

摘 要

非球面光学零件的加工一直是国内外公认的难题，目前采用数控车削和磨削技术来加工非球面，虽然能够加工出少量、单件、高精度的非球面光学零件，但要想得到高精度的面形，需要较长的加工时间，效率较低，而且按照现有的数控轨迹成形方法加工出的非球面光学零件存在波纹误差，很难保证局部面形精度，这种波纹误差会严重影响精密光学系统的光学性能。为此，对切线回转法加工高次非球面光学零件的轨迹成形控制进行研究。

通过分析现有数控加工中的轨迹成形控制方法和非球面特性，提出切线回转法加工高次非球面光学零件轨迹成形控制理论，建立数学模型。根据加工技术要求和性能指标，选用基于 UMAC 的 PC+NC 递阶式结构作为控制系统的设计方案，采用零传动驱动技术和模拟线性驱动器构成自控变频同步电动机进给伺服系统，以实现三轴联动控制。控制系统软件设计方案由上、下位机两部分组成，上位机软件系统采用 Microsoft Visual C++ 6.0 开发环境进行设计，主要完成人机交互功能模块设计、预处理计算、运动程序编制和上下位机通讯，其中运动程序采用 UMAC 自带的 PVT 插补算法和电子凸轮算法实现。以实际高次非球面光学零件为例进行轨迹成形控制仿真计算，得出轨迹成形过程中的几何参数和运动参数的具体数值，分析其变化规律，按照运动控制策略和控制方法，针对 x 、 y 轴及其合成的控制轨迹与理想轨迹之间的逼近关系分别进行分析。对已构建的控制系统进行误差分析，提出了相应的减小或消除控制系统误差的解决办法。

研究表明，在插补步长相同的情况下，用二次曲线分段逼近成形轨迹产生的逼近误差相对较小，能够提高非球面加工精度，切线回转轨迹成形法理论上能够减小或消除数控插补产生的波纹误差，保证加工过程中工件面形的连续光滑。

关键词：切线回转法 高次非球面 轨迹成形 UMAC PVT

ABSTRACT

Aspheric optical part processing is a well known difficult problem around the world. At present, although small amount high precision aspheric optical parts can be produced through NC turning and grinding technology, however, it takes a long time to get high precision surface, which cause low efficiency. In addition, it creates surface ripple error and is difficult to ensure local surface precision by using existing NC trajectory shaping method for aspheric part machining. This kind surface ripple error will have a strong impact on optical property of precision optical system. To solve these problems, trajectory shaping controlling on processing high order aspheric with NC rotary tangent method is the main research issue in this paper.

Put forward the trajectory shaping controlling theory of processing high order aspheric optical parts with NC rotary tangent method and established mathematical model through analyzing trajectory shaping controlling method and the aspheric surface characteristics the existing NC machining. Based on demands of process technology and performance index, PC+NC step-up structure based on UMAC is chosen as design scheme in this control system, automatic control frequency conversion synchronous motor servo system made up of zero-drive technology and analogue linear amplifier is adopted, so as to realize tri-axial linking control. Controlling soft ware design scheme is composed of upper monitor and slave computer. Upper monitor soft ware uses Microsoft Visual C++ 6.0 development environment to mainly complete human-computer interaction module designing, preprocessing, motion programming and communication between upper monitor and slave computer. And motion procedure is achieved through PVT interpolation algorithm and electronic cam algorithm of UMAC.

Taking the real high order aspheric optical part as an example, simulated and calculated on its trajectory shaping control, obtained concrete values of geometric parameters and control parameters in the course of the trajectory shaping. According to movement control strategy and control method, observed changing law of these values, respectively analyzed approach relations between control trajectory, synthesized by trajectories on x axis, and y axis and ideal trajectory. The solution of decreasing or erasing controlling system error is put forward through error analysis of the constructed control system.

The results show that under the same interpolation step length, approximation error

caused by conic subsection approaching ideal trajectory is relatively small, then improve aspheric machining accuracy. In terms of theory using trajectory shaping with rotary tangent method can decrease or eliminate ripple error caused by NC interpolation, so guarantee continuous and smooth of the surface of work piece in machining.

Key words: rotary tangent method, high order aspheric surface, trajectory shaping, UMAC
PVT

长春理工大学硕士学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的硕士学位论文，《切线回转法加工高次非球面光学零件轨迹成形控制研究》是本人在指导教师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：孔繁星 2010年3月20日

长春理工大学学位论文授权使用授权书

本学位论文作者及指导教师完全了解“长春理工大学硕士、博士学位论文版权使用规定”，同意长春理工大学保留并向中国科学信息研究所、中国优秀博硕士学位论文全文数据库和 CNKI 系列数据库及其他国家有关部门或机构送交学位论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权长春理工大学可以将本学位论文的全部或部分内 容编入有关数据库进行检索，也可采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编学位论文。

作者签名：孔繁星 2010年3月20日

指导导师签名：于士林 2010年3月20日

第一章 绪论

1.1 引言

球面镜的中心范围为正常的成像焦距，而镜面边缘的光线折射角度因受制于球面的形状而脱离正常的焦距轨道，导致光传递过程中产生球差、彗差、像散、场曲及畸变等诸多光学性能缺陷，可接受的成像光线范围较小^[1]，球面镜成像如图 1.1 所示。1904 年伟大的视光学专家车尔宁(Tschelning)，根据象差的三阶理论计算出一系列不同镜度的最佳弯形数字组成一个椭圆，这与法国学者笛卡尔(R. DESCARTES)提出的由一个凸椭球面和凹球面构成无球差非球面光学透镜理论是一致的^[2,3]，如图 1.2 所示。虽然椭圆设计的镜片能够将光线聚焦到一点，减小像差，但其减小像差有一定的范围，而且椭圆设计的镜片较厚，应用中受到限制，为此必须采用非球面设计来减小镜片体积、减轻镜片重量、消除像差，非球面镜成像如图 1.3 所示。此外，在光学仪器设计中，一块非球面镜片的作用相当于多块球面镜片的组合，因此采用非球面镜片设计光学仪器具有体积小、重量轻、成像质量高、成本低、使光学系统设计灵活性更强等优点^[4,5,6]。

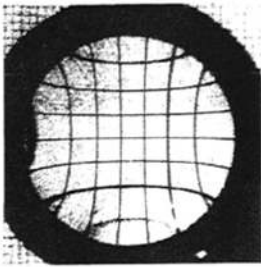


图 1.1 球面镜成像效果

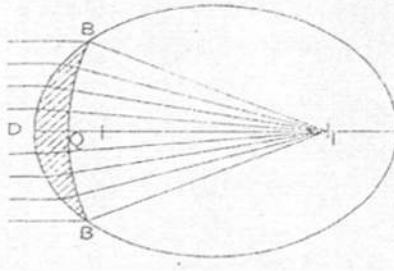


图 1.2 笛卡尔的无球差透镜

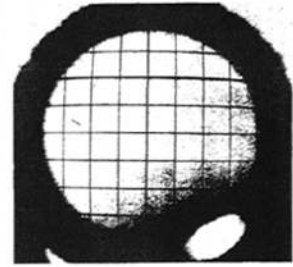


图 1.3 非球面镜成像效果

随着科学技术的不断发展，在航空、航天、天文、激光、核聚变、国防、光通讯以及国民经济高科技研究领域所需要的光学仪器中越来越迫切需要采用非球面光学零件。目前非球面光学零件的加工技术已成为光产业发展中的一个瓶颈技术，世界各国都在致力于非球面光学零件超精密加工技术的研究^[7,8]。非球面的加工一般是首先加工出非球面最接近的球面，然后利用不同的加工方法将球面加工成所需要的形状。非球面光学零件的加工方法按照加工原理可以分为四类：变形加工方法(热变形、塑料注塑和玻璃模压成形方法等)、附加加工方法(蒸镀、电镀、离子镀和复制方法等)、变质加工方法(沿一个方向改变材质的折射率的方法)、去除加工方法(车削、磨削、抛光等)。其中变形加工方法通用性差，加工精度低，适合于某种形状和尺寸的低精度非球面零件批量生产；附加成型方法和变质加工方法往往存在加工效率低、成本高等问题，有应用的局限性。随着数控技术的兴起，非球面加工技术有了飞速地发展，目前常用的高精度非球面加工主要采用去除加工方法，能够加工出单件少量各种高精度非球面光学零件，要求精度越高，所需加工时间越长^[9,10,11]。

1.2 数控加工非球面技术及应用

1.2.1 数控车削和磨削技术

数控技术应用于光学非球面零件的加工中，使非球面光学零件的加工技术有了突破性的发展，常用的数控加工非球面方法主要有车削和磨削两种。

(1) 金刚石刀具数控车削技术

在 20 世纪中期，随着航天等高新技术发展的需要，美国率先发展金刚石刀具的超精密切削技术，称为“SPDT 技术”(Single Point Diamond Turing)。金刚石刀具车削适用于有色金属、塑料、半导体、光学晶体等材料零件的单件少量加工，不适宜加工玻璃等脆性材料，在产业化生产中多用于加工标准模具。美国 LODTM 大型超精密金刚石车床如图 1.4 所示、美国超精密数控车床 ASG-2500 如图 1.5 所示。此外，还有普奈莫精密公司的 MSG-325 型、Nanoform 600 型、Ultra 2000 型金刚石车床、德国 IPT Ultraprecision Lathe 超精密车床和日本东芝机械公司的 ULG-100A(H) 超精密数控金刚石车床等^[12, 13, 14]。

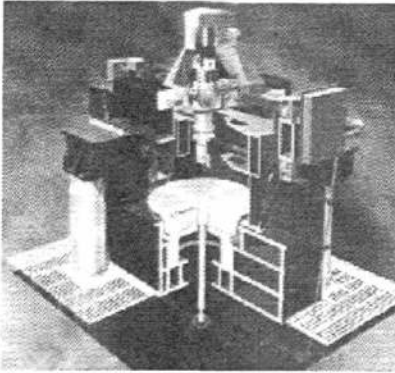


图 1.4 美国 LODTM 大型超精密金刚石车床



图 1.5 美国超精密数控车床 ASG-2500

目前超精密数控金刚石车床主轴的径向跳动精度能够达到几十个纳米、控制系统脉冲分辨率能够做到 0.01 微米。可以车制大中小平面、球面、非球面等较软材料的零件、通用性好，被加工工件面形精度可达到微米级，表面粗糙度能够达到几十纳米级。但是，金刚石的刀尖很尖锐，需要很小的进给量，才能加工出表面波纹度较小的工件，由于存在数控插补理论造成的误差，使得金刚石刀具车削技术很难获得较高的加工效率和连续光滑的光学表面。

(2) 数控磨削技术

非球面光学零件的磨削加工属于精密磨削技术，一般是指加工精度在 0.1 微米或更高，表面粗糙度低于 Ra0.025 微米的亚微米级加工方法。由于金刚石刀具车削技术不宜切削钢、铁、玻璃、陶瓷等硬脆材料，因此只能用数控磨削的方法实现加工。目前用于非球面加工的超精密数控磨床有德国 LOH 公司的 CNC SPM50 和 120 研磨抛光机、COM 公司的 Nanotech150AG 非球面磨床、施耐德(SCHEIDER)光学机械公司的 ALG 100 型数控非球面磨床、英国的 OAGM2500 大型超精密磨床等^[15]。

同理，由于数控插补的理论性误差和磨轮进给产生走刀痕迹的必然存在，数控磨削得不到连续光滑的光学表面，所以精磨后还需要进行抛光加工，用抛光方法达到较高面形精度花费的时间很长，导致加工效率较低。

可见，在数控车削和数控磨削加工中加工工具是依据数控插补原理移动的，工具所移动的轨迹，微观上并不是连续光滑的模拟曲线，而是逼近非球面轨迹的微小折线段(插补步长)的合成，取这种微小折线段的间距足够小，可以保证曲线所要求的整体面形精度，但很难保证零件表面所要求的连续光滑特性，即达不到局部面形精度要求。除了由插补原理产生的理论性局部波纹误差之外，还存在刀痕造成的局部波纹误差，因此，目前的超精密数控机床的精度和控制方法较容易保证非球面零件的整体面形误差，但保证局部面形误差难。

1.2.2 数控抛光技术

(1) CCOS 技术^[16, 17, 18]

CCOS (computer controlled optical surfacing)技术是美国 Itek 公司在 20 世纪 70 年代初最先提出的，又称为计算机控制光学表面成形技术，是利用计算机控制的“小磨头”对光学元件表面进行抛光，“小磨头”的尺寸相对被抛光的工件要小许多，加工瞬间只对光学表面的某个局部区域进行抛光，在该区域驻留时间越长，去除的材料越多，因此在离轴非球面加工中独具特色。CCOS 技术发展至今已较为成熟，主要包括磁流变抛光、应力盘抛光、离子束抛光、气囊抛光和射流抛光等，这些技术都可以建立数学模型，抛光过程确定，因此 CCOS 技术又被称为确定性研抛技术^[19]。

由于抛光“小磨头”相对于被加工工件要小得多，CCOS 抛光后的表面误差中往往包含较多的中高频成份，这些中高频误差严重地影响了强激光系统、短波光学系统和高分辨率成像系统等精密光学系统的光学性能^[20]。而且，CCOS 在抛光过程中使用迭代的方式使表面误差逐步收敛，加工过程中各点的压力和驻留时间随抛光位置的不同而不同，需要反复测量，反复修正抛光。中等尺寸零件的粗抛和精抛时间需要约几百小时，加工效率不高。故仅适宜加工大型零件，不适于加工中小零件。各种非球面数控抛光机床如图 1.6 所示。

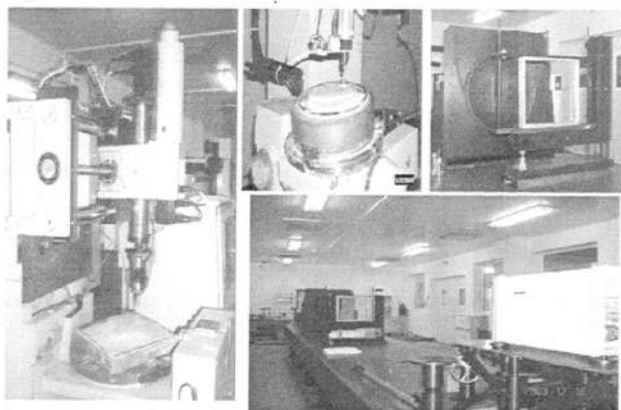


图 1.6 数控非球面抛光机床

(b) 应力盘抛光技术^[21, 22, 23]

应力盘抛光技术又称 SLP 技术, 是 20 世纪末美国亚利桑那大学斯蒂瓦天文台大镜实验室提出的, 对修改大镜面面形低频误差和抑制表面面形中、高频误差的效果较好。

应力盘在可变应力的作用下, 其面形可以实时改变, 得到所需要的面形。抛光加工过程中, 计算机经过复杂计算后, 向安装在应力盘上的驱动器给出加工位置、方向、压力、力矩等控制指令, 使应力盘面与非球面光学零件表面相匹配。因此, 应力盘抛光技术采用的是加工过程动态变形技术。应力盘抛光技术与 CCOS 技术相似, CCOS 技术是通过控制小磨头来达到与非球面局部面形相一致, 而应力盘抛光技术是利用动态变形技术使应力盘表面与非球面局部面形相一致, 因此, 采用应力盘抛光技术实质上是对 CCOS 技术的一种发展和补充, 用于加工大口径非球面光学零件。SLP 抛光技术也存在加工效率低、设备昂贵、应力盘动态变形的控制复杂等问题, 实际应力盘抛光图如图 1.7 所示。

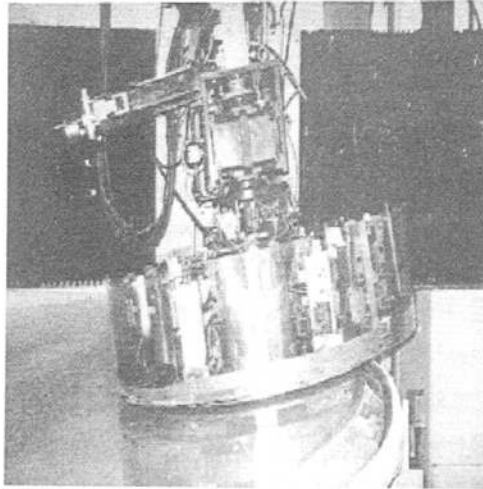


图 1.7 实际应力盘抛光图

由上分析可知, 非球面光学零件属于超精密零件, 面形精度要求在微米数量级甚至更高, 表面粗糙度要求达到几十纳米级, 因此必须用超精密数控系统进行加工。超精密数控系统的特点是, 编程分辨率高达 1 纳米, 伺服控制软硬件精度高。在高编程分辨率条件下满足高质量切削条件, 意味着需要高的控制速度, 例如插补周期小于 1 毫秒, 闭环伺服系统采样周期小于 0.1 毫秒^[24]。

1.3 非球面加工数控系统轨迹成形方法

目前, 加工非球面光学零件的数控系统的轨迹成形主要采用插补方法, 从数控加工原理上看, 轨迹插补是一种将控制轨迹分解为数控机床运动所需的期望最小运动量的方法, 这种方法必须沿已知控制轨迹进行坐标点密化, 既要保证非常高的控制精度, 又要在非常短的时间里完成, 因此具有一定困难。自数控技术诞生以来, 人们就没有停止过对轨迹插补的研究, 轨迹插补的具体实现方法主要有脉冲增量插补、数据采样插补和混合插补三种^[25, 26]。

1.3.1 脉冲增量插补

脉冲增量插补方法是通过脉冲形式进行输出，每当进行一次插补运算，给进给轴输送一个控制脉冲。对于每次插补运算产生的控制指令脉冲要输出到伺服系统，用来驱动工作台运动。单个脉冲产生的进给轴移动量称为脉冲当量，用 δ 表示。如图 1.8 所示，脉冲增量插补方法适合于精度要求不高和低速进给控制，是以步进电机为执行机构的开环控制系统中主要采用的方法。

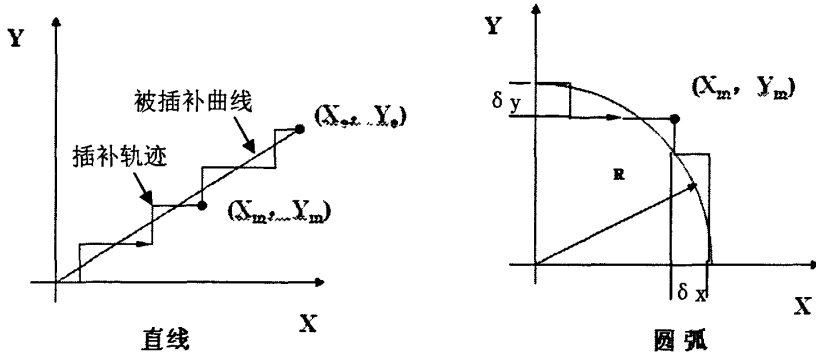


图 1.8 脉冲增量插补原理

1.3.2 数据采样插补

数据采样插补方法是把加工轨迹(例如直线或圆弧)所需的整段时间分割成许多相等的时间片段 ΔTms ，称为插补周期。在每个插补周期中进行一次插补计算，算出在这段插补周期内每一个坐标轴的进给量，一边计算，一边加工，直到完成轨迹成形进给运动。因此，数据采样插补方法又称为时间分割法。是以直流或交流电机为执行机构的闭环和半闭环位置采样控制系统经常采用的方法。

与脉冲增量插补方法不同的是，采用数据采样方法完成轨迹插补时，在每一插补周期中，控制指令必须给出运动轨迹上加工瞬时进给速度 $F_i \text{ mm/min}$ ，由加工瞬时进给速度计算出每一插补时间片段内的插补进给量 $\Delta L_i = (F_i \Delta T) / 60000 \text{ mm}$ ，也称为插补步长，如图 1.9 所示。由插补步长 ΔL_i 根据运动轨迹与坐标轴的几何关系，就可以计算出一个插补周期内各个进给轴的插补进给量 Δx 、 Δy ，在每一个插补周期内以增量形式向各进给轴送出一系列插补增量，通过驱动系统完成机床预定轨迹的加工。

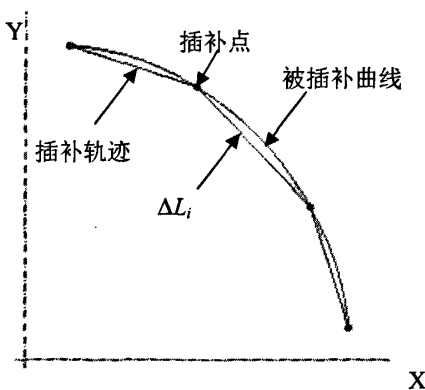


图 1.9 数据采样插补原理

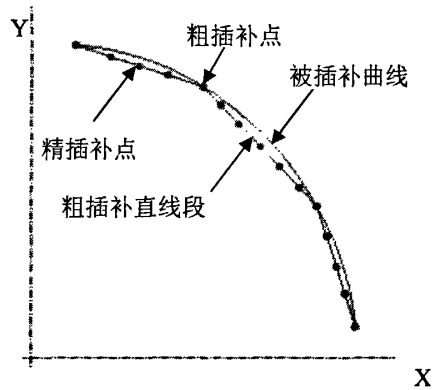


图 1.10 混合插补原理

采用数据采样插补方法完成轨迹成形控制的关键问题是计算各坐标轴的插补进给量 Δx 或 Δy ，当已知上一插补周期末插补点的位置值和本次插补周期内的插补进给量，就很容易计算出本次插补周期末插补点的指令位置坐标值。对于直线插补来讲，插补步长与给定的直线重合，不会引起轨迹插补误差。对于圆弧插补来讲，由于使用切线或弦线来逼近圆弧，因而一定会存在插补误差。因为切线逼近会产生较大的插补误差所以目前广泛采用弦线逼近方法。

1.3.3 混合插补

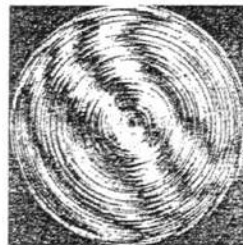
混合插补方法是经过粗插补和精插补两级完成的。第一级是基于数据采样插补原理的粗插补，即在控制轨迹的起点和终点之间插入若干个粗插补点，用弦线来逼近控制轨迹，在每个插补周期中，粗插补只计算一次。第二级为精插补，它是在逼近弦线上又一次进行“数据点的密化”工作，相当于对直线的脉冲增量插补，如图 1.10 所示。为保证两级插补协调运行，第二级直线段插补的完成时间应等于第一级插补的插补周期。混合插补主要用于以高性能步进电动机和脉冲控制式数字伺服系统等为执行装置的数控系统。

1.3.4 轨迹成形与非球面面形的关系

由上分析可知，现有的数控插补方法都是用直线段去逼近被插补曲线，理论上逼近的线段无限小，插补误差值可以达到光学表面局部面形误差 0.1 微米数量级的要求，但插补误差能保证在这一数量级的数控系统，技术实现上有一定难度，就算是插补误差值控制到 0.1 微米数量级，也会被数控系统其他环节的误差给淹没掉。所以按照数控插补原理成形出来的非球面轨迹总是微小折线段的合成，并非连续光滑轨迹。用这种折线回转出来的表面，必是带有波纹误差的面形，而不是需要的连续光滑光学表面。如图 1.11、1.12 所示^[27、28]。



第一回补偿后



第二回补偿后

图 1.11 数控车削后的工件表面波纹

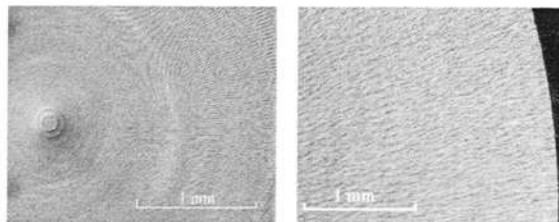


图 1.12 数控插补精磨后的工件表面波纹

目前，世界上采用高分辨率、高精度的超精密数控机床加工出的工件上也有波纹误差存在。这种波纹误差主要是由插补轨迹和刀具相对工件的加工位置(不相切)造成的。因此，要消除这种波纹误差，必须保证插补轨迹是一条连续光滑的非球面子午剖面曲线(或逼近曲线)，以利于加工工具与工件时刻相切。为此，本课题提出切线回转法加工高次非球面轨迹成形控制方法，目的是为了既能保证非球面加工的整体面形精度要求，又能保证其局部面形精度要求。这种方法同样适用于二次非球面及球面光学零件的加工。

1.4 课题研究主要内容

本课题来源于 50775014/E050903 号国家自然科学基金会资助的项目——《切线回转法加工高次非球面新原理的研究》。任务是研究解决切线回转法加工高次非球面光学零件过程中的轨迹成形控制问题。

研究的主要内容：

- (1)切线回转法加工高次非球面光学零件轨迹成形控制数学模型的建立和分析；
- (2)切线回转法加工高次非球面光学零件轨迹成形控制系统硬件设计；
- (3)切线回转法加工高次非球面光学零件轨迹成形控制系统软件设计；
- (4)切线回转法加工高次非球面光学零件轨迹成形控制参数的仿真计算和分析；
- (5)切线回转法加工高次非球面光学零件轨迹成形控制系统误差分析。

第二章 切线回转法加工高次非球面光学零件轨迹成形理论

2.1 高次非球面子午剖面曲线的数学表达式

在光学设计中，轴对称非球面只有一条对称轴，其子午剖面曲线的数学方程有如下几种常用表示方式^[29]：

$$\text{第一种： } y^2 = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots \quad (2.1)$$

其中， x 表示非球面的旋转对称轴， y 表示入射光线在非球面上的高度。

这种表达式适用于加工二次曲面和相对口径较大的非球面，因为在式(2.1)中取方程右端两项就能够严格表达二次曲面形状，要表达高次曲面只需添加需要的高次项即可。这种表达式的缺点是，当设计需要 x^3 以上高次项时，在已知 y 值求解 x 过程中计算比较复杂，通常要用到数值分析方法。式(2.1)中 $a_1 = 2R_0$ ，是与非球面顶点曲率半径 R_0 有关的常数。

$$\text{第二种： } x = Ay^2 + By^4 + Cy^6 + \dots \quad (2.2)$$

这种表达式是用 y^2 的幂级数形式来表示 x ，对于设计计算相对简单，这种表达式适用于偏离平面较小的校正板一类的光学元件上。设计时应根据系统的相对口径适当选取所需的高次项数目。例如：用“三级象差理论”^[30]设计相对口径1:3的施密特改正板时高次项取 y^4 就能够满足要求，相对口径增大时，需要增加相应的高次项，一般情况下高次项可取 y^6 项。

式(2.2)常用下式表示：

$$x = \frac{cy^2}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2y^2}} + dy^4 + ey^6 + \dots \quad (2.3)$$

其中， $c = \frac{1}{R_0}$ 为顶点曲率， $K = -e^2$ 为二次曲线常数， e^2 是曲线的形状参数，是曲线偏心率的平方， d, e, \dots 为系数。

从式(2.3)可以看出等式右端是由 y 的二次表达式加上 y 的高次项所构成，这种表达方式能够通过设计的高次项数目反映出高次非球面曲线相对二次非球面曲线的偏离程度。

由以上几种高次非球面子午剖面曲线的数学表达式可知，以二次曲线方程为基础添加相应的高次修正项就可以构成高次非球面子午剖面曲线方程式。目前，大部分光学应用系统中使用二次非球面光学镜片就能够满足成像要求，但要想使光学系统获得更高的成像质量，则还是要采用高次非球面子午剖面曲线方程。当今式(2.3)表示的高次非球面子午剖面曲线方程被世界上广泛采用。

2.2 切线回转法加工原理

2.2.1 切线加工对工件表面局部面形误差的影响

目前数控磨削非球面零件时，磨轮相对工件的位置有图 2.1 和图 2.2 等几种。可见插补轨迹的微小折线段和磨轮进给刀痕都会在工件表面产生细微波纹，为减小这种波纹误差，在数控精磨后，必须进行较长时间的反复抛光。不能获得高精度连续光滑加工表面的实例如图 2.3 所示。如果改变当前数控加工方法的插补走刀方式和刀具与工件的相对位置，使加工过程中磨轮始终与工件相切，则可以有效减小或消除波纹误差，得到高精度连续光滑的加工表面，这将大大提高数控精磨精度，缩短抛光时间，提高加工效率。能够获得高精度连续光滑加工表面的实例如图 2.4 所示。这种改进方法实质上是一种切线加工原理，即加工工具上的加工点始终位于曲线的切点上^[31]。

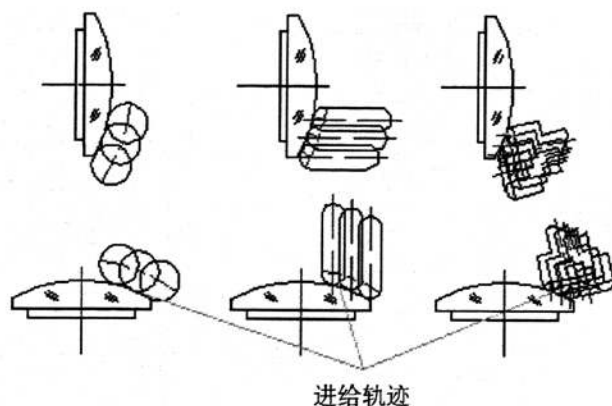


图 2.1 磨轮与工件相对位置(凸形工件)

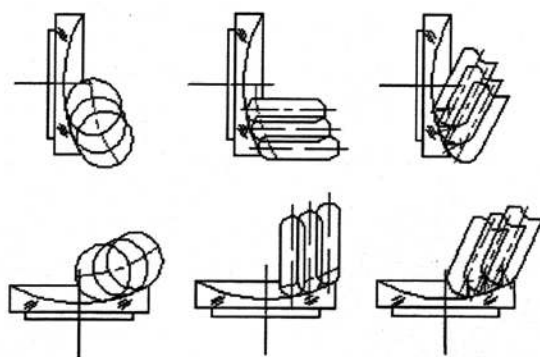


图 2.2 磨轮与工件相对位置(凹形工件)

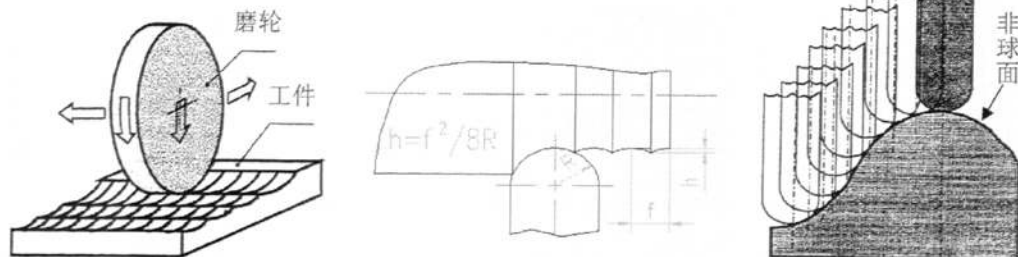


图 2.3 不能获得高精度连续光滑表面的实例

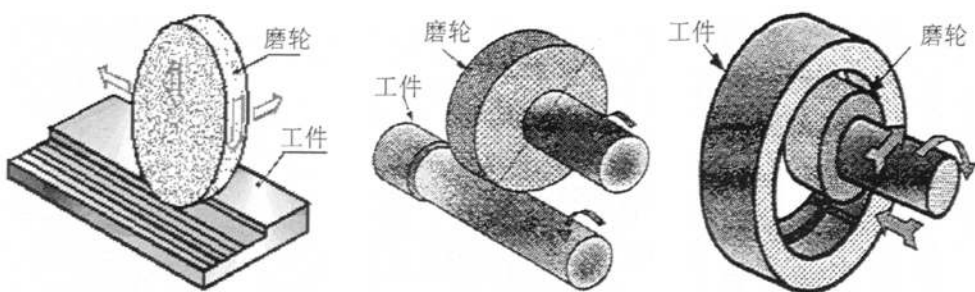


图 2.4 能够获得高精度连续光滑表面的实例

2.2.2 切线回转法加工非球面光学零件的原理

按照现有的非球面加工方法，如果在成形过程中令磨轮按照面形规律摆动，使其与工件时刻相切，则能够实现非球面的切线加工，回转出连续光滑的光学曲面，但非球面子午剖面曲线有一定的特殊性，曲线上各点的曲率各不相同，因此，要想实现非球面的切线加工，必须仔细分析其子午剖面曲线特性，找出控制轨迹的运动规律。

