压力和流速分布，对提高模具设计质量有很重要的意义。由于这种方法受到的主要的限制是求解及生成网格所需计算时间太长。便于分析口模中流动，需要兼顾压力降和速度的三维精确计算和二维近似计算。

根据口模设计中的重要假设，对连续性方程、动量方程、能量方程进行简化，可得到描述三维流动的数学模型，即

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2-39)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (2-40)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (2-41)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (2-42)$$

$$\rho C_v \frac{dT}{dt} = K \nabla^2 T + \left( \vec{C} : \nabla \vec{v} \right) \quad (2-43)$$

在建立本构方程时，参照二维模拟的方法进行。

对上面建立的模型进行求解采用横断面求解使求解问题得到简化，即用求解二维问题的方法对三维流动进行模拟，在进行求解前，作者利用润滑近似得到流量和压力降之间的关系，润滑近似可用于对长方形口模计算。对于幂律模型，熔体在环形管道中的流动可以用下式进行计算：

$$\Delta P = \left[ \frac{(S+3)Q}{\pi R^3} \right]^n \frac{2mL}{R} \quad (2-44)$$

其中  $S = \frac{1}{n}$ ， $R$  是半径，对于圆锥形管道，一般表达式为：

$$\Delta P = \left[ \frac{(S+3)Q}{\pi R_1^3} \right]^n \frac{2mL}{R_1 \alpha}, \alpha = \frac{3n \left( \frac{R_1}{R_2} - 1 \right)}{\frac{R_1}{R_2} \left[ \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^{3n} - 1 \right]} \quad (2-45)$$

其中  $R_1, R_2$  为入口和出口半径， $\alpha$  包括了表示圆锥管几何尺寸变化的各种参数的作用。同样，我们可以得到缝口模压力流动方程。在此我们引进一个形状因子，以便对不同的宽高比进行表示，对于非牛顿流动的流体，我们一般使用相同的形状因子，一般的表达式是：

$$\Delta P = \left[ \frac{2(S+2)Q}{WH^2} \right]^n \frac{2mL}{H} \frac{1}{F_p} \quad (2-46)$$

$$F_p = 1 - \frac{192H}{\pi^5 W} \sum_{i=1,2,3,\dots} \frac{1}{i^5} \tanh \left( \frac{i\pi W}{2H} \right) \quad (2-47)$$

分析计算管道中的压力降—流速的关系，无限宽的管道 ( $F_p = 0$ ) 给出下

面的表达式:

$$\Delta P = \left[ \frac{2(S+2)Q}{WH_1^2} \right]^n \frac{2mL}{H_1\sigma} \quad (2-48)$$

$$\sigma = \frac{2n \left( \frac{H_1}{H_2} - 1 \right)}{\frac{H_1}{H_2} \left[ \left( \frac{H_1}{H_2} \right)^{2n} - 1 \right]} \quad (2-49)$$

对于锥形流道, 如果入口长度  $L$  已知, 则我们可以把方程联合起来对不同收敛角的流道求出压力降, 即

$$\Delta P = 2m \left[ \frac{(S+3)Q}{\pi} \right]^n \left[ L \cot \theta - \frac{R_1 - R_2}{R_1^{3n+1}} / \operatorname{tg} \theta + \frac{L_2}{R_2^{3n+1}} \frac{R_1 - R_2}{\operatorname{tg} \theta} / \alpha R_1^{3n+1} \right] \quad (2-50)$$

综合以上各式得到幂律流体的一般表达式

$$\Delta P = \beta Q^n \quad (2-51)$$

其中  $\beta$  包括了聚合物熔体的流变参数 (幂律指数和连续性指数), 也包含了收敛较固定的情况下参数的变化。

在润滑近似的基础上, 描述横断面法, 指导思想是从横断面着手, 通过建立宏观平衡确定两个横断面的压力降, 此方法作者归纳为以下几个步骤:

- 1) 计算给定流速下不同横截面上的速度分布;
- 2) 估计两个连续横断面间的流域;
- 3) 计算流域内的速度;
- 4) 计算两个连续横断面之间的压力降;

对以上四步进一步剖析:

- 1) 速度分布的计算 口模各个横断面只有一个速度分量

$V_z(x, y)$ , 对广义牛顿流体, 运动方程变化为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \eta \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial y} + \left( \eta \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) = \frac{\partial P}{\partial z} \quad (2-52)$$

该方程恒定压力梯度和适当边界的条件下, 用有限元的方法进行求解, 对于一个给定的轴向压力梯度, 我们可以求得一速度分布, 如果流速给定, 则需

要用 Secant 法或 Muller 法对  $\frac{\partial P}{\partial z}$  进行重复计算。

2) 流域的近似 对流域进行近似, 引入物质守恒概念。已知进口横断面  $S_1$  出口横断面  $S_2$  及与它们有关的数学函数, 很容易得到横断面尺寸的变化。如果是线性变化, 则有

$$x(u) = (1-u)x_1 + ux_2 \quad (2-53)$$

$$y(u) = (1-u)y_1 + uy_2 \quad (2-54)$$

$$u = z/L \quad (2-55)$$

其中  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$  分别是入口点和出口面上与入口点相应的点,  $L$  是这两部分之间的长度。 $(x(u), y(u))$  是  $S_1, S_2$  之间某一横断面上的点,  $Z$  是该面与入口之间的距离, 所以问题就是求出口点  $(x_2, y_2)$  的位置。

如果横断面  $S_1, S_2$  具有相同的形状, 大小不一样, 作者根据流线把这两个面上的点一对一的联系起来, 对于  $S_1$  上一点  $(x_1, y_1)$  就可以在  $S_2$  上定一点  $(x_2, y_2)$  和  $(x_1, y_1)$  相对应。

如果横断面  $S_1, S_2$  形状不同, 对流域  $S_2$  (真域), 我们可以用与  $S_2$  相同面积但与  $S_1$  有相同形状的一个域  $S_2^1$  来代替, 这样得到一个横断面形状不发生变化的假流域, 然后根据流线来确定对应点。在这样的域中, 点  $(x_2, y_2)$  可以由下式计算得出:

$$x_2 = x_1 \sqrt{S_2/S_1} \quad y_2 = y_1 \sqrt{S_2/S_1} \quad (2-56)$$

3) 流速计算 假设入口速度已知, 则任一点的速度表示为:

$$v_z(x(u), y(u)) = v_1(x_1, y_1) / S_1 / S_2 \quad (2-57)$$

其中  $v_1$  是入口横断面上点  $(x_1, y_1)$  处速度,  $S_1$  是入口表面积,  $S_2$  是过渡横断面面积,  $v_2$  是点  $(x_2, y_2)$  处速度, 这样得到每个过渡横断面上的速度分布和两个横断面之间的流动变化。

4) 压力降计算 知道每个横断面上的速度分布后, 计算粘度耗散能, 即有:

$$E_{sz} = \int_{sz} \tau : v dsz \quad (2-58)$$

其中  $\tau$  是应力张量,  $v$  是应变速率, 把  $E_{sz}$  在域的长度上进行积分, 就可得到体积粘度耗散能。

接着作者用机械能宏观平衡去计算两相邻横断面之间的压力降

$$\Delta P = \frac{E_v}{Q} \quad (2-59)$$

$E_v$  表示为体积粘度耗散能

进口流速已知, 用 (2-59) 确定两横断面间的压力降。

如果口模流道有转折但不发生流动分离, 则在给定的流速下在两个相邻横断面之间运用该方法得到部分长度上的压力降, 口模中的总压力降就是部分压力降的和。

横断面法是很新颖的一种方法, 把复杂的三维求解计算问题转化为二维问题, 仅仅对横断面上的流动情况进行求解, 大大减少了计算量。

作者通过对三维模拟分析得出: 熔体在口模中流动的温度、速度、压力降等, 可以避免挤出制品在某些部分发生过热分解, 确定是否存在涡流或滞流, 剪切速率是否达到临界而使熔体破裂, 停留时间是否在要求的范围内, 压力降是否超过挤出机口模所提供的压力。结合模具设计者的经验, 判断设计是否合理。

### 第三章 挤出口模温度分布有限元数值计算

#### 3.1 有限元法简介<sup>[26-28]</sup>

有限元法又称有限单元法，它是以变分原理为基础同时吸收有限差分方法中的区域离散思想而发展起来的一种有效的数值计算方法。其基本思想是：将空间上的连续温度场离散成有限个且按照一定方式相互联系在一起单元组和体。在每一个单元内部用假定的近似函数来分片的表示温度场函数，单元内的近似函数通常使用单元节点的温度值及其插值函数来表示，这样就可以将一个连续的无限自由度的问题转化成为一个离散的有限自由度问题，然后再通过对这些单元进行积分把偏微分方程转化成为一组线性方程组，求解该方程组即可得到温度场的近似数值解。用有限元法来进行温度分布数值求解，通常经过以下过程：

- 1、寻求与控制方程等价的变分方程；
- 2、对求解域进行离散、单元变分、总体合成，将变分问题近似表达成为线性方程组；
- 3、求解方程组，将方程组的解近似为控制方程方程的解。

有限元法的最大优点是：对不规则几何区域的适应性好。其网格剖分十分灵活，可以根据实际物体的复杂程度和各部分的重要系数调整网格的疏密和大小，从而使得单元能够逼近物体的实际几何形状。同时随着单元数目的增加，单元尺寸的缩小，或者单元自由度的增加及插值函数精度的提高，有限元解的近似程度将不断增加。如果单元满足收敛要求，近似解最终将收敛于真实解。

#### 3.2 温度场的离散及网格剖分原则<sup>[29][30]</sup>

区域离散是有限元法求解问题的求解的基本前提，所有的有限元方程都是依托单元推导而来的。在各个单元内部采用简单的插值函数(试探函数)近似温度场函数。由于线性插值函数处理起来比较简单，而且只要划分的单元足够小，这种插值函数的误差也比较小，因此线性插值函数是有限元方法中最常用的插

值函数。本文的区域离散就采用线性插值函数。

单元剖分在有限元计算方法中称为前处理技术，前处理是有限元计算方法的关键技术之一。在工程上应用上，往往使用网格的自动剖分技术实现网格的自动生成。一般网格剖分通常需要遵循以下的规则：

1、在网格剖分时，需要将单元划分为内部单元和边界单元来分别对待。根据实际边界条件情况，还应该将边界单元分为第一、第二、第三类边界单元。

2、单元剖分完成以后，对所有的节点和单元要进行编号，在进行节点编号时，应当采用适当的优化技术尽量减小每个单元内部各节点编号之间的绝对差值，这样可以大大的减少有限元计算时所要处理的数据量，同时对计算速度提高的贡献也相当明显。

3、对于每个单元，节点应该按照一定的顺序排列，以保证单元边界的外法线方向一致。例如：对于二维单元中的三节点三角形单元一般按照逆时针方向排列各个单元节点。

4、处理边界单元时，为了使计算公式得到简化，每个单元一般只允许有一个边界几何元素。例如：对于二维多边形单元要求只有一条边位于边界上，对于三维实体单元，同样要求位于边界上的面唯一。

温度场的网格剖分可以采用的单元形式有很多，对于二维温度场可采用的单元有三节点三角形单元、六节点三角形单元、四边形等参元等；三维温度场可采用的单元有四面体单元、五面体(三棱柱)、六面体单元(长方体)和八面体单元(六棱柱)等。采用不同的单元形式可以得到不同精度的计算结果。

### 3.2.1 单元剖分规则

#### (1) 三角形单元

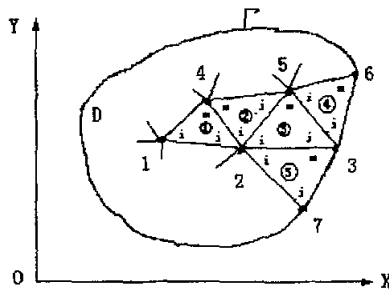


图 3-1 划分成三角形单元的平面

对于图 3-1 所示的具有边界为  $\Gamma$  的区域  $D$ ，在有限单元法中可以划分成任意的三角形单元，每一个结点都有对应的数字序号 1, 2, ..., 等；每一个单元也有它自己的编号①, ②, ...等。单元通过其顶点与相邻单元相联系。对每个单元自身来说，三个顶点又都用  $i, j, m$  按逆时针方向进行编号。不包含边界的单元，如单元①, ②, ③等称为内部单元；包含边界的单元，如单元④, ⑤等称为边界单元。通常内部单元编号在前，然后是第一类边界条件的单元，接着是第二类边界条件的单元，最后是第三类边界条件的单元。为了简单起见，规定边界单元只有编号为  $jm$  的边位于边界上，结点  $i$  与边界相对。对于内部单元， $i, j, m$  可以任意按逆时针顺序编号，通常，编号  $i$  总在序号最小的那个结点上。

