

缩略词索引

ABCs	Absorbing Boundary Conditions	吸收边界条件
DNG	Double Negative Medium	双负介质
FDTD	Finite-Difference Time-Domain	时域有限差分法
LED	Light Emitting Diodes	发光二极管
LHM	Left-Handed Material	左手材料
NIM	Negative Index Material	负折射率材料
NR	Negative Refractive	负折射
PCs	Photonic Crystals	光子晶体
PML	Perfect Matched Layer	完美匹配层
SPPs	Surface Plasmon Polarizations	表面等离子激元
SRR	Split Ring Resonator	分裂谐振环
TE	Transverse Electric	横电
TM	Transverse Magnetism	横磁

原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的科研成果。对本文的研究作出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本声明的法律责任由本人承担。

论文作者签名： 李林 日期： 2008年5月15日

关于学位论文使用授权的声明

本人完全了解山东大学有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留或向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅；本人授权山东大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文和汇编本学位论文。

(保密论文在解密后应遵守此规定)

论文作者签名： 李林 导师签名： 孙敏 日期： 2008年5月15日

摘 要

负折射率材料是指介电常数 ϵ 和磁导率 μ 都小于零的介质材料,在这种介质中折射率 n 为负数。当电磁波在这种介质中传播时,电场矢量、磁场矢量和波矢之间的关系不再遵循普通介质中电磁波的右手定则,而是构成了左手关系,所以又被称为左手系材料(LHM)。在负折射率材料中波矢 k 与能流密度 S 传播方向平行相反,由此导致了光的负折射、负 Doppler 效应和负 Cerenkov 辐射等一些反常的物理现象。2001 年在微波频段首次利用特殊结构周期排列的复合介质能同时得到负介电常数和负磁导率,从而在试验上验证了制备这种材料的可行性。目前研究的负折射现象多在微波波段实现,要在光频段,甚至在可见光波长的范围实现负折射,则可以用表面等离子激元(Surface Plasmon Polarizations, SPPs)来实现。表面等离子激元就是局域在金属表面的一种由自由电子和光子相互作用形成的混合激发态。通过 SPPs 与光场之间的相互作用,能够实现对光传播的主动操控,可以将光的传播局限在很小的范围,甚至可以小于光的波长。如果找到可以产生负折射现象的等离子激元波导,就能实现在可见光范围内的负折射,可用于控制光在纳米尺寸的传播,集成光路里的光引导元件,制作更高分辨率的透镜,等离子光子芯片等。

本文主要研究了不同结构的表面等离子激元波导中产生的负折射现象,分析了电磁波在这些结构中的传播状况,并对结构的介电系数,磁导率进行了仿真计算。

论文在第一章介绍研究背景及当前国内外的进展情况,我们所做的主要工作。第二章介绍负折射的相关概念,产生的方法。第三章给出了表面等离子激元的基本理论,实现的条件,产生的特殊现象,并介绍了采用的数值计算方法 FDTD 方法以及在仿真条件下用的金属色散模型。第四章分析了在等离子激元波导中产生的负折射现象,介绍了可以利用表面等离子激元的传播来产生负折射现象的结构,通过时域有限差分法对不同结构进行模拟仿真,找到了可以产生负折射现象的波导模型,并且明显观察到了平板透镜成像的现象。

关键词: 负折射率材料; 表面等离子激元; 时域有限差分法; 平板透镜

ABSTRACT

The negative refractive index materials are characterized by simultaneous negative permittivity and permeability, so the refractive index of this kind of materials is negative. When electromagnetic waves propagate in the materials, the electric field vector, magnetic field vector and wave vector will not follow the right-handed law, and they form a left-handed law, so this material is called "left-handed materials"(LHM). In this material the wave vector k (phase velocity) and Poynting vector S are anti-parallel, so there are novel electromagnetic properties, for example, the negative Snell's law, negative Doppler effect, negative Cerenkov radiation, etc. In 2001, Smith, proposed that the new meta-materials consisting of periodic structures can simultaneously have negative permittivity and permeability in the microwave frequencies, so the feasibility of manufacturing this meta-materials is proved. So far, study of negative refraction mainly realized in microwave band, and if use SPPs(Surface Plasmon Polarizations), this phenomenon will realize in optic frequency band. SPPs are waves that propagate along the surface of a conductor, usually a metal. These are essentially light waves that are trapped on the surface because of their interaction with the free electrons of the conductor. In this interaction, the free electrons respond collectively by oscillating in resonance with the light wave. The resonant interaction between the surface charge oscillation and the electromagnetic field of the light constitutes the SPPs and gives rise to its unique properties. Using SPPs we can control the propagation of light and limit that to a small extent, even less than the wavelength. If we could find waveguides that can serve as negative index material, then negative refraction can be realized in optic frequency band. And that can be used for controlling light propagation in nanometer scale, light guiding component in integrated circuit, making high- resolution lens, plasmonic chips, and so on.

In the present thesis, I mainly studied negative refraction in different structures of SPPs waveguides and analyzed propagation of electromagnetic waves in the

waveguide. Finally the permittivity and the permeability are calculated by simulation.

The background of the thesis is introduced in Chapter 1. In Chapter 2 the conception of negative refraction and how to produce it are introduced. Chapter 3 is mainly about the fundamental theory of the SPPs and we simulated the propagation of SPPs. Also numerical calculation method FDTD method and dispersion models for metal are presented. We analyzed negative refraction existing in SPPs waveguides, and introduced the structures that can generate negative refraction by SPPs. After simulating different structures by the method of FDTD, we find the waveguide model that can generate negative refraction, and observed image by slab lens.

Key words: Negative refraction index materials ; SPPs ; FDTD ; Slab lens

第一章 绪论

1.1 研究的背景与现状

自然界中物质的宏观电磁学性质由物质的介电常数 ϵ 和磁导率 μ 决定。对于普通电介质,介电常数和磁导率均为正值,电场强度 E 、磁场强度 H 和波矢 k 三者构成的矢量组遵守右手定则。电磁波能量的传播方向由坡印廷矢 $S = E \times H$ 表征,因此对一般电介质,波矢 k 与能量的传播方向是一致的。1968年,前苏联物理学家 Veselago 系统地研究了同时具有负的介电常数和负的磁导率的材料(双负材料, Double Negative Medium, DNG)的性质^[1],这种物质同样支持电磁波的传播,不同的是电场强度 E 、磁场强度 H 和波矢 k 三者构成的矢量组遵守左手定则,由此波矢 k 和坡印廷矢量 S 的传播方向也是相反的。他进一步证明当一束光从真空或其它普通电介质入射到左手材料上时,在左手材料内部会发生负折射,即入射光线与折射光线位于法线的同一侧。在这种情况下为保证 Snell 定律有效、必须引入一个负的折射率,因此这种物质也被称为负折射率材(Negative Index Materials, NIMs)。尽管负折射率材料可以传播电磁波并且具有很多奇特性质,但实际上自然界中并不存在介电常数和磁导率同时为负值的物质,因 Vesolag 的研究并没有引起学术界的重视。直到三十多年后,在 90 年代末才引起了英国物理学家 Pendry 的注意。Pendry 首先研究的是这种材料的制备问题,他提出了可以利用金属线阵列获得负的介电常数^[2];通过开口环共振器阵列(Split Ring Resonator, SRR)获得负的磁导率^[3],进而可以通过将周期远小于工作波长的金属线阵列和开口环共振器阵列组合起来得到负折射率材料。Pendry 的工作迈出了人工制备负折射率材料的第一步,但当时对于负折射率的研究仍然仅局限于个别科学家,因为当时人们还不知道这种材料有怎样的应用。真正让负折射率材料引起科学界广泛重视的是 Pendry 于 2000 年提出的“完美透镜”的概念。利用 ϵ 和 μ 同时为 -1 的负折射率材料平板,不仅可以对传播场成像,而且可以突破瑞利衍射极限对倏逝场成像。这样负折射率材料将在高密度光存储等领域具有广泛而重要的应用,可以说它对近场光学的影响将是革命性的。在完美透镜概念提出后不久,美国加州大学圣迭哥分校的 Smith 等人就采用 Pendry 提出的方案实际制

备出了人工的负折射率材料，并且通过微波实验证明了负折射现象^[4]，“完美透镜”概念的提出和人工负折射率材料的成功制备掀起了学术界对负折射率材料研究的热潮，从2000年开始，学术界发表的关于负折射率材料的论文呈指数递增。