如图 2.5 所示，其中，图 2.5.a 为加工凸形非球面原理示意图，图 2.5.b 为加工凹形非球面原理示意图。根据设计给定的非球面子午剖面曲线方程将 y 值进行 n 等分，得到对应的 y_i 值，由高次非球面子午剖面曲线方程可计算出相应的 x_i 值，从而得到子午剖面曲线上的 $n+1$ 个节点 $P_i(x_i, y_i)$ ($i=0, 1, 2, \dots, n$)，由于非球面子午剖面曲线上各点曲率各不相同，因此由几何关系求出的曲线转角 θ_i 值和 $P_i(x_i, y_i)$ 点对应的法线长度 (法距) ρ_i 值，以及 $P_i(x_i, y_i)$ 点对应的法线在 x 轴的截距 ξ_i 值也各不相同。进一步可以计算出相邻节点之间的增量值 $\Delta\theta_i = \theta_{i+1} - \theta_i$ 、 $\Delta\xi_i = \xi_{i+1} - \xi_i$ 和 $\Delta\rho_i = \rho_{i+1} - \rho_i$ 。设想在加工过程中，如果磨轮沿加工轨迹移动过程中同时绕磨轮中心进行摆动，保证运动过程中磨轮与工件在节点处始终相切，而且相邻节点之间运动轨迹是一条逼近理想轨迹的连续光滑曲线，则能够实现切线加工目的，回转出连续光滑的光学曲面，有效消除数控插补轨迹和刀痕引起的波纹误差。加工原理如图 2.6 和 2.7 所示。

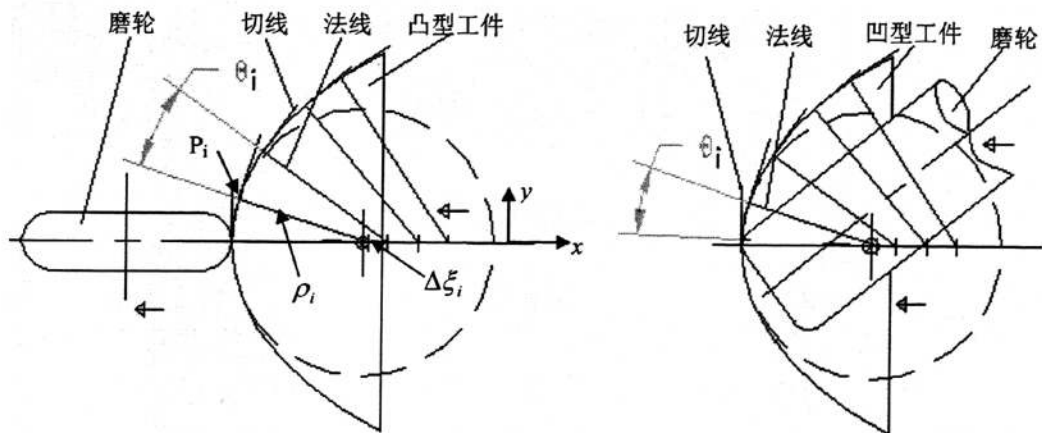


图 2.5 切线回转法加工任一轴对称非球面面形成形原理

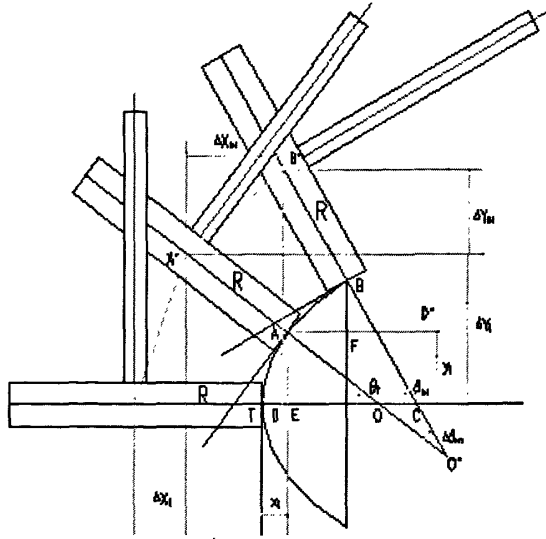


图 2.6 加工凸型非球面的切线法原理

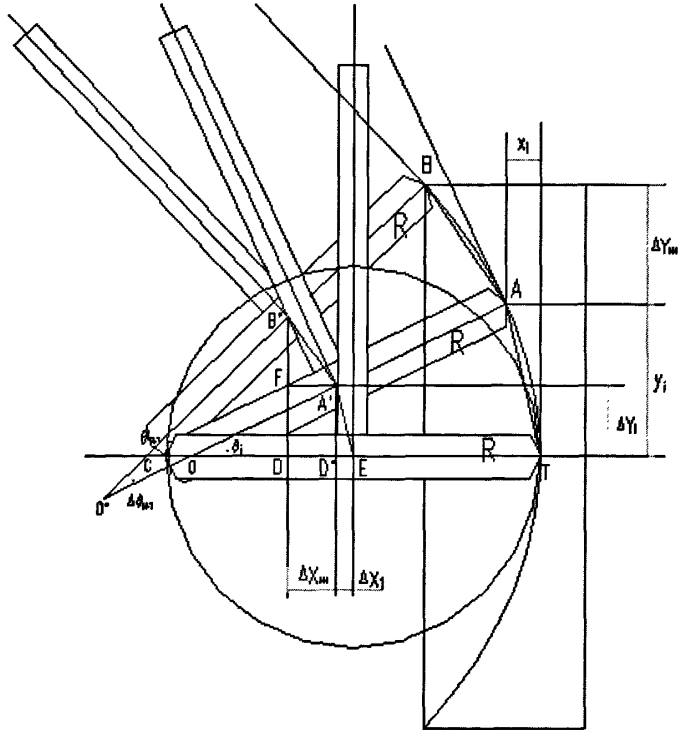


图 2.7 加工凹型非球面的切线法原理

2.3 切线回转法加工非球面轨迹成形控制数学模型

由上分析可知，非球面加工是通过控制磨轮的运动来实现的，所以，磨轮中心运动轨迹上各节点的运动特征参数是实现轨迹成形控制的关键。实际加工时各分割节点 $P_i(x_i, y_i)$ 对应法距 ρ_i 、法线在 x 轴的截距 ξ_i ，磨轮绕中心转动的角位移 θ_{mi} ($\theta_{mi} = \theta_i$)、

角速度 ω_m ，磨轮中心点沿 x 、 y 方向的线位移 x_{mi} 、 y_{mi} 、速度 v_{mxi} 、 v_{myi} 、加速度 a_{mxi} 、 a_{myi} 等运动特征参数必须准确计算出才能实现加工轨迹的良好控制。为了精确计算出这一系列运动特征参数，必须建立各个参数求解的数学模型。首先根据给定的非球面子午剖面曲线数学方程式及零件口径 D 、厚度 t 等已知数据，将给定的 y 值等分，然后把分割的一系列 y_i 值带入曲线方程得到对应的 x_i 值，再结合加工原理求出所需参数。

2.3.1 非球面子午剖面曲线几何参数 θ_i 、 ξ_i 和 ρ_i 的数学模型

(1) 给定轴对称非球面的子午剖面曲线数学表达式：

研究资料表明，非球面子午剖面曲线方程 y 的最高阶次为20就能满足实际高次非球面要求，因此本系统将 y 的最高阶次取为20，即

$$x = \frac{cy^2}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2y^2}} + dy^4 + ey^6 + fy^8 + gy^{10} + hy^{12} + iy^{14} + jy^{16} + ky^{18} + ly^{20} \quad (2.4)$$

也可以写成：

$$x = \frac{R_0 - \sqrt{R_0^2 - (1 - e^2)y^2}}{(1 - e^2)} + fy^4 + gy^6 + hy^8 + iy^{10} + jy^{12} + ky^{14} + ly^{16} + my^{18} + ny^{20}$$

其中， $c=1/R_0$ 为顶点曲率， $K=-e^2$ 为二次曲线常数(e^2 是曲线偏心率平方，即曲线的形状参数)， d, e, \dots, k, l 或 f, g, \dots, m, n 为系数。

(2) 求解过 $P_i(x_i, y_i)$ 点的法线在 x 轴上的截距 ξ_i ：

首先，求解子午剖面曲线上任意一点 $P_i(x_i, y_i)$ 处的导数：

式(2.4)两端对 x 求导得：

$$1 = \frac{2cy' \left[1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2y^2} \right] - \frac{1}{2}cy^2 \frac{1}{\sqrt{1 - (k+1)c^2y^2}} \left[-2(k+1)c^2yy' \right]}{\left[1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2y^2} \right]^2} + [4dy^3 + 6ey^5 + \dots + 20ly^{19}]y' \quad (2.5)$$

令 $U = \sqrt{1 - (k+1)c^2y^2} = \sqrt{1 - Vy^2}$ ， $V = (k+1)c^2$ 则上式可写成

$$(1+U)^2 = 2cy(1+U)y' + \frac{cy^3V}{U}y' + (1+U)^2[4dy^3 + 6ey^5 + \dots + 20ly^{19}]y' \quad (2.6)$$

$$\text{所以, } y' = \frac{(1+U)^2}{2cy(1+U) + \frac{cy^3V}{U} + (1+U)^2[4dy^3 + 6ey^5 + \dots + 20ly^{19}]} \quad (2.7)$$

其次，求解通过 $P_i(x_i, y_i)$ 点的法线方程：

因为过 $P_i(x_i, y_i)$ 点的法线斜率和切线斜率互为负倒数，所以通过 $P_i(x_i, y_i)$ 点的法线方程为：

$$y - y_i = -\frac{1}{y'_i}(x - x_i) \quad (2.8)$$

最后，将坐标 $(\xi_i, 0)$ 代入法线方程(2.8)中，可得过 $P_i(x_i, y_i)$ 点的法线在 x 轴上的

截距 ξ_i ,

$$\xi_i = x_i + y_i y_i' \quad (2.9)$$

(3) 求解 $P_i(x_i, y_i)$ 点对应法距 ρ_i 及法线与 x 轴夹角 θ_i

如图 2.8 所示, 在三角形 $\Delta P_i B O_i$ 中, 根据几何关系可以求出点 $P_i(x_i, y_i)$ 对应的法线与 x 轴交点 O_i 之间线段 $\overline{P_i O_i}$ 的长度 ρ_i (法距), 以及法线与 x 轴之间的夹角 θ_i , 即 $\angle P_i O_i B$ 。进而可求出各参数的变化量 $\Delta\theta_i$ 、 $\Delta\rho_i$ 、 $\Delta\xi_i = \Delta O_i$ 。

$$\begin{cases} \theta_i = \angle P_i O_i B = \arctg\left(\frac{y_i}{\xi_i - x_i}\right) = -\arctg\left(\frac{-1}{y_i'}\right) \\ \rho_i = \overline{P_i O_i} = \sqrt{y_i^2 + (\xi_i - x_i)^2} \end{cases} \quad (2.10)$$

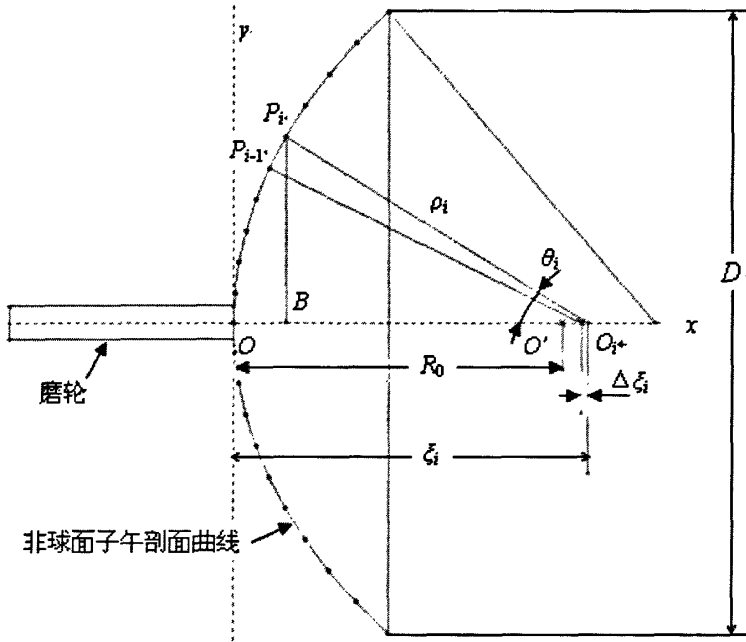


图 2.8 高次曲线几何参数计算示意图

ρ_i —法距 ξ_i — P_i 点法线在 x 轴截距 θ_i — P_i 点法线与 x 轴夹角
 R_0 —顶点曲率半径 O_i — P_i 点法线与 x 轴交点 D —工件口径

(4) 由已知条件求解参数的过程

因为实际加工时工件口径 D 、顶点曲率半径 $R_0 = \overline{OO'} = \xi_0 = \rho_0$ 、 $\theta_0 = 0$ 、 $\frac{D}{2}$ 等分份数 n 等数据是已知的, 所以 $y_i = i * D/2n$, $i = 0, \dots, n$, 点 $P_0(0,0), P_1(x_1, y_1), \dots, P_n(x_n, y_n)$ 中的 x_i 由曲线方程求出, 进而可求出 y_i' 、 ξ_i 、 θ_i 、 ρ_i 、 $\Delta\theta_i$ 、 $\Delta\rho_i$ 、 $\Delta\xi_i = \Delta O_i$ 。

2.3.2 磨轮中心点位移参数 x_{mi} 、 y_{mi} 的数学模型

实际加工过程中, 通过磨轮的运动来保证非球面的成形, 即磨轮中心点沿 x 、 y 轴做直线进给的同时, 磨轮还要绕 z 轴旋转, 为此, 需要计算出磨轮中心点运动的位置

参数。将 $P_i(x_i, y_i)$ 点的法距沿径向延伸一个磨轮半径长度，通过几何关系即可求出磨轮中心点的运动轨迹，如图 2.6 和 2.7 所示。磨轮中心点位移增量 Δx_{mi} 、 Δy_{mi} 的计算公式如下所示。

加工凸形工件公式：

$$\Delta y_{m(i+1)} = (\rho_{i+1} + R) \sin \theta_{i+1} - (\rho_i + R) \sin \theta_i \quad (2.11)$$

$$\Delta x_{m(i+1)} = [(\rho_i + R) \cos \theta_i + \Delta \bar{\xi}_{i+1}] - (\rho_{i+1} + R) \cos \theta_{i+1} \quad (2.12)$$

加工凹形工件公式：

$$\Delta y_{m(i+1)} = (\rho_{i+1} - R) \sin \theta_{i+1} - (\rho_i - R) \sin \theta_i \quad (2.13)$$

$$\Delta x_{m(i+1)} = [(\rho_i - R) \cos \theta_i + \Delta \xi_{i+1}] - (\rho_{i+1} - R) \cos \theta_{i+1} \quad (2.14)$$

式中， R ——磨轮半径。

进一步得到磨轮中心 x 轴和 y 轴的位移计算公式如下：

$$x_{mi} = \sum_{n=1}^i \Delta x_{mn} \quad (2.15)$$

$$y_{mi} = \sum_{n=1}^i \Delta y_{mn} \quad (2.16)$$

2.3.3 磨轮进给速度、加速度参数 ω_m 、 v_{mxi} 、 v_{myi} 、 a_{mxi} 的数学模型

计算出磨轮中心直线运动 x 、 y 轴位移增量 Δx_{mi} 、 Δy_{mi} 和旋转运动 z 轴位移增量 $\Delta \theta_{mi}$ ($\Delta \theta_{mi} = \Delta \theta_i$)，如果按照常用的数控插补方法(脉冲增量法和数据采样法)进行三轴联动加工非球面，由于在相邻插补点之间是直线段，当 z 轴摆动时仍会产生波纹，不能保证磨轮时刻与插补轨迹相切，即不能完成切线加工。如果在相邻插补点之间的插补轨迹是逼近非球面面形的连续光滑曲线段，当 z 轴摆动时就能够保证磨轮时刻与插补轨迹基本相切，有效减小或消除波纹误差。因此对 x 、 y 、 z 轴的运动规律进行分析，以寻求切线回转法加工原理在数控系统中的应用，分析如下：

(1) z 轴旋转进给控制：由加工原理可知，磨轮在加工过程中要绕磨轮中心摆动，为保证磨轮在加工过程中摆动的均匀连续性，令 z 轴以恒定角速度 ω_m 匀速旋转，保证磨轮在 Δt_i 时间内绕磨轮中心匀速旋转 $\Delta \theta_{mi}$ ($i = 0, \dots, n$)，即 $\Delta t_i = \Delta \theta_{mi} / \omega_m$ ，其中 ω_m 根据加工需要进行设定。

(2) x 轴直线进给控制：按照切线回转法加工原理进行轨迹仿真分析，画出磨轮中心沿 x 方向的位移曲线，观察其运动规律呈现出近似抛物线特性。显然，如果 x 轴能够严格按照这种近似抛物线特性的轨迹运动，则 x 、 y 合成轨迹会与理想控制轨迹吻合，但控制轨迹毕竟是一条样条曲线，存在节点，因此如何使 x 轴的控制轨迹变化规律更接近这种近似抛物线特性是解决问题的关键。若选择与 x 轴的运动规律相似的抛物线运动规律去分段逼近理想运动轨迹，逼近效果比用直线分段逼近更好。为此，相邻节点之间用抛物线去逼近，如图 2.9 所示。显然，这种方法比用直线分段逼近产生的误

差更小，且能够保证轨迹曲线上各点速度连续变化。因此，设计 x 轴相邻两节点之间做匀加速运动是提高 x 轴轨迹控制精度的关键手段，也是保证合成轨迹精度的关键所在，具体分析如下。

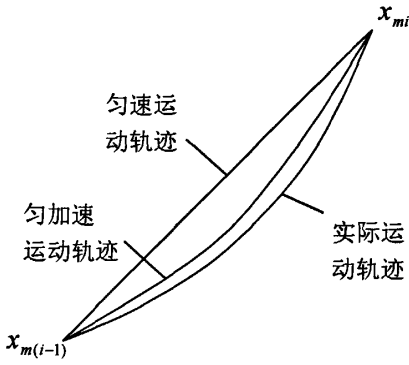


图 2.9 x 轴相邻节点之间匀速运动、匀加速运动与实际运动位移轨迹关系示意图

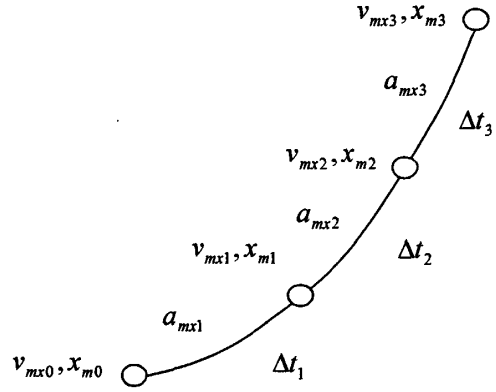


图 2.10 磨轮中心 x 方向速度、加速度计算示意图

如图 2.10 所示，设磨轮中心沿 x 方向运动轨迹上节点位移为 x_{mi} 、节点速度为 v_{mxi} 、相邻节点间的加速度为 a_{mxi} 、相邻节点间的运动时间为 Δt_i ，已知 $\Delta t_i = \Delta \theta_{mi} / \omega_m$ ， $v_{mx0} = 0$ ，则

第 1 段：

$$\Delta x_{m1} = x_{m1} - x_{m0} = \frac{1}{2} a_{mx1} \Delta t_1^2 + v_{mx0} \Delta t_1 \Rightarrow a_{mx1} = \frac{2\Delta x_{m1}}{\Delta t_1^2}$$

$$v_{mx1} = v_{mx0} + a_{mx1} \Delta t_1 \Rightarrow v_{mx1} = a_{mx1} \Delta t_1$$

第 2 段：

$$\Delta x_{m2} = x_{m2} - x_{m1} = \frac{1}{2} a_{mx2} \Delta t_2^2 + v_{mx1} \Delta t_2 \Rightarrow a_{mx2} = \frac{2(\Delta x_{m2} - v_{mx1} \Delta t_2)}{\Delta t_2^2}$$

$$v_{mx2} = v_{mx1} + a_{mx2} \Delta t_2$$

第 3 段：

$$\Delta x_{m3} = x_{m3} - x_{m2} = \frac{1}{2} a_{mx3} \Delta t_3^2 + v_{mx2} \Delta t_3 \Rightarrow a_{mx3} = \frac{2(\Delta x_{m3} - v_{mx2} \Delta t_3)}{\Delta t_3^2}$$

$$v_{mx3} = v_{mx2} + a_{mx3} \Delta t_3$$

⋮

⋮

第 i 段：

$$\Delta x_{mi} = x_{mi} - x_{m(i-1)} = \frac{1}{2} a_{mxi} \Delta t_i^2 + v_{mx(i-1)} \Delta t_i \Rightarrow a_{mxi} = \frac{2(\Delta x_{mi} - v_{mx(i-1)} \Delta t_i)}{\Delta t_i^2} \quad (2.17)$$

$$v_{mxi} = v_{mx(i-1)} + a_{mxi} \Delta t_i \quad (2.18)$$

第 n 段:

$$\Delta x_{mn} = x_{mn} - x_{m(n-1)} = \frac{1}{2} a_{mxn} \Delta t_n^2 + v_{mx(n-1)} \Delta t_n \Rightarrow a_{mxn} = \frac{2(\Delta x_{mn} - v_{mx(n-1)} \Delta t_n)}{\Delta t_n^2}$$

$$v_{mxn} = v_{mx(n-1)} + a_{mxn} \Delta t_n$$

(3) 同 x 轴分析一样, 依据切线回转法加工原理进行轨迹仿真分析可知, 磨轮中心沿 y 方向位移曲线的运动规律呈现近似直线特性, 所以, 相邻节点之间用直线段去逼近效果会更好, 逼近误差较小, 而且能够使得相邻插补点之间 x 、 y 轴的合成轨迹是一条连续光滑的二次曲线, 有利于切线加工, 如图 2.11 所示。为清晰起见 y 轴实际运动轨迹曲率放大表示。因此, 设计 y 轴相邻两节点之间做匀速运动是提高 y 轴控制精度的关键手段, 也是保证合成轨迹精度的关键所在, 具体分析如下。

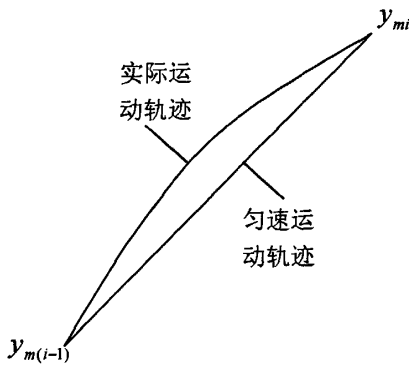


图 2.11 y 轴相邻节点之间匀速运动与实际运动位移轨迹比较示意图

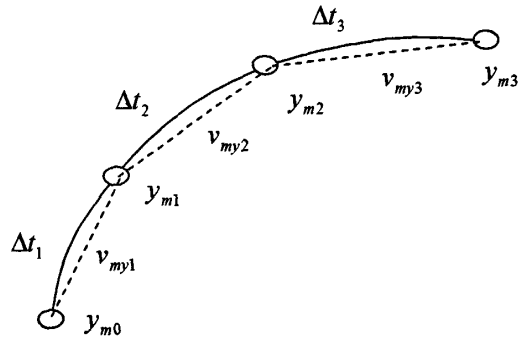


图 2.12 磨轮中心 y 方向速度计算示意图

如图 2.12 所示, 设磨轮中心沿 y 方向运动轨迹上节点位移为 y_{mi} 、相邻节点间的平均速度为 v_{myi} 、相邻节点间的运动时间为 Δt_i , 已知 $\Delta t_i = \Delta \theta_{mi} / \omega_m$, $v_{my0} = 0$, 则

第 1 段:

$$\Delta y_{m1} = y_{m1} - y_{m0} = v_{my1} \Delta t_1 \Rightarrow v_{my1} = \frac{\Delta y_{m1}}{\Delta t_1}$$

第 2 段:
$$\Delta y_{m2} = y_{m2} - y_{m1} = v_{my2} \Delta t_2 \Rightarrow v_{my2} = \frac{\Delta y_{m2}}{\Delta t_2}$$

第 3 段:
$$\Delta y_{m3} = y_{m3} - y_{m2} = v_{my3} \Delta t_3 \Rightarrow v_{my3} = \frac{\Delta y_{m3}}{\Delta t_3}$$

⋮

⋮

第 i 段:
$$\Delta y_{mi} = y_{mi} - y_{m(i-1)} = v_{myi} \Delta t_i \Rightarrow v_{myi} = \frac{\Delta y_{mi}}{\Delta t_i} \quad (2.19)$$

第 n 段: $\Delta y_{mn} = y_{mn} - y_{m(n-1)} = v_{myn} \Delta t_n \Rightarrow v_{myn} = \frac{\Delta y_{mn}}{\Delta t_n}$

2.3.4 控制参数计算公式汇总和非球面加工坐标运动设定

(1) 为方便查阅, 现将切线回转法加工高次非球面光学零件轨迹成形控制的运动参数及计算公式汇总于表 2-1。

表 2-1 轨迹成形控制的运动参数及计算公式 ($i = 0, 1, \dots, n$)

名称		计算公式
磨轮轴角位移 $\theta_{mi} = \theta_i$ (rad)		$\theta_i = \arctg\left(\frac{y_i}{\xi_i - x_i}\right) = -\arctg\left(\frac{-1}{y_i}\right), \theta_0 = 0$
切点法线在 x 轴上截距 ξ_i (m)		$\xi_i = x_i + y_i y'$, $\xi_0 = R_0$
切点对应法线长 (法距) ρ_i (m)		$\rho_i = \sqrt{y_i^2 + (\xi_i - x_i)^2}$, $\rho_0 = R_0$
增量 $\Delta\theta_i$ (rad)		$\Delta\theta_i = \theta_{i+1} - \theta_i$, $\theta_0 = 0$
增量 $\Delta\xi_i$ (m)		$\Delta\xi_i = \xi_{i+1} - \xi_i$, $\xi_0 = R_0$
增量 $\Delta\rho_i$ (m)		$\Delta\rho_i = \rho_{i+1} - \rho_i$, $\rho_0 = R_0$
凸形	磨轮中心点 x 方向位移增量 Δx_{mi} (m)	$\Delta x_{m(i+1)} = [(\rho_i + R) \cos \theta_i + \Delta \xi_{i+1}] - (\rho_{i+1} + R) \cos \theta_{i+1}$
	磨轮中心点 y 方向位移增量 Δy_{mi} (m)	$\Delta y_{m(i+1)} = (\rho_{i+1} + R) \sin \theta_{i+1} - (\rho_i + R) \sin \theta_i$
凹形	磨轮中心点 x 方向位移增量 Δx_{mi} (m)	$\Delta x_{m(i+1)} = [(\rho_i - R) \cos \theta_i + \Delta \xi_{i+1}] - (\rho_{i+1} - R) \cos \theta_{i+1}$
	磨轮中心点 y 方向位移增量 Δy_{mi} (m)	$\Delta y_{m(i+1)} = (\rho_{i+1} - R) \sin \theta_{i+1} - (\rho_i - R) \sin \theta_i$
摆动轴角速度 ω_m (rpm)		根据实际加工给定
第 i 段时间 Δt_i (s)		$\Delta t_i = \Delta \theta_{mi} / \omega_m$, $\Delta t_0 = 0$
磨轮中心点 x 方向速度 v_{mxi} (m/s)		$v_{mxi} = v_{mx(i-1)} + a_{mxi} \Delta t_i$, $v_{mx0} = 0$
磨轮中心点 x 方向加速度 a_{mxi} (m/s ²)		$a_{mxi} = 2(\Delta x_{mi} - v_{mx(i-1)} \Delta t_i) / \Delta t_i^2$, $a_{mx0} = 0$
磨轮中心点 y 方向速度 v_{myi} (m/s)		$v_{myi} = \Delta y_{mi} / \Delta t_i$, $v_{my0} = 0$

(2) 非球面加工坐标运动设定

以加工凸形工件为例, 磨轮围绕位于磨轮中心的回转轴 (摆动轴 z) 进行旋转, 每次

旋转角度为 $\Delta\theta_{mi} = \theta_{mi} - \theta_{m(i-1)}$ ，设定 $\Delta\theta_{mi} > 0$ ，为顺时针旋转(正向)， $\Delta\theta_{mi} < 0$ 则逆时针旋转(反向)。同时，磨轮中心点沿 x 方向(x 轴)移动，每次移动距离为 Δx_{mi} ，设定 $\Delta x_{mi} > 0$ ，为前进(左移)， $\Delta x_{mi} < 0$ ，为后退(右移)；磨轮中心点沿 y 方向(y 轴)移动，每次移动距离为 Δy_{mi} ，规定 $\Delta y_{mi} > 0$ ，为前进(前移)， $\Delta y_{mi} < 0$ ，为后退(后移)。三轴联动使得磨轮始终沿工件曲线上该点的切线方向运动。

对于加工凹形非球面光学零件，以上计算同样成立，不同的只是磨轮相对工件的位置略有变化，磨轮位于凹非球面工件被加工面的顶点曲率中心的同侧，如图 2.7 所示，所使用的几何参数完全相同。

本章小结

本章针对高次非球面子午剖面曲线的数学表达式形式及切线加工原理，提出切线回转法加工高次非球面光学零件轨迹成形控制理论，建立其数学模型。主要阐述轨迹成形过程中的非球面子午剖面曲线几何参数(θ_i 、 ξ_i 和 ρ_i)、磨轮中心位移参数(x_{mi} 、 y_{mi})、磨轮进给速度和加速度参数(ω_m 、 v_{mxi} 、 v_{myi} 、 a_{mxi})等运动控制参数的计算方法。其中，根据实际加工中各运动轴的运动规律，分别采用抛物线和直线分段逼近的控制策略，使得相邻插补点之间 x 、 y 轴的合成运动轨迹是一条连续光滑二次曲线，有利于切线加工。