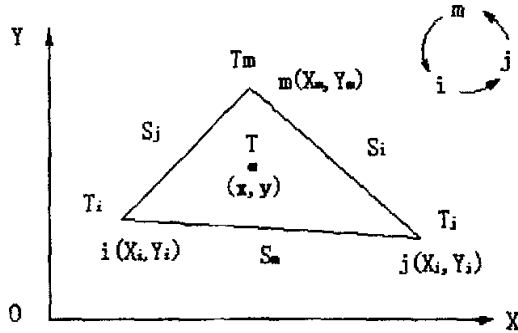


图 3-2 温度场离散到三个结点

图 3-2 表示区域  $D$  中取出的一个任意单元。此处，三顶点的坐标都是已知的，在单元划分时就已确定，因此，对应于顶点  $i, j, m$  的三条边  $S_i, S_j, S_m$  以及三角形的面积  $\Delta$  都是已知的。三角形中任一点  $(x, y)$  的温度  $T$ ，在有限单元法中把它离散到单元的三个结点上，即用  $T_i, T_j$  和  $T_m$  三个温度值来表示单元中的温度场  $T$ ：

$$T = f(T_i, T_j, T_m) \quad (3-1)$$

这种处理方法称为温度场的离散。下面我们只对离散温度  $T_i, T_j$  和  $T_m$  进行计算，



而不是对连续温度场  $T$  进行计算。

(2) 四边形等参元

我们可以把整个区域看成是大小和形状都是任意的四边形单元的集合,如图

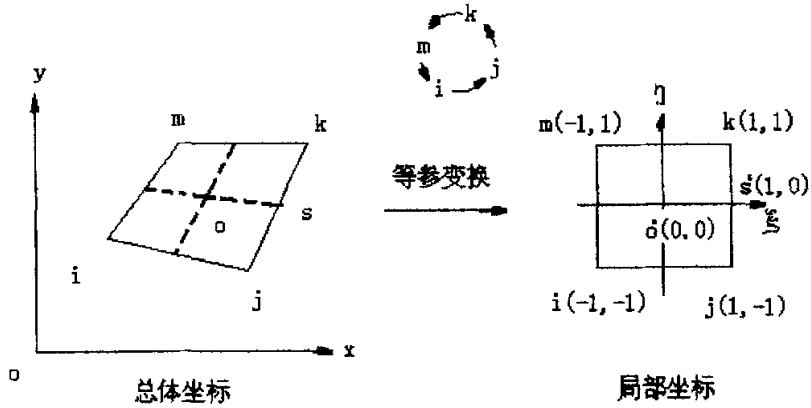


图 3-3 四边形单元的等参变化

3-3 所示。为了积分的方便,常常要对总体坐标中的任意四边形变换成局部坐标中的形状规则的正方形单元,这种正方形的边长为 2, 四边都与坐标轴平行,单元的中心就是坐标的原点。这个坐标变换不是对整个求解区域进行的,而是对每一个单元分别进行的。故整体坐标  $(x, y)$  适用于整个求解区域,局部坐标  $(\xi, \eta)$  适用于每一个单元。这种变换具有如下的关系:

$$\begin{aligned} x &= N_i x_i + N_j x_j + N_k x_k + N_m x_m \\ y &= N_i y_i + N_j y_j + N_k y_k + N_m y_m \end{aligned}$$

式中  $N_i$ 、 $N_j$ 、 $N_k$ 、 $N_m$  成为形函数, 其值为:

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \\ N_j &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \end{aligned}$$

$$N_i = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)$$

$$N_m = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$$

离散处理是一种近似计算方法。单元划分得越小，计算精度越高。实际上，可以通过改变三角形单元或四边形的形状和尺寸来达到上述目的。在形状复杂和温度变化剧烈的地方把单元划分得小一些，而在其余地方把单元适当放大一些。这样，就可在不增加单元和结点数量得条件下提高计算精度。

在作单元得变分计算时，未知近似函数  $T$  的选取是一个很重要的问题。在有限单元法中，最简单的是线性插值函数。只要单元足够小，这种线性插值函数的误差也就很小。在进行单元的具体计算之前，还要先确定温度插值函数。

### 3.2.2 温度插值函数

插值函数，有时也叫做试探函数<sup>[31]</sup>。对三角形单元而言，通常假设单元  $e$  上的温度  $T$  是  $x, y$  的线性函数，即：

$$T = a_1 + a_2x + a_3y \quad (3-2)$$

式中， $a_1, a_2, a_3$  为待定常数，可由结点上的温度值来确定。为此，把结点的坐标及温度代入式 (3-2)，得：

$$\begin{cases} T_i = a_1 + a_2x_i + a_3y_i \\ T_j = a_1 + a_2x_j + a_3y_j \\ T_m = a_1 + a_2x_m + a_3y_m \end{cases} \quad (3-3)$$

线性代数方程组 (3-3) 可以写成矩阵的形式：

$$\begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_m \end{Bmatrix} \quad (3-4)$$

利用矩阵求逆的方法可以把未知数  $a_1, a_2$  和  $a_3$  解出来。

$$\begin{aligned} \begin{cases} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{cases} &= \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{pmatrix}^{-1} \begin{cases} T_i \\ T_j \\ T_m \end{cases} \\ &= \frac{1}{\begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} x_j y_m - x_m y_j & x_m y_i - x_i y_m & x_i y_j - x_j y_i \\ y_j - y_m & y_m - y_i & y_i - y_j \\ x_m - x_j & x_i - x_m & x_j - x_i \end{pmatrix} \begin{cases} T_i \\ T_j \\ T_m \end{cases} \end{aligned} \quad (3-5)$$

令:

$$\begin{cases} a_i = x_j y_m - x_m y_j & b_i = y_j - y_m & c_i = x_m - x_j \\ a_j = x_m y_i - x_i y_m & b_j = y_m - y_i & c_j = x_i - x_m \\ a_m = x_i y_j - x_j y_i & b_m = y_i - y_j & c_m = x_j - x_i \end{cases} \quad (3-6)$$

将行列式展开, 得:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix} &= (x_j y_m - x_m y_j) + (x_m y_i - x_i y_m) + (x_i y_j - x_j y_i) \\ &= (y_j - y_m)(x_i - x_m) - (y_m - y_i)(x_m - x_j) = b_i c_j - b_j c_i \end{aligned}$$

将上式和 3-2 式代入式

$$\begin{aligned} x &= N_i x_i + N_j x_j + N_k x_k + N_m x_m \\ y &= N_i y_i + N_j y_j + N_k y_k + N_m y_m \end{aligned}$$

得:

$$\begin{cases} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{cases} = \frac{1}{(b_i c_j - b_j c_i)} \begin{bmatrix} a_i & a_j & a_m \\ b_i & b_j & b_m \\ c_i & c_j & c_m \end{bmatrix} \begin{cases} T_i \\ T_j \\ T_m \end{cases} \quad (3-7)$$

因为三角形的面积  $\Delta$  为:

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix}$$

最后得到:

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} a_i & a_j & a_m \\ b_i & b_j & b_m \\ c_i & c_j & c_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_m \end{Bmatrix} \quad (3-8)$$

将上式展开, 可得:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{2\Delta} (a_i T_i + a_j T_j + a_m T_m) \\ a_2 &= \frac{1}{2\Delta} (b_i T_i + b_j T_j + b_m T_m) \\ a_3 &= \frac{1}{2\Delta} (c_i T_i + c_j T_j + c_m T_m) \end{aligned} \right\} \quad (3-9)$$

式(3-6)可以得到温度插值函数的一个重要关系式:

$$T = \frac{1}{2\Delta} [(a_i + b_i x + c_i y) T_i + (a_j + b_j x + c_j y) T_j + (a_m + b_m x + c_m y) T_m] \quad (3-10)$$

通常简写成:

$$T = N_i T_i + N_j T_j + N_m T_m = [N_i, N_j, N_m] \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_m \end{Bmatrix} = [N]^e \{T\}^e \quad (3-11)$$

式中  $N_i, N_j, N_m$  通常称之为形函数。

参照三角形单元的处理方法, 对四边形单元可构造双线性的插值函数为:

$$\phi = a_1 + a_2 \xi + a_3 \eta + a_4 \xi \eta$$

式中:  $\phi$ ——代表温度  $T$ 、位移分量  $u$  和  $v$  的泛指函数;

$a_1, a_2, a_3$  和  $a_4$ ——待定参数, 可用  $i, j, k$  和  $m$  点的参数值代入而得到四个联立求解的线性代数方程式, 写成矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \\ \phi_m \end{bmatrix}$$

用矩阵求逆的方法可以把未知数  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$  和  $a_4$  解出来，得到：

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{4}(\phi_i + \phi_j + \phi_k + \phi_m) \\ a_2 &= \frac{1}{4}(-\phi_i + \phi_j + \phi_k - \phi_m) \\ a_3 &= \frac{1}{4}(-\phi_i - \phi_j + \phi_k + \phi_m) \\ a_4 &= \frac{1}{4}(\phi_i - \phi_j + \phi_k - \phi_m) \end{aligned}$$

将上式代入上上式整理后得到插值函数为：

$$\phi = N_i \phi_i + N_j \phi_j + N_k \phi_k + N_m \phi_m$$

插值函数  $\phi$  不存在  $xoy$  坐标间简单的显式关系，造成了四边形单元的计算要比三角形单元复杂。原因在于三角形单元的插值函数无论在整体坐标中还是在局部坐标中都存在着简单的显式关系。

### 3.3 数值计算中的加权余量法

工程或物理学中的许多问题通常以未知场函数应满足的微分方程和边界条件的形式提出来，可以一般的表示为未知函数  $u$  应满足微分方程组

$$A(u) = 0 \quad (\text{在 } \Omega \text{ 内}) \quad (3-12)$$

域  $\Omega$  可以是面域、体积域等，同时未知  $u$  还满足边界条件

$$B(u) = 0 \quad (\text{在 } \Gamma \text{ 内}) \quad (3-13)$$

$\Gamma$  是域  $\Omega$  的边界。

加权余量法可用于各种受控于微分方程的物理问题的近似解。在边界为  $\Gamma$  的  $\Omega$  区域内，场变量  $u$  的逼近函数可以用插值函数表示为<sup>[21]</sup>

$$u \approx \tilde{u} = \sum_{i=1}^n a_i N_i = Na$$

其中  $N_i$  是  $\Omega$  内的连续函数序列，为插值函数，所谓完全的函数序列是指任一函数都可以用此序列来表示； $a_i$  是待定参数。用  $u$  在  $\Omega$  与  $\Gamma$  上经加权余量积

分之和为零的条件求出参数  $a_j$  从而得到  $u$  的逼近函数的方法称为加权余量法。

选定  $n$  个规定的权函数  $W_j$  和  $\bar{W}_j (j=1 \cdots n)$ , 就可得到近似的等效积分形式

$$\int_{\Omega} W_j^T A(Na) d\Omega + \int_{\Gamma} \bar{W}_j^T B(Na) d\Gamma = 0 \quad (j=1 \cdots n) \quad (3-14)$$

也可写成余量的形式

$$\int_{\Omega} W_j^T R d\Omega + \int_{\Gamma} \bar{W}_j^T \bar{R} d\Gamma = 0 \quad (j=1 \cdots n) \quad (3-15)$$

上式中  $R$  和  $\bar{R}$  分别表示  $\Omega$  与  $\Gamma$  上的余量, 余量是由于插值函数取  $n$  项近似解不能精确满足微分方程和边界条件而产生的。对上述方程进行分部积分即可得出其等效积分弱形式<sup>[31-33]</sup>

$$\int_{\Omega} C^T(W_j) D(Na) d\Omega + \int_{\Gamma} E^T(\bar{W}_j) F(Na) d\Gamma = 0 \quad (j=1 \cdots n) \quad (3-16)$$

其中  $C, D, E, F$  是微分算子, 它们所包含的导数较  $A$  低, 这样对函数  $u$  只需较低阶的连续性就可以了。当选择插值函数为权函数时近似积分形式(3-15)可写为

$$\int_{\Omega} N_j^T A \left[ \sum_{i=1}^n N_i a_i \right] d\Omega + \int_{\Gamma} N_j^T B \left[ \sum_{i=1}^n N_i a_i \right] d\Gamma = 0 \quad (j=1 \cdots n) \quad (3-17)$$

定义近似解的变化  $\delta \bar{u}$  为

$$\delta \bar{u} = N_1 \delta a_1 + N_2 \delta a_2 + \cdots + N_n \delta a_n$$

由此((3-17)式可简洁的表示为

$$\int_{\Omega} \delta \bar{u}^T A(\bar{u}) d\Omega - \int_{\Gamma} \delta \bar{u}^T B(\bar{u}) d\Gamma = 0$$

在本文中, 对熔体流动的主控方程求解时, 采用此法(Galerkin 法) 得到的求解方程组的系数矩阵将是对称的。

### 3.4 挤出口模中的流场的有限元数值计算

粘性流体在平直管中流动时,当截面为圆形、圆环形、狭缝形时,可用解析法或有限差分法得到其流场分布。但当截面复杂求其解析解相当困难或不可能时,用有限差分法求有规则截面流道的流场便是一种行之有效的方法,其结果令人满意。而一旦截面不规则时,如矩形和矩形的接合形状、圆形和矩形的接合形状等,有限差分法便受其边界不规则所限变得不可求解。有限元法克服了上述缺点,对任意截面的流道,其求解域都可成功离散,且数值结果精度高,完全能满足工程设计的需要。

对于流体内部的传热,它不同于固体的导热,内部介质不存在相对运动,求解它的能量方程时,只需根据给定的初边值条件即可得到介质内部的温度分布,由于流体是时刻运动的,处理这种有流动的换热问题要比求解纯导热问题要复杂。这种复杂性表现在:不能只求解能量守恒一个方程,而必须处理包含质量、动量和能量方程在内的一组守恒方程。在本文中我们先进行速度分布的求解,然后基于此进行温度分布的求解。

### 3.4.1 速度分布的有限元求解

#### 3.4.1.1 求解域的离散化

把求解域离散成有限个单元是有限元法的第一步,这相当于用一个具有有限自由度数目的系统来替代具有无限自由度数目的系统。离散的单元类型的选择取决于物体的几何形状以及描述系统所需要的独立空间坐标系。本文中考虑的机头流道中,成形段是平直的,在假设其内熔体流场充分发展的基础上,可知在整个流道长度内任一截面上各点流速分布是一致的,所以在选择单元类型时,可选择二维三角形或矩形单元,这要根据具体截面形状而定。

对单元大小的确定需考虑解的收敛性及计算时间的长短。小的单元会使精度提高,同时也使计算时间增长,这需权衡工程需要而定。对单元各点的编号是影响计算时间长短的又一重要因素。由于实际问题中,有限元分析导出的是一含有带状矩阵的矩阵方程,本文中采用的是半带宽存储矩阵系数方法,这样适当的结点编号方案可使带宽最小,减小计算机的存储量,缩短运算时间。一般而言,沿求解域的最窄方向进行编号可得到较窄的带宽。

#### 3.4.1.2 插值函数的构造

在有限单元法中，单元的待求量函数一般采用多项式作近似函数，因为多项式运算简便，随项数的增多可以逼近任一段光滑函数。当采用四结点矩形单元时(如图 3-4)，边长为  $2a$  和  $2b$ ，局部结点编号为 1... 4，为简便起见，坐标原点取在单元形心上，并以平行于单元两边的对称轴为  $x$  轴和  $Y$  轴。在求解平直流道内流体的流速时，单元共有四个结点自由度。其待求量可用以下多项式表示：

$$U_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i + \alpha_4 x_i y_i \quad (3-18)$$

