

摘 要

20 世纪 90 年代以来, GPS 定位技术在各种类型控制网的建立中得到广泛应用。由于观测条件的复杂性, GPS 卫星信号受到多种误差源的干扰, 如电离层折射、对流层折射、多路径效应、GPS 接收机随机噪声等, 如何发现并削弱这些误差的影响, 提高基线向量精度, 是 GPS 数据预处理需要解决的问题。

首级平面控制网是施工测量的基准, 鉴于大型工程首级平面控制网使用周期长, 控制点的稳定性直接影响施工测量和工程建设的质量, 因此研究稳定性分析方法, 开发稳定性分析软件具有重要的现实意义。

在深入理解 GPS、小波分析、控制网稳定性分析等理论的基础上, 本文对 GPS 数据预处理方法和平面控制网稳定性分析方法展开研究, 并结合实例进行计算和分析, 主要研究内容如下:

采用苏通大桥 GPS 控制网实测数据, 讨论和分析了起算点偏差以及观测时间选取对基线向量的影响, 通过选取 4 小时的观测数据进行计算分析, 表明选择好的观测时段可以实现在较短的时间内得到较高的基线精度和控制网精度。

采用 VB 语言与 MATLAB 语言编程, 提取苏通大桥 GPS 控制网与葛洲坝 GPS 控制网观测数据中的原始载波信号, 利用小波分析理论在多尺度、多分辨率、可伸缩、可平移等分析方面的优势, 分别对提取的原始载波信号、单差观测值、双差观测值采用 db3 小波函数进行 3 层小波分解, 研究高频信号特点以及不同差分方法消除噪声的效果。将小波分析理论作为数学工具, 实施 GPS 观测数据小波分解和重组, 对于发现并削弱 GPS 误差具有重要的理论意义和实用价值。

编制消噪程序, 以葛洲坝 GPS 控制网基线的原始观测数据为研究对象, 采用不同分解层数、不同阈值选取与重调方法、不同小波函数等三种方案进行消噪处理, 并对三种方案的消噪性能进行比较, 找出最优的消噪方案, 结果表明: 采用合适的消噪方法可以很大程度上提高基线的精度, 选取的基线未消噪前解算的中误差为 17.71 毫米, 消噪后中误差为 4.60 毫米。

对平面控制网稳定性分析理论和方法进行研究, 采用 MATLAB 语言研制稳定性分析软件, 包括平均间隙法、t 检验法和变形误差椭圆法。对苏通大桥 GPS 平面控制网两期观测数据进行基线解算, 采用武汉大学研制的科傻 GPS 处理系统进行二维联合平差, 再采用本文研制的稳定性分析软件对控制网进行稳定性检验, 并对检验结果进行比较和分析, 得到三种方法检验效果一致性的结论。

关键词: GPS 控制网 GPS 观测时间 基线解算 小波变换 消噪 稳定性分析

ABSTRACT

Since 1990s, GPS positioning technique has been widely used in establishing many kinds of control networks. Because of complex observation conditions, GPS signal always encounters several kinds of disturbances coming from error sources, such as ionosphere refraction, troposphere refraction, multi-path effect, GPS receiver's random noise, etc. Therefore, it has been the main issue for GPS data preprocessing to find these errors, reduce them and improve the precision of baseline vector.

The first grade plane control network is the datum of construction surveying. Based on the long used period of plane control network for large engineering, the stability of control points will directly influence the construction surveying and engineering construction quality. Therefore, developing a stable processing methods and their software developments will have great significance in reality.

In this thesis, GPS and wavelet analysis have been employed to develop GPS data preprocessing methods and investigate the stability of plane control network stability analysis. Some real engineering cases were used to validate the proposed methods.

The Sutong bridge GPS control network's surveying data was utilized to analyze the error of start and end points and surveying time influence to the baseline vector. Prime 4 hours observation data was selected and calculated, results indicate that selecting prime observation period of time can secure high quality Baseline.

An analysis software was programmed in Visual basic and Matlab. The original carrying signal of the GPS plane control network from Sutong bridge and Gezhou dam were extracted. The advantage of multiscale of wavelet, multiresolution, flexibility and movelity were combined with db3 wavelet function to complete a three-level wavelet decomposition for the original carrying signal, single-difference observed vale, and double-difference observed results. The effectiveness of alleviating noise with respect to the characteristic of high frequency and different difference method was investigated. The investigation demonstrated that wavelet analysis has great theoretical significance and practical value to decompose and assemble GPS data. It can be easily seen that wavelet analysis is a very important mathematical tool to GPS data processing.

A denoising program was developed in this study. The original observed data of Gezhou dam's baseline was analyzed. Three kinds of methods were used to denoise,

which are different decomposition level, choice of different threshold value and combination, and different wavelet functions. An optimal reducing noise method was found based on the comparative study. The results show that an appropriate denoising method can effectively lift up the precision of the baseline, the standard error is 17.71mm without reducing noise and 4.60mm after reducing noise.

The stability of plane control network and its analyzed methods were investigated. The stability analysis software for average gap method, t-check method, and deformation error ellipse method was developed. It was used to obtain the baseline of two times' data of Sutong bridge's plane control network. The Cosa GPS processing system developed by Wuhan University was used to conduct two-dimensional accumulated adjustment. Also applied my personally developed stability package to test the stability of the plane control network. A consistent conclusion was reached based on the compared results and analyses of the three methods.

Keywords:GPS Control Network GPS Observation Time Baseline Calculation
Wavelet Transform Denoising Stability Analysis

学位论文独创性声明：

本人所提交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果。与我一同工作的同事对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。如不实，本人负全部责任。

论文作者（签名）： _____ 年 月 日

学位论文使用授权说明：

河海大学、中国科学技术信息研究所、国家图书馆、中国学术期刊（光盘版）电子杂志社有权保留本人所送交学位论文的复印件或电子文档，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文。本人电子文档的内容和纸质论文的内容相一致。除在保密期内的保密论文外，允许论文被查阅和借阅。论文全部或部分内容的公布（包括刊登）授权河海大学研究生院办理。

论文作者（签名）： _____ 年 月 日

第一章 绪论

§1.1 国内外研究现状

20 世纪 90 年代以来, GPS 定位技术在各种类型控制网的建立中得到广泛应用。在地壳变形监测方面, 国际上已布设了 1000 多个 GPS 永久站, 中欧 16 个国家正计划联合布设 GPS 监测网。在大型工程方面, 如苏通大桥、南京地铁等, 采用 GPS 技术建立首级施工控制网。在工程变形监测方面, 如清江隔河岩大坝、三峡大坝等, 都建立了 GPS 变形监测网。GPS 还在一些大型设备的精密安装、隧道贯通、滑坡变形监测、建筑物变形监测等很多领域得到应用, 并取得了一系列有价值的研究和实用成果。

由于观测条件的复杂性, GPS 卫星信号受到电离层折射、对流层折射、轨道误差、卫星钟差、星历误差、多路径效应、GPS 接收机随机噪声、测区周位电磁波的干扰等因素影响而产生误差。其中一些误差为系统误差, 如电离层折射、对流层折射等引起的误差, 另外一些误差为随机误差, 如多路径效应、GPS 接收机随机噪声等引起的误差。这些误差过大必将严重影响 GPS 观测成果的精度, 因此, 如何削弱这些误差是 GPS 数据预处理关键技术问题之一。

对 GPS 数据预处理一直是 GPS 界研究热点问题, 这些研究主要是通过改善旧方法, 引进新技术、新改正模型来降低这些误差源引起的误差。在 GPS 定位测量的误差源中, 电离层折射、对流层折射是主要误差源, 其中电离层影响最大^[23], 从天顶到地平, 电离层引起的测距误差, 可从 5 米到 150 米^[24]。由于电离层是一种散射介质, 其折射系数是电波频率的函数。因此, 拥有双频接收机的用户能够利用电离层的这一固有特点, 在观测结果的一阶项中直接加入电离层改正, 电离层的另一特点是瞬息万变, 在一天之内至少变化一个数量级, 且很难模拟。

美国学者 B.W.雷蒙迪于 1993 年首先提出“码/载波相位扩散技术”(CCD 技术)。双频法、电离层模型法、双极法等是改正电离层引起的误差有效方法。在基于双频技术和双极化技术改正电离层误差一阶项的基础上, 提出将两种技术结合改正电离层折射误差二阶项和三阶项的方法^[25]。

近年来, 对于电离层的研究有新的进展, 由于全球定位系统接收机台网观测方法具有数据来源广、时空分辨率高的优势, 利用 GPS 台网观测数据观测电离层行扰成为当今电离层研究的一个新课题, 如: 利用 GPS 台网对极光区电离层行扰和日本中纬地区电离层行扰所做的观测和研究^[26]。为改善单频用户 GPS 定位精度, 在广域差分 GPS 系统中, 通常将电离层延迟误差模型化, 通过各基准站的双频 GPS 观测资料建立区域性的电离层延迟模型^[27]。利用 GPS 无线电掩星法来监测地球大气研究工作由于其潜在的应用和开发价值已经受到国内、外的广

泛关注和重视^[28]，一些研究表明，双频和单频反演方法均能简单有效地、准确地处理电离层掩星观测资料，获取高垂直分辨率的电离层电子密度剖面^[29]。

对流层折射是 GPS 定位中重要的误差源之一，在基线很短时，通过差分技术可以有效地减弱其影响，但差分技术仅限于流动站与基准站的距离较近、高差较小的情况。对于距离较远或高差较大的基线，差分后残余的对流层延迟将影响基线解的精度，甚至影响整周模糊度的解算^[30]。利用对流层经验模型来预报对流层延迟、将对流层天顶延迟作为未知参数来进行估计、外部修正法是目前减小对流层延迟影响较流行的方法。近年来，利用 GPS 技术探测水汽，美国 GPS/Storm 试验证明了这一技术的可行性，国内也开展这方面的研究，如：利用 GPS 观测反演三峡地区对流层湿延迟的分布及变化^[31]，探测水汽含量的结果精度达到 1~2mm。

由于多路径效应在参考站和接收机之间不存在相关性，因此无法通过差分方法消除，所以对多路径效应的研究不论现在还是以后都将是一项非常重要的研究课题。目前，削减多径影响的方法包括正确的选址、抗多路径天线的设计、接收机结构设计和观测数据后处理等，对于静态高精度测量来说，选择合适的天线安置环境往往也是削弱多径影响的有效措施，有效而必要的数据处理和分析方法也是必不可少的，如：利用非线性估计理论、卡尔曼滤波技术、相位平滑技术等^[32]，数据后处理技术是解决高精度定位中多路径效应的有效方法，是以后研究的主要方向。

小波分析理论是在傅立叶分析基础上发展起来的一种分析理论。小波概念出现于 1984 年，当时法国地球物理学家 Morlet 在分析地震数据时提出将地震波按一个确定函数的伸缩、平移展开。1987 年，Mallat 将计算机视觉领域的多尺度分析思想引入到小波分析中，提出多分辨率分析概念，统一了在此之前所有具体正交小波基的构造，并且提出相应的分解与重构快速算法。1988 年，Daubechies 在美国 NSF/CBMS 主办的小波专题研讨会上进行了 10 次演讲，引起了广泛注意，由此将小波分析的理论发展与实际应用推向了高潮。目前，由于小波分析对理论研究和工程应用方面的价值和使用意义，作为信号处理的一种新工具，目前已成为国际国内研究的热点，在许多领域得到了广泛的应用，如信号处理、图像处理、模式识别、地震勘测、流体力学、电磁场、机械故障诊断与监控、分形、数值计算等领域。小波分析理论在 GPS 技术中的应用也取得一些成果，主要有以下几方面^{[33][34][35][36]}：GPS 主要误差的建模与预报、基于小波分形特征提取 GPS 观测数据有效信息、GPS 观测值周跳检测、GPS 观测数据压缩、GPS 在动态监测数据处理中的应用等。

当前，许多大型工程首级平面控制网多采用 GPS 技术建立，GPS 控制网稳定性分析方法也是测量界研究的热点问题。控制网的稳定性分析建立在多期重复

观测并对观测数据平差基础上进行的。进行平差计算时控制网点的垂直面、平面或空间坐标位置参数及其协因数阵的估计，其结果都是相对于选定的基准数据，基准数据对整个控制网点的稳定性分析是一个十分重要的问题，因此在布设建立加密网时，必须对起始基准进行分析与判别。对基准点的稳定性分析方法有：用方差比的 F 检验、基线向量改正数的数值检验和分布拟合检验、基准点的坐标差检验等统计检验方法^{[40][42]}。控制网的稳定性分析需要有一个统一的基准，若采用的基准不同，相应的网点位移量也不会相同，不同基准下的控制网成果要进行转换才能用于稳定性分析^{[38][39]}。大型工程首级控制网布设的范围较大，由于多种复杂的客观原因，一些点位可能会位移，稳定性比较差。因此，必须定期复测并判断点位稳定性，控制网点稳定性分析方法有以下几种：单点位移显著性检验、整体形变检验、稳健迭代权估计等^[37]。控制网整体稳定性检验的方法有平均间隙法，常用的单点位移显著性检验方法有变形误差椭圆法、t 检验法、分块间隙法。

§1.2 研究的目的是和意义

GPS 定位技术已经广泛地应用于国家坐标系统的建立、大地板块监测、地形测量、施工放样、工程变形监测和海洋测量等，由于其广阔的前景，特别是对于要求定位精度高的精密工程来说，对 GPS 技术的理论、数据处理与分析的研究具有重要意义。

对于精密工程 GPS 控制网，国家 GPS 测量规范^[13]对不同级别的 GPS 网观测时间有具体的规定，如 B 级网，规范规定连续观测时间为 4 小时以上，苏通大桥 GPS 观测时间为连续 24 小时，为了充分发挥 GPS 定位技术的优越性，提高工作效率，本文对观测时间与基线精度之间的关系进行研究分析，深研究观测时间对基线向量与 GPS 控制网的影响。对合理安排 GPS 观测和提高 GPS 控制网精度具有一定的实际意义。

根据 GPS 定位技术的独特优点，很多大型工程平面控制网采用 GPS 技术建立。但是在实践过程中发现一些问题，由于测区周围复杂的环境影响，GPS 观测数据中可能含有大量的噪声，如何发现、剔除或减弱噪声的影响是进一步提高 GPS 网质量的关键。鉴于小波分析良好的时频局域性，通过小波变换可对信号的不同频率成分进行分解，提取观测数据中不同频率信息，从而深层次认识 GPS 信号特征，找出造成 GPS 误差的原因。

多路径效应、接收机随机噪声等不相关噪声无法通过差分方法消除，目前，一般采用数据平滑或卡尔曼滤波方法对 GPS 观测噪声进行处理，但降低噪声的同时也展宽了波形，平滑了信号中锐变尖峰成分，损失突变点可能携带的重要信息。小波变换作为信号处理的一种新工具，由于具有可同时进行时域和频域分析

以及良好的时频局域化和变化特性,特别是在时变滤波等方面有许多优点,因而非常适合于处理平稳和非平稳信号。通过小波对 GPS 原始数据进行消噪处理,可以提高基线向量的精度,进而提高 GPS 定位的精度。

目前,大型工程首级平面控制网一般采用 GPS 技术建立。首级 GPS 平面控制网是一切施工测量的基准,直接决定着施工测量与工程的整体质量,由于大型工程施工期长,施工区域各种复杂条件可能会引起控制点位移,必须对控制网进行定期复测。目前, GPS 平面控制网稳定性分析通常是依据两期的坐标位移量以经验值进行判定,这样往往缺乏严密的理论依据,分析结果缺乏可靠性。因此,对 GPS 平面控制网观测数据进行科学处理,对控制网稳定性分析方法进行研究,研制控制网稳定性分析软件,快速地进行稳定性评判,不仅是理论研究的需要,更是实际应用的需要。

§1.3 本文研究的主要内容

本文在深入探讨 GPS 理论、小波分析理论、控制网稳定性理论的基础上,对 GPS 数据预处理方法和平面控制网稳定性分析方法展开研究,并结合实际工程数据进行计算和分析。

对于精密工程 GPS 控制网,国家 GPS 测量规范^[13]对不同级别的 GPS 网观测时间有具体的规定,为了充分发挥 GPS 定位技术的优越性,提高工作效益,采用三次样条插值进行研究分析观测时间对基线精度与 GPS 控制网精度的影响。对 24 小时的原始观测数据截取质量最佳的 4 小时得到的数据进行基线解算并选取 10 条独立基线做二维联合平差,精度比 24 小时观测数据平差得到的精度高,因此,在 GPS 外业观测时,选取最佳观测时间能够满足桥梁控制网的设计精度。

采用 VISUAL BASIC6.0 与 MATLAB 语言编程,提取苏通大桥与葛洲坝 GPS 控制网原始观测数据中的原始载波信号、单差观测值、双差观测值进行小波分解,分别研究高频信号特点,从而探测 GPS 误差的影响。

采用编制的消噪程序对葛洲坝 GPS 控制网原始观测数据进行消噪处理,采用了三种方案:不同分解层数消噪性能的比较、不同阈值选取与重调方法对消噪性能影响的比较、不同小波函数消噪性能的比较。并在三种方案的消噪性能进行比较的基础上,找出最优的消噪方案。

在研究平面控制网稳定性分析理论基础上,对平均间隙法、t 检验法、变形误差椭圆法采用 MATLAB 语言研制了稳定分析软件。对苏通大桥两期复测数据采用基线解算软件 Winprism 进行基线解算,采用武汉大学研制的科傻 GPS 处理系统进行二维联合平差,投影面为正常高 8 米。采用研制的稳定性分析程序对两期复测成果进行稳定性分析。本文各章内容如下:

第一章 绪论。简要叙述 GPS、小波分析、控制网稳定性分析理论和技术的发展概况、研究现状和应用前景，论述本文研究的目的和意义以及本文研究的主要内容。

第二章 GPS 基线向量的误差分析。本章系统讨论了 GPS 基线解算的基本原理、基线质量的评价、影响基线的误差来源以及提高基线精度的措施，结合苏通大桥 GPS 控制网实测数据，重点讨论和分析了起算点偏差以及观测时间选取对基线向量的影响，得出了有益的结论，对合理安排 GPS 观测和提高基线质量具有一定的实际意义。通过选取最佳 4 小时的观测数据进行计算分析，表明选择好的观测时段可以实现在较短的时间内得到较高的基线精度，从而提高工作效率。

第三章 小波分析及其在 GPS 数据预处理中的应用。在讨论小波及其变换的基础上，对小波函数、小波消噪层次和阈值的选取进行分析，采用 VB 和 MATLAB 编制程序，提取苏通大桥和葛洲坝 GPS 控制网观测数据中的原始载波信号、单差观测值、双差观测值，采用 db3 小波函数进行三层小波分解，分别研究 GPS 原始载波信号、单差观测值、双差观测值的噪声特性，验证差分模型消除大气折射等引起的系统误差的功能，以葛洲坝 GPS 控制网的一条基线为研究对象，采用不同分解层数、不同阈值选取与重调方法、不同小波函数三种方案进行计算，并对计算结果进行分析，得出 GPS 观测数据消噪方面有实用价值的结论。

第四章 平面控制网稳定性分析。阐述平面控制网的参考基准及其选择方法，讨论不同参考基准之间转换的基本原理和方法，对平面控制网整体和单点稳定性分析理论和方法进行研究，重点研究平均间隙法、t 检验法、变形误差椭圆法等稳定性分析方法。

第五章 苏通大桥 GPS 平面控制网稳定性分析。简要介绍苏通大桥首级 GPS 平面控制网，采用武汉大学研制的科傻 GPS 处理系统对两期复测数据进行平差计算，得到两期正常高 8 米投影面平差成果，采用 MATLAB 语言编制平均间隙法、变形误差椭圆法、t 检验法稳定性分析程序，对苏通大桥 GPS 平面控制网两期复测平差成果进行计算和分析，并给出控制网稳定性的结论。

第六章 总结与展望。

第二章 GPS 基线向量的误差及分析

目前, GPS 定位技术在建立各种类型的控制网方面得到广泛应用。工程 GPS 控制网一般采用静态 GPS 测量模式, 利用载波相位测量获得载波相位观测值, 从而得出待定点位的坐标或两点间的坐标差。GPS 控制网的精度很大程度上取决于基线的质量, 由于受到多种因素的影响, 例如信号在大气中的传播和接收机误差、卫星钟差、轨道误差、卫星失锁、多路径效应、测区周围电磁波的干扰等, 基线的精度有所降低。因此, 对 GPS 测量误差进行分析, 研究如何削弱这些误差, 对提高基线的精度具有重要的意义。

§ 2.1 GPS 基线解算的基本原理

GPS 平面控制网主要采用静态相对定位方法, 采用载波相位观测值为基本观测值, 基线解算是 GPS 数据处理中非常重要的一个环节。

2.1.1 GPS 基本观测值及线性组合

载波相位测量相对定位可采用非差法和求差法。非差法基本原理是利用相位测量的直接观测值, 组成观测误差方程, 在已知一点坐标的前提下, 推算另一点的坐标。求差法基本原理是通过观测值之间求差, 消除一些相关量, 减少多余参数, 使得法方程阶数减少, 降低解算工作量。目前, 载波相位测量相对定位普遍采用求差法。

1. 基本观测值

由于通过测量接收机振荡器所产生的参考载波信号, 与接收到的卫星载波信号之间的相位差, 只能测定不足一整周的小数部分, 以 $\delta\varphi_i^j(t_0)$ 为相应某一起始观测历元 t_0 相位差的小数部分, $N_i^j(t_0)$ 为相应起始观测历元 t_0 载波相位差的整周数, 历元 t_0 的总相位差可表示为:

$$\Phi_i^j(t_0) = \delta\varphi_i^j(t_0) + N_i^j(t_0) \quad (2-1-1)$$

当卫星于历元 t_0 被跟踪后, 载波相位变化的整周数便被自动计数, 所以, 对其后任意某一观测历元 t 的总相位差可以表示为:

$$\Phi_i^j(t) = \delta\varphi_i^j(t) + N_i^j(t - t_0) + N_i^j(t_0) \quad (2-1-2)$$

其中, $N_i^j(t - t_0)$ 表示从某一起始观测历元 t_0 至历元 t 之间载波相位的整周数, 可由接收机自动连续的计数来确定, 为已知量。取符号:

$$\varphi_i^j(t) = \delta\varphi_i^j(t) + N_i^j(t - t_0) \quad (2-1-3)$$

则 (2-1-2) 式可改写为:

$$\varphi_i^j(t) = \Phi_i^j(t) - N_i^j(t_0) \quad (2-1-4)$$

$\varphi_i^j(t)$ 是载波相位的实际观测量。

载波相位差的观测方程为:

$$\begin{aligned} \varphi_i^j(t) = & \frac{f}{c} \rho_i^j(t) \left[1 - \frac{1}{c} \dot{\rho}_i^j(t) \right] + f \left[1 - \frac{1}{c} \dot{\rho}_i^j(t) \right] \delta_i(t) - f \delta^j(t) - N_i^j(t_0) \\ & + \frac{f}{c} [\Delta_{trop}^j(t) + \Delta_{ion}^j(t)] \end{aligned} \quad (2-1-5)$$

式中: f 为载波频率; $\rho_k^j(t_i)$ 、 $\dot{\rho}_k^j(t_i)$ 分别表示卫地距、卫地距变率; δ_i 、 δ^j 分别为接收机钟差和卫星钟差; $N_i^j(t_0)$ 表示初始历元的整周待定值; $\Delta_{trop}^j(t)$ 为对流层折射对卫星载波信号传播路程的影响; $\Delta_{ion}^j(t)$ 为电离层折射对卫星载波信号传播路程的影响。

如果基线较短, 上式可以简化为:

$$\varphi_i^j(t) = \frac{f}{c} \rho_i^j(t) + f[\delta_i(t) - \delta^j(t)] - N_i^j(t_0) + \frac{f}{c} [\Delta_{trop}^j(t) + \Delta_{ion}^j(t)] \quad (2-1-6)$$

假设两观测站 1 和 2 上, 分别安置接收机 $T_i (i=1,2)$, 对 GPS 卫星 s^j 和 s^k , 于历元 t_1 和 t_2 进行了同步观测, 则可得到独立的载波相位观测量: $\varphi_1^j(t_1)$ 、 $\varphi_1^j(t_2)$ 、 $\varphi_1^k(t_1)$ 、 $\varphi_1^k(t_2)$ 、 $\varphi_2^j(t_1)$ 、 $\varphi_2^j(t_2)$ 、 $\varphi_2^k(t_1)$ 、 $\varphi_2^k(t_2)$ 。在静态相对定位中, 目前基本上是采用这些独立观测量的多种差分式。

2. 观测量线性组合

取符号 $\Delta\varphi^j(t)$ 、 $\nabla\varphi_i(t)$ 和 $\delta\varphi_i^j(t)$, 分别表示不同接收机之间、卫星之间和不同观测历元之间的观测量之差, 则分别以如下表示:

$$\Delta\varphi^j(t) = \varphi_2^j(t) - \varphi_1^j(t) \quad \nabla\varphi_i(t) = \varphi_i^k(t) - \varphi_i^j(t) \quad \delta\varphi_i^j(t) = \varphi_i^j(t_2) - \varphi_i^j(t_1)$$

2.1.2 单基线平差

目前, 静态相对定位的单基线平差模型有三种, 分别为单差模型、双差模型和三差模型, 即在接收机之间求一次差, 在接收机和卫星之间求二次差以及在接收机、卫星和历元间求三次差。

1. 单差模型

单差, 即不同测站, 同步观测相同卫星所得观测量之差, 在相对定位中, 单差是观测量最基本的线性组合形式。其表达形式为:

$$\Delta\varphi^j(t) = \varphi_2^j(t) - \varphi_1^j(t) \quad (2-1-7)$$

将 (2-1-6) 式应用于观测站 T_1 和 T_2 , 代入 (2-1-7), 可得

$$\begin{aligned} \Delta\varphi^j(t) = & \frac{f}{c}[\rho_2^j(t) - \rho_1^j(t)] + f[\delta\hat{x}_2(t) - \delta\hat{x}_1(t)] - [N_2^j(t_0) - N_1^j(t_0)] \\ & + \frac{f}{c}[\Delta_{2,ion}^j(t) - \Delta_{1,ion}^j(t)] - \frac{f}{c}[\Delta_{2,trop}^j(t) - \Delta_{1,trop}^j(t)] \end{aligned} \quad (2-1-8)$$

若应用符号

$$\begin{aligned} \Delta t(t) &= \delta\hat{x}_2(t) - \delta\hat{x}_1(t) \\ \Delta N^j &= N_2^j(t_0) - N_1^j(t_0) \\ \Delta\Delta_{ion}^j &= \Delta_{2,ion}^j(t) - \Delta_{1,ion}^j(t) \\ \Delta\Delta_{trop}^j &= \Delta_{2,trop}^j(t) - \Delta_{1,trop}^j(t) \end{aligned}$$

则单差观测方程可表示为:

$$\Delta\varphi^j(t) = \frac{f}{c}[\rho_2^j(t) - \rho_1^j(t)] + f\Delta t(t) - \Delta N^j + \frac{f}{c}[\Delta\Delta_{ion}^j(t) + \Delta\Delta_{trop}^j(t)] \quad (2-1-9)$$

由上式可以看出, 卫星的钟差影响已经消除, 这是单差模型的一个重要优点, $\Delta t(t)$ 项只是两观测站接收机的相对钟差, 对同一历元, 两站接收机同步观测量所有单差的影响均为常量。由于卫星轨道误差和大气折射误差, 对两站同步观测结果的影响, 具有一定的相关性, 所以, 对单差的影响将明显地减弱, 基线越短, 效果更加显著。如果忽略该式电离层与对流层的影响, 则单差观测方程可简化为:

$$\Delta\varphi^j(t) = \frac{f}{c}[\rho_2^j(t) - \rho_1^j(t)] + f\Delta t(t) - \Delta N^j \quad (2-1-10)$$

由 (2-1-10) 式, 可得单差线性化后的误差方程为:

$$\Delta v^j(t) = \frac{1}{\lambda}[l_2^j(t), m_2^j(t), n_2^j(t)] \begin{bmatrix} \delta\hat{x}_2 \\ \delta\hat{y}_2 \\ \delta\hat{z}_2 \end{bmatrix} + \Delta N^j - f\Delta t(t) + \Delta l^j(t) \quad (2-1-11)$$

其中 $\Delta v^j(t)$ 为 t 时刻误差方程的改正数, λ 为载波波长, f 为载波频率, l, m, n 为测站与卫星之间的方向余弦, $\delta\hat{x}, \delta\hat{y}, \delta\hat{z}$ 为坐标改正数 (未知量), Δt 为两接收机的钟差之差, Δl 为两测站之间的相位差之差减去它们之间由于距离差引起的相位影响, 用式 (2-1-12) 表示为:

$$\Delta l^j(t) = \Delta\varphi^j(t) - \frac{1}{\lambda}[\rho_{20}^j(t) - \rho_1^j(t)] \quad (2-1-12)$$

2. 双差模型

双差，即不同观测站，同步观测同一组卫星，所得单差之差，它是以单差为前提条件。接收机钟差的影响已经消除，这是双差模型的重要特点。

其表达式为：

$$\nabla\Delta\varphi^k(t) = \Delta\varphi^k(t) - \Delta\varphi^j(t) = [\varphi_2^k(t) - \varphi_1^k(t) - \varphi_2^j(t) + \varphi_1^j(t)] \quad (2-1-13)$$

由载波相位观测方程 (2-1-6) 式，可得双差观测方程：

$$\nabla\Delta\varphi^k(t) = \frac{f}{c}[\rho_2^k(t) - \rho_2^j(t) - \rho_1^k(t) + \rho_1^j(t)] - \nabla\Delta N^k \quad (2-1-14)$$

其中 $\nabla\Delta\varphi^k(t) = \Delta\varphi^k(t) - \Delta\varphi^j(t)$

$$\nabla\Delta N^k = \nabla N^k - \nabla N^j$$

由 (2-1-14) 式，可得双差观测方程式的线性化形式：

$$v(t) = \frac{1}{2}[\nabla l(t), \nabla m(t), \nabla n(t)] \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} + \nabla\Delta N + \nabla\Delta l(t) \quad (2-1-15)$$