第三章 切线回转法加工高次非球面光学零件轨迹成形控制硬件设计

3.1 切线回转法加工高次非球面数控磨床组成结构及技术要求

依据切线回转法加工原理，磨轮绕摆动轴 z 旋转的同时，磨轮进给沿 x 、 y 轴方向移动，即在同一时间段内完成三轴联动来保证非球面面形轮廓的合成。因此，设计非球面磨床组成结构如图 3.1 所示，主要包括：支承组件、工件轴组件、磨轮轴组件、防冷却液飞溅装置、冷却液系统、空压机系统等。

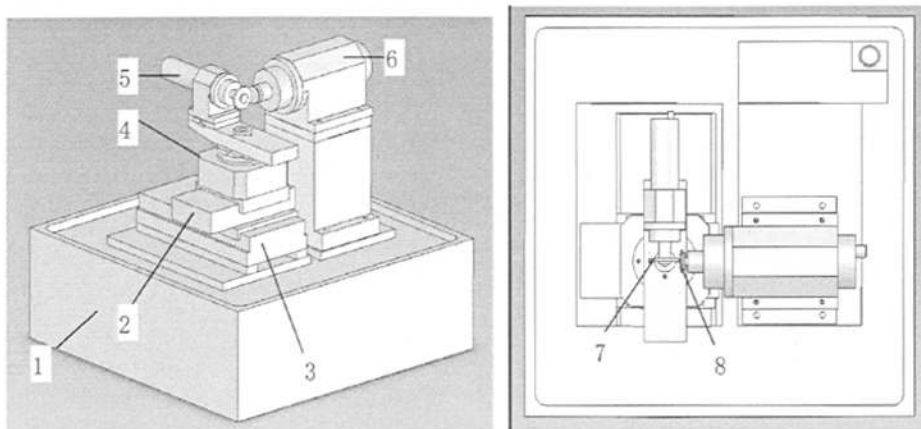


图 3.1 磨床立体总图和俯视图

1-床身 2-磨轮轴 x 方向直线平台 3-磨轮轴 y 方向直线平台 4-精密数控转台

5-磨轮轴 6-工件轴 7-磨轮 8-工件

3.1.1 支承组件

支承组件主要包括床身、减震柱脚和基座等。随着超精密加工技术的发展，热变形成成为导致精密机床产生误差的主要因素之一，因此，超精密加工机床的支承组件的设计重点逐渐转向结构材料的选择上，例如：殷钢、超级不胀刚 (Superinvar)，Zerodur (零膨胀系数的玻璃、微晶玻璃、玻璃陶瓷)、精细陶瓷等^[32]。这表明非金属材料在超精密加工机床中的应用是提高加工精度的途径之一。

目前，超精密加工机床的支承组件广泛采用花岗岩石材料，花岗岩石具有很多优点，例如：花岗岩石经过长期的天然时效，其内部结构组织比较均匀，内应力几乎为零，导热系数和热膨胀系数小，使得尺寸的稳定性较好，不易形变；花岗岩石内部的阻尼系数较大，吸振性能好；花岗岩石在大气中不生锈、耐酸碱、防磁、绝缘好、刚性好、硬度高、轻于铸铁、耐磨性好、不必涂油、不易粘微尘、维护保养方便简单、使用寿命长。因此，花岗岩石是本设计支承组件材料的理想选择。

3.1.2 工件轴组件

工件轴组件主要包括工件夹头和工件轴(电主轴)。其作用是完成工件的装夹和带动工件旋转，主要功能技术要求如下：

工件形状：凸型和凹型零件；
工件特性：球面、轴对称二次非球面和高次非球面；
工件尺寸：口径 $D10\sim 100mm$ 、顶点曲率半径 $R5\sim 100mm$ ；
工件材质：光学玻璃和硬脆材料；
工件轴电机转速： $500\sim 3000rpm$ ；
工件轴径向跳动精度 $0.1\mu m$ 。

3.1.3 磨轮轴组件

磨轮轴组件主要包括粗磨磨轮、精磨磨轮、抛光轮、磨轮轴(电主轴)、 x 和 y 方向直线移动平台、摆动台。其作用是完成磨轮的装夹和更换、带动磨轮旋转、使磨轮中心沿 x 、 y 方向按照轨迹成形控制要求做直线进给运动、使摆动轴按照切线回转法加工原理的控制要求完成摆动任务，主要功能技术要求如下：

(1) 磨轮尺寸、形状和特性

种类：粗磨轮、精磨轮和抛光轮；
尺寸：磨轮直径 $40\sim 80mm$ 、厚度 $5mm$ ；
形状：平面形。

(2) 磨轮轴运动范围

磨轮中心 x 方向最大移动范围 $200mm$ ；
磨轮中心 y 方向最大移动范围 $100mm$ ；
摆动台摆动角度范围 $0\sim 80^\circ$ 。

(3) 磨轮轴运动速度要求

磨轮主轴电机转速： $3000\sim 10000rpm$ ；
磨轮 x 轴移动速度： $1\sim 100mm/min$ ；
磨轮 y 轴移动速度： $1\sim 100mm/min$ ；
磨轮摆动角速度： $0.1\sim 5rpm$ 。

(4) 磨轮轴组件精度指标要求

磨轮轴径向跳动精度 $0.1\mu m$ ；
摆动轴径向跳动精度 $0.1\mu m$ ；
力矩电机角度分辨率 $0.3arc\text{-}sec$ ；
 x 轴直线电机重复精度 $0.5\mu m$ ；
 y 轴直线电机重复精度 $0.5\mu m$ 。

(5) 成形工序

磨轮的平端面可以用于磨边工序，这样，更换磨轮，工件可在一次装夹中完成粗磨、精磨、抛光和磨边工序，但主要考虑精磨工序。

按照技术指标及加工工艺，要求加工出的球面、轴对称二次和高次非球面光学零件面形要达到中等和高精度；表面粗糙度达到 $Ra0.005\sim Ra0.01\mu m$ ；表面疵病达到III级以上。

3.2 控制系统设计方案比较

为了实现切线回转法原理在非球面加工中的应用，保证被加工工件的面形精度，必须采用高精度的、可靠的数控系统来完成。目前，随着计算机技术的迅猛发展，PC 技术已经广泛应用于数控领域，形成了基于 PC 的数控系统，这种数控系统的软件平台和硬件平台是完全通用的，具有性能高、成本低、可靠性高、标准化程度高、软硬件资源丰富、便于信息集成等优点。基于 PC 的通用计算机数控系统经过多年的发展已经发展成多种类型，从结构上看，可分成 NC+PC 的复合式结构、PC+NC 的递阶式结构、全软件化结构等几种典型结构^[33]。

3.2.1 NC+PC 的复合式结构

NC+PC 复合式结构又称专用数控加 PC 前端的结构，是一种将 PC 作为数控系统的部件嵌入在 NC 中，通过总线连接构成双平台复合结构，如图 3.2 所示。

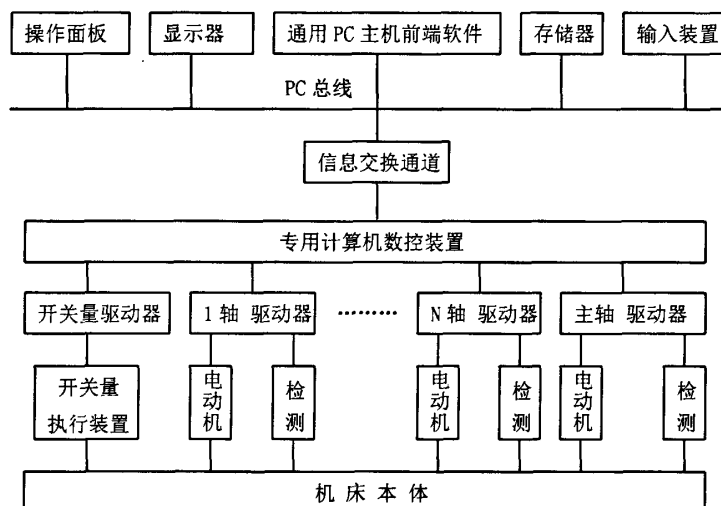


图 3.2 NC+PC 复合式数控系统结构框图

复合式结构数控系统的优点是可以利用 PC 丰富的软件资源，使系统具有友好的交互界面，编程、编辑、操作等使用起来非常方便，具有良好的开放性；原有的专用 NC 系统没有变化，仍然具有信息数据传送快、系统响应时间短等强大的功能，但 NC 核心技术并不对外公开，因此只有一些老的数控厂商或实力较强的厂家所采用。这类系统的缺点是开放性受到一定限制，技术升级换代较慢、开发和生产成本较高。

3.2.2 PC+NC 的递阶式结构

PC+NC 的递阶式结构是以 PC 为基础，在其上扩展各类数控模块所形成的一种 PC 数控系统的典型结构。与 NC+PC 结构不同，PC+NC 结构的中心在 PC，其中 PC 主要完成数控系统的功能管理、预处理等非实时控制；NC 主要完成轨迹规划、轨迹插补等实时控制，组成 NC 系统所需的功能模块(如 CPU 基础卡、模拟轴接口卡、I/O 接口卡等)可以根据被控对象的要求灵活确定。因而 PC 和 NC 都具有良好的开放性，开发和生产比

较方便，成本相对较低，应用范围相对较广。

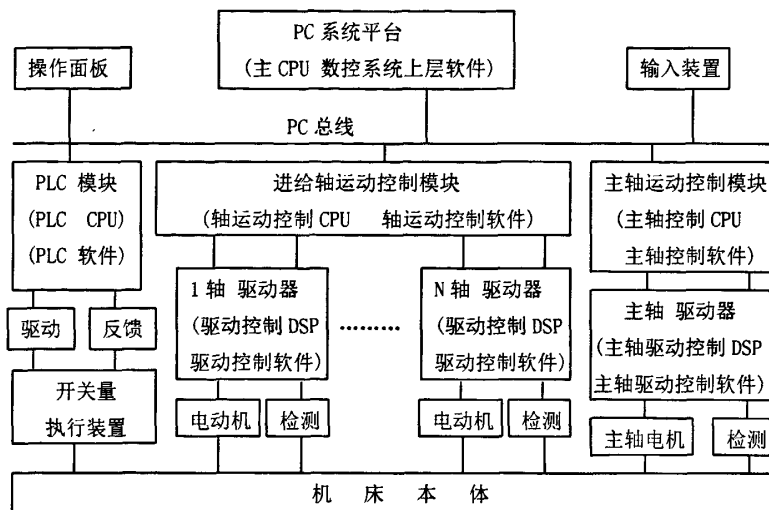


图 3.3 PC+NC 递阶式数控系统结构框图

PC+NC 结构数控系统的组成如图 3.3 所示，可见，按照功能组成可将 PC+NC 结构分成三级，第一级为宏观控制级，充分利用 PC 的软硬件资源，完成数控系统上层一些非实时任务，如人机交互、预期运动轨迹规划、运动程序编译、上下位机通讯、动态显示等，并对整个系统的运行进行协调和管理。第二级为运动控制级，由实时控制单元完成数控下层的高实时性控制任务。实时控制单元可以是带轨迹精插补计算、位置控制、开关量控制(PLC)等的完整的 CNC 单元，也可以是仅具有位置控制功能的简单单位控卡。一般实时控制单元包括进给轴运动控制模块、主轴运动控制模块、PLC 模块等功能模块，各模块可有自己的 CPU，在其上运行各自的控制软件。第三级为驱动控制级，其主要任务是完成电动机的驱动控制，如对交流伺服电动机进行矢量变换控制、脉宽调制控制等。由于该级控制对实时性要求很高，目前广泛采用高速 DSP 作为控制器^[33]。

3.2.3 全软件化结构

全软件化结构开放式数控系统的特点是将 NC 部分的部分或全部控制功能纳入到 PC 平台中，由 PC 的主 CPU 来完成，从而减少 PC 数控系统的硬件规模，可有效消除自制硬件带来的可靠性差，成本高等问题。但是，这种结构的数控系统核心在软件，因此要求实时操作系统作为保证，就目前现有的操作系统来讲，大部分都是非实时的，必须进行实时改造，即要求能够对操作系统核心层进行访问控制，实现起来比较困难，较难保证系统系统性能，且不能有效利用原型 CNC 资源。

综合以上对比可知，NC+PC 的复合式结构数控系统的开放性受到一定限制，开发和生产成本较高，技术升级换代较慢，性能难以达到最佳。全软件化结构的 PC 数控系统虽然具有软件通用性好、编程灵活、系统硬件资源少、开发和生产成本低等优点，具有较大技术经济优势，但是实时处理的实现比较困难，并较难保证系统的性能，同时原型 CNC 资源难以利用。PC+NC 递阶式结构的数控系统具有良好的开放性，技术成熟，

设计灵活，开发周期短，应用范围广，开发和生产成本相对较低等优点，也是目前应用较多的一类 PC 数控系统典型结构。因此，本课题采用 PC+NC 结构数控系统的设计方案。

3.3 基于 UMAC 的 PC+NC 结构控制系统设计

3.3.1 控制系统结构组成

切线回转法加工高次非球面磨床的 PC+NC 递阶式数控系统结构组成如图 3.4 所示，主要包括：人机交互模块、UMAC 运动控制器(包括电源、CPU 卡、数字 I/O 接口卡、模拟轴接口卡等)、工件轴和磨轮轴主轴电机、三轴联动速度伺服电机(摆动轴力矩电机、磨轮轴 x 方向直线电机、磨轮轴 y 方向直线电机)、驱动器、以及其它位置伺服电机等。

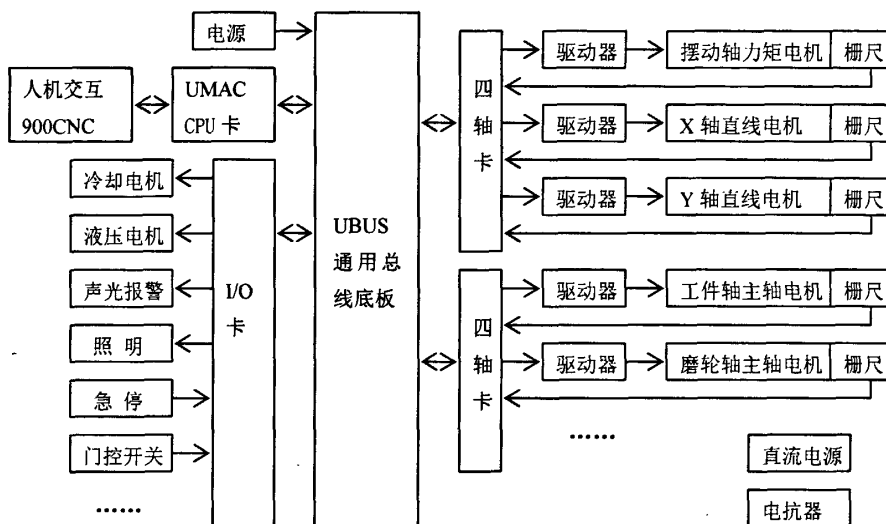


图 3.4 基于 UMAC 的 PC+NC 控制系统结构框图

3.3.2 UMAC 运动控制器

(1) UMAC 简介

UMAC(Universal Motion and Automation Controller)是美国 DeltaTau 公司生产的一种由一套 3U 结构欧洲标准卡组成的模块化系统级开放式多轴运动控制器。是一种以 DSP 为核心的拥有高性能的伺服控制器，可以通过灵活的高级语言控制多达 32 轴同时运动，并提供了运动控制、运动模式、实时计算、同主机交互等基本功能。它还是一台完整的实时多任务的计算机，能自动对任务进行等级判断，从而使具有高优先级的任务比具有低优先级的任务先被执行。它采用 Turbo PMAC2 运动控制卡，速度、分辨率等指标远优于一般控制器，其伺服控制包括 PID 加 Notch(陷波器)和速度、加速度前馈控制。可连接 MACRO 现场总线的高速环网，直接进行生产线的联动控制。

相比其他运动控制器，开放性是 UMAC 的最大特点之一。用户可以根据自己的用途使用内部寄存器，以满足不同的需要。实际使用中，UMAC 采用插拔式连接方式，非常方便。

(2)UMAC 运动控制器组成结构

UMAC 是一款拥有内置 I/O 和电源模块以及完整箱体的专业控制器,如图 3.5 所示。由控制系统的结构组成可知,UMAC 独立式控制器主要完成三轴联动控制、主轴控制、I/O 控制等功能,因此设计选用的 UMAC 附件主要有机箱与电源、CPU 卡、轴卡、I/O 卡等。

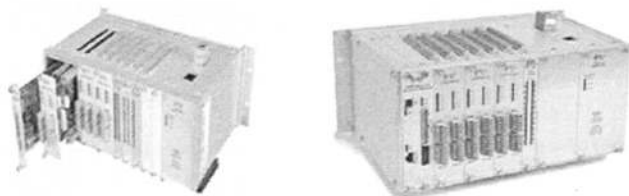


图 3.5 UMAC 运动控制器

机箱与电源:为便于 UMAC 控制器的外部安装,机箱选用 3U 结构 ACC-R2 电力装配板,箱内采用背板连接的插槽数为 12,如图 3.6 所示。UMAC 的电源为交流输入 85~240VAC,直流输出 14A @ +5V, 1.5A @ +/-15VDC(130W Output);

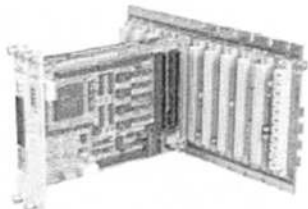


图 3.6 UMAC 控制器箱体内背板连接

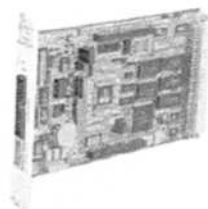
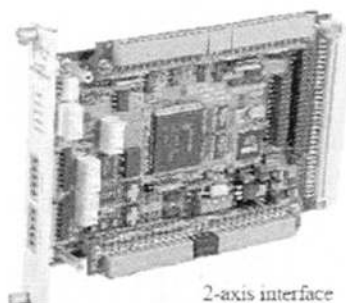


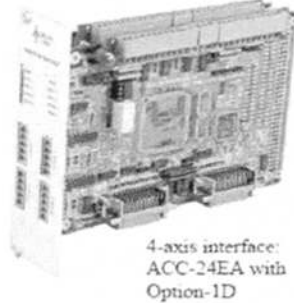
图 3.7 3U 结构基础板

CPU 基础板:基础板是 UMAC 控制器的核心部件,主要完成数控系统高速实时插补运算与控制,包括 CPU、SRAM、快闪内存、RS-232 串口以及伺服算法等硬件组成,如图 3.7 所示。为保证数控加工过程中有较快的数据实时处理能力,可采用 160 MHz DSP56311 Turbo PMAC CPU;

模拟轴接口板:模拟轴接口板有 2 轴和 4 轴可供选用,如图 3.8 所示。此板为数字放大器输出 +/-10V 模拟信号,通过一个可插拔的端子(在板卡的下部)连接到轴的驱动器,可以插拔的端子排(在板卡的上部)用来连接积分编码器。由于设计中需要实现 x、y、z 三轴联动,因此选用 4 轴模拟轴接口板比较理想;



2-axis interface



4-axis interface:
ACC-24EA with
Option-1D

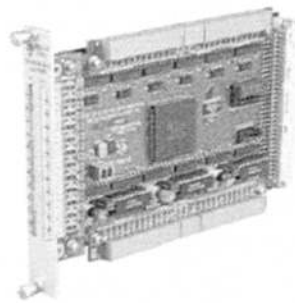


图 3.9 I/O 板图示

图 3.8 2 轴和 4 轴模拟轴接口板图示

I/O 板: UMAC I/O 板的作用是实现控制系统中开关量的控制, 外形结构如图 3.9 所示, 其输入点适用 12~24VDC, 并且每 8 个一组构成供源极或供阴极布线, 输出点驱动能力是 24VDC@100mA, 也是每 8 个一组构成供源极或供阴极布线。设计中的开关量控制选用 24 入 24 出 I/O 接口板实现, 并且可以根据实际应用最多配置 6 块 I/O 板, 完全能够满足设计中 I/O 的需求。

3.3.3 驱动器

驱动系统是 PC 数控系统的重要子系统, 也是数控机床的关键部件, 主要包括进给驱动系统和主轴驱动系统两大类。由于本文主要进行轨迹成形控制研究, 因此只讨论进给驱动伺服系统, 对主轴驱动系统不做论述。

进给驱动系统主要包括驱动器、电机、反馈等环节, 通过接收控制器发来的指令信号实现进给轴运动控制, 是完成数控轨迹控制任务的关键环节。其中驱动器的作用是接收控制器传来的控制指令, 经过电力变换后向执行电机输出驱动信号, 使电机按预定要求动作。由于设计选用永磁同步电动机作为驱动元件, 实现三轴联动, 因此需要驱动器输出 A、B、C 三相对称交流驱动信号。目前, 常用 SPWM 逆变器作为电力变换装置来驱动永磁同步电动机, 但 PWM 放大器普遍存在非线性问题, 使驱动电流产生纹波, 对超精密控制系统的控制精度有一定影响。因此本设计选用美国 Aerotech 公司的一种高性能模拟线性放大器作为进给电动机的驱动器^[36], 这种驱动器采用高性能模拟元器件实现正弦信号的功率放大, 有良好的线性放大作用, 能有效提高控制精度, 且此线性放大器的频带宽度为 2500Hz, 具有较宽的调速范围, 驱动器外形结构如图 3.10 所示。

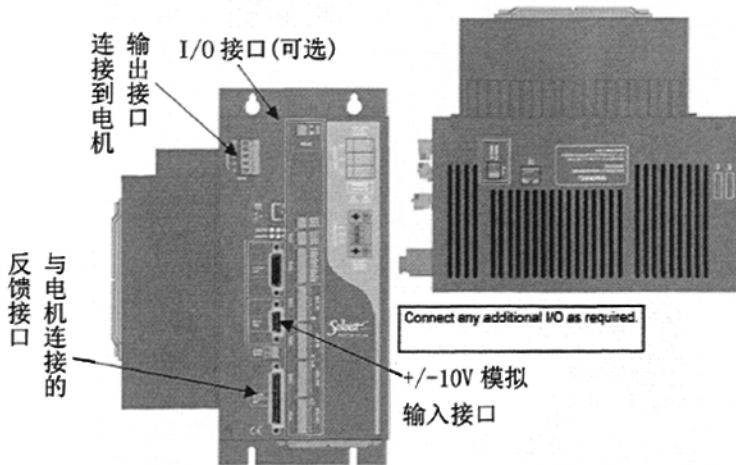


图 3.10 Aerotech 公司的驱动器

3.3.4 摆动轴力矩电机

摆动轴在实际加工过程中的作用是保证磨轮与工件相切, 因此需要进行往复摆动。目前, 常用旋转伺服电机+涡轮蜗杆等机械传动装置来实现对转台与摆头部件的驱动,

这种方法存在最大的问题是涡轮蜗杆传动间隙难以有效消除，要保证旋转进给驱动系统具有较高的传动精度很难。为此，设计选用精密转台作为驱动元件构成旋转零传动进给驱动系统，其中精密转台本体是一个环形伺服电动机，它可以看成首尾相接的直线伺服电动机，但无端部效应，较易于控制。

按照设计技术要求，对于摆动轴，需要能够提供足够的扭矩和定位精度以及角度分辨率，主要是完成往复旋转运动，因此选用美国 Aerotech 公司直驱式公制尺寸精密转台本体，如图 3.11 所示。

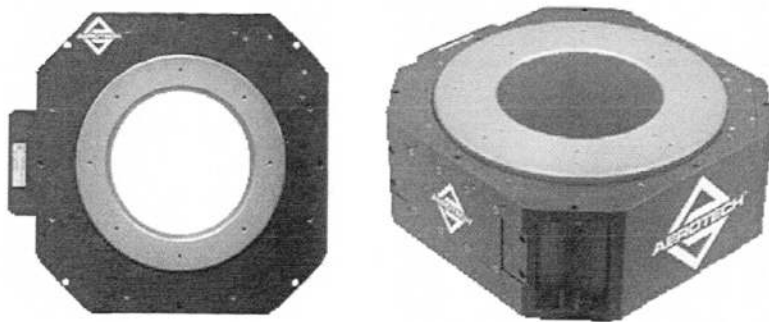


图 3.11 Aerotech 公司直驱式精密转台本体

精密转台本体采用无刷无槽伺服电机直接驱动，消除了机械传动的间隙误差，并且不存在机械传动部件的磨损和振动现象；采用高精度角接触轴承连接，使机械轴进一步降低了摆动；结构采用整体连接，减少了电缆数量，便于电气连接；其可连续 360° 旋转，也可设置摆动范围 $\pm 170^\circ$ ，连续扭矩 6NM，峰值扭矩 23.9NM，重复定位精度 0.3 角秒，轴向载荷 1550N，直接耦合高精度旋转编码器，反馈分辨率 0.01~0.1 角秒。

3.3.5 x, y 轴直线电机

由加工原理可知，x 轴和 y 轴均做直线进给运动，两轴运动合成轨迹决定非球面子午剖面曲线的轨迹成形，因此，高精度、稳定可靠的直线进给系统是保证轨迹成形精度的关键。

目前，大部分传统机床的直线进给系统采用的是以滚珠丝杠螺母副为核心的机械传动链，由伺服电机通过滚珠丝杠螺母副驱动机床的工作台作直线运动。精密滚珠丝杠螺母副传动虽然具有刚度高、跟随灵敏、定位精度高等优点，但丝杠的制造误差、形变误差、以及传动间隙误差都会对控制精度产生影响，而且由理论计算可知，x、y 轴运动轨迹上每两个节点间的时间间隔很短，移动速度很慢，若采用传统的滚珠丝杠传动，则不容易保证控制精度，所以本设计采用灵敏度高，定位精度高且容易实现低速运行的零传动直接驱动技术，即利用直线电动机直接驱动来实现直线进给运动。

超精密数控机床中广泛使用的直线电动机主要包括直流直线电动机、交流永磁同步直线电动机、交流感应异步直线电动机等多种。其中，由于交流永磁同步直线电动机具有运动行程长(理论上可以做到无限长)、效率和功率因数高、低速出力大、电动机体积小、控制简单等优点，因此选用交流永磁同步直线电动机作为 x、y 轴伺服进给

系统的执行元件。

交流永磁同步直线电动机从结构上看,是将对应旋转电机沿径向剖开、展平而成,如图 3.12 所示,主要由定子、动子、支撑装置和检测环节四部分组成。其中,定子由硅钢片叠装构成,在其上开有线槽,槽内嵌入三相多极绕组;动子也由硅钢片叠装组成,在动子上沿运动方向等间隔安装永磁体;通常情况下,电动机支撑装置可与机床共用,如支撑工作台的直线滚动导轨等;检测环节常采用高精度光栅,其作用是:一方面为直线电动机控制提供动子磁极位置信息(保证电流换相),另一方面对机床运动部件的实际位移进行精确检测,以实现机床运动的全闭环控制^[33]。

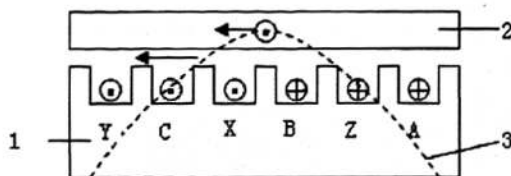


图 3.12 交流永磁同步直线电动机结构示意图

1-定子 2-动子 3-行波磁场

交流永磁同步直线电动机的工作原理是在定子绕组中通入三相对称正弦电流,当不考虑由于铁心两端开断而引起的纵向边端效应时,会产生一个与旋转电机相似的呈正弦形分布的行波磁场。行波磁场的移动速度称为同步速度。根据磁极异性相吸的特性,定子行波磁场的磁极 N 、 S 将分别与动子永久磁场的磁极 S 、 N 相吸,因此永磁同步直线电动机稳态同步运行时动子的移动速度与定子行波磁场的移动速度相同。

根据实际加工时技术要求, y 轴进给系统执行元件选用美国 Aerotech 公司的直线电机平台^[36],其总行程 100mm ,反馈分辨率 $0.001\text{--}0.2\mu\text{m}$,重复定位精度 $\pm 0.5\mu\text{m}$,如图 3.13 所示。 x 轴进给系统执行元件选用美国 Aerotech 公司的直线电机平台,其总行程 200mm ,反馈分辨率 $0.001\text{--}0.2\mu\text{m}$,重复定位精度 $\pm 0.5\mu\text{m}$,如图 3.14 所示。

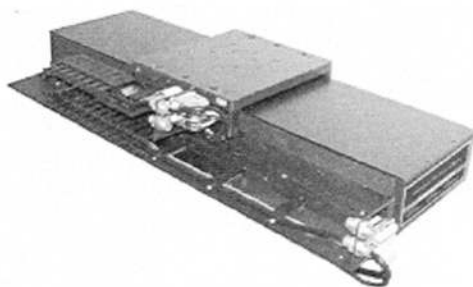


图 3.13 y 轴直线电机平台



图 3.14 x 轴直线电机平台

3.3.6 反馈元件

为保证进给驱动系统具有足够的定位精度和跟踪精度,控制系统必须采用全闭环结构,高精度运动检测元件是保证全闭环控制系统精度的重要环节。目前在精密加工的检测领域广泛采用的主要有两种技术:一是激光干涉技术,二是光栅技术。

双频激光干涉仪是用于超精密机床位置测量较为理想的反馈元件,其分辨率高,

可达 $0.3nm$ ，测量范围大，可达几十米。但激光仪器的抗振性和抗环境干扰性能差，价格较贵，而且在一般情况下使用感应同步器和光栅也能达到所需的精度要求，所以目前在实际加工中使用较少。

光栅，特别是炫耀光栅已经广泛应用于超精密加工和超精密测量领域，能够实现大范围、高精度的测量。目前炫耀光栅技术能够达到 $1nm$ 的高分辨率，而且对环境要求比较低、稳定性好、价格低。

设计选用的进给驱动系统的反馈光栅是与执行元件集成在一起的，精密转台本体的反馈分辨率最高可以达到 $0.01\sim 0.1$ 角秒，根据加工时轨迹的控制要求以及系统工作时的稳定性，可选择旋转进给伺服系统反馈分辨率为 0.3 角秒。 x 、 y 轴直线电机平台的反馈分辨率可以达到 $0.001\sim 0.2\mu m$ ，根据加工时轨迹的控制要求以及系统工作时的稳定性，可选择直线进给伺服系统反馈分辨率为 $0.005\mu m$ 。

3.3.7 伺服电机控制系统设计

(1) 伺服电机控制系统

伺服电机控制系统结构组成如图 3.15 所示，上位主机中的控制系统管理软件通过以太网与 UMAC 控制器中的 PMAC 卡进行通讯，PMAC 卡的连接端口与接口电路相连，运动程序运行后通过输出接口输出 $\pm 10V$ 模拟信号给放大器，放大器输出三相交流信号驱动伺服电机运动，编码器反馈信号和标志信号通过输入接口反馈给 PMAC 卡，从而构成伺服电机闭环控制系统。硬件通道主要包括：增量编码器输入、指令输出、标志信号，对于 PMAC II 型卡来说，指令输出有模拟量 $\pm 10V$ 、数字 PWM、脉冲信号。门阵列是电机信号与 DSP 处理器的接口电路，每一个门阵列芯片有 4 个硬件通道。

