文 摘

博弈论思想引入经济学研究被称为经济学的第二次革命[1,2,3]，由此可见博弈论在应用中的重要性。但长期以来，非合作博弈理论得到了广泛应用，并逐渐形成了一个较为完善的理论体系。而与其同时产生的合作博弈理论，除了在上世纪40到50年代得到了较快发展之外，直到上世纪80年代后，人们逐渐意识到在经济领域中不光存在竞争，更需要合作。合作博弈才又迎来了一个新的发展机遇[4,5]。

相对于非合作博弈理论，合作博弈还很不完善。合作博弈领域三个最基本的问题至今仍然没有完全解决：合作博弈解，合作博弈解的结构稳定性，合作博弈解的形成机制。应用方面，国内已经有了一些研究[6-9]，但大都集中在Shapley值的简单应用上。从博弈结构上，合作博弈可以分为两人合作博弈和多人合作博弈，前者又称二人讨价还价问题，其解法以Nash讨价还价均衡解最为著名。后者又称为联盟博弈，其解法主要有以核为代表的占优解法和以Shapley值为代表的估值解法[4]。应用中占优解法由于其本身的缺陷而很少使用，Shapley值由于其存在唯一性、计算方法的规范性、分配方式的合理性而被广泛应用。

对于二人合作博弈，本文讨论了各种现有估值解法如Nash讨价还价均衡解、K-S解法等的优缺点，将多人合作博弈中·Shapley解法按贡献分配的思想引入两人博弈，得出了改进的K-S解法。该解法中各个参与人可以获得的收益比例与他们对联盟的贡献成正比，分配机制更加合理。

对于多人合作博弈解，研究了联盟收益的不确定性问题。对于这种具有随机联盟收益的合作博弈问题，经典的合作博弈理论无法建模。因为经典合作博弈理论中，联盟收益是按悲观原则计算的[4]，即任意给定的联盟其收益是联盟外的参与人共同结成一个联盟与之对抗时的联盟收益。而这种假设在大多数博弈中是不能成立的，文中给出了一个可以弃权的选举博弈的例子说明了这一点。

本文引入了条件收益的概念，对Shapley值的公式进行了改进，给出了两种改进结果，很好的解决了这类联盟收益不确定的博弈问题的求解问题。同时证明：这两种改进结果虽然不完全一样，但都满足有效性、对称性、可加性，并且对于

任意具有有限载体的博弈满足存在唯一性。第五章给出了一些结论和展望。

应用方面，本文主要建立了两类模型：供应链和选举博弈。第二章建立了一个供应商和一个制造商构成的简单供应链模型，用改进的K-S解法对其进行了建模求解，并对结果进行了分析，给出了相应的策略建议；第三章建立了基于Shapley值的多个供应商和一个制造商构成的二级供应链博弈模型，分别对供应商同质和不同质两种情况进行了讨论分析，并分析了均衡解及其不确定性，探讨了其影响因素，提出了对应的管理策略建议；第四章，引入了一个可以弃权的选举博弈的例子，用本文提出的两种新的解法对其进行了建模求解，同时还对其解的不确定性进行了分析。

关键词： 合作博弈，K-S解法，供应链，Shaley值，期望值

Abstract

Believes of game theory introduced into research of economics was called the second revolution of economics. From this, we can see the importance of game theory in application. But for a long time, the cooperative game theory was almost forgotten since it was mostly applied in politic fields, except a rapidly progress in the 1940s and 1950s. At the same time, non-cooperative game was widely used in many fields and founded a relative perfect system. Until 1980s, people gradually became convinced of that in the economic system there not only need competition, but also need cooperation. Then cooperative game theory meets a new chance of development.

Compared with non-cooperative game theory, cooperative game theory is far from perfect. The three basic problems of cooperative game theory which is the solutions of cooperative games, the construction and its stability of the solutions and the forming mechanism of the solutions are all unsolved. In the application field, there is already some research, but they are mostly concentrated in some simple applications. Cooperative game theory can be divided into two sorts: two-person and n-person cooperative game. The former is also called two-person bargaining problem, its solutions are represented by the Nash bargaining solution. The later is so called coalitional game, whose solutions are composed by two sorts: the dominate solution which is represented by Core and the value-estimated solution which is represented by the Shapley Value as we all know. However the dominate solution is used a fat lot because of its faults. Which is mostly used is the Shapley Value.

In this paper, we talked on the solutions in common use, such as Nash bargaining solutions, the K-S solutions, and give some analysis of both the advantages and the disadvantages firstly. Then we bring forward a new solution which we called it the improved K-S solution bases on both the K-S solution and the player's contributions of coalitional games. In this solution, the payoff of each player is the direct ratio of his contribution. So this result is more reasonable. In the n-person cooperative game theory, the uncertainty problem of coalitional payoffs was studied. The classic cooperative game theory can not model this sort of problems with random coalitional payoffs. Because the coalitional payoffs is computed by a pessimistic approach, which suppose that given a coalition, the persons not belong to it form another coalition to antagonize the given coalition. However, this hypothesis is often not satisfied. We give an example of a voting game in which players can disclaim to show this point. In this paper, the concept of condition-payoff was introduced, two improved solutions of the Shapley value are brought forward. Also, we proved that although the two solutions are different, they both satisfy the Efficiency Symmetry and Additivity axiom. For the game with limit carrier, there are one and only one solution exist.

We found two sorts of game models in this paper to show the application of cooperative game theory, they are the supply chain game and the voting game models. In chapter 2, the game model of a supply chain with one supplier and one manufacturer is founded, which is solved by the improved K-S solution; In chapter 3, two models of a supply chain with many suppliers and one manufacturer are founded, which are solved by the Shapley Value. And both the equilibrium solution and its uncertainty of the models are analyzed, some suggestions are also proposed. In chapter 4, a voting game model with players can disclaim freely is founded, which is solved by the two improved solutions of n-person cooperative games with random coalitional payoffs introduced in the same chapter. Its uncertainty is also analyzed.

Keywords: Cooperative Games, K-S Solutions, Supply Chain, Shapley Value, Expected Value.

原 创 性 声 明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的科研成果。对本文的研究作出重要贡献的个人和集体，均已在本文中以明确方式标明。本声明的法律责任由本人承担。

论文作者签名：蒋鹏飞 日期：2007.5.6

关于学位论文使用授权的声明

本人完全了解山东大学有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留或向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅；本人授权山东大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或其他手段保存论文和汇编本学位论文。

（保密论文在解密后应遵守此规定）

论文作者签名：蒋鹏飞 导师签名：胡发胜 日 期：2007.5.6

第一章 博弈论概述

第一节 博弈论发展简述

博弈论（Game Theory）,也译作对策论，是当今经济学乃至整个社会科学中极为重要的一门理论学科，它利用数学工具对种种社会经济选项进行深入地分析，获得了丰硕的研究成果。它研究的是人与人之间在利益相互制约下策略选择时的理性行为及其相应结局。

博弈论发展到今天已经成为相对完整、内容十分丰富的理论学科体系其发展历程大致可分为以下几个阶段：

从19世纪到20世纪30年代可以说是博弈理论的萌芽期。博弈论的早期发展起源于学者们对社会经济理论和现实的一些思考。当然，他们当时的思路和方法与现代博弈论有相当大的差异，但他们的思想成果还是对博弈论产生了积极的启发和推动作用。

其中，古诺（Cournot)是早期研究数理经济学和博弈论的重要人物。他在1838年对垄断竞争的数量分析成为了数理经济学研究的经典之作，并被视作这种经济理论的起点，而现代博弈论中最重要的概念——纳什均衡（Nash Equilibrium）有时就被称为古诺—纳什均衡。

20世纪初，研究博弈的人多了起来，且以数学家为主。当时的研究者大多专注于严格竞争博弈，按现代的术语来说就是双人零和博弈。在这种博弈中，一个人有所得必然意味着另一个人有等量的损失，这明显的带有博弈论最初的研究对象——各类竞赛游戏——的痕迹。在这一期间，关于双人零和博弈的研究成果异常丰富，与之相联系产生了许多日后具有更广泛适用性的概念和成果，并成为更为一般的理论基础。值得一提的事，泽梅罗（Zemelo）1913年给出定理[10]，说明国际象棋的输赢是严格确定的。如果对局者具有完全理性，就能够理性的计算国际象棋的所有可能招法，例如让两个上帝下棋，那么输赢就是事先确定的：只要决定了谁先谁后，不必下就可以决定结果。只不过凡人不是上帝，所以没有人能知道这种确定的结果究竟是谁输谁赢罢了。

20世纪四五十年代可以说是博弈论的体系建立时期，这一期间最为突出的事件是1944年约翰·冯·诺伊曼（John von Neumann）和奥斯卡·摩根斯坦（Oskar Morgenstern）的巨著《博弈论与经济学》（Game Theory and Economic Behaviour）的出版，它标志着博弈论作为一门学科的建立，也被视为数理经济学学科建立的里程碑。

在冯·诺伊曼和摩根斯坦的巨著问世后的若干年中，合作博弈(Cooperative Game)理论是博弈论研究的重点，得到了迅速的发展，提出了种种解概念。50年代，出现了包括Nash和Shapley的“讨价还价”模型[1]，Gillies和Shapley关于合作博弈中的“核”的概念等在内的大批成果。但不久约翰·纳什（John Nash）的开创性工作时的博弈论的研究重心发生了转变，他于1951年提出了纳什均衡的概念，为非合作博弈的一般理论和谈判理论奠定了基础。

20世纪60至80年代是博弈理论的发展壮大时期。这段时间中，合作博弈理论继续得到充实和丰富，而非合作博弈理论更是发展迅速，成为博弈理论研究和应用的主流。在这一期间，博弈论从一个有少数研究者（主要是一些数学家）钻研的学科发展成为受众人瞩目的、研究队伍日益扩大的理论体系，在各方面都产生越来越大的影响。20世纪50年代后期，博弈论的主要应用领域开始转向经济学。60年代，博弈论与数理经济学及经济领域的各方面均建立了牢固而持久地联系。

20世纪80年代至今是博弈论的完善和应用时期。此间博弈论本身成为了一个相对完善、内容丰富的理论体系，非合作博弈理论在理论研究和实践应用中都占据了主导地位。更重要的事，博弈理论在各种经济学科中都得到了深入应用，在政治学、生物学、计算机科学、道德治学、社会学等广泛领域内也产生了重要影响。此时，长期以来主要应用于政治领域的合作博弈理论也逐渐进入更多领域，特别是吸引了一大批经济学家的目光，合作博弈理论又迎来了一个快速发展的时期。

第二节 合作博弈简介

合作博弈的意义表现在它与非合作博弈的差别上。如果协议有外在力量保证强制执行，则为合作博弈，否则为非合作博弈。如囚徒困境中，囚徒之间可以达成攻守同盟，如果这种同盟有外界力量保证实施，例如黑社会会对告密者实施惩罚，那么这种博弈就是合作博弈，博弈的结局为双方均不坦白；如果这种同盟没有外界力量保证能够实施的话，那么这种博弈就是非合作博弈。而局中人从自己利益出发的理性行为将使得这种同盟没有约束力，博弈的理性结局会是纳什均衡，即双方均坦白。

一般认为，合作博弈指在博弈中，如果协议、承诺或威胁具有完全的约束力且可以强制执行的，合作利益大于内部成员各自单独经营时的收益之和，同时对于联合体内部应存在具有帕累托改进性质的分配规则。设N是参与人集合，S是N中的一个联合($S\subseteq N$)，$v(S)$是定义在联合集上的函数。如果存在$v(S)\geq\sum v(i),(i\in S)$，则称该合作博弈是非本质的，如果存在$v(S)>\sum v(i),(i\in S)$，则此合作博弈是本质的，即存在有净增收益的联合。合作博弈以每类参与人集合可以得到的共同最优结果来表示博弈，如果收益是可以比较的，且转移支付是可能的，则合作收益可以用一个单一数字(如货币单位)来代表，否则最优结果只是帕累托最优集，或称为特征函数。在合作博弈的框架下才会有出现“双赢”的可能，它通常能获得较高的效率或效益。

有观点认为我们应该把达成合作的谈判过程和执行合作协议的强制过程明确地纳入博弈的扩展形式，用扩展型博弈研究合作博弈从而将合作博弈理论纳入非合作博弈理论体系中，不过这方面迄今还没有让人满意的进展。非合作博弈的重点是个体，使每个局中人该采取什么策略；合作博弈的重点则在群体，讨论何种联盟将会形成，联盟中的成员将如何分配它们可以得到的支付。即使可以把所形成的联盟看作一个利益主体参与博弈，但如何在联盟内部分配它们的支付则是合作博弈所特有的研究内容。因此，合作博弈有其独立存在的理论价值，而且也有比较广泛的应用领域。

相对于非合作博弈理论，合作博弈还很不完善：合作博弈领域三个最基本的

问题至今仍然没有完全解决：合作博弈解，合作博弈解的结构稳定性，合作博弈解的形成机制。应用方面，国内已经有了一些研究，但大都集中在Shapley值的简单应用上。从博弈结构上，合作博弈可以分为两人合作博弈和多人合作博弈，前者又称二人讨价还价问题，其解法以Nash讨价还价均衡解最为著名。后者由称为联盟博弈，其解法主要有以核为代表的占优解法和以Shapley值为代表的估值解法。应用中占优解法由于其本身的缺陷很少使用，Shapley值由于其存在唯一性、计算方法的规范性、分配方式的合理性而被广泛应用。