3. 三差模型

三差是以双差为前提的，即不同历元，同步观测同一组卫星，所得观测量的双差之差。三差模型的优点是进一步消除了整周未知数的影响。

其表达式为：

$$\delta\nabla\Delta\varphi^k(t) = \nabla\Delta\varphi^k(t_2) - \nabla\Delta\varphi^k(t_1) = [\varphi_2^k(t_2) - \varphi_1^k(t_2) - \varphi_2^j(t_2) + \varphi_1^j(t_2)] - [\varphi_2^k(t_1) - \varphi_1^k(t_1) - \varphi_2^j(t_1) + \varphi_1^j(t_1)] \quad (2-1-16)$$

如果分别以 t_1 和 t_2 表示两个不同的观测历元，则可得下式：

$$\begin{aligned} \delta\nabla\Delta\varphi^k(t) &= \frac{1}{\lambda}[\rho_2^k(t_2) - \rho_2^j(t_2) - \rho_1^k(t_2) + \rho_1^j(t_2)] \\ &\quad - \frac{1}{\lambda}[\rho_2^k(t_1) - \rho_2^j(t_1) - \rho_1^k(t_1) + \rho_1^j(t_1)] \end{aligned} \quad (2-1-17)$$

由三差观测方程 (2-1-17) 式，可得三差观测方程式的线性化形式：

$$v(t) = \frac{1}{2}[\delta\nabla l, \delta\nabla m, \delta\nabla n] \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} + \delta\nabla\Delta l(t) \quad (2-1-18)$$

从以上基本方程中可以看出，通过差分技术，一些影响因素被消除或减弱了。同时也存在一些问题，就是随着差分阶数的增加，误差方程数明显减少，观测量的数学相关性增强。由于参考站或参考卫星的观测量无法采用，也很可能损失一些观测数据。

§ 2.2 基线向量的质量评价

GPS 基线向量网的平差以解算后的基线向量作为观测值,因此基线解算完成后,首先必须对基线解算的结果进行质量检查。基线解算结果质量评定标准很多,同时也与所采用的解算软件有关,一般包括以下内容^[12]:单位权中误差(RMS)、对于短基线(一般认为小于 20Km 的基线)的模糊度是否解出、整周模糊度检验值(RATIO)、相对定位精度因子(RDOP)等,对于那些要参加 GPS 网平差的基线,还需要检查同步环闭合差、异步环闭合差和重复基线较差,只有合格的基线才能参与网平差,不合格的基线应对其结果进行残差分析,然后重新解算,重新解算仍然不合格的基线需重新进行测量。

1. 单位权中误差

RMS 为基线解算时的单位权中误差,即

$$RMS = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-1}} \quad (2-2-1)$$

式中:V 为观测值的残差;P 为观测值的权矩阵;n 为观测值的总数。

RMS 表明了观测值的质量,RMS 越小,观测值质量越好,它是表示内符合精度的一项指标。

2. 同步环和异步环闭合差

同步环闭合差就是由同步观测基线所构成的闭合环的闭合差。同步环闭合差在理论上应该为零,但由于各种误差的存在,实际上同步环闭合差不等于零。如果同步环闭合差超限,说明组成同步环的基线中至少一条有问题,对于有问题的基线要删去,若要保留应重新观测。

不是完全由同步观测基线所组成的闭合环称为异步环,其闭合差称为异步环闭合差。当异步环闭合差满足限差要求时,同步环闭合差一定符合限差要求,如果异步环闭合差超限,说明组成异步环的基线中至少有一条基线质量不合格,可通过相邻异步环或重复基线查出。

3. 数据删除率

在基线解算时,如果观测值的改正数大于某一阈值时,通常认为该观测值含有粗差,需要将其删除。被删除观测值的数量与观测值总数的比值,就是数据删除率。数据删除率从某种程度上反映了 GPS 原始观测值的质量。数据删除率越低,表明观测值的质量越好。

4. 相位差分的残差图

残差图是根据相位残差绘制的图,在观测时段内,质量好的基线相位差分的残差曲线应为一平稳的近似直线,如果残差曲线波动幅度较大,说明某颗或几颗卫星的观测数据质量欠佳,或者是所选的参考星有问题。

5. 模糊度的检验值

模糊度的检验值 $RATIO$ 值反映了所确定出的整周模糊度固定为整数的可信度（可靠性），它可表示为：

$$RATIO = \frac{RMS_{\text{次最小}}}{RMS_{\text{最小}}} \quad (2-2-2)$$

可以看出 $RATIO$ 值应大于或等于 1。这项指标与观测值的质量有关系，也与观测条件的好坏有关。 $RATIO$ 的值越大，说明整周模糊度固定为整数的可信度越高。双差解将整周模糊度固定，只把测站的坐标作为未知数来平差，得到的解叫做双差固定解，只要能够成功固定整周模糊度，双差固定解的精度将会最高。

6. 相对定位精度因子

相对定位精度因子 $RDOP$ 值是指在基线解算时待定参数的协因数阵的迹 $Tr(Q)$ ，即

$$RDOP = \left[\text{tr}[A^T P A]^{-1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2-2-3)$$

式中： A 为误差方程式中待定坐标未知数前面的系数阵； P 为相应观测值的权矩阵。 $RDOP$ 值的大小与基线位置和卫星在空间的几何分布及观测条件有关，当位置确定以后， $RDOP$ 值只与观测条件有关，因为观测条件是时间的函数，所以 $RDOP$ 值的大小与观测时间段有关。 $RDOP$ 值客观地反映了整个测段中卫星的几何强度（观测条件）对相对定位精度的影响，它不受观测值的影响。 $RDOP$ 表明了相对定位精度的好坏， $RDOP$ 越小，相对定位精度越高。

7. 基线长度的中误差

基线向量中误差要求小于按接收机标称精度计算的精度值，若基线长度标称精度为 $(0.5 \sim 1.0 \text{cm}) + (1 \text{ppm} \sim 2 \text{ppm}) \times D$ ，其中， D 为基线长度（单位：km），小于 10km 的基线中误差应为 $0.01 \sim 0.02 \text{m}^{[12]}$ ，若超过此限差，基线解算结果的可信度将会较低。

8. 双差固定解和双差浮动解

对于短基线，由于双差模糊度具有良好的整数特性，就将整周模糊度确定为整数，在进一步平差时不作为未知数求解，由此解算出的基线结果称为双差固定解。对于长基线来说，由于观测条件的相关性较差，一些误差难以用差分的方法有效消除，整周模糊度求解精度往往较低，这时将整周模糊度近似取整，相对定位的精度会降低，由此解算出的基线结果称为双差浮动解。当双差固定解与双差浮动解的向量坐标差达到分米级时，处理结果可能会有问题。

9. 重复基线的较差

重复基线的较差为同一条基线任意两个时段进行重复测量的互差。对于重复基线的较差，根据国家测绘行业 GPS 测量规范规定应小于接收机标称精度的 $\sqrt{2}$

倍。

§ 2.3 GPS 基线向量的影响因素

影响 GPS 基线向量质量的因素较多，主要有起算点偏差、周跳修复不完善、多路径效应、电离层折射、对流层折射、观测时间的选取等因素，本文在下一节研究观测时间的选取对基线向量的影响。

2.3.1 起算点偏差对基线向量的影响

GPS 基线解算时，需要一个已知点的坐标作为起算数据，才能根据观测值精确计算出基线向量，已知点坐标的误差会对基线的精度产生影响。

假设 T_1 和 T_2 是基线的两端点，其在 WGS-84 中的坐标向量为 X_1 和 X_2 ，坐标差向量为 ΔX_{12} ，有关系式：

$$X_2 = X_1 + \Delta X_{12} \quad (2-3-1)$$

假设 T_1 作为起算点，坐标向量存在偏差 δX_1 ，则由此引起 T_2 点坐标向量的变化可以表示为

$$\delta X_2 = \delta X_1 + \delta \Delta X_{12} \quad (2-3-2)$$

$\delta \Delta X_{12}$ 为起始点坐标的变化对所求基线的影响。

可以看出，起算点坐标偏差的影响，由两部分构成，一是基线向量产生平移 δX_1 ，二是对所求基线向量的影响 $\delta \Delta X_{12}$ ， $\delta \Delta X_{12}$ 是由基线长度、方位、已知点位置以及所测卫星几何分布等多种因素引起，是研究的主要内容。

设基线解算采用双差模型，可表示为：

$$\begin{aligned} \nabla \Delta \varphi^k(t) = & \frac{1}{\lambda} [r_1^k(t) - r_1^j(t)] \begin{bmatrix} \delta X_1 \\ \delta Y_1 \\ \delta Z_1 \end{bmatrix} - \frac{1}{\lambda} [r_2^k(t) - r_1^j(t)] \begin{bmatrix} \delta X_2 \\ \delta Y_2 \\ \delta Z_2 \end{bmatrix} - \nabla \Delta N^k \\ & + \frac{1}{\lambda} [\rho_{20}^k(t) - \rho_{20}^j(t) - \rho_{10}^k(t) + \rho_{10}^j(t)] \end{aligned} \quad (2-3-3)$$

其中， $r_i^j(t) = [l_i^j(t) \quad m_i^j(t) \quad n_i^j(t)]$

如果同步观测的卫星数为 n^j ，且整周模糊度 $\nabla \Delta N^k$ 已知，则

$$(\Delta r_2^T P \Delta r_2) \delta X_2 + \Delta r_2^T P (I - \Delta r_1 \delta X_1) = 0 \quad (2-3-4)$$

于是

$$\delta X_2 = -(\Delta r_2^T P \Delta r_2)^{-1} (\Delta r_2^T P l - \Delta r_2^T P \Delta r_1 \delta X_1) \quad (2-3-5)$$

其中, $\Delta r_i = [\Delta r_i^{12}, \Delta r_i^{13}, \dots, \Delta r_i^{1n}]^T$

$$\Delta r_i^{jk} = [r_i^k(t) - r_i^j(t)] = [(l_i^k(t) - l_i^j(t)), (m_i^k(t) - m_i^j(t)), (n_i^k(t) - n_i^j(t))]$$

$$l = [l^{12}, l^{13}, \dots, l^{1n}]^T$$

$$l^{jk} = -[\rho_{20}^k(t) - \rho_{20}^j(t) - \rho_{10}^k(t) + \rho_{10}^j(t)] + \lambda[\nabla \Delta \varphi^k(t) + \nabla \Delta N^k]$$

P 为观测量双差的权阵。

为了验证起算点坐标的偏差对基线向量的影响, 采用了苏通大桥 GPS 控制网中的一条基线(ST01-ST02)作为实例进行研究。该基线连续观测了 24 小时, ST02 的坐标是根据武汉的 IGS 跟踪站(WUHN)坐标和 WUHN→ST02 的基线向量得到的。用基线解算软件 Winprism 进行基线解算, 解算时将固定点 ST02 坐标分量分别加入一定的误差, 采用以下五种方案进行计算和比较:

方案一、ST02 坐标 X+3m、Y+3m、Z+3m 为起算点

方案二、ST02 坐标 X+10m、Y+10m、Z+10m 为起算点

方案三、ST02 坐标 X+20m、Y+20m、Z+20m 为起算点

方案四、ST02 坐标 X+30m、Y+30m、Z+30m 为起算点

方案五、ST02 坐标 X+40m、Y+40m、Z+40m 为起算点

解算成果见表 2.1, 从表中的数据可以看出, 在各分量加 3 米误差时, 基线的各分量有明显的变化, 基线的长度减小 4 毫米。方案一的偏差最小, 方案五的偏差最大, 这表明起算点坐标误差越大对基线向量解算结果影响也越大, 因此, 要从事精密控制测量, 起始点坐标的影响是不容忽视的。

表 2.1 基线向量 ST02—ST01 解算成果

方案	坐标(米)			长度(米)	中误差(毫米)			RMS (毫米)
	X	Y	Z		m_x	m_y	m_z	
原始值	1231.8510	-2996.2923	5170.2418	6101.363	2.5	3.6	2.7	16.0
方案一	1231.8508	-2996.2922	5170.2414	6101.359	2.5	3.6	2.7	15.9
方案二	1231.8503	-2996.2916	5170.2406	6101.361	2.5	3.5	2.7	15.7
方案三	1231.8496	-2996.2909	5170.2393	6101.359	2.5	3.6	2.7	15.5
方案四	1231.8489	-2996.2901	5170.2379	6101.358	2.5	3.6	2.7	15.5
方案五	1231.8482	-2996.2893	5170.2366	6101.356	2.5	3.6	2.8	15.6

起算点误差对基线解算结果的影响是一外在的误差影响因素, 为了保证基线向量的解算具有足够的精度, 应控制起算点误差。根据国家 GPS 测量规范^[13]:

进行 C 级及以下测量时，起算点的 WGS-84 坐标精度应不低于 25 米，进行 B 级测量时，起算点的 WGS-84 坐标精度应不低于 3 米。起算点的坐标通常可以通过以下几种途径获取：

1. 利用已知的 WGS-84 坐标。我国已通过国家 GPS 联测，建立起国家高精度 GPS A 级网，这些网点的坐标均可以作为基线精化处理中的起算点。
2. 当在精确获取转换参数的情况下，根据国家或地方坐标系的大地坐标以及该坐标系和 WGS-84 坐标系之间的转换关系式进行坐标转换后，求得基线精化处理的起算点。
3. 通过 GPS 单点定位的结果。由于目前 C/A 码伪距定位 2~3 小时，平差结果的精度为 ± 20 米左右，采用这种结果作为基线解算的起始点，对于高精度的 GPS 网数据处理是不能满足需要的，要提高起算点位置的精度，通常做法为：(1) 选择测区中心部位的某点独立观测三次以上，每次观测时段大于两小时，取多次伪距定位单点解的平均值作为全网基线解算的起算点；(2) 将 GPS 网中各点的单点定位结果都通过基线向量传递到起算点来，取加权平均值，用该平均值作为重新进行基线解算的起始点的坐标；(3) 采用精密星历取代广播星历进行起算点的伪距定位，通过提高卫星轨道精度来改善起算点的 WGS-84 坐标精度。

2.3.2 周跳修复不完善对基线向量的影响

GPS 相对定位采用相位观测值作为观测量，如果 GPS 接收机在整个观测时段始终保持锁定卫星信号，则载波相位观测值是连续的，但是由于障碍物遮挡视线或外界干扰等原因引起卫星信号短时间失锁，而使相位观测值的整周数发生跳变，这种现象称为周跳。对于观测条件差的测区，周跳现象的发生是较频繁的，作者曾对某坝区的连续 24 小时的观测数据进行分析，发现其中有颗卫星信号中断多达 16 次。

相位观测量的整周数是由相位变化率积分得出的，而小数部分则是实际测量的，因此周跳只会引起相位观测量整周数发生跳跃。根据拉查佩利的统计，一个周跳对经度、纬度、高程的影响为^[14]：

$$\Delta_L = 0.03 - 0.06m$$

$$\Delta_B = 0.10 - 0.18m$$

$$\Delta h = 0.14 - 0.16m$$

可见，即使只有一个卫星存在一个周跳，也会带来较大的误差。周跳严重影响基线的精度，因而，周跳的探测和修复是 GPS 数据处理不可缺少的组成部分。周跳探测的原理是建立在粗差定位基础上的。首先，由观测数据组成适当的探测序列，使得周跳在该探测序列中以粗差的形式表现出来。然后，检测该探测序列中的粗差，确定周跳的位置和大小并按照适当的算法进行修复。

2.3.3 多路径效应对基线向量的影响

在 GPS 测量中, 被测站附近的反射物所反射的卫星信号(反射波)进入接收机天线, 将和直接来自卫星的信号产生干涉, 从而使得观测值偏离真值, 这种效应称为“多路径效应”。多路径效应随天线周围反射面的性质而异, 一般环境下, 多路径效应对测码伪距影响可达米级^[15]。若天线置于高反射环境中, 不仅其影响量值显著增大, 而且会导致接收的卫星信号失锁, 产生周跳。静态相对定位通过差分技术可消除共同误差项的相关影响部分, 但对于多路径效应的影响无能为力, 因此多路径效应是相对定位中重要的误差源之一。

多路径误差取决于反射物离测站的距离和反射系数及卫星信号的方向等, 无法建立起准确的误差改正模型, 因此, 首先可以通过选择合适的站址减弱其影响, 避免邻近有大面积平静的水面、远离山坡和高层建筑物等。其次, 对接收机天线提出要求, 接收机天线对于极化特性不同的反射信号应该有较强的抑制作用。当然, 多路径效应可以通过对 GPS 观测数据进行处理, 达到削弱其影响的目的。如: 升高卫星截止高度角的截止限值; 删除多路径效应严重的观测时段或卫星; 对混杂在相位观测值中的污染信号进行分辨和筛分等。本文将在第三章采用小波变换, 通过多分辨分析来筛分出 GPS 信号不同的成分, 有效地分离多路径效应影响, 使观测值进一步细化, 从而提高 GPS 基线解算的精度。

2.3.4 电离层折射对基线向量的影响

地球上空距地面高度在 50-1000 千米之间的大气层称为电离层。电离层包含大量的自由电子和正离子, 当 GPS 信号通过电离层时, 如同其它电磁波一样, 信号的路径会发生弯曲, 传播速度也会发生变化。所以信号的传播时间乘以真空中的光速而得到的距离不等于卫星至接收机间的几何距离, 这种偏差叫电离层折射误差。电离层含有较高密度的电子, 它属于弥散性介质, 电磁波在这种介质内传播时, 其速度与频率有关。

减弱电离层影响的措施有: 利用双频观测、利用电离层改正模型加以修正、利用同步观测值求差、选择有利观测时段、升高卫星高度角的截止限值、对于 40 千米以上的边加气象改正等。

2.3.5 对流层折射对基线向量的影响

对流层是高度为 40 千米以下的大气底层, GPS 信号通过对流层时, 使传播的路径发生弯曲, 从而使测量距离产生偏差, 这种现象叫做对流层折射。由于对流层的折射对观测值的影响可分为干分量和湿分量两部分, 干分量主要取决于大气的湿度和压力, 湿分量主要取决于信号传播路径上的大气湿度和高度。当卫星处于天顶方向时, 对流层干分量对距离观测值的影响约占对流层影响的 90%, 其影响量可利用地面的大气资料计算, 对距离的影响值可达 20 米。湿分量的影响值较小, 但无法靠地面观测站来确定传播路径上的大气参数, 因而湿分量也无法

精确测定，从而成为高精度基线测量的主要误差之一。

对流层延迟，主要影响为天顶方向，由于相关性较强，短基线测量中会很好地消除，在长基线测量中采取双频接收机也能很好的减少其影响，还可以采用随机过程模拟和滤波方法进行参数估算及函数逼近方法模拟改正。

§ 2.4 观测时间的选取对 GPS 控制网的影响

对于精密工程 GPS 控制网，国家 GPS 测量规范^[13]对不同级别的 GPS 网观测时间有具体的规定，例如 B 级网，规范规定连续观测时间为 4 小时以上。理论分析与实践经验表明^[1]：在载波相位观测中，如果整周未知数已经确定，那么相对定位的精度，将不会随观测时间的延长而明显提高，整周未知数的解算一般需要 1-2 小时可以准确解算^[37]。为了充分发挥 GPS 定位技术的优越性，提高工作效率，因此有必要对观测时间进行研究分析，探讨观测时间对基线精度的影响，从而研究观测时间对 GPS 控制网的影响。

2.4.1 观测时间的选取对基线向量的影响

GPS 控制网采用静态相对定位观测方法，为了评价相对定位结果的精度，采用了相对定位精度因子 (RDOP) 的概念，相对定位的精度因子与观测时段所测卫星的几何分布及观测时间密切相关，它是卫星图形强度的 PDOP 和观测时间的函数，从卫星的分布图形和观测时间两个方面，综合表征相对定位精度的重要量。相对定位精度因子 RDOP 值是指在基线解算时待定参数的协因数阵的迹 $\text{Tr}(Q)$ ，即式 (2-2-3)。

相对定位误差与 RDOP 之间的关系可表示为：

$$m_{\Delta X} = RDOP \cdot \sigma_0 \quad (2-4-1)$$

式中： σ_0 为双差观测值单位权中误差。

苏通大桥 GPS 控制网为 B 级网，采用 Ashtech Z-xtreme 型 GPS 双频接收机进行观测，其标称精度为 $5\text{mm}+1\text{ppm} \times D$ ，配备有可抑止多路径效应的扼颈圈天线，观测时间为当日 8 点连续观测到次日 8 点，观测时间为 24 小时，共观测了 28 颗卫星。观测时卫星高度截止角为 15° ，有效观测卫星个数 ≥ 5 ，采样间隔为 15 秒。作业方式采用静态相对定位模式，基线采用随机软件 WINPRISM 进行解算。作者选择控制网年积日为 92 天的一个同步环中的 ST01-ST02、ST03-ST04 两条基线作为研究对象，分别对两条基线每隔 1 小时递增的累积观测数据进行基线解算，根据解算的成果分析观测时间与基线精度的关系，基线解算的成果见表 2.2、表 2.3。

表 2.2 ST01-ST02 基线每间隔一小时累积观测数据解算成果

时间 \ 成果	m_x (毫米)	m_y (毫米)	m_z (毫米)	RMS (毫米)	长度 (米)
1	8.4	12.5	10.5	16.7	6101.359
2	5.3	9.6	5.1	14.1	6101.359
3	4.9	8.6	4.3	15.2	6101.360
4	3.2	5.4	3.1	12.4	6101.356
5	3.3	5.4	3.3	14.0	6101.357
6	4.1	6.0	4.0	19.7	6101.356
7	5.3	9.9	5.9	29.8	6101.358
8	4.1	6.4	4.3	22.8	6101.358
9	5.7	8.4	5.1	33.0	6101.359
10	5.2	7.0	4.8	31.0	6101.359
11	5.2	6.4	4.6	30.4	6101.358
12	4.5	6.1	4.4	31.3	6101.360
13	3.8	5.6	4.2	29.4	6101.360
14	3.9	5.8	4.1	29.8	6101.361
15	3.7	5.3	3.8	28.1	6101.361
16	3.4	4.9	3.5	25.4	6101.360
17	3.4	4.8	3.4	24.9	6101.360
18	3.3	4.6	3.3	24.3	6101.360
19	3.2	4.3	3.1	22.4	6101.360
20	3.0	4.1	2.9	20.3	6101.360
21	2.8	3.9	2.7	18.1	6101.359
22	2.7	3.7	2.8	16.8	6101.359
23	2.6	3.6	2.7	16.1	6101.359
24	2.5	3.5	2.7	15.6	6101.359

表 2.3 ST03-ST04 基线每间隔一小时累积观测数据解算成果

时间 \ 成果	m_x (毫米)	m_y (毫米)	m_z (毫米)	RMS (毫米)	长度 (米)
1	4.3	5.7	4.7	10.1	5852.781
2	2.9	5.1	2.6	8.7	5852.788
3	2.5	4.7	2.5	9.1	5852.788
4	2.0	3.6	1.9	7.6	5852.787
5	2.1	3.7	2.2	9.4	5852.795

6	3.0	3.7	2.9	11.4	5852.791
7	3.9	5.0	3.6	18.9	5852.800
8	3.5	4.7	3.4	16.8	5852.799
9	3.3	4.5	3.1	15.6	5852.800
10	5.6	7.5	5.0	29.9	5852.803
11	4.6	5.8	4.0	25.4	5852.803
12	4.1	5.6	3.9	24.7	5852.803
13	3.9	5.3	3.7	24.0	5852.803
14	3.1	4.6	3.0	19.0	5852.804
15	2.5	3.9	2.7	14.8	5852.803
16	2.7	4.0	2.7	16.0	5852.804
17	2.4	3.5	2.6	12.5	5852.803
18	2.6	3.8	2.7	15.6	5852.804
19	2.3	3.3	2.5	12.4	5852.804
20	2.4	3.4	2.5	12.9	5852.804
21	2.3	3.3	2.4	11.8	5852.804
22	2.4	3.3	2.4	12.3	5852.804
23	2.2	3.2	2.4	10.9	5852.803
24	2.2	3.3	2.4	12.3	5852.804

由于单位权中误差 (RMS) 是基线质量最重要的评定标准, 从表 2.2、表 2.3 可以看出, RMS 越小, 基线三个分量的中误差较小, 观测值质量越好; 反之, 基线三个分量的中误差较大, 观测值质量越差。因此, 可以根据解算的基线单位权中误差 (RMS) 随观测时间与基线精度的关系来选择最佳观测时间段。

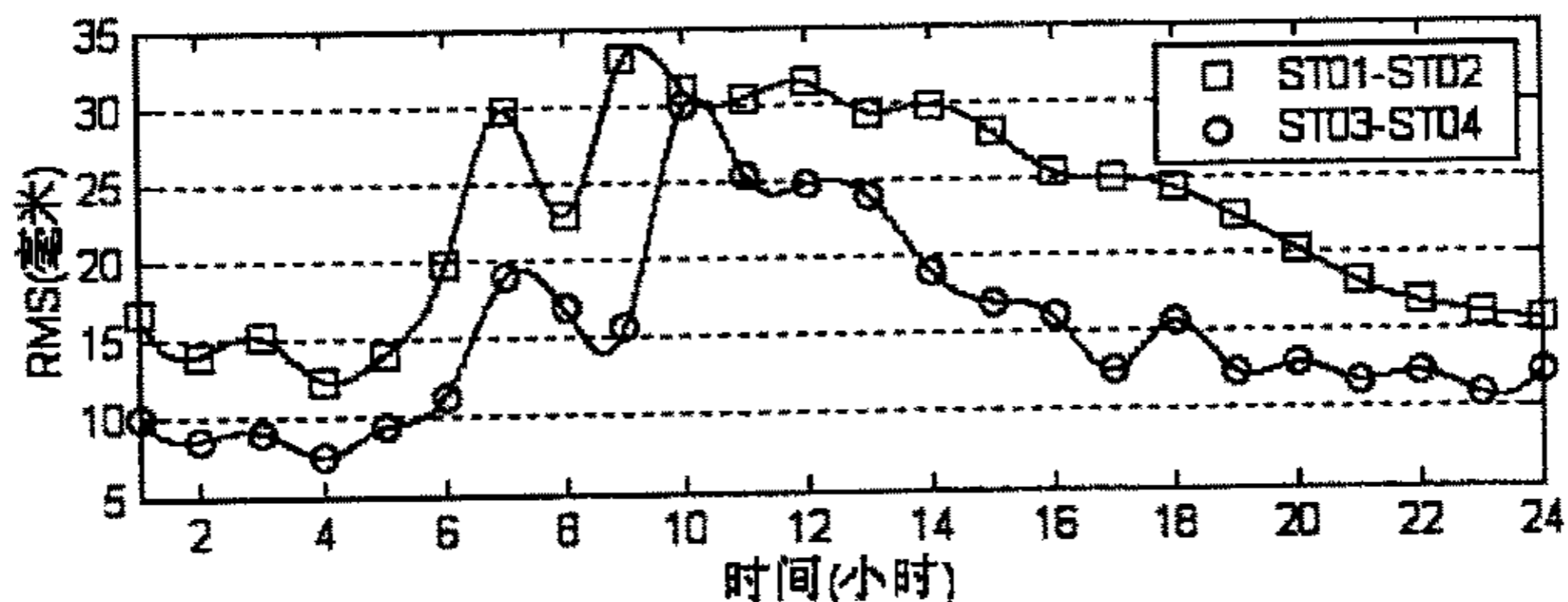


图 2.1 RMS 随观测时间变化曲线

由于三次样条插值具有良好的收敛性、稳定性、二阶光滑度^{[2] [6]}, 在理论上和实际的应用中具有重要意义。利用表 2.2、表 2.3 中的 RMS 数据进行三次样条

插值, 绘成曲线图如图 2.1 所示。

从图 2.1 可以清楚地看出 RMS 随时间变化关系, 在连续观测的 24 小时内, 由于所测基线为短基线 (小于 10Km), 观测时间内 PDOP (卫星几何强度) 基本相同, 即观测卫星条件相同, 因而随观测时间增加, 两条基线 RMS 变化趋势基本一致。同时可以看出, 在 24 小时的观测时间内, 基线精度并不随观测时间增加而明显提高, 有时由于卫星观测条件较差, 粗差或低精度的基线观测值抵消了增加观测时间所提高的精度, 说明 24 小时的观测时间可以保证基线的质量, 但并不是最佳的观测时间。

为了考察在相邻几天内基线 RMS 随时间的变化关系, 研究它们是否有相同的变化趋势, 作者选取了 ST01-ST11、ST01-ST02 两条基线, 观测的年积日分别为 94、96。对两条基线解算, 将解算的 RMS 成果分别采用三次样条插值绘成曲线图, 如图 2.3、图 2.4 所示。