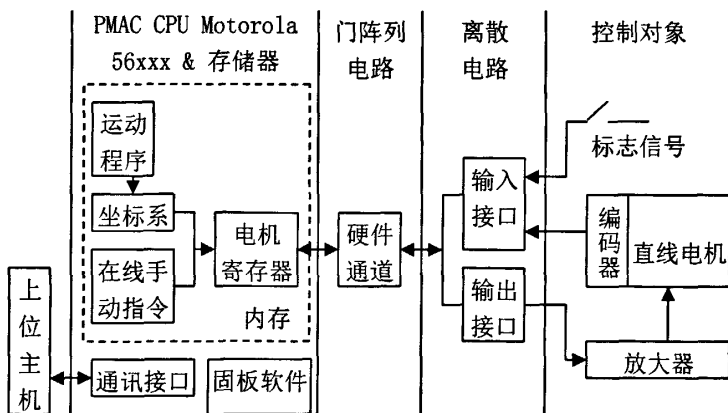


图 3.15 伺服电机控制系统结构组成

(2) PMAC II 型卡主要接口定义

JEXP:

PMAC 卡的并行接口,可连接的附件有:ACC14 并行 I/O 或反馈输入板,ACC49 三洋绝对编码器输入口;

JMACH:

用于模拟量输出，编码器反馈、正负限位及回零信号、伺服使能和报警、卡的看门狗报警等；

J1(JANA)：

为模拟量输入口，可接受 16 路 0-5V 模拟量信号，12 位 ADC。

J2(JTHMB)：

PMAC NC 控制面板接口；

J3(JOPTO)：

32 位通用 I/O 接口；

J4(JMACRO)：

针对 PMAC2 的 MACRO 接口；

J5(JRS232)：

串行通讯接口；

J6(JDISP)：

显示器接口，连接 LCD 显示模块，用 Display 命令显示用户定义的字符串；

J7(JHW)：

PFM 或 PWM 接口；

J8(JEQU)：

输出的位置比较接口。

(3) 驱动器与电机的连接

驱动器与电机连接如图 3.16 所示。

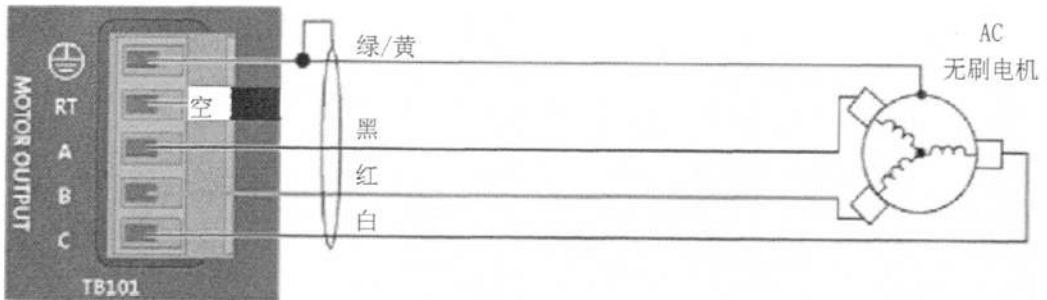


图 3.16 驱动器与电机连接图

3.4 轨迹成形进给伺服控制系统

由高次非球面数控磨床硬件系统结构组成可知，基于切线法加工原理的轨迹成形控制系统主要包括三个部分，摆动 z 轴旋转进给伺服控制系统、 x 轴直线进给伺服控制系统、 y 轴直线进给伺服控制系统，它们的控制原理是相同的，都属于自控变频同步电动机伺服系统，也称正弦波永磁同步电动机（或直接称作永磁同步电动机，PMSM）伺服系统。与普通的交、直流电机控制原理不同，PMSM 伺服系统的数学模型是基于 $d-q$ 坐标系下的双轴理论建立起来的。

3.4.1 电磁转矩控制

d - q 坐标系下的双轴理论是按照产生相同的旋转磁场并保持功率不变这一等效原则，将交流电动机的三相绕组 A、B、C 与两个正交并以同步转速旋转的直流绕组 d 、 q 相等效，从而将三相交流量(电压、电流等)变换为 d - q 坐标系下的直流量。此时，可仿照直流电动机来对交流电动机的动态性能进行分析，并实现对电磁转矩的快速精确控制，从而使交流电动机达到与直流电动机相同的动态性能。

由 d - q 坐标系下同步电动机的数学模型可知，在永磁励磁磁链方向与 d 轴正方向一致(磁场定向，可通过实时获取转子磁极位置信息实现)的前提下，永磁同步电动机的电磁转矩公式为：

$$T = K[\psi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q]$$

K ——由电动机结构确定的常数；

ψ_f ——永磁励磁磁链；

i_d 、 i_q ——等效 d 、 q 轴电流；

L_d 、 L_q —— d 轴和 q 轴电感。

可见，当 d 轴电流 $i_d=0$ ，电动机输出的电磁转矩与 q 轴电流 i_q 成正比(K 、 ψ_f 为常数)。即控制 i_q 就可以像控制直流伺服电动机一样实现对交流永磁同步电动机电磁转矩的直接控制。

由上可知，在磁场定向的基础上，通过控制 i_d 恒为 0 的同时，使 i_q 等于由希望电磁转矩确定的指令值，则能够准确控制 PMSM 的电磁转矩。为了抑制驱动系统运行过程中各种干扰的影响，保证电流控制的准确性，对 i_d 和 i_q 的控制必须通过闭环方式进行。如图 3.17 所示。

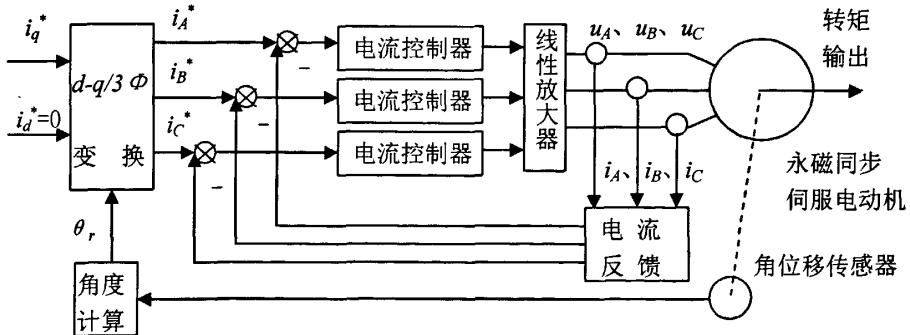


图 3.17 PMSM 电磁转矩闭环控制系统

3.4.2 转速和转角控制

由于高次非球面轨迹成形控制系统最终要实现加工轨迹的精确控制，因此要设计成闭环位置伺服系统。在对永磁同步电动机进行电磁转矩控制的基础上，可进一步构成转速与转角控制系统，如图 3.18 所示。其中，速度控制器和位置控制器的设计方法同直流调速^[34]。

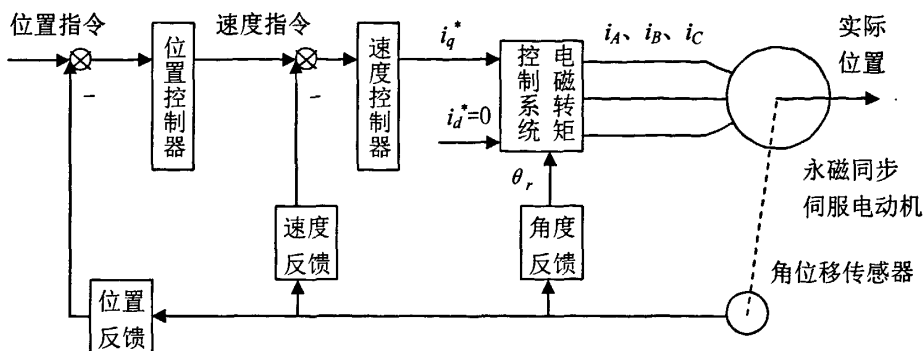


图 3.18 PMSM 转速转角控制系统

3.4.3 三轴联动伺服系统

以上阐述的永磁同步电动机转矩、转速、转角控制是单轴位置伺服控制系统的设计方法，而在实际非球面加工过程中，必须按照预定要求进行三轴联动才能得到需要的控制轨迹。为此，依据加工原理，本设计采用主从控制方法实现三轴联动控制，即以 z 轴作为主动轴， x 、 y 轴作为从动轴，通过程序控制使从动轴跟随主动轴同步运动，三轴联动伺服系统框图如图 3.19 所示。

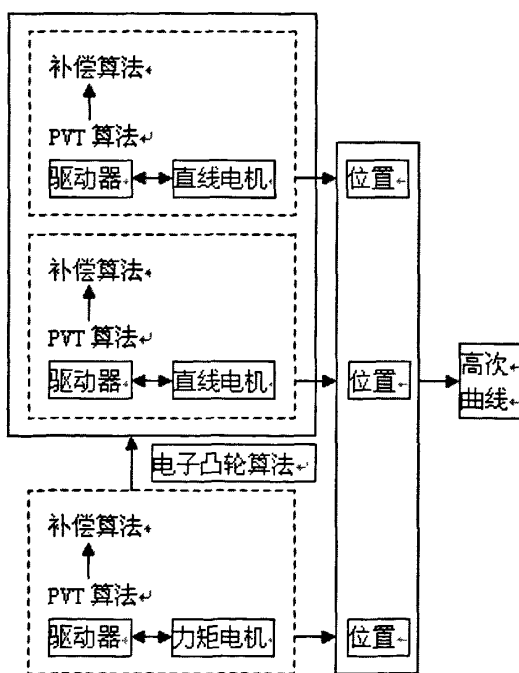


图 3.19 三轴联动伺服系统框图

本章小结

本章依据轨迹成形原理及技术要求，通过比较现有数控系统的几种典型结构，选用基于 UMAC 的 PC+NC 递阶式结构作为本控制系统的设计方案，采用零传动驱动技术和模拟线性放大器构成自控变频同步电动机伺服系统，阐述了组成控制系统各环节元件(控制器、驱动器、直线电机、反馈元件等)的工作原理及性能指标。

第四章 切线回转法加工高次非球面光学零件轨迹成形控制软件设计

软件系统是加工高次非球面机床控制系统的核心。随着 PC 数控技术日益向纯软件化方向发展,软件系统对实现 PC 数控所要求的高性能和先进功能起着越来越重要的作用,甚至是决定性的作用。PC 数控装置的软件系统由与 PC 操作系统兼容的软件平台和运行于该平台上的 PC 数控应用软件系统两大部分组成。其中,软件平台可直接采用 PC 已有的操作系统或通过对现有操作系统进行适当改造来构成;而运行于软件平台上的 PC 数控应用软件系统由于是面向具体数控应用的,根据控制对象的不同,要求具有不同的功能,因此必须由数控系统生产厂家自行开发。

4.1 PC 数控应用软件系统的组成

加工高次非球面机床数控应用软件系统的组成按完成控制任务的软件模块可划分为实时域模块和非实时域模块两部分,如图 4.1 所示。其中,实时域模块以中断程序、实时线程等方式进行处理,可以保证具有最高的实时性;非实时域模块以后台循环、多任务分时运行等方式处理,可以满足各模块并行(分时)使用 CPU 的要求。实时域与非实时域间通过共享内存等方式交换信息。两区域的所有软件模块和信息交换过程均在 PC 操作系统和数控管理程序的统一管理控制下协调运行,共同完成 PC 数控的各项任务。

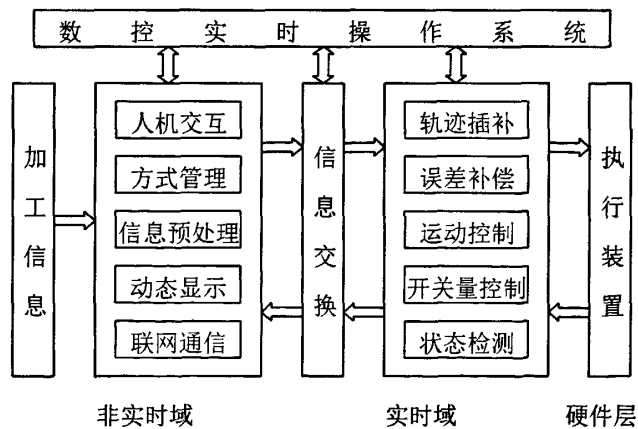


图 4.1 PC 数控应用软件系统的组成

4.1.1 数控实时操作系统

目前可以用于 PC 数控系统软件平台的通用操作系统主要有 DOS、Unix/Linux、Windows 等几种。其中, DOS 是一个单任务的 16 位实时操作系统,不利于实现数控系统的多任务管理;应用程序开发受内存限制,数控系统的许多功能不能实现;不支持 Windows 开发工具,因此开发数控系统的周期长,难度大。Unix/Linux 均是优秀的多任务非实时操作系统,其版本繁多,没有统一的标准,同时它的界面、操作方式和编程工具远不如 Windows 普及。Windows 是一个窗口式多任务操作系统,具有许多优点,

例如统一的友好图形界面、抢占式的多任务管理、丰富的软件资源、支持 VC++ 等多种功能强大的开发工具以缩短数控应用软件开发周期等，有利于人机界面的开发和多任务的并行处理。因此本设计采用 Windows 操作系统作为 PC 数控系统软件平台。

由于 Windows 也不是实时操作系统，所以本设计采用递阶结构双(多)处理器设计方案构成数控实时操作系统，以解决实时控制问题，其中 PC 的主处理器运行 Windows 平台和 PC 数控系统中实时性要求不高的任务；另一(多)个处理器，如 DSP 等，则完成 PC 数控系统的底层实时控制任务。这样既可以发挥 Windows 系统的长处，又使实时任务的处理得以简化。

4.1.1 非实时域模块

非实时域模块包括人机交互、方式管理、信息预处理、动态显示等环节，主要完成界面管理、非球面加工参数输入、预期运动轨迹规划和控制参数计算、运动程序编制、上下位机通讯、加工信息动态显示等功能。为了使设计更加灵活，采用 Microsoft Visual c++ 6.0 编程环境进行非实时域 PC 数控应用软件开发。

4.1.2 实时域模块

实时域模块主要包括轨迹插补、误差补偿、运动控制、开关量控制和状态检测等功能。这些功能的实现需要大量的计算及中断处理，要求较高的实时性，因此 NC 部分选用美国 DeltaTau 公司生产的 UMAC 独立式运动控制器，其内部 CPU 基础卡为 160 MHz DSP56311 Turbo PMAC CPU，完全能够满足实时控制的需求。

4.1.3 实时域与非实时域模块间的信息传递

(1) 预处理与插补模块间的信息传递^[33]

位于非实时域的预处理模块与位于实时域的插补模块间的信息传递量较大，如何协调运行并保证信息的可靠传递是关键性问题。常用的实现两模块之间通讯的方法有编译法和动态批处理法。

编译法的基本思想是在插补模块运行前，预处理模块将要加工零件的 NC 程序一次性编译完，将其他处理任务，如刀具偏置计算、速度前瞻处理等也一次性全部完成，并将处理结果放入内存缓冲区中。然后启动插补模块运行，根据运行进度将缓冲区中的数据不断送往插补模块。该方法的优点是具有最大程度的预见性，容易进行速度前瞻处理，不会出现插补饥饿问题，可获得较高的加工质量和加工效率。

动态批处理法的基本思想可用“批发+零售”来形容。即预处理相当于批发，对零件程序进行分批处理。插补则相当于零售，自己仅维持一小库存，然后逐条执行。当库存量下降到预先设定的安全水平时，再向预处理发出信息，预处理又处理一批数据补充到插补库存中。该方法的优点是在占用内存较少、加工延迟较短的前提下，可以实现较强的前瞻控制功能，满足高速加工的需要。

本设计选用的控制系统硬件性能较高，因此采用编译方法将预处理模块编译后的信息一次性传到插补模块，以实现两模块之间的通讯。

(2) 零件程序执行进程和状态的动态显示

因为预处理模块对 NC 程序的处理超前于插补模块，所以预处理后以内部形式存放的可执行程序必须保留对应的源程序地址指针，这样当插补模块执行到某一程序行时，可根据源程序地址指针从内存中找到预处理前的程序，进而将其以原形方式动态显示出来。

(3) 状态监测与动态显示模块间的信息传递

为使操作者实时了解数控系统和机床的运行状况，需将实时域程序监测到的有关信息从数控系统屏幕上显示出来。在这些信息中，反映进给轴坐标值动态变化的信息量比较大，为保证实时性可通过共享内存方式传递。这样，非实时域的动态显示模块可不间断地接收来自实时域的进给轴坐标变化信息，经过处理后，一方面可以数字方式将各轴坐标值的动态变化直接显示出来，另一方面可通过动态绘图方法，将各坐标轴运动合成的刀具运动轨迹在屏幕上以二维或三维形式动态显示出来，从而使操作者对加工进程有非常直观的了解。

4.2 人机交互功能模块设计

切线回转法加工高次非球面光学零件数控磨床控制系统上位机软件采用 Microsoft Visual c++ 6.0 编程环境开发设计，按照加工工艺要求，人机交互功能模块主要包括：启动显示、手动控制、球面加工控制、非球面加工控制、磨边加工控制、检测控制、坐标定位及调整等控制模块，如图 4.2 所示。

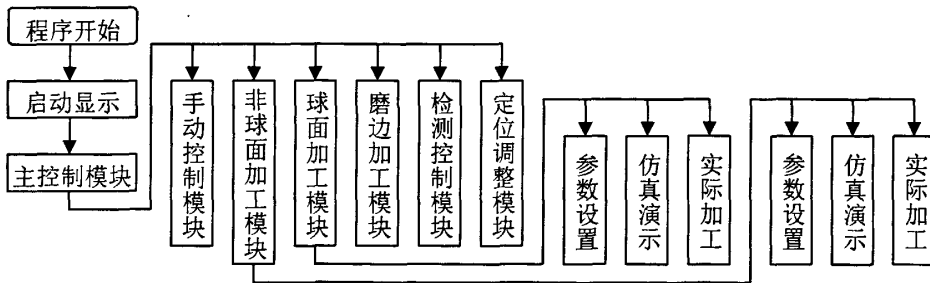


图 4.2 人机交互功能模块总体框图

4.2.1 启动显示模块设计

启动显示模块的设计目的是在软件启动时先弹出启动画面，画面上显示：产品图标、机床名称、机床型号、制造厂家、出厂日期等主要信息。当画面启动设定时间一到或在画面启动过程中点击鼠标(或按任意键)自动转入主控制模块，如图 4.3 所示，具体详细信息有待最后确定。

4.2.2 主控制模块设计

主控制模块的作用是实现系统初始化、人机交互、操作管理和信息实时显示，主要包括手动控制、球面加工控制、非球面加工控制、磨边加工控制、检测控制、坐标定位及调整等菜单管理功能及仿真和加工信息显示等功能，如图 4.4 所示。

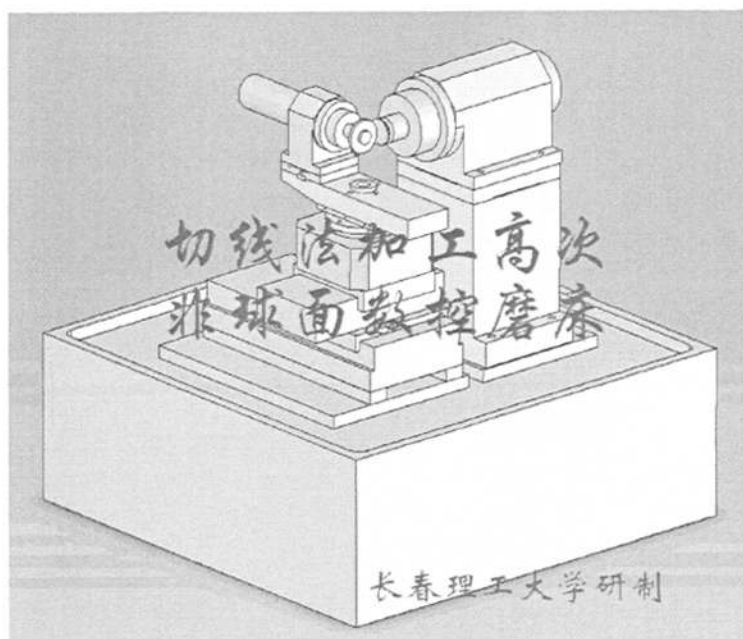


图 4.3 启动显示模块设计

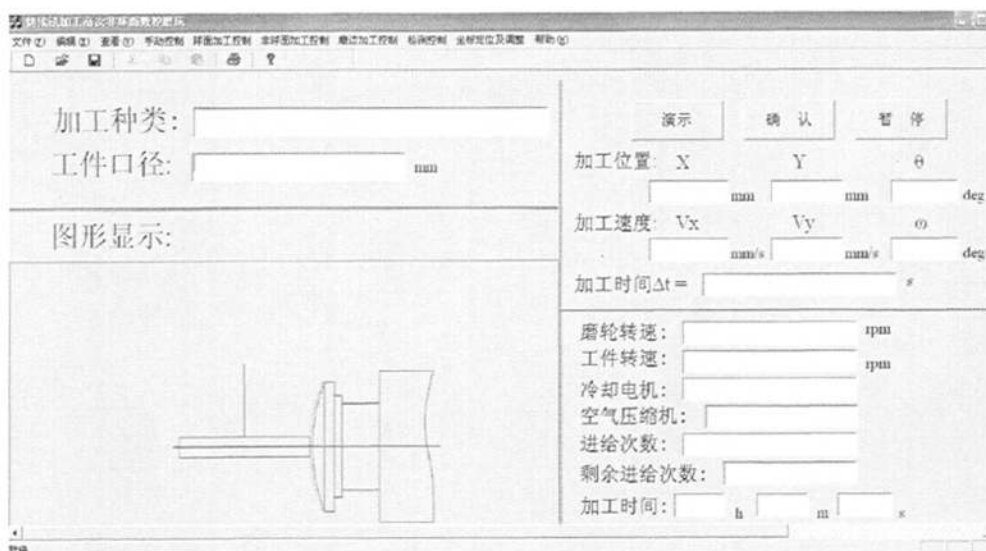


图 4.4 主控制模块功能设计

4.2.3 手动控制模块设计

手动控制的目的是实现对被控对象的单独控制，其功能主要包括对冷却泵和空气压缩机的启停控制，工件轴和磨轮轴的转速控制，磨轮 x 、 y 、 z 轴正反转、速度、位置的单独控制和联合控制，磨轮轴 x 、 y 、 z 运动状态实时显示，磨轮中心原始定位位置显示等。实际操作时，当点击主控制菜单上的手动控制菜单后，弹出图 4.5 所示手动控制操作对话框，此时可按照实际的控制要求输入控制参数，然后单击相应的命令按钮进行手动控制，并实时观测运动状态，其工作流程见图 4.6。

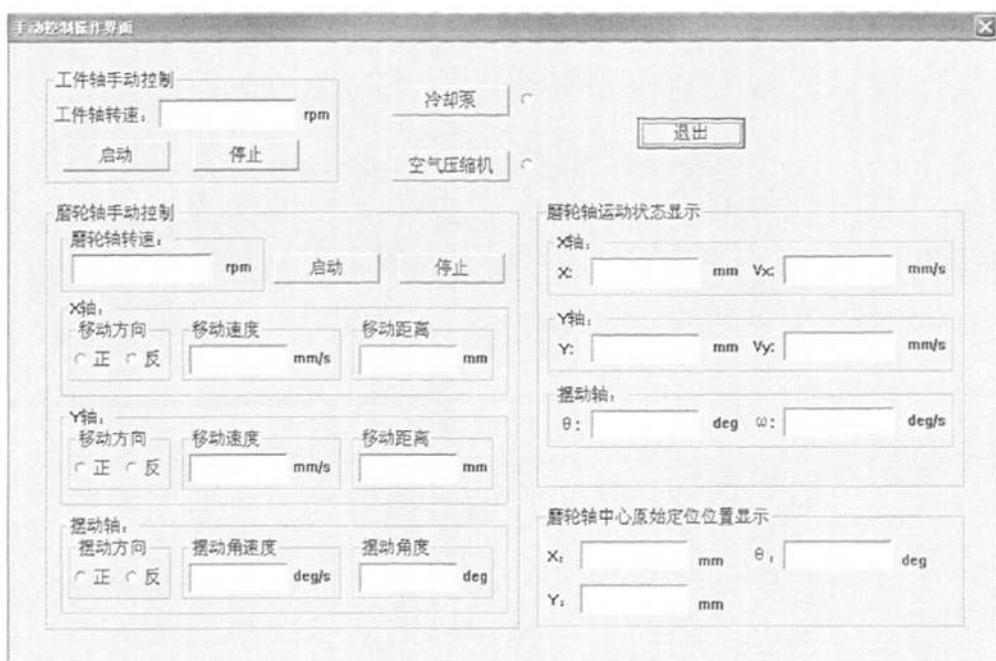


图 4.5 手动控制模块功能设计

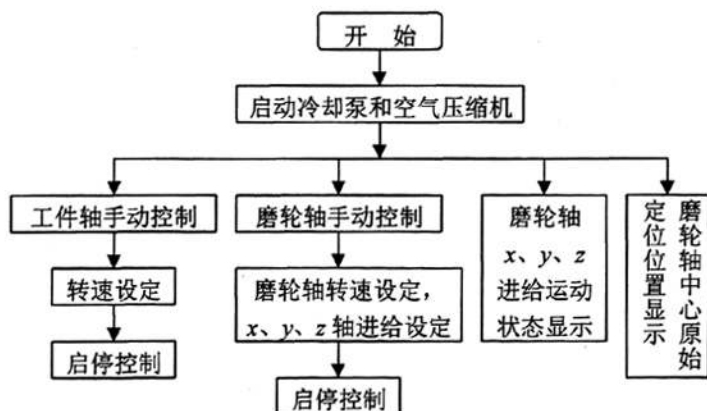


图 4.6 手动控制工作流程图

4.2.4 非球面加工控制模块设计

非球面加工控制模块设计的目的是实现非球面光学零件的切线法加工。实际操作时，当点击主控制菜单上的非球面加工控制菜单后，弹出非球面加工参数设置对话框，如图 4.7 所示，此对话框的主要功能是完成本次对非球面加工参数的设置及保存，以备本次和下次加工使用，还可以通过文件形式直接取出上次加工保存的非球面设置参数供本次加工使用，设置无误后单击确认设置按钮完成本次加工的预期运动轨迹规划及控制参数计算等部分预处理工作，同时返回到主控制界面，如图 4.8，4.9 所示，此时，在主控制界面上将显示本次加工的设置信息及部分预处理信息结果，点击演示按

钮进行加工前仿真运行，确认无误后点击确认按钮将运动程序编译后下载到UMAC运动控制器中并开始实际加工。非球面加工控制工作流程如图4.10所示。

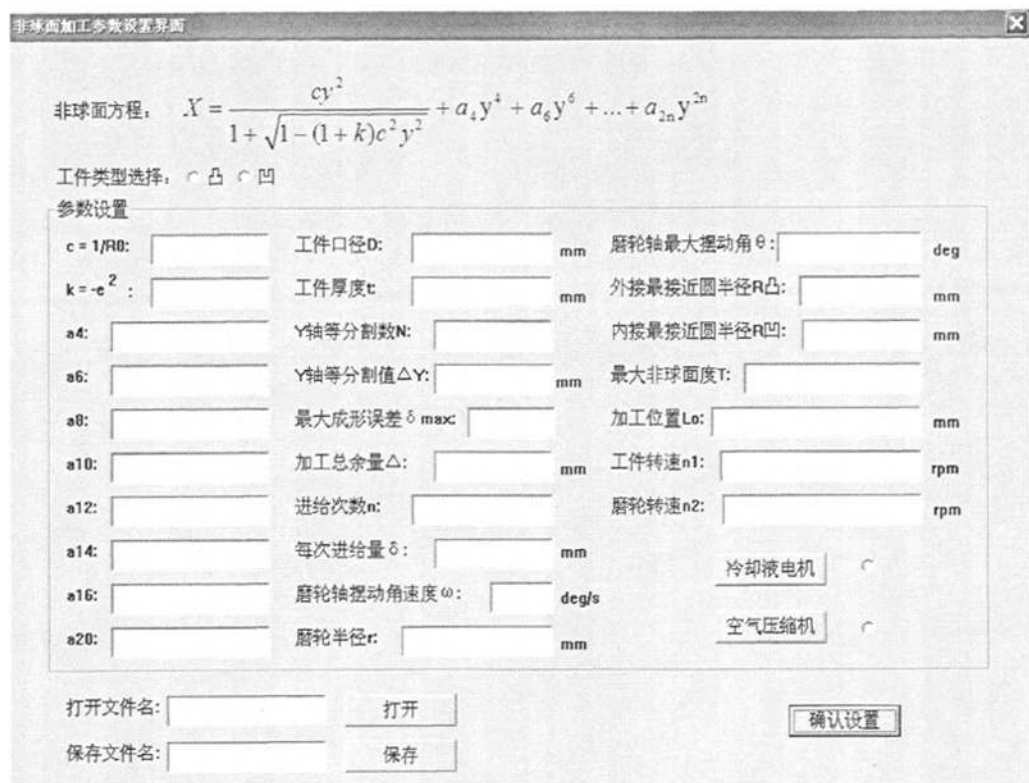


图 4.7 非球面加工参数设置界面

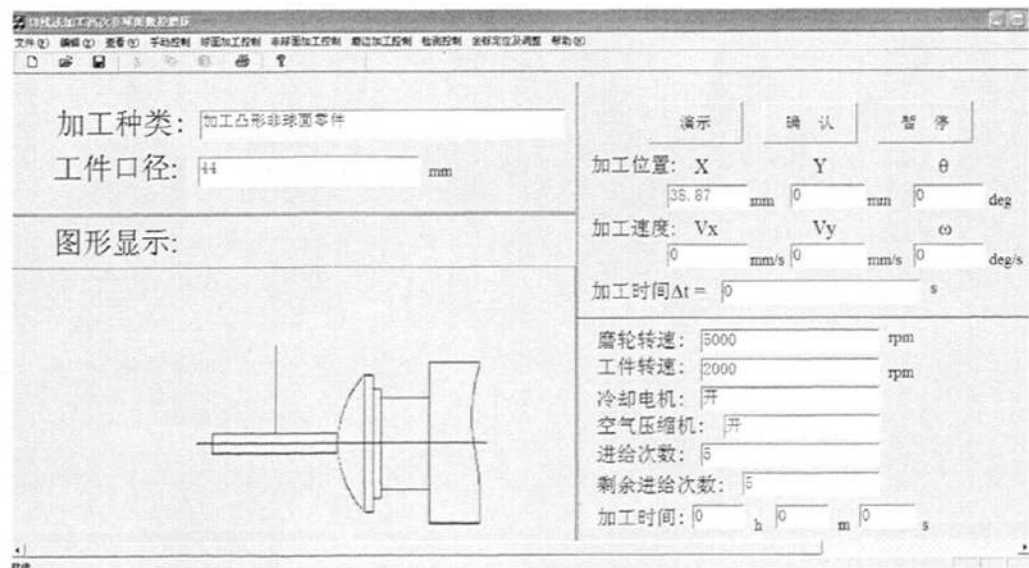


图 4.8 由非球面加工参数设置界面返回到主控制界面(凸形工件)