早期对负折射率材料的研究主要集中在负折射率材料的基本物理性质，负折射率材料的制备两个方面。因为负折射率材料的一些非常特殊的性质，一开始就引起了很多争论和质疑，包括“完美透镜”的概念也是如此，但经过深入的研究，在2003年左右，负折射的概念已经被普遍接受了，真正的“完美透镜”虽然被证明不存在，但能突破衍射极限成像的“超级透镜”是有可能的，同时负折射率材料的制备也取得了很大进展，这些成果使得负折射率材料被Science杂志评为2003年自然科学十大进展之一。从2003年以后人们开始全面研究负折射率材料性质、制备和应用，以及向其它领域的拓展。

负折射率材料的概念对科学界的影响是广泛的，因为我们不能再认为介电常数和磁导率是大于零的值了，很多现有的理论必须被重新检验以适应介电常数和磁导率可能其中之一或者同时取负值的情况。从这一角度出发，科学家又发现了许多关于负折射率材料的特异性质，比如负的古斯汉辛位移、反相传播的表面波等。目前，关于负折射率材料的研究已经不仅仅针对介电常数和磁导率同时为负值的物质，实际上研究的目标已经扩展到介电常数和磁导率取任意符号、任意值的一类更广泛的对于物质的性质、制备、应用等方面的研究。而且这方面的研究与已有的学科联系非常紧密，很多研究是跨学科的^[5-9]。

1.2 目前存在的问题与研究的意义

目前来说，所有成功开展的实验验证都是在微波波段进行的。由于在纳米尺度上的加工技术和光的耦合及探测技术的限制，还没有进行到可见光的范围。因此需要找到一种人工的材料在光频段的有效折射率小于零。这样的材料可以由光子晶体(Photonic Crystals, PC)来实现^[10,11]，然而，此种材料的内部结构并不是亚波长的。光子晶体也不能将负折射材料的特殊应用完全表现出来，例如，超分辨率现象就不能用光子禁带材料来实现，这是由他们的周期在波长范围而造成的。负折射材料可以用远小于波长尺寸的金属/介质结构来实现。由于表面等离子激元可以突破衍射极限^[12]，将光的传播局限在很小的范围，甚至可以小于光的波

长，因此可以将光器件的尺寸缩小至纳米的范围之内，利用表面等离子激元波导，就可以产生在光波段的负折射现象。随着现代纳米科学和微加工技术的发展，将有可能制造出可见光范围的这种材料，这种材料具有诸多以前各种材料均不具备的奇妙的电磁性质，它对光的反常折射使之可以方便的用来做集成光路里的光引导元件；它制成的微透镜拥有更高的分辨率，使之可以应用在光学高密度存储和微加工等方面。甚至它的反常Cerenkov 辐射现象还可以有助于探测高能带电粒子。因此，可见光范围的这种材料一旦制成，将有广泛的应用前景。

1.3 本文的主要研究内容

本文主要研究了以下两方面的内容：

1. 电磁波在亚波长表面等离子激元波导中的传播。通过仿真计算，模拟了光在表面等离子激元波导中的传播状况，并进行了数值分析，验证了表面等离子激元的传播特点与增强传输的特性。

2. 对利用表面等离子激元的传播而产生负折射的金属结构模型，如纳米金属线阵列、MDM 结构、纳米金属对线结构进行了分析、设计和仿真模拟，验证了在亚波长利用人工结构产生负折射的可行性。

与目前研究较多的光子晶体相比，本文研究探索的结构尺寸更小，甚至可以使光在小于波长的结构中传播，这对于光路的集成有一定的意义。

由于本人水平有限，文中错误与不当之处在所难免，恳请专家学者批评指正。

第二章 负折射现象

2.1 负折射的概念

负折射率物质，即同时具有负的介电常数和负的磁导率的材料，在此种材料中同时具有 $\epsilon_r < 0, \mu_r < 0$ ，电场矢量，磁场矢量，波矢的关系不再遵循普通介质中电磁波的右手定则，而是构成了左手关系。

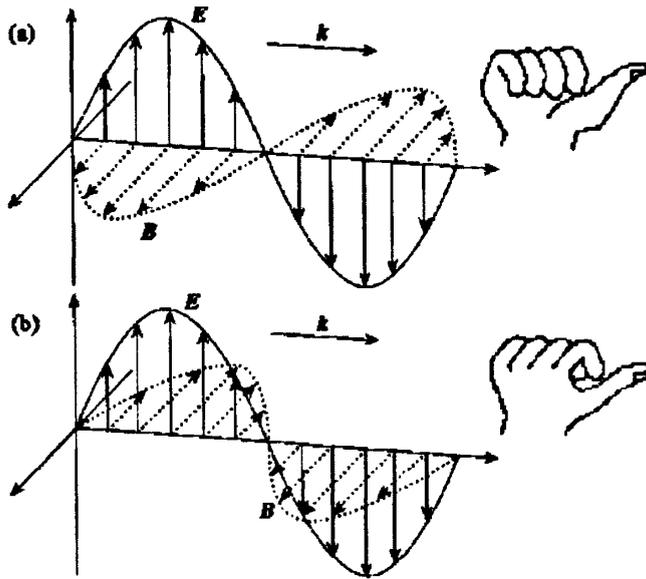


图2.1电磁波在不同介质中的传播情况

(a)在正常材料中；(b)在在负折射材料中

光或微波穿过负折射率介质时将射向与Snell定律不同的方向，但是，这种材料在自然界中并不存在，尤其是科学家和工程人员并未发现 μ 为负值的自然材料，直到Smith等人第一次实际合成出负折射率材料并发现其满足左手规则的特殊电磁波特性。这一组合媒质是由铜分裂环谐振腔(SRRs)和导线的二维周期阵构成。SRRs阵是缺口的环形共振器，当有垂直于环面的磁场振动时，环内产生振荡电流和电荷，从而产生的有效磁导率在低频下将是负值，而导线耦合到SRRs中主要功能是为了在一段有限长的金属导线内产生等离子体激元，得到负的介电常数，如图2.2所示。

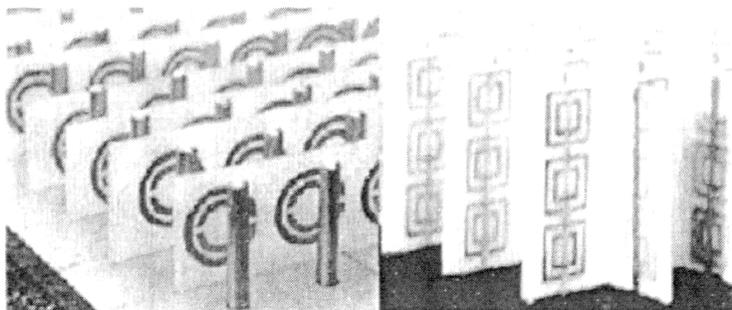


图2.2 微波波段基于SRR的左手材料样品

2.2 负折射率的基本原理

电磁波在介质中的传播行为是由其介电常数 ϵ 和磁导率 μ 决定的。一束平面波在各向同性均匀介质中传播，其波矢 k 和频率 ω 满足色散关系：

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} n^2 \quad (\text{其中 } n^2 = \epsilon\mu \quad c^2 = \frac{1}{\epsilon_0\mu_0}) \quad (2.2.1)$$

其中 n 代表折射率， c 为真空中的光速。如果不考虑任何的能量损耗，在正常的介质中， n, ϵ, μ 均为正实数。若 ϵ 和 μ 同时变为负实数，从表面看，这个色散关系不受任何影响。但从根本上看，则是来源于电磁场的Maxwell方程组。让我们回到Maxwell方程组的旋度方程和介质方程来看

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.2.2)$$

$$\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H}, \quad \mathbf{D} = \epsilon\epsilon_0\mathbf{E} \quad (2.2.3)$$

对于单色平面波 \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 的解都正比于 $e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$ ，代入上面的式子中，就有：

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \frac{\omega}{c} \mu \mathbf{H} \quad \mathbf{k} \times \mathbf{H} = \frac{\omega}{c} \epsilon \mathbf{E} \quad (2.2.4)$$

这里频率 ω 和真空光速 c 都是正实数。从这组等式可以看出在正常材料中，即 ϵ 和 μ 都是正数时， $\mathbf{k}, \mathbf{E}, \mathbf{H}$ 遵守右手定则。而当 ϵ 和 μ 同时变为负数时，它们将遵守左手定则，也就是说将指向 $[-(\mathbf{E} \times \mathbf{H})]$ 的方向。首先来看电磁波能量的传播，即群速的方向。这个方向由Poynting 矢量 $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ 决定，在正常材料中， \mathbf{k} 和 \mathbf{S} 总是同方向，即相速和群速方向是一致的。但在左手材料中， \mathbf{k} 和 \mathbf{S} 的方向相反， \mathbf{k} 的方向代表了电磁波相速度的方向，即在这种介质中，相速与能流的方向相反。