式中  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  是待定系数，称之为广义坐标。  $U_i$  是具有完全一次式的非完全二次式，又称为双线性二次多项式。由于它在  $x, y$  方向上呈线性变化，所以相邻单元公共结点上有着共同的结点值，这就保证了公共边界上解的连续性，因此，矩形单元是协调元。4 个广义坐标可由单元的 4 个结点待求量来表示。在式 (3-18) 中代入各结点的坐标量可得到各点的待求值，写成矩阵形式如下：

$$U^e = A\beta \quad (3-19)$$

其中

$$U^e = [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4]^T$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2 y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3 y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4 y_4 \end{pmatrix}$$

$$\beta = [\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \beta_4]^T$$

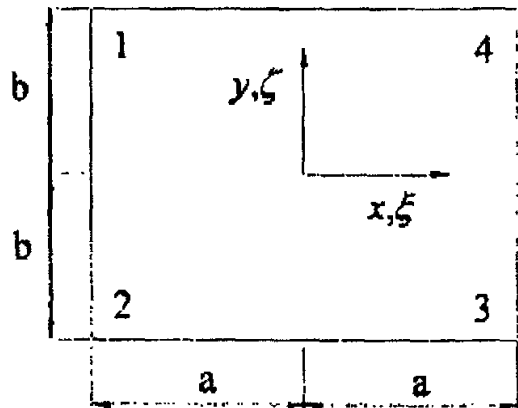


图 3-4 单元矩阵示意图

利用式((3-19)可求出广义坐标  $\beta$ ，将求得的广义坐标代入式((3-18)可以得到单元值通过单元结点值的表达式：



$$U = N_1U_1 + N_2U_2 + N_3U_3 + N_4U_4$$

其中  $N_1 \dots N_4$  为单元插值函数。令  $\xi = x/a, \zeta = y/b$  则

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\zeta) & N_2 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\zeta) \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\zeta) & N_4 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\zeta) \end{aligned}$$

$\xi, \zeta$  可以看作是矩阵单元的自然坐标, 在一般情况下, 单元重心位置是  $(x_0, y_0)$ , 不在坐标原点, 自然坐标系原点取在单元重心上, 整个坐标  $x, y$  与自然坐标的转换关系是:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + a\xi; & \xi &= \frac{x-x_0}{a} \\ y &= y_0 + b\zeta; & \zeta &= \frac{y-y_0}{b} \end{aligned} \quad (3-20)$$

单元内各点的自然坐标是  $-1 \leq \xi \leq 1, -1 \leq \zeta \leq 1$ , 单元的四条边分别为

$\xi = \pm 1; \zeta = \pm 1$ , 采用下列记号:

$$\xi = \xi\xi_1 \quad ; \quad \zeta = \zeta\zeta_1$$

四个插值函数可以合并用一个公式表示

$$N_j = \frac{1}{4}(1+\xi_0)(1+\zeta_0) \quad (i=1,2,3,4) \quad (3-21)$$

单元流速的矩阵记法是

$$U = NU^e$$

$$N = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4]$$

### 3.4.1.3 有限元方程的推导

根据假设, 由于所考虑的对象是在平直等截面流道中稳态流动及其粘性不可压缩性, 可化简熔体运动的三方程如下:

$$\text{连续方程: } \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (3-22)$$

$$\text{动量方程: } \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} = \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3-23)$$

$$\text{能量方程: } \rho c v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \eta \left( \frac{\partial v_z}{\partial x} \right)^2 + \eta \left( \frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2 \quad (3-24)$$

离散式(3-23),把求解域 $\Omega$ 化分为 $E$ 个单元,每个单元有 $n$ 个结点,共有 $N$ 个结点。对未知场函数可用插值函数表示,其形式为

$$v_x = \sum_{i=1}^n N_i v_i^{(e)} = [N] \{v^{(e)}\} \quad (3-25)$$

其中 $v_i$ 为所求点的未知值, $N_i$ 是已知函数,为对应单元 $e$ 的第 $i$ 个结点自由度的插值函数它可由式(3-21)表示

运用 Galerkin 法,由流动区域 $\Omega$ 上的加权余量必须为零可得:

$$\int_{\Omega^{(e)}} \left( \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} - \frac{\partial p}{\partial z} \right) W_i d\Omega = 0$$

$W_i$ 是权函数,取权函数为插值函数,又可得

$$\int_{\Omega^{(e)}} \left( \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} - \frac{\partial p}{\partial z} \right) N_i d\Omega = 0$$

代入式(3-25),并采用奥高公式对上式进行化简得

$$\begin{aligned} & - \int_{\Omega^{(e)}} \left( \eta \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} \{v^{(e)}\} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \{v^{(e)}\} \right) d\Omega + \\ & \int_{\Gamma^{(e)}} \left( \eta N_i \frac{\partial [N]}{\partial x} \{v^{(e)}\} \right) d\Gamma = \int_{\Gamma^{(e)}} \frac{\partial p}{\partial z} N_i d\Gamma \end{aligned} \quad (3-26)$$

上式便是式(3-23)的等效积分弱形式,把上式再改写成矩阵形式为

$$[K^{(e)}] \{v^{(e)}\} = \{P^{(e)}\} \quad (3-27)$$

当采用四结点矩形单元时 $[K^{(e)}]$ 是 $4 \times 4$ 矩阵, $\{P^{(e)}\}$ 是四阶向量。矩阵 $[K^{(e)}]$

和向量 $\{P^{(e)}\}$ 中的元素分别由下列两式给出

$$K_{ij}^{(e)} = - \int_{\Omega^{(e)}} \eta \left( \frac{\partial N_i \partial N_j}{\partial x \partial x} + \frac{\partial N_i \partial N_j}{\partial y \partial y} \right) d\Omega + \int_{\Gamma^{(e)}} \eta \left( N_i \frac{\partial N_j}{\partial x} l_x + N_i \frac{\partial N_j}{\partial y} l_y \right) d\Gamma \quad (3-28)$$

$$P_i^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} \frac{\partial p}{\partial z} N_i d\Omega \quad (3-29)$$

式中  $l_x, l_y$  分别为对  $x$  轴和  $y$  轴的余弦分量。化简式(3-28)和式(3-29)需求插值函数对  $x$  和  $y$  的偏导。由式(3-20)可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \xi} &= a & \frac{\partial \xi}{\partial x} &= \frac{1}{a} \\ \frac{\partial y}{\partial \zeta} &= b & \frac{\partial \zeta}{\partial y} &= \frac{1}{b} \end{aligned} \quad (3-30)$$

由上式和式(3-21)可化简插值函数对  $x, y$  的偏导

$$\frac{\partial N_i}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{a} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{\xi_i}{4a} (1 + \zeta \zeta_i) \quad (3-31)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial y} = \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{1}{b} \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} = \frac{\zeta_i}{4b} (1 + \xi \xi_i) \quad (3-32)$$

把上两式代入式(3-28)和式(3-29)化简得

$$K_{ij}^{(e)} = -\eta \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left[ \frac{b \xi_i \xi_j}{16a} (1 + \zeta \zeta_i)(1 + \zeta \zeta_j) + \frac{a \zeta_i \zeta_j}{16b} (1 + \xi \xi_i)(1 + \xi \xi_j) \right] d\xi d\zeta$$

再进行积分可得

$$K_{2ij}^{(e)} = \eta \int_{\Gamma^{(e)}} \left[ (1 + \xi \xi_i)(1 + \zeta \zeta_i) \left( \frac{\xi_j (1 + \zeta \zeta_j)}{4a} l_x + \frac{\zeta_j (1 + \xi \xi_j)}{4b} l_y \right) \right] d\Gamma$$

$$K_{ij}^{(e)} = K_{1ij}^{(e)} + K_{2ij}^{(e)}$$

$$P_i^{(e)} = \frac{\partial P}{\partial z} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 ab(1 + \xi \xi_i)(1 + \zeta \zeta_i) d\xi d\zeta$$

再化简得

$$P_i^{(e)} = \frac{\partial P}{\partial z} ab$$

其中  $K_{2y}$  为求解域边界对单刚矩阵的贡献, 这需根据边界形状及其外法线方向来确定其值。当取的单元如图 3-4 所示且编号也如图时, 暂不考虑  $K_{2y}$  时(编程时仍需叠加上去), 单刚  $[K^{(e)}]$  和特征向量  $\{P^{(e)}\}$  分别为:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{a^2+b^2}{3ab} & \frac{b^2+2a^2}{6ab} & -\frac{a^2+b^2}{6ab} & \frac{a^2-2b^2}{6ab} \\ & \frac{a^2+b^2}{3ab} & \frac{a^2-2b^2}{6ab} & -\frac{a^2+b^2}{6ab} \\ & & \frac{a^2+b^2}{3ab} & \frac{b^2-2a^2}{6ab} \\ & & & \frac{a^2+b^2}{3ab} \end{pmatrix}$$

$$\{P^{(e)}\} = \frac{\partial P}{\partial z} ab \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

单刚矩阵建立后, 便可构造总的刚度矩阵。集合单元刚度矩阵和特征向量的方法都是以单元结点处的协调性要求为基础的, 这意味着在结点处个单元是连在一起的, 未知点自由度对连接在该结点处的全部单元都相同。设  $E$  和  $M$  分别表示单元的总数和结点自由度总数,  $\{P\}$  表示  $M$  个结点自由度向量,  $[K]$  即表示  $M \times M$  阶的总体刚度矩阵。由于单元刚度矩阵  $[K^{(e)}]$  和单元特征向量  $\{P^{(e)}\}$  分别是  $n \times n$  和  $n \times 1$  阶的, 故可以用在剩余位置上填入零元素而在由结点相联系处运用代数叠加法来求得  $M \times M$  阶的总刚矩阵和  $M \times 1$  阶的总特征向量。总的矩阵方程为

$$[K]\{v\} = \{P\} \quad (3-33)$$

由以上可知矩阵  $[K]$  是表观粘度  $\eta$  的函数, 而根据幂率流体的粘度模型, 当不计温度和压力对粘度的影响时, 表观粘度  $\eta$  可表述为:

$$\eta = k \left( \frac{1}{2} \Pi_{\Delta} \right)^{\frac{n-1}{2}}$$

其中  $\Pi_{\Delta}$  表示应变速率张量中一纯量不变量。由于只考虑  $z$  方向的速度，所以上式可化为：

$$\eta = k \left[ \left( \frac{\partial v_z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \quad (3-34)$$

由上式可以看出表观粘度—剪切率关系是非线性的，由式 (2-24) 给定，因而解方程(3-33)相当于解一联立非线性方程组，这可采用迭代法来求解。其步骤如下：

①引入边界粘附的假设，并设各单元起始有一恒定表观粘度，按牛顿流体的速度分布来求解方程(3-33)。

②按求得的速度分布计算各单元的剪切速率和表观粘度。

③把求得的表现粘度代入矩阵  $[K]$ ，更新原来的总刚矩阵。

④引入边界条件后，再次按式((3-33)求解  $v_i^{n+1}$ 。

⑤给定一极小量  $\varepsilon$  与前后解得的  $v_i$  的差值来判定其收敛性。

$$|v_i^{n+1} - v_i^n| \leq \varepsilon \quad (i = 1, 2, \dots)$$

如果收敛性不满足，则重复步骤②至⑤。

### 3.4.1.4 二维模拟方法在三维模拟中的拓展

在异型材挤出中，流道的横截面由入口到出口形状不断变化，其内流体的流动多为三维流动，流速不仅在其截面上沿高、宽方向变化，而且沿流动方向也有变化，这时流速的分布要用三个坐标来表示。通过对流体进行三维数值模拟，可准确知道给定几何条件下的流场分布。但是若要作三维有限元分析，不仅划分网格困难，而且计算时间相当长。为了分析口模中流体流动，需要兼顾压力降和速度的三维精确计算和二维近似计算。本文中运用二维的方法，作三维

流动分析。该方法的指导思想就是从横截面着手，通过成型段平直段的二维分析，求解出成型段的流速分布，然后根据平直段横截面内各划分单元对应压缩段各单元流量相等的原则，按宏观平衡建立截面之间的能量关系，这样便可推导出压缩段与成型段的总压力降。

在平直段内，模具各个横截面内只有一个速度分量  $v_z(x, y)$ ，其动量方程式为式 (3-23)，该方程可以在恒定压力梯度和适当边界条件下，用有限元方法求解。文章的前一部分已讲述了有限元法求解的具体过程。在压缩段内，流道各截面形状不一，为求解需引入物质守恒概念。若已知进口横截面  $S_1$ ，出口横截面  $S_2$ ，如果截面之间是线性变化，则有下列式成立：

$$x(u) = (1-u)x_1 + ux_2$$

$$y(u) = (1-u)y_1 + uy_2$$

$$u = z/L$$

其中  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$  分别是入口点和出口面上对应入口面的点， $L$  是这两部分的长度， $(x(u), y(u))$  是过渡横截面上的点坐标。如果  $S_1$  和  $S_2$  形状相同，大小不同，可用基于流线概念——对应关系(如图 3-5)。

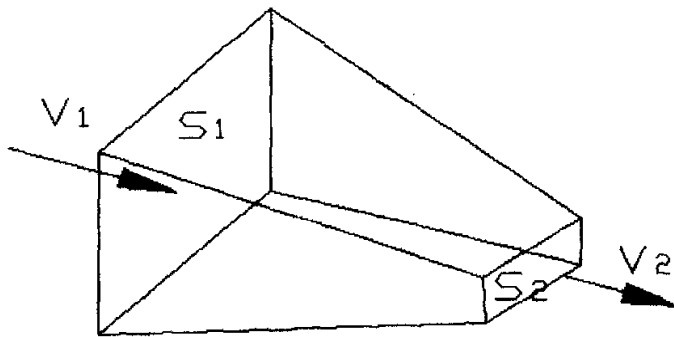


图 3-5 流动区域示意图

但在挤出异型材时，压缩段的截面变化复杂，本文作如下处理，在成型段入口截面处，划分截面为许多细小网格，同时在距入口端为 $\Delta Z$ 处的压缩段一截面对应划分相同数目的网格。再取一假想截面，其内网格划分同上，且每一单元面积与压缩段内截面对应单元面积相当，而与入口端对应截面内的单元形状相同，这样便确定了一截面形状不变的假想流动区域。在这样的流动区域点 $(x_2, y_2)$ 可以表示成如下形式：