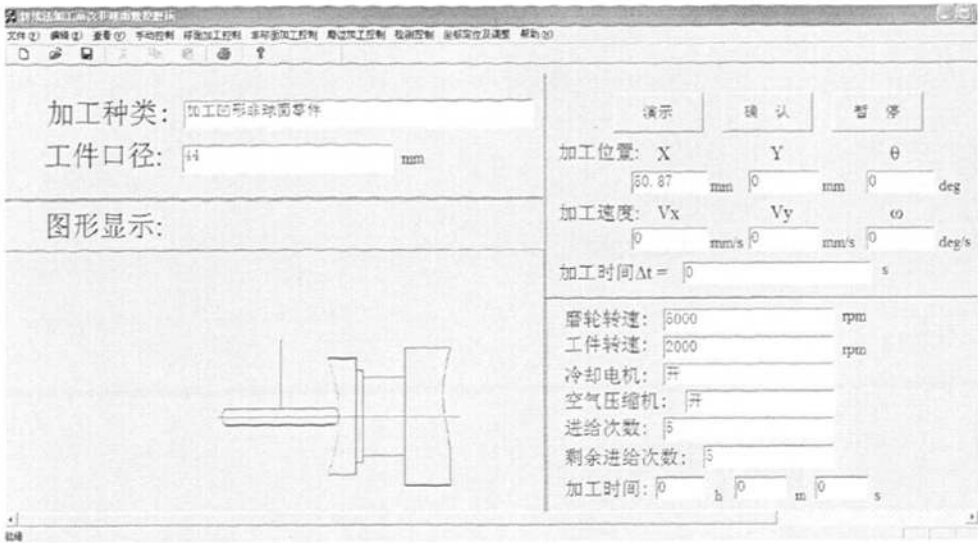


图 4.9 由非球面加工参数设置界面返回到主控制界面(凹形工件)

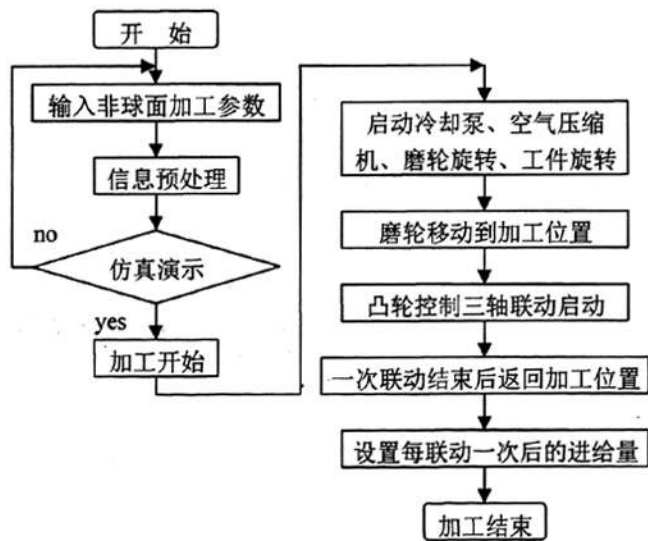


图 4.10 非球面加工控制工作流程

4.2.5 球面加工控制模块设计

切线回转法轨迹成形控制原理不仅适用于非球面加工，同样适用于球面加工，因此本设计包含有球面加工功能。球面加工控制模块的目的是实现球面光学零件的切线回转法加工。由于球面是非球面的特殊形式，其轨迹方程有自己独特的表达形式，为此将球面加工控制和非球面加工控制分别进行设计，其控制原理都是基于切线法加工原理的轨迹成形控制，只是输入的参数略有不同而已。

实际操作时，当点击主控制菜单上的球面加工控制菜单后，弹出球面加工参数设置对话框，如图 4.11 所示，此对话框的主要功能是完成本次对球面加工参数的设置及

保存，以备本次和下次加工使用，还可以通过文件形式直接取出上次加工保存的球面设置参数供本次加工使用，设置无误后单击确认设置按钮完成本次加工的预期运动轨迹规划及控制参数计算等部分预处理工作，同时返回到主控制界面，如图 4.12、4.13 所示，此时，在主控制界面上将显示本次加工的设置信息及部分预处理信息结果，点击演示按钮进行加工前仿真运行，确认无误后点击确认按钮将运动程序编译后下载到 UMAC 运动控制器中并开始实际加工。球面加工控制工作流程同非球面类似。



图 4.11 球面加工参数设置界面

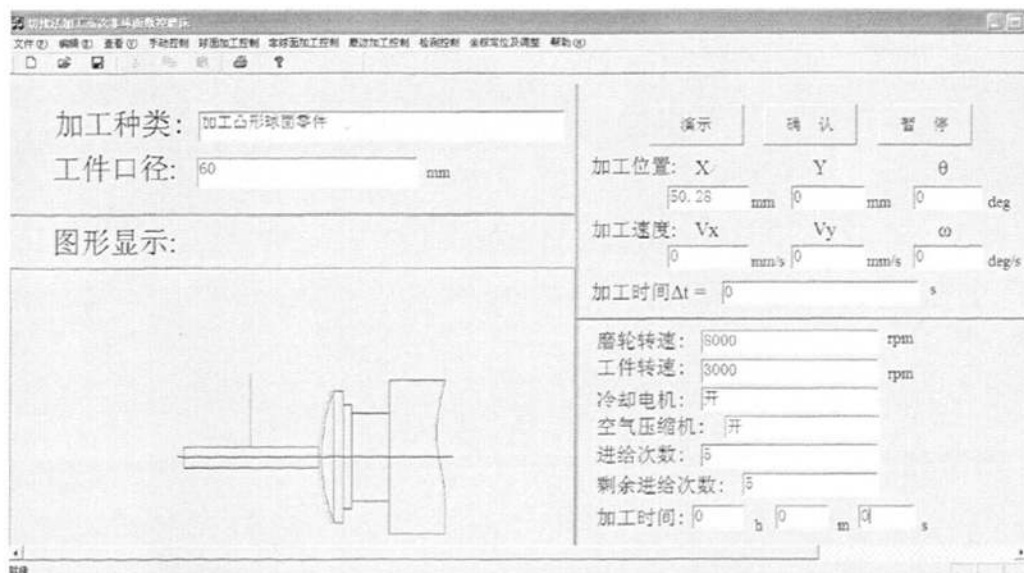


图 4.12 由球面加工参数设置界面返回到主控制界面(凸形工件)

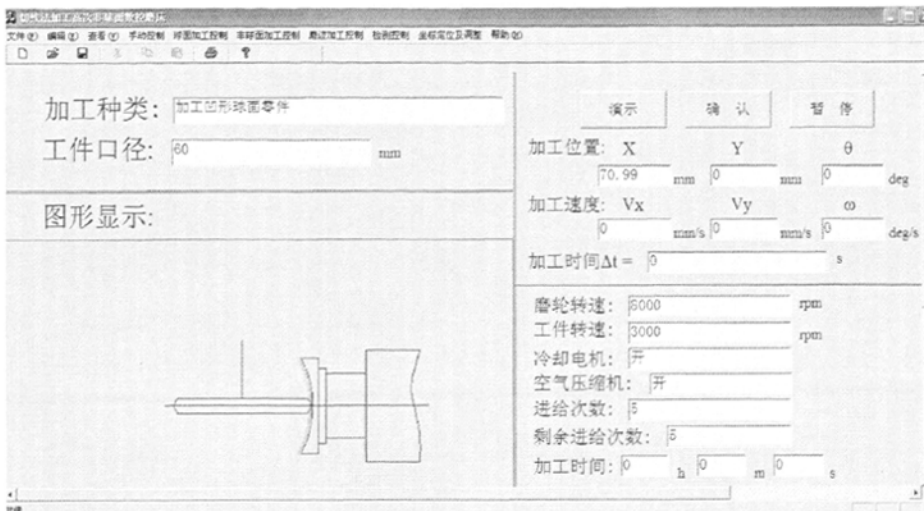


图 4.13 由球面加工参数设置界面返回到主控制界面(凹形工件)

4.2.6 磨边加工控制模块设计

磨边加工控制模块设计的目的是实现非球面光学零件边缘的磨削。实际操作时，当点击主控制菜单上的磨边加工控制菜单后，弹出磨边加工控制对话框，如图 4.14 所示，此对话框的主要功能是完成本次对磨边加工参数的设置及保存，以备本次和下次加工使用，还可以通过文件形式直接取出上次加工保存的磨边设置参数供本次加工使用。设置完磨边加工参数后点击启动按钮开始进行磨边加工，并实时观测加工状态，其工作流程见图 4.15。

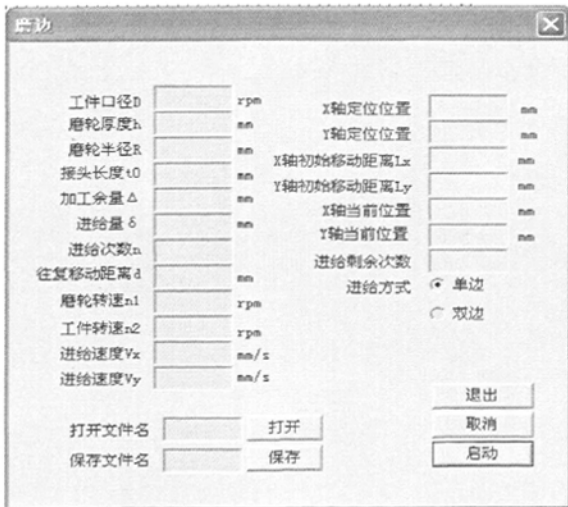


图 4.14 磨边加工控制界面

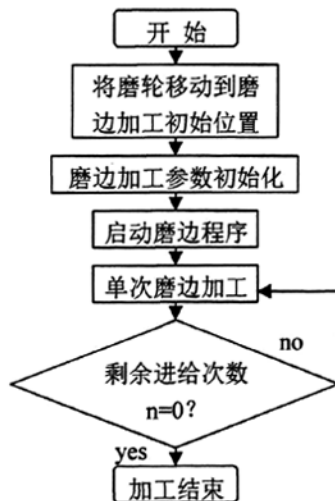


图 4.15 磨边加工控制工作流程

4.2.7 坐标定位及调整控制模块设计

坐标定位及调整控制模块设计的目的是对机床各坐标轴的定位基准进行调整。实际操作时，当点击主菜单上的坐标定位及调整菜单后，弹出基准调整控制界面，如图

4.16 所示, 此时依据当前坐标位置输入修正值, 完成对机床各坐标轴的基准调整工作。

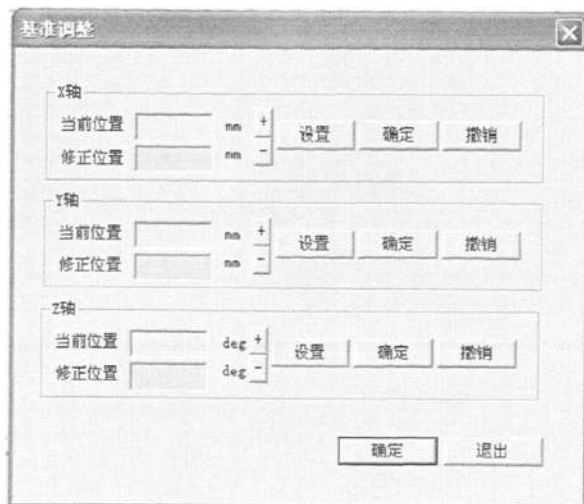


图 4.16 基准调整控制界面

4.3 预期运动轨迹规划

预期运动轨迹规划在非球面加工的控制中具有重要的作用, 直接影响着运动轨迹控制的准确性。预期运动轨迹规划就是根据轨迹控制要求, 计算出预期运动轨迹上给定点的位移、速度等运动控制参数, 为运动程序的编制做准备。

由第二章计算可知, 加工非球面的运动控制轨迹是磨轮中心的运动轨迹, 其预期运动轨迹的控制参数计算公式见表 2-1, 计算流程如图 4.17 所示。

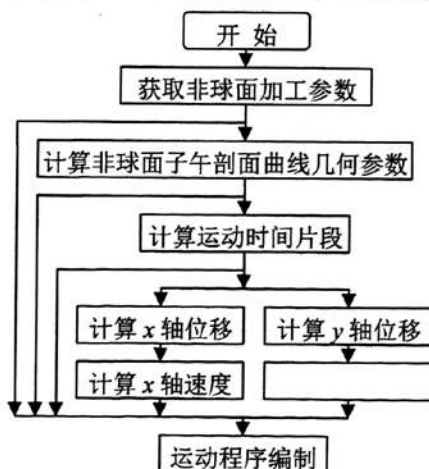


图 4.17 预期运动轨迹规划计算流程

4.4 UMAC 运动程序设计

UMAC 可以一次编写多达 256 个运动程序, 多个运动程序的组合可以实现复杂的轨迹运动, 而且单个运动程序块有利于管理和调用。运动程序存放在控制卡的程序缓冲区中, 需要发送相应指令才能执行。运动程序主要用于实现伺服轴的实时快速控制。

4.4.1 运动程序结构

UMAC 运动程序类似于 BASIC 等高级语言，有自己的编程语法，不用区分大小写，程序编制灵活方便。编制好的运动程序通过编译器编译成控制卡能够识别的二进制文件下载到 UMAC 中，发送程序执行指令开始运行。

(1) 运动程序基本框架

UMAC 运动程序基本框架包括两部分，第一部分为初始化，主要进行坐标系、电机的定义，以及用户单位的设置；第二部分为程序主体，主要包括运动模式、运动指令、变量的使用等。例程如下：

```
*****初始化*****  
&1 ;定义坐标系1  
CLOSE ;确定所有缓冲是闭合的  
#1->1000X ;定义1号电机为X轴,1000个脉冲对应1cm  
*****运动程序主体*****  
OPEN PROG 1 ;打开程序1缓冲区  
CLEAR ;清除缓冲区  
LINEAR ;模式指令,线性插值运动模式  
INC ;增量模式-移动指定的距离  
TA500 ;1/2 sec (500 msec) 加速时间  
TS250 ;1/4 sec在每个一半的S形曲线  
P1=0 ;初始化一个循环计数器变量  
WHILE (P1<10) ;循环开始,直到条件为假结束  
X10 ;移动X轴10 cm (=10,000 cts)  
DWEELL500 ;延时1/2 sec  
X-10 ;移动X轴负10cm  
DWEELL500 ;延时1 / 2秒  
P1=P1+1 ;增量循环计数器  
ENDWHILE ;循环结束  
CLOSE ;关闭缓冲区-程序结束
```

(2) 指令

运动程序指令主要包括模态指令、运动指令、控制指令、辅助指令等几种类型，其中，大部分指令为在线指令。

运动模式指令：用来决定以何种方法产生插补轨迹，即指定轨迹运动模式。如 linear 表明做直线插补运动、circle 表明做圆弧插补运动、pvt 表明做厄米特样条插补运动——位置速度时间模式、spline 表明做三次样条插补运动等；

进给运动指令：由表示运动轴的单个字母和表示进给量的数字组成。如例程中 X10 表示 X 轴走 10 个用户设定单位；

结构控制指令：主要用于控制程序执行时的流向。如循环、条件、转移等指令；

其它指令：对运动程序起辅助作用的常用指令。如 inc 表示以增量模式实现轨迹运动、abs 表示以绝对模式实现轨迹运动、dwell 表示延时等待等。

(3) 变量

UMAC 使用的变量有 I、P、Q、M 四种类型，主要用于程序中的初始化、计算及控制。

I 变量主要完成控制卡功能的各种设置，也称为初始化变量，这些变量的意义是预先定义好的，它们的存储位置也是固定的，从 I0~I1023 共 1024 个，根据数控系统的要求可自行改正其中的变量值以满足性能需要。

P 变量主要用于编程中的计算，是全局用户变量，它们没有预先定义用途，从 P0~P1023 共 1024 个。所有的坐标系都能读写同一个 P 变量，这就允许在不同的坐标系间传递有用的信息，P 变量在程序中可任意被定义为：位置、距离、时间、模式、角度、中间计算等。

Q 变量也是用户全局变量，与 P 变量基本相同，但每个 Q 变量与使用它的坐标系有关，同一个 Q 变量在不同的坐标系中占用不同的地址，而在 UMAC 的同一个地址，在不同的坐标系对应不同的 Q 变量。

M 变量用于访问内存地址和 I/O 地址，没有预先定义的含义，从 M0~M1023 共 1024 个。用户必须通过定义 M 变量的地址来访问 UMAC 的地址，如 M1→Y: \$FFC2, 8, 1 表示用 M1 来读取 Y 内存中地址为 \$FFC2 中的第 8 位内容^[34]。

4.4.2 运动模式的选择

由于非球面加工的实际控制轨迹是磨轮中心运动的轨迹曲线，这是一个样条曲线，按照数控系统当前的插补插值模式，有 spliine 和 PVT 两种。其中，spliine 模式主要用于完成自由性曲线的轨迹插补；PVT 可以对运动轨迹曲线实现更直接的控制，这正是我们所需要的控制方式。两者采用的数学理论分别是三次 B 样条插值和三次厄米特 (Hermite) 样条插值。

(1) 数学基础

PVT 运动模式是 UMAC 运动控制器内嵌的一种精插补算法，又称为位置-速度-时间运动模式，其数学基础是分段三次厄米特插值拟合，即每段三次厄米特曲线由该段两个端点位置坐标和端点速度作为初始条件，可以得到一条关于时间 t 的 3 次函数曲线段 $P(t)$ 来逼近真实轨迹。在我们的设计中， x 、 y 轴的运动分别是关于时间 t 的 2 次和 1 次曲线，因此采用 PVT 插补算法能够很好的拟合出 x 、 y 轴的控制轨迹。显然，每段三次厄米特曲线是时间 t 的 3 次位置曲线函数，求导后是时间 t 的 2 次速度曲线函数，再次求导后是时间 t 的 1 次加速度曲线函数，这保证了速度曲线的连续变化，使速度控制更加平稳。

(2) 控制方式

简单的说，PVT 控制方式是根据被控轨迹节点位置(P)、速度(V)、相邻节点间时间片段(T)等参数实现轨迹运动控制的，这些参数是依据高次非球面子午剖面曲线计算

生成的初始列表文件，从这个列表文件取出一组 PVT 参数后，按照运动程序自动走出一个位置轨迹曲线，并有相应的速度曲线和加速度曲线对应，并且可以设定加速时间 (TA) 和运动时间 (T) 值相等来得到全程加速度的曲线(对于 x 轴)。程序片段举例如下：

```

INC           ;增量模式，用距离指定运动
PVT200       ;进入 PVT 运动模式，运动时间 200ms
X100: 1500   ;以 1500 单位/秒终点的速度平移 100 个单位长
PVT100       ;进入 PVT 运动模式，运动时间 100ms
X500: 3000   ;以 3000 单位/秒终点的速度平移 500 个单位长
    
```

(3) 加减速控制^[35]

所谓加减速控制是插补算法中的一项关键技术。由于数控系统存在电气和机械惯性，使得进给运动的速度不能突变，否则会产生冲击、振荡、超程或失步等动态误差，降低系统的精度甚至损坏机床。因此，为避免进给轴加减速超限等状况的出现，都需要对原轨迹进行加减速处理。一个合理的加减速控制方法至少应满足：速度逐渐增加或减少，位置不产生超调；在加减速过程结束后，应保证实际位置与指令位置一致，不影响系统定位精度；具有较快的速度响应。

UMAC 自带的 PVT 插补模式采用前加减速控制，在轨迹速度有较大改变时，包括突变或超出电机加速能力的连续改变，对插补离散点瞬时速度变化曲线进行限制。因此，在编制运动程序时最少要输入 4 个节点进行提前运算，如图 4.18 所示，保证了实际加工中速度曲线在节点处不出现拐点，使位置曲线光滑过渡，同时也能够减小或消除位置跟随误差，这是一种先进的前瞻控制算法。

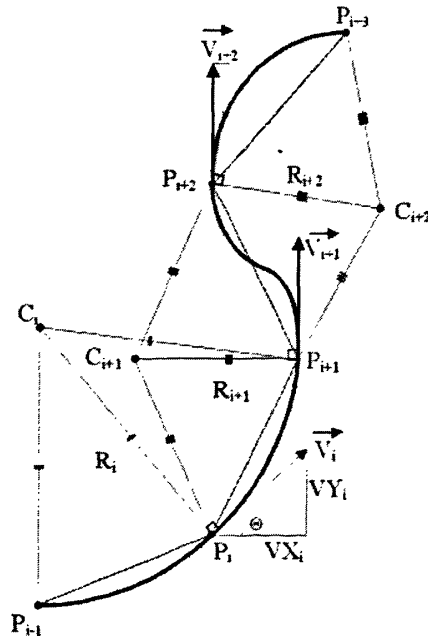


图 4.18 UMAC 系统 PVT 加减速前瞻控制示意图

4.4.3 电子凸轮算法

由于切线回转法加工高次非球面数控系统是一个三轴联动控制系统，虽然提高单轴的控制精度可以有效减小系统跟随误差，但三轴联动的同步问题更是保证合成轨迹精度的关键。而且，UMAC 的 PVT 插补算法时间 T 的设置值是毫秒数量级，由仿真计算可知，对非球面子午剖面曲线进行 100 分割时，所得的时间片段 T 已经在 0.1 毫秒数量级，因此，在 PVT 编程过程中不能直接使用计算的 T 值。为解决上述问题，本设计采用 UMAC 运动控制器的电子凸轮算法，在 PVT 程序中使用外部时基来代替计算的 T 值，使时间设定可以达到微秒级。同时，以摆动轴作为时间基轴，x、y 轴跟随其同步联动。

电子凸轮的时基控制是一种与独立轴同步协调的复杂方法，设计中将 z 轴作为时间基轴，通过已知加工条件设定时间基数，按照基轴运动产生的脉冲数完成三轴同步动作，即基轴旋转运动产生 n 个脉冲，x、y 轴跟随基轴运动 n 个脉冲对应的时间，因为超精密数控系统的脉冲周期是微秒级，所以能够满足 PVT 编程时运动时间片的设置。这种时基控制是使“时间”同基轴转过的距离成比例，而不是通过语言表达成“时间”的函数，从而完成三轴位置协调同步。时基控制既没有改变伺服周期的时间，也没有改变控制系统的动态性能，只是把轨迹控制定义成基轴位置的函数，所以运动轨迹没有发生变化^[34]。

4.4.4 运动程序实现方法

目前实现运动程序编制的方法有很多种，针对切线回转法加工高次非球面轨迹成形控制理论，本设计选用参数化运动程序的编制方法。即首先按照已知非球面子午剖面曲线方程编写 UMAC 控制器专用参数化 PVT 运动控制程序，下载到 UMAC 控制器中，然后将计算所得运动轨迹的控制参数提取出来，经过仿真验证无误后，传送给 UMAC 控制器，并进行参数校验，保证参数的正确性。然后发送运行指令，由 UMAC 中的参数化运动程序取出控制参数完成轨迹成形，流程如图 4.19 所示。

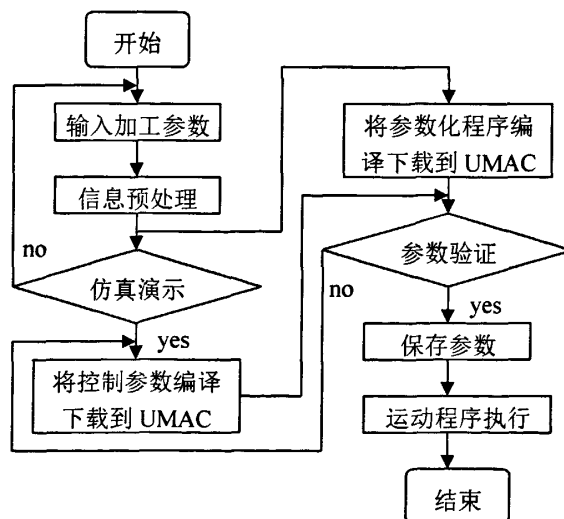


图 4.19 参数化运动程序工作流程

此种参数化程序设计方法的控制参数和程序分别编译，通过变量实现参数的提取与控制，使得程序设计更加灵活方便，可移植性好，降低了程序设计的复杂性。控制参数等繁琐计算均在 PC 预处理阶段完成，减少了实时控制过程中的运算量，使得程序运行稳定可靠，实时性好。

4.4.5 PC 与 UMAC 的通讯

PC 机与 UMAC 之间的通讯是通过在 VC++6.0 编程环境下调用 UMAC 自带的动态链接库 Pcomm32.DLL 中的功能函数来实现的。

Pcomm32.DLL 是一个由 200 多个功能函数组成的动态链接库，这些功能函数包括了 PC 机和 UMAC 进行通讯用到的所有功能。利用 Visual C++调用这些函数就可以轻松的完成 PC 机和 UMAC 之间的数据交换，实现对机床的控制。开始连接时，应用程序首先通过调用函数 LoadLibrary() 和 GetProcAddress() 来连接到 PComm32.dll 动态链接库，然后通过调用功能函数 OpenPmacDevice() 完成 UMAC 通信的初始化，此时所有其他在动态链接库里面的函数就都可以被调用了，需要完成哪一种功能，调用相应的函数即可。当应用程序关闭的时候，通过调用函数 ClosePmacDevice() 就可以关闭驱动程序 PComm32PR0。

本章小结

本章根据 PC+NC 数控系统硬件构成和加工工艺要求，进行了数控应用软件设计，软件设计方案由上、下位机两部分组成，上位机软件系统采用 Microsoft Visual C++ 6.0 开发环境进行设计，下位机软件系统采用 UMAC 的 PVT 插补算法和电子凸轮算法来实现。主要论述人机交互功能模块设计(包括启动显示、手动控制、球面加工控制、非球面加工控制、磨边加工控制、检测控制、坐标定位及调整等控制模块)、预期运动轨迹规划、UMAC 运动程序设计(包括运动程序的组成结构、运动模式的选择、电子凸轮算法、运动程序的实现方法以及 PC 机与 UMAC 通讯的实现方法)等内容。

第五章 切线回转法加工高次非球面光学零件轨迹成形控制实例仿真

如图 5.1 所示, 已知, 双侧凸形非球面工件口径 $D = \phi 44_{-0.025}^{-0.0} \text{ mm}$, 两曲面中心厚度为 $16.88 \pm 0.02 \text{ mm}$, 两曲面边缘间距 3.69 mm 。高次非球面子午剖面曲线方程形式如下:

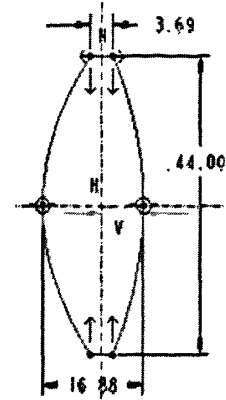


图 5.1 实际非球面工件

$$x = \frac{y^2}{R_0 \left(1 + \sqrt{1 - \frac{(K+1)y^2}{R_0^2}} \right)} + Ay^4 + By^6 + Cy^8 + Dy^{10}$$

其中, 方程系数见表 5-1。设磨轮半径 R 为 40 mm , 摆动轴角速度 $\omega_m = 2 \text{ rpm} = 12 \text{ deg/s}$ 。

表 5-1 实际非球面子午剖面曲线方程系数

	R_0	K	A	B	C	D
非球面 1	23.87	-0.606 1103	1.078 460 4e-06	-1.343 845 6e-09	0	0
非球面 2	86.7	-41.927 56				

5.1 轨迹成形控制参数计算

以加工非球面 1 为例运用 2.3 节推导的数学模型进行仿真计算如下:

5.1.1 非球面子午剖面曲线几何参数 θ_i 、 ξ_i 和 ρ_i

根据 2.3 节推导的数学模型将 y_{\max} , 即 $\frac{D}{2} = 22$ 等分 $n = 100$ 份进行编程计算, 得出非球面子午剖面曲线几何参数 ξ_i 、 θ_i 、 ρ_i 的数值, 运用 MATLAB 软件将 ξ_i 、 θ_i 、 ρ_i 变化曲线绘制在图 5.2 中。

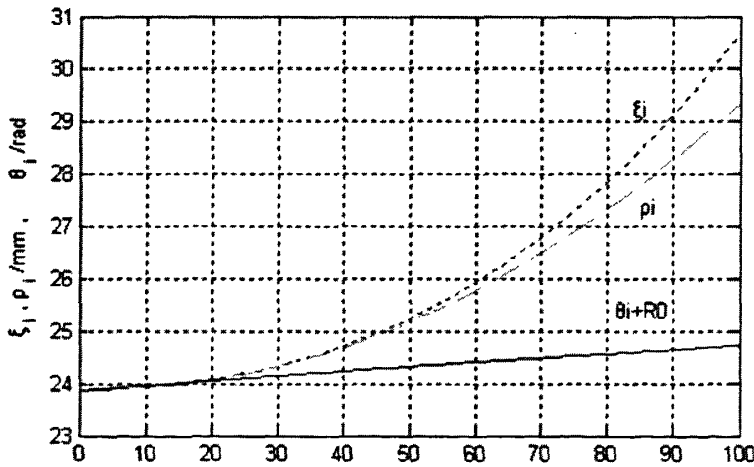


图 5.2 ξ_i 、 θ_i 、 ρ_i 变化曲线对比图

由图 5.2 进行比较可知, ξ_i 与 ρ_i 曲线均呈现单调上升变化, 且曲线斜率逐渐增大, 在曲线开始阶段两曲线接近重合, 随着 i 的增大 ξ_i 较 ρ_i 增加明显, 这是由非球面子午剖面曲线方程决定的, 二者变化趋势基本相同, 近似抛物线变化; θ_i 曲线近似呈线性递增变化趋势, 曲线斜率逐渐减小。(注: 这里为看图清晰将 θ_i 向上平移 R_0 单位, R_0 为顶点曲率半径)。

ξ_i 、 θ_i 、 ρ_i 的变化合成了非球面子午剖面曲线, 但是直接对 ξ_i 、 θ_i 、 ρ_i 进行控制不太容易, 即要在同一时间内实现工件轴直线进给 $\Delta\xi_i$ 、旋转进给 $\Delta\theta_i$ 、磨轮轴直线进给 $\Delta\rho_i$ 才能实现, 对控制系统精度和机床结构要求较高。为此将对 ξ_i 、 θ_i 、 ρ_i 的控制, 转化为对磨轮的控制, 即磨轮中心沿 x 轴和 y 轴移动 Δx_{mi} 、 Δy_{mi} 线位移的同时, 磨轮绕磨轮中心旋转 $\Delta\theta_{mi}$ 角位移。

5.1.2 磨轮中心点运动位置参数 θ_{mi} 、 x_{mi} 、 y_{mi} 的计算

(1) 计算 θ_{mi}

因为 $\theta_{mi} = \theta_i$, 所以 θ_{mi} 的变化规律同 5.1.1 节 θ_i 的变化规律相同。

(2) 计算 x_{mi}

计算公式, $\Delta x_{m(i+1)} = [(\rho_i + R) \cos \theta_i + \Delta \xi_{i+1}] - (\rho_{i+1} + R) \cos \theta_{i+1}$

$$x_i = x_{i-1} + \Delta x_i$$

编程计算得磨轮中心沿 x 方向增量 Δx_{mi} 数据并用 MATLAB 绘制增量 Δx_{mi} 变化曲线如图 5.3 所示, 可见, 随着 i 的增加, 磨轮中心 x 方向增量 Δx_{mi} 成单调上升变化, 且斜率逐渐减小, 其数值变化见表 5-2。 Δx_{mi} 的最小值为 $\Delta x_{m1} = 0.002713 \text{ mm}$, 最大值为 $\Delta x_{m100} = 0.461122 \text{ mm}$ 。