取 $k = -\omega\sqrt{\epsilon\mu}$ 为负数，图2.3给出了左右手法则的示意图。

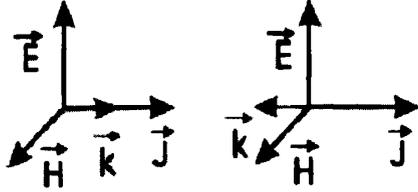


图2.3 左右手介质各分量方向示意图

也可以用群速度与相速度来分析。由于波矢 k 和 E_0 满足左手关系，从而可以得到

$$k \times (k \times E_0) = \omega \mu k \times H_0 = -k_0^2 \mu, \epsilon, E_0 \quad (2.2.5)$$

从而对于 $E_0 \neq 0$ 有

$$k^2 = \omega^2 n^2 / c^2 \quad (2.2.6)$$

上式为媒质中的色散方程，其中 c 为真空中的光速， n 为媒质的折射率。由上式也可以看出，由Maxwell方程并不能决定折射率 n 为正或负。

相速为：

$$V_p = \frac{\omega}{k} \quad (2.2.7)$$

根据群速度的定义，可知群速度为：

$$V_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{2c^2 k}{d(\omega^2 n^2) / d\omega} \quad (2.2.8)$$

因而得到对于右手媒质有：

$$\frac{d(\omega^2 n^2)}{d\omega} > 0 \quad (2.2.9)$$

因而得到对于左手媒质有：

$$\frac{d(\omega^2 n^2)}{d\omega} < 0 \quad (2.2.10)$$

可以得到：相速度总是和波矢 k 平行的。

2.3 负折射率材料的奇异特性

负折射率材料是一种重要的新型人工合成材料,其主要特征是它的介电常数和磁导率都小于零,它改变了传统的光波传播的图像,即在左手材料中,光传播的方向(即波矢的方向),正好是在能量传播的相反的方向。这种改变,引起了一些非常引人注目的结论,比如辐射多普勒频移与传统材料相反,以及Cerenkov辐射的逆转等异常的现象。

2.3.1 光线的反常折射

光学中一个最基本的定理是Snell定理。光在常规材料中和左手材料的界面表现出来的特性跟在两种常规介质之间的表现出来的特性刚好相反。例如光从常规介质进入左手材料会发生折射,但是它的折射方向跟我们通常观察到的方向不一样,主要是由于其折射率是负的。在Snell定理中如果引入负的折射系数,我们就可以很容易解释光在常规材料跟左手材料界面发生折射时跟常规的材料不一样了。这种材料最明显的物理效应就是:负折射效应。当电磁波斜入射到右手介质与左手介质的分界面时,电磁波的传播仍然满足Snell定律,折射波传播方向与入射波传播方向处在分界面法线的同侧。这与当电磁波斜入射到折射率不同的两种右手物质的分界面时,折射波的传播方向与入射波传播方向分处分界面法线两侧的规律不同。

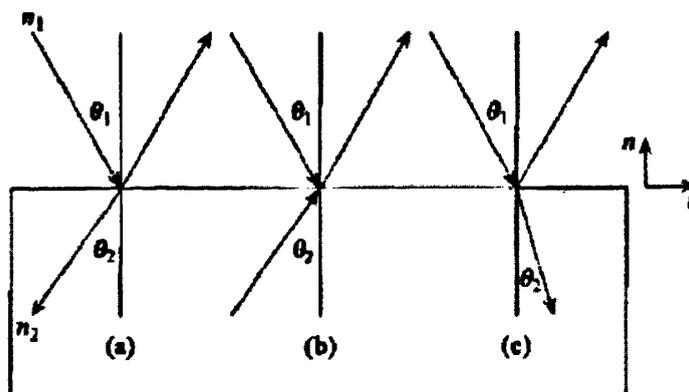


图2.4 电磁波在介质界面的折射

光通常从某一普通介质进入到另一普通介质时光束具有正折射角,但在负折

射介质中它具有负折射角。负折射介质中，入射光线和折射光线在表面法线的同侧。由于负折射材料对于光线的负折射，因而制成的透镜与玻璃材料的相比，有完全相反的效果，用左手材料制作的凸透镜对光线有发散作用，用左手材料制作的凹透镜对光线有汇聚的作用，而制成的平板透镜则有成像的功能。

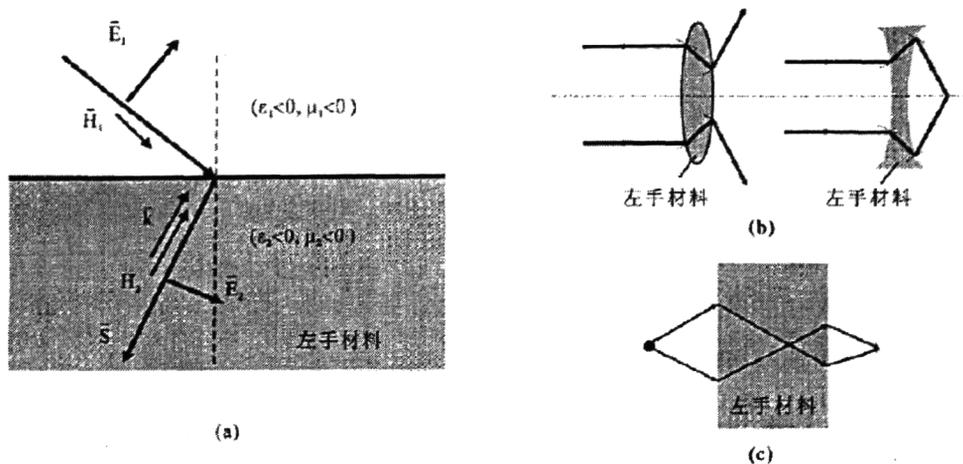


图2.5 负折射材料对光线的特殊折射作用

2.3.2 逆 Doppler 频移

由于左手材料的波矢方向与光线的传播方向相反，因此同一般的材料相比，左手介质将产生相反的Doppler效应^[13]。如果探测器向着产生角频率为 ω_0 的光的光源以速度 v 移动时，在一般的介质中接收到的电磁波频率将会高于 ω_0 ，在左手材料中，与之相反的是接收到的电磁波频率将会低于 ω_0 ；如果远离光源运动，则接收到的电磁波频率在一般介质中的低于 ω_0 ，在左手介质中高于 ω_0 。

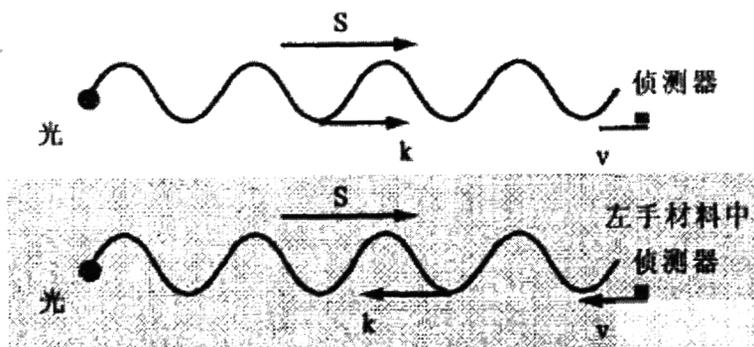


图2.6 常规材料与左手材料中的Doppler效应比较

2.3.3 反常 Cerenkov 辐射

在左手材料中，相速与群速方向正好相反的另一个推论就是反常Cerenkov辐射^[14]。电动力学告诉我们，在真空中，匀速运动的带电粒子不会辐射电磁波。而当带电粒子在介质中匀速运动时会在其周围引起诱导电流，从而在其路径上形成一系列次波源，分别发出次波。当粒子速度超过介质中光速时，这些次波互相干涉，从而辐射出电磁场，称为Cerenkov辐射。正常材料中，干涉后形成的波前，即等相面是一个锥面。电磁波能量沿此锥面的法线方向辐射出去，是向前辐射的，形成一个向后的锥角，即能量辐射的方向与粒子运动方向夹角 θ ， θ 由下式确定， $\cos\theta = \frac{c}{nv}$ 其中 v 是粒子运动的速度。而在负群速度介质中，能量的传播方向与相速相反，因而辐射将背向粒子的运动方向发出，辐射方向形成一个向前的锥角，图2.7示意了这两种情况下的Cerenkov辐射情形。