第二章　二人合作博弈解及其应用

本章讨论了二人合作博弈原有的几种解法，并对K-S解法进行了改进，提出了更为合理的均衡解法—基于参与人贡献的解法，这里我们称为改进的 K-S 解法。

在应用方面，本章建立了一个二级供应连模型，讨论了供应链上制造商和分销商之间在不同博弈结构下的收益，得出结论：双方合作会带来更多的整体收益。并且，对于商品的最终消费者来说也是有利的。同时，还对双方合作的稳定性进行了讨论，并证明运用讨价还价博弈改进的K-S解法分配合作带来的收益，由于其基于贡献的合理性，必能被双方所接受，进而实现双方长期稳定充分的合作。

第一节 原有解法综述

1.1 nash解法

早在上世纪五十年代，博弈论的奠基人之一 John Nash 就对讨价还价问题作了一个正式的理论描述，并提出了二人讨价还价问题的纳什解法。二人讨价还价问题可记为$B(S,d:u_1,u_2)$，其中：S为讨价还价问题的结果集，即所有可能的谈判结果组成的集合；d表示谈判破裂，显然有$d\in S$;效用函数为$u_i:S\to R$，其中$i=1,2$。

定义[12] 对任何二人讨价还价问题$B(S,d:u_1,u_2)$确定解集

$$\sigma^N(B)=\{s\in \arg\max_{s\in S}[u_1(s)-u_1(d)][u_2(s)-u_2(d)]\}$$

的对应，叫作讨价还价问题的纳什解法（Nash bargaining solution)。

由定义，Nash 解法得到的均衡解满足帕累托最优要求。但是，Nash 解法中两个参与人的位置是对称的，因而，这种解法使得博弈双方谈判成功比破裂多得到的收益在两个参与人中间平均分配。对于两个实力不同的参与人来说，这种收益分配方式显然不够合理。

1.2 K-S 解法

在上世纪七十年代，两位博弈论学者 E.Kalai 和 M.Smorodinsky 提出了一种替代解法[13]，称为讨价还价问题的 K-S 解法(K-S solutions)。其主要做法为：

记$\mu_i=\max_{s\in S}u_i(s),i=1,2$，把$u_1-u_2$平面上从$(u_1(d),u_2(d))$出发经过$(\mu_1,\mu_2)$的射线叫作 K-S 线。K-S 线与效用配置集的交集的右上方端点的效用配置记作$(\bar{u}_1,\bar{u}_2)$，表示最接近最大效用组合点((μ_1,μ_2))的可行结果。$(\bar{u}_1,\bar{u}_2)$就是讨价还价问题的解。

K-S 线的斜率为$k=\dfrac{\mu_2-u_2(d)}{\mu_1-u_1(d)}$，K-S 解法的主要思想是:在保证参与人合作

时增加收益的比例为$\frac{\Delta u_2}{\Delta u_1}=k=\frac{\mu_2-u_2(d)}{\mu_1-u_1(d)}$的条件下寻求二人效用的最大化，即按照双方收益最大可能增加量的比例分配总体增加的收益。

第二节 K-S解法的改进

在现实经济生活中，人们更倾向于按照参与人对联盟的贡献进行分配，从按劳分配分配到允许生产要素参与分配的分配制度无不反映了这一广为接受的观点。因而，K-S解法仍然不能令人满意。

文献[14]提出对于联盟S，参与人$i\in S$，用$v(S)-v(S-i)$表示参与人i对联盟S的贡献，从而给出了基于参与人贡献的n人合作博弈均衡解—Shapley 值。这一解法迄今为止仍然是被多数学者认可并广泛使用的解法。

在K-S解法中，$\mu_2-u_2(d)$反映了参与人1的加盟可能给参与人2带来的最大收益增加量，而$\mu_1-u_1(d)$则反映了参与人2的加盟可能给参与人1带来的最大收益增加量。如果把各个参与人都看作一个单人联盟，基于Shapley的思想，则$\mu_2-u_2(d)$、$\mu_1-u_1(d)$分别是参与人1对联盟{2}和参与人2对联盟{1}的贡献。

用$\psi_i, i=1,2$表示参与人i对联盟的贡献，如果按照比例$k=\dfrac{\psi_1}{\psi_2}=\dfrac{\mu_2-u_2(d)}{\mu_1-u_1(d)}$来分配双方合作时比不合作时增加的收益，即按照双方的贡献来分配将是一种非常合理并易于被绝大多数人所接受的分配机制。

这种分配机制下得到的均衡解记为(u_1^*,u_2^*)。由于它是基于K-S解法的，称为改进的K-S均衡解。本文采用的就是这种解法。

第三节 应用——供应链模型

在供应链中，制造商和分销商之间存在着一种博弈关系:作为同以供应链的上、下游企业他们之间的收益息息相关，但同时双方又是利润的争夺者。合作还是竞争，合作时如何公平分配收益，对博弈双方都是关系到双方企业生存发展的重大策略问题。这方面国内已经有了不少研究，文献[15]研究了需求量不确定的条件下，零售商以价格为工具的情况，文献[16，17]则以制造商对供应商实行一定的价格折扣为手段的非合作博弈模型。合作博弈方面，文献[18]研究了一个供应商和两个零售商的供应链合同问题，对特定需求函数的供应链协调问题进行了讨论。文献[19-21]则讨论了不同假设下制造商和分销商的合作及收益分配问题。

本节则建立了委托—代理博弈模型与合作博弈模型，并对两种博弈下制造商和分销商的收益进行了详细讨论，得出结论：合作时能带给双方更多的总收益，并运用改进的K-S解法来求二人合作博弈的均衡解。这种机制下，双方的合作才更具稳定性。

3.1 符号及模型假设

本文主要研究二级供应链上一种商品的制造商与分销商的之间的讨价还价问题。设p为该产品的销售价格，q为产品的市场需求量。对于供应链作如下假设：

1）供应链上有一个制造商和一个分销商；

2）制造商生产单位产品的成本恒定，设为c_1，分销商销售每单位产品的成本也恒定，设为c_2，并记$c=c_1+c_2$；

3）产品需求设为价格的负指数函数，记为$q=\beta p^{-\theta}$，其中，β,θ均为常数，$\beta>0$，由于工业品中多数是非生活必需品，富有价格弹性，因此不妨令$\theta>1$。

3.2 非合作博弈——委托-代理模型

在供应链中的商品制造商和代理商，可视为委托——代理关系的委托人和代理人。委托人制定激励机制促使代理人积极工作。假定制造商将产量和定价决策授权给分销商，通过制定激励机制实现自身收益的最大化。

不妨设激励机制由激励函数G控制，$G(p,q,d)$是p,q的函数，d是激励参数。这里假设制造商对分销商采取线性激励机制，

$$G(p,q,d)=(1-d)(p-c_1-c_2)q+dpq,$$

即制造商给分销商的报酬为销售利润和销售收入的线性组合。激励函数完全决定代理人（分销商）的收益π_2，即$\pi_2=G$。在激励函数一定的情况下，委托人（制造商）通过变动激励参数d来调整代理人的收益并使自身收益最大，其收益函数为：$\pi_1=(p-c)q-\pi_2$。

显然，这是一个完全信息动态的二阶段博弈：第一阶段（制造商均衡），委托人设定激励参数d以最大化自己的收益；第二阶段（分销商均衡），代理人以价格p为博弈策略使得自己收益最大。不妨设供应链上二者总收益为π，则$\pi=(p-c)q$。

采用逆向归纳法求解：

1）分销商预测到制造商的激励参数d，采取价格策略p的收益函数为：

$$\pi_2=G(p,q,d)=(1-d)(p-c_1-c_2)q+dpq,$$

将$q=\beta p^{-\theta}$代入有：$\pi_2=\beta p^{-\theta}-\theta p^{-\theta-1}(\beta p-\beta c+d\beta c)$。

根据无约束优化的一阶条件，令$\frac{\partial\pi_2}{\partial p}=0$，化简可得分销商最优策略为：

$$p^*=\frac{\theta}{1-\theta}(1-d)c;$$

2）制造商通过制定激励参数d最大化自身收益：制造商的收益函数为

$$\pi_1=\pi-\pi_2=-c\beta dp^{-\theta+1},$$

分销商采取策略$p=p^*=\frac{\theta}{1-\theta}(1-d)c$时，有：

$$\pi_1=-c\beta(\frac{\theta}{\theta-1}c)^{1-\theta}(1-d)^{1-\theta}d,$$

其收益最优化的一阶条件为：$\frac{\partial\pi_1}{\partial d}=0$，化简求解可得到制造商的最优策略为

$$d^* = -\frac{1}{\theta-1};$$

3）逆向求解可计算得到对应的分销商的最优策略为

$$p^* = (\frac{\theta}{\theta-1})^2 c \quad 。$$

因此，$(d^*, p(d)) = \left(-\frac{1}{\theta-1}, (\frac{\theta}{\theta-1})^2 c\right)$即为两阶段博弈唯一的精炼纳什均衡解。

均衡策略下制造商和分销商的收益分别为

$$\pi_1^* = -c\beta(-\frac{1}{\theta-1})[(\frac{\theta}{\theta-1})^2 c]^{-\theta+1} = \beta c^{2-\theta}\frac{1}{\theta-1}(\frac{\theta}{\theta-1})^{2-2\theta}$$

$$\pi_2^* = \beta c^{1-\theta}\frac{\theta}{(\theta-1)^2}(\frac{\theta}{\theta-1})^{-2\theta} \quad 。$$

3.3 合作博弈模型

合作情况下，制造商和供应商在信息共享基础上考虑双方总体受益的最大化。但是双方的合作能否实现将取决于合作时总收益大于不合作时双方收益之和，也就是合作的机会成本。这是实现合作的前提条件。

当双方合作的前提条件满足时，增加的收益能否合理分配将是合作能否顺利进行，是否具有稳定性的关键。首先引入两人合作博弈及讨价还价问题的均衡解。

3.3.1 合作时总体收益

合作时，双方结成联盟，该联盟通过价格手段实现自身收益的最大化。根据模型假设，联盟的收益函数为

$$f(p) = q\times(p-c) = \beta p^{-\theta}(p-c)\text{，要求 } p\ge c$$

双方收益最大化的一阶条件为：$\frac{\partial f}{\partial p} = \beta[(-\theta+1)p^{-\theta} - cp^{-\theta-1}] = 0$

有唯一满足条件$p\ge c$的解为：

$$p* = \frac{\theta}{\theta-1}c,$$

此时对应的联盟总收益为$f_{max}=\dfrac{\beta}{\theta}$。

定理 合作时联盟总体收益大于不合作时双方收益的总和。

证明 容易证明[22]，合作时联盟收益函数$f=\pi_1+\pi_2=\beta p^{-\theta}(p-c)$在其定义域$p\geq c$上是价格$p$的严格凸函数，而$p=p*$是它的极大值点。因而，$p=p*$也是$f$唯一的全局极大值点。

所以，对于委托代理模型中的均衡价格$p=(\dfrac{\theta}{\theta-1})^2c$，必有$f(p)<f(p*)$。

证毕。

由定理知，双方合作会得到更大的总体收益，即满足群体理性，因而合作是可行的。而且，当双方充分合作是会使得交易成本降低、信息流通更加顺畅等，这些都会使联盟总体收益增加，所以合作是双方的最优选择。

但是，这些增加的收益能否合理分配就成为合作能否顺利进行，是否具有稳定性的瓶颈因素，这就是下面讨论的内容。

3.3.2 联盟收益分配——博弈均衡解

下面主要用讨价还价问题改进的 K-S 解法来讨论二级供应链上制造商和分销商之间的收益分配问题。

假设在不合作时即不结成供应链联盟时，制造商和分销商仍然会发生交易，因为他们必须经营下去，此时不妨设他们之间是一种委托代理关系。在委托代理博弈的精炼纳什均衡解下，如前所述二者收益分别为：

$$(\pi_1^*,\pi_2^*)=(\beta c^{2-\theta}\frac{1}{\theta-1}(\frac{\theta}{\theta-1})^{2-2\theta},\beta c^{1-\theta}\frac{\theta}{(\theta-1)^2}(\frac{\theta}{\theta-1})^{-2\theta})$$

双方合作即结成供应链联盟时，博弈双方的总收益即联盟收益为：$f_{max}=\dfrac{\beta}{k}$，

根据改进的 K-S 解法，此时参与人 1 和 2 的对联盟贡献分别为：

$f_{max}-\pi_2^*$和$f_{max}-\pi_1^*$，其比例系数为$k=\dfrac{f_{max}-\pi_2^*}{f_{max}-\pi_1^*}$。

按照双方的贡献对合作增加的总体收益进行分配，可得到该讨价还价问题的均衡解为：

$$(u_1^*,u_2^*)=(\frac{\theta}{1+\theta}(f_{\max}-\pi_1^*-\pi_2^*)+\pi_1^*,\frac{1}{1+\theta}(f_{\max}-\pi_1^*-\pi_2^*)+\pi_2^*)。$$

显然，相对于非合作博弈——委托代理博弈模型，两个参与人的收益都增加了，而且增加的收益是以其对联盟的贡献来衡量的，必能为双方所接受，有利于双方建立长期稳定的合作关系。