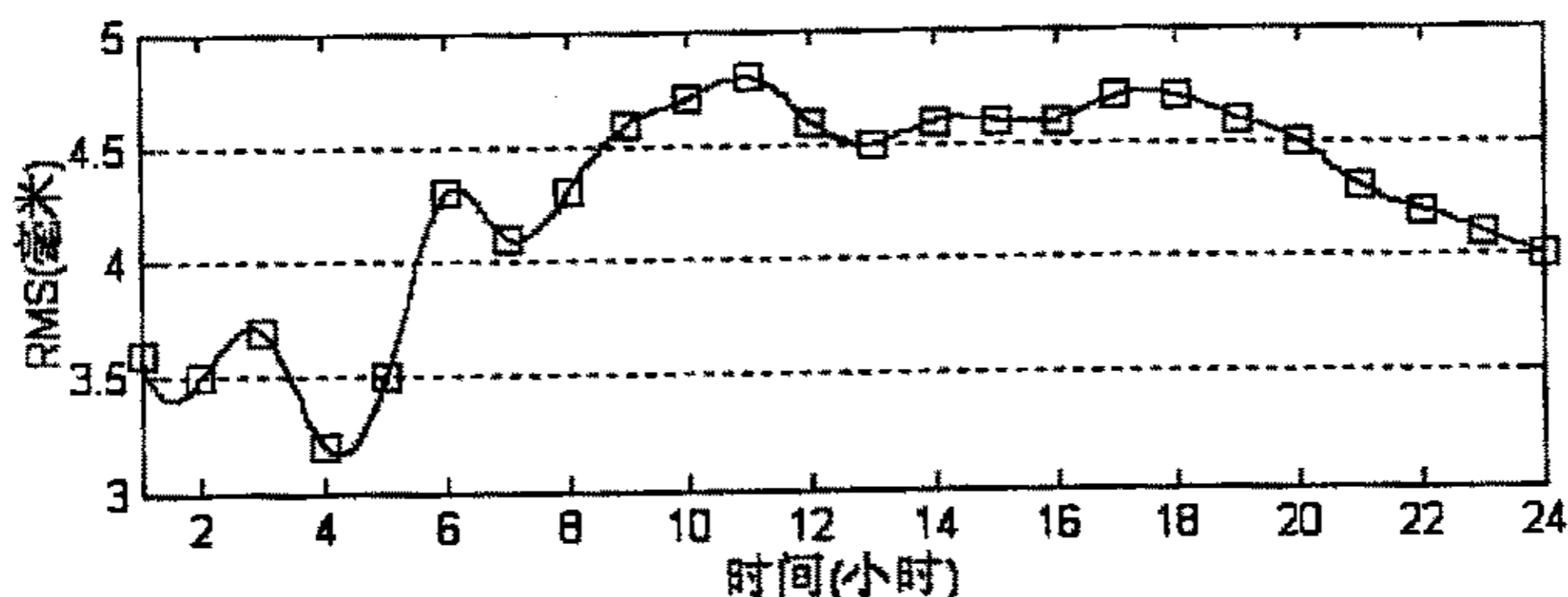


图 2.2 ST01-ST11 RMS 随观测时间变化曲线

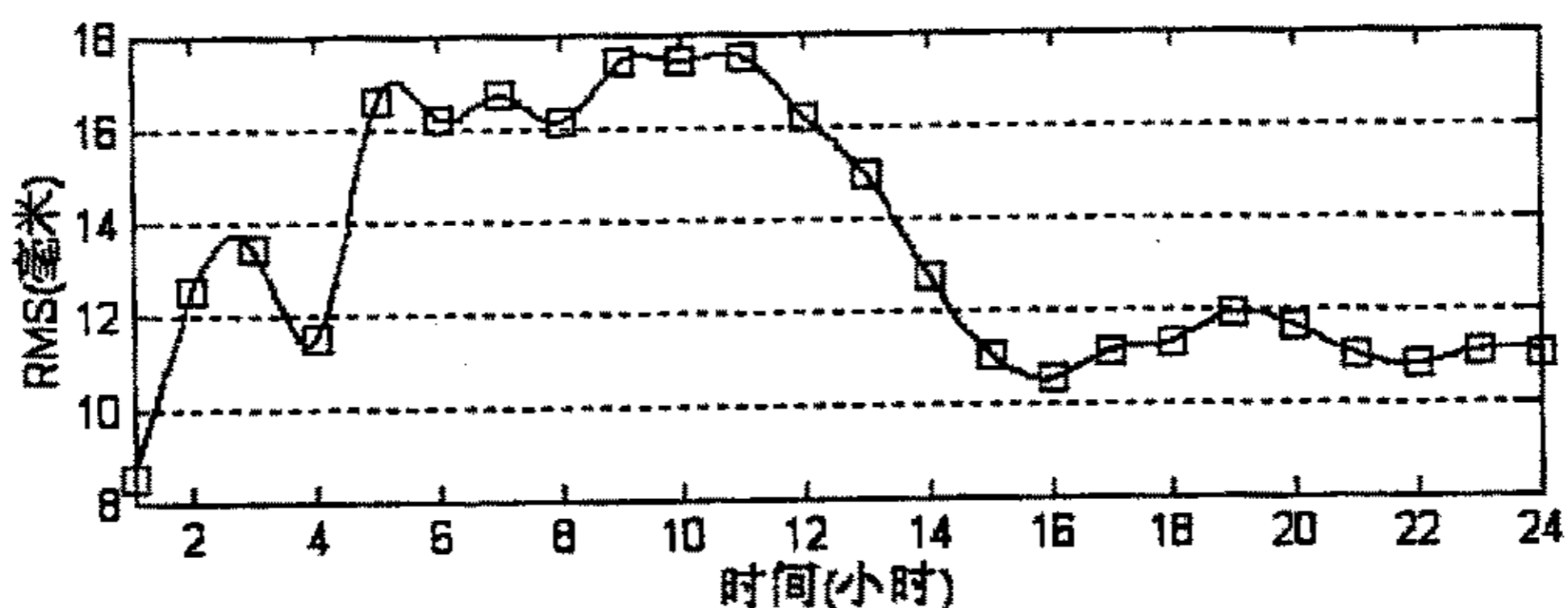


图 2.3 ST01-ST02 RMS 随观测时间变化曲线

从图 2.1、图 2.2、图 2.3 可以看出, 在连续四天内, 基线随观测时间增加 RMS 变化趋势仍具一致性, 但随着观测天数的增加, 这种一致性呈减弱趋势。

为了研究选取最佳时间段, 选取年积日为 92 天 ST01-ST02 基线为研究对象, 把 24 小时的观测数据按 4 小时均分为 6 个时段、按 6 小时均分为 4 个时段、按 8 小时均分为 3 个时段, 分别对分时段观测数据基线解算, RMS 成果见表 2.4。

表 2.4 分时段解算 RMS 成果表

时 间	RMS (毫米)					
4 小 时	12.4	36.8	32.1	6.9	4.6	5.9
6 小 时	19.7		68.3	7.5		5.3
8 小 时	22.8		8		6.5	

从表 2.4 中可以看出, 4 小时解中, 精度最高的观测时间段是第 16—20 小时, RMS 为 4.6 毫米, 精度最差的观测时间段是第 4—8 小时, RMS 值达到了 36.8 毫米; 6 小时解中, 第 18—24 小时观测数据解算精度最高, RMS 值为 5.3 毫米, 第 6—12 小时观测时间段的观测数据精度最低, RMS 值为 68.3 毫米; 8 小时解中, 精度最高的观测时间段是第 16-24 小时, RMS 为 6.5 毫米, 精度最差的观测时间段是第 1—8 小时, RMS 为 22.8 毫米; 将表 2.4 中的以 4 小时时间间隔计算的 RMS 成果采用三次样条插值绘成曲线图, 如图 2.4 所示, 容易看出其变化趋势。

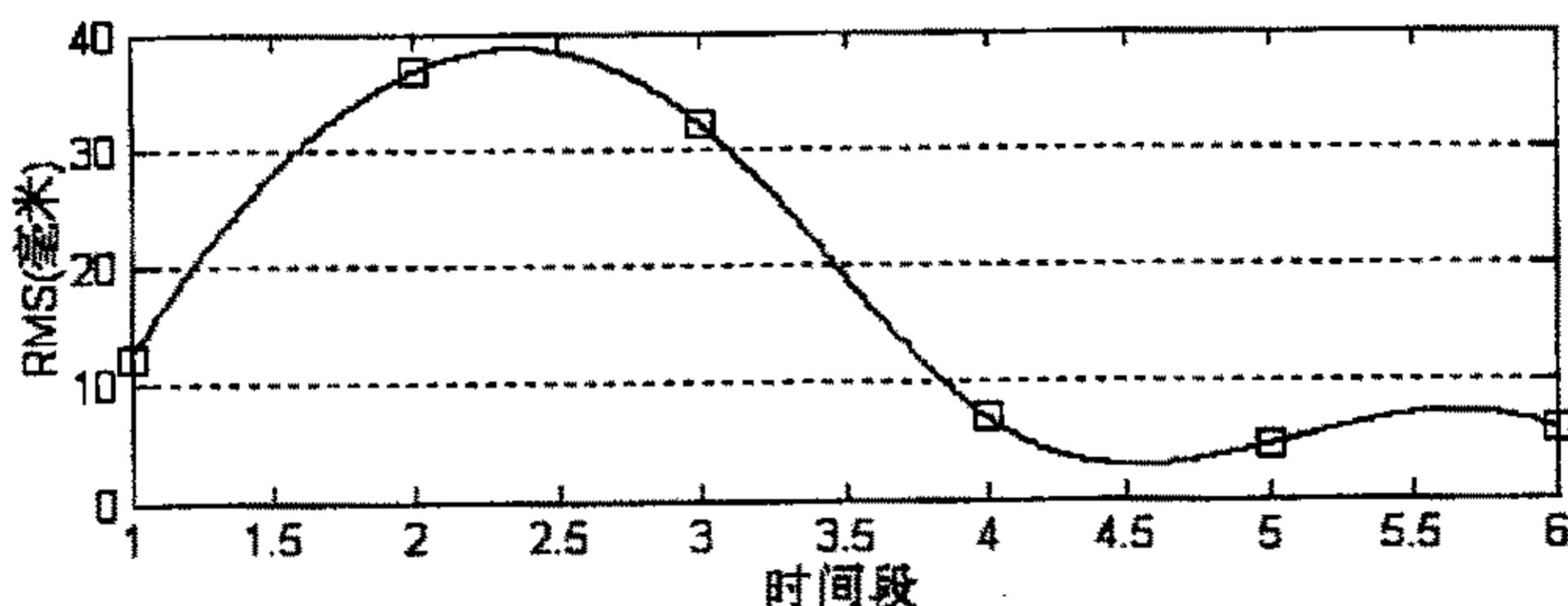


图 2.4 4 小时时段 RMS 随观测时间变化曲线

通过上面的分析表明, 在 4 小时、6 小时、8 小时基线解当中, 4 小时的解第 16—20 小时是所有解中精度最高的, 这一时段是最佳观测时间段。同时也看出不同时间段 GPS 观测数据的质量相差悬殊, 选择好的时间段对提高 GPS 测量精度有直接的作用。

上述不同时间段观测数据基线解的精度表明, 基线的精度并不随观测时间增加一味提高。目前, GPS 数据处理随机软件都具有 GPS 测量计划预报功能, 具有提供一些绝对定位精度因子信息, 用户可以根据作业要求, 考察未来观测时间精度因子的变化情况, 选取观测时段。在这些定位精度因子当中, PDOP 是一个极为重要的信息, 它表征的是某一时刻单点定位精度估计。在 GPS 相对定位中, 基线两端接收机在信号接收过程中, 如果某一台或两台接收机同时出现接收信号中断, 此时虽然 PDOP 因子小, 即天空卫星几何分布良好, 但相对定位精度因子 (RDOP) 可能会很大, 以这样的观测数据解算的基线精度并不会高, 甚至会很差, 主要原因是基线解算过程中, 能建立的差分方程组减少。相反, PDOP 因子大一

些, 相对定位的精度不一定很差。因此, 仅借助于 PDOP 作为基线测量的计划预报不甚合适。

图 2.5 是利用接收机随机软件对观测星历预报文件生成一天内的 PDOP 变化曲线图, 从该图中, 可以看出第 6—7 小时内 PDOP 因子较小, 解算该时间段 ST01—ST04 的观测数据, m_x 、 m_y 、 m_z 分别为 11.7 毫米、12.8 毫米、9.7 毫米; 第 16—17 小时内 PDOP 因子较大, 解算该时间段 ST01—ST04 的观测数据, m_x 、 m_y 、 m_z 分别为 9.5 毫米、10.3 毫米、7.7 毫米, 显然, 第 6—7 小时时段解算的基线向量精度较低, 即 RDOP 因子较大; 第 16—17 小时时段解算的基线向量精度较高, 即 RDOP 因子较小; 这说明 RDOP 与 PDOP 没有必然的关系。因此, 对于相对定位来说, 在观测时, 基线两端的接收机尽量不要同时安置在有障碍物的地方, 以免观测时, GPS 信号被遮挡, 降低定位的精度。

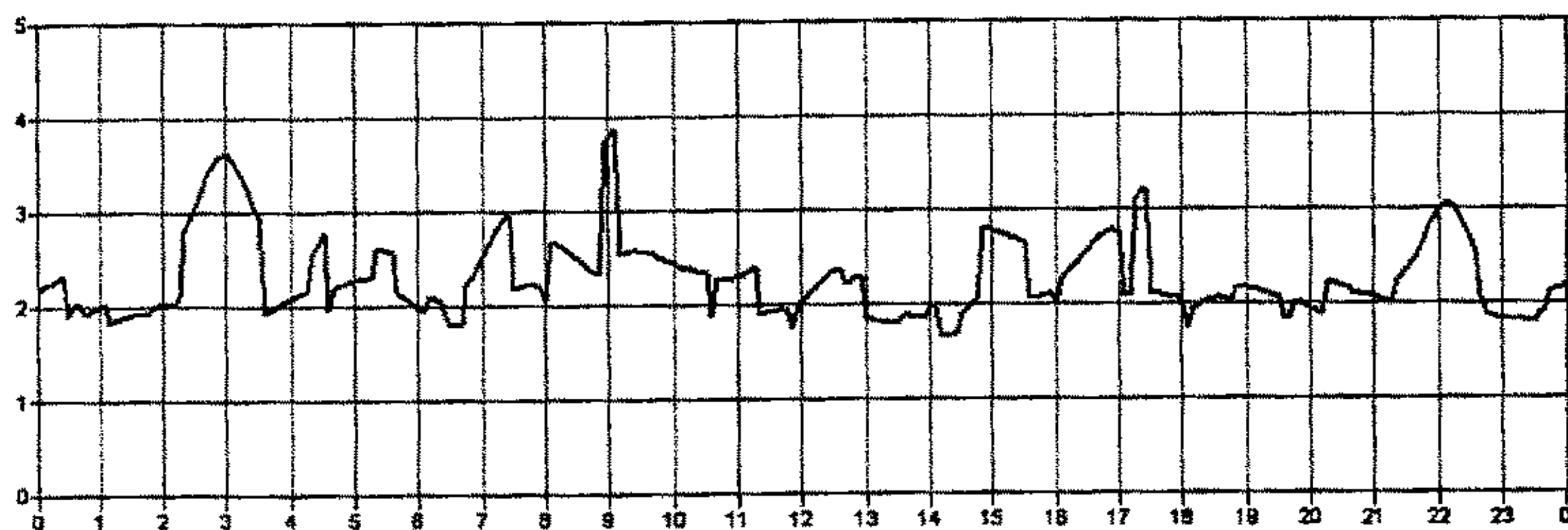


图 2.5 预报星历 PDOP 变化曲线图

2.4.2 观测时间的选取对 GPS 平面控制网的影响

苏通大桥中首级平面工程控制网设计精度桥轴线相对中误差不低于 1/70 万。通过分时段基线解算分析, 可以看出苏通大桥控制网最佳时间段为第 16—20 小时。为了研究观测时间选取对 GPS 控制网的影响, 进一步验证最佳观测时段观测数据能否满足桥梁设计精度要求, 作者采用该网七控制点, 分别为 ST01、ST02、ST03、ST04、ST05、ST06、ST11, 见图 5.1。对年积日分别为 90、92、94 三天的 24 小时原始观测数据与截取其中的第 16—20 小时数据分别进行基线解算, 分别对 24 小时、4 小时解算的基线中, 选取相同的 10 条独立基线进行二维联合平差, 其中 ST02 为已知点, ST02—ST11 为已知方向, 投影面的正常高为 8 米。平差成果见表 2.5、表 2.6、表 2.7。

表 2.5 24 小时观测数据正常高 8 米投影面平差成果表

起点	终点	A(dms)	MA(s)	S(m)	MS(cm)	MS:S	ppm
ST01	ST03	266.17555	0.11	1208.2806	0.07	1/1737000	0.58
ST01	ST05	83.32544	0.11	1231.4843	0.07	1/1724000	0.58

ST02	ST01	4.34220	0.03	6101.3623	0.02	1/27537000	0.04
ST02	ST04	278.23057	0.11	1129.3386	0.07	1/1676000	0.60
ST02	ST05	15.22201	0.02	6451.1097	0.07	1/9206000	0.11
ST02	ST06	97.15529	0.11	1206.3434	0.07	1/1757000	0.57
ST03	ST05	84.54379	0.08	2439.0623	0.10	1/2463000	0.41
ST06	ST04	277.48228	0.08	2335.5705	0.10	1/2452000	0.41
ST06	ST05	4.36229	0.03	6393.5113	0.09	1/7350000	0.14
ST11	ST05	126.34472	0.11	1425.4511	0.08	1/1791000	0.56

表 2.6 4 小时观测数据正常高 8 米投影面平差成果表

起点	终点	A(dms)	MA(s)	S(m)	MS(cm)	MS:S	ppm
ST01	ST03	266.17553	0.11	1208.2812	0.06	1/2089000	0.48
ST01	ST05	83.32543	0.11	1231.4857	0.06	1/2036000	0.49
ST02	ST01	4.34220	0.03	6101.3623	0.02	1/31545000	0.03
ST02	ST04	278.23054	0.13	1129.3392	0.06	1/1934000	0.52
ST02	ST05	15.22201	0.02	6451.1104	0.07	1/8928000	0.11
ST02	ST06	97.15529	0.13	1206.3440	0.06	1/1911000	0.52
ST03	ST05	84.54377	0.07	2439.0643	0.08	1/2969000	0.36
ST06	ST04	97.48227	0.08	2335.5717	0.08	1/2799000	0.36
ST06	ST05	184.36229	0.03	6393.5122	0.10	1/6561000	0.15
ST11	ST05	126.34467	0.10	1425.4500	0.09	1/1562000	0.64

表 2.7 二维平差点位坐标误差成果表

24 小时				4 小时			
点名	Mx(cm)	My(cm)	Mp(cm)	点名	Mx(cm)	My(cm)	Mp(cm)
ST01	0.02	0.09	0.09	ST01	0.02	0.09	0.09
ST03	0.07	0.10	0.12	ST03	0.07	0.09	0.12
ST04	0.06	0.07	0.09	ST04	0.07	0.06	0.09
ST05	0.07	0.08	0.10	ST05	0.07	0.08	0.11
ST06	0.07	0.07	0.10	ST06	0.07	0.06	0.10
ST11	0.10	0.01	0.10	ST11	0.11	0.01	0.11

由表 2.5、表 2.6、表 2.7 可以看出，4 小时、24 小时观测数据二维平差的成果都能很好地满足桥梁平面控制网的设计精度要求。由表 2.5，24 小时观测数据得到桥轴线 ST01—ST02 边长相对中误差为 1/27537000；由表 2.6，4 小时观

测数据得到桥轴线 ST01—ST02 边长相对中误差为 $1/31545000$ 。可以看出, 4 小时的数据比 24 小时的观测数据得到的桥轴线精度要好。同时也看出, 4 小时的平差成果精度总体上比 24 小时的精度高。因此, 对于大型桥梁 GPS 平面控制网, 选择好的观测时间段既能够很好地满足设计精度要求又能提高工作效率。

通过苏通大桥 GPS 控制网 24 小时观测的数据基线解算和分析, 得出了以下结论和建议:

(1) 基线的精度并不随观测时间的增加而一味地提高, 有时随着时间的增加会出现精度下降现象, 出现这种情况的主要原因是粗差或低精度的基线观测值的影响; 但同时也看到, 观测时间适当加长, 基线精度的波动就会减小, 这样可以使基线的精度维持一定的水平, 基线长度基本保持不变, 这也说明适当增加观测时间对提高基线精度是有帮助的, 选择好的观测时段可以实现在较短的时间内得到较高的基线精度, 从而提高工作效率。

(2) 对 24 小时的原始观测数据截取质量最佳的 4 小时得到的数据进行基线解算并选取 10 条独立基线做二维联合平差, 精度比 24 小时平差精度要高, 因此, 在 GPS 外业观测时, 选取最佳观测时间能够满足桥梁控制网的设计精度。

(3) 基线的精度取决于相对定位精度因子 (RDOP) 的大小, 相对定位几何精度因子 RDOP 和单点定位精度几何因子 PDOP 随时间而变化的趋势并非一致。

(4) 对于相对定位, 仅要求基线端点各自独立的 PDOP (或 GDOP) 值小于等于某定值是不够的, 更重要的是基线两端点的相关精度因子符合一定要求才行。因此, 在实际 GPS 测量过程中, 有障碍物的点尽量不要同时观测, 以免使得 RDOP 值不必要的增大, 以致降低基线向量的精度。

(5) 本文通过实例验证了选取最佳观测时段的可行性, 但由于目前的随机软件的星历预报不提供 RDOP 因子, 因此, 一般借助于 PDOP 作为基线测量的计划预报。作者建议: 对于一个大型的 GPS 控制网, 可以采用星历预报与实际分析相结合的方法, 第一天选择预报较好的时段, 采用较长的观测时间, 然后通过分段基线解算, 选择精度最高的时段, 对于短基线的测区, 由于相邻两天同一时刻卫星分布基本相同, 以后几天的观测可以参考第一天的观测时间段。

※ 本章小结

本章系统讨论了 GPS 基线解算的基本原理、基线质量的评价、影响基线的误差来源以及提高基线精度的措施, 结合苏通大桥 GPS 控制网实测数据, 重点讨论和分析了起算点偏差以及观测时间选取对基线向量的影响, 得出了有益的结论, 对合理安排 GPS 观测和提高基线质量具有一定的实际意义。通过选取最佳 4 小时的观测数据进行计算分析, 表明选择好的观测时段可以实现在较短的时间内得到较高的基线精度, 从而提高工作效率。

第三章 小波分析原理及其在 GPS 数据预处理中应用

GPS 观测受外界条件的影响,可能产生一定的误差,其中一部分误差可通过附加模型改正和采用适当的作业模式等方法加以消除或减弱,但仍有一些误差不能较好地消除。如何有效地消除或减弱各种噪声的影响,提取有用的 GPS 观测信号,提高 GPS 测量的精度,是 GPS 数据预处理关键技术问题之一。

目前,一般采用数据平滑或卡尔曼滤波方法对 GPS 观测噪声进行处理,但降低噪声的同时也展宽了波形,平滑了信号中锐变尖峰成分,损失突变点可能携带的重要信息。小波变换作为信号处理的一种新工具,由于具有可同时进行时域和频域分析以及良好的时频局域化和变化特性,因而特别适合于处理平稳和非平稳信号。本章将对载波相位观测值进行多分辨分析,对随机误差进行基线解算前的小波滤波,以提高信噪比及观测值精度。

§ 3.1 小波分析原理

3.1.1 小波和小波变换

1. 小波

小波分析方法源于傅立叶分析,小波(wavelet),即小区域的波,仅仅在非常有限的一段区间有非零值,而不是像正弦波和余弦波那样无始无终^[5]。小波可以沿时间轴前后平移,也可按比例伸展和压缩以获取低频和高频小波。构造好的小波函数可以用于滤波或压缩信号。

小波函数的确切定义为^[17]: 设 $\psi(x)$ 为一平方可积函数,也即 $\psi(x) \in L^2(R)$, 若其傅立叶变换 $\hat{\psi}(\omega)$ 满足条件

$$\int_R \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \quad (3-1-1)$$

则称 $\psi(x)$ 为一基本小波或小波母函数,并称式 (3-1-1) 为小波函数的可容许性条件。

将小波母函数 $\psi(x)$ 进行伸缩和平移,设其伸缩因子为 a , 平移因子为 τ 令:

$$\psi_{a,\tau}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{x-\tau}{a}\right), a, \tau \in R, a \neq 0 \quad (3-1-2)$$

称 $\psi_{a,\tau}(x)$ 为依赖于参数 a, τ 的小波基函数。由于尺度因子 a 、平移因子 τ , 取连续变化的量,因此称 $\psi_{a,\tau}(x)$ 为连续小波基函数。

2. 小波变换

小波变换是一种变分辨率的时频联合分析方法,当分析低频(对应大尺度)信号时,其时间窗很大,而当分析高频(对应小尺度)信号时,其时间窗减小,

这恰恰符合实际问题中高频信号持续时间短、低频信号持续时间较长的自然规律,因此,与固定时窗的短时傅立叶变换相比,小波变换在时频分析领域具有很多优点,目前广泛地应用于时频联合分析及目标辨识领域。

设给一小波函数 $\psi(x)$, 满足如下两条要求:

(1) $\psi(x)$ 是连续的且呈指数衰减 ($\psi(x) \leq Me^{-C|x|}$, C, M 为常量)

(2) ψ 的积分为零 ($\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) dx = 0$)

函数 $f \in L^2(R)$ 的小波变换为:

$$W_f(a, \tau) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{\psi\left(\frac{x-\tau}{a}\right)} dx \quad (3-1-3)$$

$W_f(a, \tau)$ 为 f 的连续小波变换, 简称小波变换。

小波变换所用的其基函数 $\psi_{a,\tau}(x)$ 与加窗傅立叶变换的基函数 $g(x-\tau)e^{-i\omega x}$ 有很大的不同: a 的变化将导致核函数 $\psi_{a,\tau}(x)$ 在频率和窗口的变化, 而 ω 的变化只改变核函数 $g(x-\tau)e^{-i\omega x}$ 的频率。

3.1.2 小波函数的选取与构造

与标准傅立叶变换相比, 小波变换中所用到的小波函数 $\psi(x)$ 具有多样性。在小波变换实际工程应用中, 最优小波基的选择是一个十分重要的问题, 采用不同的小波基分析同一个问题会产生不同的结果。

根据待分析信号的特征选取小波函数的类型, 通常具有四种情况:

(1) 具有有限冲击响应滤波器 (IIR) 的正交小波。这类小波可以通过尺度滤波器进行定义。

(2) 具有有限冲击响应滤波器 (IIR) 双正交小波。这类小波可以通过尺度滤波器 wr (用于小波重构) 和 wd (用于小波分解) 进行定义。

(3) 不具有有限冲击响应滤波器 (IIR) 但有尺度函数的正交小波。这种可以通过尺度函数和小波函数进行定义。

(4) 不具有有限冲击响应滤波器 (IIR) 也不具有尺度函数的正交小波。这种小波可以通过尺度函数和小波函数进行定义。

在进行信号的特征分析之后, 根据信号的特征, 结合小波函数的类型以及优基选取的标准, 可以选取或构造出所需要的小波函数。构造小波函数的基本思路如下:

(1) 根据消失矩的性质: $\sum_k K^r g_k = 0, r = 0, 1, \dots, n-1$, 根据 n 的值列出方程组, 求得 $\{g_k\}$ 。

(2) 像滤波器可分为低通滤波器 $H(h)$ 和高通滤波器 $G(h)$ [6]。即

$$W = \begin{bmatrix} H \\ G \end{bmatrix}$$

令 $P = WX$ ，可以得到： $X = W^T P$

$$\text{反变换矩阵: } \tilde{W} = \begin{bmatrix} \tilde{H} \\ \tilde{G} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{W}^T W = W \tilde{W}^T = I \text{ 和 } \begin{cases} \tilde{g}_k = (-1)^{k-1} h_{1-k} \\ g_k = (-1)^{k-1} \tilde{h}_{1-k} \end{cases}$$

尺度函数滤波器的 Z 变换 $H(Z)$

$$H(Z) = \sqrt{2} \left(\frac{1+z^{-1}}{2} \right)^P F_0(z)$$

根据镜像滤波器的性质：

$$\begin{cases} H\tilde{H}^T = I \\ G\tilde{G}^T = I \\ H\tilde{G}^T = 0 \\ G\tilde{H}^T = 0 \end{cases}$$

列方程组求得， $\{h_k\}, \{g_k\}, \{\tilde{h}_k\}, \{\tilde{g}_k\}$ 。

3.1.3 连续小波变换和离散小波变换

1. 连续小波变换

对于任意的函数 $f(t) \in L^2(R)$ 的连续小波变换为

$$W_f(a, b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_R f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (3-1-4)$$

其重构公式（逆变换）为

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a^2} W_f(a, b) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) da db \quad (3-1-5)$$

由于基小波 $\psi(t)$ 生成的小波 $\psi_{a,b}(t)$ 在小波变换中对分析的信号起着观测窗的作用，所以 $\psi(t)$ 还应该满足一般函数的约束条件

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)| dt < \infty \quad (3-1-6)$$

故 $\hat{\psi}(\omega)$ 是一个连续函数。这意味着，为了满足完全重构条件， $\hat{\psi}(\omega)$ 在原点必须等于 0，即

$$\hat{\psi}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (3-1-7)$$

为了使信号重构的实现在数值上是稳定的，除了完全重构条件外，还要求小波 $\psi(t)$ 的傅立叶变换满足下面的稳定性条件：

$$A \leq \sum_{-\infty}^{\infty} |\hat{\psi}(2^{-j}\omega)|^2 \leq B \quad (3-1-8)$$

式中, $0 < A \leq B < \infty$ 。

2. 离散小波变换

连续小波基函数 $\psi_{a,b}(t)$ 具有很大的相关性, 因此信号 $f(t)$ 的连续小波变换系数 $W_f(a,b)$ 的信息量是冗余的。在实际应用中, 工程中采样的信号点是离散的, 尤其在计算机上实现时, 必须将连续小波变换加以离散化。离散化是针对连续的尺度参数 a 和连续平移参数 b 的, 而不是针对时间变量 t 的。离散小波变换相比连续小波变换可以很大程度上减少小波变换系数的冗余度。

在连续小波中, 考虑函数:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3-1-9)$$

这里, $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$, ψ 是容许的, 为了方便起见, 在离散化中, 总限制 a 只取正值, 这样相容性条件就变为

$$C_\psi = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (3-1-10)$$

在离散化过程中, 尺度参数 a 和平移参数 b 的离散化公式取 $a = a_0^j$, $b = ka_0^j b_0$, 总是假定 $a_0 > 1$, 可得到离散小波函数 $\psi_{j,k}(t)$:

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-j/2} \psi\left(\frac{t - ka_0^j b_0}{a_0^j}\right) = a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j}t - kb_0) \quad (3-1-11)$$

而离散化小波变换系数则可表示为

$$C_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{j,k}^*(t) dt = \langle f, \psi_{j,k} \rangle \quad (3-1-12)$$

其重构公式为

$$f(t) = C \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} C_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (3-1-13)$$