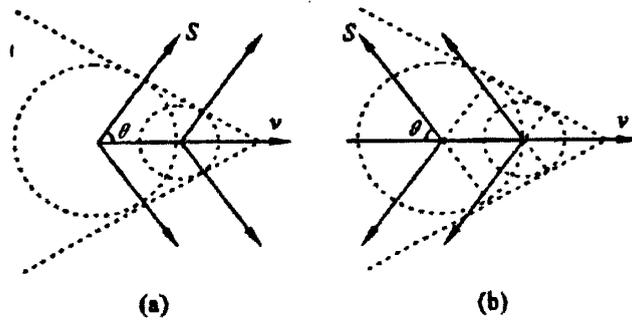


图2.7 Cerenkov 辐射的示意图

(a) 正常材料

(b) 左手材料

2.3.4 超级透镜

传统的光学显微镜分辨率受 Rayleigh 衍射极限的限制，可分辨的最小结构约为波长量级。假设光源 S 为一极小的频率为 ω 的偶极子，其辐射场的电场分量利用傅立叶级数展开如下（垂直透镜方向为 Z 方向）：

$$E(r,t) = \sum_{\sigma, k_x, k_y} E\sigma(k_x, k_y) \exp(ik_x x + ik_y y + ik_z z - \omega t) \quad (2.3.1)$$

其中 k_z 由色散关系决定：

$$k_z = \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2} \quad (2.3.2)$$

当 $k_x^2 + k_y^2 < k_0^2$ 的时候, k_z 为一实数, 代表场的传播波成分; 但 $k_x^2 + k_y^2 > k_0^2$ 时, k_z 为一虚数, 代表场的倏逝波成分。因此倏逝波沿传播方向衰减, 所以对于普通透镜来说倏逝波无法参与成像, 因而倏逝波所携带的信息就丢失掉了。可参与成像的波场成分受下面的条件限制:

$$k_x^2 + k_y^2 < k_0^2 \quad (2.3.3)$$

因此, 普通光学透镜的最大分辨率为:

$$\Delta \approx \frac{2\pi}{k_{\max}} = \frac{2\pi c}{\omega} = \lambda \quad (2.3.4)$$

要想突破光学分辨率极限, 必须想办法使倏逝波参与成像。Pendry 在 2000 年证明: 当条件 $\epsilon = -1, \mu = -1$ 得到严格满足得时候, 负折射率材料平板不仅能够对光场的传播成分完全成像, 而且能够完全恢复光场的近场成分, 光场的所有成分都无损地参与了成像, Pendry 把这种平板透镜称为“完美透镜”(Perfect lens), 因为它能对光场的所有成分成像。完美透镜曾引起很大争论 [15-18], 因为 Pendry 的完美透镜能够完全恢复光场的近场成分的结论是在介电常数和磁导率严格等于 -1 的条件下得到的。实际的材料不可能完全满足这一条件, 因为负折射率材料必然存在色散和吸收, 因此介电常数和磁导率必然存在一个虚部。理论分析表明, “完美透镜”的分辨率本领对材料参数非常敏感, 即使是一点点偏差, 比如说吸收, 都会影响“完美透镜”的分辨率。虽然不存在理想的“完美透镜”, 但能够显著提高分辨率的超级透镜 (Super lens) 已被证明是可能 [19-21]。

2.4 产生负折射现象的判定条件

我们可以用以下的两种方式来判定负折射现象, 进而推导负折射率和断定具有左手性质的物质。第一种是利用负折射材料对光线的反常折射, 第二种是利用平板成像原理。

1. 负折射材料的异常折射

光从常规介质进入左手材料会发生折射, 但是它的折射方向跟我们通常观察

到的方向不一样，折射光线与入射光线在法线的同一侧。图2.8为不同棱镜下光按照Snell定律传播的光路图。入射光线在负折射介质的透镜表面具有与正折射介质所不同的传播现象，可以据此来判断构成棱镜的介质是否是具有负折射率的介质或者传播是否具有负折射现象。

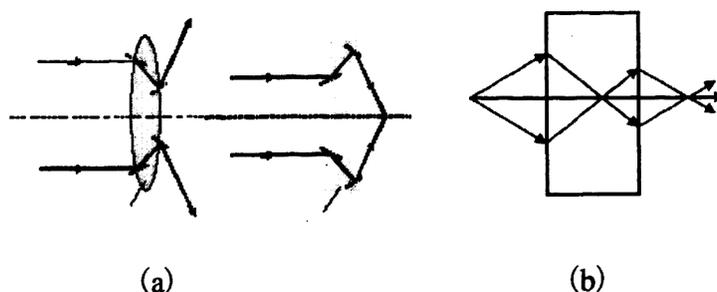


图2.8 光线通过不同棱镜的光线传播

- (a)光在负折射凸透镜和凹透镜中传播
- (b)等效折射率是-1时的介质板光路图

还可以通过测量平面波对物质的穿透行为的情况来判断负折射现象^[22]。图2.9给出了斜入射的光线穿透负折射介质的光路图和数值模拟示意图。同样可以据此来判断负折射现象。

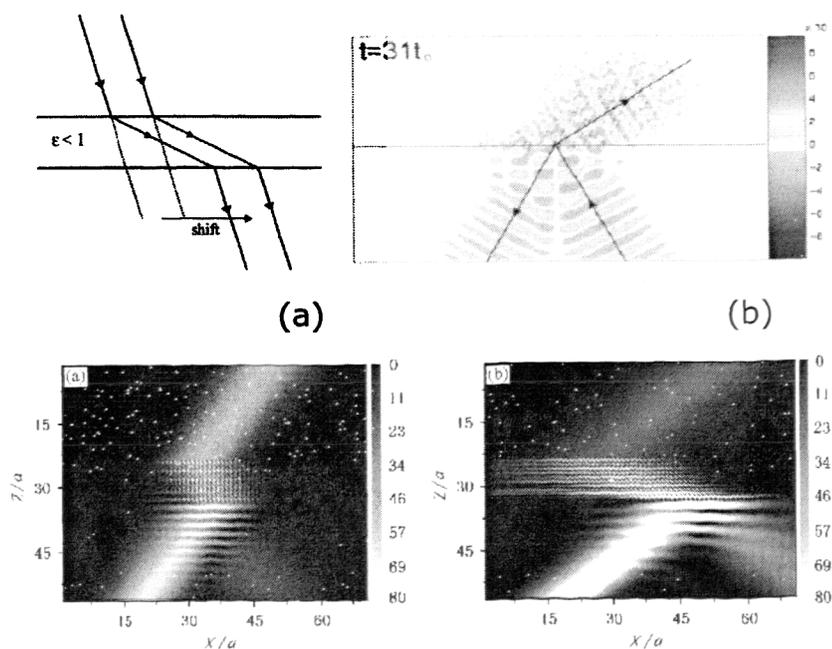


图 2.9 (a) 折射率小于 1 介质中的光路图 (b) 入射到负折射介质表面的入射光，折射光和反射光 (c) 变换不同角度斜入射到负折射介质中的光路

2. 平板成像

目前负折射材料的许多独特性质已被揭示。Pendry教授在2000年指出，因此要想突破光学分辨率极限，必须想办法使倏逝波参与成像。一个负折射材料平板可以放大倏逝波，通过选取负折射材料的适当参数，即 $\epsilon = -1, \mu = -1$ 时，负折射材料平板可以成为突破衍射极限成像的透镜。

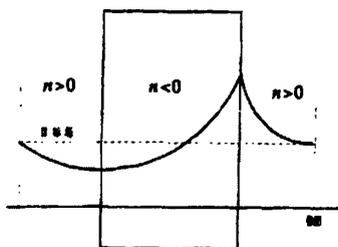


图2.10 完美透镜示意图

普通介质平板，对于光只能起到发散的作用，而负折射材料平板，能起到汇聚光的作用，也就是说假如在负折射材料平板的一侧放置一个光源，它能在平板的另一边成像。此外，在传统的成像系统中，当物体精细结构的变化尺度小于光波长时，相应的光信息在成像系统中以倏逝波形式传播，因此这些光信息到达像平面时已经衰减到几乎为零。由于负折射材料能放大倏逝波，因此该成像系统得以实现^[23]。

2.5 目前的左手材料制备情况

1. 开口谐振环和金属线阵列

美国加州大学圣迭戈分校物理系的Smith等走出了关键一步，他们在微波实验中首次实现了在同一块材料里 ϵ 和 μ 同时为负值。进一步地，他们在0.25mm厚的G10纤维玻璃板正反面分别用模板刻蚀的技术镀上了铜制的环形共振器和直导线，再做成阵列，如图2.11(b)所示，单胞大小为5mm。然后他们把这样的材料切成直角梯形棱镜的形状，夹在两块铝制圆盘之间，其中一块的中心有轴，一个X波段微波波导作为探测器可以绕这个轴转动，在相距1.2cm的两块铝板（与两个圆盘的距离相同）和相距9.3cm的两块吸波材料共同引导下，微波垂直射在棱镜

背面，电场偏振方向平行于金属线，如图2.11(c)所示。图中黑色粗箭头示意地表示正常材料折射的方向。实验测量了探测器接收到的能量和角度 θ 的关系，结果如图2.11(d)所示。实线和虚线分别代表左手材料和同样形状的聚四氟乙烯(Teflon)。聚四氟乙烯测量值如预计的那样， $n=1.4\pm 0.1$ 。左手材料折射率的测量值确实是负值， $n_{LHM} = -2.7\pm 0.1$ ，这样他们又首次在实验中观察到了负折射现象。