从前面论述易知，双方合作时产品的市场均衡价格$(\frac{\theta}{\theta-1}c)$低于委托代理模型下的均衡价格$((\frac{\theta}{\theta-1})^2c)$，这说明制造商与分销商的充分合作增加彼此收益的同时还能给消费者带来收益。这样该产品的市场竞争力必将提高，在靠需求拉动的市场竞争中，这正是制造商和分销商的共同目标。因而，合作是一个“多赢”的结果。

第三章　n人合作博弈的应用——供应链模型

21世纪企业间的竞争日益激烈，竞争的主要方式不再是企业与企业的竞争，而是供应链与供应链之间的竞争。因而，一个企业要想在这种竞争中取得竞争优势，必须构建自己的稳定而且运行流畅的供应链并与上游、下游企业充分合作。国外一些跨国公司已经在上世纪末构建了自己的供应链，并取得了巨大的经济效益。但是，据统计企业之间的这种供应联盟中取得成功的还不到一半[23]。如何构建有效的价值链联盟，以及如何合理分配联盟取得的收益已经成为众多企业必须解决的问题。

国内外关于联盟企业间收益分配已经有了一些研究，基本上是基于博弈的方法，研究了诸如单个供应商和单个制造商、单个供应商和分销商之间的博弈[24-28]。在合作博弈中，Shapley值作为博弈的解由于其按贡献分配的合理性，逐渐为多数学者所接受。

长期以来，合作博弈主要应用于政治领域，对选举博弈等经典模型讨论较多。经济系统中的合作博弈显然比选举博弈更加复杂，本章主要讨论合作博弈在供应链上的应用，第一节介绍经典合作博弈的几种解概念，后两节建立了两个基于Shapley值的博弈模型，并求出了博弈的Shapley解及其不确定性。

第一节 经典合作博弈解

在博弈论中，对联盟的研究是最难解决的一个问题[4,5]。其中，至少有三个重要的影响因素：首先，古典的联盟博弈同时处理如下问题：联盟的形成过程，参与人进出联盟时联盟的稳定性，以支付形式描述参与联盟时参与人对合作产生的剩余的分配份额。其次，虽然合作博弈提供了研究联盟的古典框架，但是博弈理论家对此问题分析所采用的非合作博弈框架已经对这种古典的占优观点提出了挑战。第三，许多形式化的工作在方法论上鲜有创建，使得合作博弈中解概念的实证/规范（在伦理意义上）的双重潜在解释愈加显得模糊。

Shapley 值是合作博弈中一个广为人知的概念.它是夏普利（L.S.Shapley）于 1953 年基于三个公理提出的[29].作为人合作博弈(也称联盟博弈)的解,它在合作博弈中的地位几乎可以与Nash均衡在非合作博弈理论中的地位相媲美.假设一些经济中的主体构成一种合作关系,比如一个联盟,之后他们可以得到比不构成这种关系更多的收益.在这种情况下,他们最感兴趣的问题之一就是通过组成联盟他们中的任意一个可以获得收益中的多少份额.Shapley 值给出了一个向量,其元素就是这些经济主体在一些合理的条件下对收益的分配比例.

很多学者根据自己的观点定义了一系列合作博弈解的概念[4,10],如核、核心、谈判集、核仁等,直到最近仍有学者在进行这方面的研究[30,31].虽然如此,基于对联盟贡献的 Shapley 值却始终是被多数学者认为最合理的解,而且由于它的存在性和唯一性以及计算方法的规范性,在很多领域都有广泛的应用.V.Kargin 在文献[32]中研究了 Shapley 值的不确定性，提出用参与人对联盟期望的标准差来衡量其大小。

本节主要介绍几个经典合作博弈的解的概念，并引入 Shapley 值的不确定性概念，为后面的两个供应链模型的解法及意义分析提供方法基础。

1.1 相关概念

定义 1 二元组$G=\langle N,v\rangle$称为局中人集N上的n人合作博弈(或简称为联盟博

弈)，如果v是N的所有子集形成的集合2^N上的映射，满足

1) $v(\phi)=0$

2) 对所有的$S,T\in 2^N$,只要$S\cap T=\phi$,则有$v(S\cup T)\geq v(S)+v(T)$

则称映射v为特征函数，称N的任何非空子集为联盟。

定义 2 联盟博弈$G=(N,v)$中，如果n维向量$x=(x_1,x_2,...,x_n)$满足

$$x_i\geq v(\{i\}),\ i=1,2,...,n\text{ 且}\sum_{i=1}^{n}x_i=v(N),$$

则称x为G的分配(imputation)，其中x_i表示居中人i得到的份额。全体分配的集合记为$E(v)$。

1.2 几个解概念[33,34]

1.2.1 核心（Core）

设$x=(x_1,x_2,...,x_n)$和$y=(y_1,y_2,...,y_n)$是合作n人对策(N,v)的两个分配。令$S\subseteq N,S\neq\Phi$。如果

$$x_i>y_i,\forall i\in S,\text{且}\ v(S)\geq\sum_{i\in S}x_i,$$

则称x关于S优超(dominate)y，记为$x\succ_S y$。

如果存在一个$S\subseteq N,S\neq\Phi$，使得$x\succ_S y$，则称x优超y，记为$x\succ y$。

定义 3 核心：合作博弈$G=(N,v)$中不被任何分配优超的分配的全体称为G的核心(Core)，记为$C(v)$。

显然，这是一个很强的概念。关于它的存在性有下面结论：

性质 1 如果一个博弈满足$\forall S,R\subseteq N$，有$v(S)+v(R)\leq v(S\cup R)+v(S\cap R)$，则称这个博弈为凸合作的博弈。对于所有的凸合作博弈，核心非空。

但对于很多博弈核心并不是非空的，也就是说以核心为合作博弈的解可能是不存在的。而且，即使存在，也不能保证其唯一性。

1.2.2 稳定集(Stable Set)

Von Neuman 和 Morgenstern 于 1944 年提出了稳定集的概念，并将其作为合

作博弈的解。

定义 4 稳定集：设V是合作博弈$G=(N,v)$的一些分配的集合，

（1）如果$\forall x,y\in V$，x和y之间没有优超关系，则称V是内部稳定的(inner stable)；

（2）如果$\forall y$是不属于V的分配，都存在$x\in V$，使得$x\succ y$，则称V是外部稳定的(external stable)。

如果V既是内部稳定的又是外部稳定的，则称V是G的稳定集(stable set)，也称V是G的N-M解。

显然，稳定集有以下性质：

性质 1 设合作博弈$G=(N,v)$的稳定集V非空，则$C(v)\subseteq V$。

性质 2 对于凸合作博弈，则$C(v)$是唯一的稳定集。

但是，关于稳定集的计算和存在性的判别，迄今尚无一种通用的方法。

1.2.3 核仁(Nucleolus)

设(N,v)是合作n人博弈，$S\subseteq N,x\in E(v)$，称

$$e(S,x)=v(S)-x(S)$$

为S关于x的超出值(excess)。这个值的大小反映出联盟S对分配x的态度：$e(S,x)$越大，x越不受S欢迎。

设$\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n),\mu=(\mu_1,\mu_2,...,\mu_n)$，如果存在$1\le k\le n$，使

$$\lambda_i=\mu_i,i=1,2,...,k-1;$$
$$\lambda_k\le\mu_k,$$

则称向量λ按字典顺序(lexicographic order)小于向量μ，记为$\lambda\overset{L}{\le}\mu$。

定义 5 核仁：设(N,v)是合作博弈，称

$$\{x\in E(v)\,|\,\forall y\in E(v),\theta(x)\overset{L}{\le}\theta(y)\}$$

为博弈的核仁(nucleolus),记为$Nu(v)$。即核仁$Nu(v)$是$\theta(x)$按字典顺序大到最小的那些分配x所组成的集合。

性质 合作博弈的核仁是单点集。且如果博弈的核心$C(v)$非空，则$Nu(v)\subseteq C(v)$。

1.2.4 核(Kernel)

记Γ_{ij}为合作博弈(N,v)中含i而不含j的联盟的全体，即$\Gamma_{ij}=\{S\subset N \mid i\in S, j\notin S\}$。$\forall x\in E(v)$，定义：$s_{ij}=\max_{S\in\Gamma_{ij}} e(S,x)$，并称之为在$x$处局中人$i$超出$j$的最大值。

设(N,v)是合作博弈，$x\in E(v)$。如果存在$i,j\in N$使得

$$\begin{cases} s_{ij}(x)>s_{ji}(x), \\ x_j>v(\{j\}) \end{cases}$$

则称在x处i胜过(outweight) j。

定义 6　核：合作博弈(N,v)的核是指使得任何两个局中人都在x处平衡的全体，记为$K(v)$，即

$$K(v)=\{x\in E(v) \mid (s_{ij}(x)-s_{ji}(x))(x_j-v(\{j\}))\le 0, \forall i,j\in N, i\ne j\}。$$

性质　设(N,v)是合作博弈，则$Nu(v)\subseteq K(v)$。

1.2.5 谈判集(Bargaining Set)

谈判集最初是由 Aumann 和 Maschler(1964)引入的。那时人们已经意识到合作博弈实际上是一个谈判过程，使各个局中人通过谈判达成协议结为联盟的过程。

设(N,v)是合作博弈，对于$x\in E(v)$，可能某两个局中人i和j之间存在争议：i觉得自己应不止得这么多，现在却让j占了便宜。从而i可能阻止一个联盟$S=\{l_1,l_2,\ldots,l_n\}\in\Gamma_{ij}$使得：

$$\begin{cases} y_k>x_k, \forall k\in S; \\ y(S)=v(S) \end{cases}$$

称这样一个二元组(S,y)为i对j关于x的异议(Objection)。即i可以组织一个没有j参加的联盟S，在这个联盟中，可以将其总的支付分配的是参加者所得比在x中更多。

局中人j针对i的异议(S,y)可能有能力组织联盟$D\in\Gamma_{ji}$，以及代表D中个人所得支付的向量z，使得

$$\begin{cases} z_k\ge y_k, \forall k\in D\cap S; \\ z_k\ge x_k, \forall k\in D\setminus S; \\ z(D)=v(D) \end{cases}$$

这样的一个二元组 (D,z) 称为 j 针对 i 关于 (S,y) 的反异议(Counter-objection)。反异议是指 j 能组织一个没有 i 参加的联盟 D，在 D 中可以将其总的支付分配得满足： D 中参与人所得至少不必他在 x 中少，对那些参加过 S 的局中人，他们每人所得至少有参加联盟 S 那么多。

定义 7 谈判集(Bargaining Set)：合作博弈 (N,v) 的一个分配 x 称为谈判点(Bargaining point)，如果 $\forall i,j\in N$，i 对 j 关于 x 的任何异议都会遭到 j 对 i 的反异议。(N,v) 的所有谈判点组成的集合称为谈判集。

性质 对合作博弈 (N,v)，有 $C(v)\subseteq M(v)$。

1.2.6 Shapley 值(Shapley Value)

前面介绍的几个解概念，都是一个集合，被称为合作博弈的占优解法，其中以核(Core)为代表。从前面介绍的简单性质可以看出，这些解法都有明显的缺陷：或者存在唯一性大多很难保证，或者没有计算求解的通用方法。这些都给他们的应用带来了很大限制。下面将介绍另一种最常用的解法：Shapley 解法，也被称为估值解法。

Shapley 于 1953 年基于三条公理，提出了一种被称为 Shapley 值的解概念[29]。

定义 8 对于联盟博弈 (N,v)，如果有联盟 $T\in 2^N$，满足:

$$v(S)=v(S\cap T),\forall S\in 2^N,$$

则称 T 为博弈 (N,v) 的载体(carrier)，也称为承载或支柱。

定义 9 合作 n 人博弈即联盟博弈 $G(N,v)$ 的 Shapley 值是指满足三条公理的向量 $\Psi(v)=(\psi_1(v),\psi_2(v),\ldots,\psi_n(v))$，其元素 $\psi_i(v)$ 称为参与人 i 的 Shapley 指数,

三条公理分别为：

1）有效性公理(efficiency axiom):对于 v 的任何承载 T，有 $\sum_{i\in T}\psi_i(v)=v(T)$；

2）对称性公理(sysmmetry axiom):如果存在 N 的某个排列 π，使得 $v(\pi S)=v(S),\forall S\in 2^N$；

3）可加性公理(additivity axiom):设 u 和 ω 是合作 n 人对策，则 $\psi_i(u+\omega)=\psi_i(u)+\psi_i(\omega),\forall i\in N$。

定理 1 (Shapley)对每个具有有限载体的博弈，存在满足公理 1-公理 3 的唯一值

函数，由下面公式给出：

$$\psi_i(v)=\sum_{S\subseteq N}\gamma_n(S)[v(S)-v(S-\{i\})]，(所有 i\in U),$$

式中，$\gamma_n(S)=\frac{(s-1)!(n-s)!}{n!}$，$U$ 为博弈所有局中人组成的集合，N 是 v 的任意有限载体，$|S|=s,|N|=n$。

定理 1 中，$v(S)-v(S-\{i\})$ 表示局中人 i 对联盟 S 的贡献。$\gamma_n(S)$ 表示联盟 S 出现的概率，$\psi_i(v)=\sum_{S\subseteq T}\gamma_n(S)[v(S)-v(S-\{i\})]$ 则表示局中人 i 对联盟贡献的期望值，也可称为局中人 i 的"力量"。Shapley 值表示了各个局中人力量或贡献的对比关系，联盟中按这个比例分配收益是很合理的。

Shapley 值也可以理解为：在联盟出现服从均匀分布的条件下,参与人对其所在联盟贡献的期望.对应的标准差就表示参与人期望收益的波动大小,即不确定性[32],用 $R_i(G)$ 表示.因而有下面定义：

定义 10 记联盟 S 出现的概率为 $f_i(S)=\gamma_n(S)=\frac{(s-1)!(n-s)!}{n!}$，参与人 $i,i\in S$，对联盟 S 的贡献记为 $d_iG(S)=v(S)-v(S-\{i\})$。则 Shapley 值的不确定性公式为：$R_i(G)=\mathrm{var}^{1/2}\{d_iG\circ f_i\}$.