这里 C 为一个与信号无关的常数。

3. 二进小波变换

为了使小波变换具有可变化的时间和频率分辨率, 适应待分析信号的非平稳性, 很自然地需要改变 a 和 b 的大小, 以使小波变换具有“变焦距”的功能。若取离散栅格的 $a_0 = 2, b_0 = 1$, 即相当于连续小波只在尺度上进行了二进制离散, 而位移仍取连续变化, 由此得到的小波称为二进小波。

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k) \quad j, k \in \mathbb{Z} \quad (3-1-14)$$

二进小波介于连续小波和离散小波之间, 它只是对尺度参量进行了离散化, 而在时间域上的平移量仍保持连续变化, 因此二进小波变换仍具有连续小波变换

的时移共变性。这是较之离散小波变换所具有的独特优点，也正因为此，它在奇异检测、图像处理方面十分有用。

4. 多分辨率分析

多分辨率分析，又称为多尺度分析，是建立在函数空间概念上的理论，但是其思想的形成来源于工程。1988 年 S.mallat 在研究图像处理问题时提出了多分辨率分析的概念，从空间概念上形象地说明了小波的多分辨率特性，将此之前的所有正交小波基的构造法统一起来，给出了正交小波的构造方法以及正交小波的快速算法，即 Mallat 算法。

空间 $L^2(R)$ 中的多分辨率分析是指 $L^2(R)$ 中满足如下条件的一个空间序列 $\{V_j\}_{j \in Z}$ ：

(1) 单调性： $V_j \subset V_{j+1}$ ，对任意 $j \in Z$ 。

(2) 逼近性： $\bigcap_{j \in Z} V_j = \{0\}$ ， $\text{close} \left\{ \bigcup_{j=-\infty}^{\infty} V_j \right\} = L^2(R)$ 。

(3) 伸缩性： $f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(2t) \in V_{j+1}$ ；伸缩性体现了尺度的变化、逼近正交小波函数的变化和空间的变化具有一致性。

(4) 不变性：对任意 $k \in Z$ ，有 $\phi_j(2^{-j/2}t) \in V_j \Rightarrow \phi_j(2^{-j/2}t-k) \in V_j$ 。

(5) Riesz 基存在性：存在 $\phi(t) \in V_0$ ，使得 $\{\phi(2^{-j/2}t-k) | k \in Z\}$ 构成 V_j 的 Riesz 基。

对于条件(5)，若存在函数 $\phi(t) \in V_0$ ，使它的整数平移系 $\{\phi(2^{-j/2}t-k) | k \in Z\}$ 构成 V_j 的规范正交基，则称 $\phi(t)$ 为尺度函数。定义函数

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \phi(2^{-j}t-k) \quad j, k \in Z \quad (3-1-15)$$

则函数系 $\{\phi_{j,k}(t) | k \in Z\}$ 是规范正交的。

设以 V_j 表示分解中的低频部分 A_j ， W_j 表示分解中的高频部分 D_j ，则 W_j 是 V_j 在 V_{j+1} 中的正交补，即

$$V_j \oplus W_j = V_{j+1} \quad j \in Z \quad (3-1-16)$$

则多分辨率分析的子空间 V_0 可以用有限个子空间来逼近，即有

$$V_0 = V_1 \oplus W_1 = V_2 \oplus W_2 \oplus W_1 = \dots = V_N \oplus W_N \oplus W_{N-1} \oplus \dots \oplus W_2 \oplus W_1 \quad (3-1-17)$$

若令 $f_j \in V_j$ 代表分辨率为 2^{-j} 的函数 $f \in L^2(R)$ 的逼近（即函数的低频部分或“粗糙像”），而 $d_j \in W_j$ 代表逼近的误差（即函数 f 的高频部分或“细节”部分），则式(3-1-17)意味着：

$$f_0 = f_1 + f_d = f_2 + d_2 + d_1 = \dots = f_N + d_N + d_{N-1} + \dots + d_2 + d_1 \quad (3-1-18)$$

由于 $f = f_0$ ，上式可简写为

$$f = f_N + \sum_{i=1}^N d_i \quad (3-1-19)$$

可以看出,任何函数 $f \in L^2(R)$ 都可以根据分辨率为 2^{-N} 时 f 的低频部分 (“粗糙像”) 和分辨率 2^{-j} ($1 \leq j \leq N$) 下 f 的高频部分 (“细节” 部分) 完全重构, 这就是著名 Mallat 塔式重构算法的思想。

5. 小波包分析

多分辨分析可以对信号进行有效的时频分解, 但由于其尺度是按二进制变化的, 所以在高频频段其频率分辨率较差, 而在低频频段其时间分辨率较差, 即对信号的频带进行指数等间隔划分。小波包分析能够为信号提供一种更加精细的分析方法, 它将频带进行多层次划分, 对多分辨分析没有细分的高频部分进一步分解, 并能够根据被分析信号的特征, 自适应地选择相应频带, 使之与信号频谱相匹配, 从而提高了时频分辨率。

§3.2 基于小波理论的数据消噪处理

3.2.1 噪声信号的小波分析特性

将小波分析用于一维信号消噪处理是小波分析的重要应用之一。一个含噪声的一维信号的模型可以表示成如下形式: $s(i) = f(i) + e(i)$, ($i = 0, 1, \dots, n-1$), 其中, $s(i)$ 为含噪声的信号, $f(i)$ 为真实信号, $e(i)$ 为噪声。

在实际工程中, 真实信号通常表现为低频信号或是一些比较平稳的信号, 而噪声信号则通常表现为高频信号并且表现为非稳定性和不连续性。对信号 $s(i)$ 消噪的目的就是要抑制信号中的噪声部分, 突出有用信号部分, 从而在 $s(i)$ 中恢复出真实信号 $f(i)$ 。一般说来, 一维信号的降噪过程可分为三个步骤进行:

(1) 一维信号的小波分解。选择一个小波函数, 并确定一个小波分解的层次 N , 再对信号 $s(i)$ 进行 N 层分解。

(2) 小波分解高频系数的阈值量化。对第 1 到第 N 层的每一层高频系数, 选择一个阈值进行软阈值量化处理。

(3) 一维小波的重构。根据小波分解的第 N 层的低频系数和经过量化处理后的第 1 层到第 N 层的高频系数, 进行一维信号的小波重构。

在上述三个步骤中, 阈值选取与如何进行阈值的量化是最为关键的, 它一定程度上决定信号降噪的质量。在 Matlab 小波分析工具箱中信号降噪的主要函数是 `wden`, 在实际信号消噪工程中, 需要对 `wden` 的输入参数进行设置。该参数最简单的用法是: `sd=wden(s,tpr,sorh,scal,n,wav)`, 经过对原始信号 s 进行消噪处理后得到信号 sd 。另外, `sorh` 指定软阈值 (`sorh='s'`) 或硬阈值 (`sorh='h'`) 的选择, `tpr` 指定阈值选取的规则, `n` 为小波分解的层数, `wav` 指定分解时采用的小波函数, 参数 `scal` 是阈值尺度改变的比例。

在小波分解的高频层中,得到的主要是噪声系数,它的标准偏差设为 σ 。绝对标准差比较稳定,其估计值总是 σ 。这种稳定的估计值在信号分析中很重要,主要原因有两点:第一,如果第一层的系数中含有信号的高频信息,并且信号本身是规则的,则这种高频信息在几个高频层中都能集中显示出来;第二,可以避免信号本身的截短效应,这种截短效应在计算信号的边缘时,产生无用的信息。如果认为噪声是一个非白噪声时,必须在每个不同的小波分解层次上估计噪声的层次,并由此来变换阈值尺度,即根据小波分解层次 lev,来估计相应的 σ_{lev} 。

3.2.2 噪声在小波分解下的特性

噪声有三个主要的特征,即相关性、频谱和频率分布。一般情况下,一个一维离散的信号,它对高频部分影响的是小波分解的高频第一层,低频部分影响的是小波分解最深层及其低频层。如果对一个只是由白噪声组成的信号进行小波分解,高频系数的幅值随着分解层次的增加将很快地衰减,高频系数的方差也很快地衰减。当通过滤波器将有色噪声引入后,该信号就不是白噪声了。对噪声而言,小波分解的系数仍用 $C(j,k)$ 表示,其中, j 代表小波尺度, k 代表时间,可以对噪声信号引入一些常用的属性:

(1) 果被分析的信号 s 是一个平稳、零均值的白噪声,则其小波分解系数是不相关的。

(2) 如果 s 是一个高斯噪声,则其小波分解系数是独立的,也是高斯分布的。

(3) 如果 s 是一个有色、平稳、零均值的高斯噪声序列,则其小波分解系数也是高斯序列。

(4) 如果 s 是一个固定零均值 ARMA 模型,则对每一个小波分解尺度 j , $C(j,k)(k \in Z)$ 也是固定的、零均值的 ARMA 模型,它的特性取决于 j 。

(5) 如果 s 是一个噪声,并且它的相关系数 ρ 知道,就可以计算出系数序列 $C(j,k)$ 和 $C(j,k')$;如果其相关函数的谱 $\hat{\rho}$ 知道,就可以计算出 $C(j,k)$ 的谱,以及不同尺度 j 和 j' 的交叉谱。

在一般情况下,分析噪声时总要使一个时间序列系数相对于另一个时间序列系数在某一小波尺度的误差能量最小,即

$$\sigma_v^2(p,q) = \sum_j \sum_t [C(j,t) - C(j-p,t-q)]^2 \quad (3-2-1)$$

同时,首先必须进行改正,这样有助于信噪比的提高,直接给出其进行中心化以后的误差能量

$$\sigma_v^2 = \sigma_r^2 - \frac{\sigma_{rb}^2}{\sigma_b^2} \quad (3-2-2)$$

$$\text{信噪比为: } SNR = \frac{\sigma_s}{\sigma_n} \quad (3-2-3)$$

$$\text{则相关系数: } \rho = \sqrt{1 - \frac{1}{(SNR)^2}} \quad (3-2-4)$$

这样, 就可以计算出 $C(j, k)(t \in Z)$ 的谱, 以及不同尺度 j 和 j' 的交叉谱。

3.2.3 一维小波分析对平稳与非平稳信号消噪

信号通常可以粗略地划分为平稳信号、非平稳信号和瞬时信号三大类^[18]。

(1) “平稳信号”就是它的特性按时间统计是不变的。研究平稳信号最有效的工具是傅立叶变换, 它将信号分解成谐波的线性组合。

(2) “非平稳信号”的特点是, 无论是否知道它的历史状况, 在以后的时间里都将出现不可预报的突发事件, 因此它的研究需要有别于傅立叶分析的技术。“时频小波”非常适合于非平稳信号, 而“时间—尺度小波则适合于研究具有分形结构的瞬态信号。

通过小波分析对信号进行处理, 可以降低信号的噪声, 减少噪声对信号的污染程度, 从小波消噪处理的方法, 一般有三种。

(1) 强制消噪处理。该方法把小波分解结构中的高频系数全部变为 0, 即把高频部分全部滤掉, 然后再对信号进行重构处理。这种方法比较简单, 重构后的信号比较平滑, 但也容易将信号本身的高频部分一起滤掉。

(2) 默认阈值消噪处理。

(3) 给定软(硬)阈值消噪处理。在实际的消噪处理过程中, 阈值往往可以通过经验公式获得, 而且这种阈值比默认更具有可信度。

强制小波消噪处理后的波形最为光滑, 这是因为信号分解后的高频系数被强制为零, 消噪后的信号频率比较单一, 但强制小波消噪处理方法有可能丢失信号中的有用成分, 使得信号失去它的真实性。默认阈值消噪处理和给定阈值消噪处理后的信号相比强制消噪处理后的信号较为粗糙, 这是由于为了不损失有用信号的同时, 保留了一部分噪声。在具体的实际工程应用中, 应该根据信号的特点选取较为合适的消噪处理方式。默认阈值消噪处理和给定阈值消噪处理在实际应用中更实用一些。

3.2.4 小波消噪中阈值的选取规则

在用一维小波进行信号的消噪和压缩过程中, 都要用阈值进行小波分解系数的量化处理, 在这两种信号处理中, 最重要的环节是如何选取阈值和如何进行阈值的量化。阈值分为软阈值和硬阈值两种, 它们是估计小波系数的有效方法^[6]。

通常的滤噪方法是寻求一合适的数值 λ 作为阈值, 阈值 λ 经验公式有如下两种方法^[19]:

$$\lambda_1 = 2\sigma / \sqrt{m} \quad (3-2-5)$$

$$\lambda_2 = \sigma \sqrt{2 \lg(n)} \quad (3-2-6)$$

这里 σ 为高频系数序列绝对标准差, m 为分解的层数, n 为同一层对应的高频系数序列的个数。

在 MATLAB 小波工具箱中, `thselect` 是一个一维消噪函数, 它根据信号 X 和一个阈值选择标准来确定一个阈值, 该函数返回的是对 X 进行消噪处理中所采用的自适应阈值。目前有四种常用的阈值选取规则: `Rigrsure`、`Sqtwolog`、`Heursure` 和 `Minimaxi`。`Rigrsure` 是一种软阈值估计器, 它是基于 Stein 的无偏似然估计; `Sqtwolog` 采用的是固定的阈值形式, 它产生的阈值大小为 $\sqrt{2 \times \log(\text{length}(x))}$; `Heursure` 是前两种阈值的综合, 是最优预测变量阈值选择; `Minimaxi` 采用的也是一种固定的阈值, 它产生一个最小均方误差的极值。

一个信号的高频系数向量是有用信号和噪声信号的高频系数的迭加。上述第一种和第四种规则, 在信号的高频有用信息仅有很少一部分在噪声范围内的情况下非常有用, 它可以将弱小的信号提取出来, 而另外两种方法在剔除噪声时较为有效, 但是它们有可能会把有用信号中的高频部分当作噪声消除。

§3.3 基于小波分析的 GPS 信号噪声特性研究

3.3.1 GPS 信号结构

每个 GPS 卫星均发射可区分的信号, 包括载波信号、P 码 (Y 码)、C/A 码和数据码 (D 码) 等多种信号分量, 所有这些信号分量都是在同一个基本频率 $f_0 = 10.23\text{MHz}$ 的基础上产生。其中的 P 码和 C/A 码, 统称为测距码, 载波信号包括 L1 载波和 L2 载波, 频率分别为 1575.42MHz 、 1227.60MHz 。在载波 L1 上, 调制有 C/A 码、P 码和数据码, 而在载波 L2 上, 只调制有 P 码和数据码。

L1 和 L2 的载波均是正弦波, P 码的频率是 10.23MHz , 其序列中一个元素的长度是 100ns , 相应于 30 米的距离, 无其它误差时对 P 码的量测可达到优于米级的精度, 其周期为 267 天。C/A 码要比 P 码简单得多, 其码序列的频率是 1.023MHz , 相应于 300 米的波长。由于 C/A 码的周期是 1ms , 因此很快能被接收机锁定, P 码接收机的工作程序也是先锁定 C/A 码, 解出系统信息, 再切换到 P 码精密伪距观测。

GPS 卫星的测距码和数据码, 是采用调相技术调制到载波上的, 且调制码的幅值只取 0 或 1。如果当码值取 0 时, 对应的码状态取为 +1, 而码值取 1 时, 对应的码状态为 -1, 那么载波和相应的码状态相乘后, 便实现了载波的调制, 也就是说, 码信号被加到载波上去了。

差分模型是以接收机的载波相位值作为观测量进行平差, 由于接收机的型号很多, 厂商设计的数据格式各不相同, 为了能统一使用来自不同接收机的数据, 设计了一种与接收机无关的 RINEX 格式, 目前已使用 2 号版本, 该版本有三种

格式文件：广播星历文件、观测数据文件和地面气象数据文件。接收机测得的相位和伪距观测值均记录在观测文件中，表 3.1 是从苏通大桥 GPS 控制网原始数据文件中获得的，取前 1 个历元的观测数据。

表 3.1 RINEX 2 格式的观测数据

2		OBSERVATION DATA		G (GPS)		RINEX VERSION / TYPE	
ASHTORIN				20	DEC - 04	16:59	PGM / RUN BY / DATE
????							COMMENT
GGP							MARKER NAME
769		ASHTECH 2-XII3		CD00		1002	MARKER NUMBER
102							OBSERVER / AGENCY
-2793565.5867	4650471.9235	3342832.5873					REC # / TYPE / UERS
0.0780	0.0000	0.0000					ANT # / TYPE
1 1							APPROX POSITION XYZ
7 L1	L2	C1	P1	P2	D1	D2	ANTENNA: DELTA H/E/N
15.0000							WAVELENGTH FACT L1/2
							# / TYPES OF OBSERV
							INTERVAL
2003	4	2	0	5	45.000000		LEAP SECONDS
2003	4	2	23	56	15.000000	GPS	TIME OF FIRST OBS
						GPS	TIME OF LAST OBS
							END OF HEADER
03	4	2	0	5	45.0000000	0	5631602627600611
73604.169	1	47911.52651	15833621.384	15833621.079	15833627.8675		0.000000000
0.000		0.000					
83115.267	1	56026.76051	17512664.426	17512663.030	17512673.5785		
0.000		0.000					
-21093.914	1	-13960.42151	15418416.810	15418416.662	15418423.2585		
0.000		0.000					
-84004.855	1	-59255.99451	16044407.276	16044406.927	16044414.0905		
0.000		0.000					
-75830.646	1	-50675.41751	15249353.000	15249353.211	15249350.0305		
0.000		0.000					

3.3. 2GPS 信号的噪声特性研究

GPS 技术与伪距码是分不开的，GPS 接收机利用伪距码接收伪距信号，辨别 GPS 卫星。精密 GPS 相位测量中利用伪距码解算相位的模糊度，辅助调整失周。伪距测量中有很多误差源，如在电离层折射、对流层折射、多路径效应、钟差影响和接收机噪声等，关于对流层折射和电离层折射已有许多技术或模型来消除和改正，钟差影响也可以用一定模型来较好地消除，但多路径效应不同，接收机不同或地方不同所受多路径影响都不一样。多路径效应在 GPS 数据处理中不容忽视，它与接收机噪声是静态 GPS 精密定位的重要误差源。

由于 GPS 接收机观测噪声和多路径延迟误差是 GPS 相位观测值中的一种噪声信号，从小波检测信号的角度分析，可以认为它没有幅值上的突变，是平稳信号。在 GPS 信号中，信号的有用频率可理解为信号发射频率、数据采样频率和数据解算频率等，至于哪种信号才是我们需要的有用信号，取决于我们准备从数据中提取何种信息，那么该信息的频率范围即为我们所感兴趣的，即有用的频率，该频率范围以外的信息都可视为无用信息或称为噪声。从纯频率的角度看，各种观测噪声和多路径效应的信号都有一定的频率范围，在 GPS 观测数据序列中的有用信号和噪声的时频特性通常是不一样的。有用信号在时域和频域上是局部化的，表现为低频特性或平稳的信号，而观测噪声和多路径效应在时频空间中的分

布是全局性的，在整个观测时域内处处存在，频域上表现为高频信号。在 GPS 相对定位观测中，获得的有用信号是平稳信号，出现在低通滤波的结果中，而各种噪声，则体现在高通的滤波结果中。

1. GPS 原始载波信号噪声特性

对 GPS 载波信号进行小波分解，可以得到信号的不同频率成分，从而可研究 GPS 信号噪声的特点。图 3.1 是从苏通大桥 GPS 控制网的原始观测数据中提取 SV25 卫星的 L2 载波信号，采样间隔为 15 秒，共有 1674 个历元数据，对其进行小波分解，采用的小波函数是 db3，分解层数为 3 层，取高频部分，如图 3.2。从该图可以看出，该信号含有少量的噪声，表明该测区观测条件较好，卫星的轨道误差、对流层折射误差影响很小。该接收机的配备扼流圈天线对多路径效应具有较强的抑制作用，也可以看出，可以确定该接收机内部噪声水平低。每层高频系数模的平均值分别为：0.0555、0.2001、1.1801。

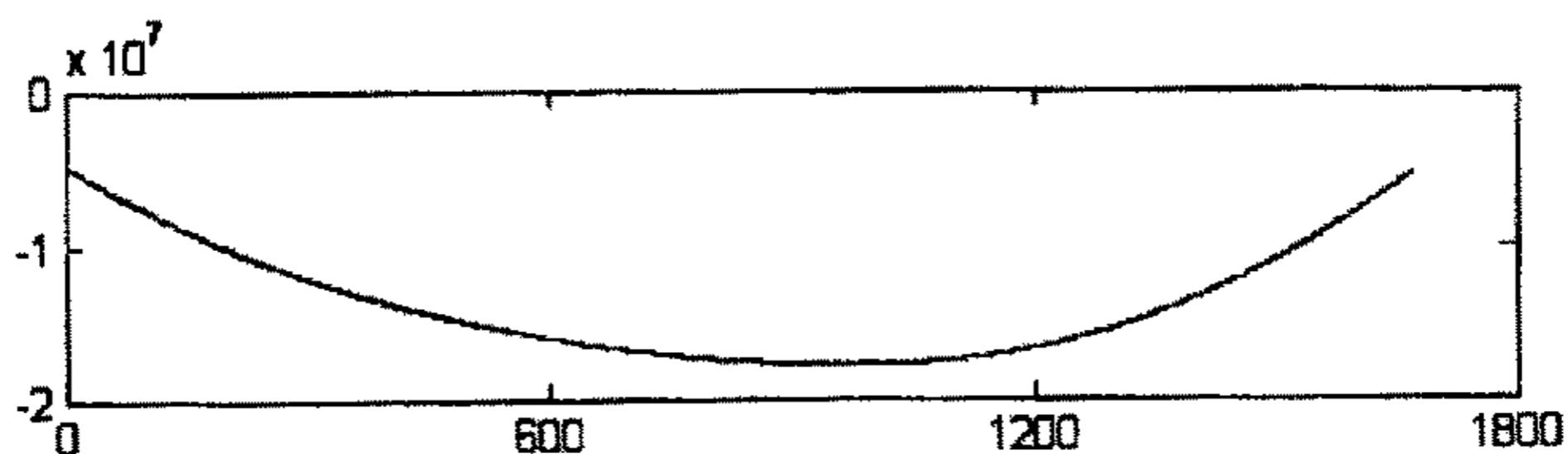


图 3.1 SV25 卫星原始载波信号

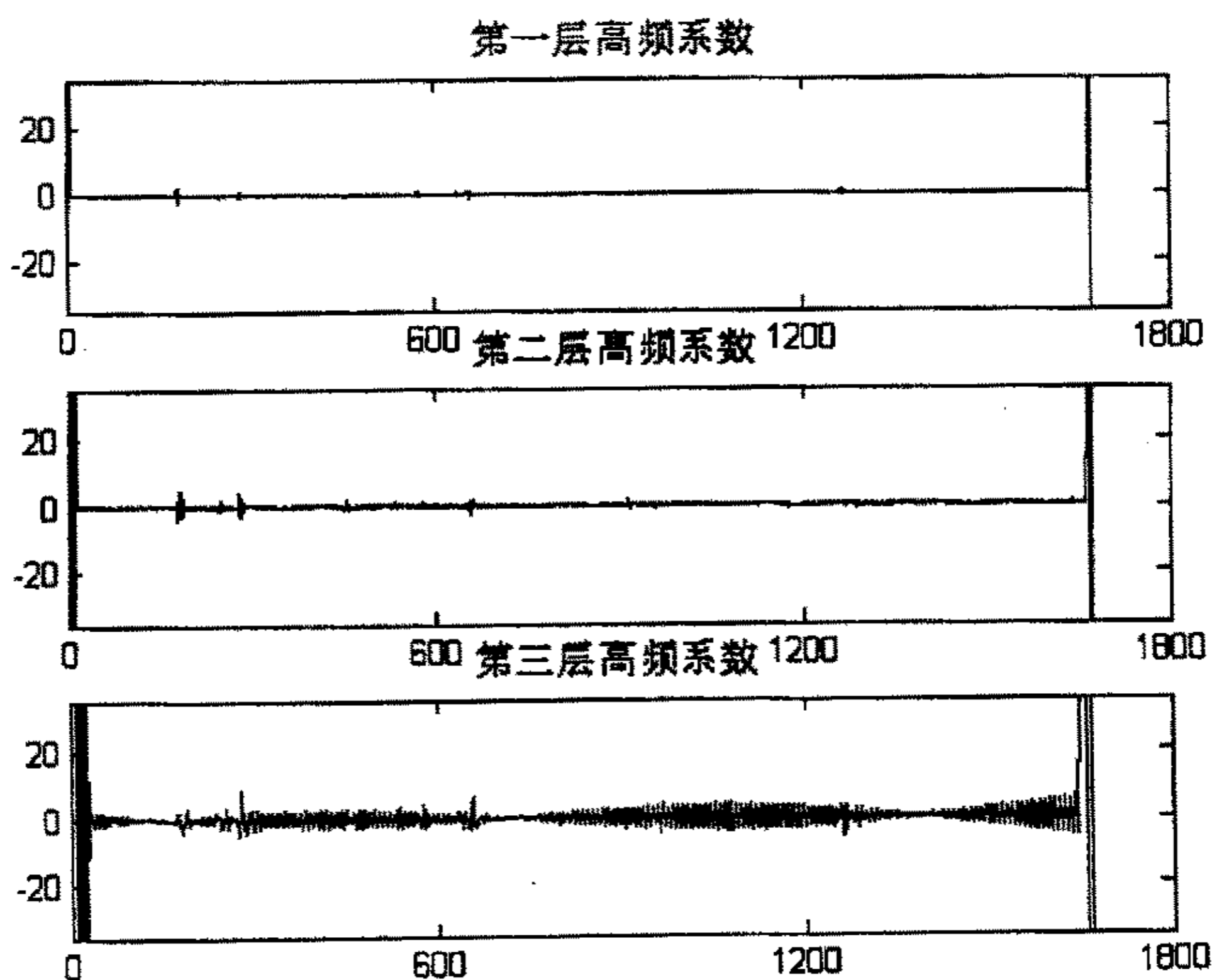


图 3.2 SV25 卫星原始载波信号分解高频系数

为了对 GPS 观测噪声进一步的研究，作者采用葛洲坝坝区 GPS 控制网的原始观测数据提取 SV14 卫星 L1 载波信号，共有 1229 个历元。采用 db3 小波函数进行 3 层小波分解，原始信号与分解高频信号分别如图 3.3 与图 3.4。统计每层高频系数的模的平均值分别为：1.4334、1.7714、5.4328。可以明显看出，坝区 GPS 信号分解的每层高频系数远大于观测条件较好地区相应的每层高频系数。因为该坝区观测条件较复杂，坝区内多路径效应影响较为明显。另外，坝区内密布的输电网对 GPS 信号的干扰，也是一个值得考虑的因素。

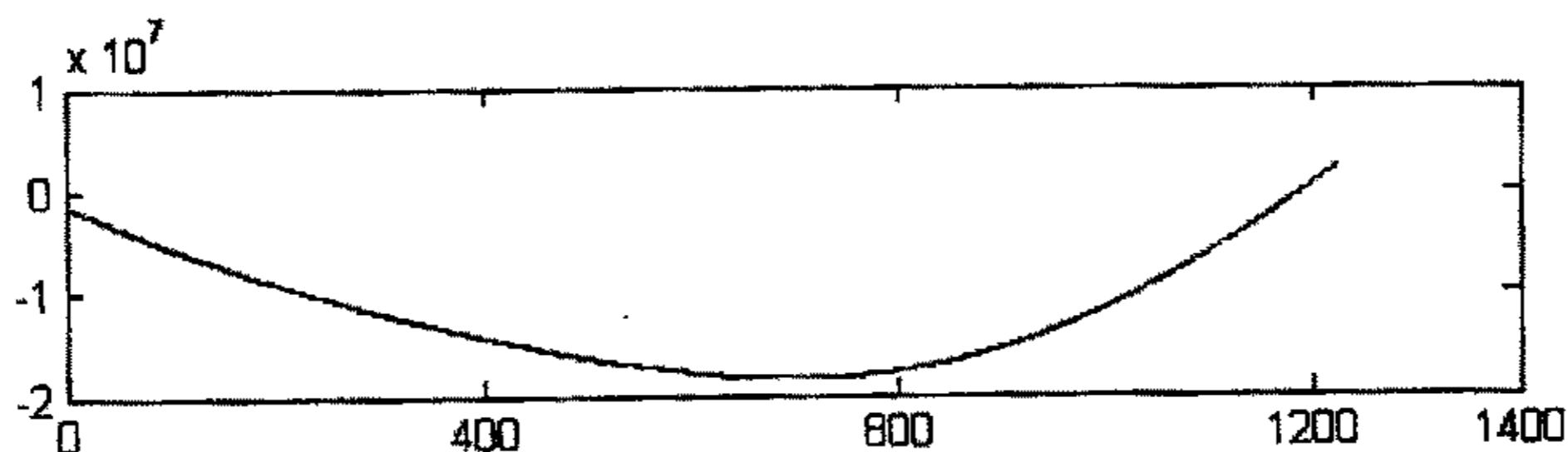


图 3.3 SV14 卫星原始载波信号

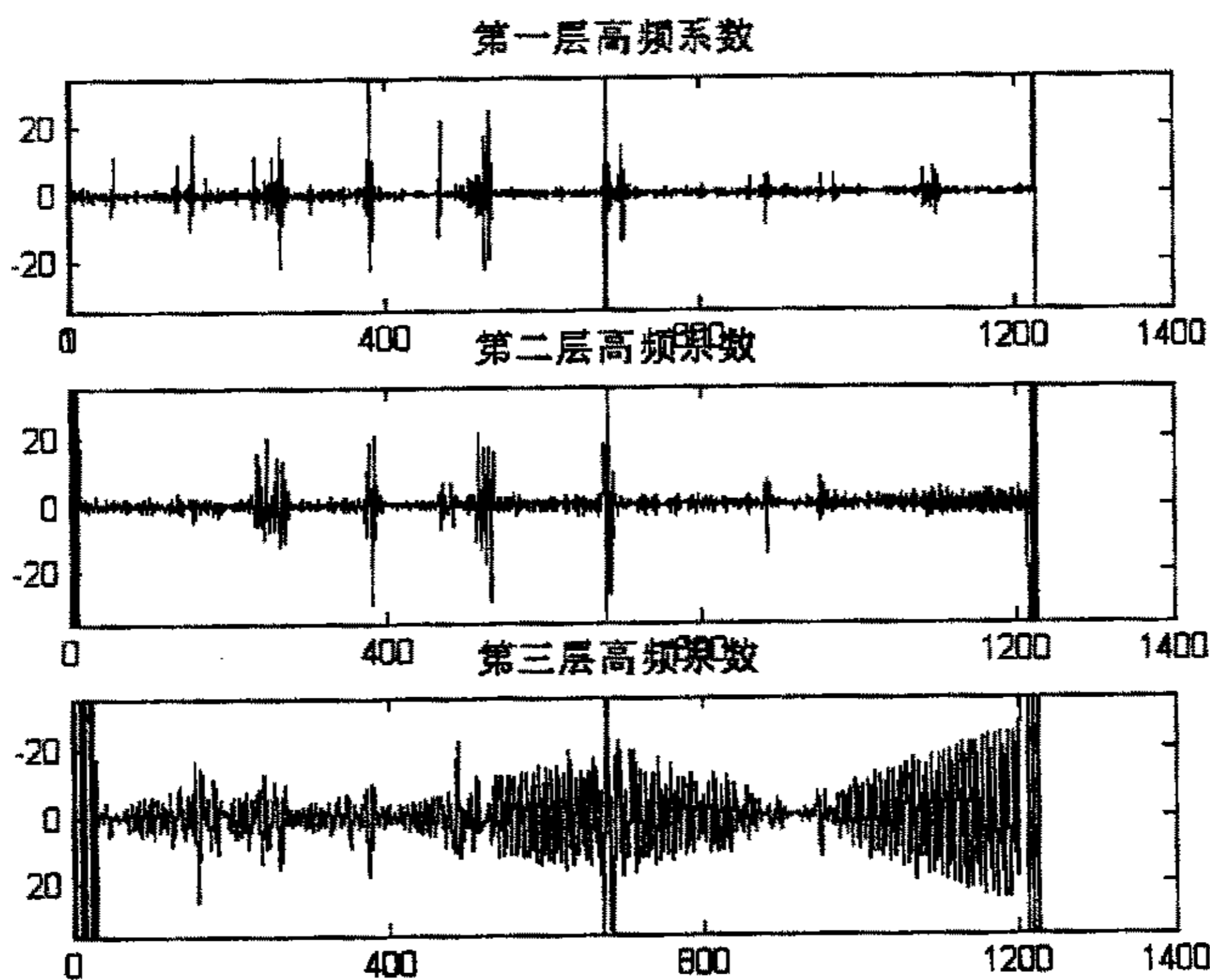


图 3.4 SV14 卫星原始载波信号分解高频系数

为了考察同一观测站的噪声随时间变化情况，对该接收机另一时段的 GPS 观测数据的 SV28 卫星 L1 载波信号进行提取，历元数为 1098。分解的尺度及选用的小波函数与上面相同，原始信号与分解的高频系数如图 3.5 与图 3.6。计算每层高频系数的模的平均值分别为：0.9761、1.6371、10.2519。由于卫星信号传播路径时刻的变化，同一观测站信号中的噪声是随时间变化而变化，但相应层的