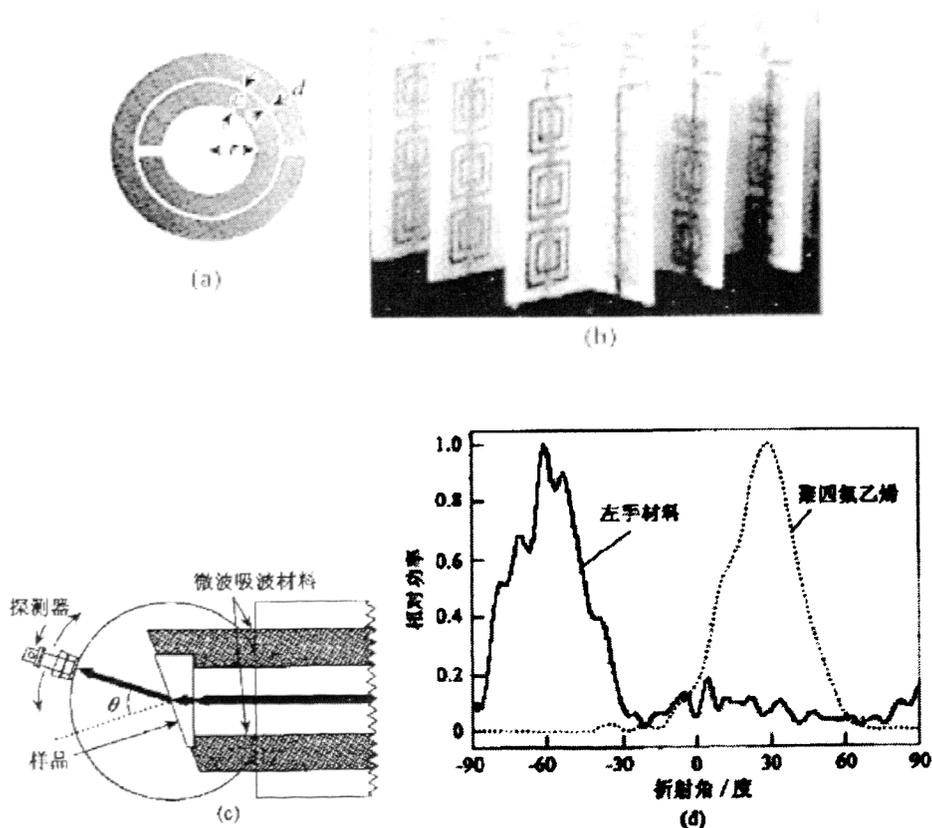


图 2.11 Smith 制备的左手材料

- (a) 环形共振器 SRRs (b) 实验中所用的 LHM 材料
 (c) 试验装置 (d) LHM 材料与正常材料的实验结果对比

2. 光子晶体

在光波段实现负折射的另一个途径是利用光子晶体。光子晶体是一种人工设计的周期性结构，是由不同折射率的介质按周期性交替排列构成的^[24]。光子晶体的单元尺寸在波长量级，所以不适合用 ϵ 和 μ 来描述光子晶体的性质，它不依赖于负的介电常数和负的磁导率。然而光子晶体中的散射可以激发相速度和群速度

方向相反的波，取得与左手材料一致的效果。光子晶体的负折射是由其色散关系造成的，是光在周期性结构中传播，受到多级布拉格散射的结果。在光子晶体领域内的负折射现象，近年来国内外进行了大量的研究工作。

2000年，理论研究指出了一些二维光子晶体可以实现负折射现象。Notomi提出了GaAs背景中的三角点阵排列的空气孔和三角点阵排列的GaAs圆柱这两种光子晶体在特性范围内可以实现负折射，利用FDTD模拟了利用光子晶体实现光束的负折射和点源的聚焦等情况。Gralak等利用多重散射法模拟发现一种方形点阵光子晶体中的负折射现象^[25]。2002年，Luo等分析了方形点阵光子晶体中的负折射现象，并用FDTD模拟了光子晶体平板的点源成像。由于Luo等利用的光子晶体的等频率曲线是各向异性的，这篇文章中的点源成像只是近场行为^[26]。人们进一步对光子晶体负折射和点源成像进行了实验验证^[27]，如Cubukcu等人的微波段光子晶体实验中观察到了0.21λ宽度的亚波长点源成像。早期的研究集中在二维介质光子晶体，后来推广到二维金属光子晶体^[28]和二维光子晶体^[29]，如Zhang提出了具有负折射现象性质的三维光子晶体，一种是按体心立方排列的空气小方块结构，一种是按体心立方排列的完美金属球结构。Zhang提出用金属-介质复合体系，先后在二维方形晶格和三角晶格^[30]光子晶体，在同一个频率实现了对两个偏振的负折射，另外还实现了用12重准晶得到负折射。

3. 传输线模型

另一种比较常用的负折射率制备的方法是采用传输线模型^[31-33]。与金属直导线阵列和开口谐振环阵列方法比较，基于传输线的特异材料制作方法与现有的平面工艺兼容，材料参数易于调节。由于这类特异材料将在微波通讯领域有着潜在的广阔的应用前景，人们近几年在该方面进行了大量的研究。

如图2.12所示：传输线模型中电路的串连部分是 Z' 是单位长度的阻抗，并联部分是 Y' 是单位长度的导纳，其表达式如下：

$$Z'(\omega) = j \left(\omega L'_R - \frac{1}{\omega C'_L} \right), \quad Y'(\omega) = j \left(\omega C'_R - \frac{1}{\omega L'_L} \right) \quad (2.5.1)$$

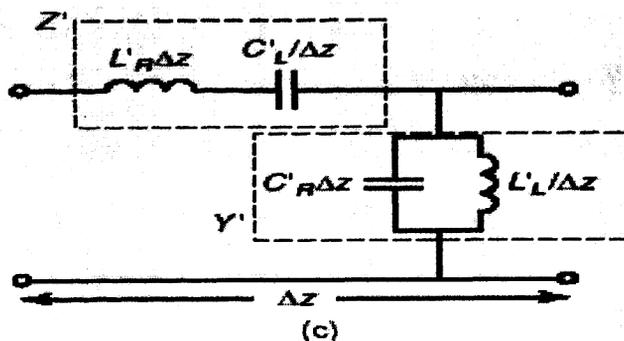


图2.12 传输线模型的电路结构

单位长度阻抗 Z' 和导纳 Y' 与介质的介电常数 ϵ 和磁导率 μ 的换算关系如下式：

$$\epsilon = \frac{Y'(\omega)}{j\omega} = C'_R - \frac{1}{\omega^2 L'_L}, \quad \mu = \frac{Z'(\omega)}{j\omega} = L'_R - \frac{1}{\omega^2 C'_L} \quad (2.5.2)$$

理论分析和实验证明,通过加载集总电容和集总电感可以制作二维网格状的特异材料,文献^[34]利用这种二维结构制作出了平面透镜。图2.13是他们所制作的平面透镜的照片。中间是加载电容和电感的左手性媒质,对称分布在两侧的是没有加载电容和电感的右手性媒质。作者通过实验验证了该平面传输线透镜能够突破Rayleigh衍射极限的限制,证实了负折射率材料具有增强倏逝波的特性。

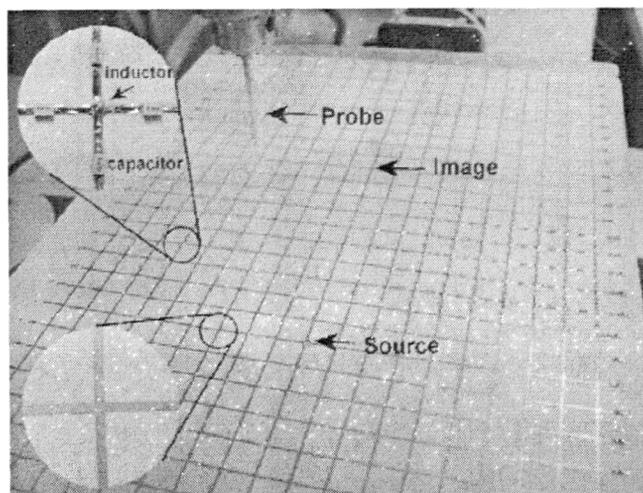


图2.13基于传输线模型的负折射率材料

实验中用与同轴电缆的中心导体相连的垂直放置的单电极在右手媒质的某一点激发一个源(同轴电缆的外部导体与接地板相连)。用与矢量网络测试仪相连的探针在该结构表面上方0.8mm处测试表面各点的电场强度。图2.14是源所在的