本章后面的应用模型求解都是基于 Shapley 值的.

第二节 制造商与同质供应商博弈分析

本节建立了多个同质的供应商和制造商之间的合作博弈模型，计算得出了模型的均衡解（Shapley 值）及其不确定性，同时分析了博弈解及其不确定性的影响因素，并给出了相应的管理策略建议。对于企业组建并实施自己的供应链战略：应否与供应商合作、如何确定供应商数目、合作收益的合理分配及估算合作收益等都有很好的指导意义，能显著提高供应链决策的科学性。

2.1 模型假设及符号

为了便于讨论和分析，对于供应链作如下假设：

假设 1 供应链上有一个核心企业，是制造商；

假设 2 供应链上有$m(m \geq 3)$个供应商，他们生产同质的产品 1，具有相同的生产成本，设为c_1；

假设 3 制造商生产产品 2，每单位产品 1 能生产出一单位的产品 2，生产成本设为c_2；

假设 4 产品 2 的市场需求假设为价格的线性函数$q_2 = a_2 - q_1$，其中a_2为常数，p_2和q_2分别表示产品 2 的市场均衡价格和产量；

假设 5 产品 1 的市场需求也是价格的线性函数。

记所有参与人（供应商和制造商）组成集合为$N = \{1,2,...,n\}$，$M = \{1,2,...,m\}$表示所有供应商组成的集合，显然$M \subset N$，$n = m+1$。令$S \subset N$是任意联盟，记$|S| = s$。

2.2 模型构建

理论上，供应商之间的合作（共同与制造商讨价还价）可以获得比古诺竞争更多的收益，但他们之间的合作是典型的“囚徒困境”[8]，不可能实现真正意义上的“合作”。供应商之间的结盟不具有稳定性，称为“不可置信联盟”。对于这类联

盟，可设联盟收益等于联盟各成员不合作时收益之和。

我们还假设一部分供应商和制造商之间的合作追求联盟收益最大化的同时不影响制造商和其他供应商之间基于讨价还价的交易。

用v表示博弈的特征函数，下面对不同类型联盟的收益函数分别讨论，以确定博弈的特征函数：

1）在不合作情况下，整个二级供应链上是一个两阶段价格博弈。首先，供应商之间相互竞争，同时与制造商讨价还价决定产品1的交易价格，实现产品1的供需平衡（供应商均衡）；第二阶段，制造商通过产品2的价格实现自身收益最大化（制造商均衡）。

采用逆向归纳法求解：

A）制造商预期到产品1的均衡价格p_1，首先行动通过价格手段实现自身收益最大化，并决定对产品1的需求。此时制造商收益函数为

$$f = q_2(p_2 - c_2 - p_1) = (a_2 - p_2)(p_2 - c_2 - p_1),$$

其收益最大化的一阶条件为$\dfrac{\partial f}{\partial p_2} = a_2 + c_2 + p_1 - 2p_2 = 0$，

化简得到产品2的均衡价格为$p_2^* = \dfrac{a_2 + c_2 + p_1}{2}$，对应的产品2的销量

$$q_2^* = \frac{a_2 - c_2 - p_1}{2}$$

产品1的市场需求为$q_1 = q_2^* = \dfrac{a_2 - c_2 - p_1}{2}$；

B）供应商得到产品1的需求信息后，相互之间进行基于产量的古诺竞争，即以产量为工具实现自身利润最大化（供应商均衡），由前面分析产品1价格关于的反函数为$p_1 = a_2 - c_2 - 2q_1$，

由于供应商是同质的，因而他们竞争的结果是各个供应商获得相同的市场份额，均为

$$q_{1i} = q_1 / m, i = 1,2,\ldots,m$$

每个供应商的收益函数为$f_i = q_{1i} \times (p_1 - c_1) = q_{1i} \times (a_2 - c_2 - 2mq_{1i} - c_1)$，

根据一阶最优条件，令$\dfrac{\partial f_i}{\partial q_{1i}} = 0$，计算可得到供应商$i$的最优产量为

$$q_{1i}^*=\frac{a_2-c_1-c_2}{4m}$$

C）逆向求解可得到产品 2 的最优产量为 $q_2^*=\sum_{i=1}^{m}q_{1i}=\frac{a_2-c_1-c_2}{4}$，

根据产品 2 的需求函数可以求出制造商的最优价格策略为

$$p_2^*=\frac{3a_2+c_1+c_2}{4}。$$

策略 $((q_{1i}^*)_{1\times m},p_2^*)=((\frac{a_2-c_1-c_2}{4m})_{1\times m},\frac{3a_2+c_1+c_2}{4})$ 即为两阶段博弈的精练 nash 均衡。

在均衡策略下，由于各个供应商同质，所以容易计算其收益为 $v(i)=\frac{(a_2-c_2-c_1)^2}{8m},\forall i=1,2,...,m$，制造商的收益为 $v(m+1)=\frac{(a_2-c_1-c_2)^2}{16}$。

2）供应链上所有企业合作时通过制造商均衡，实现联盟总收益最大化，联盟收益函数为

$$f=(p_2-c_1-c_2)(a_2-p_2)$$

根据其一阶最优条件可求得其最优价格策略为 $p_2^*=\frac{a_2+c_2+c_1}{2}$，

对应的均衡产量为 $q_2^*=\frac{a_2-c_2-c_1}{2}$，由于联盟的单位总成本为 $c=c_1+c_2$，

此时联盟总收益为 $v(N)=\frac{(a_2-c_2-c_1)^2}{4}$；

3）部分企业合作时：设 S 为联盟，并令 $|S|=s$

a) 若 $S\subseteq M$，则 S 为不可置信联盟，易知联盟收益 $v(S)=|S|v(i),\forall i\in S$；

b) 若 $S\not\subset M$，即 $m+1\in S$，则联盟仍然通过制造商销售产品 2 实现总体收益最大化，根据供应商互不影响假设，对于每个不与制造商合作的供应商，能够获得的产品 1 的需求仍为 $q_0=\frac{q_1^*}{m}=\frac{a_2-c_1-c_2}{4m}$，交易价格为 $p_1=p_1^*=\frac{a_2-c_2+c_1}{2}$。

此时联盟 S 收益函数为

$$f=(p_2-c_1-c_2)(q_2-(m+1-s)q_0)+(m+1-s)q_0(p_2-p_1-c_2)$$

根据收益函数的一阶最优性条件，并代入前述条件可得到此时制造商最优的价格

策略为

$$p_2^* = \frac{a_2 + c_1 + c_2}{2},$$

对应的均衡产量为 $q_2^* = \dfrac{a_2 - c_1 - c_2}{2}$

可计算得到联盟的总体收益为 $v(S) = \dfrac{(a_2 - c_1 - c_2)^2}{4} - \dfrac{(m+1-s)(a_2 - c_1 - c_2)^2}{8m}$

2.3 Shapley 解及不确定性分析

2.3.1 Shapley 值的计算

Shapley 教授[29]早在 1953 年就在三条公理的基础上提出了合作博弈解——Shapley 值的概念，并且证明了对于任意包含有限载体的合作博弈 Shapley 值唯一存在。

令 $\Psi(v) = (\psi_1(v), \psi_2(v), \ldots, \psi_n(v))$ 为合作博弈的 Shapley 值，每个参与人的收益即 Shapley 指数的计算公式为：

$$\psi_i(v) = \sum_{S \subseteq T} \gamma_n(S)[v(S) - v(S - \{i\})], (\text{所有} i \in U),$$

式中，$\gamma_n(S) = \dfrac{(s-1)!(n-s)!}{n!}$，$U$ 为博弈所有局中人的组成集合，N 是 v 的任意有限载体，$|S| = s, |N| = n$.

显然，在本文的博弈模型中，所有参与人集合 N 就是博弈的一个有限载体。由 Shapley 值的公式可计算得到博弈的均衡解中每个参与人的 Shapley 指数为：

$$\psi_i = \frac{m\gamma_n(2) + 2}{16m}(a_2 - c_1 - c_2)^2, i = 1, 2, \ldots, m \ ,$$

$$\psi_{m+1} = (2 - \gamma_n(1))\frac{(a_2 - c_1 - c_2)^2}{16}$$

其中，$\gamma_n(s) = \dfrac{(s-1)!(n-s)!}{n!}, n = m + 1$。

模型的 Shapley 值就是合作时各个参与人（供应商、制造商）合作时的期望收益。可以看出，合作时每个供应商的期望收益比不合作时增加了；同时，制造

商的期望收益也由于合作而提高了。而合作时产品 2 的市场均衡价格低于不合作时产品 2 的市场均衡价格，这说明消费者也能在供应商和制造商的合作中获得收益。合作是一个“多赢”的结果。

2.3.2 解的不确定性

V.Kargin 首先研究了 Shapley 值的不确定性[35]：由于联盟的形成是随机的，相应的以参与人对联盟收益的贡献来分配的收益也必然具有随机性。以联盟 S 作为随机变量，服从均匀分布。对于 $\forall i \in S$，S 出现的概率为：

$$P(S)=\frac{(n-s)!(s-1)!}{n!}=\gamma_n(s),\quad i=1,2,\ldots,n。$$

参与人 i 对联盟的贡献 $g_i(S)=v(S)-v(S-\{i\})$ 可看作联盟 S 的函数，则参与人的 Shapley 指数就是贡献函数的期望，相应的方差就表示 Shapley 值的不确定性。这里用对应的标准差来表示收益的不确定性，根据定义，有

$$R_i^2=\sum_{S\subseteq N}\gamma_n(s)(g_i(S)-\psi_i)^2, i=1,2,\ldots,n$$

式中，R_i 表示参与人 i 收益的标准差，即不确定性。

根据上述定义及方差性质，可以计算出本文博弈模型中各个参与人 Shapley 指数的不确定性为：

$$\mathrm{R}_i^2=\frac{\gamma_n(2)(1-\gamma_n(2))}{16^2}(a_2-c_1-c_2)^4, i=1,2,\ldots,m,$$

$$R_{m+1}^2=\frac{\gamma_n(1)(1-\gamma_n(1))}{16^2}(a_2-c_1-c_2)^4$$

其中，$\gamma_n(s)=\dfrac{(s-1)!(n-s)!}{n!}, n=m+1$。

由上式，Shapley 值的不确定性程度，即各个参与人的 Shapley 指数的方差是 m 的减函数，而由前面讨论，各个参与人的 Shapley 指数却是 m 的增函数。这说明，随着供应商数量的增加，无论供应商和制造商的收益波动性都将降低，也就是投资的风险将降低，但是他们的期望收益却会减少。

在许多大企业的供应链整合过程中，供应商的数量都有所减少，成功的案例如 haier，克莱斯勒公司等。从上述结果中我们可以得到这种现象的一个合理的解释：对于供应商来说，他们的收益是供应商数量的减函数，在需求不变时供应

商数量减少，则剩下的供应商的收益都会增加，所以整合会得到剩余部分供应商的支持；对于制造商来说，其收益与供应商的数量没有直接关系，因而适当减少供应商的数量，只与其中声誉和服务比较好的供应商会增加自身的收益。这是对合作双方收益的一个帕累托改进，必会得到双方的支持，因而成功的机率较高。但是，对于制造商来说，供应商的数量减少会增加企业的风险，这也是构建供应链所必需关注的问题。同时，实际中的供应商之间是不同的，因而要确定与哪些供应商建立合作关系还需要由其它一些相应的评价指标来确定。

2.4. 算例分析：

下面用一个具体的例子来说明博弈模型在实际经济中的应用。

例：设市场上有 4 个供应商，一个制造商，即$m=4,n=5$，令供应商生产单位产品 1 的成本为$c_1=10$，制造商加工生产单位产品 2 的成本为$c_2=20$，$a_2=100$。

则在不合作情况下，博弈的精炼 nash 均衡解为（20，70），对应各个参与人收益为

供应商：v(i)=153.125,i=1,2,3,4，制造商：$v(5)=306.25$。

合作博弈中，各个参与人的期望收益（Shapley 指数）为

供应商：$\psi(i)=168.438, i=1,2,3,4$，制造商：$\psi(5)=551.25$。

显然，合作是对不合作的 Pareto 改进，所有参与人的期望收益都会增加。由于制造商是供应链的核心企业，其对供应链的贡献最大，也是能否形成供应链战略联盟的关键，因而，制造商得到了较多的收益和收益增加量，这个结果也是合理的。