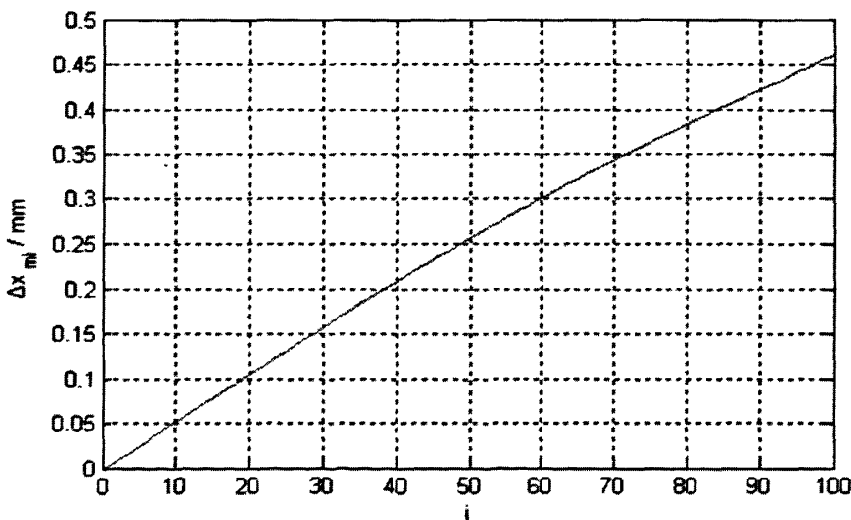


图 5.3 磨轮中心沿 x 方向增量 Δx_{mi} 变化曲线

表 5-2 Δx_{mi} 随 i 变化数表 ($\Delta x_{m1} = 0.002713mm$)

i	10	20	30	40	50
$\Delta x_{mi}(mm)$	0.051461	0.105084	0.157527	0.208107	0.256180
i	60	70	80	90	100
$\Delta x_{mi}(mm)$	0.301305	0.343447	0.383152	0.421679	0.461122

编程计算得磨轮中心沿 x 方向位移 x_{mi} 数据并用 MATLAB 绘制位移 x_{mi} 变化曲线如图 5.4 所示, 可见, 随着 i 的增加, 磨轮中心 x 方向位移 x_{mi} 成单调上升变化, 且斜率逐渐增大, 变化规律呈近似抛物线变化, 其数值变化见表 5-3。 x_{mi} 的最小值为 $x_{m0} = 0.000000mm$, 最大值为 $x_{m100} = 24.814513mm$ 。

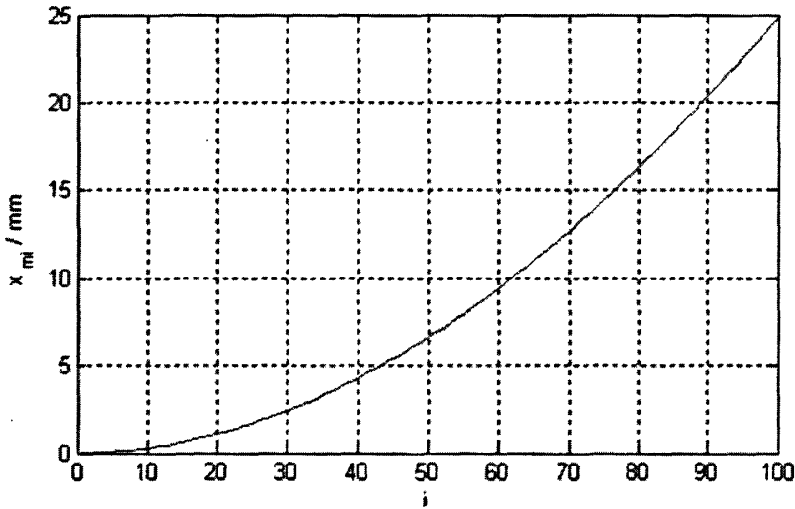


图 5.4 磨轮中心 x 方向位移 x_{mi} 变化曲线

表 5-3 x_{mi} 随 i 变化数表 ($x_{m1} = 0.002713mm$)

i	10	20	30	40	50
$x_{mi}(mm)$	0.271038	1.081279	2.421809	4.277089	6.624857
i	60	70	80	90	100
$x_{mi}(mm)$	9.437366	12.684533	16.338989	20.382655	24.814513

(3) 计算 y_{mi}

计算公式, $\Delta y_{m(i+1)} = (\rho_{i+1} + R) \sin \theta_{i+1} - (\rho_i + R) \sin \theta_i$

$$y_i = y_{i-1} + \Delta y_i$$

编程计算得磨轮中心沿 y 方向增量 Δy_{mi} 数据并用 MATLAB 绘制增量 Δy_{mi} 变化曲线如图 5.5 所示, 可见, 随着 i 的增加, 磨轮中心 y 方向增量 Δy_{mi} 成单调下降变化, 且斜率逐渐减小, 其数值变化见表 5-4。 Δy_{mi} 的最小值为 $\Delta y_{m100} = 0.409475mm$, 最大值为 $\Delta y_{m1} = 0.588656mm$ 。

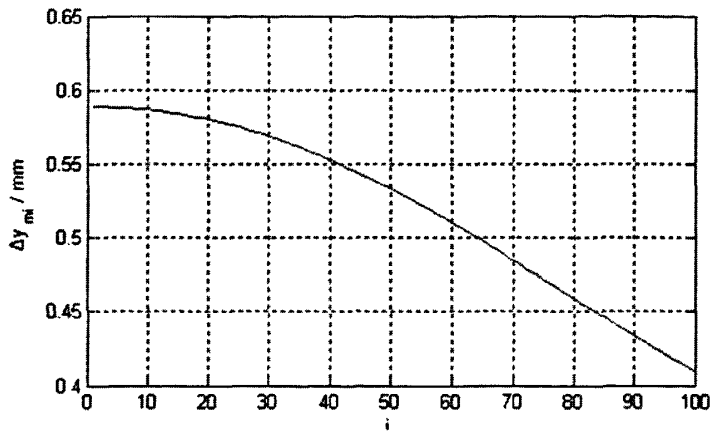


图 5.5 磨轮中心 y 方向增量 Δy_{mi} 变化曲线

表 5-4 Δy_{mi} 随 i 变化数表 ($\Delta y_{m1} = 0.0588656\text{mm}$)

i	10	20	30	40	50
$\Delta y_{mi}(\text{mm})$	0.586588	0.579915	0.568644	0.552921	0.533161
i	60	70	80	90	100
$\Delta y_{mi}(\text{mm})$	0.510129	0.484921	0.458852	0.433286	0.409475

编程计算得磨轮中心沿 y 方向位置 y_{mi} 数据并用 MATLAB 绘制位置 y_{mi} 变化曲线如图 5.6 所示, 可见, 随着 i 的增加, 磨轮中心 y 方向位置 y_{mi} 成单调上升变化, 且斜率逐渐减小, 变化规律呈近似直线变化, 这是由于对 y 轴进行等分割造成的, 其数值变化见表 5-5。 y_{mi} 的最小值为 $y_{m0} = 0.000000\text{mm}$, 最大值为 $y_{m100} = 52.004053\text{mm}$ 。

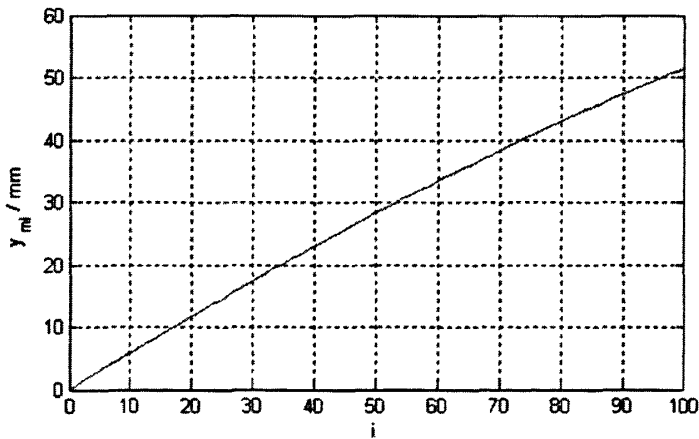


图 5.6 磨轮中心 y 方向位置 y_{mi} 变化曲线

表 5-5 y_{mi} 随 i 变化数表 ($y_{m1} = 0.588656\text{mm}$)

i	10	20	30	40	50
$y_{mi}(\text{mm})$	5.878980	11.711964	17.452887	23.056403	28.480007
i	60	70	80	90	100
$y_{mi}(\text{mm})$	33.687232	38.651147	43.357117	47.804065	52.004053

将 θ_{mi} 、 x_{mi} 、 y_{mi} 变化曲线绘制在图 5.7 中进行比较可知， x_{mi} 变化规律呈近似抛物线特性、 y_{mi} 变化规律呈近似直线特性(由 y 轴等分割决定)、 θ_{mi} 变化规律呈近似直线特性。 θ_{mi} 、 x_{mi} 、 y_{mi} 的合成轨迹形成了磨轮中心的运动轨迹，进而形成了非球面面形，(注：这里为看图清晰将 θ_m 放大 10 倍)。

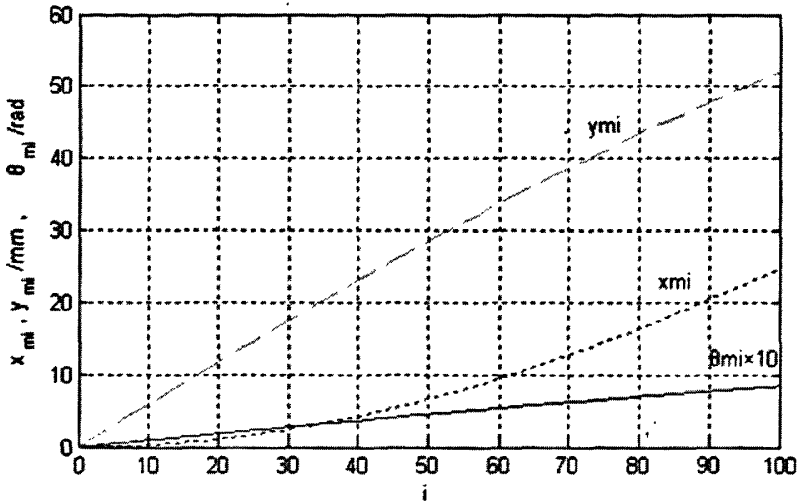


图 5.7 x_{mi} 、 θ_{mi} 、 y_{mi} 变化曲线对比图

为证明以上结论，将非球面子午剖面曲线+y 值进行 10 等分所得磨轮中心点运动轨迹与非球面子午剖面曲线绘制在图 5.8 中，可见，磨轮中心点的运动轨迹也是非球面轨迹，两曲线对应的分割点之间相差一个磨轮半径的长度。这表明了将非球面几何轨迹折算到磨轮中心几何轨迹上的正确性，以及以上计算推导过程的正确性。

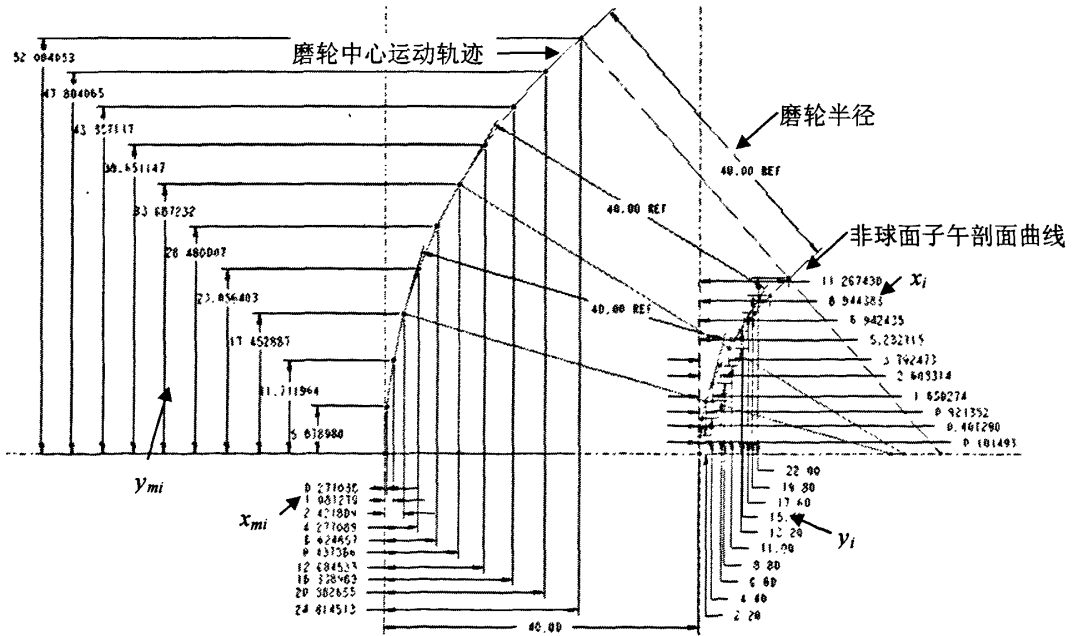


图 5.8 磨轮中心运动轨迹与非球面子午剖面曲线对比图

5.1.3 控制时间 Δt_i 计算

$$\Delta t_i = (\Delta \theta_{mi} \times 60) / (\omega_m \times 2\pi) \text{ s}$$

$$t_i = t_{i-1} + \Delta t_i, \quad t_0 = 0$$

其中, $i=1,2,\dots,100$ 。编程计算得 Δt_i 数据并用 MATLAB 绘制的 Δt_i 变化曲线如图 5.9 所示, Δt_i 单调递减变化。因为 $\Delta \theta_i$ 是非均匀变化, 所以 Δt_i 也是非均匀变化。其数值变化见表 5-6。 Δt_i 的最小值为 $\Delta t_{100} = 0.034\ 062\ \text{s}$, 最大值为 $\Delta t_1 = 0.044\ 006\ \text{s}$ 。

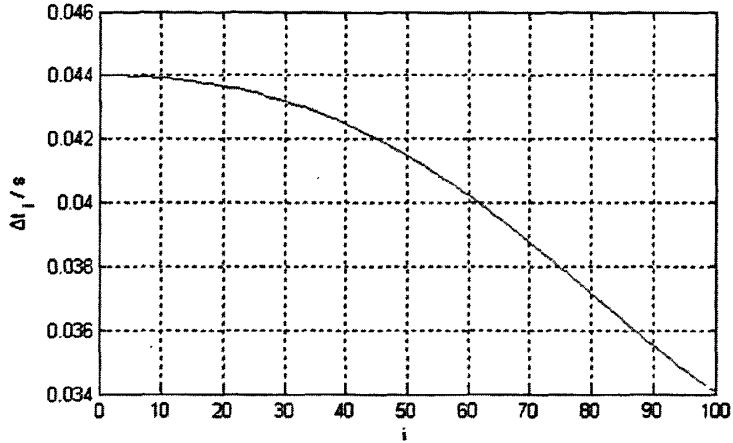


图 5.9 Δt_i 变化曲线

表 5-6 Δt_i 随 i 变化数表 ($\Delta t_1 = 0.044\ 006\ \text{s}$)

i	10	20	30	40	50
$\Delta t_i(\text{s})$	0.043 926	0.043 661	0.043 184	0.042 461	0.041 472
i	60	70	80	90	100
$\Delta t_i(\text{s})$	0.040 221	0.038 751	0.037 144	0.035 526	0.034 062

同理, t_i 变化曲线如图 5.10 所示, 呈单调上升变化趋势, 变化规律近似线性特性, 其数值变化见表 5-7。 t_i 的最小值为 $t_1 = 0.044\ 006\ \text{s}$, 最大大为 $t_{100} = 4.049\ 930\ \text{s}$ 。

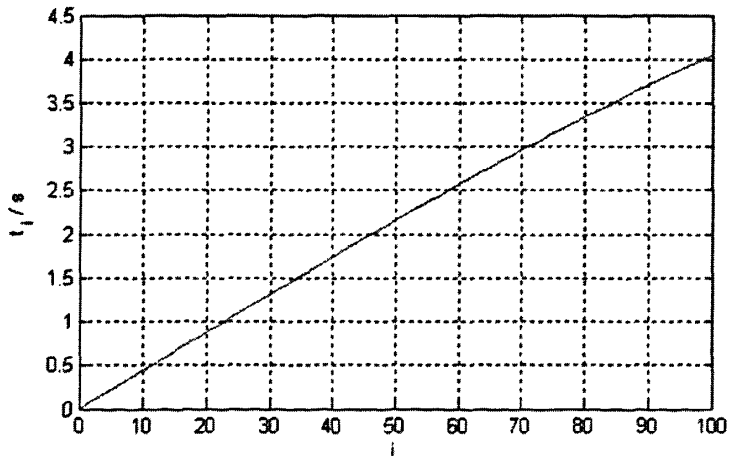


图 5.10 t_i 变化曲线

表 5-7 t_i 随 i 变化数表 ($t_1=0.044006s$)

i	10	20	30	40	50
$t_i(s)$	0.439767	0.877737	1.311913	1.739991	2.159386
i	60	70	80	90	100
$t_i(s)$	2.567433	2.961711	3.340445	3.702930	4.049930

由以上分析可绘制摆动轴角位移 θ_{mi} 、 x 轴位移 x_{mi} 、 y 轴位移 y_{mi} 随时间 t_i 的变化关系如图 5.11 所示(注: 这里为看图清晰, 将 θ_{mi} 放大 10 倍显示)。

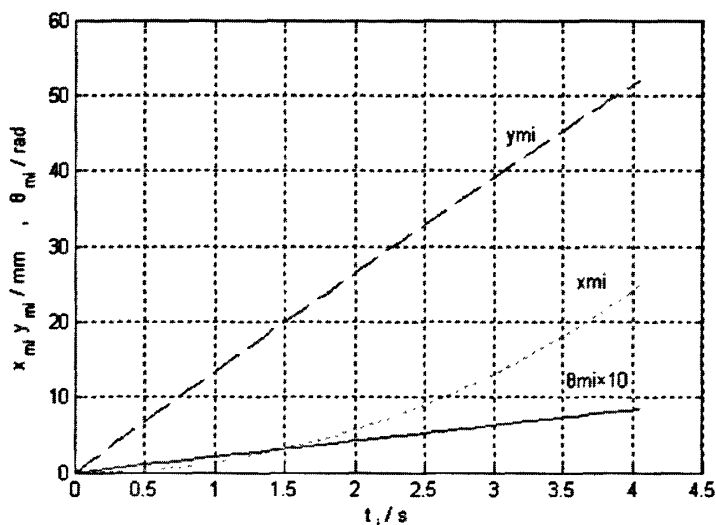


图 5.11 θ_{mi} 、 x_{mi} 和 y_{mi} 位移随时间 t_i 变化关系曲线

可见摆动轴匀速旋转, 其角位移随时间的变化规律呈线性特性, 较容易控制; x 轴位移 x_{mi} 随时间的变化规律呈近似抛物线特性, y 轴位移 y_{mi} 随时间的变化规律呈近似直线特性。 θ_{mi} 、 x_{mi} 、 y_{mi} 随时间的变化关系曲线的合成曲线就是磨轮中心的控制轨迹, 它是保证非球面面形精度、得到连续光滑非球面面形的关键。要想精确的控制 θ_{mi} 、 x_{mi} 、 y_{mi} 随时间的变化轨迹, 可以按照各自的运动规律来控制, 即用运动规律相同的轨迹去逼近理想轨迹。这里 θ_{mi} 曲线是用匀速运动规律进行控制、 x_{mi} 曲线用匀加速运动规律进行控制、 y_{mi} 曲线用匀速运动规律进行控制, 具体分析计算见 5.1.4 节。

5.1.4 运动控制速度、加速度计算

因为 z 轴以 ω_m 匀速旋转, 其速度变化规律是一条恒速直线, 所以这里只分析 x 轴和 y 轴的速度和加速度规律。令 x 轴速度和加速度为 v_{mxi} 、 a_{mxi} , y 轴速度为 v_{myi} , 则计算公式如下:

$$a_{mxi} = \frac{2(\Delta x_{mi} - v_{mx(i-1)}\Delta t_i)}{\Delta t_i^2}, \quad v_{mxi} = v_{mx(i-1)} + a_{mxi}\Delta t_i$$

$$v_{myi} = \frac{\Delta y_{mi}}{\Delta t_i}$$

其中, $i=1,2,\dots,100$, 编程计算得 x 、 y 轴各分割节点速度 v_{mxi} 、 v_{myi} 数据并用 MATLAB 绘制速度-时间曲线如图 5.12 所示。其数值变化见表 5-8、表 5-9。可见, x 轴做分段匀加速运动, 速度时间曲线单调上升; y 轴做分段匀速运动, 速度时间曲线单调下降, 但相邻速度变化不明显, 最大变化为 0.01mm/s 。

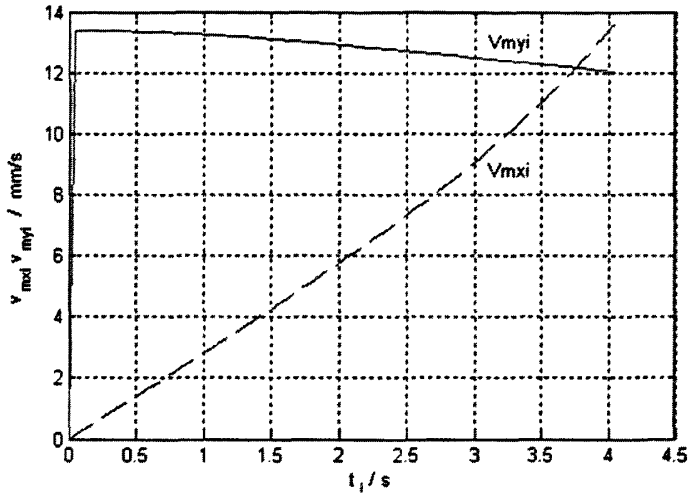


图 5.12 x 轴和 y 轴速度随时间变化曲线

表 5-8 v_{mxi} 随 t_i 变化数表 ($v_{mxi}=0.123\ 289\ \text{mm/s}$)

$t_i(\text{s})$	t_{10}	t_{20}	t_{30}	t_{40}	t_{50}
$v_{mxi}(\text{mm/s})$	1.233 211	2.468 666	3.710 119	4.964 236	6.241 751
t_i/s	t_{60}	t_{70}	t_{80}	t_{90}	t_{100}
$v_{mxi}(\text{mm/s})$	7.558 140	8.933 433	10.390 422	11.950 241	13.623 918

表 5-9 v_{myi} 随 t_i 变化数表 ($v_{myi}=13.376\ 816\ \text{mm/s}$)

$t_i(\text{s})$	t_{10}	t_{20}	t_{30}	t_{40}	t_{50}
$v_{myi}(\text{mm/s})$	13.353 866	13.282 078	13.168 000	13.021 792	12.855 874
t_i/s	t_{60}	t_{70}	t_{80}	t_{90}	t_{100}
$v_{myi}(\text{mm/s})$	12.683 039	12.513 897	12.353 438	12.196 429	12.021 463

编程计算得 x 轴各分割节点之间加速度 a_{mxi} 数据并用 MATLAB 绘制加速度变化曲线如图 5.13 所示, 可见, 随着 i 的增加, x 轴分割点之间加速度 a_{xi} 呈单调上升变化, 即在整个加工过程中 x 轴始终加速, 保证了节点速度连续和全程速度连续。其数值变化见表 5-10。 a_{mxi} 最小值为 $a_{mxi1} = 2.801\ 664\ \text{mm/s}^2$, 最大大为 $a_{mxi100} = 5.061\ 184\ \text{mm/s}^2$ 。

表 5-10 a_{mxi} 随 i 变化数表 ($a_{mxi1} = 2.801\ 664\ \text{mm/s}^2$)

i	10	20	30	40	50
$a_{mxi}(\text{mm/s}^2)$	2.808 741	2.833 963	2.884 801	2.973 337	3.115 514
i	60	70	80	90	100
$a_{mxi}(\text{mm/s}^2)$	3.329 782	3.634 078	4.038 949	4.533 507	5.061 184

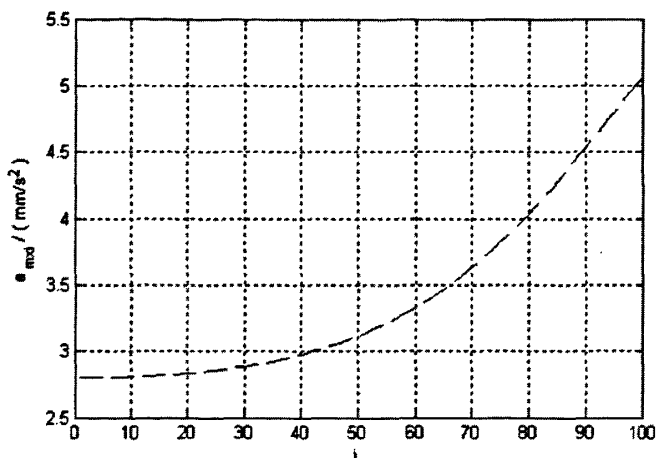


图 5.13 x 轴加速度变化曲线

以上位移、速度、加速度、时间等计算值可作为控制系统设计、程序编制、误差分析等环节的参考。

5.1.5 参数 D 、 ω_m 、 n 与 v_{mxi} 、 v_{myi} 、 a_{mxi} 的关系

由实验分析可知，在 ω_m 和 n 相同的条件下工件口径 D 越大， x 轴对应速度值越大， y 轴对应速度值越小， x 轴最大加速度越大；由表 5-11 可见， ω_m 和 D 相同的条件下， n 越大则 x 轴最低速度值越小，最高速度值基本不变， y 轴速度和 x 轴加速度范围受 n 的影响较小； n 和 D 相同的条件下， ω_m 越大则 x 轴和 y 轴对应速度也增大， x 轴对应加速度也增大，即速度和加速度受 ω_m 影响较大，因此有利于以摆动轴作为时间基准轴进行联动控制。理论上讲， n 越大，则控制精度越高，但加工效率会降低，且 n 的取值受到控制系统的时间分辨率和速度分辨率的限制； ω_m 越大，加工效率越高，但 $\Delta t_i = \Delta \theta_{mi} / \omega_m$ 会变小，即 ω_m 受控制系统的最小时间分辨率限制，所以 ω_m 不宜过大。一般 n 的取值应根据允许逼近误差确定， ω_m 的取值应结合控制系统的最小时间分辨率和驱动电机速度的最小分辨率等因素综合考虑。

表 5-11 ω_m 和 n 的取值对 v_{mxi} 、 v_{myi} 、 a_{mxi} 的影响

$\omega_m(\text{rpm})$	n	v_{mxi} (mm/s)	v_{myi} (mm/s)	a_{mxi} (mm/s ²)
0.05	100	0.002 519~ 0.338 710	0.334 420~ 0.300 537	0.001 431~ 0.003 149
	1 000	0.000 252~ 0.340 412	0.334 423~ 0.300 314	0.001 431~ 0.003 176
	10 000	0.000 025~ 0.340 583	0.334 423~ 0.300 292	0.001 431~ 0.003 179
0.1	100	0.005 038~ 0.677 420	0.668 841~ 0.601 073	0.005 725~ 0.012 596
	1 000	0.000 504~ 0.680 824	0.668 845~ 0.600 629	0.005 725~ 0.012 704
	10 000	0.000 050~ 0.681 165	0.668 845~ 0.600 584	0.005 725~ 0.012 715
1	100	0.050 384~ 6.774 201	6.688 408~ 6.010 732	0.572 466~ 1.259 618
	1 000	0.005 038~ 6.808 243	6.688 450~ 6.006 289	0.572 471~ 1.270 407
	10 000	0.000 504~ 6.811 651	6.688 451~ 6.005 841	0.572 471~ 1.271 490

5.2 x 轴理想轨迹和控制轨迹的关系

5.2.1 将非球面子午剖面曲线一分割

(1) 取 $\omega_m = 2rpm$, $n=1$, 每一分割段取描述该段曲线形状点的个数为 $j=4$ (包括端点), 若 x 轴从 x_{m0} 到 x_{m3} 做匀加速运动 $x'_m = \frac{1}{2}a_{mx}t^2$, 则计算公式如下:

$$x_{m0} = x'_{m0}$$

$$x_{m3} = x'_{m3} = \frac{1}{2}a_{mx}t_3^2 \Rightarrow a_{mx} = \frac{2x_{m3}}{t_3^2}$$

$$x'_{mi} = \frac{1}{2}a_{mx}t_i^2, (i=1, 2)$$

计算得 x 轴理想位移轨迹 x_{mi} 和控制位移轨迹 x'_{mi} 对比数据如表 5-12。 x 轴理想轨迹和控制轨迹的位移时间关系对比曲线如图 5.14 所示。

表 5-12 $n=1, j=4$ 时 x 轴理想轨迹 x_{mi} 和控制轨迹 x'_{mi} 对比关系数表

$x_{m0}(mm)$	$x_{m1}(mm)$	$x_{m2}(mm)$	$x_{m3}(mm)$
0.000 000	2.984 007	11.555 661	24.814 513
$t_0(s)$	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$
0.000 000	1.455 406	2.831 942	4.049 930
$x'_{m0}(mm)$	$x'_{m1}(mm)$	$x'_{m2}(mm)$	$x'_{m3}(mm)$
0.000 000	3.204 638	12.133 312	24.814 513

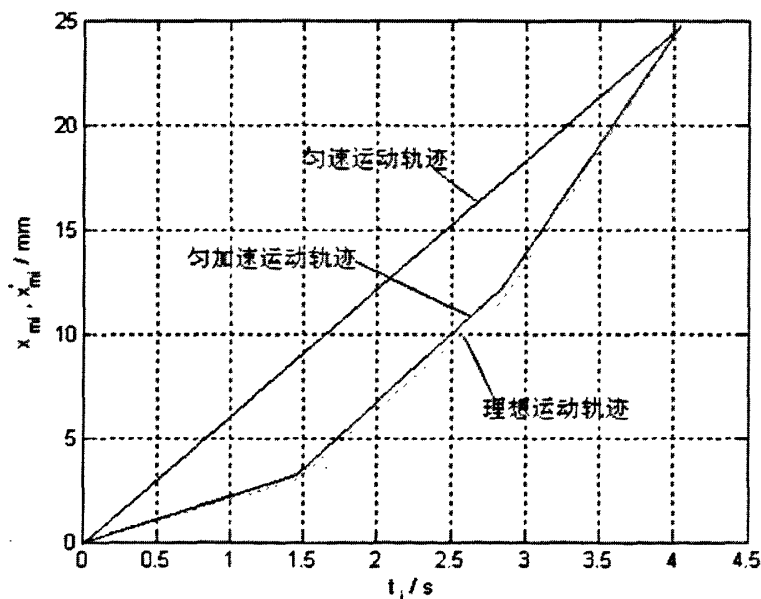


图 5.14 $n=1, j=4$ 时 x 轴理想轨迹与控制轨迹的位移时间关系曲线对比图

(2)取 $\omega_m = 2rpm$, $j = 7$, 若 x 轴从 x_{m0} 到 x_{m6} 做匀加速运动 $x'_m = \frac{1}{2} a_{mx} t^2$, 则计算公式如下:

$$x_{m0} = x'_{m0}$$

$$x_{m6} = x'_{m6} = \frac{1}{2} a_{mx} t_6^2 \Rightarrow a_{mx} = \frac{2x_{m6}}{t_6^2}$$

$$x'_{mi} = \frac{1}{2} a_{mx} t_i^2, (i=1, 2, 3, 4, 5)$$

计算得 x 轴理想位移轨迹 x_{mi} 和控制位移轨迹 x'_{mi} 对比数据如表 5-13。 x 轴理想轨迹和控制轨迹的位移时间关系对比曲线如图 5.15 所示。