列(平行于左手性媒质和右手性媒质的交界线)和像所在的列各点的归一化电场强度曲线。

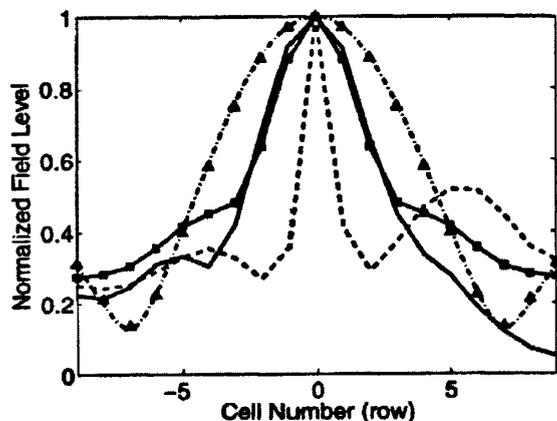


图2. 14源和像所在列各点的归一化场强

其中虚线表示源所在列各点的归一化电场强度,实线表示像所在列各点的归一化电场强度,加点虚线表示场在连续性媒质中传播考虑衍射极限时计算出的像所在列各点的归一化场强,加三角形的曲线表示场在右手性传输线网格中传播考虑衍射极限时计算出的像所在列各点的归一化场强,利用负折射率传输线材料透镜成像时,突破了衍射极限限制。

第三章 金属/介质结构表面等离子激元

3.1 表面等离子激元的基本理论

3.1.1 SPPs 基本特性

表面等离子激元就是局域在金属表面的一种由自由电子和光子相互作用形成的电磁模^[35]。在这种相互作用中,自由电子在与其共振频率相同的光波照射下发生集体振荡,这种表面电荷振荡与光波电磁场之间的相互作用就构成了具有独特性质的SPPs。通过改变金属表面的亚波长结构,表面等离子激元的性质,特别是与光的相互作用,也随之变化。这个电磁模具有大于同一频率下光子在真空中或周边介质中的波数。因此,通常情况,这个电磁模不能被激发然后从导体表面辐射出去,而是电磁场在垂直表面的两个方向上,均以指数式衰减。在平坦的金属/介质界面,SPPs沿着表面传播,由于金属中欧姆热效应,它们将逐渐耗尽能量,只能传播到有限的距离,大约是微米或纳米数量级。SPPs的研究业已长达一百多年的历史了,由于受早期制作电子元件的工艺水平的限制,加工不了微米、纳米尺寸的元件和电路,所以SPPs显露不出它的特性,不为人们所关注。随着工艺技术的长足进步,现今制作特征尺寸为微米和纳米级的电子元件和回路,已不成问题了,人们才重新点燃起研究SPPs的兴趣。只有当结构尺寸可以与SPPs传播距离相比拟时,SPPs特性和效应才会显露出来^[36]。

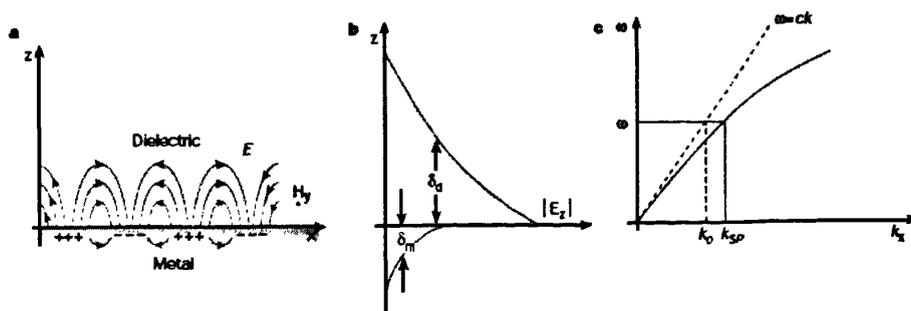


图3.1 SPPs的传播特性

3.1.2 SPPs 的产生

考虑平坦的半无限金属表面，当一束可见光或红外光照射到这一表面上，金属中可迁移的自由电子的电荷密度波将与入射电磁波产生耦合作用，导致电荷密度涨落，引发集体振荡。SPPs沿着金属表面传播。假定金属/介质是放置在 xy 平面上，其法向为 z 轴。入射光的磁场方向指向 y 轴（TE波）。金属表面位于 $z=0$ 处，填充半无限空间 $z<0$ 区域（介电常数为 ϵ_m ），而 $z>0$ 区域为真空或者介电材料所占有（介电常数 $\epsilon_1=1$ 或 $\epsilon_1=\epsilon_d$ ）。SPPs沿 x 方向传播。

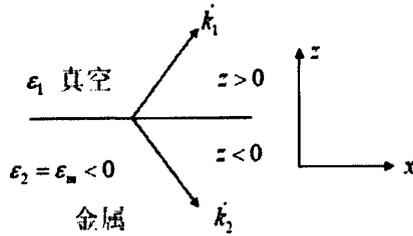


图 3.2 金属/介质结构示意图

根据SPPs的特性，在 $z>0$ 区，有：

$$H_1 = (0, H_y, 0)e^{i(k_{1x}x + k_{1z}z)}, \quad E_1 = (E_{1x}, 0, E_{1z})e^{i(k_x x + k_z z)} \quad (3.1.1)$$

且有
$$k_{1z} = \sqrt{\epsilon_1 k_0^2 - k_{1x}^2} \quad (3.1.2)$$

而在 $z<0$ 区，

$$H_2 = (0, H_y, 0)e^{i(k_{2x}x - k_{2z}z)}, \quad E_2 = (E_{2x}, 0, E_{2z})e^{i(k_x x - k_z z)} \quad (3.1.3)$$

且有：

$$k_{2z} = \sqrt{\epsilon_2 k_0^2 - k_{2x}^2}, \quad k_0 = \omega / c \quad (3.1.4)$$

可以导出：

$$k_{spp} = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_m \epsilon_1}{\epsilon_m + \epsilon_1}} \quad (3.1.5)$$

在光频区，金属的 $\epsilon_m < 0$ ， $|\epsilon_m| \gg 1$ ，有 $|\epsilon_m + \epsilon_1| \approx |\epsilon_m|$ ，所以： $k_{spp} > k_0$ ，真空中， $k_{1z}^2 < 0$ ， k_{1z} 为虚数；在金属中，因为 $\epsilon_m < 0$ ，所以有 $k_{2z}^2 = \epsilon_m k_0^2 - k_{spp}^2 < 0$ 。由此可

推断SPPs在垂直表面的两个方向上（z轴方向），无论是穿透进真空和金属，都是以指数衰减的，而沿着表面是传播波，这正是人们所企求得到的SPPs电磁模特性。

3.1.3 SPPs 的特殊效应

1. 增强透射现象

光通过金属薄膜上单孔径或者大小为亚波长尺寸的洞阵列结构的金属板时，实验上已经观察到透射增强现象^[37-39]（见图3.3）。这里SPPs扮演着至关重要的角色。目前对其增强的物理机制，尚存相互矛盾的争议。公认的说法是，由于SPPs的激发，导致增强的电磁场，将极大地增强光衍射。大多数的研究工作多半集中在可见光频段。但是，在微波波段，毫米波段以及THz波段，也观察到此类效应。在二维情形，一个亚波长尺寸的圆洞被同心周期槽状圆圈环绕时，也观察到透射增强现象。

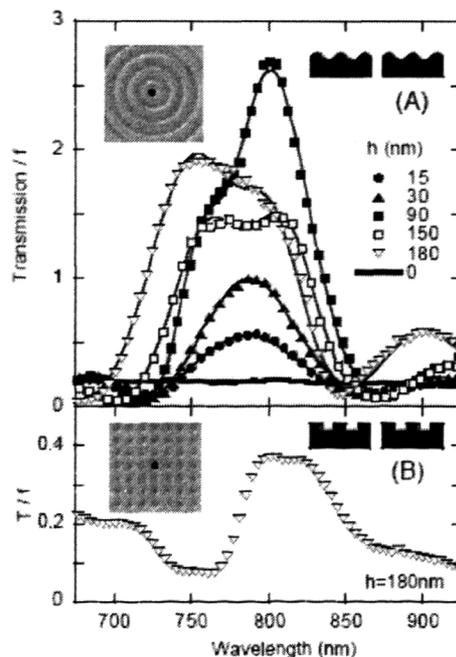


图3.3 亚波长尺寸的单孔径的增强透射谱

样品是在300纳米厚的镍薄膜上，镀一层100纳米的银膜。孔径的尺寸 $d=440$ 纳米，周边被一系列(A)正弦横截面的同心圆环所环绕（调制高度 h 取各种不同的值）、(B)方形阵列的凹槽所环绕（槽深度 $h=180$ 纳米）。左上方插图示出样品的