此时，供应商和制造商收益对应的标准差分别为：

$$R_i=66.745, i=1,2,3,4，R_{m+1}=245。$$

可以看出，此时参与人收益的不确定性比较大，原因主要是例子中的参与人过少。在实际供应链中，供应商的数目通常是几十个甚至几百个，相应的企业收益不确定性就很小了。这也说明，供应链中的企业要想降低收益的波动，就要扩大供应链的规模，与更多的企业合作，建立供应链同盟。

对于制造商与分销商及多层供应链上的合作情况应该会有类似的结果。

第三节 制造商与不同质供应商联盟博弈分析

本节讨论了供应链上多个不同质的供应商和核心企业即制造商之间的合作博弈，求出了模型的均衡解，并分析了其不确定性程度及不确定性的影响因素。得出结论：供应商和制造商结盟对于双方和消费者都是不结盟状态的一个帕累托改进。

对于制造商与分销商及多层供应链上的合作情况应该会有类似的结果。

3.1 符号及假设

为了便于讨论和分析，对于供应链作如下假设：

假设 1　供应链上有一个核心企业，是供应商；

假设 2　供应链上有 $m(m\geq 3)$ 个供应商，他们生产同质的产品 1，但生产成本不同，分别记为 $c_{11},c_{12},\ldots,c_{1m}$；

假设 3　制造商生产产品 2，每单位产品 1 能生产出一单位的产品 2，生产成本设为 c_2；

假设 4　产品 2 的市场需求假设为价格的线性函数 $q_2=a_2-p_2$，其中 a_2 为常数，p_2 和 q_2 分别表示产品 2 的市场均衡价格和产量；

假设 5　产品 1 的需求也是价格的线性函数 $q_1=a_1-p_1$，其中 a_1 为常数，p_1 和 q_1 分别表示产品 1 的市场均衡价格和产量。

记所有参与人（供应商和制造商）组成集合为 $N=\{1,2,\ldots,n\}$，$M=\{1,2,\ldots,m\}$ 表示所有供应商组成的集合，显然 $M\subset N$，$n=m+1$。

3.2 模型构建

供应商和制造商之间的联盟主要分为两类：供应商联盟和制造商-供应商联盟，同时还要考虑一种特殊的情况：所有企业不结盟即所有联盟均为单企业联盟。对于博弈，不妨假设部分供应商与制造商的合作联盟不影响制造商与其他供应商基于讨价还价的交易。另外，供应商之间的联盟是典型的"囚徒困境"[7] 问题，

因而，是不可置信联盟，可以设这种联盟的总收益就等于各个参与人不合作时的收益之和。

下面就对几种不同的联盟类型分别讨论其收益，并以此确定合作博弈模型的特征函数。用 v 表示博弈的特征函数。

3.2.1 所有厂商不合作

这是个两阶段博弈：第一阶段，供应商之间通过竞争都采取最优策略，实现产品 1 的供需平衡（供应商均衡）；第二阶段，制造商通过价格手段销售产品 2 实现收益最大化（制造商均衡）。采用逆向归纳法求解：

首先，制造商预期到产品 1 的均衡价格为 p_1，容易得到其收益函数为

$$f = q_2(p_2 - c_2 - p_1) = (a_2 - p_2)(p_2 - c_2 - p_1)$$

根据最优化的一阶条件，计算得最优价格策略 $p_2^* = \dfrac{a_2 + c_2 + p_1}{2}$ 对应的产品 2 的销量为 $q_2^* = \dfrac{a_2 - c_2 - p_1}{2}$，产品 1 的市场需求为 $q_1 = q_2^* = \dfrac{a_2 - c_2 - p_1}{2}$；

然后，当产品 1 的需求函数确定后，供应商之间进行基于产量的古诺竞争[8]。由上式，可得到产品 1 价格关于需求的反函数为 $p_1 = a_2 - c_2 - 2q_1$，

设每个厂商的产量为 $q_{1i}, i = 1,2,\dots,m$，则 $q_1 = \sum_{i=1}^{m} q_{1i}$，

其收益函数为：$u_i = q_{1i}(p_1 - c_{1i}) = q_{1i}(a_2 - c_2 - 2\sum_{j=1}^{m} q_{1j} - c_{1i}), i = 1,2,\dots,m$。

根据最优化的一阶条件，厂商 i 针对其它厂商最优策略（产量）的反应函数为

$$q_{1i} = \frac{a_2 - c_2 - 2\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{m} q_{1j} - c_{1i}}{4}。$$

由此得到 m 个反应函数，将上述 m 个反应函数联立组成方程组，方程组的解就是博弈中各个供应商的均衡策略：记为，$(q_{11}^*, q_{12}^*, \dots, q_{1m}^*)$，它是博弈唯一 nash 均衡。其中：

$$q_{1i}^{*}=\frac{|B_i|}{|A|}\ ,\ \ A=\begin{bmatrix}1 & 1/2 & \cdots & 1/2\\ 1/2 & 1 & \cdots & 1/2\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1/2 & 1/2 & \cdots & 1\end{bmatrix}_{m\times m}\ ,$$

B_i是把A的第i列换成向量$\begin{bmatrix}\frac{a_2-c_2-c_{11}}{4} & \frac{a_2-c_2-c_{12}}{4} & \cdots & \frac{a_2-c_2-c_{1m}}{4}\end{bmatrix}'$得到的矩阵。

化简得到每个供应商的最优策略为：

$$q_{1i}^{*}=\frac{a_2-c_2+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{m}c_{1j}-mc_{1i}}{2(m+1)},i=1,2,\ldots,m。$$

此时产品 1 的总产量为

$$q_1^{*}=\sum_{i=1}^{m}q_{1i}=\frac{m(a_2-c_2)-\sum_{j=1}^{m}c_{1j}}{2(m+1)},$$

对应的市场均衡价格为

$$p_1^{*}=\frac{a_2-c_2+\sum_{j=1}^{m}c_{1j}}{m+1}$$

最后，逆向求解可得到产品 2 的均衡产量为

$$q_2^{*}=q_1^{*}=\frac{m(a_2-c_2)-\sum_{j=1}^{m}c_{1j}}{2(m+1)},$$

进一步可以得到产品 2 的市场均衡价格即制造商的最优策略为

$$p_2^{*}=\frac{(m+2)a_2+mc_2+\sum_{j=1}^{m}c_{1j}}{2(m+1)}。$$

由此可以得到不合作情况下两阶段博弈的唯一精炼 nash 均衡解为：

$$((q_{11}^{*},q_{12}^{*},\ldots,q_{1m}^{*}),p_2^{*})。$$

将上述结果代入参与人的收益函数，得到对应的各个厂商（参与人）收益为：

$$v(i)=\frac{(a_2-c_2+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{m}c_{1j}-mc_{1i})^2}{4(m+1)^2},i=1,2,\ldots,m,$$

$$v(m+1)=\frac{[m(a_2-c_2)-\sum_{j=1}^{m}c_{1j}]^2}{4(m+1)^2}.$$

3.2.2 厂商之间合作：

设合作的厂商组成联盟S,若$S\subseteq M$,则联盟收益$v(S)=\sum_{i\in S}v(\{i\})$；

否则，有$m+1\in S$，根据供应商之间交易互不影响假设，此时联盟收益函数为
$f=(p_2-c_1-c_2)(q_2-\sum_{i\in N\setminus S}q_{1i}^{*})+\sum_{i\in N\setminus S}q_{1i}^{*}(p_2-p_1^{*}-c_2)$.

其中，q_{1i}^{*}，p_1^{*}分别为不合作时供应商i的产量和产品1的交易价格，$c_1=\frac{\sum_{i\in S}c_{1i}}{|S|}$表示联盟生产产品1的单位成本。

令$\frac{\partial f}{\partial p_2}=0$，可以得到联盟收益最大时产品2的均衡价格$p_2^{*}=\frac{a_2+c_2+c_1}{2}$。

由前面假设，对于$\forall i\in N\setminus S$，其市场需求仍为$q_{1i}^{*}=\frac{a_2-c_2+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{m}c_{1j}-mc_{1i}}{2(m+1)}$，

代入联盟S的收益函数可计算得联盟收益为：

$$v(S)=\frac{(|S|(a_2-c_2)-\sum_{i\in S}c_{1i})^2}{4m}-\sum_{i\in N\setminus S}q_{1i}^{*}(p_1^{*}-c_{1i})$$

$$=\frac{(|S|(a_2-c_2)-\sum_{i\in S}c_{1i})^2}{4m^2}-\sum_{i\in N\setminus S}\frac{(a_2-c_2+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{m}c_{1j}-mc_{1i})^2}{4(m+1)^2}$$

特别的，当$S=N$，即所有厂商结盟时，由上述公式就可以得到所有厂商结盟的总收益为：

$$v(N)=\frac{(m(a_2-c_2)-\sum_{i=1}^{m}c_{1i})^2}{4m^2}。$$

3.3 均衡解及不确定性

3.3.1 模型均衡解

由 Shapley 公式可计算得到博弈的均衡解中每个参与人的 Shapley 指数为：

$$\psi_i=(1-\gamma_n(2))\frac{(a_2-c_2+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{m}c_{1j}-mc_{1i})^2}{4(m+1)^2}+\gamma_n(2)(\frac{(m(a_2-c_2)-\sum_{i=1}^{m}c_{1i})^2}{4m^2}$$

$$-\sum_{i\in N\backslash S}\frac{(a_2-c_2+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{m}c_{1j}-mc_{1i})^2}{4(m+1)^2}-\frac{[m(a_2-c_2)-\sum_{j=1}^{m}c_{1j}]^2}{4(m+1)^2}),i=1,2,...,m$$

$$\psi_{m+1}=(1-\gamma_n(1))(\frac{(m(a_2-c_2)-\sum_{i=1}^{m}c_{1i})^2}{4m^2}-\sum_{i\in M}\frac{(a_2-c_2+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{m}c_{1j}-mc_{1i})^2}{4(m+1)^2})+\gamma_n(1)\frac{[m(a_2-c_2)-\sum_{j=1}^{m}c_{1j}]^2}{4(m+1)^2}$$

其中，$\gamma_n(s)=\frac{(s-1)!(n-s)!}{n!},n=m+1$。

模型的 Shapley 值就是合作时各个参与人（供应商、制造商）的期望收益。可以看出，合作时供应商和制造商的收益都比不合作时增加了。而且，合作时产品 2 的均衡价格 $(\frac{ma_2+\sum_{i=1}^{m}c_{1i}+mc_2}{2m})$ 低于不合作时产品 2 的均衡价格 $(\frac{(m+2)a_2+mc_2+\sum_{j=1}^{m}c_{1j}}{2(m+1)})$，这说明消费者也能在供应商和制造商的合作中获得收益。合作是一个“多赢”的结果。

3.3.2 解的不确定性分析

根据不确定性定义及前面模型，可以计算出模型中各个参与人 Shapley 指数的不确定性满足下式：

$$R_i^2=\gamma_n(2)(1-\gamma_n(2))(\frac{(a_2-c_2+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{m}c_{1j}-mc_{1i})^2}{4(m+1)^2}+\frac{(m(a_2-c_2)-\sum_{i=1}^{m}c_{1i})^2}{4m^2}$$

$$-\sum_{i\in N\backslash S}\frac{(a_2-c_2+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{m}c_{1j}-mc_{1i})^2}{4(m+1)^2}-\frac{[m(a_2-c_2)-\sum_{j=1}^{m}c_{1j}]^2}{4(m+1)^2})^2, i=1,2,\ldots,m$$

$$R_{m+1}^2=\gamma_n(1)(1-\gamma_n(1))(\frac{(m(a_2-c_2)-\sum_{i=1}^{m}c_{1i})^2}{4m^2}-\sum_{i\in M}\frac{(a_2-c_2+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{m}c_{1j}-mc_{1i})^2}{4(m+1)^2}$$

$$+\frac{[m(a_2-c_2)-\sum_{j=1}^{m}c_{1j}]^2}{4(m+1)^2})^2$$

其中，$\gamma_n(s)=\frac{(s-1)!(n-s)!}{n!}, n=m+1$。

由上式，Shapley 值的不确定性程度，即各个参与人的 Shapley 指数的方差是m的减函数，而由前面讨论，各个参与人的 Shapley 指数却是m的增函数。这说明，随着供应商数量的增加，无论供应商和制造商的收益波动性都将降低，也就是投资的风险将降低，但是他们的期望收益却会减少。

3.4 算例分析:

例 1 设供应链中有三个供应商提供产品 1，单位成本分别为 $c_{11}=4$, $c_{12}=5, c_{13}=6$，显然，$m=3, n=4$ 制造商生产单位产品 2 的成本为 $c_2=10$，同时令 $a_2=25$。

由模型可得不合作时各个厂商的收益为：

$$v_1=196/64, v_2=100/64, v_3=36/64, v_4=900/64$$

合作时，参与人期望收益为：

$$v_1=2680/(12*64), v_2=1568/(12*64), v_3=800/(12*64), v_4=1268/64$$

第四章　具有随机联盟支付的合作博弈解法的讨论

Shapley 值已经被很多学者研究过,他们中的大多数都主要讨论具有确定性联盟联盟的博弈。经典合作博弈理论在构造合作博弈时采用了一种悲观的观点[4]：即假定对于任意给定联盟,其收益定义为联盟外的参与人组成统一的同盟来对抗该给定联盟时联盟的收益。在许多现实生活情况下,这种假定是很难满足的,也就是说人们或者商家的支付（收益）是不确定的,他们不得不做出相应的决策来应对这种不确定性.