高频系数相差并不大，噪声水平大致相当。

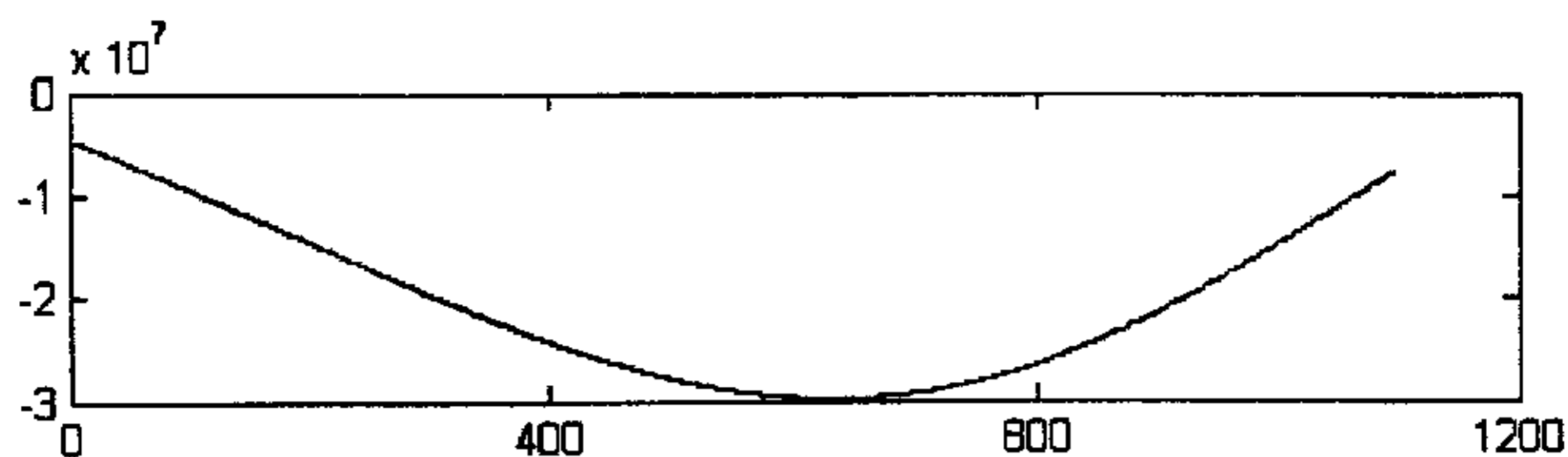


图 3.5 SV28 卫星原始载波信号

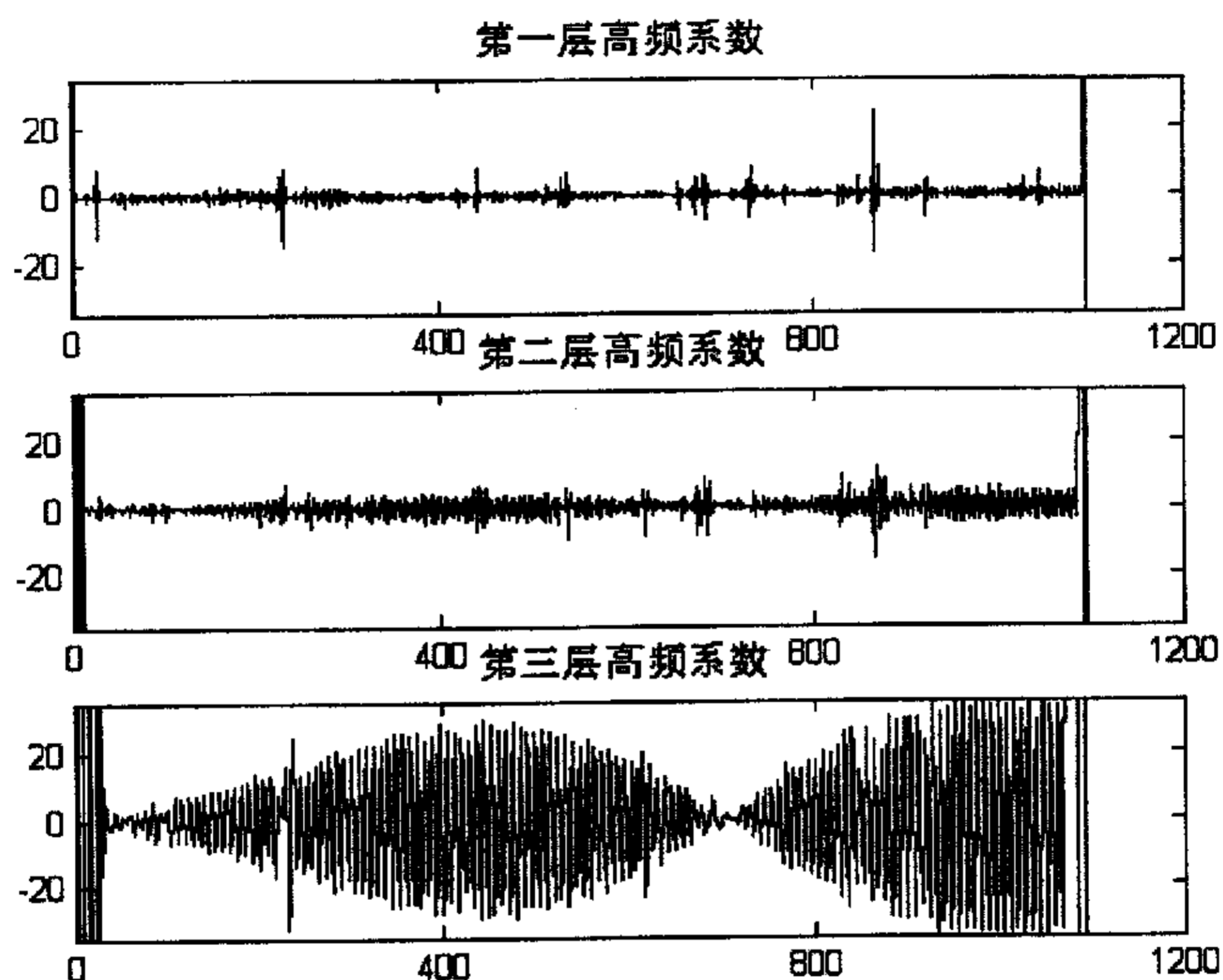


图 3.6 SV28 卫星原始载波信号分解高频系数

2. 单差观测值噪声特性

单差模型可以明显地减弱卫星轨道误差、电离层折射误差、对流层折射误差，尤其当基线较短时(一般小于 20km)，这种有效性更为显著，为了验证这种有效性，并量化单差的效果，分析单差观测值的噪声水平，笔者从葛洲坝 GPS 控制网的两接收机观测文件中分别提取 SV26、SV29 卫星载波信号，其中，STATION2 接收机接收 SV26 卫星的历元数为 486，STATION4 接收机接收 SV26 卫星的历元数为 460，可以组成 460 个序列单差观测值；STATION2 接收机接收 SV29 卫星的历元数为 556，STATION4 接收机接收 SV29 卫星的历元数为 557，组成 537 序列单差观测值。分别对这些信号采用 db3 小波函数，进行三层小波分解。分解的高频信号分别见图 3.7、图 3.8、图 3.9。

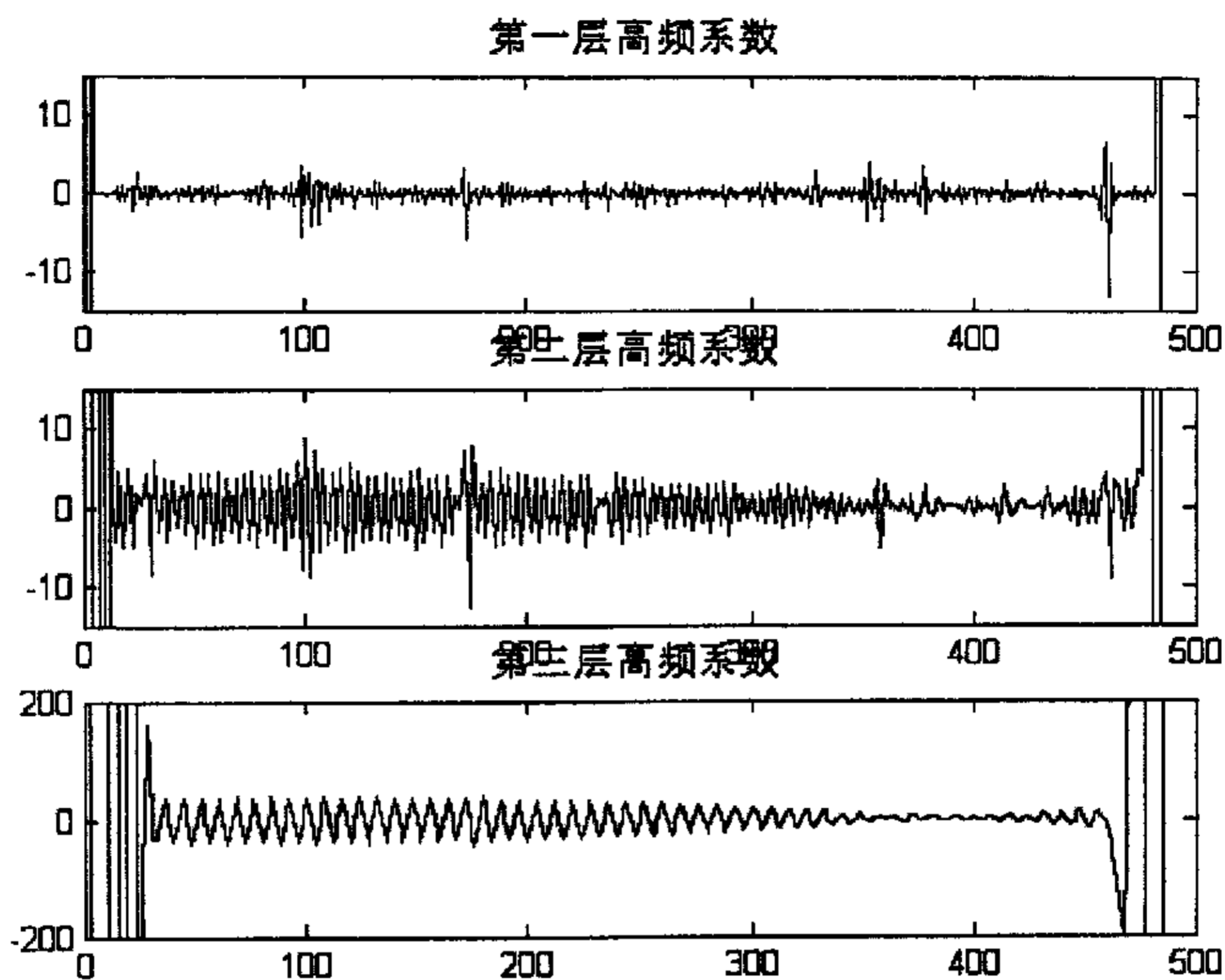


图 3.7 STATION2 SV26 卫星原始载波信号分解高频系数

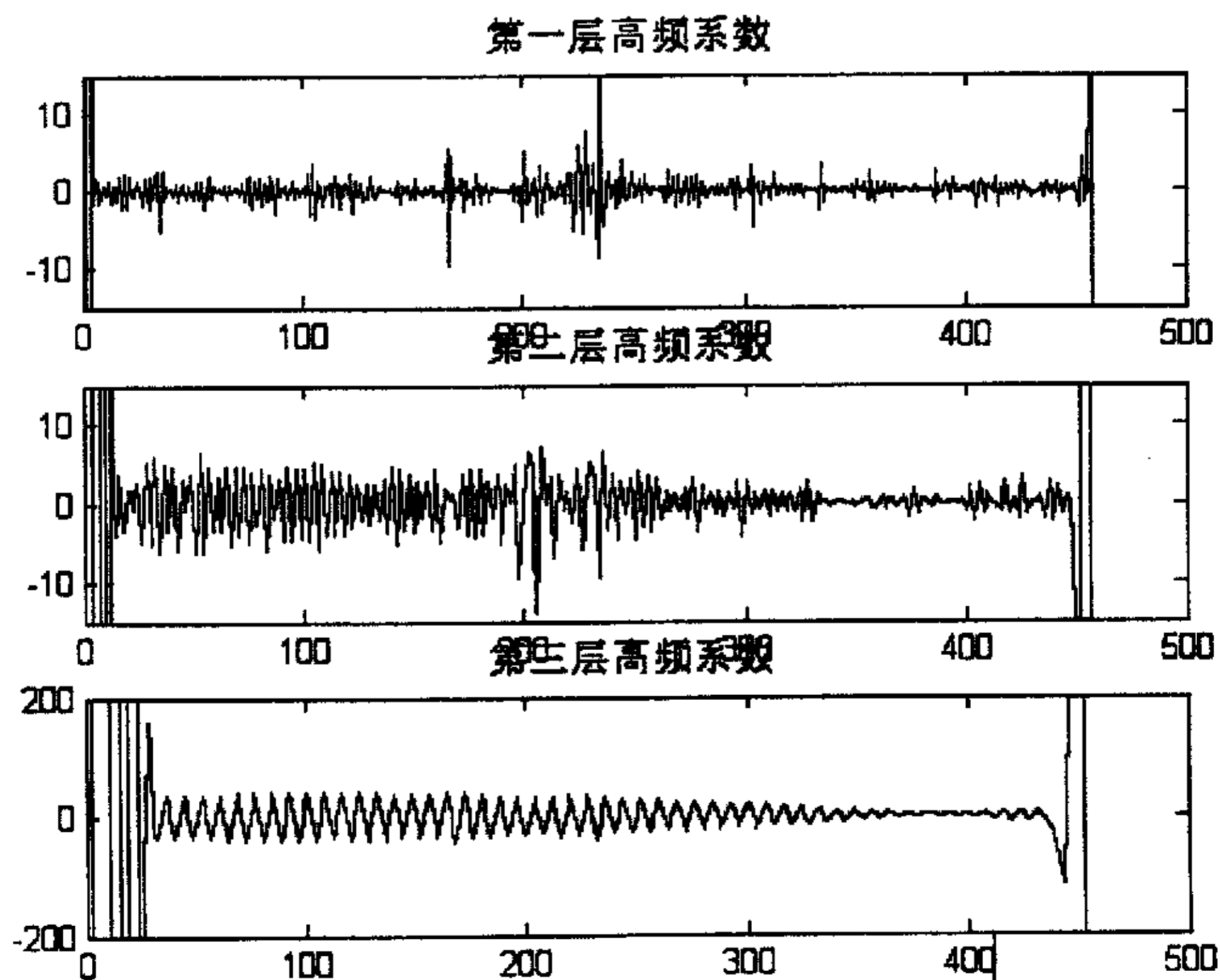


图 3.8 STATION4 SV26 卫星原始载波信号分解高频系数

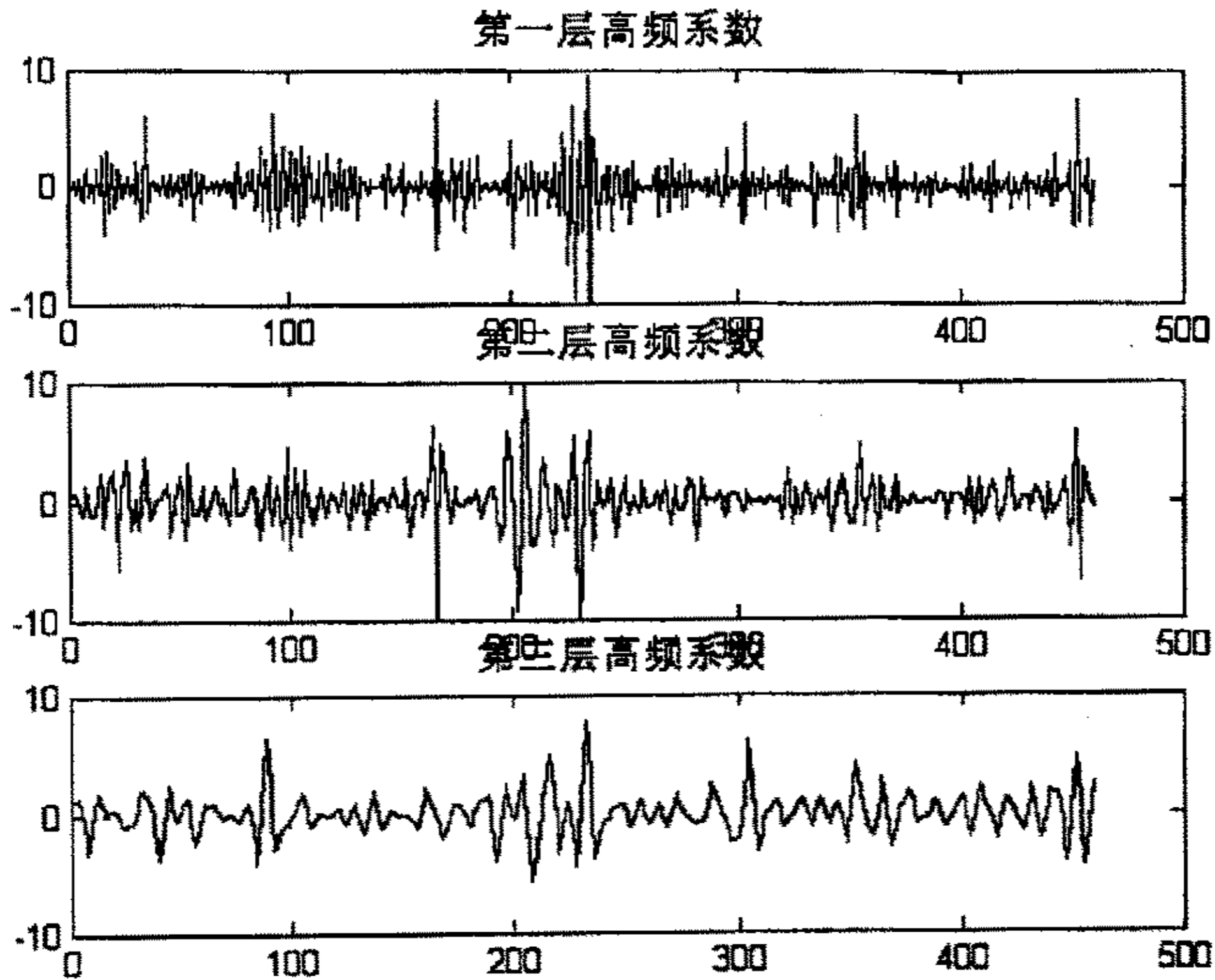


图 3.9 SV26 卫星单差观测值分解高频系数

分别计算分解的各信号每层高频系数模的平均值。STATION2 SV26 原始载波信号分解的高频系数的模的平均值分别为 0.7674、1.9436、13.0347。STATION4 SV26 原始载波信号分解的高频系数的模的平均值分别为 1.1039、1.81、13.9264。图 3.9 是 STATION4 与 STATION2 接收的 SV26 卫星的序列单差观测值分解的高频系数，高频系数的模的平均值分别为 1.3117、1.2772、1.1394。图 3.12 为 STATION4 与 STATION2 接收的 SV29 卫星的序列单差观测值分解的高频系数，计算每层高频系数的模的平均值分别为 1.2511、1.2894、1.2639。

比较 STATION2 SV26 原始载波信号分解的高频系数、STATION4 SV26 原始载波信号分解的高频系数与 SV26 卫星的序列单差观测值分解的高频系数，可以看出单差观测值分解的第三层高频系数相比原始信号分解的第三层高频系数明显减小，减小值约为 12。而第一层、第二层的高频系数有微弱的增大现象，这表明 STATION2 接收机与 STATION4 接收机原始载波信号分解的第三层高频系数信号有很强的相关性，由于单差模型可以明显地减弱卫星钟差、轨道误差、电离层折射误差、对流层折射误差，因此，第三层高频系数主要是由于卫星钟差、轨道误差、大气折射误差引起。第一层、第二层高频系数相关性很弱，主要是由接收机随机噪声、多路径效应等不相关的高频信号组成。因此，可以看出单差模型能很好地消除卫星钟差、轨道误差、大气折射误差等处于第三层高频系数的信号。

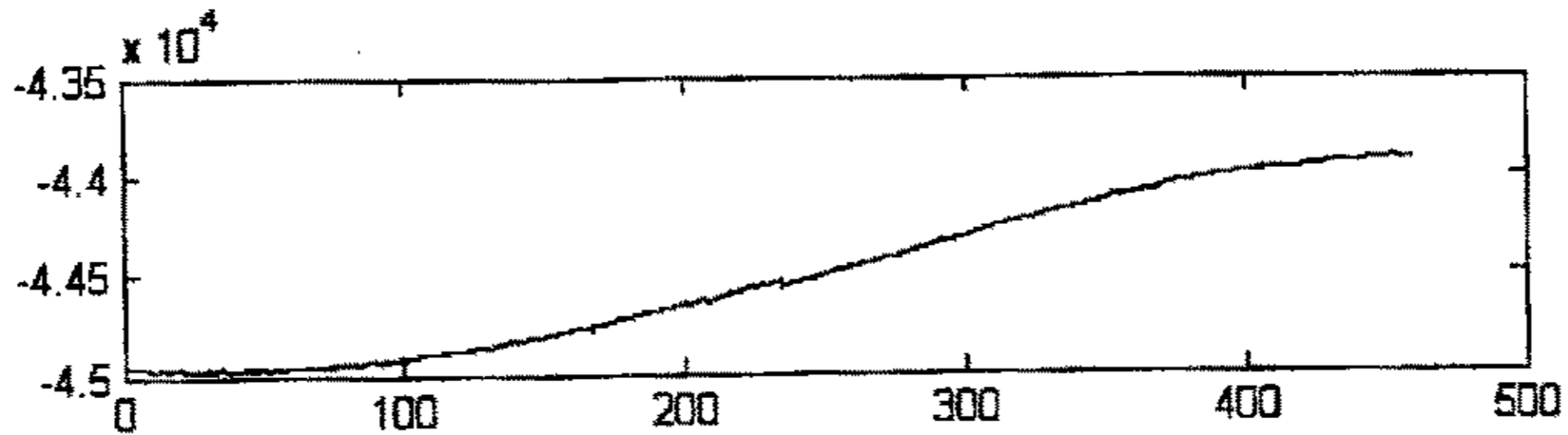


图 3.10 SV26 卫星单差观测值信号

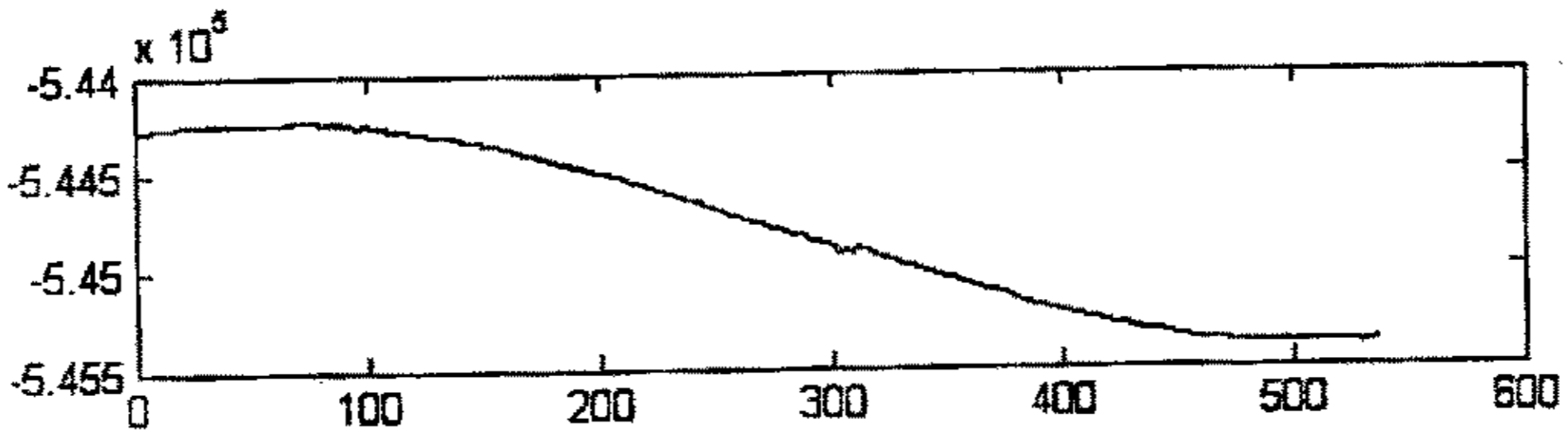


图 3.11 SV29 卫星单差观测值信号

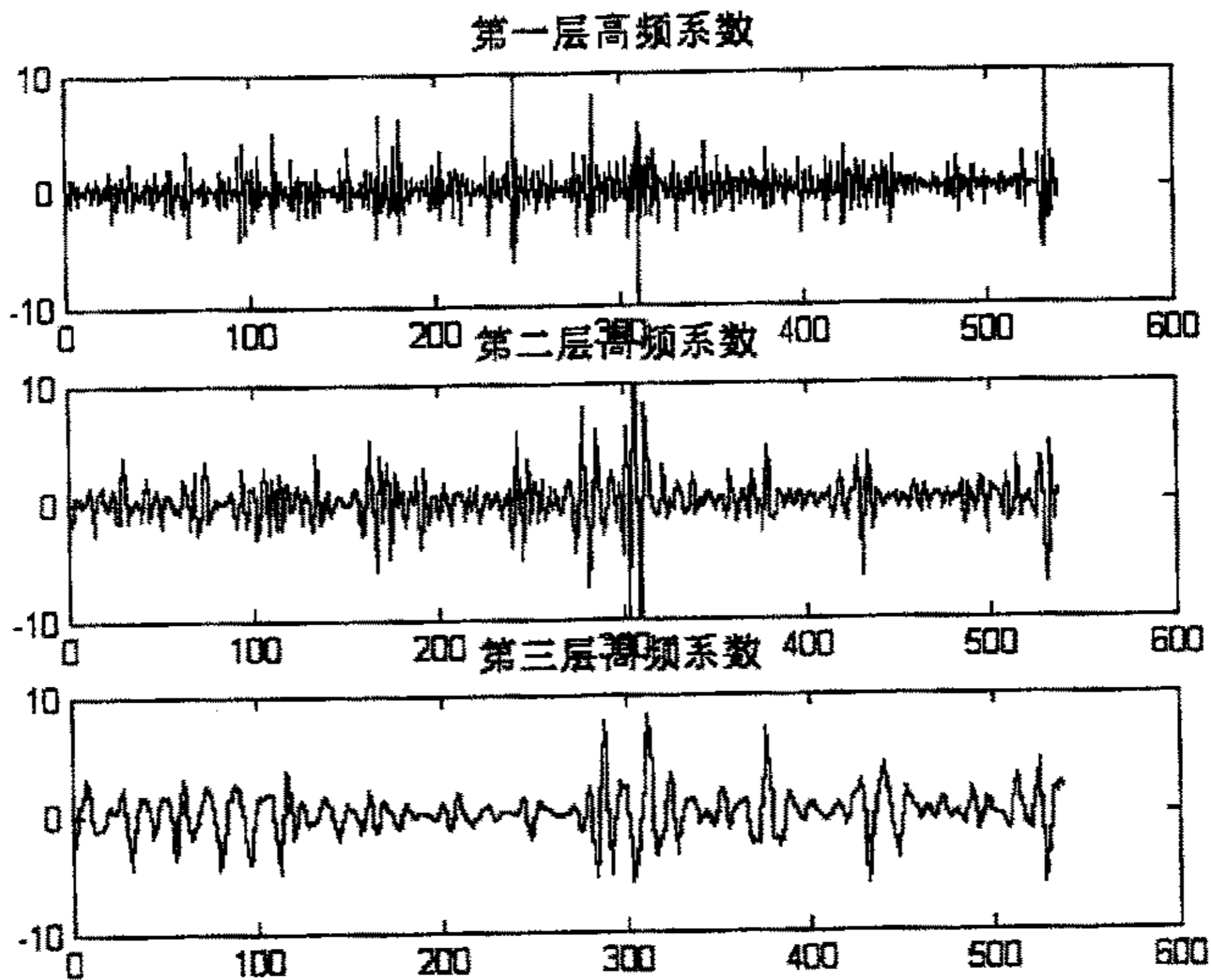


图 3.12 SV29 卫星单差观测值分解高频系数

3. 双差观测值噪声特性

双差模型主要优点是能进一步消除接收机钟差的影响，为了验证这种影响，作者利用上述 SV29 与 SV26 的单差观测量组成双差观测量，如图 3.13 所示，历元数为 460，对该信号采用 db3 小波函数进行三层小波分解，分解的高频系数如图 3.14 所示。