表 5-13 $n=1, j=7$ 时 x 轴理想轨迹 x_{mi} 和控制轨迹 x'_{mi} 对比关系数表

$x_{m0}(mm)$	$x_{m1}(mm)$	$x_{m2}(mm)$	$x_{m3}(mm)$	$x_{m4}(mm)$	$x_{m5}(mm)$	$x_{m6}(mm)$
0.000 000	0.751 707	2.984 007	6.624 857	11.555 661	17.644 115	24.814 513
$t_0(s)$	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$	$t_4(s)$	$t_5(s)$	$t_6(s)$
0.000 000	0.732 064	1.455 406	2.159 386	2.831 942	3.463 075	4.049 930
$x'_{m0}(mm)$	$x'_{m1}(mm)$	$x'_{m2}(mm)$	$x'_{m3}(mm)$	$x'_{m4}(mm)$	$x'_{m5}(mm)$	$x'_{m6}(mm)$
0.000 000	0.810 791	3.204 638	7.054 581	12.133 312	18.144 059	24.814 513

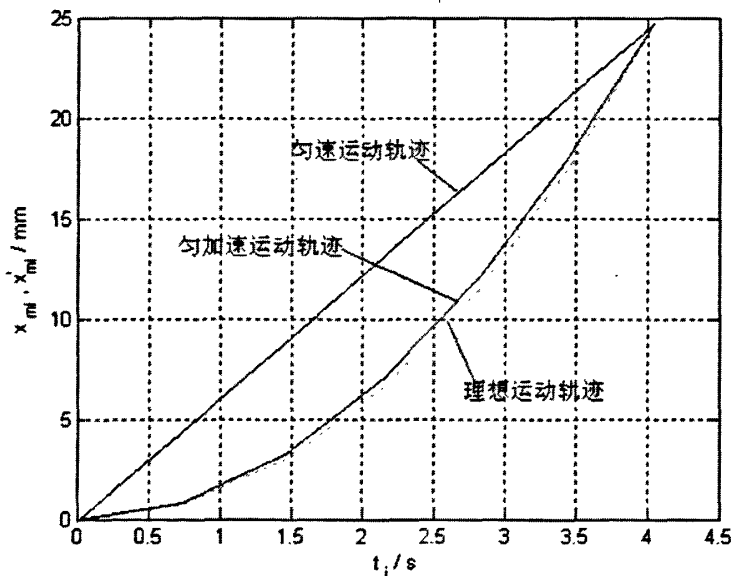


图 5.15 $n=1, j=7$ 时 x 轴理想轨迹与控制轨迹的位移时间关系曲线对比图

由 x 轴理想运动轨迹与控制轨迹的分析对比可知, 按照 x 轴的抛物线运动规律在相邻两分割点之间做匀加速运动的控制轨迹比做匀速运动的控制轨迹在控制精度上会提高十几倍甚至几十倍。以上分析数据是将非球面子午剖面曲线一分割所得到的计算结果, 当分割段数 n 的取值越大, 加工曲线上分割点的密化程度越高, 相邻两分割点之

间的匀加速运动的控制轨迹就越接近理想运动轨迹，且能够保证各分割点处速度连续。

由图 5.14 和图 5.15 可知， x 轴用匀加速控制轨迹来逼近理想轨迹的最大误差出现在相邻节点轨迹的中间部分，因此取相邻节点间两条轨迹的中间点之差作为该段最大逼近误差较合理，它与该段实际最大误差在一个数量级上。从表 5-13 中可知当分割份数 $n=1$ 时， x 轴的逼近误差近似为 $|x'_{m3} - x_{m3}| = 0.429\ 724\ mm$ 。

5.2.2 将非球面子午剖面曲线二分割

(1) 第一段

取 $\omega_m = 2rpm$ ， $n=2$ ， $j=7$ ，若 x 轴从 x_{m0} 到 x_{m6} 做匀加速运动 $x'_m = \frac{1}{2}a_{mx1}t^2$ ，则计算公式如下：

$$x_{m0} = x'_{m0}$$

$$x_{m6} = x'_{m6} = \frac{1}{2}a_{mx1}t_6^2 \Rightarrow a_{mx1} = \frac{2x_{m6}}{t_6^2}$$

$$x'_{mi} = \frac{1}{2}a_{mx1}t_i^2, \quad (i=1, 2, 3, 4, 5)$$

计算得 x 轴理想位移轨迹 x_{mi} 和控制位移轨迹 x'_{mi} 对比数据如表 5-14 所示。

表 5-14 $n=2$ ， $j=7$ 时第一段 x 轴理想轨迹 x_{mi} 和控制轨迹 x'_{mi} 对比关系数表

$x_{m0}(mm)$	$x_{m1}(mm)$	$x_{m2}(mm)$	$x_{m3}(mm)$	$x_{m4}(mm)$	$x_{m5}(mm)$	$x_{m6}(mm)$
0.000 000	0.188 271	0.751 707	1.686 068	2.984 007	4.634 877	6.624 857
$t_0(s)$	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$	$t_4(s)$	$t_5(s)$	$t_6(s)$
0.000 000	0.366 548	0.732 064	1.095 436	1.455 406	1.810 565	2.159 386
$x'_{m0}(mm)$	$x'_{m1}(mm)$	$x'_{m2}(mm)$	$x'_{m3}(mm)$	$x'_{m4}(mm)$	$x'_{m5}(mm)$	$x'_{m6}(mm)$
0.000 000	0.190 888	0.761 402	1.704 865	3.009 430	4.657 407	6.624 857

(2) 第二段

取 $j=7$ ，若 x 轴从 x_{m6} 到 x_{m12} 做匀加速运动 $x'_m = \frac{1}{2}a_{mx2}t^2 + v_{mx2}t$ ，其中第二段起始速度 $v_{mx2}=6.135870mm/s$ ，则计算公式如下：

$$x_{m6} = x'_{m6}$$

$$x_{m12} - x_{m6} = \frac{1}{2}a_{mx2}(t_{12} - t_6)^2 + v_{mx2}(t_{12} - t_6) \Rightarrow$$

$$a_{mx2} = 2 \times [(x_{m12} - x_{m6}) - v_{mx2}(t_{12} - t_6)] \div (t_{12} - t_6)^2$$

$$x'_{mi} - x_{m6} = \frac{1}{2}a_{mx2}(t_i - t_6)^2 + v_{mx2}(t_i - t_6), \quad (i=7, 8, 9, 10, 11)$$

计算得 x 轴理想位移轨迹 x_{mi} 和控制位移轨迹 x'_{mi} 对比数据如表 5-15 所示。

表 5-15 $n=2, j=7$ 时第二段 x 轴理想轨迹 x_{mi} 和控制轨迹 x_{mi}' 对比关系数表

$x_{m6}(mm)$	$x_{m7}(mm)$	$x_{m8}(mm)$	$x_{m9}(mm)$	$x_{m10}(mm)$	$x_{m11}(mm)$	$x_{m12}(mm)$
6.624 857	8.937 620	11.555 661	14.462 283	17.644 115	21.094 038	24.814 513
$x_{m6}-x_{m6}$	$x_{m7}-x_{m6}$	$x_{m8}-x_{m6}$	$x_{m9}-x_{m6}$	$x_{m10}-x_{m6}$	$x_{m11}-x_{m6}$	$x_{m12}-x_{m6}$
0	2.312 763	4.930 804	7.837 426	11.019 258	14.469 181	18.189 656
$t_6(s)$	$t_7(s)$	$t_8(s)$	$t_9(s)$	$t_{10}(s)$	$t_{11}(s)$	$t_{12}(s)$
2.159 386	2.500 322	2.831 942	3.153 095	3.463 075	3.761 793	4.049 930
t_6-t_6	t_7-t_6	t_8-t_6	t_9-t_6	$t_{10}-t_6$	$t_{11}-t_6$	$t_{12}-t_6$
0	0.340 936	0.672 556	0.993 709	1.303 689	1.602 407	1.890 544
$x_{m6}'(mm)$	$x_{m7}'(mm)$	$x_{m8}'(mm)$	$x_{m9}'(mm)$	$x_{m10}'(mm)$	$x_{m11}'(mm)$	$x_{m12}'(mm)$
6.624 857	8.931 098	11.585 518	14.542 661	17.757 614	21.190 995	24.814 513
$x_{m6}'-x_{m6}'$	$x_{m7}'-x_{m6}'$	$x_{m8}'-x_{m6}'$	$x_{m9}'-x_{m6}'$	$x_{m10}'-x_{m6}'$	$x_{m11}'-x_{m6}'$	$x_{m12}'-x_{m6}'$
0	2.306 241	4.960 661	7.917 804	11.132 757	14.566 138	18.189 656

(3) 二分割曲线后理想轨迹与控制轨迹关系

二分割曲线后理想轨迹与控制轨迹关系对比见图 5.16, 可见, 相邻节点之间做匀加速运动的轨迹与理想轨迹接近重合, 但从表 5-14、表 5-15 计算数据来看, 相邻节点中部仍存在误差, 第一段近似误差为 $|x'_{m3}-x_{m3}|=0.018797\text{ mm}$; 第二段近似误差为 $|x'_{m9}-x_{m9}|=0.080378\text{ mm}$ 。显然, 第二段逼近误差大于第一段逼近误差, 且将曲线进行二分割比一分割得到的逼近误差要小一个数量级。

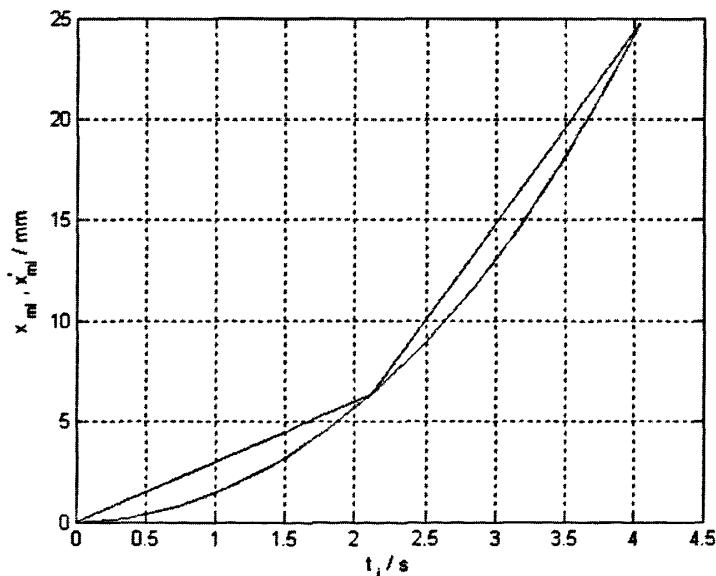


图 5.16 $n=2, j=7$ 时 x 轴理想轨迹与控制轨迹的位移时间关系曲线对比图

5.2.3 将非球面子午剖面曲线一百分割

由上分析可知，曲线分割份数 n 越大，则逼近误差越小，且曲线逼近误差最大值出现在最后分割段中。为进一步证实此结论的正确性，现对曲线进行一百分割 ($n=100$)，取第一段和第一百段分别计算如下，其计算过程同二分割。

(1) 第一段

取 $\omega_m = 2rpm$ ， $j = 7$ ，计算第一段 x 轴理想位移轨迹 x_{mi} 和控制位移轨迹 x_{mi}' 对比数据如表 5-16，可见，第一段近似误差为 $|x_{m3}' - x_{m3}| = 0 \text{ mm}$ ，即 x 轴理想位移轨迹和控制位移轨迹之间完全重合，没有逼近误差，轨迹曲线对比见图 5.17。

表 5-16 $n=100$ ， $j=7$ 时第一段 x 轴理想轨迹 x_{mi} 和控制轨迹 x_{mi}' 对比关系数表

$x_{m0}(mm)$	$x_{m1}(mm)$	$x_{m2}(mm)$	$x_{m3}(mm)$	$x_{m4}(mm)$	$x_{m5}(mm)$	$x_{m6}(mm)$
0.000 000	0.000 075	0.000 301	0.000 678	0.001 206	0.001 884	0.002 713
$t_0(s)$	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$	$t_4(s)$	$t_5(s)$	$t_6(s)$
0.000 000	0.007 334	0.014 669	0.022 003	0.029 337	0.036 671	0.044 006
$x_{m0}'(mm)$	$x_{m1}'(mm)$	$x_{m2}'(mm)$	$x_{m3}'(mm)$	$x_{m4}'(mm)$	$x_{m5}'(mm)$	$x_{m6}'(mm)$
0.000 000	0.000 075	0.000 301	0.000 678	0.001 206	0.001 884	0.002 713

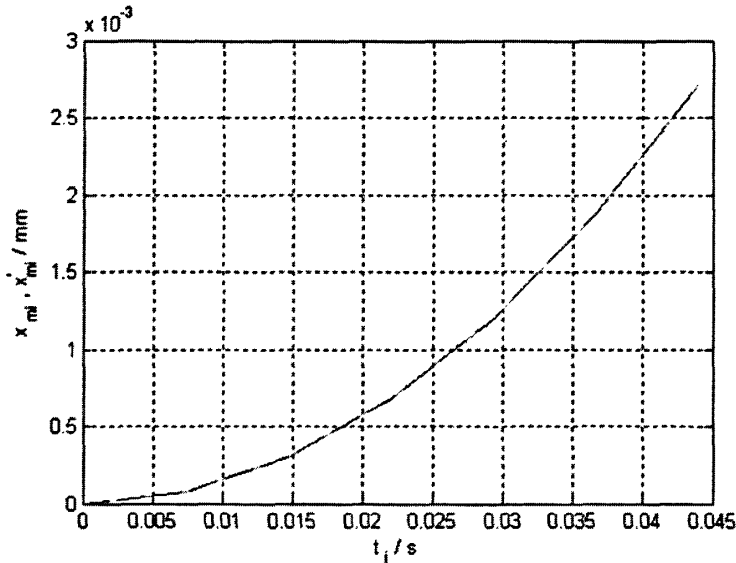


图 5.17 $n=100$ ， $j=7$ 时第一段 x 轴理想轨迹与控制轨迹的位移时间关系曲线对比图

(2) 第一百段

取 $\omega_m = 2rpm$ ， $j = 7$ ，计算第一百段 x 轴理想位移轨迹 x_{mi} 和控制位移轨迹 x_{mi}' 对比数据如表 5-17 (注：为清晰起见，直接取第一百段的 0~6 这 7 个点的数据进行分析)，可见，第一百段近似误差为 $|x_{m3}' - x_{m3}| = 0.000003 \text{ mm}$ ，显然逼近误差在 nm 数量级，即 x 轴理想位移轨迹和控制位移轨迹之间非常接近，逼近误差只有 $3nm$ ，轨迹曲线对比见图 5.18。

表 5-17 $n=100$, $j=7$ 时第一百段 x 轴理想轨迹 x_{mi} 和控制轨迹 x_{mi}' 对比关系数表

$x_{m0}(mm)$	$x_{m1}(mm)$	$x_{m2}(mm)$	$x_{m3}(mm)$	$x_{m4}(mm)$	$x_{m5}(mm)$	$x_{m6}(mm)$
24.353 391	24.429 961	24.506 645	24.583 441	24.660 352	24.737 375	24.814 513
$x_{m0} - x_{m0}$	$x_{m1} - x_{m0}$	$x_{m2} - x_{m0}$	$x_{m3} - x_{m0}$	$x_{m4} - x_{m0}$	$x_{m5} - x_{m0}$	$x_{m6} - x_{m0}$
0	0.076 570	0.153 254	0.230 050	0.306 961	0.383 984	0.461 122
$t_0(s)$	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$	$t_4(s)$	$t_5(s)$	$t_6(s)$
4.015 868	4.021 554	4.027 236	4.032 915	4.038 590	4.044 262	4.049 930
$t_0 - t_0$	$t_1 - t_0$	$t_2 - t_0$	$t_3 - t_0$	$t_4 - t_0$	$t_5 - t_0$	$t_6 - t_0$
0	0.005 686	0.011 368	0.017 047	0.022 722	0.028 393	0.034 061
$x_{m0}'(mm)$	$x_{m1}'(mm)$	$x_{m2}'(mm)$	$x_{m3}'(mm)$	$x_{m4}'(mm)$	$x_{m5}'(mm)$	$x_{m6}'(mm)$
24.353 391	24.429 959	24.506 636	24.583 438	24.660 349	24.737 370	24.814 513
$x_{m0}' - x_{m0}$	$x_{m1}' - x_{m0}$	$x_{m2}' - x_{m0}$	$x_{m3}' - x_{m0}$	$x_{m4}' - x_{m0}$	$x_{m5}' - x_{m0}$	$x_{m6}' - x_{m0}$
0	0.076 568	0.153 245	0.230 047	0.306 958	0.383 979	0.461 122

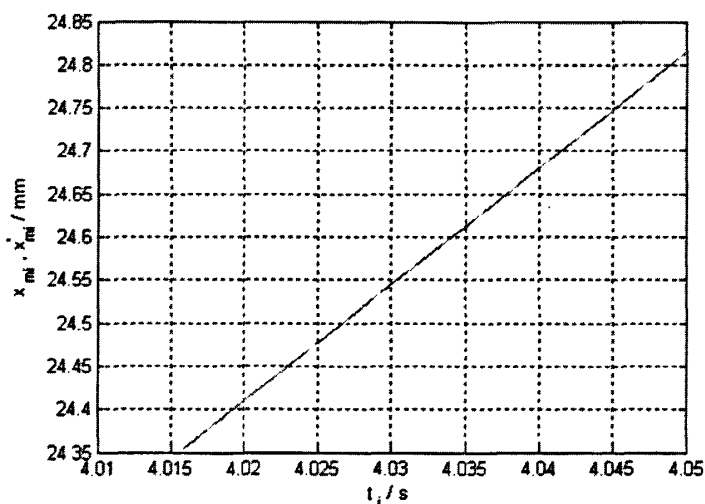


图 5.18 $n=100$, $j=7$ 时第一百段 x 轴理想轨迹与控制轨迹的位移时间关系曲线对比图

由上分析可知, x 轴逼近误差最大值在最后分割段, 且分割份数 n 越大, 最大逼近误差越小。

5.3 y 轴理想轨迹和控制轨迹的关系

5.3.1 将非球面子午剖面曲线一分割

取 $\omega_m = 2rpm$, $j = 7$, 若 y 轴从 y_{m0} 到 y_{m6} 做匀速运动 $y_m' = v_{my}t$, 则计算公式如下:

$$y_{m6} = v_{my}t_6 \Rightarrow v_{my} = \frac{y_{m6}}{t_6}$$

$$y_{mi}' = v_{my}t_i, \quad (i=1, 2, 3, 4, 5)$$

计算得 y 轴理想位移轨迹 y_{mi} 和控制位移轨迹 y_{mi}' 对比数据见表 5-18。 y 轴理想轨迹和控制轨迹的位移时间关系对比曲线如图 5.19 所示。

表 5-18 $n=1, j=7$ 时 y 轴理想轨迹 y_{mi} 和控制轨迹 y_{mi}' 对比关系数表

$y_{m0}(mm)$	$y_{m1}(mm)$	$y_{m2}(mm)$	$y_{m3}(mm)$	$y_{m4}(mm)$	$y_{m5}(mm)$	$y_{m6}(mm)$
0.000 000	9.775 592	19.338 178	28.480 007	37.024 721	44.867 876	52.004 053
$t_0(s)$	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$	$t_4(s)$	$t_5(s)$	$t_6(s)$
0.000 000	0.732 064	1.455 406	2.159 386	2.831 942	3.463 075	4.049 930
$y_{m0}'(mm)$	$y_{m1}'(mm)$	$y_{m2}'(mm)$	$y_{m3}'(mm)$	$y_{m4}'(mm)$	$y_{m5}'(mm)$	$y_{m6}'(mm)$
0.000 000	9.400 235	18.688 474	27.728 090	36.364 200	44.468 408	52.004 053

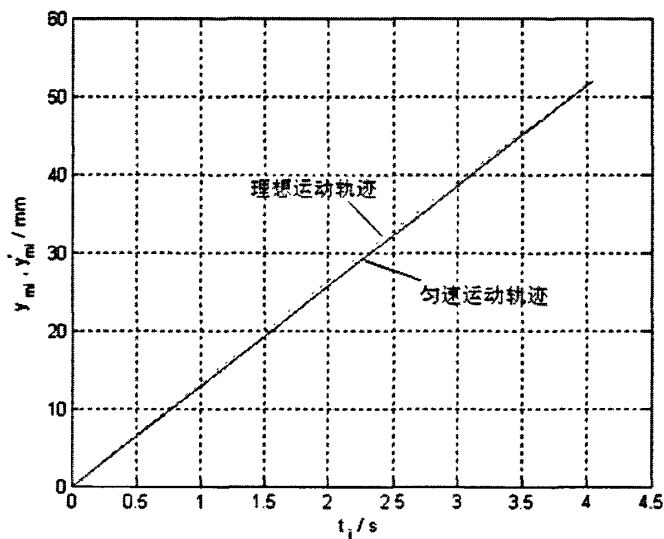


图 5.19 $n=1, j=7$ 时 y 轴理想轨迹与控制轨迹的位移时间关系曲线对比图

由 y 轴理想运动轨迹与控制轨迹的分析对比可知，按照 y 轴的近似直线运动规律在相邻两分割点之间做匀速运动的控制轨迹非常逼近理想轨迹，以上分析数据是将 y 轴轨迹一分割所得到的结果，当分割点数 n 的取值越大，加工曲线上分割点的密化程度越高，相邻两分割点之间的匀速运动的控制轨迹就越接近理想运动轨迹。

由图 5.19 可知， y 轴用匀速控制轨迹来逼近理想轨迹的最大误差出现在相邻节点轨迹的中间部分，因此取相邻节点间两条轨迹的中间点之差作为该段最大逼近误差是合理的，它与该段实际最大误差在一个数量级上。从表 2-18 中可知将非球面子午剖面曲线+y 值进行 1 分割时 y 轴逼近误差近似为 $|y_{m3}' - y_{m3}| = 0.751917 \text{ mm}$ 。

5.3.2 将非球面子午剖面曲线二分割

(1) 第一段

取 $\omega_m = 2 \text{ rpm}$ ， $n=2$ ， $j=7$ ，若 y 轴从 y_{m0} 到 y_{m6} 做匀速运动 $y_m' = v_{m\gamma} t$ ，则计算公式如下：

$$y_{m6} = v_{my}t_6 \Rightarrow v_{my} = \frac{y_{m6}}{t_6}$$

$$y_{mi}' = v_{my}t_i, (i=1, 2, 3, 4, 5)$$

计算得 y 轴理想位移轨迹 y_{mi} 和控制位移轨迹 y_{mi}' 对比数据如表 5-19,

表 5-19 $n=2, j=7$ 时第一段 y 轴理想轨迹 y_{mi} 和控制轨迹 y_{mi}' 对比关系数表

$y_{m0}(mm)$	$y_{m1}(mm)$	$y_{m2}(mm)$	$y_{m3}(mm)$	$y_{m4}(mm)$	$y_{m5}(mm)$	$y_{m6}(mm)$
0.000 000	4.901 100	9.775 592	14.596 802	19.338 178	23.973 910	28.480 007
$t_0(s)$	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$	$t_4(s)$	$t_5(s)$	$t_6(s)$
0.000 000	0.366 548	0.732 064	1.095 436	1.455 406	1.810 565	2.159 386
$y_{m0}'(mm)$	$y_{m1}'(mm)$	$y_{m2}'(mm)$	$y_{m3}'(mm)$	$y_{m4}'(mm)$	$y_{m5}'(mm)$	$y_{m6}'(mm)$
0.000 000	4.834 379	9.655 147	14.447 637	19.195 259	23.879 430	28.480 007

(2) 第二段

取 $\omega_m = 2rpm$, $j = 7$, 若 y 轴从 y_{m6} 到 y_{m12} 做匀速运动 $y_m' = v_{m2}t$, 则计算公式如下:

$$y_{m12} - y_{m6} = v_{m2}(t_{12} - t_6) \Rightarrow v_{m2} = \frac{y_{m12} - y_{m6}}{(t_{12} - t_6)}$$

$$y_{mi}' - y_{m6}' = v_{m2}(t_i - t_6), (i=7, 8, 9, 10, 11)$$

计算得 y 轴理想位移轨迹 y_{mi} 和控制位移轨迹 y_{mi}' 对比数据如表 5-20 所示。

表 5-20 $n=2, j=7$ 时第二段 y 轴理想轨迹 y_{mi} 和控制轨迹 y_{mi}' 对比关系数表

$y_{m6}(mm)$	$y_{m7}(mm)$	$y_{m8}(mm)$	$y_{m9}(mm)$	$y_{m10}(mm)$	$y_{m11}(mm)$	$y_{m12}(mm)$
28.480 007	32.835 671	37.024 721	41.036 764	44.867 876	48.520 709	52.004 053
$y_{m6} - y_{m6}$	$y_{m7} - y_{m6}$	$y_{m8} - y_{m6}$	$y_{m9} - y_{m6}$	$y_{m10} - y_{m6}$	$y_{m11} - y_{m6}$	$y_{m12} - y_{m6}$
0	4.355 664	8.544 714	12.556 757	16.387 869	20.040 702	23.524 046
$t_6(s)$	$t_7(s)$	$t_8(s)$	$t_9(s)$	$t_{10}(s)$	$t_{11}(s)$	$t_{12}(s)$
2.159 386	2.500 322	2.831 942	3.153 095	3.463 075	3.761 793	4.049 930
$t_6 - t_6$	$t_7 - t_6$	$t_8 - t_6$	$t_9 - t_6$	$t_{10} - t_6$	$t_{11} - t_6$	$t_{12} - t_6$
0	0.340 936	0.672 556	0.993 709	1.303 689	1.602 407	1.890 544
$y_{m6}'(mm)$	$y_{m7}'(mm)$	$y_{m8}'(mm)$	$y_{m9}'(mm)$	$y_{m10}'(mm)$	$y_{m11}'(mm)$	$y_{m12}'(mm)$
28.480 007	32.722 275	36.848 624	40.844 732	44.701 814	48.418 764	52.004 053
$y_{m6}' - y_{m6}'$	$y_{m7}' - y_{m6}'$	$y_{m8}' - y_{m6}'$	$y_{m9}' - y_{m6}'$	$y_{m10}' - y_{m6}'$	$y_{m11}' - y_{m6}'$	$y_{m12}' - y_{m6}'$
0	4.242 268	8.368 617	12.364 725	16.221 807	19.938 757	23.524 046

(3) 二分割曲线后理想轨迹与控制轨迹关系

二分割曲线后理想轨迹与控制轨迹关系对比见图 5.20, 可见, 相邻节点之间做匀速运动的轨迹与理想轨迹接近重合, 但从表 5-19、表 5-20 计算数据来看, 相邻节点中部仍存在误差, 第一段近似误差为 $|y'_{m3} - y_{m3}| = 0.149156 \text{ mm}$; 第二段近似误差为 $|y'_{m9} - y_{m9}| = 0.192032 \text{ mm}$ 。显然, 第二段逼近误差大于第一段逼近误差, 且将曲线进行二分割比一分割得到的最大逼近误差要小 5~7 倍。

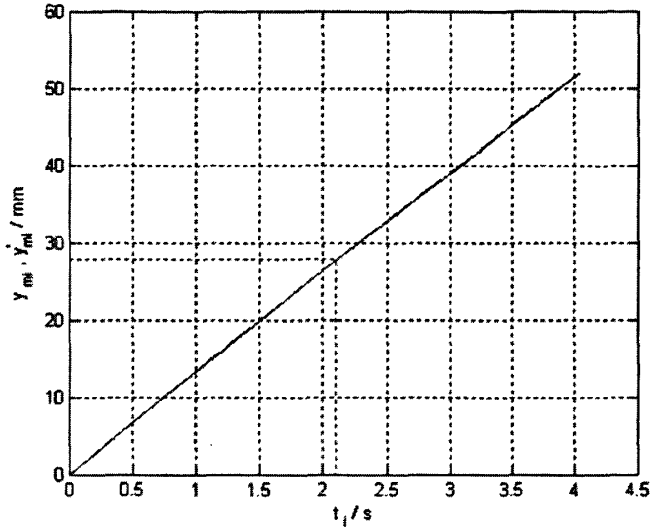


图 5.20 $n=2, j=7$ 时 y 轴理想轨迹与控制轨迹的位移时间关系曲线对比图

5.3.3 将非球面子午剖面曲线一百分割

由上分析可知, 曲线分割份数 n 越大, 则逼近误差越小, 且曲线逼近误差最大值出现在最后分割段中。为进一步证实此结论的正确性, 现对曲线进行一百分割 ($n=100$), 取第一段和第一百段分别计算如下, 其计算过程同二分割。

(1) 第一段

取 $\omega_m = 2 \text{ rpm}$, $j = 7$, 计算第一段 y 轴理想位移轨迹 y_{mi} 和控制位移轨迹 y_{mi}' 对比数据如表 5-21, 可见, 第一段近似误差为 $|y'_{m3} - y_{m3}| = 0.000003 \text{ mm}$, 即 y 轴理想位移轨迹和控制位移轨迹之间接近重合, 逼近误差在 nm 数量级, 轨迹曲线对比见图 5.21。

表 5-21 $n=100, j=7$ 时第一段 y 轴理想轨迹 y_{mi} 和控制轨迹 y_{mi}' 对比关系数表

$y_{m0}(\text{mm})$	$y_{m1}(\text{mm})$	$y_{m2}(\text{mm})$	$y_{m3}(\text{mm})$	$y_{m4}(\text{mm})$	$y_{m5}(\text{mm})$	$y_{m6}(\text{mm})$
0.000 000	0.098 111	0.196 221	0.294 331	0.392 440	0.490 549	0.588 656
$t_0(\text{s})$	$t_1(\text{s})$	$t_2(\text{s})$	$t_3(\text{s})$	$t_4(\text{s})$	$t_5(\text{s})$	$t_6(\text{s})$
0.000 000	0.007 334	0.014 669	0.022 003	0.029 337	0.036 671	0.044 006
$y_{m0}'(\text{mm})$	$y_{m1}'(\text{mm})$	$y_{m2}'(\text{mm})$	$y_{m3}'(\text{mm})$	$y_{m4}'(\text{mm})$	$y_{m5}'(\text{mm})$	$y_{m6}'(\text{mm})$
0.000 000	0.098 105	0.196 223	0.294 328	0.392 433	0.490 538	0.588 656