聚焦离子束像，右上角的插图显示洞和褶皱的横截面。入射光（卤素钨灯）垂直投射到有褶皱的面上。实线为拟合结果。

2. 聚束效应

在上述类似结构中，也观察到光聚束效应，也就是说，此结构所辐射的电磁波出现很强的角度限制^[12, 40]。当入射光频率接近SPPs模的共振频率时，光束的角发散度仅为正负3度，被限制在一个很窄间区域，图3.4为当光照明一个被光栅结构包围的亚波长圆孔时，在共振频率处，理论模拟计算与实验测量的电场分布。

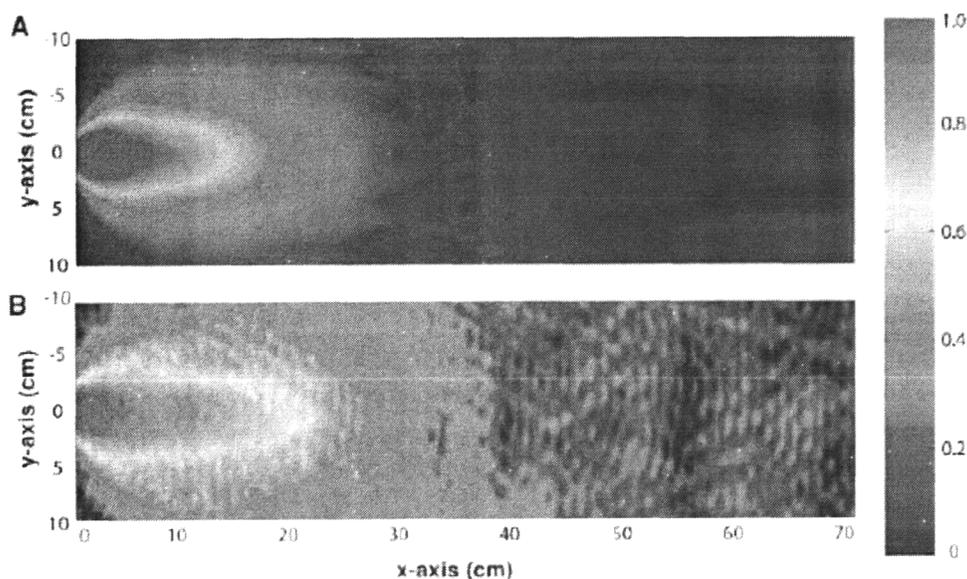


图3.4光聚束效应

(A)理论模拟的电场分布

(B)相应的实验测量结果

3.2 SPPs 的应用

1. 突破衍射极限的超高分辨率成像

2000年，Pendry 引进一个“超透镜”的概念。超透镜是由左手材料或者负折射率、负磁导率材料制成的。通过激发 SPPs 来增强隐失波 (Evanescent waves)。当光照射超透镜时，SPPs 被激发，获得增益，补偿隐失波的损耗，于是重构后的隐失波在透镜的另一边复原出一幅突破衍射极限的高分辨率像。利用银制作的光学超透镜，可得到 60 纳米分辨率的亚衍射极限的像，分辨率达到照明光波长的六分之一^[41]。

2. 等离子体光子芯片 (Plasmonic Chips)

当光子元件的尺寸减小到与光波长可以比拟时, 由于受传播的衍射极限的限制, 光的传播将受阻, 无法通行。SPPs的电磁场限制于金属-介电质界面上, 一群电子被集体激发, 沿着表面作前后震荡式运动, SPPs电磁场在垂直表面方向上, 以指数式衰减, 穿透进金属多深, 取决于趋肤深度, 大约为10纳米, 比入射光波长要小2个数量级。因此SPPs这一特性提供了在亚波长尺度的金属结构中光场局域化和导波可能性, 可应用于构筑亚波长尺度的光子元件和回路---等离子体光子芯片。

3. SPPs新型光源 (Plasmonic Light Sources)

SPPs 引发的电磁场, 不仅仅能够限制光波在亚波长尺寸结构中传播, 而且能够产生和操控从光频到微波波段的电磁辐射。基于 InGaN 的半导体发光二极管 (Light Emitting Diodes, LED)业已成为各种固态发光装置的明星级候选者, 但是, 也面临着发光效率低的困境。SPPs 有助于解决这一核心问题。当 InGaN/GaN 量子阱被一纳米金属银或铝薄膜覆盖时, SPPs 的激发, 将增大态密度和增强自发辐射, 从而大大提高内量子效率。例如, 已经在试验中观测到发光效率增强了32倍^[42]。它将催生出新型的超亮度和高速运作的LED。

4. 纳米波导

常规的电介质波导或光纤的截面直径如果小于波长量级, 那么光是不能在其中有效传播的。而 SPPs 可以局限在垂至于金属表面纳米厚度的空间范围内传播, 因此, 以 SPPs 作为信息载体的各种纳米波导结构的设计、模拟、制备和性能研究就引起了广泛的关注。要解决的问题是减小传输损耗, 延长传输距离。

3.3 金属计算模型

我们主要采用时域有限差分法 (Finite-Difference Time-Domain Method, FDTD) 来对模型进行分析, FDTD是求解Maxwell微分方程的直接时域方法^[43], 经过三十多年的发展已经成为一种成熟的数值方法, 在电磁研究的多个领域获得了广泛的应用。在实际应用中有诸多的变种和改进形式。FDTD的一个优点是用脉冲作为激励源, 仅仅计算一次就可以得到宽频带的结果, 与一系列的稳态计算相比较就节省了大量的时间。然而, 这些金属材料的参数必须能运用于很宽的频率范围才能用于宽频计算。实际中金属为色散材料, 而在FDTD计算中, 基本的参

数 $(\varepsilon, \mu, \sigma, \tau)$ 必须指定为常数。对于某些材料，像等离子体和铁氧体来说，介电系数可能为零或者是负值，因此FDTD方法在某些频率就完全不能应用^[44]。为了解决这个问题，我们引入了两个模型用于FDTD计算。

$$\nabla \times H - \sigma E + j\omega\varepsilon\varepsilon_0 E = j\omega\varepsilon_0 \left(\frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0} + \varepsilon \right) E = j\omega\hat{\varepsilon}\varepsilon_0 E \quad (3.3.1)$$

3.3.1 德拜模型

在德拜模型中，依赖于频率的复相对介电系数可以描述为：

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon' - j\varepsilon'' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0} = \varepsilon_\infty + \chi(\omega) \quad (3.3.2)$$

$\hat{\varepsilon}$ 是复相对介电系数， ε' 、 ε'' 分别为相对介电系数的实部与虚部， ε_s 是零频率的静态介电系数， ε_∞ 为无限频率出的介电系数， τ 是松弛时间， σ 是电导率， ε_0 是自由空间的介电系数。从方程中可以看出，德拜模型可以由 ε_s 、 ε_∞ 、 τ 、 σ 来描述。然而这些参数并不是独立的，由 $\sigma\tau = \varepsilon_0(\varepsilon_\infty - \varepsilon_s)$ 知，只需要确定三个独立参数，便可以得到所需要的模型参数从而再进行FDTD计算。

3.3.2 Drude 模型

Drude 色散关系^[45-51]描述了更为复杂的材料的复介电系数：

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = 1 + \frac{\omega_p}{\omega(j\omega\nu_c - \omega)} = 1 - \frac{(\omega_p/\nu_c)^2}{1 + j\frac{\omega}{\nu_c}} + \frac{(\omega_p/\nu_c)}{j\omega} \quad (3.3.3)$$

ω_p 为等离子体角频率， ν_c 为碰撞频率。对比(3.3.1) (3.3.2)可得：

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_\infty + \chi(\omega) + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0} \quad (3.3.4)$$

对比(3.3.3)与(3.3.4)，如果 $\varepsilon_\infty = 1$ ，则：

$$\chi(\omega) = -\frac{(\omega_p/\nu_c)^2}{1 + j\frac{\omega}{\nu_c}} \quad (3.3.5)$$

$$\sigma = \epsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\nu_c}$$

比较 (3.3.2) 和 (3.3.5)，若取 $\epsilon_s - \epsilon_\infty = -(\frac{\omega_p}{\nu_c})^2$ ， $\tau = \frac{1}{\nu_c}$ ，则对于 Drude 模型来说就可以用前面的德拜模型来描述。由此可见，Drude 模型就是电导率为非零的德拜模型。

举例来说，对某材料： $\omega_p / 2\pi = 28.7\text{GHz}$ ，碰撞频率 ν_c 为 2.0×10^{10} 考虑了电导率的影响，复介电系数如图 3.5 所示：