计算 SV29 与 SV26 组成双差观测量小波分解的每层高频系数的模的平均值

分别为 2.6253、2.5510、2.2614。已得到 SV26 卫星的序列单差观测值分解的每层高频系数的模的平均值分别为 1.3117、1.2772、1.1394，SV29 卫星的序列单差观测值分解的每层高频系数的模的平均值分别为 1.2511、1.2894、1.2639，把双差观测值分解的相应每层高频系数的模与 SV26、SV29 单差观测值小波分解的高频系数的模的和相减，其值分别为：0.0625、-0.0556、-0.1419。这说明第二层、第三层的高频系数含较小的微弱相关性信号，由于双差模型能进一步消除接收机钟差的影响，可以认为这主要是由于单差观测中残余的接收机钟差所造成的高频信号，因此，接收机钟差引起的高频信号处于高频系数第二、第三层。同时，可以看出双差观测值中残余的噪声频带很宽，基本覆盖了整个频域范围。对于处于最高频段的接收机噪声、多路径效应来说，单差模型、双差模型都无能为力，由于不相关的噪声在差分过程中无法抵消，双差观测值的多路径效应及接收机本身的噪声比单差观测值噪声含量高。

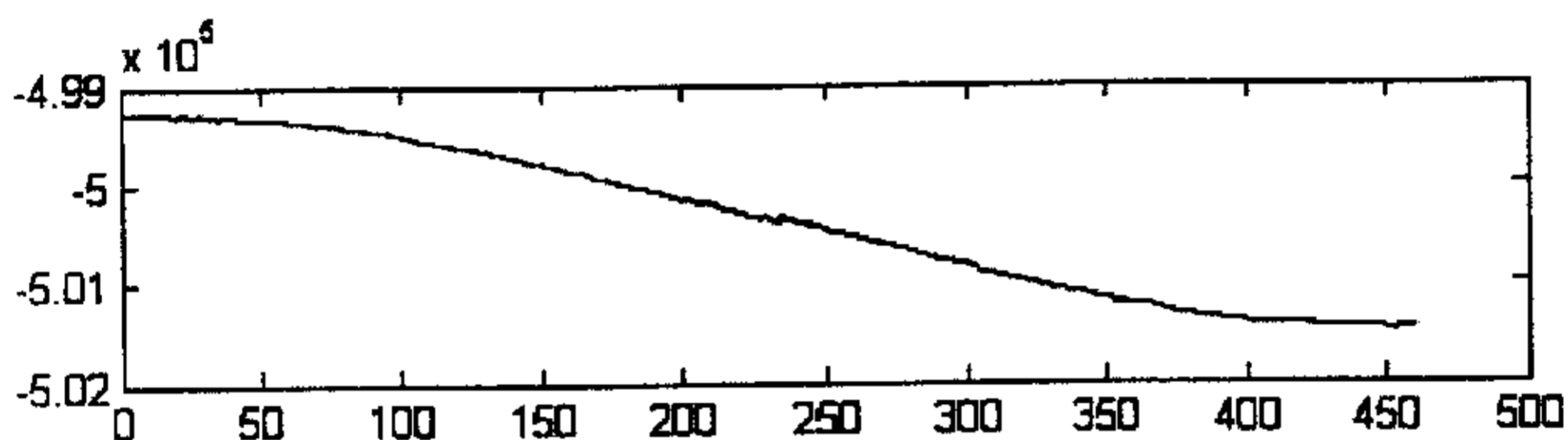


图 3.13 SV29-SV26 双差观测值信号

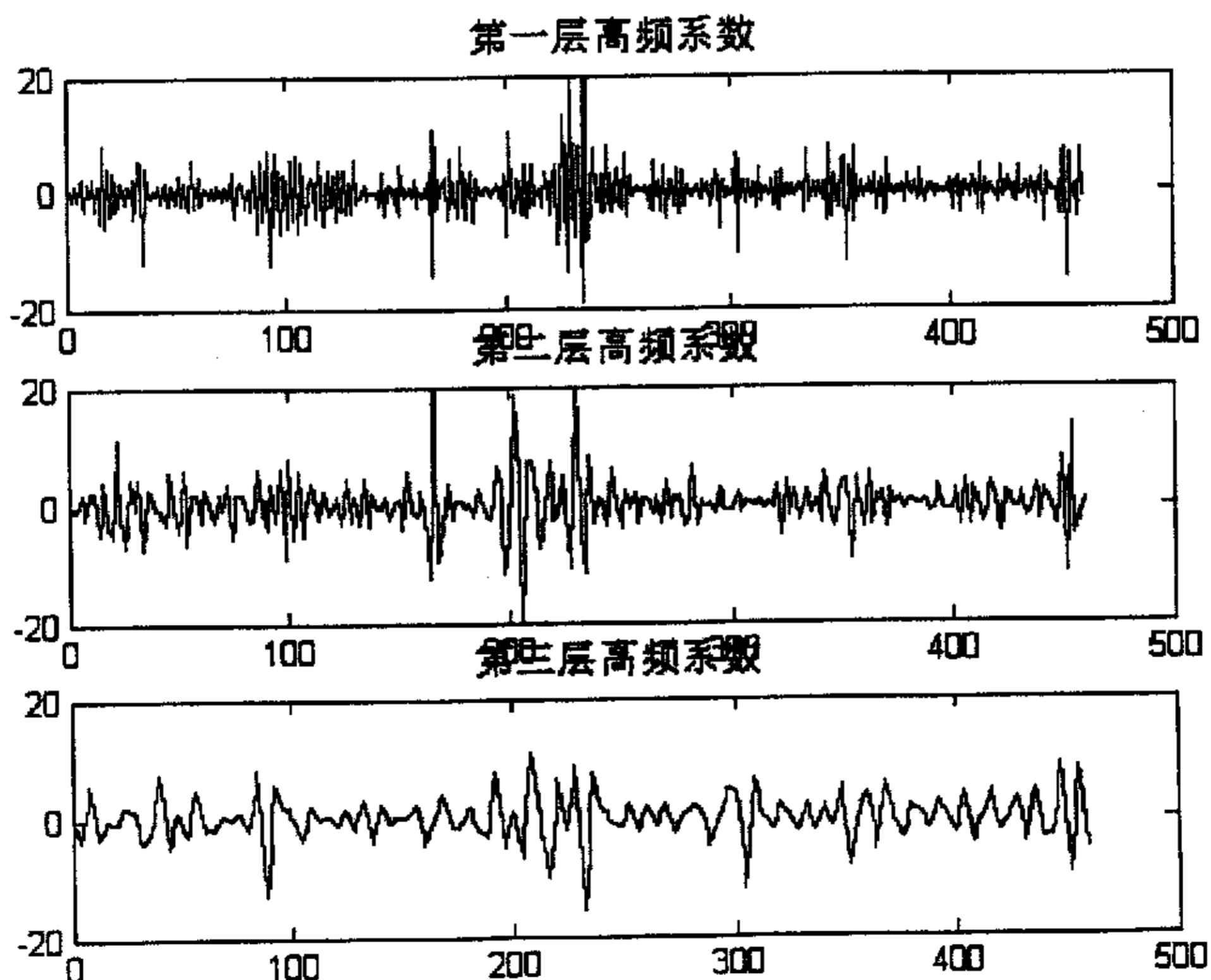


图 3.14 SV29-SV26 双差观测值分解高频系数

通过苏通大桥 GPS 控制网与葛洲坝 GPS 控制网观测数据提取载波相位信号, 并利用提取的载波信号组成单差观测量、双差观测量分别采用 db3 小波函数进行 3 层小波分解, 对分解后的高频部分进行研究与分析, 可以得出以下结论:

(1) 接收机随机噪声处于信号最高频段, 多路径效应引起的噪声频率覆盖了整个信号的第一、第二层高频频段, 卫星钟差、轨道误差、大气折射误差、接收机钟差等系统误差引起的噪声频率处于第二层、第三层高频频段, 并主要反映在第三层高频频段。

(2) 通过对 GPS 原始载波信号、单差观测信号、双差观测信号进行小波分解, 研究其高频系数的变化的规律, 表明差分模型在一定程度上可以很好的消除噪声, 其中, 单差模型能很好的消除卫星钟差、轨道误差、大气折射误差、接收机钟差等系统误差, 双差模型可以进一步减少接收机钟差引起的影响, 单差模型、双差模型对于接收机噪声、多路径效应等不相关噪声无能为力。对差分后的信号进行小波分解, 能够具体量化差分的效果, 多路径误差与卫星轨道、电离层、对流层误差经双差之后的残余误差在量级上大致相当。

(3) 作者对单差观测值进行小波分解并对噪声成分深入研究, 提出对接收机质量评价的另一种方法。可以通过将不同的接收机安置在观测条件优良的地带接收 GPS 信号, 由于这时多路径效应不用考虑, 处于信号的最高频带的只有接收机随机噪声, 比较单差观测值小波分解的第一层高频系数的模的大小, 可以准确地评定接收机随机噪声水平, 从而比较接收机质量的优劣, 将小波分析理论应用于 GPS 接收机质量的鉴别具有重要的现实意义。

(4) 对 GPS 观测数据进行小波分解, 可以得到 GPS 观测载波相位信号消噪的经验阈值, 由经验阈值公式 (3-2-5)、(3-2-6) 得 $\lambda_1 = 2\sigma/\sqrt{m}$ 、 $\lambda_2 = \sigma\sqrt{2\lg(n)}$, 图 3.8 中 STATION2SV26 卫星的原始载波信号消除第一层高频系数噪声经验阈值分别为 $\lambda_1 = 1.448$ 、 $\lambda_2 = 4.405$ 。同一观测站不同卫星、不同时间段的载波信号的高频分量系数大小不同, 消噪时采用不同的经验阈值, 可以最大程度上对 GPS 信号降噪。

(5) GPS 信号中的高频噪声具有很强的瞬时性, 尤其信号的最高频段, 信号抖动明显, 而在信号的次高等频段, 噪声呈现一定的周期性。

(6) 苏通大桥观测条件远好于葛洲坝观测条件, 从苏通大桥的原始载波信号小波分解的高频系数可以明显看出多路径效应不明显, 而且处于大气折射等第三层高频系数较小, 而坝区的 GPS 观测条件很复杂, 观测数据中的噪声含量较大。

§3.4 小波消噪效果影响因素实例分析

3.4.1 GPS 信号消噪软件的设计

软件的总体设计如图 3.15, RINEX 文件由接收机随机软件将原始观测的数

据文件转换,提取载波信号文件模块与小波消噪模块分别采用 Visual basic6.0 与 matlab6.5 语言编程。

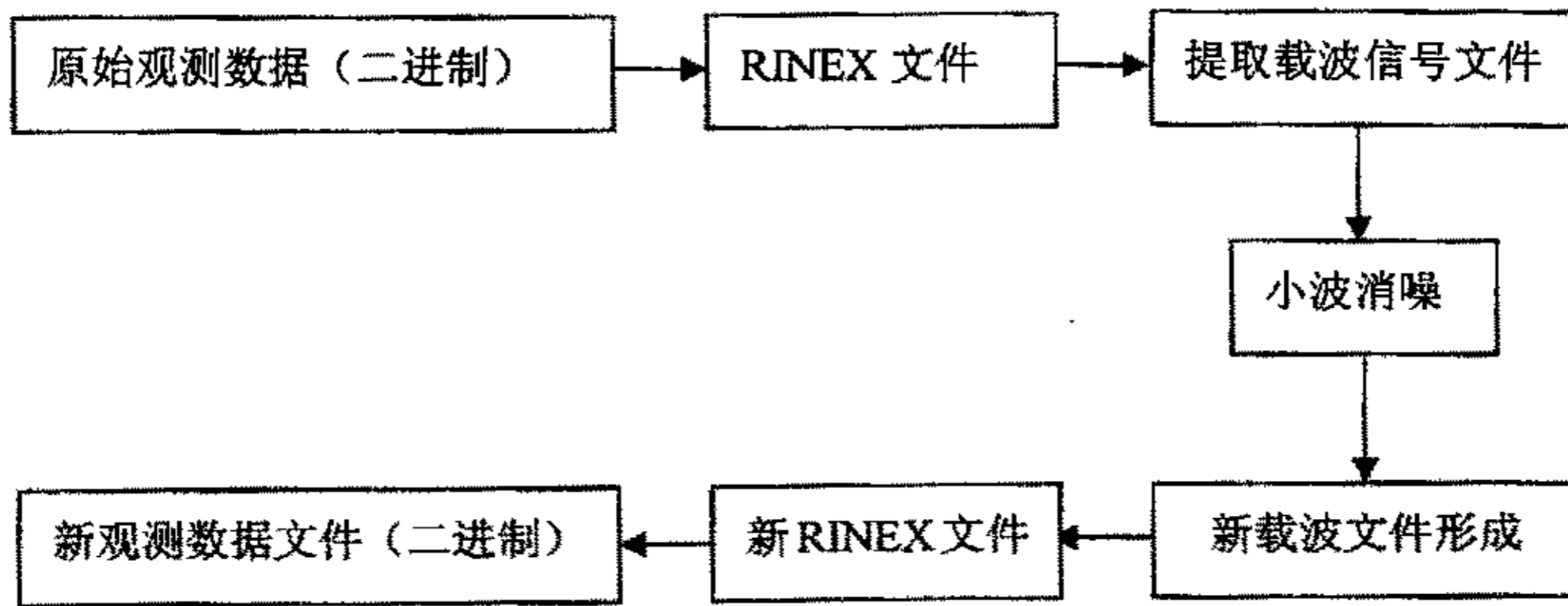


图 3.15 GPS 相位观测值消噪软件总体设计

3.4.2 小波消噪实例分析

小波消噪的效果受到三方面的影响: 1) 采用小波分解的层数 2) 采用哪一种小波母函数进行小波变换和信号重构; 3) 采用哪一种阈值选取和重调方法处理小波系数。

为了分析不同的分解层数、小波函数、阈值选取与重调方法对 GPS 信号消噪的效果, 选取葛洲坝坝区的一条基线 STATION2—STATION4 进行分析, 该基线共观测了 2 小时, 历元间隔为 20 秒, 在未滤波前解算该基线长度为 1142.854 米, RMS 为 17.71 毫米。

为了提取载波相位观测值, 作者利用随机软件将观测的二进制文件转成 RINEX2 的标准文件。通过编程提取 RINEX-2 观测文件中的载波相位, 形成一维的序列载波信号。STATION2 站共形成 24 个信号文件, 接收的信号分别来自 SV04、SV07、SV08、SV11、SV19、SV20、SV27、SV28、SV31 等卫星; STATION4 站观测数据形成 30 个信号文件, 信号分别来自 SV07、SV08、SV11、SV19、SV20、SV27、SV28、SV31 等卫星。

1. 不同分解层数消噪性能的比较

上节分析了 GPS 信号噪声的特性, 得出 GPS 接收机的随机噪声与多路径效应的频率主要分布在信号的最高频带与次高频带, 为了消除这两种噪声, 采用 db6 小波函数, 阈值为“Minimaxi”, 分解的层数分别为 1、2、3 层, 对观测数据消噪后进行基线解算, 成果见表 3.2。

表 3.2 不同分解层数消噪成果

层数	RMS (毫米)	基线长 (米)	RATIO
1	13.48	1142.613	100
2	32.47	1142.851	100
3	322.84	1142.649	68.88

从该表可以看出,分解的层数不同,基线解算成果差异很大,而且采用 2 层、3 层时,消噪后解算基线的精度比未消噪前的基线解算精度降低,随着分解层数的增加,精度下降迅速。作者认为,造成精度下降的主要原因是由于观测数据小波分解的第三层高频系数所含多路径效应引起的噪声甚微,把一些大气层折射引起的系统误差滤除一部分,这样在采用差分模型进行基线解算时,使得大气层折射等引起的系统误差不能很好消除,以致解算的基线精度降低。采用 1 层、2 层小波分解时,消噪后基线的精度相差不大。

2. 不同阈值选取与重调方法对消噪性能影响的比较

阈值选取和如何进行阈值的量化直接关系到去噪的质量,采用不同的阈值选取规则可能得到不同的结果。下面采用 db6 小波函数、小波分解层数为 2、Rigrsure、Sqtwolog、Heursure 三种阈值分别对原始观测数据降噪并对消噪后的信号进行基线解算,成果见表 3.3。

表 3.3 不同阈值选取方法消噪成果

阈值	层数	RMS (毫米)	基线长 (米)	RATIO
heusure	1	9.07	1142.840	100
	2	316.97	1142.389	98
rigrsure	1	9.07	1142.840	100
	2	316.97	1142.389	98
sqtwolog	1	14.30	1142.615	100
	2	91.10	1142.798	100

从表 3.2 与表 3.3 可以看出,选取不同阈值,基线解算成果差异很大。Rigrsure 和 Heursure 的结果非常相似,明显优于其它两种阈值选取方法,这是因为 Rigrsure 和 Heursure 规则比较保守(它只将部分系数置 0),可以将弱信号提取出来,也说明多路径效应与接收机随机噪声淹没在其它高频噪声之中。对 GPS 观测数据多次试验表明:Rigrsure 规则几乎总是得到比其他规则更适合于剔除微弱的高频噪声,Heursure 其次。另外,从上表也可以看出,1 层小波分解比 2 层分解效果好。

由于小波分解是分层次逐级进行的,阈值选定后,每一层系数采用的阈值是否需要重新调整,就是阈值重调问题。一般有三种情况:1)不需要重新调整(one); 2)只调整小波分解的第一层的阈值(sln); 3)在每一层都重新调整阈值(mln)。为了比较不同阈值重调方法对 GPS 观测数据降噪效果,在小波函数为 db6,选取 rigrsure 阈值规则相同的条件下,分别采用 one、sln、mln 三种阈值重调方法进行比较,成果见表 3.4。

表 3.4 不同阈值重调方法消噪成果

重调方法	RMS (毫米)	基线长 (米)	RATIO
one	9.07	1142.840	100
sln	8.34	1142.846	100
mln	8.34	1142.846	100

从表 3.4 可以看出, mln、sln 阈值重调方法消噪比 one 阈值重调方法消噪效果好, 在分解层数为一层时, 消噪功效相同。

3. 不同小波函数消噪性能的比较

在消噪过程中, 通常既希望尽可能多地去除噪声, 同时又希望原始信号有用信息丢失尽可能的少, 为了考察它们之间的关系并寻找 GPS 观测数据消噪最优小波函数, 在选取 rigrsure 阈值方法、sln 阈值重调方法的相同条件下, 分别采用 Symlets 小波系、Daubechies 小波系、Coiflet 小波系中的有关小波函数进行去噪处理, 然后解算去噪后的基线长度与精度。结果如表 3.5 所示:

表 3.5 不同小波函数消噪成果

小波函数	RMS (毫米)	基线长 (米)	RATIO
db3	10.46	1142.859	100
db4	10.72	1142.846	100
db5	4.60	1142.849	100
db6	8.34	1142.846	100
db7	14.26	1142.607	100
db9	13.91	1142.606	98.09
db12	38.84	1142.672	70.68
sym2	30.49	1142.861	100
sym3	6.84	1142.861	100
sym4	8.84	1142.597	97.66
coif3	9.42	1142.848	100
coif4	7.45	1142.853	100
coif5	5.63	1142.850	100

从上表可以看出, 采用不同的小波函数, 效果有很大的不同, 对于该基线观测数据来说, db3、db4、db5、db6、sym3、coif3、coif4、coif5 在噪声去除方面比其它的小波函数好。

通过采用不同的分解层数、不同阈值选取与重调方法、不同小波函数对葛洲坝一条基线进行实例分析, 可以得出以下结论。

(1) 基于小波变换的 GPS 信号小波滤波法具有较好效果, 采用合适的小波函数、

分解层数、阈值选取与重调方法,可以很大程度上消除 GPS 观测数据中不相关的随机高频噪声, GPS 观测信号的信噪比有不同程度的提高,从而提高了模糊度参数和模糊度参数差值的精度,以至提高了基线的精度。

(2) 不同的小波函数、分解层数、阈值选取与重调方法,消噪效果不同,不合适的应用三者之一对 GPS 载波相位观测数据进行消噪,并不能提高基线的精度,甚至会出现精度明显降低现象。

(3) 对 GPS 观测数据采用小波分析消除其中的随机噪声与多路径效应等高频噪声,采用的分解层数应为一层,而不能多于 2 层及 2 层以上的分解层数。

※ 本章小结

本章介绍了小波和小波变换的定义与性质、小波函数的选取构造的基本思路。在连续小波变换和离散小波变换的基础上得出了二进制小波和多进制的异同点,简单介绍小波包的算法与重构,介绍了小波分析在信号消噪方面的应用、一维小波分析对平稳和非平稳信号的消噪、阈值选取的规则。应用编制的程序提取苏通大桥控制网与葛洲坝 GPS 控制网观测数据中的原始载波信号、单差观测值、双差观测值采用 db3 小波函数进行三层小波分解,分别研究了 GPS 原始载波信号、单差观测值、双差观测值的噪声特性,验证了差分模型可以很好地消除大气折射等引起的系统误差,提出了将小波分析理论应用于检测 GPS 接收机随机噪声水平。采用不同分解层数、不同阈值选取与重调方法、不同小波函数三种方案,对葛洲坝控制网的一条基线进行实例分析,得出了 GPS 观测数据消噪方面有实用价值的结论。

第四章 平面控制网稳定性分析

大型工程首级控制网是一切施工测量的基准, 由于工程施工期长, 施工区域条件复杂, 必须对控制网进行定期复测并进行控制网稳定性评判。本章对平面控制网的参考基准及其选择方法进行分析, 探讨了不同基准下控制网成果的转换, 对控制网整体和单点稳定性分析方法进行研究。

§4.1 平面控制网参考基准及其选择

控制网中各点的变形分析建立在多期重复观测相比较的基础上, 因此, 需要有一个统一的基准。采用的基准不同, 相应的网点位移量也不会相同。平面控制网基准包括坐标系统和起算数据两方面内容。

4.1.1 固定基准与经典平差

设控制网中全部 n 个点的坐标参数为 X , 观测值为 L , 其权 $P = Q^{-1}$, 误差方程为:

$$V = AX - l \quad (4-1-1)$$

其中 $l = L - A_0 - AX^0$

设将全部点都看作待定点, 由误差方程可得到法方程, 即

$$NX = A^T P l \quad (4-1-2)$$

式中 $N = A^T P A$ 。实际上经典平差是有足够的已知数据的, 已知数据作为未知数之间的一种条件表示出来

$$GX = W \quad (4-1-3)$$

可以看出, 经典自由网的基准是由基准条件方程构成的, 与通常的有已知数据的经典平差结果是一样的, 若平面控制网有足够的起算数据, 即采用固定基准, 则矩阵 G 的形式最简单, 即 $G = E$ 。如果近似坐标与已知数据一致, 则 $W = 0$ ^[9]。

4.1.2 重心基准与自由网平差

网的重心坐标、重心至某一方向的方位角、重心至某点的距离保持不变, 称为重心基准, 此时 N 为奇异阵, 以如下条件式为约束条件:

$$G^T X = 0 \quad (4-1-4)$$

将 (4-1-4) 与 (4-1-1) 组成方程组, 用附有条件的间接平差计算。从数学上看, 矩阵 G 是由矩阵 N 的属于 $\lambda = 0$ 的那些特征向量构成的。经过单位化后, G 满足如下条件:

$$\begin{aligned} G^T G &= E \\ AG &= 0 \end{aligned}$$

4.1.3 局部重心参考基准与拟稳平差

如果网中部分点的重心坐标保持不变,该重心至某一方向的方位角和距离保持不变,写出附加条件式为

$$G_2^T X_2 = 0 \quad (4-1-5)$$

将(4-1-5)与(4-1-1)式组合在一起按附有条件的间接平差解算就是拟稳平差。

(4-1-5)代表着拟稳平差的参考基准即局部重心参考基准,网中一部分点称为非拟稳点,另一部分为拟稳点。

4.1.4 参考基准的选择

平面控制网坐标系统的选择视具体情况而定,大型工程的坐标系统一般选用国家坐标系统。

平面控制网平差后坐标位置参数及其协因数矩阵的估计,都是相对于选定的基准数据,不同的平差方法,会得出完全不同的位移场。因此,位移分析要求所选择的平差基准是一致的,只有这样,才能保证所求的位移是真正意义上的位移,所进行的判定才是准确的。

对于自由网中存在不动点时,采用固定基准最好,它有坚实的稳定基础。这种情况实际上是存在的。例如,边坡监测,测站点相对变形点在许多场合可认为是完全不动的。又如震中区的形变半径是一个有限量,监测网中远离它的点实际上是不动的,这种网相应地可采用经典平差。

如果自由网中存在着一部分点相对另一部分是稳定点,但实际上它们并不是严格固定不变的,则采用拟稳基准,相应地用拟稳平差较好。这样对变形点而言,也有了较稳定的基础。这种情况在实际中可能遇到较多,当然要确定网中哪些点较稳定也并不是一件容易的事,要进行稳定点分析的研究。

如果自由网中各点都是变形点,而且它们形变的概率认为相等,则采用重心基准,进行秩亏自由网平差为宜。但这种方法缺乏稳定基础,而且重心基准与网形大小有关。

在实际的形变分析中,应注意所采用的基准是否统一,不一致时应进行基准的转换工作。

§4.2 不同参考基准的转换

采用不同的参考基准,同一点的位移量是不同的。当控制网首期选用一种参考基准之后,由于一些特殊情况,复测时又不得不另选一种更合适的参考基准,这时可以通过不同参考基准间的转换关系,不必重新平差就能把其中一种平差成果转换到另一参考基准下,即将相对网形通过平移、旋转和缩放达到满附加条件,而相对网形不变,这种变换称为赫尔默特变换,即相似变换。对于有测边的网,边长不能缩放,在这种情况下,相似变换中不存在伸缩条件。

4.2.1 相似变换定义及计算公式

相似变换是将法方程 $NX = W$ 在某参考系下求出的解 \hat{X}_1 ，通过相应的转换公式变换到参考系 $G^T X = 0$ 下的过程。

误差方程：

$$V = AX - l \quad (4-2-1)$$

法方程：

$$NX = W \quad (4-2-2)$$

式中： $N = A^T P A$ ， $W = A^T P l$

变换参考系：

$$G^T X = 0$$

设相似变换后的解为 \hat{X}_2 。经过相似变换，在参考系 $G^T X = 0$ 下，法方程 $NX = W$ 的解为：

$$\hat{X}_2 = (I - H(G^T H)^{-1} G^T) \hat{X}_1 \quad (4-2-3)$$

$$Q_{\hat{X}_2} = (I - H(G^T H)^{-1} G^T) Q_{\hat{X}_1} (I - H(G^T H)^{-1} G^T) \quad (4-2-4)$$

4.2.2 经典、秩亏、拟稳基准相互转换

设以 \hat{X}_j 、 \hat{X}_c 、 \hat{X}_r 分别表示经典自由网平差、秩亏自由网平差和拟稳平差参数的解。

这三个解分别是由如下三个方程组解算得到：

$$\begin{cases} N\hat{X}_j = A^T P l \\ G_j^T \hat{X}_j = 0 \end{cases} \quad (4-2-5)$$

$$\begin{cases} N\hat{X}_c = A^T P l \\ G_c^T \hat{X}_c = 0 \end{cases} \quad (4-2-6)$$

$$\begin{cases} N\hat{X}_r = A^T P l \\ G_r^T \hat{X}_r = 0 \end{cases} \quad (4-2-7)$$