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 \sqrt{S_2/S_1} \\ y_2 &= y_1 \sqrt{S_2/S_1} \end{aligned} \quad (3-35)$$

再由质量守恒定理，由入口截面速度可计算区域内的速度分布，其速度为

$$v_2(x_2, y_2) = v_1(x_1, y_1) \frac{S_1}{S_2} \quad (3-36)$$

其中 $v_1$ 为入口截面上点 $(x_1, y_1)$ 的速度， $S_1$ 为入口截面面积， $S_2$ 为出口端面积， $v_2$ 为其流速。由此，当知道入口端各点的速度分布，便可求出出口端的速度分布，并可求出剪切速率 $\dot{\gamma}$ 和剪切应力 $\tau$ ，从而根据指数形式的本构方程可确定单位体积粘性耗散能为：

$$\bar{\Phi} = K \dot{\gamma}^{n+1}$$

从而总的粘性耗散能为

$$E_v = \int \bar{\Phi} dV = \int_{z_1}^{z_2} \int \bar{\Phi} dS dz = \int_{z_1}^{z_2} K \dot{\gamma}^{n+1} dS dz$$

将上式化为求和表达式为

$$E_v = K \Delta L \sum_{i=1}^{enum} \dot{\gamma}_i^{n+1} \Delta S_i \quad (3-37)$$

式中 $\dot{\gamma}_i$ 为横截面上第 $i$ 个单元剪切速率， $enum$ 为截面单元数， $\Delta S_i$ 为第 $i$ 个单元的面积。

这样便可根据成型段内用有限元法求得截面各点的流速分布，各结点流速

值知道后,再利用  $v^{(e)} = \sum_{i=1}^n N_i v_i$  求各单元流速,而各过渡面截面上的单元流速分布便也可求出。把压缩段等分成  $m$  等份,每两截面间相距  $\Delta L$ ,利用式(3-37)便可求出两截面间的粘性耗散能。

当起始横截面上  $S_1$  上第  $i$  个单元的剪切速率为:  $\dot{\gamma}^i$ , 其单元面积为  $\Delta S^i$ , 那么基于流道近似的对应关系有下式成立:

$$\Delta S_2^i = \left( \frac{S_2}{S_1} \right) \Delta S_1^i \quad (3-38)$$

式中  $\Delta S_2^i$  为对应面积为  $\Delta S_1^i$  的单元面积,  $S_2$  为出口截面总面积。把上式代入式(3-35)并结合式(3-36)可得:

$$x_2^i = x_1^i \sqrt{\frac{\Delta S_2^i}{\Delta S_1^i}}$$

$$y_2^i = y_1^i \sqrt{\frac{\Delta S_2^i}{\Delta S_1^i}} \quad (3-39)$$

$$v_2^i = v_1^i \frac{\Delta S_1^i}{\Delta S_2^i} \quad (3-40)$$

式中  $v_1^i$  和  $v_2^i$  分别为第  $i$  单元的出、入口流速。根据式(3-34)有

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\left( \frac{\partial v_z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2}$$

如此结合上述各式有

$$\dot{\gamma}_1^i = \sqrt{\left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_1}{\partial y_1} \right)^2} \quad (3-41)$$

$$\dot{\gamma}_2^i = \sqrt{\left( \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_2}{\partial y_2} \right)^2} \quad (3-42)$$

由式(3-38)和式(3-39)可知



$$\frac{\partial v_2'}{\partial x_2'} = \frac{\partial \left( v_1' \frac{\Delta S_1'}{\Delta S_2'} \right)}{\partial \left( x_1' \sqrt{\frac{\Delta S_2'}{\Delta S_1'}} \right)} = \left( \frac{\Delta S_1'}{\Delta S_2'} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{\partial v_1'}{\partial x_1'}$$

$$\frac{\partial v_2'}{\partial y_2'} = \left( \frac{\Delta S_1'}{\Delta S_2'} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{\partial v_1'}{\partial y_1'}$$

把上述两式代入式(3-42)并与式(3-41)比较有下式成立:

$$\dot{\gamma}_2' = \left( \frac{\Delta S_1'}{\Delta S_2'} \right)^{\frac{3}{2}} \dot{\gamma}_1' \quad (3-43)$$

代上式入式(3-37)可得

$$E_v = K \Delta L \sum_{i=1}^{nm} \left( \frac{\Delta S_1'}{\Delta S_2'} \right)^{\frac{3n+3}{2}} \cdot (\dot{\gamma}_i')^{n+1} \Delta S_i' \quad (3-44)$$

任一两个横截面之间的粘性耗散能求出来后,把求得的各截面间的耗散能相加,便可求得整个压缩段的能量损耗,再采用机械能的宏观平衡便可计算整个压缩段的压力降为:

$$\Delta P = \frac{\Sigma E_v}{Q} \quad (3-45)$$

式中 Q 为总的流率。

### 3.4.2 温度分布的有限元求解

根据能量方程的简化表达式(3-24)可看出,流动过程中温度分布与速度分布及剪切速率相关联。这种相互关联是由于方程中的表观粘度  $\eta$  是温度 T 和剪切速率 Y 的函数,因此温度分布影响速度分布。反过来,速度分布也影响温度分布,因为熔体内由于速度梯度的存在而由内摩擦产生热。实际情况当中,温度分布对速度分布的影响远小于速度分布对温度分布的影响,因此,可减少其关联性,忽略温度分布对速度分布的影响。式(3-24)中考虑了轴向热梯度的存在,这就需要对温度场进行三维数值分析。

前一节中速度场有限元的计算为温度场的求解提供了基础。对方程(3-24)采取在垂直于流动方向的横截面上用有限元法而在流动方向即 Z 方向用有限差分的混合法来求解。考虑到求解的方便与速度场结合起来,同样在横截面划分

的单元网格与求解速度场时相一致，这样便可充分利用由速度场有限元所计算的每个单元的流速、粘度和剪切率。在 Z 方向划分步长为  $\Delta Z$ ，其与单元边长在一个数量级上。

选用同求解速度时相同的插值函数有

$$T = \sum_{i=1}^n N_i T_i^{(e)} = [N] \{T^{(e)}\} \quad (3-46)$$

同样可求得式(3-23)的等效积分弱形式为

$$\begin{aligned} & \rho c v_z \int_{\Omega^{(e)}} N_i [N] \frac{\partial}{\partial z} \{T^{(e)}\} d\Omega + \lambda \int_{\Omega^{(e)}} \left( \frac{\partial N_i \partial [N]}{\partial x \partial x} + \frac{\partial N_i \partial [N]}{\partial y \partial y} \right) \{T^{(e)}\} d\Omega \\ & - \lambda \int_{\Gamma^{(e)}} N_i \frac{\partial [N]}{\partial n} \{T^{(e)}\} d\Gamma = \int_{\Omega^{(e)}} N_i \eta \dot{\gamma}^2 d\Omega \end{aligned} \quad (3-47)$$

式中  $\mathbf{n}$  为边界外法线方向。上式可写成单元矩阵方程为

$$[K^{(e)}] \{T^{(e)}\} + [C^{(e)}] \frac{\partial}{\partial z} \{T^{(e)}\} = \{P^{(e)}\} \quad (3-48)$$

其中组成矩阵  $[K^{(e)}]$ ,  $[C^{(e)}]$  和向量  $\{P^{(e)}\}$  的元素分别为

$$\begin{aligned} K_{ij}^{(e)} &= \lambda \int_{\Omega^{(e)}} \left( \frac{\partial N_i \partial N_j}{\partial x \partial x} + \frac{\partial N_i \partial N_j}{\partial y \partial y} \right) d\Omega - \lambda \int_{\Gamma^{(e)}} N_i \frac{\partial N_j}{\partial n} d\Gamma \\ C_{ij}^{(e)} &= \rho c v_z \int_{\Omega^{(e)}} N_i N_j d\Omega \\ P_i^{(e)} &= \int_{\Omega^{(e)}} N_i \eta \dot{\gamma}^2 d\Omega \end{aligned}$$

集合单元矩阵方程(3-48)得总体矩阵方程为

$$[K] \{T\} + [C] \frac{\partial}{\partial z} \{T\} = \{P\} \quad (3-49)$$

对上述方程在 Z 方向用差分离散，对 Z 的导数项采用前差格式

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta z} \quad (3-50)$$

此时 T 有下列几种形式

$$T = T^n$$

$$T = T^{n+1}$$

$$T = \frac{1}{2}(T^n + T^{n+1}) \quad (3-51)$$

将式(3-50)与式(3-51)代入式(3-49)可得下列差分方程组

$$([C] + (1-\theta)\Delta z[K])\{T\}^{z+\Delta z} = \Delta z\{P\}^z + ([C] - \theta\Delta z[K])\{T\}^z \quad (3-52)$$

有限差分法理论表明 $\theta=1$ 时,为显式格式,此时属于有条件稳定, $\Delta z$ 的取值有一定的限制。 $\theta=0, \frac{1}{2}$ 时称为隐格式,此时 $\Delta z$ 取任何值,初始误差不会扩散,属于无条件稳定。本文中取 $\theta=0$ ,于是式(3-52)化为

$$([C] + \Delta z[K])\{T\}^{n+1} = \Delta z\{P\} + [C]\{T\}^n \quad (3-53)$$

若已知初始时刻的温度场,利用上式的差分方程组可依次求出各个截面上的温度分布。

### 3.5 有限元编程

求解上节中的速度场及温度场控制方程是离不开计算机的,因为它要求对成百个甚至上千个节点和单元进行计算和合成,最后还要求解一个成百阶的大型线性代数方程组。这样,不用电子计算机是无法完成的。

在电子计算机上用有限单元法求解稳态温度场问题得一般步骤是:将计算对象划分成单元并编制节点号和单元号,确定单元的 $i, j, k, m$ 与节点号的关系,单元的粘性系数和边界条件以及节点坐标等有关数据。将这些信息输入电子计算机,然后由计算机根据前面几节中推导的公式作计算,并自动形成系数矩阵 $[K]$ 及右端向量 $\{P\}$ ,最后合成求解线性代数方程组:

$$[K]\{T\} = \{P\}$$

式中,系数矩阵 $[K]$ 为一 $n \times n$ 的对称正定矩阵,其中 $n$ 为区域划分的节点数; $\{T\}$ 为所求解的由 $n$ 个节点的未知温度、速度列向量; $\{P\}$ 为已知的右端列向量。

在计算机语言方面,由于C++语言是目前最为广泛的应用语言<sup>[35-39]</sup>,它具有比传统的过程语言更高的效率,支持数据封装和数据抽象,允许底层存储器访问,支持对多种语言的代码的调用,并提供了继承、多态性和动态联编等机

制来支持面向对象编程，另外 C++ 语言具有比其他语言更强的可扩展性。因此，本文采用 Visual C++ 语言来作为描述和软件开发的计算机工程语言。

## 第四章 挤出成型实验研究

### 4.1 实验方案的确定

挤出机头又称挤出模头或口模<sup>[40]</sup>，主要用于赋予熔体的形状，是影响挤出成型效率和制品质量的关键工装设备，因而挤出模头的设计是挤出成型的关键问题。在型材挤出中，模头被分成三个主要部分：第一部分是输送区，可以把熔体输入模具成型部分。第二部分是过渡区，用以得到所需尺寸，根据型材几何形状的要求，流动或是分成几个不同的管道，或是在一个流道中从入口到出口逐渐成行。最后一部分是成型区，在这一部分，熔体在熔融和传送过程中的法向应力得到松弛。在型材模头设计中，必须考虑两个问题，即过渡区的断面和流动平衡。首先，断面设计的目的就是避免由于几何尺寸的变化而使聚合物材料在在流道中形成滞留，停留时间太长会导致温度降低而使制品产生缺陷。另一方面当熔体从成型区流出时，要求达到流动平衡，即各个管道中平均速度相同。挤出过程中的一个很重要的问题是找出挤出机的操作特点，机挤出机螺杆与模头中压力的相互匹配，这可以通过求出模头和螺杆中速度—压力降曲线的交点的方法去实现。这样，对于复杂形状的模头，应该计算流速—压力降关系。本文通过改变不同的机头形式及物料类型来研究挤出机头中熔体的流动状态，分析其中的压力、温度、及速度分布状态。为进行计算机模拟提供可靠的试验数据。

本次试验是对 HDPE、大韩油化和黑料进行加工，采用固定长方形口模的长宽比为 5.5: 1，仅仅改变成型段长度的挤出口模，通过改变螺杆转速，研究机头内的熔体流动状态及挤出机的最佳工作条件。本实验主要目的是为计算机程序的计算结果提供试验数据，以验证数值计算的结果的准确和可靠程度。因此试验中，主要测试得数据有：机头内熔体成型段入口  $T_1$  和口模出口的温度  $T_2$ 、机头入口压力  $P$ 、生产能力  $Q$ 、螺杆转速  $V$ 。

本实验是多因素水平试验，为了能够更好的采集数据，我们采用了正交实验方法，其主要因素水平包括以下几个部分：

因素水平：

- (1) 色母粒：HDPE、黑料、大韩油化；
- (2) 螺杆转速：60r/min、70r/min、80r/min、90r/min，最大到 140 r/min；
- (3) 机头形状：长方形口模（成型段长度为 20，24，28mm）；

(4) 挤出段温度: 180℃, 190℃, 200℃。

## 4.2 实验装置

本论文的试验研究部分是在所用设备为莱芜轻工塑料机械厂的 SJ-45/25D.C 塑料挤出机, 螺杆长径比(L/D)为 25:1, 工作长度为 1125mm。传动系统的减速比为 9.04, 此实验机台主要由以下几个部分组成。实验装置如图 4-1 所示。

(1) 传动部分: 本实验传动部分由无级变速整流子电机和立式三级减速箱组成。电机功率为 7.5Kw, 最高转速为 1500rpm, 通过调整其转速, 可使螺杆转速在 30r/min~150r/min 范围内调整;



图 4-1 实验用挤出机

(电机功率为 7.5Kw、螺杆转速在 30r/min~150r/min 范围内调整)