本章主要对参与人联盟随机形成时的联盟博弈问题的解法进行讨论。关于这类问题，Aubin[35-37]引入了模糊联盟的概念,对这一问题进行了探讨。

本章将从另一个角度寻求这种具有随机联盟支付的合作博弈的一种合理的估值方法：第二节对 Shapley 值进行了改进，使之能有效解决这类问题；第三节则提出一个称为期望值的解概念，使得这类问题的解法更加合理，并讨论了它的一些性质。同时,讨论了它的一些性质并借鉴 V.Kargin 的思想,对其不确定性进行了分析。

第一节 联盟随机性及Shapley解法的改进

本节通过一个选举博弈模型讨论了Shapley值在合作博弈问题应用中的局限性，并对Shapley公式进行了改进，提出了随机联盟收益的计算公式，成功地解决了联盟收益随机性的问题，使Shapley值能应用于一般的n人随机合作博弈问题中。同时对Shapley值的不确定性进行了分析，得到了Shapley值不确定性的计算公式。最后计算了可弃权的选举博弈模型的Shapley值及其不确定性，对于合作博弈参与人的策略选择和风险分析都有很好的指导作用。

1.1 相关概念

如果联盟收益具有随机性，原有的计算公式就无法得到博弈的Shapley解。本文指出了随机联盟收益下Shapley公式的局限性，并对其进行了改进，使其能够应用推广到更加一般的情况，同时还给出了其不确定性计算公式。首先将起那面介绍过的相关概念作简单回顾。

记$N=\{1,2,3,...,n\}$是参与人的集合,假定参与人是理性的,则当他们之间合作不能增加收益时,他们就会保持非合作时的策略不变,得到非合作时的收益.这样,博弈$G(N,v)$就满足超可加性,即对任意$S,T\subseteq N$，有$v(S\cup T)\geq v(S)+v(T)$.对于具有有限载体的任意一个博弈，$G(N,v)$,Shapley[29]给出了如下解的定义:

定义1 合作n人博弈即联盟博弈$G(N,v)$的Shapley值是指满足三条公理的向量$\Psi(v)=(\psi_1(v),\psi_2(v),...,\psi_n(v))$,其元素$\psi_i(v)$称为参与人$i$的Shapley指数,计算公式为

$$\psi_i(v)=\sum_{S\subseteq N}\gamma_n(S)[v(S)-v(S-\{i\})]，(所有 i\in U)，$$

其中，$\gamma_n(S)=\dfrac{(s-1)!(n-s)!}{n!}$，$|S|=s,|N|=n$。

三条公理分别为:

1）有效性公理(efficiency axiom):对于v的任何承载T,有$\sum_{i\in T}\psi_i(v)=v(T)$；

2）对称性公理(sysmmetry axiom):如果存在N的某个排列π，使得

$v(\pi S)=v(S),\forall S\in 2^N$；

3）可加性公理(additivity axiom):设u和ω是合作 n 人对策，则
$\psi_i(u+\omega)=\psi_i(u)+\psi_i(\omega),\forall i\in N$ 。

同时,Shapley 还证明了对于每个具有有限载体的博弈,Shapley 值满足存在唯一性.上述三条公理中,有效性公理代表的是一种群体理性,对称性公理说明,如果两个参与人对其所在联盟的贡献相等,即他们是对称的参与人，则他们具有相同收益.同时,Shapley 值还满足下面性质[34]:

定理 1 (零参与人条件)如果参与人i在支付配置$\psi_i(N,v)$中是虚拟的,即对任意的$S\subseteq N,i\in S$,有$v(S)-v(S-\{i\})=v(\{i\})$，则$\psi_i(N,v)=v(\{i\})$。

Shapley 的结果中,$v(S)-v(S-\{i\})$被认为是参与人i对联盟S的贡献,而 Shapley 值可以理解为：在联盟出现服从均匀分布的条件下,参与人对其所在联盟贡献的期望.对应的标准差就表示参与人期望收益的波动大小,即不确定性,用$R_i(G)$表示.因而有下面定义:

定义 2 记联盟S出现的概率为$f_i(S)=\gamma_n(S)=\dfrac{(s-1)!(n-s)!}{n!}$，参与人$i,i\in S$,对联盟$S$的贡献记为$d_iG(S)=v(S)-v(S-\{i\})$。则 Shapley 值的不确定性公式为[32]:

$$R_i(G)=\mathrm{var}^{1/2}\{d_iG\circ f_i\}。$$

1.2 问题及主要结果

1.2.1 联盟收益的随机性

在计算博弈的 Shapley 值时首先要计算联盟S的收益$v(S)$，Shapley 的结论中隐含了S之外的参与人结成一个与S对立的联盟$N-S$的假设，这种条件下任意给定联盟S的收益就是一个确定的值，博弈的 Shapley 值就很容易计算出来。也就是说每个参与人只有两个策略可以选择：加入S或者加入$N-S$。

但在一般的博弈中，参与人常有多个结盟策略可以选择，每个参与人是否结盟、与谁结盟都是随机的。对于这种更为一般的合作博弈问题，原有的 Shapley 公式显然无能为力。因为给定其中一个联盟S，其收益会因其它参与人的结盟策略不同而不同。

例1 可以弃权的选举博弈：

设选举中共有m（$m\geq 3$）个选举人，两个候选人，A和B，每个投票人有三种选择：选A和B中的一个，或者弃权。所有选举人可以分成三个联盟：候选人A，B的支持者组成的联盟和弃权者结成的联盟，分别用S_1,S_2,S_0表示。得票多的候选人成为选举的胜利者，设相应的联盟收益为1；得票少的候选人对应的联盟收益设为0；弃权的联盟持中立立场，联盟收益为1/2。如果两个候选人得票相等，则需重新选举，此时双方收益均为1/2。博弈的特征函数为：

$$v(S_1)=\begin{cases}1, if\ |S_1|>|S_2|\\1/2, if\ |S_1|=|S_2|\\0, if\ |S_1|<|S_2|\end{cases},\quad v(S_2)=\begin{cases}1, if\ |S_1|<|S_2|\\1/2, if\ |S_1|=|S_2|\\0, if\ |S_1|>|S_2|\end{cases},\quad v(S_0)=1/2$$

显然有$S_2=N-S_1-S_0$。这表明：联盟S_1的收益不光取决于他自身的成员数量，还取决于联盟外的参与人的结盟情况。由于参与人的结盟状态是随机出现的和离散的，因而，给定联盟S_1的收益不是一个确定的常量，而是一个离散分布的随机变量。合作博弈中经常讨论的（0，1）选举博弈（即每个参与人都不能弃权，两个候选人中得票多的成为胜利者）可以看作例1的特殊形式。

由前面分析可以得到如下结论：如果博弈中每个参与人随机结盟并有多个结盟策略可供选择，则每个给定联盟的收益由联盟外参与人的结盟策略决定，即给定一个联盟S，它的收益$N-S$中参与人的结盟策略共同决定。由于参与人随机结盟，每个人都有多种策略选择，联盟S的收益是个离散的随机变量。

此时，Shapley 值公式作为博弈的均衡解的计算方法就不再适用。而几乎所有的选举中都是允许选举人弃权的。现实中很多博弈，特别是在经济博弈中，众多企业之间分别独立决策，他们可能的策略选择更多，对这些广泛存在的博弈问题，Shapley 公式都无法直接应用。这对于它在更广的范围内应用无疑是个很大的限制。

1.2.2 联盟收益的确定

由前面分析，Shapley 公式的局限性主要在于联盟S收益的不确定性：它由$N-S$中参与人的结盟状态决定。而在求解 Shapley 值的过程中，确定博弈的特征函数即任意给定联盟S的收益进而确定各个参与人对联盟的贡献是关键一环。

只要确定了联盟S的收益，就可以应用 Shapley 公式求得博弈的均衡解。

由于参与人随机结盟，每个参与人独立决策，不妨假设$N-S$中参与人的结盟状态的出现服从平均分布。

下面是本节的主要结果：寻求$v(S)$的一种求解方法，对 Shapley 定理的计算公式进行改进，使之能更好的应用到更多更加符合实际的博弈问题。

定义 3 设$J^{(n)}=\{j_i^{(n)} \mid i=1,2,3,\dots,t_n\}$表示$n$人合作博弈局中人的所有结盟状态组成的集合，$S$为任意一个联盟，记$|S|=s$，参与人$N-S$的结盟状态为$j_i^{(n-s)}(i=1,2,3,\dots,t_{n-s})$时联盟$S$的收益称为$S$在联盟状态$j_i^{(n-s)}$下的条件收益，记为$v(S \mid j_i^{(n-s)})$。

引理 1 m个参与人任意结盟，则总的结盟状态个数t_m有递推公式：

$$t_m=\sum_{i=0}^{m-1} C_{m-1}^i t_{m-i-1},$$

其中，$t_0=1, t_1=1, m \geq 1$。

证明 当没有参与人和仅有一个参与人进行博弈时，总的结盟状态数显然为 1；考察第m个人的结盟状态，可将所有联盟分成两类即与m结盟的和不与m结盟的：

1^0 若m不与任何其他参与人结盟，则此时结盟状态数为t_{m-1}，即另外$m-1$个参与人自由结盟；

2^0 设m与另外i个人结盟，则联盟数为$C_{m-1}^i t_{m-i-1}$，$i=1,2,\dots,m-1$，即任意从另外$m-1$个参与人中选出i个，剩余的自由结盟。

综上，m个人自由结盟的结盟状态总数为

$$t_m=t_{m-1}+\sum_{i=1}^{m-1} C_{m-1}^i t_{m-i-1}=\sum_{i=0}^{m-1} C_{m-1}^i t_{m-i-1}.$$

证毕。

定义 4 在参与人随机结盟并且结盟状态服从均匀分布的假设下，博弈中任意联盟S的收益定义为联盟S所有条件收益的数学期望，公式如下

$$v(S)=\frac{\sum_{i=1}^{t_{n-s}} v(S \mid j_i^{(n-s)})}{t_{n-s}}.$$

1.2.3 改进的Shapley公式及不确定性

由定义4和定义5容易证明：

引理2 对于任意联盟S，若参与人$i\in S$则i对联盟S的贡献为

$$v(S)-v(S-\{i\})=\frac{\sum_{t=1}^{t_{n-s}}v(S\mid j_t^{(n-s)})-v((S-\{i\})\mid j_t^{(n-s)})}{t_{n-s}}.$$

由引理1和引理2容易得到下面定理：

定理2 参与人随机结盟的n人合作博弈中，令$\Psi(v)=(\psi_1(v),\psi_2(v),\ldots,\psi_n(v))$为博弈的Shapley值。则参与人$i$的Shapley指数为：

$$\psi_i(v)=\sum_{S\subseteq T}\gamma_n(S)[v(S)-v(S-\{i\})],$$

其中，$\gamma_n(S)=\dfrac{(s-1)!(n-s)!}{n!}$，

$$v(S)-v(S-\{i\})=\frac{\sum_{t=1}^{t_{n-s}}v(S\mid j_t^{(n-s)})-v((S-\{i\})\mid j_t^{(n-s)})}{t_{n-s}}\text{。}$$

容易证明，定理2中的博弈均衡解符合Shapley理论中的三条公理，而且对于任意具有有限载体的联盟博弈存在且唯一。

对于 Shapley 值的不确定性，这里用参与人对联盟贡献的方差来衡量。首先有下面引理：

引理3：令$S\subseteq N$，$i\in S$，参与人i对联盟S贡献的方差表示为$r_i(S)$，则

$$r_i(S)=\frac{t_{n-s}\sum_{t=1}^{t_{n-s}}[v(S\mid j_t^{(n-s)})-v((S-\{i\})\mid j_t^{(n-s)})]^2-\left[\sum_{t=1}^{t_{n-s}}v(S\mid j_t^{(n-s)})-v((S-\{i\})\mid j_t^{(n-s)})\right]^2}{(t_{n-s})^2}$$

由于n人合作博弈中参与人随即结盟，各个参与人独立决策，因而联盟之间相互独立。参与人对所在不同联盟的贡献也是独立的。因而可以得到如下定理：

定理3 博弈中参与人i的Shapley值的不确定性记为R_i，则

$$R_i=\sum_{S\subseteq T}[\gamma_n(S)]^2 r_i(S)$$

其中，$\gamma_n(S),r_i(S)$的意义分别与定理2，引理4中相同。

引理 3、定理 3 用方差的定义和性质很容易得到证明。

1.2.4 算例分析

这里以前面的选举模型为例，计算该博弈的 Shapley 值及其方差。由于每个参与人都是对称的，我们只计算参与人i的 Shapley 指数即可。记所有参与人组成集合为M，显然，M是博弈的有限载体。并记对于联盟$S,i\in S$，有$|S|=s$。

由例 1 给出的各联盟的收益函数可知：若$i\in S_1$，则当且仅当$|S_2|=|S_1|$或$|S_2|=|S_1|+1$时$v(S_1)-v(S_1-i)=1/2$；同样，若$i\in S_2$，则当且仅当$|S_1|=|S_2|$或$|S_1|=|S_2|+1$时$v(S_2)-v(S_2-i)=1/2$。否则参与人i都不是其所在联盟的关键参与人，即对于$i\in S$，有$v(S)-v(S-i)=0$。所以对于$\forall S,i\in S$，由引理 2 可以得到

$$v(S)-v(S-i)=\frac{C_{m-s}^{s}+C_{m-s}^{s-1}}{t_{m-s}}$$

将上式代入定理 2 中的公式可以求得

$$\psi_i(v)=\sum_{\substack{S\subseteq M\\ s\le(m+1)/2}}\frac{(s-1)!(m-s)!(C_{m-s}^{s}+C_{m-s}^{s-1})}{m!t_{m-s}}$$

同样，根据定理 3 可以求得对应的方差为

$$R_i=\sum_{\substack{S\subseteq M\\ s\le(m+1)/2}}(\frac{(s-1)!(m-s)!}{m!})^2\frac{t_{m-s}(C_{m-s}^{s}+C_{m-s}^{s-1})^2-2(C_{m-s}^{s}+C_{m-s}^{s-1})^2}{2(t_{m-s})^2}$$

第二节 随机联盟博弈的一种新解

本节将从另一个角度,寻求这种具有随机支付的合作博弈的一种合理的估值方法,提出一个称为期望值的解概念.同时,讨论了它的一些性质并借鉴V.Kargin的思想,对其不确定性进行了分析.