以 G_j 、 G_c 、 G_r 表示附加条件式系数矩阵。对于仅有足够已知数据的经典平差，式 $GX = W$ 中的 W 可以通过选定合适的近似值 X^0 使其为 0，则 \hat{X}_j 、 \hat{X}_c 、 \hat{X}_r 可通过以下公式表示：

$$\hat{X}_j = (N + G_j G_j^T)^{-1} A^T P l = Q_j A^T P l \quad (4-2-8)$$

$$\hat{X}_c = (N + G_c G_c^T)^{-1} A^T P l = Q_c A^T P l \quad (4-2-9)$$

$$\hat{X}_r = (N + G_r G_r^T)^{-1} A^T P l = Q_r A^T P l \quad (4-2-10)$$

\hat{X}_j 、 \hat{X}_c 、 \hat{X}_r 权逆阵为：

$$Q_{\hat{X}_j} = Q_j N Q_j \quad (4-2-11)$$

$$Q_{\hat{X}_c} = Q_c N Q_c \quad (4-2-12)$$

$$Q_{\hat{X}_r} = Q_r N Q_r \quad (4-2-13)$$

由于 \hat{X}_j 、 \hat{X}_c 、 \hat{X}_r 分别满足 (4-2-5)、(4-2-6)、(4-2-7) 的第一式, 由此可得

$$N \hat{X}_j = N \hat{X}_c = N \hat{X}_r,$$

由秩亏自由网平差理论, 有如下公式:

$$N = N(E - G_c(G_c^T G_c)^{-1} G_c^T)$$

$$Q_c G_c = G_c(G_c^T G_c)^{-1}$$

于是由 (4-2-6) 得

$$\begin{aligned} \hat{X}_c &= Q_c A^T P l \\ &= Q_c N \hat{X}_j = Q_c (N + G_c G_c^T - G_c G_c^T) \hat{X}_j \\ &= (E - Q_c G_c G_c^T) \hat{X}_j = (E - G_c(G_c^T G_c)^{-1} G_c^T) \hat{X}_j \end{aligned} \quad (4-2-14)$$

上式是将经典平差解转换为秩亏自由网平差解的公式, 与此相应它们的权逆阵也有关系式:

$$Q_{\hat{X}_c} = [E - G_c(G_c^T G_c)^{-1} G_c^T] Q_{\hat{X}_j} [E - G_c(G_c^T G_c)^{-1} G_c^T] \quad (4-2-15)$$

与上式类推可得其余转换公式:

$$\begin{aligned} \hat{X}_c &= [E - G_c(G_c^T G_c)^{-1} G_c^T] \hat{X}_r, \\ Q_{\hat{X}_c} &= [E - G_c(G_c^T G_c)^{-1} G_c^T] Q_{\hat{X}_r} [E - G_c(G_c^T G_c)^{-1} G_c^T] \\ \hat{X}_j &= [E - G_c(G_j^T G_c)^{-1} G_c^T] \hat{X}_r = [E - G_c(G_j^T G_c)^{-1} G_j^T] \hat{X}_c, \\ Q_{\hat{X}_j} &= [E - G_c(G_j^T G_c)^{-1} G_j^T] Q_{\hat{X}_c} [E - G_c(G_j^T G_c)^{-1} G_j^T] \\ &= [E - G_c(G_j^T G_c)^{-1} G_j^T] Q_{\hat{X}_r} [E - G_c(G_j^T G_c)^{-1} G_j^T] \\ \hat{X}_r &= [E - G_c(G_r^T G_c)^{-1} G_r^T] \hat{X}_j = [E - G_c(G_r^T G_c)^{-1} G_r^T] \hat{X}_c, \\ Q_{\hat{X}_r} &= [E - G_c(G_r^T G_c)^{-1} G_r^T] Q_{\hat{X}_c} [E - G_c(G_r^T G_c)^{-1} G_r^T] \\ &= [E - G_c(G_r^T G_c)^{-1} G_r^T] Q_{\hat{X}_j} [E - G_c(G_r^T G_c)^{-1} G_r^T] \end{aligned}$$

转换公式不仅可以用于经典、秩亏、拟稳三种基准间的相互转换, 还可用于同是经典平差但已知点不同, 或同是拟稳平差但拟稳点不同所引起的不同基准间的相互转换。

§4.3 控制网稳定性分析方法

4.3.1 稳定点的总体检验法

1. 平均间隙法原理

平均间隙法是一种比较实用的稳定点的总体检验方法，其基本思路为：假设在两个观测周期期间，网中所有控制点均未发生变化，那么可以把两个观测周期的观测看成是对同一网进行的两次连续观测，由这两次观测资料平差所求得的两组控制点坐标可以看成是一组双观测值，则利用双观测值之差求方差的方法计算观测值的单位权方差估计值。在求出位移 d 和协方差阵 Q_d 以后，先进行两期图形一致性检验（整体检验）。如果通过检验则所有控制点是稳定的。否则，就要找出不稳定点。寻找不稳定点的方法是“尝试法”，依次去掉一个点，计算图形不一致性减少的程度。图形不一致性减少最大的点看作不稳定点。排除不稳定点后，再重复上述过程，直到图形一致性通过检验为止。在选取不稳定点的时候，平面网要同时考虑点位坐标 X 、 Y 的变化。

2. 平均间隙法计算过程

设两期变形点的坐标差为

$$d = X_{II} - X_I \quad (4-3-1)$$

产生坐标差可能有两种原因，一种完全是测量误差的干扰，一种是位移量显著。如果从平均情况来判断，就可以作如下的坐标差均方值：

$$u_d^2 = \frac{d^T P_d d}{f} \quad (4-3-2)$$

其中 f 为 d 中互相独立的变量数，它等于误差方程系数阵的秩（指一期的）。 P_d 为 d 的权阵。

当变形观测网进行伪逆平差时，

$$Q_d = Q_{X_{II}X_{II}} + Q_{X_I X_I} \quad (4-3-3)$$

网形完全相同时， $Q_d = 2Q_{X_I X_I}$ ， Q_d 为奇异阵，权阵取其伪逆，即

$$P_d = Q_d^*$$

当控制网进行分期拟稳平差时， d 如只包含非稳定点上的各坐标差，则 Q_d 仍可以按 (4-3-3) 式计算，因 Q_d 非奇异， P_d 为其凯利逆， f 就是非稳定点上未知数个数，水准网的 f 等于非稳定点数，平面网的 f 为非稳定点数两倍。

当控制网进行整体拟稳平差时， d 也只包含非稳定点上的各坐标差，因 X_I 与 X_{II} 相关，故

$$Q_d = Q_{I I} + Q_{I II} + Q_{II I} + Q_{II II} \quad (4-3-4)$$

其余的与分期拟稳平差情况相同。

由 (4-3-2) 式得到的 u_d^2 反映了各点位移量带权的平方平均大小。如果 d 中不包含变形信息，或者与偶然比较变形信息不显著。此时 d 可看成是误差向量，按方差定义知， u_d^2 为单位权方差的无偏估计，这是在没有发生点位移情况下

的结果。

由于两期单位权方差是

$$u^2 = \frac{(n-r)_1 u_1^2 + (n-r)_2 u_2^2}{(n-r)_1 + (n-r)_2} = \frac{(V^T P V)_1 + (V^T P V)_2}{(n-r)_1 + (n-r)_2} \quad (4-3-5)$$

u^2 也是单位权方差的无偏估计。

如果 d 中不包含变形信息这一假设为真，单位权方差的两个子样无偏方差应该差别不大，因此，可以用 F 检验法检验这一假设是否成立。 F 检验步骤如下：

(1) 原假设 $H_0: \bar{u}^2 = \bar{u}_d^2$ ，即两母体单位权方差相同。

(2) 作统计量 F ，在 H_0 成立下，有

$$F = \frac{u_d^2}{u^2} \quad (4-3-6)$$

分子自由度 f ，分母自由度 $(n-r)_1 + (n-r)_2$ 。

(3) 以 a 、 f 、 $(n-r)_1 + (n-r)_2$ 为参数查 F 分布表，得右尾分位值 F_α 。若 $F > F_\alpha$ ，拒绝 H_0 ，认为平均位移量显著，否则不显著。

为了进一步找出动点，可将网点分为两组，动点组 F 和稳定点组 M ，对间隙 d 及其权矩阵 P_d 作相应分块，即：

$$d = \begin{bmatrix} d_M \\ d_F \end{bmatrix} \quad P_d = \begin{bmatrix} P_M & P_{MF} \\ P_{FM} & P_F \end{bmatrix}$$

P_d 作如下变换

$$P_d = \begin{bmatrix} E & 0 \\ P_{FM} P_M^{-1} & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & 0 \\ -P_{FM} P_M^{-1} & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_M & P_{MF} \\ P_{FM} & P_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & -P_M^{-1} P_{MF} \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & P_M^{-1} P_{MF} \\ 0 & E \end{bmatrix}$$

则有

$$R = d^T P_d d = \begin{bmatrix} d_M + P_M^{-1} P_{MF} d_F \\ d_F \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P_M & 0 \\ 0 & P_F - P_{FM} P_M^{-1} P_{MF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_M + P_M^{-1} P_{MF} d_F \\ d_F \end{bmatrix}$$

令 $\bar{d}_M = d_M + P_M^{-1} P_{MF} d_F$ ， $\bar{P}_F = P_F - P_{FM} P_M^{-1} P_{MF}$ 则

$$R = \bar{d}_M^T P_M \bar{d}_M + d_F^T \bar{P}_F d_F \quad (4-3-7)$$

记 $R_M = \bar{d}_M^T P_M \bar{d}_M$ ， $R_F = d_F^T \bar{P}_F d_F$

$$R = R_M + R_F \quad (4-3-8)$$

(4-3-8) 式表明，总坐标差的平方和已分解成变形点和稳定点两个独立成分的坐标差平方和，通过考察总间隙平方和不变的条件下， R_M 和 R_F 在 R 中影响的显著性，可以划分相对稳定点组和可能移动的点组。统计量

$$\left. \begin{aligned} F_M &= \frac{R_M}{f_M \cdot u_0^2} \\ F_F &= \frac{R_F}{f_F \cdot u_0^2} \end{aligned} \right\} \quad (4-3-9)$$

分别服从 $F(f_M, f_0)$ 和 $F(f_F, f_0)$ 分布, f_F 、 f_M 分别是 d_M 、 d_F 的自由度, 且有 $f_M + f_F = f$ 。在一定显著性水平 α 下, 若 $F_F \leq F_\alpha(f_F, f_0)$, 则认为所作分块是正确的; 否则, 说明所选稳定点中还有动点, 应删除其中位移量最大的那个点重新进行上述检验, 直到 F 检验通过为止。

4.3.2 稳定点的单点检验法

1. t 检验法

在进行 t 检验之前, 必须检验两期测量精度相同, 即母体方差相同, 因为观测误差的存在, 平差计算得到的 u_1^2 和 u_2^2 子样方差不可能完全一致, 它们是否来自同一母体方差, 需作 F 检验。检验步骤如下:

$$(1) H_0: \bar{u}_1^2 = \bar{u}_2^2 = \bar{u}^2, \quad H_1: \bar{u}_1^2 \neq \bar{u}_2^2$$

(2) 作统计量

$$F = \frac{u_1^2}{u_2^2}$$

(3) 选定 α , 查 F 分布表, 分子自由度为 $(n-r)_1$, 分母自由度为 $(n-r)_2$, 得出分位值 $F_{\alpha/2}$, 如 $F < F_{\alpha/2}$ 接受同方差的原假设 H_0 , 方可进行 t 检验; 否则接受 H_1 , 即它们并不是同精度测量, 不能作 t 检验。

设控制网中变形点两期得到的坐标平差值为 X_I 和 X_{II} , 点位中误差分别为 $u\sqrt{Q_{I I}}$ 、 $u\sqrt{Q_{II II}}$ 。式中的单位权中误差 u 可由 (4-3-5) 式计算。

由数理统计理论可知, X_I 和 X_{II} 均为观测值的线性函数, 它们均为正态随机变量, 设它们的数学期望分别为 ξ_I 和 ξ_{II} , 两期测量精度要求相同, 即母体单位权方差必须相同, 均为 \bar{u}^2 , 故 X_I 为 $N(\xi_I, \bar{u}\sqrt{Q_{I I}})$ 变量, X_{II} 为 $N(\xi_{II}, \bar{u}\sqrt{Q_{II II}})$ 。由此, 差数 $d = X_I - X_{II}$ 也是正态变量, 其数学期望和方差分别为

$$\begin{aligned} \xi_d &= \xi_{II} - \xi_I \\ D(d) &= \bar{u}^2(Q_{I I} + Q_{II II}) \end{aligned} \quad (4-3-10)$$

即 d 为 $N(\xi_{II} - \xi_I, \bar{u}\sqrt{Q_{I I} + Q_{II II}})$ 变量。

作 d 的标准化变量, 它为标准正态变量:

$$\frac{d - (\xi_{II} - \xi_I)}{\bar{u}\sqrt{Q_{I I} + Q_{II II}}} = N(0,1) \quad (4-3-11)$$

根据两期平差结果, 可作出如下 χ^2 变量

$$\chi_{(f)}^2 = \frac{(n-r)_1 u_1^2 + (n-r)_2 u_2^2}{\bar{u}^2} \quad (4-3-12)$$

自由度 $f = (n-r)_1 + (n-r)_2$, 为两期变形网中多余观测数之和, 以上变量 $\chi_{(f)}^2$ 与 $N(0,1)$ 互相独立, 按 t 变量的定义有

$$\begin{aligned} t &= \frac{d - (\xi_{II} - \xi_I)}{\bar{u} \sqrt{Q_{I I} + Q_{II II}}} / \sqrt{\frac{(n-r)_1 u_1^2 + (n-r)_2 u_2^2}{\bar{u}^2 [(n-r)_1 + (n-r)_2]}} \\ &= \frac{d - (\xi_{II} - \xi_I)}{u \sqrt{Q_{I I} + Q_{II II}}} \end{aligned} \quad (4-3-13)$$

式中 t 变量自由度为 $(n-r)_1 + (n-r)_2$ 。

根据 t 变量可以对坐标差值 d 进行位移显著性检验, 其步骤如下:

$$(1) H_0: \xi_d = \xi_{II} - \xi_I = 0, H_1: \xi_d \neq 0。$$

检验的原假设 H_0 是 $\xi_{II} = \xi_I$, 即该点坐标理论值两期相同, 自然无位移存在; 如果拒绝原假设 H_0 , 则接受备择假设 H_1 , 认为位移存在。

(2) 作统计量 t , 当原假设 H_0 成立, (4-3-12) 式应为

$$t = \frac{d}{u \sqrt{Q_{I I} + Q_{II II}}} = \frac{d}{m_d} \quad (4-3-14)$$

(3) 选定显著水平 α , 查 t 分布表得 $t_{\alpha/2}$, 如果 $|t| > t_{\alpha/2}$ 则拒绝 H_0 , 位移显著可信, 否则接受 H_0 , 认为有变形不可信。

经过上述 t 检验, 如果认为变形点位移量显著, 就要估计其大小, 有两种估计方法。其一是点估计法, 用坐标差 d 作实际位移量的估值。其二是区间估计法, 在给定置信度水平 α 下, 其估计位移区间为:

$$(d - t_{\alpha/2} u \sqrt{Q_{I I} + Q_{II II}}, d + t_{\alpha/2} u \sqrt{Q_{I I} + Q_{II II}})$$

如果 t 检验法用于整体拟稳平差, 变形点 x_I 与 x_{II} 是相关的。此时坐标差 d 的协因数阵改写成

$$Q_d = Q_{I I} + Q_{I II} + Q_{II I} + Q_{II II} \quad (4-3-15)$$

2. 变形误差椭圆法

在网点稳定性分析中, 变形误差椭圆法也是位移量显著性检验常用方法之一。变形误差椭圆是指同一点的两期坐标差的误差椭圆。

网中任一点的一期、二期协因数阵分别为

$$Q_I = \begin{bmatrix} Q_{xx}^I & Q_{xy}^I \\ Q_{xy}^I & Q_{yy}^I \end{bmatrix} \quad Q_{II} = \begin{bmatrix} Q_{xx}^{II} & Q_{xy}^{II} \\ Q_{xy}^{II} & Q_{yy}^{II} \end{bmatrix} \quad (4-3-16)$$

两期的点位坐标差及其协因数阵为

$$d = \begin{bmatrix} x_{\text{II}} \\ y_{\text{II}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{\text{I}} \\ y_{\text{I}} \end{bmatrix} \quad Q_d = Q_{\text{I}} + Q_{\text{II}}$$

变形误差椭圆与相对误差椭圆的公式推导如下:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1' &= \frac{1}{2}(Q_{\Delta x \Delta x} + Q_{\Delta y \Delta y} + K') \\ \lambda_2' &= \frac{1}{2}(Q_{\Delta x \Delta x} + Q_{\Delta y \Delta y} - K') \\ K' &= \sqrt{(Q_{\Delta x \Delta x} - Q_{\Delta y \Delta y})^2 + 4Q_{\Delta x \Delta y}^2} \\ \operatorname{tg} \varphi_1' &= \frac{\lambda_1' - Q_{\Delta x \Delta x}}{Q_{\Delta x \Delta y}} = \frac{Q_{\Delta x \Delta y}}{\lambda_1' - Q_{\Delta y \Delta y}} \\ \operatorname{tg} 2\varphi_1' &= \frac{2Q_{\Delta x \Delta y}}{Q_{\Delta x \Delta x} - Q_{\Delta y \Delta y}} \end{aligned} \right\} \quad (4-3-17)$$

由 $\bar{u}\sqrt{\lambda_1'}$ 、 $\bar{u}\sqrt{\lambda_2'}$ 和 φ_1' 构成变形误差椭圆。

变形误差椭圆由主轴长短半径 $\bar{u}\sqrt{\lambda_1'}$ 、 $\bar{u}\sqrt{\lambda_2'}$ 和主轴方向 φ_1' 构成。变形误差椭圆法,就是在每一点上作出变形误差椭圆,取 k 倍中误差为极限的极限变形误差椭圆,根据该点位移向量的分布,是否落在这些椭圆之内,从而判断位移是否显著。通常 k 值取 2,这时极限误差椭圆元素为 φ_1' ,长半轴 $2u\sqrt{\lambda_1'}$,短半轴 $2u\sqrt{\lambda_2'}$ 。

当进行整体拟稳平差时 x_{I} 与 x_{II} 是相关的。此时坐标差 d 的协因数阵改写成

$$Q_d = Q_{\text{I I}} + Q_{\text{I II}} + Q_{\text{II I}} + Q_{\text{II II}}$$

然后按上述各式计算变形误差椭圆。

4.3.3 限差检验法

此法的基本思想就是利用两期观测,以多组起始数据平差或者利用多期观测,每两期所得坐标差计算其均值或方差,如果点位没有位移,它们就应小于极限误差即中误差的 t 倍。

1. 根据两期观测点位坐标的变化分析点位的稳定性

设平面控制网有 n 个点,进行两期观测,对两期观测分别做经典平差。设可供选择的起始数据有 m 组,根据起始数据平差求得网中 j 点 1、2 两期坐标,分

别记为 $X_j^{(1)}$ 、 $Y_j^{(1)}$ 、 $X_j^{(2)}$ 、 $Y_j^{(2)}$,则坐标差为

$$\begin{cases} \Delta X_j = X_j^{(2)} - X_j^{(1)} \\ \Delta Y_j = Y_j^{(2)} - Y_j^{(1)} \end{cases} \quad (4-3-18)$$

式中 $i=1,2,\dots,m$; $j=1,2,\dots,n$ 。把 ΔX_j 、 ΔY_j 分别排成两个坐标差矩阵 ΔX 和 ΔY

$$\Delta X = \begin{bmatrix} \Delta X_{11} & \Delta X_{12} & \cdots & \Delta X_{1n} \\ \Delta X_{21} & \Delta X_{22} & \cdots & \Delta X_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \Delta X_{m1} & \Delta X_{m2} & \cdots & \Delta X_{mn} \end{bmatrix} \quad (4-3-19)$$

$$\Delta Y = \begin{bmatrix} \Delta Y_{11} & \Delta Y_{12} & \cdots & \Delta Y_{1n} \\ \Delta Y_{21} & \Delta Y_{22} & \cdots & \Delta Y_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \Delta Y_{m1} & \Delta Y_{m2} & \cdots & \Delta Y_{mn} \end{bmatrix} \quad (4-3-20)$$

矩阵 ΔX 和 ΔY 的各个元素包含着起始数据误差、观测误差和两期点位位移的影响，为了削弱起始数据误差和观测误差的影响，将上式按列求平均值，并记为

$$\begin{cases} \Delta X_j = \frac{1}{m-h} \sum_{i=1}^m \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_j = \frac{1}{m-h} \sum_{i=1}^m \Delta Y_{ij} \end{cases} \quad (4-3-21)$$

式中 h 为点 j 作为起始点的次数。

平差时求得的两期坐标权逆阵为 $Q_{X_i}^{(1)}$ 、 $Q_{X_i}^{(2)}$ ，则 $Q_{\Delta X_i} = Q_{X_i}^{(1)} + Q_{X_i}^{(2)}$ 。两期网形一致时， $Q_{\Delta X_i} = 2Q_{X_i}$ ， i 表示起始数据为第 i 组。设用 q 表示权逆阵 Q_X 中的元素，且将 X 坐标， Y 坐标分开，则 (4-3-20) 式中 ΔX_j 、 ΔY_j 的权倒数分别为

$$\begin{cases} Q_{\Delta X_j} = \frac{2}{(m-h)^2} \sum_{i=1}^m q_{X_{ij}} \\ Q_{\Delta Y_j} = \frac{2}{(m-h)^2} \sum_{i=1}^m q_{Y_{ij}} \end{cases} \quad (4-3-22)$$

式中 $q_{X_{ij}}$ 、 $q_{Y_{ij}}$ 分别表示第 i 组起算数据平差，第 j 点的 X 、 Y 的权倒数。

于是 ΔX_j 、 ΔY_j 的中误差分别为

$$M_{\Delta X_j} = u_0 \sqrt{Q_{\Delta X_j}}$$

$$M_{\Delta Y_j} = u_0 \sqrt{Q_{\Delta Y_j}}$$

设以 t 倍中误差作为限差，则可写出检验式

$$|\Delta X_j| \leq t u_0 \sqrt{Q_{\Delta X_j}}$$

$$|\Delta Y_j| \leq t u_0 \sqrt{Q_{\Delta Y_j}}$$

当一个点的两个坐标差均满足上式时，被认为是稳定点，否则应认为存在位移。式中， t 通常取2~3， u_0 为两期观测的单位权中误差的综合估计值，由下式计算

$$u_0 = \pm \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^2 (n-t)_j u_j^2}{\sum_{j=1}^2 (n-t)_j}} \quad (4-3-23)$$

上式下标 j 表示第 j 期，可推广到多期的情形。

2. 根据多期观测点的变化分析点位的稳定性

选取相同的近似坐标，对 S 期观测做网平差，共有 n 个网点，坐标差值为

$$X^{(i)} = [X_1^{(i)}, Y_1^{(i)}, \dots, X_n^{(i)}, Y_n^{(i)}]^T$$

其权逆阵为 $Q_{XX}^{(i)}$ ，各个点 S 期的平均点位为

$$\begin{cases} \bar{X}_j = \frac{1}{S} \sum_{k=1}^S X_j^{(k)} \\ \bar{Y}_j = \frac{1}{S} \sum_{k=1}^S Y_j^{(k)} \end{cases} \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (4-3-24)$$

为削弱观测误差，取相对于平均点位的偏差

$$\begin{cases} V_{X_j}^{(i)} = X_j^{(i)} - \bar{X}_j \\ V_{Y_j}^{(i)} = Y_j^{(i)} - \bar{Y}_j \end{cases} \quad (j=1, 2, \dots, n; i=1, 2, \dots, S) \quad (4-3-25)$$

利用 $V_{X_j}^{(1)}, V_{X_j}^{(2)}, \dots, V_{X_j}^{(S)}$ ； $V_{Y_j}^{(1)}, V_{Y_j}^{(2)}, \dots, V_{Y_j}^{(S)}$ 分别计算各点 X 、 Y 的均方差

$$\begin{cases} M_{X_j} = \sqrt{\frac{[V_{X_j} V_{X_j}]}{S-1}} \\ M_{Y_j} = \sqrt{\frac{[V_{Y_j} V_{Y_j}]}{S-1}} \end{cases} \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (4-3-26)$$

当 j 点稳定时， M_{X_j} 、 M_{Y_j} 应主要反映观测误差，因此应满足如下检验式

$$\begin{cases} M_{X_j} \leq t u_0 \sqrt{q_{X_j X_j}} \\ M_{Y_j} \leq t u_0 \sqrt{q_{Y_j Y_j}} \end{cases} \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (4-3-27)$$

※ 本章小结

本章阐述了平面控制网的三种参考基准，即固定基准、重心基准、局部重心参考基准，讨论了参考基准的选择以及不同参考基准之间转换的方法。对平面控制网整体和单点稳定性分析理论和方法进行研究，重点研究了平均间隙法、 t 检验法、变形误差椭圆法等稳定性分析方法。

第五章 苏通大桥 GPS 平面控制网稳定性分析

§5.1 苏通大桥 GPS 平面控制网概述

5.1.1 基本概况

苏通长江公路大桥(以下简称苏通大桥)位于江苏省东部的南通市和苏州(常熟)市之间,西距江阴大桥约 80 公里,东距长江入海口约 110 公里,桥位区覆盖层较厚,以粘土、亚粘土、粉沙、粗沙和砾石为主,地层处于下沉趋势,南岸不均匀下沉显著,对平面和高程控制点稳定性不利。

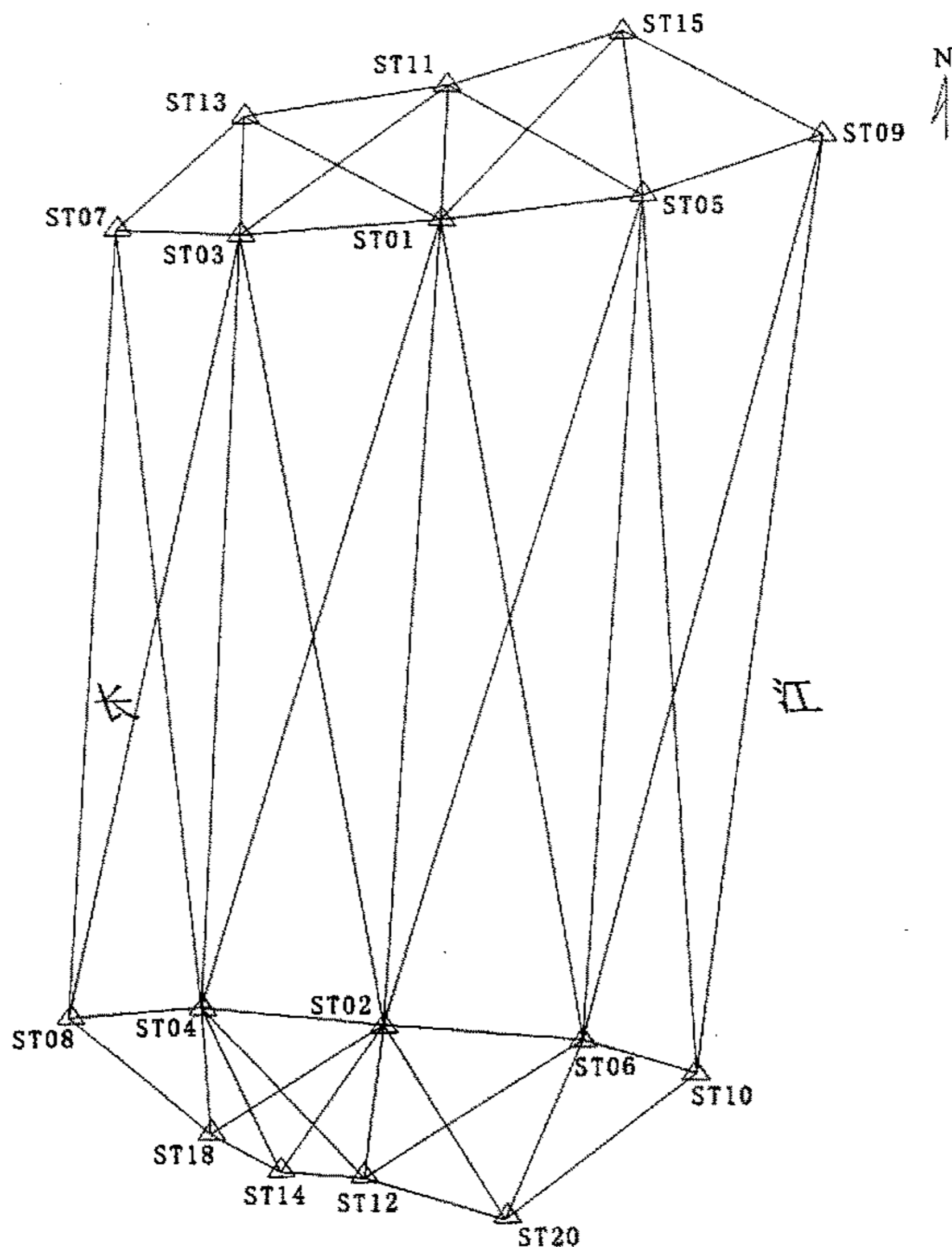


图 5.1 苏通大桥首级 GPS 平面控制网示意图

苏通大桥首级 GPS 平面控制网网形如图 5.1,由 18 个控制点组成,网形为以桥轴线为近似对称轴的四个大地四边形,此外,在大堤北岸 1-2 公里范围内布设了两个大地四边形,在大堤南岸 1-2 公里范围内布设了三个大地四边形。苏通

大桥首级 GPS 平面控制网于 2001 年完成首期布设测量工作。

由于桥址区域地表松散层较厚、地下水开采等原因，加上受大桥施工及各项地方建设施工的影响，控制点稳定性受到影响。桥位首级平面控制网是桥梁施工和放样的基础，因此对首级控制网的定期复测和稳定性分析显得非常必要。

苏通大桥 GPS 平面控制网于 2003 年 5 月进行第一次复测，该期平面控制网网形与首期网形相同。2004 年 3 月份进行了第二次复测，该期平面控制网由 16 个控制点组成，其中南岸 8 个点 (ST02、ST04、ST06、ST08、ST10、ST12、ST18、ST20)，北岸 8 个点 (ST01、ST03、ST05、ST07、ST09、ST11、ST13、ST15)。南岸控制点 ST14 受施工的影响失去作用，控制点 ST16 被破坏，第二次复测时，舍去了该两点。