Fig.4-1the extruder for experiment

(2) 机身部分: 主机是新型的  $\Phi 45$  塑料挤出机, 其机身部分是整体式机筒

(3) 加料系统: 锥形加料斗重力加料

(4) 螺杆部分: 普通三段式螺杆, 螺杆直径  $\Phi 45$ 。

(5) 加热冷却系统：本机加热采用铸铝加热器，分三段对机筒进行加热，每段配有专门的风机进行冷却。

(6) 机头部分：本实验进行异型材挤出，机头是主要的测试部分，其形式采用长宽比为 5.5:1 的长方形口模进行实验。三个口模结构参数除成型段以外均相同，成型段长度  $L$  不同分别为 20，24，28。如图 4-2：





图 4-2 实验用口模图 (定型段 L 分别为 20, 24, 28)

Fig.4-2 the drawing of die for experiment

(7) 测试设备:

- ①上海银河仪器仪表有限公司的 PY602/PY602-H 智能数字压力温度表配有 PT124B-131-25Mpa-M14-E 型高温熔体压力温度双参数传感器, 可直接变送输出标准信号, 并能实现压力温度同一点的测量传感器;
- ②XMTD 数显温度显示仪、电子秤、秒表以及游标卡尺。

### 4.3 温度测量方法的选择

本次实验中, 用了两种方法测温, 机筒内部物料温度使用热电偶测温(数字测温仪:DM6902, 出口物料温度使用双金属温度测量仪。

#### 4.3.1 几种温度计的选择<sup>[41]</sup>

(1) 热辐射温度计

根据物体的热辐射作用随物体温度变化来测量温度的。它是属于非接触式测量, 其特点是感温元件不与被测物体直接接触。由于要求被测物体必须要暴露物遮挡, 所以本实验只在测量出口物料温度时使用红外线测温仪。

(2) 电阻温度计:

工业生产中广泛应用。在 $-120^{\circ}\text{C}\sim 500^{\circ}\text{C}$ 范围内的温度测量常常是用电阻温度计。它的突出优点是:

- 1) 量精度高。630 $^{\circ}\text{C}$ 以下的温度利用铂电阻温度计作为基准温度计;
- 2) 由于是电信号, 故容易实现信号的远距离传送和自动控制;
- 3) 灵敏度高;



同时它的缺点是：

- 1) 电阻—温度曲线一般为非线性的；
- 2) 电流低 ( $I < 100 \mu A$ )，有漂移现象；
- 3) 热交换引起的误差，包括由导热损失、对流损失和辐射损失引起的误差；
- 4) 热点阻分度误差，即热电阻体的电阻值与温度的关系和统一分度表的差值；
- 5) 线路电阻引起的误差；
- 6) 通过热电阻的电流产生的焦耳热引起的误差；
- 7) 显示仪表的基本误差，由仪表的精度等级决定；

动态误差。

### (3) 热电偶温度计

热电偶是由两种不同的导体（或半导体）材料焊接或铰接而成，焊接的一端与被测介质充分接触，感受被测温度，称为热电偶的工作端或热端，另一端与导线连接，称为自由端或冷端。按图 5-3 组成的热电偶温度计，如果将热电偶的热端加热使得冷热两端的温度不同，则在该热电偶回路中就会产生热电势，通过一定的方法将热电势转化成温度差即可测得冷热流体的温度差。

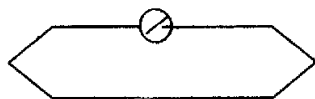


图 4-3 热电偶温度差计简图

Fig.4-3 the drawing of thermocouple temperature meter

热电偶是应用热电现象（即西贝克效应），即如果热端和冷热两端的温度不同，在该热电偶回路中就会产生热电势，通过测量电势差来确定温度的。

它的优点为：

- 1) 结构简单：通常由两根热电偶丝、一个稳定的参考点以及一个电位差计系统组成；
- 2) 用在较宽广的温度范围内；
- 3) 多热电偶组合可以在较宽范围内给出几乎线性的输出；
- 4) 电偶系统很容易与检测仪表相匹配；

缺点为：

1) 由于各种热电偶的分度表均是在冷端温度为零度条件下热电势与温度之间的关系。因此在热电偶测温时,冷端必须保持在零度,否则将产生误差。但在工业上使用时,要是冷端保持零度是比较困难的。

2) 热电偶测量的是电压值,需进一步查找各型热电偶的分度表才能得出其温度值,因此在工业测量中也有诸多不便。

热电偶的体积比热电阻的体积小的多,因而它的动态误差也比热电阻小的多,使得快速测量少受限制。况且,对于此项研究我们以前一直采用热电偶方法进行。已经可以达到较好的精度,便于实施、稳定可靠。所以,对本实验所要测量的机筒内部温度而言,用热电偶测量温度是唯一有效的方法,它测量准确,可以与测量点紧密接触,热惰性小。热电偶采用的是铜-康铜热电偶,该热电偶正极为纯铜,负极为康铜,适用测量范围一般为 $-200^{\circ}\text{C}$ — $300^{\circ}\text{C}$ ,在廉价金属热电偶中它的精确度高,稳定性好,低温测量灵敏度高,可用于真空、氧化、还原及中性介质中。实验采用热电偶配合 PCL—818HG 数据采集卡测量温度,从而使测量结果更加准确,结果的记录更加简便,同时为挤出口模结构需要,在测量成型段入口温度和压力的地方,采用上海产 PT133 应变式高温熔体压力温度双参数传感器。

### 4.3.2 温度补偿方法

前面已提到过各热电偶的分度表均是在冷端温度为零的条件下热电势与温度之间的关系,因此在热电偶测温时,冷端必须保持在零度,否则将产生误差。在实验条件下有几种方法可以达到补偿的目的。

(1) 计算方法

用下式计算:

$$E(t,0) = E(t,t_0) + E(t_0,0)$$

(2) 仪表的机械零点调整法;

(3) 补偿导线法;使用热电特性与热电偶基本相同的导线进行温度信号的传输。

(4) 补偿电桥法

由于热电偶的热电势随冷端温度升高而变小,所以可以用一个有相反输出特性的电桥进行补偿。本实验由于用的数据采集卡上自带电桥补偿,所以只需连好接线板即可达到电桥补偿的目的。

### 4.3.3 测温头的安装

实验中所用的测温头都为销钉的顶部有热点偶的部分，在安装时应考虑以下问题：（1）沿探头的热传导；（2）探头引起的热对流；（3）由于剪切生热探头处的能量耗散。测温装置的设计应尽量减小这三种误差。图 5-4 中给出了熔体温度测量装置的四种设计。

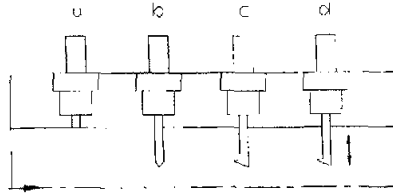


图 4-4 四种测温装置结构

Fig.4-4 the four structures of infer temperature setting

a 平安装 b 直伸出

c 逆流式 d 逆流径向可调

平安装测温装置（图 a）不会破坏螺槽中的流动。不过，探头没伸进熔体中，所测温度更接近机筒壁温度。由于内壁处熔体温度等于机筒壁温度。因此，平安装的探头可合理的给出界面处熔体的温度。然而，融体的最高温度一般并不出现在内壁处。与固体输送段与熔融段不同，熔体输送段（包括机头连接体及机头）内熔体的最高温度一般位于内壁往里的一定距离处。这样，伸出式测温装置可给出较有意义的信息。

直伸出式测温装置（图 b）既简单又结实，可合理的给出熔流中的温度。然而，由于探头与熔流方向垂直，沿探头存在剪切生热及热传导，这样，所测温度有明显误差。改进的设计就是逆流式探头（图 c）：探头与流向平行且指向上游，这对被测温处流动的破坏伸小。此法可测出局部的温度。探头的平行部分应足够常且薄，以减小热传导误差及能测出温度的快速变化。另一方面，探头应有足够的机械强度，以能经得起熔体探头通常所受的力作用。

开机或停机时容易损坏探头，为避免这个问题，采用径向可调的方法（图 d）。这样，可在稳定条件下才把探头插入熔体中。流速高及熔体粘度大时，熔体加于探头的力相当大，为此，探头的与熔体流向平行部分通常做成锥形或短的小直径管形。除避免破坏外，深度可调的探头还具有这样的优点，即仅用一个探

头就能测量熔流各层的温度。但目前此法实际上的应用相当有限。

逆流式探头的测量准确度要比直伸出的是的高许多（差约  $10\sim 15^{\circ}\text{C}$ ）。上述四种方法，只有在小且薄平行短的逆流时探头才能确定在短于 1 分钟内发生的温度波动。这意味着，普通的热电偶不适于确定高频（时间短于 1 分钟）的挤出不稳定性。

考虑到最后一种难于实现，故本实验中使用的是较为准确的逆流式探头。

#### 4.4 数据采集系统的选择

数据采集系统，也常称为计算机数据采集系统，是计算机技术与传统的测试技术相结合而产生的自动测试技术。

由于本实验人为测量无法达到实验要求，于是考虑使用计算机数据采集系统。这就要求该系统具有多个通道，并有较高的采样频率。于是选用 Advantech 公司的 PCL-818HG 数据采集卡进行测量，由于它专为 IBM PC/XT/AT 机及其兼容机设计，所以我们使用一台奔腾 120 微机与它配套组成简单实用的系统。奔腾 120 微机虽然较老，但用来完成实验任务已经足够了。

PCL-818HG 数据采集卡的模拟输入时基本参数为：

- 1) 16 个单极性通道或 8 个双极性通道输入，跳线设计；
- 2) 12 位 A/D 转换，以 DMA 传送方式时采样频率达 100kHz。

#### 4.5 物料熔融指数等性能参数的测定

##### 4.5.1 所采用的测定仪器

实验采用长春第二材料试验厂生产的熔体熔融指数测定仪。其流变参数在英国 BOHLIN 仪器公司生产的 Rosand Precision Rheometer C-VOR 型流变仪上进行测定。该流变仪采用了零口模技术，可消除入口效应，参数的输入输出由计算机控制。仪器测试部分结构如图 4-5：

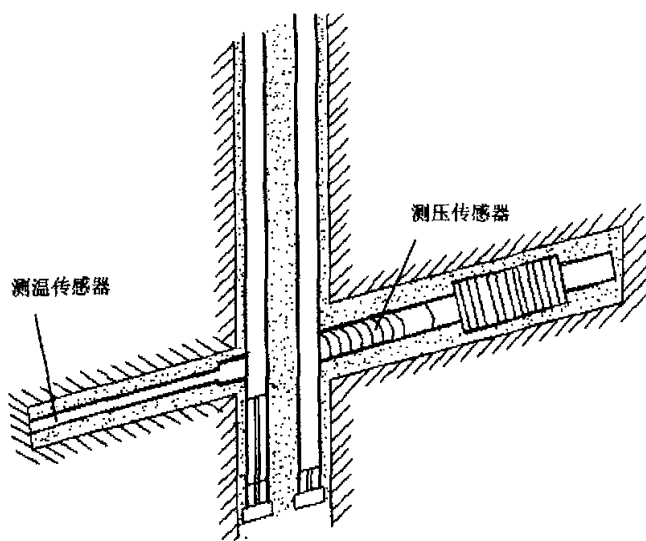


图 4-5 Rosand 流变仪结构图

Fig.4-5 the structure drawing of rheometre

#### 4.5.2 测定方法

熔融指数的测定采用GB3682-83标准,在190℃、载荷5kg、口模直径2.095mm的条件下分5组,每组分别取3个试样,取样时间60s,取平均值作为组试样的测试值,测得的熔融指数为1.11g/10min。用Rosand Precision Rheometer流变仪测定流变参数的实验条件为:毛细管的直径为1mm,长径比为16:1。在190℃~230℃之间分五个温度点,每个温度点取6种不同的剪切速率进行测试。

#### 4.5.3 测定结果

经过实验测定得出熔融指数值如表

表 4-1 物料性能

物料种类	性能 熔融指数	密度
HDPE (DGB-2480)	12	0.945
大韩油化 E308	0.8	0.956
燃气管材料	0.9	0.95

其它物性参数的关系如下

### (1) 剪切应力与剪切速率的关系

图 4-6 为 190℃~230℃ 时 HDPE 样品的  $\tau_w$  与  $\dot{\gamma}_w$  的关系图, 由图 4-6 可见在剪切速率较低的 AB 段, 挤出过程正常, 相应挤出物料表面光滑, 可认为是第一段光滑区。当加工温度为 190~200℃ 时, 在 BC 段挤出物表面开始出现粗糙和有规则的挤出畸变, 相应的在流变曲线上出现明显的压力振荡, 但随温度继续升高这一现象有所缓解, 在 CD 段达到第二光滑区。在 210~230℃ 时, 压力振荡程度又明显降低, 挤出畸变有所缓解并且在 D 点以后出现第二光滑区。这主要与熔体的粘弹性、分子链的取向及工艺条件等因素有关。

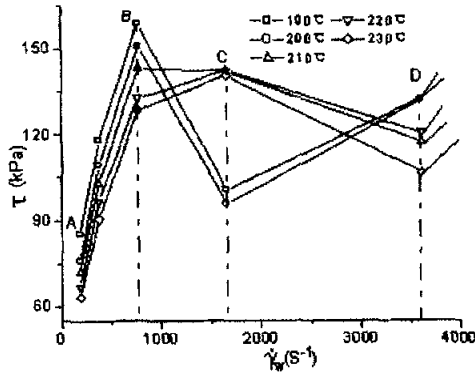


图 4-6 剪切速率  $\dot{\gamma}_w$  与剪切应力  $\tau$  的关系

Fig.4-6 the relation between cutting velocity  $\dot{\gamma}_w$  and cutting stress  $\tau$

### (2) 表观粘度与剪切速率的关系

HDPE 的表观粘度和剪切速率的关系如图 4-7。由图 4-7 可见, 随剪切速率增加, 表观粘度下降。当剪切速率相同时, 粘度随温度的变化趋势有所不同, 这说明该材料的表观粘度随温度变化的影响较大, 因而在进行挤出加工时应选择合理的加工温度。