本节共分 4 部分：第 1 部分首先引入一个具有随机支付的合作博弈例子,同时在引入随机合作博弈的一种新的解法—期望值（Expected value）.第 2 部分研究了这种解的一些性质;第 3 部分分析了一个随机合作博弈的例子,同时还讨论了博弈解及其不确定性大小与博弈规模的关系.第 4 部分给出了一些结论性的总结.

2.1 Expected value 的提出

2.1.1 一个随机联盟收益的例子

一般的博弈中,参与人常有多个结盟策略可以选择,每个参与人是否结盟、与谁结盟都是随机的.有时给定一个联盟,联盟外的参与人结成一个统一的联盟对抗给定联盟的假设很难成立,甚至是不可能的.这里仍以本章第一节中的例子来说明。

例2 可以弃权的选举博弈：（参见上一节例 1）

从例子可以看出:给定联盟S的收益不仅取决于他自身的成员数量，还取决于联盟外的参与人的结盟情况.由于参与人的结盟状态是随机出现的和离散的,因而,给定联盟的收益不是一个确定的常量,而是一个离散分布的随机变量.经典合作博弈中经常讨论的(0,1)选举博弈（即每个参与人都不能弃权，两个候选人中得票多的成为胜利者）可以看作例 2 的特殊形式.

在现实生活中,类似于上述例子的博弈是很多的,其联盟收益的不确定性主要源于参与人利益的多样性和决策的随机性.对于这类具有随机支付的合作博弈,经典的合作博弈解法无法建模.这也正是本文要解决的主要问题,下面引入随机支付合作博弈的一种表述.

2.1.2 随机支付合作博弈的表述及相关引理

由前面分析可以得到如下结论:如果博弈中每个参与人随机结盟并有多个结盟策略可供选择,则每个给定联盟的收益由联盟外参与人的结盟策略决定,由于参与人随机结盟,每个人都有多种策略选择,联盟的收益是个离散的随机变量.而每个参与人的结盟策略确定后,就唯一对应一个所有参与人的结盟状态.即给定一个联盟,其支付由联盟外参与人的结盟状态决定.而此时,由于联盟是给定的,联盟内部参与人的结盟状态也是确定的,也可以说,联盟支付由所有参与人的结盟状态决定.

对于这样的随机支付合作博弈,我们用$G(N,v,J)$来表示,其中,$N=\{1,2,...,n\}$为参与人的集合,J为参与人结盟状态的集合,假设参与人结盟状态的出现服从均匀分布.v是博弈的特征函数,这里v是定义在J上的实函数.下文将给出它的具体定义.

关于参与人结盟状态的个数,有下面引理:

引理 1 m个参与人任意结盟,则总的结盟状态个数t_m有递推公式:

$$t_m=\sum_{i=0}^{m-1}C_{m-1}^{i}t_{m-i-1},$$

其中,$t_0=1,t_1=1,m\geq 1$。

证明见上一节引理 1。

由前面分析,每个给定联盟$S,|S|=s$,的支付由联盟外参与人的结盟状态决定,因而,首先引入这种博弈特征函数的数学定义:

设$J^{(N)}=\{j_i^{(N)}\,|\,i=1,2,...,t_n\}$表示$n$人合作博弈$G(N,v,J)$中参与人的所有结盟状态组成的集合,则给定联盟$S$,联盟外参与人的结盟状态集为$J^{(N-S)}=\{j_i^{(N-S)}\,|\,i=1,2,...,t_{n-s}\}$。则对应不同的结盟状态,联盟$S$的支付可能不同.因此,有下面定义:

定义 1 在上述前提下,定义实函数函数$v:\{\{S\},J^{(N-S)}\}\to R$,作为博弈$G(N,v,J)$的特征函数,称为联盟$S$在联盟状态$j_i^{(N-S)}$下的条件支付,记为$v(S\,|\,j_i^{(N-S)})$。

对于联盟的收益,我们有下面定义:

定义 2 随机支付合作博弈$G(N,v,J)$中任意联盟S的支付定义为其所有条件支

付的均值,有下面公式:$v(S)=\frac{\sum_{k=1}^{t_{n-s}} v(S\mid j_k^{(N-S)})}{t_{n-s}}$。

2.1.3 期望值及不确定性

记(X,Σ,μ)是一个概率空间,$f_i:X\to J^{(N)}$是一个随机变量,即X取值于参与人结盟状态的集合,其分布函数为$\mu(f_i(X)=j_k^{(N)})=\frac{1}{t_n}$。

根据Shapley联盟贡献的思想,我们引入如下定义:

定义 3 记参与人$i,i\in S$,则$d_i(S\mid j_i^{(N-S)})=v(S\mid j_i^{(N-S)})-v(S-\{i\}\mid j_i^{(N-S)})$称为参与人$i$在结盟状态$j_i^{(N-S)}$下对联盟$S$的条件贡献。

根据前面假定:参与人的结盟状态服从均匀分布.而给定联盟S时,联盟外参与人的每个结盟状态都唯一的对应一个所有参与人的结盟状态,当S随机选取,取遍所有可能的联盟时,得到的所有联盟外参与人的结盟状态组成的集合与所有参与人的结盟状态集合显然存在一一对应关系。

因而,对于随机支付合作博弈$G(N,v,J)$,令随机变量$X(i)=d_i(S\mid j_k^{(N-S)})$,即参与人$i$对其所在联盟的条件贡献,则有$\mu(f_i(X)=j_k^{(N)})=\frac{1}{t_n}$。

显然,根据 Shapley 的思想,随机变量X的期望就表示参与人在博弈中的"力量",即对博弈的贡献.我们用各个参与人的力量作为其在联盟中应得收益的标准,就有下面随机支付合作博弈的解,我们称之为期望值。

定义 4 **期望值**:一个随机支付合作博弈$G(N,v,J)$的期望值是一个n维实向量$P(v)=(p_1(v),p_2(v),...p_n(v))$,其元素$p_i(v)$定义为前述随机变量$X$的期望,即

$$p_i(v)=E\{X(i)\circ f_i\},i=1,2,...,n.$$

我们称期望值的每个元素为对应参与人的期望指数.根据定义及前面描述,容易得到下面定理:

定理 1 对于随机支付合作博弈$G(N,v,J)$,其期望值中参与人i的期望指数$p_i(v),i=1,2,...,n$有下面计算公式:

$$p_i(v)=\frac{\sum_{S\subseteq N,i\in S}\sum_{j=1}^{t_{n-s}}d_i(S\mid j_k^{(N-S)})}{t_n}$$

证明 由数学期望的定义容易证明,详细过程略.

显然,期望值是参与人对其所在联盟条件贡献的数学期望.而参与人对联盟的贡献是一个随机变量,因而考察其波动性即不确定性就是非常必要的.同时这对于联盟的稳定性也是至关重要的.Kargin[32]首先定义了经典合作博弈中 Shapley 值的不确定性(uncertainty).下面定义随机支付合作博弈中期望值的不确定性.

定义 5 随机支付合作博弈$G(N,v,J)$期望值的不确定性定义为一个n维实向量$R(v)=(r_1(v),r_2(v),...,r_n(v))$，其元素$r_i(v)$是概率空间中随机变量$X$的标准差,即

$$r_i(v)=Var^{1/2}\{X(i)\circ f_i\},i=1,2,...,n.$$

对每个参与人期望指数的不确定性，根据定义可以得到:

定理 2 对于随机支付合作博弈$G(N,v,J)$,参与人i期望指数的不确定性$r_i(v),i=1,2,...,n$可由下面公式计算得到:

$$r_i(v)=\left[\frac{\sum_{S\subseteq N,i\in S}\sum_{k=1}^{t_{n-s}}\left|d_i(S\mid j_k^{(N-S)})-v_i(S)\right|^2}{t_n}\right]^{1/2}$$

证明 根据随机变量标准差的定义容易得到结论。

2.2 期望值及其不确定性的性质

前面引入了随机支付合作博弈期望值及其不确定性的概念,并给出了相应的计算公式.这一部分主要研究它们的一些简单性质.

下面性质中如无特别说明,均是随机支付博弈$G(N,v,J)$的性质.

性质 1 (对称性) 如果对任意联盟$S,i\notin S,m\notin S$，有

$$v(S+\{i\}\mid j_k^{(N-S-\{i\}-\{m\})})=v(S+\{m\}\mid j_k^{(N-S-\{i\}-\{m\})}),k=1,2,...,t_{n-s-2},$$

则$p_i(v)=p_m(v)$。

性质 2 (有效性)对于博弈$G(N,v,J)$的任意有限载体T,有

$$\sum_{i\in T} p_i(v) = v(T)\text{。}$$

性质 3 (可加性)对任意两个独立的博弈v,ω,有

$$P(v+\omega) = P(v) + P(\omega).$$

上述三个性质可由随机支付合作博弈及期望值的定义推出.

证明 对称性.

根据题给对称性条件,知i和m是对称的参与人.

欲证结论,只需证明对于任意的联盟$S,S\subseteq N$,参与人i和m对其的条件贡献相同或者有唯一对应的联盟存在使得这两个参与人的条件贡献相等.

将所有的联盟分为三类:

1^0 i和m均不在S中.显然,此时两个参与人对S的贡献相同,均为零;

2^0 i在S中而m不在S中。此时,由题设,存在与S唯一对应的联盟$S+\{i\}-\{m\}$

满足: $v(S\mid j_k^{(N-S-\{m\})}) = v(S-\{i\}+\{m\}\mid j_k^{(N-S-\{m\})}), k=1,2,\ldots,t_{n-s-1}$。

而$S-\{i\}=S-\{i\}+\{m\}-\{m\}$, 所以,

$$v(S\mid j_k^{(N-S-\{m\})}) - v(S-\{i\}\mid j_k^{(N-S-\{m\})}) = v(S-\{i\}+\{m\}\mid j_k^{(N-S-\{m\})}) - v(S-\{i\}\mid j_k^{(N-S-\{m\})}),$$
$$k=1,2,\ldots,t_{n-s-1}$$

3^0 m在S中而i不在S中。可以按照前一种情况的方法得到证明.

4^0 i和m均在S中.由题设条件, 容易得到

$v(S-\{i\}\mid j_k^{(N-S)}) = v(S-\{m\}\mid j_k^{(N-S)}), k=1,2,\ldots,t_{n-s}$。

所以,$v(S\mid j_k^{(N-S)}) - v(S-\{i\}\mid j_k^{(N-S)}) = v(S\mid j_k^{(N-S)}) - v(S-\{m\}\mid j_k^{(N-S)}), k=1,2,\ldots,t_{n-s}$。

综上,对称性成立.

由前面三个性质可以得到:

性质 4 (存在唯一性)

对于任意具有有限载体的随机支付合作博弈$G(N,v,J)$,必然存在唯一的期望值.

证明 由定义,存在性显然成立.又由于它满足对称性、有效性和可加性,根据Shapley 的论述,则必满足唯一性.证毕.

对于期望值的不确定性,这里仅介绍几个简单性质:

性质 1 (虚拟参与人)对于虚拟参与人i,即对于任意不包含i的联盟S_1,S_2,满足

$$v(S_1+\{i\}\mid j_k^{(N-S_1-\{i\})}) - v(S_1\mid j_k^{(N-S_1-\{i\})}) = v(S_2+\{i\}\mid j_k^{(N-S_2-\{i\})}) - v(S_2\mid j_k^{(N-S_2-\{i\})}) = v(\{i\})$$

其中,$k=1,2,\dots,t_{n-s_1-1}$,$\hat{k}=1,2,\dots,t_{n-s_2-1}$。则

$$p_i(v)=v(\{i\}),i=1,2,\dots,n.$$

这里,$v(\{i\})=\dfrac{\sum_{k=1}^{t_{n-1}}v(\{i\}\mid j_k^{(N-\{i\})})}{t_{n-1}}$表示参与人$i$不与其他参与人结盟即独立成单人联盟时的期望收益.