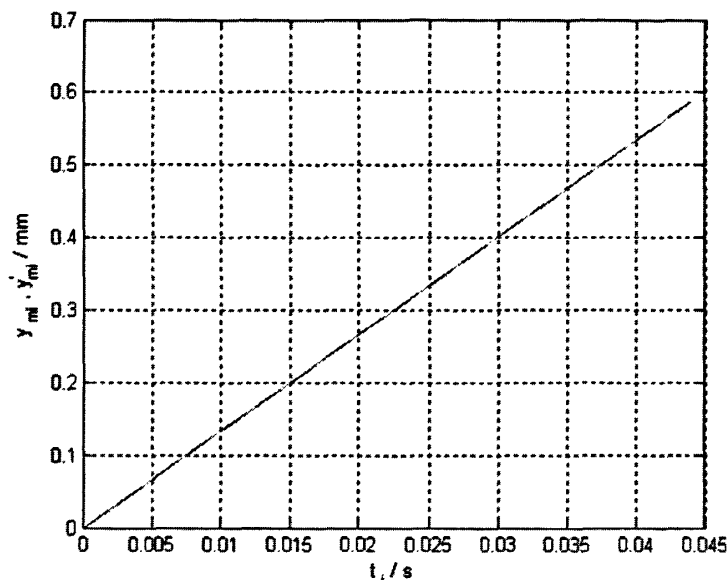


图 5.21 $n=100, j=7$ 时第一段 y 轴理想轨迹与控制轨迹的位移时间关系曲线对比图

(2) 第一百段

取 $\omega_m = 2rpm$, $j = 7$, 计算第一百段 y 轴理想位移轨迹 y_{mi} 和控制位移轨迹 y'_{mi} 对比数据如表 5-22(注:为清晰起见,直接取第一百段的 0~6 这 7 个点的数据进行分析), 可见, 第一百段近似误差为 $|y'_{m3} - y_{m3}| = 0.000084 \text{ mm}$, 显然逼近误差在 $0.1\mu\text{m}$ 数量级以下, 即 y 轴理想位移轨迹和控制位移轨迹之间非常接近, 轨迹曲线对比见图 5.22。

表 5-22 $n=100, j=7$ 时第一百段 y 轴理想轨迹 y_{mi} 和控制轨迹 y'_{mi} 对比关系表

$y_{m0}(mm)$	$y_{m1}(mm)$	$y_{m2}(mm)$	$y_{m3}(mm)$	$y_{m4}(mm)$	$y_{m5}(mm)$	$y_{m6}(mm)$
51.594 577	51.662 980	51.731 320	51.799 597	51.867 811	51.935 963	52.004 053
$y_{m0} - y_{m0}$	$y_{m1} - y_{m0}$	$y_{m2} - y_{m0}$	$y_{m3} - y_{m0}$	$y_{m4} - y_{m0}$	$y_{m5} - y_{m0}$	$y_{m6} - y_{m0}$
0	0.068 403	0.136 734	0.205 020	0.273 234	0.341 386	0.409 476
$t_0(s)$	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$	$t_4(s)$	$t_5(s)$	$t_6(s)$
4.015 868	4.021 554	4.027 236	4.032 915	4.038 590	4.044 262	4.049 930
$t_0 - t_0$	$t_1 - t_0$	$t_2 - t_0$	$t_3 - t_0$	$t_4 - t_0$	$t_5 - t_0$	$t_6 - t_0$
0	0.005 686	0.011 368	0.017 047	0.022 722	0.028 393	0.034 061
$y'_{m0}(mm)$	$y'_{m1}(mm)$	$y'_{m2}(mm)$	$y'_{m3}(mm)$	$y'_{m4}(mm)$	$y'_{m5}(mm)$	$y'_{m6}(mm)$
51.594 577	51.662 933	51.731 241	51.799 513	51.867 737	51.935 913	52.004 053
$y'_{m0} - y'_{m0}$	$y'_{m1} - y'_{m0}$	$y'_{m2} - y'_{m0}$	$y'_{m3} - y'_{m0}$	$y'_{m4} - y'_{m0}$	$y'_{m5} - y'_{m0}$	$y'_{m6} - y'_{m0}$
0	0.068 356	0.136 664	0.204 936	0.273 160	0.341 336	0.409 476

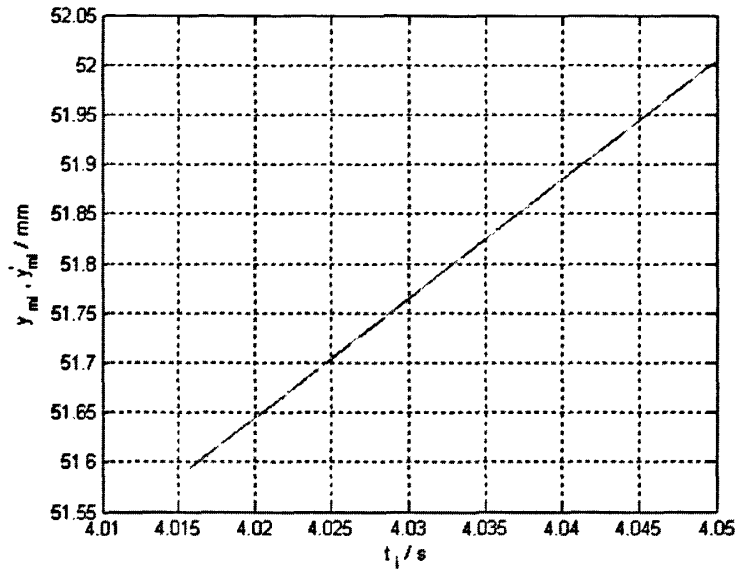


图 5.22 $n=100, j=7$ 时第一百段 y 轴理想轨迹与控制轨迹的位移时间关系曲线对比图

由上分析可知, y 轴逼近误差最大值在最后分割段, 且分割份数 n 越大, 最大逼近误差越小。

5.4 x 、 y 轴合成的理想轨迹和控制轨迹的逼近误差分析

由前述分析可知, x 轴和 y 轴的最大逼近误差均在最后分割段, 因此只要计算最后分割段的逼近误差满足加工条件即可。计算出 x 轴和 y 轴各自的最大逼近误差还不足以说明非球面面形误差, 为此要考虑 x 、 y 轴控制合成轨迹与理想轨迹之间的误差, 具体分析如下。

5.4.1 将非球面子午剖面曲线一分割

取 $\omega_m = 2rpm, n=1, j=7$, 将磨轮轴理想的 (x_m, y_m) 轨迹与实际的 (x'_m, y'_m) 控制轨迹绘制在图 5.23 中, 可见最大误差出现在曲线的中部, 且最大误差是沿曲线上该点法线方向的线段, 因此取 $\delta = \sqrt{\Delta x_m^2 + \Delta y_m^2}$ 作为实际控制轨迹与理想轨迹的逼近误差, 其中 Δx_m 和 Δy_m 为两曲线中点对应坐标值之差, 即

$$\Delta x_m = |x_{m\text{中}} - x'_{m\text{中}}| = 0.429724 \text{ mm}$$

$$\Delta y_m = |y_{m\text{中}} - y'_{m\text{中}}| = 0.751917 \text{ mm}$$

将曲线一分割所得逼近误差为:

$$\delta = \sqrt{\Delta x_m^2 + \Delta y_m^2} = \sqrt{0.184663 + 0.565379} = 0.866050 \text{ mm}$$

因为磨轮中心与磨削点均在非球面子午剖面方程曲线的法线上, 所以, 磨轮中心轨迹的误差 δ 就是非球面面形误差。

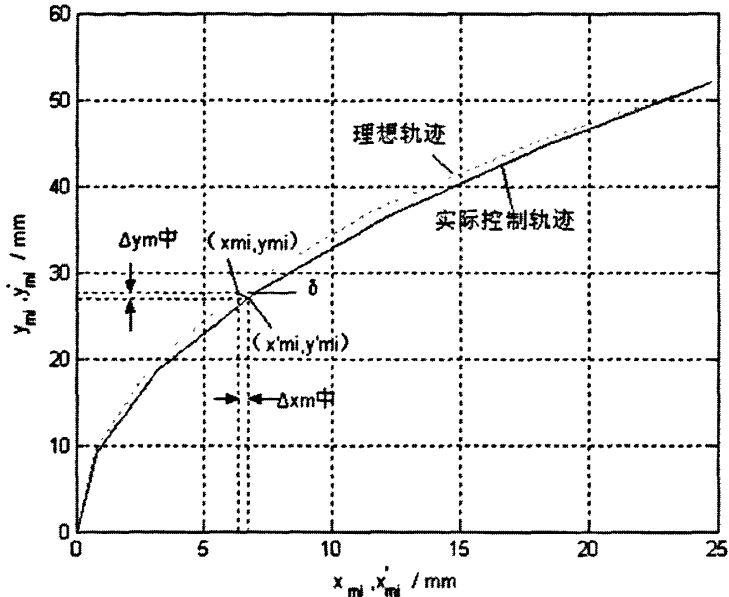


图 5.23 $n=1, j=7$ 时磨轮中心理想轨迹与控制轨迹的位置关系曲线对比图

5.4.2 将非球面子午剖面曲线一百分割

如前所述，取 $\omega_m = 2rpm$ ， $n=100, j=7$ 时， x, y 轴第一百段中点误差分别为：

$$\Delta x_{m100中} = |x_{m100中} - x'_{m100中}| = 0.000003mm$$

$$\Delta y_{m100中} = |y_{m100中} - y'_{m100中}| = 0.000084mm$$

则非球面面形最大逼近误差为：

$$\delta = \sqrt{\Delta x_{m100中}^2 + \Delta y_{m100中}^2} = \sqrt{0.000003^2 + 0.000084^2} \approx \Delta y_{m100中} = 0.000084mm$$

本章小结

本章针对口径 $D = \phi 44_{-0.025}^{0.0}$ mm 的凸形高次非球面光学零件的轨迹成形控制进行了仿真分析。首先，依据切线回转法加工高次非球面光学零件轨迹成形控制理论建立的数学模型计算出轨迹成形过程中几何参数和控制参数的具体数值，运用 MATLAB 软件绘制出各个参数的变化曲线，找出其变化规律，按照相应的运动控制策略和控制方法，计算出 PVT 运动模式所需的控制参数。其次，分别对 x 轴和 y 轴的控制轨迹和理想轨迹进行分析，计算出控制轨迹与理想轨迹之间的误差值。最后，对 x, y 轴的控制轨迹合成，分析此合成轨迹与理想控制轨迹之间的逼近误差，即按照切线回转法加工出的非球面面形与理想面形之间的误差。仿真计算结果表明，逼近曲线与理想曲线之间的最大误差出现在非球面边缘；轨迹上分割的节点个数越多，最大逼近误差越小；相邻节点之间的控制合成轨迹是一条连续光滑二次曲线，能够保证切线回转法原理的工程应用，消除波纹误差；与目前数控插补方法相比，在插补步长相同的条件下，逼近误差要减小十几倍甚至数十倍。

第六章 控制系统误差分析

数控机床的加工误差来源于以下几个方面：机床本体的原始制造误差；机床的控制系统误差；热变形误差；切削负荷造成工艺系统，包括机床、刀具、工件和夹具变形所导致的误差；机床的振动误差；检测系统的测试误差；外界干扰误差；其他误差等等。其中机床控制系统误差主要包括插补误差（逼近误差、圆整误差、舍入误差）、单轴跟随误差、多轴协调误差等。

6.1 插补误差

插补精度的是指插补轮廓与给定轮廓的符合程度，可用插补误差来评价。插补误差的影响因素主要有机床分辨率、脉冲均匀程度、控制系统的动态特性及插补方法与算法等。根据实际生产，存储多个加工程序，分析轮廓曲线的几何要素，分析逼近方程式，选择较好的，可以提高插补精度。插补误差包括：逼近误差、圆整误差、舍入误差等。

6.1.1 逼近误差

当构成零件轮廓曲线的几何要素与数控装置的插补功能不一致时，只能用数控装置具备的插补功能近似地去逼近零件轮廓曲线，这样形成的轮廓不可能准确地达到图纸要求的轮廓形状，而只是逼近它。因此，逼近误差是由于采用插补轨迹去逼近零件廓形而产生的误差。

基于切线回转法加工原理设计的数控系统采用PVT插补算法，针对磨轮中心沿x轴和y轴各自的运动规律，在相邻节点间分别采用匀加速运动轨迹和匀速运动轨迹来逼近理想的运动轨迹，必然使得x轴和y轴的合成轨迹与零件廓形之间产生逼近误差。通过插补点密化的实际计算，此误差可以减小到希望的误差范围之内。

由仿真分析计算可知，对被加工曲线分别进行一分割、二分割、一百分割时，可以得到x轴、y轴各自逼近误差以及x、y轴合成轨迹最大逼近误差分别如下：

一分割：

$$\Delta x_{m1\#} = |x_{m1\#} - x'_{m1\#}| = 0.429724 \text{ mm}$$

$$\Delta y_{m1\#} = |y_{m1\#} - y'_{m1\#}| = 0.751917 \text{ mm}$$

$$\delta = \sqrt{\Delta x_{m1\#}^2 + \Delta y_{m1\#}^2} = \sqrt{0.184663 + 0.565379} = 0.866050 \text{ mm}$$

二分割：

$$\Delta x_{m2\#} = |x_{m2\#} - x'_{m2\#}| = 0.080378 \text{ mm}$$

$$\Delta y_{m2\#} = |y_{m2\#} - y'_{m2\#}| = 0.192032 \text{ mm}$$

$$\delta = \sqrt{\Delta x_{m2\#}^2 + \Delta y_{m2\#}^2} = \sqrt{0.006461 + 0.036876} = 0.208176 \text{ mm}$$

一百分割：

$$\Delta x_{m100\#} = |x_{m100\#} - x'_{m100\#}| = 0.000003mm$$

$$\Delta y_{m100\#} = |y_{m100\#} - y'_{m100\#}| = 0.000084mm$$

$$\delta = \sqrt{\Delta x_{m100\#}^2 + \Delta y_{m100\#}^2} = \sqrt{0.000003^2 + 0.000084^2} \approx \Delta y_{m100\#} = 0.000084mm$$

可见，当被加工曲线分割份数越大时，磨轮中心的控制轨迹与理想轨迹之间误差越小。

6.1.2 圆整误差

在数控编程中,进行数据处理时,将脉冲值中小于一个脉冲当量的数值用四舍五入的方法圆整成整数脉冲值时所产生的误差,称为圆整误差。圆整误差的值不超过脉冲当量的一半,因此,减小圆整误差的方法是提高数控机床的分辨率,即减小数控机床的脉冲当量值。

若选用的直线电机平台的反馈分辨率为 $10nm$, 摆动转台反馈分辨率为 72000000 线/转, 则对于直线电机位置控制系统的圆整误差为 $5nm$, 对于摆动转台角度控制系统的圆整误差为 0.009 角秒。可见, 系统圆整误差远远小于给定的非球面形精度 $0.1\mu m$ 的要求。

6.1.3 舍入误差

由于计算机的字长有限, 进行数值计算的过程中, 对计算得到的中间结果数据要使用“四舍五入”或其他规则取近似值, 因而使计算过程有误差。这种误差称为舍入误差。

本控制系统使用 DSP56311 的 CPU, 字长为 24 位, 近似计算分辨率为 $1/2^{24}$ 。对实例分析计算时, 加工参数计算取小数点后 6 位, 即 $0.000000mm$, 近似计算误差(舍入误差)为 $\pm 5nm$, 计算精度已经符合实际加工要求。若加工参数计算取小数点后 7 位, 则近似计算误差为 $\pm 0.5nm$ 。

由以上分析可知, 控制系统总的插补误差为以上所述各误差的综合结果, 所以本系统的插补误差理论上可以做到小于 $0.02\mu m$, 能够满足设计需要。而且, 本系统的插补算法为分段逼近, 每段采用抛物线和直线的合成曲线逼近真实轮廓曲线, 所有的计算数据是经过预处理阶段一次完成, 不存在舍入误差和计算误差的迭代积累, 因此其轨迹成形过程是稳定的。

6.2 单轴跟随误差

对于多轴联动数控系统, 各进给轴的跟随误差是造成合成轨迹误差的主要因素, 尤其在高速加工时, 这一因素的影响更加明显。因此, 如何从控制角度减小跟随误差对轨迹精度的影响, 是提高合成轨迹精度的关键。有效解决此问题的途径之一是“单轴高精度控制”, 即采取有效方法提高各进给轴自身的跟随精度(减小或消除跟随误差), 从而提高多轴合成运动轨迹的精度。

所谓系统的跟随误差, 是指位置控制系统的指令输入(希望位置)与系统输出(实

实际位置)间的稳态误差。

进给轴运动控制系统动态结构的一般形式如图6.1所示,由控制理论可知,跟随误差可分为:位置误差、速度误差、加速度误差等类型。其中速度误差(e_v)是数控机床跟随误差的主要形式,它表示了恒速(斜坡)输入信号作用下,系统存在的稳态位置误差。速度误差的有无和大小可根据系统结构和参数进行分析。由于本数控系统是x、y、z三轴联动系统,因此应该对各进给轴单独进行分析。

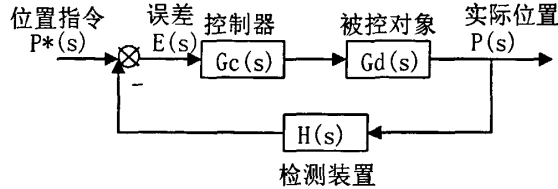


图 6.1 进给轴运动控制系统动态结构的一般形式

6.2.1 y 轴跟随误差

由图6.1可写出系统开环传递函数的一般形式,

$$G(s) = G_c(s)G_d(s)H(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0}{s^v (a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_0)}$$

式中, v —积分环节个数;

b_n, \dots, b_0 和 a_m, \dots, a_0 —分别为分子和分母多项式系数。

当 $v=1$, 系统为 I 型时, 存在速度误差, 大小为 $e_v = v/K_v$, (v 为进给速度, K_v 为速度增益)。

当 $v=2$, 系统为 II 型或 II 型以上时, 无速度误差, $e_v=0$ 。

从提高随动精度的角度看, 应将系统设计成 II 型系统。但由于运动控制系统中的机械部分往往存在非线性特性, 易使系统频率特性轨迹与非线性环节的负倒幅特性 $(-1/N)$ 轨迹相交或将其包围, 造成系统不稳定, 因此, 在非线形明显时, 通常将系统设计成 I 型, 这时将不可避免地存在速度误差。

本系统y轴伺服系统的插补轨迹为匀速运动的直线段的合成, 其驱动系统采用直线电机实现零传动, 机械部分的非线性因素可忽略不计, 因此, 将y轴伺服系统设计成 II 型则理论上能够消除y轴的跟随误差。(注: 如果不能完全消除跟随误差, 则在保证系统稳定性的前提下可以通过PID调节来尽量减小跟随误差的值)

6.2.2 x 轴跟随误差

本系统x轴伺服系统的插补轨迹为匀加速运动的抛物线段的合成, 因此, 将x轴伺服系统设计成 III 型则理论上能够消除x轴的跟随误差; 将x轴伺服系统设计成 II 型则x轴存在跟随误差 $e_a = a/K_a$ (a 为进给加速度, K_a 为加速度增益)。由于系统型别过高会影响到系统的稳定性, 因此在系统实际调试时若对稳定性影响不大, 则可以考虑将系统

设计成III型，以消除x轴伺服系统的跟随误差；若将系统设计成II型，则尽量增大加速度增益 K_a ，以减小x轴伺服系统的跟随误差。

6.2.3 z 轴的跟随误差

由于z轴整个加工过程中是恒速运动，且采用零传动精密转台，因此z轴伺服系统设计成II型，则理论上可以消除z轴伺服系统的跟随误差。（注：如果不能完全消除跟随误差，则在保证系统稳定性的前提下可以通过PID调节来尽量减小跟随误差的值）

6.3 多轴协调误差

由于切线回转法加工高次非球面数控系统是一个三轴联动控制系统，虽然提高单轴控制精度可以有效减小跟随误差，但三轴联动的同步问题也是保证合成轨迹精度的关键。为此，本设计采用UMAC运动控制器的电子凸轮算法，通过外部时基控制来保证x、y、z三轴联动的同步问题。即在同一个插补周期内，以摆动轴z作为时间基轴，x轴和y轴跟随基轴动作，从而保持三轴位置同步。

本章小结

本章针对切线回转法加工高次非球面光学零件轨迹成形控制系统进行了误差分析，主要分析了插补误差(包括逼近误差、圆整误差、舍入误差等)、单轴跟随误差和多轴协调误差。提出了减小各种误差的相应的解决办法，即插补点的密化减小插补误差、提高系统刚度减小单轴跟随误差、电子凸轮算法解决三轴联动的同步问题。

结 论

本论文是在国家自然科学基金资助的《切线回转法加工高次非球面新原理的研究》基础上,对切线回转法加工高次非球面光学零件的轨迹成形控制问题进行深入研究。

由于非球面相对球面具有很多优点,因此其应用范围越来越广泛。然而,非球面光学零件的加工一直是国内外公认的难题,目前普遍采用数控车削和磨削技术来加工非球面,虽然能够加工出少量、单件、高精度的非球面光学零件,但加工效率较低,而且按照现有的数控轨迹成形方法加工出的非球面光学零件存在波纹误差,很难保证局部面形精度,这种波纹误差会严重影响精密光学系统的光学性能。为此,研究切线回转法加工高次非球面光学零件的轨迹成形控制方法,希望能从根本上解决非球面加工难的问题。

本文针对高次非球面进行论述,主要从以下几方面进行研究

(1) 阐述加工高次非球面光学零件轨迹成形控制理论。由于非球面子午剖面曲线上各点的曲率是不同的,因此在加工过程中将运动分解成 x 、 y 、 z 的三轴联动控制,按照各坐标轴的运动规律进行控制,使得在一个插补周期内不是用分割弦去逼近理想轨迹,而是用连续光滑的二次曲线去逼近理想轨迹,使得逼近误差大大减小。

(2) 进行加工高次非球面光学零件轨迹成形控制系统硬件设计。由于非球面加工对控制系统的精度要求较高,因此按照加工原理,选用基于 UMAC 的 PC+NC 递阶式结构作为本控制系统的设计方案;采用零传动驱动技术来减少或消除传动误差。以上设计保证了控制系统的精度,也确定了控制系统的形式——自控变频同步电动机伺服系统。

(3) 进行加工高次非球面光学零件轨迹成形控制系统软件设计。依据加工高次非球面、球面光学零件的工艺流程和技术要求,上位机软件设计采用 VC++6.0 编程环境对人机交互各功能模块进行设计,完成预期运动轨迹规划,采用参数化方法实现下位机 UMAC 运动程序设计。论述了 PVT 运动模式和时基控制的基本原理及其在设计中的重要作用和应用,以及上、下位机通讯的实现方法等。

(4) 通过实例对加工高次非球面光学零件轨迹成形控制进行仿真分析。依据建立的数学模型计算出轨迹成形过程中几何参数和控制参数的具体数值,绘制出各参数的变化曲线,找出其变化规律,按照相应的运动控制策略和控制方法,计算出 PVT 运动模式所需的控制参数。分别对 x 轴和 y 轴的控制轨迹和理想轨迹进行分析,计算出控制轨迹与理想轨迹之间的误差值。对 x 、 y 轴的控制合成轨迹与理想控制轨迹进行分析,计算出理论加工出的非球面面形与理想面形之间的误差。仿真计算结果表明,对非球面子午剖面曲线分割份数越多,逼近误差越小。

(5) 进行了控制系统误差分析。控制系统的误差是影响非球面加工的主要因素之一,主要包括插补误差、单轴跟随误差和多轴协调误差等。文中对构成插补误差的逼近误差、圆整误差和舍入误差分别进行了详细分析,结合实例计算出本系统的插补误

差理论上可以做到纳米数量级；针对 x 、 y 、 z 轴的跟随误差分别进行了分析；采用电子凸轮控制方法实现 x 、 y 、 z 三轴同步联动，保证合成轨迹的控制精度。

课题研究的部分问题还有待进一步完善和深入研究，如：

- (1) 理论计算得出的控制参数还需在实际控制系统中运行检验；
- (2) 控制系统的硬件安装、调试有待完成；
- (3) 控制系统软件设计还需进一步完善。

致 谢

本论文的研究工作是在导师于正林教授的悉心指导和亲切关怀下完成的。无论从研究方向的选择，论文题目的确定与开题，课题研究过程中的技术指导，还是到论文的审稿与定稿，于老师都投注了大量的心血与汗水。于老师渊博的知识、宽广无私的胸怀、夜以继日的工作态度、对事业的执著追求、诲人不倦的教师风范和对问题的敏锐观察力时刻影响着我，使我受益良多。两年多的学习研究生活中，于老师为我提供了难得的学习机会和良好的学习环境，让我有幸参与了实际项目研究，了解了如何进行项目研发，使得不论在思想上，还是在分析和解决实际问题的能力等诸方面，都受到了导师的启迪和教诲，这些是我人生难得的一笔财富。值此论文完成之际，向我的导师于正林教授表示衷心的感谢并致以崇高的敬意！

特别感谢机电学院的朴承镐教授和电信学院的耿振野教授，两位老师敏锐的学术洞察力、丰富的科研工作经验、严谨的治学态度、勇于创新的科研精神和兢兢业业的工作作风，深深的影响着我。在课题研究以及论文完成期间，两位老师帮助我解决了许许多多棘手的难题，使我的专业理论水平以及分析和解决实际问题的能力都有很大提高，在此一并向两位老师表示真挚的感谢和深深的敬意！

机电工程学院和研究生部的领导和老师们的热心培养和亲切关怀，使我顺利完成了学业，在此，向他们表示诚挚的谢意！

感谢王鹤岩博士、顾立栋硕士、王洋硕士、轩洋硕士和同一宿舍的同学在研究工作中对我的支持和帮助。也要感谢 0705 研究生班中的每一位同学。两年多的集体生活，我们相互学习，互帮互助，探讨人生，共同进步，度过了令人难忘的美好时光。

还要感谢北京艾玛特公司的叶振南等工程师为本次设计提供的技术服务于支持。

最后，我要深深地感谢我的父、母亲和我的妻子，正是你们在精神和物质上的无私奉献和无尽支持，才使我的生活有了保障，能够安心学习，在求学道路上一帆风顺。你们给予我的爱时时刻刻都在激励着我奋发向上、努力进取。

在即将毕业之际，再次感谢所有对本论文提供帮助和给予作者关心的师友们！

参考文献

- [1] 勾志勇,王江,王楚.非球面光学设计技术综述[J].激光杂志,2006,27(3):1~2.
- [2] E Heynacher. Aspheric optics[J]. New York:Phys. Technol,1979:10~20.
- [3] Milles V.Klein. Optics[J].New York:John Wiley & Sons, Inc,1970:41.
- [4] W. J. Wills-moren, K. Carlisle, P. A. Mckeown, et al. Ductile regime grinding of glass and other brittle materials by the use of ultra-stiff machine tools. SPIE, 1990, 1993:126~135.
- [5] Teruyuki Yamazaki. Mother machines face the 21 st century. Manufacturing Engineering. 2000, 124(1):128
- [6] 张坤领,林彬,王晓峰.非球面加工现状[J].组合机床与自动化加工技术.2007,5:1~5.
- [7] Kim Ho-Sang, Kim Eui-Jung, Song Byung-Suk. Diamond turning of large off-axis aspheric mirrors using a fast tool servo with on-machine measurement. Journal of Materials Processing Technology. 2004, 146(3):349~355.
- [8] Han, C. S., Tang, Y. Y., Dong, S. A research on the non-NC machining of two kinds of revolving cutters. Journal of Materials Processing Technology. 2005, 161(3):485~490.
- [9] 王鹤岩,蔡立,朴承镐.光学零件加工主要难点的分析[J].光学技术,2006,32:410~414.
- [10] 朴承镐.兵器行业先进制造技术发展对策论证—非球面光学零件加工技术报告[R].长春:长春理工大学,2000.
- [11] 杨力.先进光学制造技术[M].北京:科学出版社,2001:1~38.
- [12] Kathi kreske. Optical design of a solar flux homogenizer for concentrator photovoltaics[J]. Applied Optics 2002. 41(10):2053~2058.
- [13] 李荣彬,张志辉,李建广.单点金刚石车削加工的动态特性研究[J].机械工程学报,2003,39(10)136~140.
- [14] B. Krauskopf. Diamond Turing: Reflecting Demands for precision. Manufacturing Engineering. 1984, 92(5) 90~100.
- [15] Bifano T G, Dow T A, Scattergood R O. Ductile - regime grinding: a new technology for machining brittle materials[J]. ASME Journal of Engineering for Industry, 1991, 113(2):184~189.
- [16] 王健.大口径高精度光学元件数控抛光技术研究[D].成都:四川大学,2005,01.
- [17] Robert A, Jones. Rapid optical fabrication with CCOS[C]. SPIE, 1990, 1333:34~43.
- [18] R. A. Jones. Fabrication of a large, thin, off-axis aspheric mirror[J]. Optical Engineering. 1994, 33:4067~4075.
- [19] 周林,戴一帆,解旭辉.计算机控制光学表面成形中的频域分析[J].中国科学E辑,2009,39(3):402~408.
- [20] Bielke A, Bechstette K, Kübler C. Fabrication of aspheric optics—process challenges arising from a wide range of customer demands and diversity of machine technologies. SPIE, 2004, 5252: 1~12.
- [21] 谌桂萍,杨力.计算机数控应力盘面形研究[J].光电工程,2000,03:20~23.
- [22] Anderson, Martin H, et al. rapid fabrication strategies for primary and secondary mirrors at steward observatory laboratory[C]. SPIE, 1999:199~210.
- [23] 韩成顺,董申.超精密磨削大型光学非球面元件的研究[J].光电工程,2003,06:45~49.
- [24] 李圣怡,戴一帆,彭小强.超精密加工机床及其新技术发展[J].国防科技大学学报,2000,02:95~100.
- [25] 何雪明,吴晓光,常兴.数控技术[M].武汉:华中科技大学出版社,2006.
- [26] 叶伯生.计算机数控系统原理、编程与应用[M].武汉:华中理工大学出版社,1999:2~136.
- [27] 白藤芳泽.非球面レンズ金型の超精密加工技術[J].OPTRONICS,2003,22(264):73~77.
- [28] 庄司克雄.超精密加工と非球面加工[M].东京:大阪株式会社,2004:50~52.
- [29] 潘君骅.光学非球面的设计,加工与检验[M].北京:科学出版社.1994.
- [30] 李晓彤 岑兆非.几何光学·像差·光学设计[M].杭州:浙江大学出版社.2004.
- [31] 王鹤岩.数控回转头线法加工高次非球面光学零件新技术的研究:[博士学位论文].长春:长春理工大学机电工程学院,2008
- [32] Hocheol Lee, Minyang Yang. Dwell time algorithm for computer-controlled polishing of small axis-symmetrical aspherical lens mold. Opt. Eng. 2001. 40(9):1936~1943

- [33] 周凯. 数控原理、系统及应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- [34] 陈伯时. 电力拖动自动控制系统——运动控制系统[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006:290~305.
- [35] 舒志兵, 严彩忠. PVT 插补及位置伺服变加减速处理[J]. 电气应用, 2007:26(4):86~89.