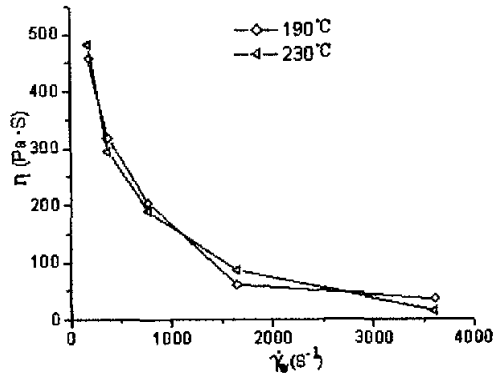


图 4-7 剪切速率  $\dot{\gamma}_w$  与表观粘度  $\eta$  的关系

Fig.4-7 the relation between cutting velocity  $\dot{\gamma}_w$  and list adhibition  $\eta$

### (3) 不同温度下非牛顿指数与剪切速率的关系

不同温度下非牛顿指数  $n$  和剪切速率  $\dot{\gamma}_w$  的关系如图 4-8 所示：在 190°C ~ 205°C 时 HDPE 熔体的非牛顿指数随剪切速率增大缓慢增加，在剪切速率  $\dot{\gamma}_w > 771 \text{ s}^{-1}$  时非牛顿指数  $n$  的变化趋于平稳。在 205°C ~ 220°C 时，熔体的非牛顿指数  $n$  随剪切速率增大逐渐减小，当温度升至 230°C 时，非牛顿指数  $n$  随剪切速率  $\dot{\gamma}_w$  的变化明显，非牛顿指数  $n$  的变化幅度大，表明当温度升高时熔体的非牛顿指数受剪切速率的影响较大。

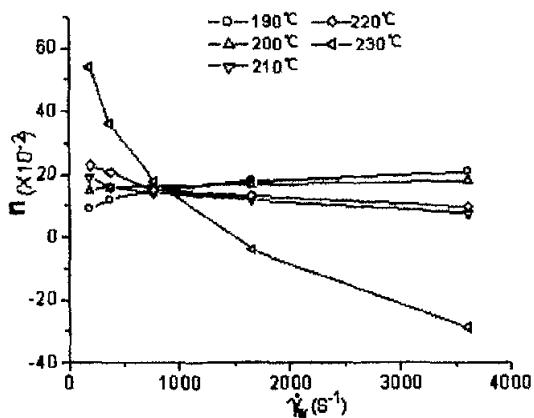


图 4-8 非牛顿指数  $n$  和剪切速率  $\dot{\gamma}_w$  的关系

Fig.4-8 the relation between nonexponent  $n$  and cutting velocity  $\dot{\gamma}_w$

#### 4.5 实验数据

本实验是多因素水平试验<sup>[42]</sup>，为了能够更好的采集数据，我们采用了正交实验方法其主要因素水平有，如下表：

表 4-2 实验因素与水平表

因素	塑料类型	机头口模成型段长度	机头温度设置 $T(^{\circ}C)$	螺杆转速 $n(r/min)$
一水平(1)	大韩油化 HDPE (E308)	L1=20	180	60
二水平(2)	齐鲁石化 HDPE (DGDB2480)	L2=24	190	80
三水平(3)	淄博沃森燃气管料 HDPE (黑料)	L3=28	200	100



表 4-3 挤出能力实验数据

实验 序号	因素				实验结果
	口模形 状	螺杆转速	机头温度设 置	塑料类型	挤出产量 ( $v_v$ ) (kg/h)
	水平				
	A 成型段 长度	B 转速 (r/min)	C 挤出段温度 ℃	D 塑料	
1	L=20	1 60	1 180	1 大韩油化	4.20
2	L=20	2 80	2 190	2 齐鲁石化	6.23
3	L=20	3 100	3 200	3 燃气管料	14.41
4	L=24	1 60	2 190	3 燃气管料	4.10
5	L=24	2 80	3 200	1 大韩油化	7.20
6	L=24	3 100	1 180	2 齐鲁石化	17.28
7	L=28	1 60	3 200	2 齐鲁石化	10.80
8	L=28	2 80	1 180	3 燃气管料	13.44
9	L=28	3 100	2 190	1 大韩油化	18.00

表 4-4 挤出温度实验数据

实验 序号	因素				实验结果
	口模形状	螺杆转速	机头温度设置	塑料种类	挤出温度 ℃
	水平				
	A 成型段 长度 (mm)	B 转速 (r/min)	C 挤出段温度 ℃	D 塑料	
1	L=20	1 60	1 180	1 大韩油化	188.9
2	L=20	2 80	2 190	2 齐鲁石化	196.2
3	L=20	3 100	3 200	3 燃气管料	199.4
4	L=24	1 60	2 190	3 燃气管料	188.9
5	L=24	2 80	3 200	1 大韩油化	195
6	L=24	3 100	1 180	2 齐鲁石化	198
7	L=28	1 60	3 200	2 齐鲁石化	189
8	L=28	2 80	1 180	3 燃气管料	193
9	L=28	3 100	2 190	1 大韩油化	197

表 4-5 挤出胀大实验数据

实验 序号	因素				实验结果
	口模形状	螺杆转速	机头温度设置	塑料种类	挤出胀大倍数
	水平				
	A 成型段 长度 (mm)	B 转速 (r/min)	C 挤出段温度 ℃	D 塑料	
1	L=20	1 60	1 180	1 大韩油化	1.75
2	L=20	2 80	2 190	2 齐鲁石化	1.669
3	L=20	3 100	3 200	3 燃气管料	1.621
4	L=24	1 60	2 190	3 燃气管料	1.447
5	L=24	2 80	3 200	1 大韩油化	1.495
6	L=24	3 100	1 180	2 齐鲁石化	1.694
7	L=28	1 60	3 200	2 齐鲁石化	1.608
8	L=28	2 80	1 180	3 燃气管料	1.511
9	L=28	3 100	2 190	1 大韩油化	1.721

表 4-6 挤出 (HDPE, L=24) 实验数据

实验 序号	温度设置	喂料段 50℃	压缩段 100℃	挤出段 150℃		
	因素			实验结果		
	塑料种类	口模形状	螺杆转速 (r/min)	口模出口处 温度(℃)	机头压力 (MPa)	挤出速度 (cm/s)
1	HDPE	L=24	60	183	3.1	2.53
2	HDPE	L=24	70	185	3.3	2.84
3	HDPE	L=24	80	188	3.6	4.01
4	HDPE	L=24	90	189	3.4	4.65
5	HDPE	L=24	100	192	3.8	5.34
6	HDPE	L=24	110	195	3.9	7.02
7	HDPE	L=24	120	199	4.1	7.95
8	HDPE	L=24	130	204	4.6	8.25
9	HDPE	L=24	140	210	4.9	8.63

表 4-7 挤出 (HDPE, L=28) 实验数据

实验 序号	温度设置	喂料段 50℃		压缩段 100℃		挤出段 150℃
	因素			实验结果		
	塑料种类	口模形状	螺杆转速 (r/min)	口模出口处 温度(℃)	机头压力 (MPa)	挤出速度 (cm/s)
1	HDPE	L=28	60	186	3.4	2.49
2	HDPE	L=28	70	189	3.6	2.47
3	HDPE	L=28	80	193	3.7	3.19
4	HDPE	L=28	90	194	4.0	5.66
5	HDPE	L=28	100	201	3.9	5.18
6	HDPE	L=28	110	205	4.1	6.45
7	HDPE	L=28	120	207	4.6	7.57
8	HDPE	L=28	130	211	4.8	7.89
9	HDPE	L=28	140	218	5.2	7.68

## 第五章 实验数据分析处理

### 5.1 实验数据处理

#### 5.1.1 正交设计

正交设计<sup>[42-43]</sup>是利用“正交表”进行科学的安排与分析多种因素实验的方法,它的主要优点是能在很多实验方案(也称实验条件)中选出代表性强的少数实验方案,并通过对这少数实验方案的实验结果的分析,推断出最优方案,同时还可以作进一步的分析,得到比实验结果本身给出的还要多的有关因素(也称因子)的信息。

对正交实验结果的分析,通常采用两种方法:一种是直观的分析法或称极差分析法;另一种是方差分析法。在实际工作中两种方法都有用,下面对实验结果的分析就同时采用了这两种方法。

直观分析法是通过计算各因子的水平的实验指标(即表示实验结果的特征值)的均值和极差值,按极差大小排列出各因子和交互作用的显著性顺序。根据排列顺序和因子的性能水平的平均值优选出最佳的水平组合,并可计算出最佳水平组合的预测值。其突出特点是计算比较简单。但极差分析法不能估计实验过程中以及实验结果测定中必然存在的误差的大小,因而不能真正区分某因素个水平所对应的实验结果的差异究竟是由于水平的改变所引起的,还是由于实验误差引起的;另外,对影响实验结果的各因素的重要程度,极差分析法不能精确的数量估计,也不能提供一个标准来考察判断因素对实验结果的影响是否显著。

方差分析是通过计算各因子的水平试验指标的均值,偏差平方和,以及 F 检验值,在特定的显著性水平下,用 F 检验临界值比较各因子的 F 效验值,对各因子进行显著性检验,以确定最佳水平的组合和计算最佳水平组合的预测值。方差分析的优点是能定量的评价因子显著性的可靠程度(概率)以及误差的大小。

假定用正交表  $L_n(r^i)$  安排实验,实验结果为  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , 进行直观分析方差分析所用公式如下:

$K_{ij}$  = 第  $j$  列上水平号为  $i$  的各实验结果之和。

$$R_j = \max\{K_{i,j}\} - \min\{K_{i,j}\} \quad (\text{第 } j \text{ 列极差})$$

$$\bar{K}_{i,j} = \frac{r}{n} K_{i,j} \quad (\text{因素 } j \text{ 第 } i \text{ 水平的实验结果平均值})$$

$$T = \sum_{i=1}^n y_i \quad (\text{实验结果的总和})$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (\text{实验结果的总平均})$$

$$S_T = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{T^2}{n} \quad (\text{数据总偏差平方和})$$

对任意列号  $j$ , 有

$$\sum_{i=1}^r K_{i,j} = T$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^r K_{i,j} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^r \bar{K}_{i,j} = \frac{T}{n} = \bar{y}.$$

对任一列的偏差平方和  $S_j$  与自由度  $f_j$ , 有

$$S_j = \frac{r}{n} \sum_{i=1}^r K_{i,j}^2 - \frac{T^2}{n} = \frac{n}{r} \sum_{i=1}^r (\bar{K}_{i,j} - \bar{y})^2$$

$$(\text{特别, } r=2 \text{ 时 } S_j = \frac{1}{n} R_j^2)$$

$$S_T = \sum_{j=1}^l S_j$$

$$f_j = r - 1$$

$$f_T = \sum_{j=1}^l f_j$$

$$\bar{S}_j = S_j / f_j$$

误差平方和  $S_e$ 、 $S_{e\Delta}$  与自由度  $f_e$ 、 $f_{e\Delta}$ , 有

$$S_e = \sum S_{\text{空列}}$$

$$f_e = \sum f_{\text{空列}}$$

$$S_{e^{\Delta}} = S_e + \sum_{j \in J} S_j$$

$$f_{e^{\Delta}} = f_e + \sum_{j \in J} f_j$$

其中  $J$  为所有满足  $\bar{S}_j < \bar{S}_e$  的  $j$  组成的集合。

检验某因素对实验结果影响的显著性:

$$F_{\text{因}} = \frac{S_{\text{因}}/f_{\text{因}}}{S_{e^{\Delta}}/f_{e^{\Delta}}} \sim F(f_{\text{因}}, f_{e^{\Delta}})$$

若观测值  $F_{\text{因}} \geq F_{1-\alpha}(f_{\text{因}}, f_{e^{\Delta}})$ , 则以显著性水平  $\alpha$  推断该因素对实验结果的影响显著, 否则推断此因素影响不显著。

常用的 F 分布表有  $\alpha = 0.01, \alpha = 0.025, \alpha = 0.05, \alpha = 0.1$  几种情况,  $\alpha$  取值视具体情况而定。在实验精度很差时,  $\alpha$  的取值要大一些; 当精度要求很高时,  $\alpha$  的取值要小一些。在本次实验中, F 检验采用以下标准:

(1) 当  $F_{\text{因}} \geq F_{1-0.01}(f_{\text{因}}, f_{e^{\Delta}}) = F_{0.99}(f_{\text{因}}, f_{e^{\Delta}})$  时, 认为因素对实验结果的影响是高度显著的, 记为 “\*\*\*”。

(2) 当  $F_{\text{因}} \geq F_{1-0.01}(f_{\text{因}}, f_{e^{\Delta}}) \geq F_{\text{因}} \geq F_{1-0.025}(f_{\text{因}}, f_{e^{\Delta}})$  时, 称因素对实验结果的影响十分显著, 记为 “\*\*”。

(3) 当  $F_{\text{因}} \geq F_{1-0.025}(f_{\text{因}}, f_{e^{\Delta}}) \geq F_{\text{因}} \geq F_{1-0.05}(f_{\text{因}}, f_{e^{\Delta}})$  时, 称某因素对实验结果的影响较为显著, 记为 “(\*)”。

(4) 当  $F_{\text{因}} \geq F_{1-0.05}(f_{\text{因}}, f_{e^{\Delta}}) \geq F_{\text{因}} \geq F_{1-0.1}(f_{\text{因}}, f_{e^{\Delta}})$  时, 认为某因素对实验结果有影响, 记为 “[\*]”。

(5) 当  $F_{\text{因}} \leq F_{1-0.1}(f_{\text{因}}, f_{e^{\Delta}}) = F_{0.9}(f_{\text{因}}, f_{e^{\Delta}})$  时, 认为因素对实验结果的影响可以忽略或者没有影响, 记为 “[-]”。