5.1.2 复测成果计算

对两期复测数据采用随机软件 Winprism 进行基线解算，采用武汉大学研制的科傻 GPS 处理系统进行二维联合平差。第一次复测平差计算使用了 23 条独立基线，第二次复测平差计算使用了 32 条独立基线，参考椭球为克拉索夫斯基椭球 (BJ54)，高程异常为 $\zeta = 62.2\text{m}$ ，以 ST02 为固定点 ($X=15101.775\text{m}$ ， $Y=500405.440\text{m}$)，以 ST02→ST11 为固定方向 ($4^\circ 34' 22''$)，投影面为正常高 8 米，第一期复测平差计算的多余观测数 $f = 18$ ，单位权中误差 $u_1 = 2.41\text{mm}$ ，第二期复测平差计算的多余观测数为 38，单位权中误差 $u_2 = 2.13\text{mm}$ 。两期复测的坐标差、点位位移成果见表 5.1。

表 5.1 两期复测正常高 8 米面投影面平差成果

点号	坐标差 (毫米)	位移 (毫米)	点号	坐标差 (毫米)	位移 (毫米)
ST01	-0.9	1.08	ST10	-8.5	8.50
	0.6			0.1	
ST03	-3.6	4.33	ST11	-3.4	3.41
	2.4			-0.3	
ST04	-24.7	27.82	ST12	-9.4	9.41
	-12.8			-0.5	
ST05	-2.3	2.80	ST13	-3.3	6.76
	-1.6			5.9	

ST06	-6.4	6.68	ST15	-5.1	5.35
	-1.9			1.6	
ST07	-7.6	7.75	ST18	0.1	1.20
	1.5			-1.2	
ST08	0.4	0.57	ST20	-5.5	5.73
	-0.4			-1.6	
ST09	-3.6	10.91			
	10.3				

从上表看出, ST04、ST09、ST12、ST10 等几个控制点位移量偏大, 其余各点位移量相对较小。

§5.2 平面控制网稳定性分析软件研制

对于平面控制网, 常用的稳定性分析方法包括平均间隙法、变形误差椭圆法、 t 检验法, 作者采用 MATLAB 语言编制三种计算分析程序。

5.2.1 MATLAB 语言概述

MATLAB 是一种面向科学和工程计算的高级语言, 它结合了交互式语言和面向对象语言的特点, 具有使用方便、语法结构简明等特点, 广泛应用于科学计算、数字信息处理、图形图像处理、神经网络控制和动态仿真等领域。MATLAB 是开放的, 除了内部函数之外的所有 MATLAB 主包文件和各工具包文件都是可读可写的源文件, 用户可以根据需要对其修改以适应自己的需要。

MATLAB 具有集科学计算、程序设计和可视化于一身的软件环境, 适用于各种硬件平台和操作系统。MATLAB 的数学函数库是大量的各种形式的数学函数和算法的集合, 包含了大量复杂的高级函数和算法, 用户在编写自己的 MATLAB 程序时, 可以方便地使用这些函数和算法, 避免了繁杂的子程序编程任务, 从而极大的方便了算法的开发。MATLAB 绘图功能强大, 提供了许多低级的图形命令, 允许用户按照自己的需求显示图形和定制应用程序图形用户接口。高效方便的矩阵和数组运算是 MATLAB 语言突出优点, 测量数据处理的核心运算是矩阵运算, 因此采用 MATLAB 语言编制测量数据处理程序效率很高。同时, MATLAB 库函数可以根据不同的应用情况采用不同的优化算法, 保证运算结果的可靠性和求解的快速性。

5.2.2 平均间隙法

应用平均间隙法进行平面控制网的稳定性分析不同于水准网, 在使用平均间隙法判断出有位移点存在后, 如何判断哪一个点发生位移时, 对位移量和位移量权阵的分块也与水准网的分块不同。选取不稳定点的时候, 平面网的选点是把某一点的 X 、 Y 坐标放在一起作为一个子块进行分块, 在所选稳定点中剔除一个具有最大位移量的点, 再作 F 检验, 直至 F 检验通过为止。平均间隙法的程序流

程图如图 5.2 所示。

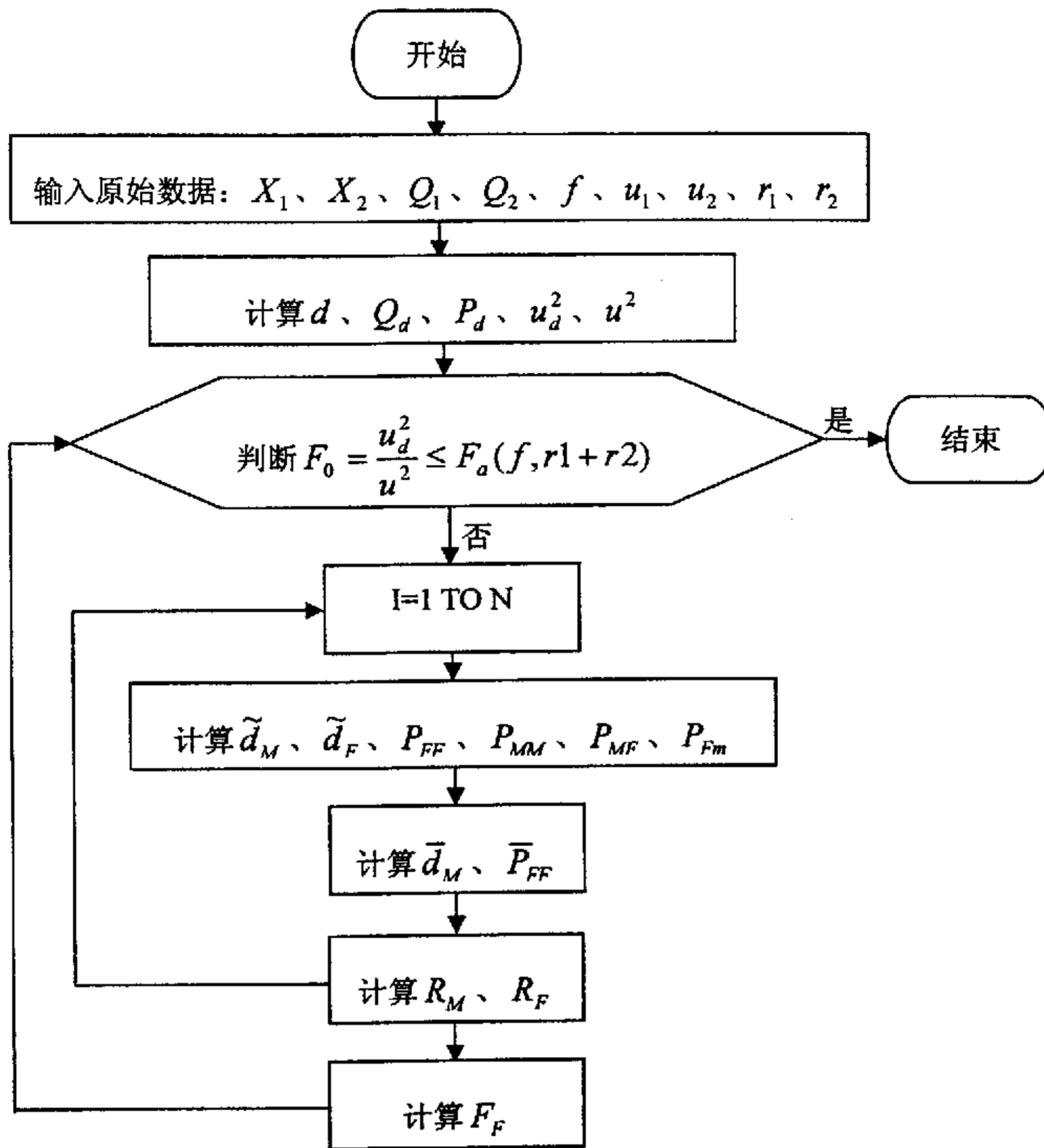


图 5.2 平均间隙法流程图

5.2.3 变形误差椭圆法

编程时，首先根据两期的单位权中误差与协因数阵得到每个控制点的变形误差椭圆基本参数 E 、 F 、 φ ，在求位差极值方向时，首先考虑特殊情况，然后再考虑一般情况下的位差极值方向。根据变形误差椭圆的基本参数容易得到极限误差椭圆参数。

由于误差椭圆的元素 E 、 F 可以表示任意方向 β 的位差^[11]，这里以 β 轴起算，角度 β 由两期坐标差、位差极值方向 φ 计算得到。此时方向的位差计算公式：

$$\hat{\sigma}_\beta^2 = E^2 \cos^2 \beta + F^2 \sin^2 \beta \quad (5-2-1)$$

根据任一点两期坐标差 Δx_i 、 Δy_i ，计算 $s_i = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}$ ，与以极值表示该方向上位差 $\hat{\sigma}_\varphi$ 的大小进行比较，当 $s_i \leq \hat{\sigma}_\varphi$ 时，表明该点位移不显著，否则，该点有位移。

5.2.4 t 检验法

由于 t 检验法必须满足两期测量精度相同,编程时,首先判断两期测量精度是否相同,当判断两期测量精度相同时,进行 t 检验;反之,退出程序。在判定网点稳定性时,坐标 X 、 Y 应同时满足小于等于置信概率 α 对应的统计量 $t_{\alpha/2}$,该网点判断为稳定,否则,该点不稳定。经过 t 检验后,程序输出不稳定点组、稳定点组、不稳定点组估计位移区间。

§5.3 苏通大桥首级 GPS 平面控制网稳定性分析

5.3.1 平均间隙法实例分析

在使用平均间隙法进行网点稳定性分析时,首先,必须满足两期测量精度相同,即母体方差相同。为了检验平差计算得到的 u_1^2 和 u_2^2 子样方差是否来自同一母体方差,需作 F 检验。由于

$$u_1^2 = 5.8081 \quad u_2^2 = 4.5369 \quad F = \frac{u_1^2}{u_2^2} = 1.28$$

选定 $\alpha = 0.05$, 分子和分母自由度分别为 18、38, 查 F 分布表得 $F_{0.025}(18,38) = 2.15$ 。 $F < F_{0.025}$, 因此两期测量可认为同精度,从而可以进行网点的整体检验。

在进行稳定点整体检验时,

$$F = \frac{u_d^2}{u^2} = 28.843$$

选定显著性水平 $\alpha = 0.05$, 分子和分母自由度分别为 30、56, 查 F 分布表得 $F_{0.05}(30,56) = 1.65$ 。 $F > F_{0.05}$, 因此, 可以认为位移量显著, 但并不是所有点的位移量显著, 下面采用分块间隙法剔除不稳定的点, 经过检验, 不稳定点共有 6 个点, 分别是 T04、ST07、ST09、ST10、ST12、ST13; 稳定点共有 9 个点, 分别是 ST01、ST03、ST05、ST06、ST08、ST11、ST15、ST18、ST20。

5.3.2 变形误差椭圆法实例分析

通过编制的程序对苏通大桥复测的成果进行控制点稳定性分析, 分别取变形误差椭圆元素的两倍中误差、三倍中误差构成极限误差椭圆元素, 分析成果见表 5.2、表 5.3。

表 5.2 变形误差椭圆法分析成果 ($k=2$)

点号	判断结论	极值方位角 (度)	长半轴 (毫米)	短半轴 (毫米)
ST01	稳定	95.925	4.39	2.70
ST03	稳定	22.313	5.41	5.21
ST04	不稳定	147.639	4.32	3.94

ST05	稳定	165.023	4.91	4.32
ST06	不稳定	38.304	4.51	4.41
ST07	不稳定	79.286	5.66	4.55
ST08	稳定	140.178	4.89	4.25
ST09	不稳定	141.144	5.72	4.70
ST10	不稳定	75.028	5.76	5.11
ST11	稳定	4.563	5.67	0.12
ST12	不稳定	128.120	6.46	6.14
ST13	不稳定	77.943	5.11	4.64
ST15	稳定	179.648	5.63	4.34
ST18	稳定	142.099	4.48	4.09
ST20	稳定	95.351	7.19	6.63

由表 5.2 可以看出, 取变形误差椭圆长半轴、短半轴的两倍中误差构成极限误差椭圆检验时, 不稳定点共有 7 个点, 分别是 T04、ST06、ST07、ST09、ST10、ST12、ST13; 稳定点共有 8 个点, 分别是 ST01、ST03、ST05、ST08、ST11、ST15、ST18、ST20。

表 5.3 变形误差椭圆法分析成果 (k=3)

点号	判断结论	极值方位角 (度)	长半轴 (毫米)	短半轴 (毫米)
ST01	稳定	95.925	6.58	4.06
ST03	稳定	22.313	8.12	7.81
ST04	不稳定	147.639	6.48	5.91
ST05	稳定	165.023	7.36	6.48
ST06	稳定	38.304	6.76	6.62
ST07	稳定	79.286	8.48	6.89
ST08	稳定	140.178	7.33	6.38
ST09	不稳定	141.144	8.58	7.05
ST10	稳定	75.028	8.64	7.67
ST11	稳定	4.563	8.51	0.18
ST12	稳定	128.120	9.69	9.22
ST13	稳定	77.943	7.66	6.96
ST15	稳定	179.648	8.44	6.50
ST18	稳定	142.099	6.72	6.13
ST20	稳定	95.351	10.78	9.95

由上表可以看出,取变形误差椭圆长半轴、短半轴的三倍中误差构成极限误差椭圆检验时,不稳定点共有2个点,分别是 T04、ST09;稳定点共有13个点,分别是 ST01、ST03、ST05、ST06、ST07、ST08、ST11、ST10、ST12、ST13、ST15、ST18、ST20。

5.3.3t 检验法实例分析

由于在作 t 检验时,必须是两期测量精度相同,即母体方差相同。为了检验平差计算得到的 u_1^2 和 u_2^2 子样方差是否来自同一母体方差,需作 F 检验。

$$u_1^2 = 5.8081 \quad u_2^2 = 4.5369 \quad F = \frac{u_1^2}{u_2^2} = 1.28$$

选定 $\alpha = 0.05$, 分子和分母自由度分别为 18、38, 查 F 分布表得 $F_{0.025}(18,38) = 2.15$ 。 $F < F_{0.025}$, 因此两期测量可认为同精度,从而可以进行 t 检验。

进行 t 检验时, t 变量的自由度为 $f_1 + f_2 = 56$, α 分别取 0.1、0.05、0.025、0.01、0.005 进行检验,检验成果见表 5.4。

表 5.4 取不同 α 检验成果

点号 α	不稳定点	稳定点
0.2	ST03 ST04 ST06 ST07 ST09 ST10	ST01 ST05 ST08 ST11 ST18
	ST12 ST13 ST15 ST20	
0.1	ST04 ST06 ST07 ST09	ST01 ST03 ST05 ST08
	ST10 ST12 ST13 ST15	ST11 ST18 ST20
0.05	ST04 ST06 ST07 ST09	ST01 ST03 ST05 ST08
	ST10 ST12 ST13	ST11 ST15 ST18 ST20
0.02	ST04 ST06 ST07	ST01 ST03 ST05 ST08
	ST09 ST10 ST12	ST11 ST13 ST15 ST18 ST20
0.01	ST04 ST06 ST07	ST01 ST03 ST05 ST08
	ST09 ST10 ST12	ST11 ST13 ST15 ST18 ST20

由上表可以看出,选取不同 α 进行点位稳定性 t 检验,会得出不同的分析的结论。但 α 在一定范围内变化时,点位稳定性的判断可能会相同,如表中的 α 分别取 0.02、0.01 时,分析的结论是相同的,但随着 α 的变化, t 变量也在变化,因此,虽然点位稳定性结论相同,但不稳定点的估计位移范围是不同的。

t 检验后,应对位移显著的点估计位移范围。取显著性水平 α 为 0.05,即置信度为 0.95 时,估计判断为不稳定点的位移范围,成果见表 5.5。

表 5.5 α 为 0.05 不稳定点估计位移区间

点号	X 坐标 (毫米)		Y 坐标 (毫米)	
	ST04	-28.95	-20.45	-16.88
ST06	-10.90	-1.90	-6.38	2.58
ST07	-12.23	-2.97	-4.16	7.16
ST09	-8.98	1.78	-8.98	1.78
ST10	-13.70	-3.30	-5.66	5.86
ST12	-15.71	-3.09	-6.89	5.89
ST13	-7.99	1.40	0.77	11.03

对苏通大桥首级 GPS 平面控制网两期复测成果, 分别采用平均间隙法、t 检验法, 变形误差椭圆法进行稳定性分析, 得出了以下结论:

(1) 苏通大桥首级 GPS 平面控制网部分网点不稳定。

(2) 显著性水平 α 为 0.05 时, 采用 t 检验法的稳定性分析结论与取变形误差椭圆长半轴、短半轴的两倍中误差构成极限误差椭圆检验的结论相同, 不稳定点共有 7 个点, 分别是 ST04、ST06、ST07、ST09、ST10、ST12、ST13; 稳定点共有 8 个点, 分别是 ST01、ST03、ST05、ST08、ST11、ST15、ST18、ST20。

(3) 不同的检验方法, 检验结果不同; 对于同一种检验方法, 在不同的检验条件下, 检验成果可能会不同也可能会相同。

(4) 变形误差椭圆法、t 检验法主要用于控制网单点稳定性检验, 而平均间隙法可用于控制网整体稳定性检验与单点稳定性检验。t 检验法、平均间隙法必须满足两期精度相同, 变形误差椭圆法则不需要满足此条件。

※ 本章小结

本章简要介绍了苏通大桥 GPS 平面控制网, 采用武汉大学研制的科傻 GPS 处理系统对两期复测数据进行平差计算, 得到两期正常高 8 米投影面平差成果, 采用 MATLAB 语言编制平均间隙法、变形误差椭圆法、t 检验法稳定性分析程序, 结合苏通大桥 GPS 平面控制网两期复测平差成果进行计算和分析, 得出了正确的结论。

第六章 总结与展望

鉴于 GPS 定位技术的独特优点, 目前很多大型工程平面控制网采用 GPS 技术建立。但是由于测区周围复杂的环境影响, GPS 观测数据中可能含有大量的噪声, 如何发现和剔除 GPS 信号中的噪声, 消除或减弱噪声对基线向量的影响, 是进一步提高 GPS 平面控制网成果质量的关键。

大型工程首级控制网是一切施工测量的基准, 其稳定性直接关系到施工测量和工程的整体质量, 因此, 必须对控制网进行定期复测, 根据复测成果对控制网稳定性进行判定, 具有非常重要的现实意义。

本文在深入探讨 GPS、小波分析、控制网稳定性分析等理论的基础上, 对 GPS 数据处理方法和 GPS 平面控制网稳定性分析方法进行研究, 并结合苏通大桥首级 GPS 平面控制网和葛洲坝 GPS 观测基线等实例进行计算与分析, 得到了以下几点结论:

(1) 起算点坐标误差越大对基线向量解算结果影响也越大, 因此, 对于精密控制测量, 起始点坐标的影响是不容忽视的。起算点误差对基线解算结果的影响是一外在的误差影响因素, 为了保证基线向量的解算具有足够的精度, 应控制起算点误差。

(2) 对观测时间与基线精度之间的关系, 采用三次样条插值进行研究并分析, 探讨观测时间对基线精度的影响, 研究发现, 在相同的观测时间内, 不同基线的精度随时间变化走势相同。

(3) 适当延长观测时间, 可使基线精度的波动减小, 使基线精度维持一定的水平, 基线长度基本保持不变, 但基线精度并不随观测时间的增加而一味地提高, 通过对 24 小时原始观测数据截取最佳 4 小时的数据进行平差计算分析, 表明选择好的观测时段可以实现在较短的时间内得到较高的基线精度, 从而提高工作效率。

(4) 通过小波变换可对 GPS 信号的不同频率成分进行分解, 为信噪的分离和特征提取提供了有效途径。通过对 GPS 观测数据小波分解, 可以提取观测数据中不同频率信息, 从而深层次认识 GPS 信号特征, 找出造成 GPS 误差的原因。将小波分析理论作为数学工具对 GPS 观测数据进行小波分解和组合, 对于发现并削弱 GPS 误差影响具有重要的理论意义和实用价值。

(5) 对提取的原始载波信号、单差观测值、双差观测值进行小波分解, 分别研究其高频信号特点, 结果表明: 接收机随机噪声处于信号最高频段, 多路径效应引起的噪声频率覆盖了整个信号的较高频段, 卫星钟差、轨道误差、大气折射误差、接收机钟差等系统误差引起的噪声频率处于较低频段; 差分模型能很好地消除大气折射等误差, 而对于如多路径效应等不相关的噪声无能为力。提出了小波分析可以应用于 GPS 接收机随机噪声水平测试的观点。

(6) 小波变换作为信号处理的一种新工具, 具有可同时进行时域和频域分析以及良好的时频局域化和变化特性, 采用合适的消噪方法可以在一定程度上提高基线的精度, 对葛洲坝某条 GPS 观测基线进行处理, 未消噪前解算的中误差为 17.71 毫米, 而消噪后中误差为 4.60 毫米。但不同分解层数、不同阈值选取与重调方法、不同小波函数消噪效果有一定的差异, 选用不合适的消噪方法甚至会降低 GPS 基线的精度。

(7) 文中所述方法都能有效分析控制网的稳定性, 但变形误差椭圆法、t 检验法主要用于控制网单点稳定性检验, 而平均间隙法可用于控制网整体稳定性检验与单点稳定性检验。t 检验法、平均间隙法必须满足两期精度相同, 变形误差椭圆法则不需要满足此条件。

(8) 研制 GPS 平面控制网稳定性分析软件, 结合苏通大桥首级 GPS 平面控制网复测数据, 分别采用 t 检验法、平均间隙法和变形误差椭圆法进行单点和整体稳定性检验, 对检验结果进行比较和分析, 得到检验效果一致性的结论。

20 世纪 90 年代以来, GPS 定位技术在各种类型控制网的建立中得到广泛应用, 对其理论和技术的研究也不断深入。GPS 观测时间直接关系到工作量和工作效率, 观测时间与基线精度、控制网精度的关系值得进一步研究。

GPS 卫星信号可能受到多种误差源的干扰, 如何发现并削弱这些误差的影响, 提高基线向量精度, 仍是 GPS 数据处理中需要研究的问题。由于多路径效应、接收机随机噪声等不相关噪声无法通过差分方法消除, 利用小波进行误差分析和消噪的方法还值得深入研究。

GPS 平面控制网的稳定性分析不仅是理论研究的需要, 更是实际应用的需要, 控制网稳定性分析理论和方法值得进一步研究, 稳定性分析软件值得继续完善, 并在实际工程应用中加以推广。

参考文献

- [1] 周忠谟、易杰军、周琪, GPS 卫星测量原理与应用, 北京: 测绘出版社, 1997. 1
- [2] 刘大杰、陶本藻, 实用测量数据处理方法, 北京: 测绘出版社, 2000. 7
- [3] 常庆生、唐四元等, GPS 测量的误差及精度控制, 测绘通报, 2000 (4)
- [4] 华锡生、黄腾, 精密工程测量技术与应用, 南京: 河海大学出版社, 2002. 8.
- [5] 芮国盛、康健等译, 小波与傅里叶分析基础, 电子工业出版社, 2004. 1
- [6] 秦前清, 杨宗凯编著, 实用小波分析, 西安电子科技大学出版社, 1998
- [7] 程正兴, 小波分析算法与应用, 西安交通大学出版社, 1998. 5
- [8] 黄维彬, 近代平差理论及其应用, 解放军出版社, 1992. 7
- [9] 陶本藻, 自由网平差与变形分析, 测绘出版社, 1984. 7
- [10] 陈永奇, 变形观测数据处理, 测绘出版社, 1988. 10
- [11] 於宗俦、于正林, 测量平差原理, 武汉测绘科技大学出版社 1990. 1
- [12] 郭海洋, GPS 基线解算和质量控制, 石油地球物理勘探, 2001. 12
- [13] 国家技术监督局, 全球定位系统 (GPS) 测量规范 (GB18314), 中国标准出版社. 2001. 6
- [14] 汤璞, 中短基线 GPS 解算中影响精度的因素研究, 中国人民解放军信息工程大学硕士学位论文, 2003
- [15] 王惠南, GPS 导航原理与应用, 科学出版社, 2003. 8
- [16] 李庆扬、王能超、易大义, 数值分析, 清华大学出版社, 施普林格出版社, 2001. 3
- [17] 彭玉华, 小波变换与工程应用, 科学出版社, 1999, 9
- [18] 冉启文、谭立英, 小波分析与分数傅立叶变换及应用, 国防工业出版社, 2002. 4
- [19] 胡昌华、张军波等, 基于 MATLAB 的系统分析与设计—小波分析, 西安电子科技大学出版社, 1999. 12
- [20] 周涛、王俊红, 信号与系统, 中国水利水电出版社, 2004. 3
- [21] 杨福生, 小波变换的工程分析与应用, 科学出版社, 1999. 2
- [22] Avramk. Tetescky、Arnold. Soltz, GPS MATLAB Toolbox Review, GPS World, 10. 1998
- [23] 谢世杰、韩明锋, 论电离层对 GPS 定位的影响, 测绘工程, 2000, 3 (1)
- [24] 施昆、张能武等, GPS 电离层改正模型的评价, 昆明理工大学学报, 2004. 8
- [25] 杨克俊, GPS 定位与定时中电离层折射误差高阶项的改正方法, 陕西天文台台刊, 1996. 6
- [26] 崔雁、徐继生, 电离层行扰的 GPS 台网监测, 武汉大学学报, 2003. 10

- [27] 张小红、李征航等, 用双频 GPS 观测值建立小区域电离层延迟模型研究, 武汉大学学报, 2001.4 (2)
- [28] 蒋虎, 无线电掩星反演大气参数误差分析及应用进展, 地球物理学进展, 2001.3 (1)
- [29] 曾桢、胡雄等, 电离层 GPS 掩星观测反演技术, 地球物理学报, 2004.7
- [30] 葛茂荣、刘经南, GPS 定位中对流层折射估计研究, 测绘学报, 1996.12 (4)
- [31] 李征航、徐晓华等, 利用 GPS 观测反演三峡地区对流层湿延迟的分布及变化, 武汉大学学报, 2003.8
- [32] 殷海涛、熊永良, GPS 测量中多路径效应的研究, 铁路航测, 2003(3)
- [33] 郑作亚、黄王成、卢秀山, 小波分析理论在GPS技术中的应用, 中国科学院上海天文台年刊, 2003
- [34] 黄丁发、丁晓利等, GPS多路径效应影响与结构震动的小波滤波筛分研究, 测绘学报, 2001 (1)
- [35] 熊永良、黄丁发、张献洲, 一种基于小波变换的GPS基线求解算法, 测绘学院学报, 2000.12 (4)
- [36] 黄丁发、陈永奇等, GPS高层建筑常荷载振动测试的小波分析, 振动与冲击, 2001
- [37] 黄声享, 监测网的稳定性分析, 测绘信息与工程, 2001 (3)
- [38] 苏京平, 控制网的稳定性分析, 城市勘测, 2000 (4)
- [39] 任权, 大坝变形观测, 南京: 河海大学出版社, 1989.9
- [40] 刘顺喜, 控制网起始数据点稳定性的检验方法, 岩土工程技术, 1997 (1)
- [41] 栾丽杰, 变形控制网的稳定性分析, 黑龙江测绘, 1996 (4)
- [42] 张方林、于正元, 平差基准点的稳定性分析与判别, 测绘通报, 1994 (5)
- [43] 李天文, GPS原理及应用, 北京: 科学出版社, 2003.9
- [44] 郑阿奇、曹弋, Visual Basic 实用教程, 第二版, 北京: 电子工业出版社, 2003.3
- [45] 尹泽明、丁春利, 精通MATLAB 6, 清华大学出版社, 2002.6
- [46] 阮沈勇、王永利、桑群芳, MATLAB程序设计, 电子工业出版社, 2004
- [47] 许波、刘征编著, MATLAB 工程数学应用, 清华大学出版社, 2000.4
- [48] 张双胜、李连文, GPS 在大地测量中的应用及展望, 科技与经济
- [49] 管致中、夏恭格, 信号与线性系统, 高等教育出版社, 第三版, 199.9
- [50] Daubechies I, Orthonormal base of compactly supported wavelets, Pure and Math, 1988. 41:909-996
- [51] Meryer Y, Wavelets algorithms&applications, New York:SIAM, 1993
- [52] The Application of Spaceborne GPS to Atmospheric Limb Sounding and Global Change Monitoring, W. G. Melbourne. 1994. 4

- [53] Ou Jikun. Research on atmospheric on GPS surveying. Laboratory of Dynamic Geodesy, IGG, Chinese Academy, 1994
- [54] L. T. Liu, H. T. Hsu, B. X. Gao and B. Wu, Wavelet analysis of the variable Chandler wobble, Geophysical Research Letters, Volume 27, Number 18, Stember 15, 2000
- [55] Documentation for the GAMIT GPS Software, MIT, 2000. 12
- [56] Remote Sensing of Atmospheric Water Vapor using GPS Data in the Hongkong Region, Yanxiong LIU 2000. 4

致 谢

本论文是在田林亚副教授的悉心指导下完成的。在论文撰写期间，导师在论文选题、内容确定、资料收集、初稿修改等方面给予了极大的帮助。在硕士攻读期间，本人的学习，生活等各方面也得到了导师无微不至的关怀和帮助。导师深厚的造诣、严谨的治学态度，本人终生受益。值此论文完成之际，特向导师表示诚挚的感谢和崇高的敬意！

在硕士攻读的二年多的时间里，一直受到华锡生、岳建平、岳东杰、周绍光、何秀凤、黄张裕、黄腾、李浩、兰孝奇、梅红、陈光保等老师的关心和指导，在此向他们表示真切的谢意！

在作者学习生涯中，哥哥夏开明博士给予教诲、鼓励和支持，在此向他深表谢意。

在硕士研究生学习期间，与郭沈凡、王瑞、魏浩瀚、杨永平、许斌、李鹏、周保兴、葛世超、王岩、蒙琳、何凯、黄浩、周涌、窦炜、杨利君、何永健、桑文刚等同学以及李斌、赵士华、陈明建、李希锋、卫柳艳等师弟师妹相处愉快，在此向他们表示由衷的感谢！

多年来，作者的父母、兄弟姐妹给予全力支持，使得本人顺利完成学业，在此，向他们表示诚挚的祝福和衷心的感谢！

最后，感谢所有曾经关心和支持我的人！

作者：夏开旺

2005年4月于南京