证明 不妨设参与人i是虚拟参与人,对于参与人的任意结盟状态$j_k^{(N)},k=1,2,\dots,t_n$,其中必有一个联盟包含$i$,记为$\hat{S}$,

由虚拟参与人的定义,参与人i对$\hat{S}$的条件贡献为:$v(\{i\})$.

根据期望指数的定义及定理6,可得结论成立.

证毕.

性质2 (对称性)对于两个对称的参与人i和m,有$r_i(v)=r_m(v)$。

证明 由性质4.1的证明过程知,对于参与人i对其所在联盟的每一个条件贡献,都可以找到参与人m的一个大小相等的条件贡献与之对应,且由假设它们出现的概率也相等,反之亦然.即两者存在一一对应.

而根据性质4.1的结论,参与人i和m的期望指数相等,所以,根据方差定义可知,结论成立.

证毕。

性质3 (虚拟参与人)对于虚拟参与人i,即对于任意不包含i的联盟S_1,S_2,满足

$$v(S_1+\{i\}\mid j_k^{(N-S_1-\{i\})})-v(S_1\mid j_k^{(N-S_1-\{i\})})=v(S_2+\{i\}\mid j_{\hat{k}}^{(N-S_2-\{i\})})-v(S_2\mid j_{\hat{k}}^{(N-S_2-\{i\})})=v(\{i\})$$

其中,$k=1,2,\dots,t_{n-s_1-1}$,$\hat{k}=1,2,\dots,t_{n-s_2-1}$,$v(\{i\})$意义同性质1,则有

$$r_i(v)=0,i=1,2,\dots,n。$$

性质4 对于两个独立的随机支付合作博弈$G(N,v,J)$和$\hat{G}(N,\omega,J)$,有:

$$r_i(\alpha v+\beta\omega)=\sqrt{\alpha^2 r_i^2(v)+\beta^2 r_i^2(\omega)},i=1,2,\dots,n$$

其中,α,β为任意常数.

性质8根据虚拟参与人和方差的定义可以证明.这里仅对性质4作详细证明。

证明 性质4:

由方差定义及性质, $\mathrm{var}(\alpha v)=\alpha^2\,\mathrm{var}(v)=\alpha^2 R(v)$,

$$\text{var}(\beta\omega)=\beta^2\text{var}(\omega)=\beta^2 R(\omega)$$

根据题设条件,博弈 $G(N,v,J)$ 和 $\hat{G}(N,\omega,J)$,相互独立, $G(N,\alpha v,J)$ 和 $\hat{G}(N,\beta\omega,J)$,也相互独立.因而有 $\text{var}(\alpha v+\beta\omega)=\text{var}(\alpha v)+\text{var}(\beta\omega)$

再由博弈不确定性的定义,可以得到

$$r_i(\alpha v+\beta\omega)=\sqrt{\alpha^2 r_i^2(v)+\beta^2 r_i^2(\omega)},i=1,2,\ldots,n$$

证毕.

2.3 算例分析

这里用例 3.1 简单说明期望值的应用,例子说明见第 3 部分.显然这是一个极为普遍的选举博弈实例.由于每个参与人都是对称的,我们只计算参与人的 Shapley 指数即可.记所有参与人组成集合为 $M,|M|=m$,显然,M 是博弈的有限载体。并记对于联盟 $S,i\in S$ 有 $|S|=s$。

根据例 3.1 中模型的构建及定理 3.1,3.2,可以计算得到参与人 i 的期望指数为:

$$p_i(v)=\frac{\sum\limits_{S\subseteq M,s\le\frac{m+1}{2}}(C_{m-s}^{s-1}+C_{m-s}^{s})}{t_m},i=1,2,\ldots,m$$

相应的不确定性为:

$$r_i(v)=\left[\frac{\sum\limits_{S\subseteq M,s\le\frac{m+1}{2}}(C_{m-s}^{s-1}+C_{m-s}^{s})(t_m-\sum\limits_{S\subseteq M,s\le\frac{m+1}{2}}(C_{m-s}^{s-1}+C_{m-s}^{s}))}{2t_m^{\,2}}\right]^{1/2},$$

$i=1,2,\ldots,m$

由上面计算结果可以看出,参与人的期望值及其不确定性都是 m 的减函数,也就是说,随着博弈规模的扩大,参与人的收益和风险都会降低。

2.4 小结

本节讨论了经典合作博弈理论无法建模的一类随机支付合作博弈 $G(N,v,J)$,借鉴 Shapley 值的思想,引入了一种新的解法褒 期望值及其不确定性的概念,并

给出了一般性的计算公式.第 3 部分研究了它们的一些性质,这些性质与经典合作博弈理论中 Shapley 值及其不确定性的相关性质比较类似,如对称性、可加性、零参与人条件等,并给出了部分性质的证明.最后运用一个例子,计算了相应的期望值及其不确定性,并得出结论:随着博弈规模的不断扩大,参与人的期望收益及其不确定性都会降低.经典合作博弈中也有类似的结果.

本节的结果同样可以运用在经典合作博弈中,其思想源自于 Shapley 关于联盟贡献的表述,可以说是 Shapley 解法思想在更广范围内的推广应用.而现实中这种类型的随机支付合作博弈非常普遍,因而相信本文的结果会有很好的应用价值.

第五章 结论及展望

现实生活中几乎所有的人与人之间的关系都可以抽象成博弈关系，在越来越崇尚合作的今天，合作博弈理论显然拥有非常广阔的应用空间，同样也对合作博弈理论的完善提出了更大的挑战。但是由于合作博弈长期以来一般只用于政治领域，其理论发展也受到很大限制。本文对合作博弈估值方法做出的改进，使得合作博弈的解法更加合理，应用范围更加广泛。特别是对多人合作博弈解的改进，使其可以用来解决现实中绝大部分的合作博弈问题，并给出参与人的合理期望收益。同时，还建立了几种不同的经济博弈模型，是对于合作博弈理论在经济系统中应用的有效尝试，无论对于合作博弈理论的发展还是应用都具有很好的借鉴意义。同时，文中应用模型的相关结论，对于市场中的企业建立自己长期稳定的供应链，有很好的指导意义。

如前所述，相对于非合作博弈理论，合作博弈还很不完善。合作博弈领域三个最基本的问题至今仍然没有完全解决：合作博弈解，合作博弈解的结构稳定性，合作博弈解的形成机制。

由于时间和本人能力所限，本文理论上的研究仅限于合作博弈解：包括经典合作博弈估值解法的应用，包含随机联盟的多人合作博弈均衡解的探讨，以及二人讨价还价解法的改进和应用。对于多人随机联盟博弈均衡解的结构稳定性及形成机制未做讨论，希望以后能有机会将这些结果进行完善。应用上，本文涉及的范围还较为狭窄，但可以相信，合作博弈可以在更多的领域成为一种有力地分析工具，为更多领域的更多问题的解决提供新的思路。

参考文献

[1]张维迎. 博弈论与信息经济学[M]. 上海: 上海人民出版社, 1996(2002重印): 58-59.

[2](加)马丁·J·奥斯本,(美)阿里尔·鲁宾斯坦著,魏玉根译. A Course in Game Theory .北京,中国社会科学出版社,2000.

[3]黄涛. 博弈论教程. 北京,首都经济贸易大学出版社,2004,第五章.

[4]克里斯汀·蒙特, 丹尼尔·塞拉(法)著,张琦译. 博弈论与经济学.北京,经济管理出版社,2005,第六章.

[5]Christian Schmidt. Game Theory and Economic Analysis- A quiet revolution in economics. Taylor & Francis Group, 2004.

[6]梁棣，王志强，余玉刚等-基于指派博弈的动态联盟供应链优化调整研究[J]. 管理科学学报，2004，7(4)：85—89.

[7]梁操，王志强，王国华等. 基于MTO生产策略的供应链联盟集成决策模型研究[J]. 中国工程科学，2005，7(5)：57-62，83.

[8]楚岩枫，周立华. 虚拟联盟成员之间利润分配问题分析[J]. 吉林工学院学报(自然科学报)，2000，(4).

[9]胡继灵，何新. 供应链合作伙伴选择中的博弈分析[J]. 科技进步与对策，2002，(11).

[10]肖条军. 博弈论及其应用[M]. 上海：上海三联书店，2004.

[11]John Nash. The Bargaining Problem. Econometrica[J],18(1950):155-162.

[12]John Nash, Two Person Cooperative Games[J].Econometrica,21(1953):128-140.

[13] E. Kalai, M. Smorodinsky. Other solutions to Nush's problem[J], Econometrica, 43 (1975) :513-518.

[14]Shapley. A value for n-person games[J]. in Kuhn and Tucker editors, Contributions to the Theory of Games。 1953, volume 2 of Annals of Mathematics Studies, 28.Princeton University Press: 307-317.

[15]王效俐,安宁.商品流通渠道最大化利润模型及利润分配策略的确定[J].系统工程,2003,21(6):32-35.

[16]王卓等.供应链内部的折扣博弈[J].中国管理科学,2005,13(5):67-70.

[17]高雷阜等.随机需求下的价格折扣博弈[J].运筹与管理,2005,14(2):43-46.

[18]贾涛,徐渝.基于存货促销的供应链协调问题的研究[J].工业工程与管理,2005,3:102-106.

[19]卢少华,陶志祥.动态联盟企业的利益分配博弈[J].管理工程学报,2004,18(3):65-68.

[20] 叶飞.基于不对称 Nash 协商模型的供应链协作激励机制研究[J]. 工业工程与管理.2005,

10(2):106-109.

[21]Ye Fei. Study on the incentive mechanism of supply chain coordination decision based on asymmetric Nash negotiation model[C]. Proceedings of 2004 International Conference on Management Science & Engineering. 2004(12):601-605.

[22]郑汉鼎等.数学规划[M].济南:山东教育出版社,1997: 169-174.

[23]何明柯.重新认识物流及供应链[J].中国物资流通,2000,3: 8-11.

[24]张贵磊，刘志学. 主导型供应链的 Stackelberg 利润分配博弈[J]. 系统工程，24（2006），10：19-23.

[25]薛伟贤等.寡头市场的博弈分析[J].系统工程理论与实践,2002,11:82-105.

[26] 黎继子，刘春玲，蔡根女. 集群式供应链的链间动态博弈合作决策分析[J]. 管理工程学报，20（2006），6，13-17.

[27]Gurdal Ertek and Paul M. Griffin. Supplier-and-buyer-driven channels in a two-Stage supply chain[J].IIE Tra- nsactions,2002,34(8):691-700.

[28]Wang Y, Gerchak Y. Supply chain coordination when demand is Shelf-Space dependent[J].Manufacturing & Service Management,2001,3(1):82-87.

[29]Shapley. A value for n-person games[J]. in Kuhn and Tucker editors, *Contributions to the Theory of Games*. 1953, volume 2 of Annals of Mathematics Studies, 28.Princeton University Press. 307–317.

[30]M.A.Ball. A new solution for n-person games using coalitional theory. I. The conditions[J]. The Royal Society, A(2001)457:95-116.

[31]Judith Timmer etc. On three Shapley-like solutions for cooperative games with random payoffs [J]. International Journal of Game Theory.(2003)32:595-613.

[32] V. Kargin. Uncertainty of the Shapley value[J]. International Game Theory Review, Dec2005, Vol. 7 Issue 4: 517-529.

[33]侯定丕.博弈论导论[M].合肥:中国科学技术大学出版社:2004:129-142.

[34]谢政.对策论[M].长沙:国防科技大学出版社,2004:第六章.

[35] J.-P. Aubin. Coeur et valeur des jeux flous à paiements latèraux [J] . Comptes Rendus Hebdomadaires des Sèances de l'Acadèmie des Sciences. 279-A,pp. 891-894, 1974.
Sciences

[36] J.-P. Aubin. Coeur et èquilibres des jeux flous sans paiements latèraux[J]. Comptes Rendus Hebdomadaires des Sèances de l'Acadèmie des Sciences. 279-A,pp. 963-966, 1974.

[37] J.-P. Aubin. Mathematical Methods of Game and EconomicTheory[M]. Rev.ed., North-Holland , Amsterdam, 1982.

致 谢

衷心感谢我的导师胡发胜教授，感谢他对我的学业特别是毕业论文的精心指导，使我顺利完成学业和整个论文的写作。在三年的硕士研究生学习期间，胡老师不仅在学术上给予我无私的帮助和热情的鼓励，而且在生活中更给予了亲切的关怀和细心的指导。他那简朴的生活作风，严谨的治学态度，高度的工作热情和无私的敬业精神令每一个认识他的人都印象深刻。胡老师的言传身教将使我受益终生。在此，我向胡老师致以诚挚的敬意和由衷的感谢。

在论文的创作过程中，孙厚兴、赵建强、王芳、张立江、于彭、李成栋、马小红等同学对我提供了无私的帮助，在此一并表示感谢。

最后，感谢山东大学数学与系统科学学院的各位领导和老师，感谢所有关心和帮助过我的老师、同学和朋友们！

硕士期间发表论文情况

[1] 随机联盟收益下 shapley 值的改进[C]，中国运筹学会第八届学术年会论文集，456-461,Global-Link Publishing Company,2006. 第一作者；

[2] 二级供应链不同博弈研究[J]，山东大学学报（理学版），2007，02. 第一作者。