以上式中,  $f_{\text{因}}$  称为第一自由度,  $f_{e^{\Delta}}$  称为第二自由度。



## 5.2 挤出实验数据分析

### 5.2.1 挤出能力分析

表 5-1 挤出能力实验数据处理

实验 序号	因素				实验结果
	口模形 状	螺杆转速	机头温度设 置	塑料类型	挤出产量 (kg/h)
	水平				
	A 成型段 长度	B 转速 (r/min)	C 挤出段温度 ℃	D 塑料	
1	L=20	1 60	1 180	1 大韩油化	4.20
2	L=20	2 80	2 190	2 齐鲁石化	6.23
3	L=20	3 100	3 200	3 燃气管料	14.41
4	L=24	1 60	2 190	3 燃气管料	4.10
5	L=24	2 80	3 200	1 大韩油化	7.20
6	L=24	3 100	1 180	2 齐鲁石化	17.28
7	L=28	1 60	3 200	2 齐鲁石化	10.80
8	L=28	2 80	1 180	3 燃气管料	13.44
9	L=28	3 100	2 190	1 大韩油化	18.00
$K_{1i}$	24.84	19.10	34.92	29.40	
$K_{2i}$	28.58	26.87	28.33	34.31	
$K_{3i}$	42.24	49.69	32.41	31.95	
$\bar{K}_{1i}$	8.28	6.37	11.84	7.47	
$\bar{K}_{2i}$	9.527	6.957	9.443	11.437	
$\bar{K}_{3i}$	14.08	16.563	10.80	10.65	
极差	17.40	30.59	6.59	4.91	

极差分析:

(1) 由上表可看出, 螺杆转速对挤出产量影响最大, 其次是口模成型段长度  $L$  和挤出段温度, 塑料类型对挤出产量影响最小。

(2) 塑料种类是齐鲁石化 HDPE 最好, 螺杆转速是 100r/min 最好, 挤出段温度是 180℃ 最好, 口模定型段长度  $L=28$  最好。

(3) 最好的生产条件是:

塑料种类: 齐鲁石化 HDPE

口模形状: 口模定型段长度  $L=28$

螺杆转速: 100r/min

挤出段温度: 180℃

(4) 在影响产量的因素中, 螺杆转速和口模成型段长度  $L$  对产量有较为显著的影响, 其次是机头温度设置。可以看出, 因素 A 选取三水平最好, 因素 B 选取三水平最好, 因素 C 选取一水平最好, 因素 D 选取二水平最好。

(5) 塑料类型对挤出产量无显著影响, 因此选取的工艺条件为:  $A_3B_3C_1D_2$ 。

### 5.2.2 挤出口模出口物料温度分析

由表 5-2 极差可得出, 物料类型、口模成型段长度、挤出段温度设置和螺杆转速对物料出口温度都有影响。其中, 螺杆转速对物料出口的温度影响最大, 其次是口模成型段长度, 塑料种类和挤出段温度的设置对物料出口温度的影响最小。对比图 5-1 也可反映出物料出口温度波动性, 我们从中可以得出, 与数据表中的结果基本吻合, 这说明我们的实验结果可行。

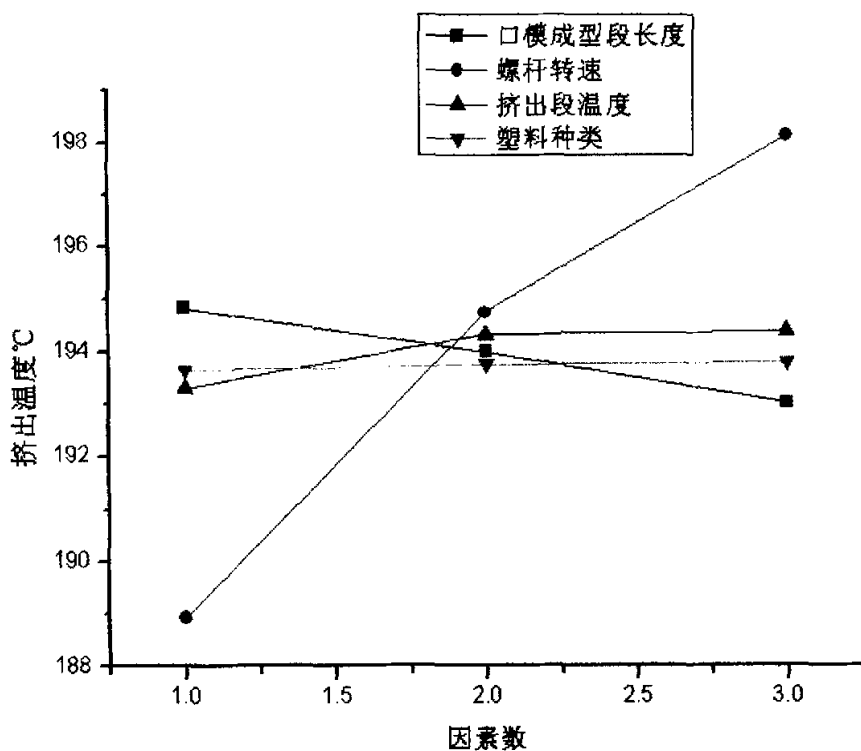


图 5-1 因素数与物料挤出温度的关系

Fig. 5-1 relation between level number and temperature of material

表 5-2 挤出温度实验数据处理

实验 序号	因素				实验结果
	口模形状	螺杆转速	机头温度设置	塑料种类	挤出温度 ℃
	水平				
A 成型段 长度(mm)	B 转速 (r/min)	C 挤出段温度 ℃	D 塑料		
1	L=20	1 60	1 180	1 大韩油化	188.9
2	L=20	2 80	2 190	2 齐鲁石化	196.2
3	L=20	3 100	3 200	3 燃气管料	199.4
4	L=24	1 60	2 190	3 燃气管料	188.9
5	L=24	2 80	3 200	1 大韩油化	195
6	L=24	3 100	1 180	2 齐鲁石化	198
7	L=28	1 60	3 200	2 齐鲁石化	189
8	L=28	2 80	1 180	3 燃气管料	193
9	L=28	3 100	2 190	1 大韩油化	197
$K_{1j}$	584.5	566.8	579.9	580.9	
$K_{2j}$	581.9	584.2	582.1	583.2	
$K_{3j}$	579	594.4	583.4	581.3	
$\bar{K}_{1j}$	194.83	188.93	193.3	193.63	
$\bar{K}_{2j}$	193.97	194.73	194.3	193.73	
$\bar{K}_{3j}$	193	198.13	194.37	193.77	
极差	5.5	27.6	3.5	2.3	

### 5.2.3 物料挤出胀大分析

由表 5-3 极差分析可得出, 物料类型、口模成型段长度、挤出段温度设置和螺杆转速对物料挤出胀大现象都有影响。其中, 塑料种类对物料挤出胀大现象影响最大, 其次是口模成型段长度和螺杆转速, 挤出段温度的设置对物料挤

出胀大现象影响最小。

表 5-3 挤出胀大实验数据处理

实验 序号	因素				实验结果
	口模形状	螺杆转速	机头温度设置	塑料种类	挤出胀大倍数
	水平				
	A 成型段 长度(mm)	B 转速 (r/min)	C 挤出段温度 ℃	D 塑料	
1	L=20	1 60	1 180	1 大韩油化	1.75
2	L=20	2 80	2 190	2 齐鲁石化	1.669
3	L=20	3 100	3 200	3 燃气管料	1.621
4	L=24	1 60	2 190	3 燃气管料	1.447
5	L=24	2 80	3 200	1 大韩油化	1.495
6	L=24	3 100	1 180	2 齐鲁石化	1.694
7	L=28	1 60	3 200	2 齐鲁石化	1.608
8	L=28	2 80	1 180	3 燃气管料	1.511
9	L=28	3 100	2 190	1 大韩油化	1.721
$K_{1i}$	5.04	4.805	4.955	4.966	
$K_{2i}$	4.636	4.675	4.837	4.971	
$K_{3i}$	4.84	5.036	4.724	4.579	
$\bar{K}_{1i}$	1.68	1.6017	1.6517	1.6553	
$\bar{K}_{2i}$	1.5453	1.5583	1.6123	1.657	
$\bar{K}_{3i}$	1.613	1.6787	1.5747	1.5263	
极差	0.368	0.361	0.231	0.392	

### 5.3 挤出口模成型段长度对挤出温度、速度、压力的影响

由表 4-5 和表 4-6 数据, 即挤出口模成型段长度  $L=24, 28$  的实验数据进行处理分析。用 origin 做图: 分别两种不同的挤出口模成型段长度对挤出口物料温度、挤出能力、挤出压力以及挤出胀大的影响。

#### ① 挤出口模成型段长度对挤出口物料温度的影响

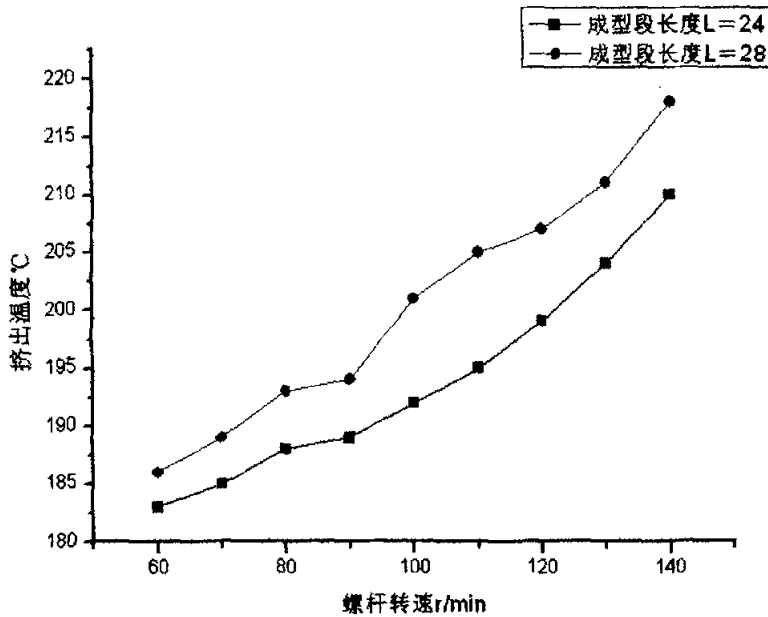


图 5-2 螺杆转速与挤出温度的关系

Fig. 5-2 The relation between the rotate speed of screw and the material temperature in the die

由图 5-2 可得出, 随着螺杆转速的增加, 物料的挤出温度不断增高。并且随着挤出口模成型段长度的增加, 机头压力提高, 物料阻力增大, 物料粘性耗散增大, 导致挤出温度升高。

#### ② 挤出口模成型段长度对挤出速度的影响

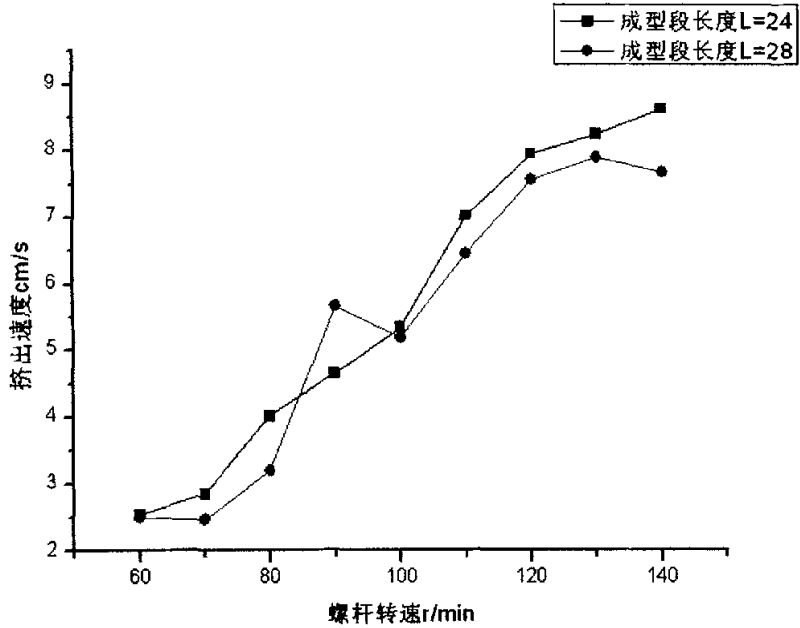


图 5-3 螺杆转速与挤出速度的关系

Fig. 5-3 the relation between the rotate speed of screw and extrusion velocity

由图 5-3 可以得出，物料出口速度随着螺杆转速的增加而增大，虽然图上有一段出现下降的情况，但考虑到实验数据存在一定的偏差可以不予考虑。在其它条件一定的情况下，随着口模成型段长度的增大，物料阻力增大，机头压力提高，造成挤出速度降低，挤出产量下降的情况。

③ 挤出口模成型段长度对挤出机头压力的影响

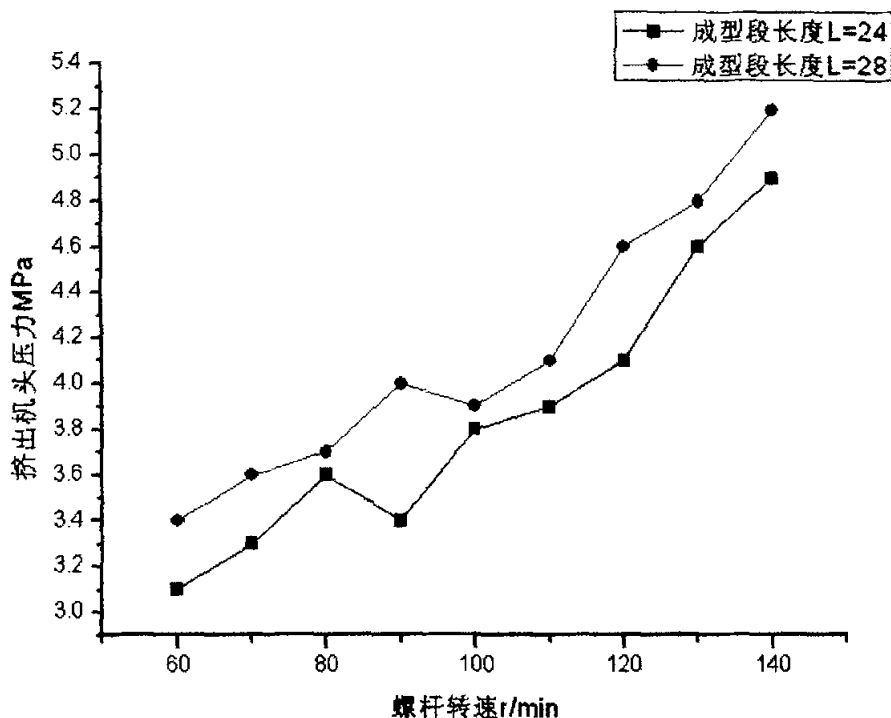


图 5-4 螺杆转速与机头压力的关系

Fig. 5-4 The relation between the rotate speed of screw and pressure

由图 5-4 我们可以得出, 随着螺杆转速的提高, 挤出压力值也同时增大。

结合口模成型段长度对挤出温度、挤出速度、和机头压力的影响来看, 随着成型段长度的增加, 挤出温度和挤出压力都增加, 而挤出速度则下降, 这与理论相符合<sup>[44-48]</sup>, 这也同时证明了我们本次实验的准确性。

#### 5.4 实验结果与模拟结果的对比

在程序中输入以下参数:

机头参数: 挤出口模成型段长度  $L_1$  (mm), 出口长宽比 (L/B)。

材料特性参数: 塑料熔体的稠度系数 K、非牛顿指数 n、熔体的密度

$\rho$  (g/cm<sup>3</sup>):

熔体流动参数: 挤出口模入口压力 P, 机头口模温度 T。



经过程序运行得到挤出模拟数据。

实验数据与模拟数据的比较：

表 5-4 挤出温度实验数据与模拟数据的比较

实验 序号	因素				实验 结果	模拟 结果
	口模 形状	螺杆转速	机头温度 设置	塑料种类	挤出温 度℃	挤出温度 ℃
	水平					
	A 成型 段长度 (mm)	B 转速 (r/min)	C 挤出段 温度℃	D 塑料		
1	L=20	1 60	1 180	1 大韩油化	188.9	179
2	L=20	2 80	2 190	2 齐鲁石化	196.2	186
3	L=20	3 100	3 200	3 燃气管料	199.4	193
4	L=24	1 60	2 190	3 燃气管料	188.9	178
5	L=24	2 80	3 200	1 大韩油化	195	189
6	L=24	3 100	1 180	2 齐鲁石化	198	194
7	L=28	1 60	3 200	2 齐鲁石化	189	180
8	L=28	2 80	1 180	3 燃气管料	193	189
9	L=28	3 100	2 190	1 大韩油化	197	194

表 5-5 挤出 (HDPE, L=24) 实验数据与模拟数据的比较

实验 序号	因素			实验结果		模拟结果	
	塑料 种类	口模 形状	螺杆转速 (r/min)	口模出口 处温度℃	挤出速度 (cm/s)	口模出口 处温度℃	挤出速度 (cm/s)
1	HDPE	L=24	60	183	2.53	178	2.48
2	HDPE	L=24	70	185	2.84	181	2.65
3	HDPE	L=24	80	188	4.01	183	3.87
4	HDPE	L=24	90	189	4.65	187	4.21
5	HDPE	L=24	100	192	5.34	191	5.01
6	HDPE	L=24	110	195	7.02	192	6.95
7	HDPE	L=24	120	199	7.95	194	7.35
8	HDPE	L=24	130	204	8.25	198	7.96
9	HDPE	L=24	140	210	8.63	204	8.48

表 5-6 挤出 (HDPE, L=28) 实验数据与模拟数据的比较

实验 序号	因素			实验结果		模拟结果	
	塑料 种类	口模 形状	螺杆转速 (r/min)	口模出口 处温度℃	挤出速度 (cm/s)	口模出口 处温度℃	挤出速度 (cm/s)
1	HDPE	L=28	60	186	2.49	179	2.34
2	HDPE	L=28	70	189	2.47	181	2.38
3	HDPE	L=28	80	193	3.19	184	2.86
4	HDPE	L=28	90	194	5.66	189	4.96
5	HDPE	L=28	100	201	5.18	196	5.00
6	HDPE	L=28	110	205	6.45	199	6.21
7	HDPE	L=28	120	207	7.57	201	7.25
8	HDPE	L=28	130	211	7.89	204	7.78
9	HDPE	L=28	140	218	7.68	209	7.92

在表 5-4、表 5-5 以及表 5-6 中, 对挤出温度值、物料出口速度值的实验结果与数值模拟结果进行了比较。从简单的数值比较即可看出, 随着螺杆转速的增大, 挤出温度、物料出口速度值也随着增大。随着挤出口模成型段长度的增加, 挤出温度升高, 而物料挤出速度则下降, 尽管有时存在波动, 但波动不大, 与流变学的理论基本吻合<sup>[48-54]</sup>。这说明实验结果与模拟结果相吻合, 数值模拟是可行和有效的。虽然模拟结果与实验结果仍然存在偏差, 但考虑到实验过程中存在不可靠的因素, 如螺杆转速的小偏差, 温度控制和测量的误差, 可以认

为模拟是成功的。

由上述结果可得出，模拟结果与实验结果相吻合，在挤出加工中具有一定的指导作用。

## 第六章 结论

塑料挤出口模温度分布的数值模拟计算是塑料挤出口模设计分析中的关键，只有建立合理的塑料熔体流动模型，确立计算温度场的正确算法，才能为塑料口模的计算机辅助设计及模拟提供可靠的理论基础。本文中对挤出口模内熔体的速度分布、温度分布和沿程压力降的计算进行了理论探讨和实验研究，在此基础上得出如下结论：

- 1、本文中成功地将有限单元法/有限差分混合法应用于塑料狭缝材口模温度场的数值模拟计算，解决了挤出口模温度场求解过程中，三维有限元计算求解域三维网格划分困难、计算时间长等一些技术问题，在挤出机头流场的计算中只要能对成型段横截面进行合理网格划分便能提高计算效率同时保证计算结果的精确性。
- 2、文中的横截面法对于挤出狭缝型材时，其对压缩段的流速分布、温度分布的计算提出了一种较新的思路，并且实验验证了横截面法是切实可行的。
- 3、利用自行设计的长方形口模通过改变口模成型段长度，通过实验研究并分析了其对在塑料挤出过程中挤出温度、速度、压力等的影响，验证了本文所采用数值计算方法的可行性和有效性，同时对数值计算结果与实验值之间产生的差异的原因进行误差分析。
- 4、本文基于流变学的数学模型对工程中计算是合理可取的，文中采用的有限元算法是一种较高精度的算法，它可直接用于挤出机头流道尺寸确定后的速度场温度场数值模拟以预测挤出温度。

由于条件有限，本课题当中仍有许多不完善的地方，如有限元程序中的前处理，实验测定挤出材料的流变性能；温度压力的测量及其实时控制尚有待进一步深入研究与完善。

## 参考文献

- [1] 黄锐, 曾邦禄. 塑料成型工艺学(第二版), 北京:中国轻工出版社, 1997
- [2] 何亚东, 朱复华. 一种新的聚合物成型方法—塑料挤胀成型, 塑料挤出, 2003年, No. 1, 1-8
- [3] 秦晓南, 等. 几种有限元分析方法在机头流道分析中的应用研究, 橡胶工业, 2002, 49(9):542-547
- [4] 陶文铨, 《数值传热学》, 西安交通大学出版社, 2001
- [5] Richtmyer R D, Morton K W. Difference methods for initial problems. 2nd ed. New York: Interscience Publishers, 1967
- [6] Versteeg H K, Malalasekera VJ. An introduction to computational fluid dynamics, The finite volume method. Essex: Longman Scientific&Techical, 1995
- [7] 陈晋南, 等. 数值模拟在挤出机头中的应用. 中国塑料, 2003, 17(1):19-24
- [8] 李开泰, 黄艾香, 黄庆怀. 有限元方法及其应用, 西安:西安交通大学出版社, 1984
- [9] 李立康, 朱政华. 微分方程数值方法, 北京:复旦大学出版社, 1999
- [10] 胡建伟, 汤怀民. 微分方程数值解法, 北京:科学出版社, 1999
- [11] Chen C J, Neshart-Naseri H, Ho K S. Finite analytic numerical simulation of heat transfer in two-dimensional cavity flow. Numer Heat Transfer, 1981. 4:
- [12] 姚寿广. 边界元数值方法及其工程应用, 北京:国防工业出版社, 1995
- [13] 张文群, 等. 边界点法在传热问题数值分析中的应用, 热科学与技术, 2002, 1(2):118-122
- [14] 张爱锋, 等. 用边界单元法求解准稳态温度场问题, 沈阳工业学院学报, 1996, 15(3): 1-4
- [15] Gottlieb D, Orszag S A. Numerical analysis of spectral methods:theory and application. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1978
- [16] Cotta R M. The integral transfer method in computational heat and fluid flow. In: G P Hewitt, ed. Proceedings of the Tenth International Heat Transfer Conference, Brighton, 1994, 1:43-60
- [17] 柳和生、吕柏源等. 挤出机中螺棱间隙内温度分布的近似解析解和最高温度计算. 青岛化工学院学报, 1995, 16(2): 97-102
- [18] 柳和生、曹春阳. 平行狭缝内塑料熔体流串及温度分布的完全解析解. 塑料加工应用, 1997, 1: 6-9

- [19] 王喜顺等. BMC注射螺杆螺槽内温度分布的研究. 中国塑料, 1998, 12(4): 90-94
- [20] 唐跃、吕柏源. 橡胶冷喂料挤出过程轴向温度分布. 合成橡胶工业, 2000, 23(6): 352-356
- [21] 张冰, 等. L型挤出机头中物料温度分布的研究. 橡胶工业, 2002, 49(7): 415-419
- [22] W. 迈切里. 李吉, 王淑香译. 塑料橡胶挤出模头设计. 北京: 中国轻工业出版社, 2000
- [23] 柳和生, 等. 聚合物熔体粘弹性本构方程, 高分子材料科学与工程, 2002, 18(2): 22-25
- [24] 吴其晔, 巫静安. 高分子材料流变学, 高等教育出版社, 2002
- [25] 李景湧. 有限单元法. 北京: 北京邮电大学出版社, 1999.
- [26] 孔祥谦, 《有限单元法在传热学中的应用》, 第三版, 科学出版社 1998
- [27] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用. 水利电力出版社, 1992
- [28] 王润富. 有限单元法概念与习题. 北京: 科学出版社, 1996.
- [29] 张立文, 等. 一种用于传热计算的有限元网格自动剖分方法, 计算机辅助工程, 2001, 4: 68-71
- [30] 童文辉, 等. 复杂传热数学模型的有限元网格自动划分方法, 东北大学学报, 1999, 20(4): 21-25
- [31] 王勖成. 有限单元法基本原理和数值方法(第二版). 清华大学出版社, 1997.
- [32] [美] S. S. 劳尔. 工程中的有限元方法. 北京: 科学出版社, 1991.
- [33] 吕和祥, 非线性有限元. 北京: 化学工业出版社, 1991.
- [34] 王利霞. 异型材挤出口模的流动模拟. 中国塑料, 1996(4)
- [35] Michael J. Young, 邱仲潘等译, 《Visual C++6 从入门到精通》, 电子工业出版社, 1999
- [36] 王丽, 等. 双螺杆三维实体造型的研究, 塑料工业, 1999, 27(1)
- [37] 孙秉忠. 挤出螺杆的计算机模拟设计, 塑料加工, 2001, 30(1)
- [38] 程新谦, 等. 化工过程视景仿真的设计与实现, 北京化工大学学报, 1999, 26(2)
- [39] 曲伟石, 等. 三维动画软件设计及应用, 郑州工业大学学报, 1998, 19(2)
- [40] 北京化工学院, 华南工学院. 塑料机械设计. 北京: 轻工业出版社, 1983
- [41] 黄汉雄. 挤出机的温度测量. 广东塑料, 1989, 4: 40-45
- [42] 庄楚强, 等. 应用数理统计基础, 广州: 华南理工大学出版社 2002
- [43] 北京大学数学力学系, 《正交设计》, 人民教育出版社, 1977
- [44] 张杰, 等. 塑料流变性能的研究, 中国塑料, 1997, 11(4): 46-47
- [45] 王晓枫, 等. 塑材异型材挤出模中的压力分布, 中国塑料, 1996, 10(10): 45-46
- [46] 彭响方, 等. 聚合物动态挤出流变行为研究, 中国塑料, 2000, 14(1) 61~

62

- [47] 金日光. 高聚物流变学及其在加工中的应用, 北京: 化学工业出版社, 1986
- [48] 江体乾. 近代传递过程原理, 北京: 化学工业出版社, 2002
- [49] 朱敏, 等. 橡胶异型材挤出口模的数值模拟. 中国塑料, 2003, 17 (12): 75—78
- [50] 江顺亮, 朱复华. 单螺杆挤出全过程三段七区模型的计算机模拟及软件研制. 中国塑料, 2003, 17 (1): 100—105
- [51] 王建华, 等. 单螺杆挤出过程的数值模拟. 塑料工业, 2002, 31 (3): 34—37
- [52] 涂志刚, 等. 粘弹性聚合物熔体挤出胀大的三维计算机模拟. 塑料科技, 2003, 153 (1): 15—19
- [53] Z. 塔德莫尔. 聚合物加工原理 [M], 北京: 化学工业出版社, 1990
- [54] 瞿金平, 胡汉杰. 聚合物成型原理及成型技术, 北京: 化学工业出版社, 2001



## 致 谢

本论文是在导师唐跃老师的亲切关怀和指导下完成的。

三年来，唐老师严谨的治学态度、渊博的学识和悉心的教诲使我受益匪浅。唐老师为人师表的言行、诲人不倦的精神、对问题的敏锐洞察力、对工作的强烈责任心和对作者在生活和学习上给予的亲切关怀令我永生难忘。作者在学习和论文工作中的点滴进步，无不凝聚着导师的心血，值此论文完成之际，首先向我的导师致以崇高的敬意和诚挚的感谢。

在课题的进行当中，得到了硕士研究生徐梦平、王建新等同学的大力帮助，使作者的课题得以顺利进行。在此，对所有这些指导和帮助过我的同学表示深深的感谢。

在此，更要感谢我的家人，在多年的学习、工作、和学习中他们给予了我极大的理解、鼓励和支持。

感谢所有关心、支持和帮助过我的老师和同学们。

### 攻读学位期间发表的论文

1. 朱伟, 唐跃. 聚合物挤出加工中温度分布的计算、测量与控制. 塑料, 2005, 38(4)
2. 朱伟, 唐跃. 一模多腔注塑模流道的优化设计. 塑料, 2005 (已收录)