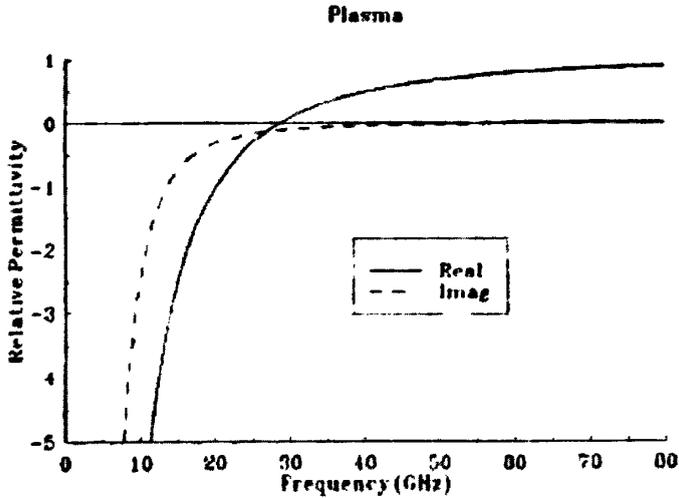


图3.5等离子体的复有效介电系数在频域的曲线图

由上图可以看出，复介电系数的实部在等离子体频率点附近符号产生了改变。在低于此频率时，介电系数的实部为负值，电磁波不能传播。在高于此频率时，电磁波可以以等离子体的形式传播，并且传播过程中有随着频率的提高而减小的损耗。

3.4 SPPs 在金属中传播的时域分析方法

3.4.1 FDTD 在金属材料中的应用

在正折射率材料中，由 Maxwell 方程可以推导出二维 TM 波的方程：

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_z}{\partial y} &= -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} - \sigma_m H_x \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} &= \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} + \sigma_m H_y \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= -\varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} - \sigma_e E_y\end{aligned}\quad (3.4.1)$$

若采用 Yee 算法, 会很容易发现, 在正负折射率材料的交界面上, 为了迭代计算 H_x 的值,

$$H_x^{n+1}(i, j+1) = H_x^n(i, j+1) - \frac{\Delta t}{\Delta y \times \mu_{av}} \cdot [E_z^{n+1/2}(i, j+1) - E_z^{n+1/2}(i, j)] \quad (3.4.2)$$

我们需要在式子中使用边界两边的 μ 的平均值 $\mu_{av} = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$, 但是在复折射率材料中, 介电系数 $\varepsilon < 0$ 和磁导率 $\mu < 0$, 所以对于边界匹配的情况, $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2$, $\mu_1 = -\mu_2$, 可能发生 $\mu_{av} = 0$ 的情况, 此时, 就会使迭代方程出现不稳定的状态, 并且相同的情况会出现在 H_y 和 E_z 位于正、负折射率材料边界上的时候。为了避免在迭代的过程中出现这样的不稳定的情况, 需要对负折射率材料的介电常数和磁导率进行间接的设置, 因为负折射率材料存在色散和吸收, 所以要用 FDTD 模拟计算, 必须采用色散模型。我们将 Drude 模型写成如下的表达方式:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(j\omega\gamma_e + \omega)} \right] \quad (3.4.3)$$

ω_{pe} 是电场的等离子体频率, γ_e 是电场的碰撞频率。同样, 对于磁导率 μ , 有如下的色散关系:

$$\mu = \mu_0 \left[1 - \frac{\omega_{pm}^2}{\omega(j\omega\gamma_m + \omega)} \right] \quad (3.4.4)$$

μ_0 为介质的绝对磁导率, ω_{pm} 是磁场的等离子体频率, γ_m 是磁场的碰撞频率。描述宏观电磁性质的物质方程可以表示为:

$$D = \varepsilon E, \quad B = \mu H \quad (3.4.5)$$

将色散关系 (3.4.3) 和 (3.4.4) 代入 (3.4.5) 可得:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} - \frac{\varepsilon_0 \omega_{pe}^2}{\omega^2 + j\omega\gamma_e} \mathbf{E} \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} - \frac{\mu_0 \omega_{pm}^2}{\omega^2 + j\omega\gamma_m} \mathbf{H} \quad (3.4.6)$$

引入电极化强度 \mathbf{P} 和磁极化强度 \mathbf{M} :

$$\mathbf{P} = \frac{\varepsilon_0 \omega_{pe}^2}{\omega^2 + j\omega\gamma_e} \mathbf{E}, \quad \mathbf{M} = \frac{\mu_0 \omega_{pm}^2}{\omega^2 + j\omega\gamma_m} \mathbf{H} \quad (3.4.7)$$

则方程(3.4.6)可以写为:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} - \mathbf{P}, \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} - \mathbf{M} \quad (3.4.8)$$

令 \mathbf{J} 和 \mathbf{K} 分别代表极化电流密度和极化磁流密度, 则:

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}, \quad \mathbf{K} = \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \quad (3.4.9)$$

因此, Maxwell 方程可写为如下形式:

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = j\varepsilon_0 \omega \mathbf{E} + \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} = -j\mu_0 \omega \mathbf{H} - \mathbf{K} \\ \varepsilon_0 \omega_{pe}^2 \mathbf{E} = j\omega \mathbf{J} + \gamma_e \mathbf{J} \\ \mu_0 \omega_{pm}^2 \mathbf{E} = j\omega \mathbf{K} + \gamma_m \mathbf{K} \end{cases} \quad (3.4.10)$$

因为 FDTD 是时域方法, 所以必须将角频率 ω 转化为时域算法才能得到时域方程, 要完成这一转化, 可采用下面的替换:

$$\frac{\partial}{\partial t} \leftrightarrow -j\omega \quad (3.4.11)$$

将式(3.4.11)代入式(3.4.10)可以得到时域中的 Maxwell 方程:

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \mathbf{K} \\ \varepsilon_0 \omega_{pe}^2 \mathbf{E} = \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} + \gamma_e \mathbf{J} \\ \mu_0 \omega_{pm}^2 \mathbf{E} = \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial t} + \gamma_m \mathbf{K} \end{cases} \quad (3.4.12)$$

将方程(3.4.12)中对时间的微分转化为中心差分则有:

$$\begin{cases} E^{n+1} = E^n + \frac{\Delta t}{\epsilon_0} \nabla \times H^n - \frac{\Delta t}{\epsilon_0} J^n \\ H^{n+1} = H^n - \frac{\Delta t}{\mu_0} \nabla \times E^n - \frac{\Delta t}{\mu_0} K^n \\ J^{n+1} = \frac{2 - \Delta t \gamma_e}{2 + \Delta t \gamma_e} J^n - \frac{2 \epsilon_0 \Delta t \omega_{pe}^2}{2 + \Delta t \gamma_e} E^n \\ K^{n+1} = \frac{2 - \Delta t \gamma_m}{2 + \Delta t \gamma_m} K^n - \frac{2 \mu_0 \Delta t \omega_{pm}^2}{2 + \Delta t \gamma_m} H^n \end{cases} \quad (3.4.13)$$

下面我们将推导二维 TM 电磁波在负折射率材料中的时域差分方程，二维 TE 电磁波的在负折射率材料中的时域差分方程可以根据对偶定律即得到。我们把(3.4.3)，(3.4.4)式代入式(3.4.1)可以得到下列表达式：

$$\begin{aligned} -\frac{\partial E_z}{\partial x} &= \mu_0 j \omega H_y + K_y + \sigma_m H_y \\ -\frac{\partial E_z}{\partial y} &= \mu_0 j \omega H_x + K_x + \sigma_m H_x \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= \epsilon_0 j \omega E_z + J_z + \sigma_e E_z \end{aligned} \quad (3.4.14)$$

$$\begin{aligned} K_x &= -j \mu_0 \frac{\omega_{pm}^2}{\omega + j \gamma_m} H_x \\ K_y &= -j \mu_0 \frac{\omega_{pm}^2}{\omega + j \gamma_m} H_y \\ J_z &= -j \epsilon_0 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega + j \gamma_e} E_z \end{aligned}$$

上式中 K_x ， K_y 分别是极化磁流密度 K 在 x 和 y 方向上的分量， J_z 是极化电流 J 在 z 方向上的分量。上面的方程(3.4.14)是在频域得到的，要写时域差分方程，还需要把上述方程转化到时域形式，我们利用(3.4.11)可以得到 TM 电磁波在时域中的差分方程，形式如下：

$$\begin{aligned} \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} + K_x + \sigma_m H_x &= -\frac{\partial E_z}{\partial y} \\ \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} + K_y + \sigma_m H_y &= -\frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} + J_z + \sigma_e E_z \end{aligned} \quad (3.4.15)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial K_x}{\partial t} - \gamma_m K_x &= \mu_0 \omega_{pm}^2 H_x \\ \frac{\partial K_y}{\partial t} - \gamma_m K_y &= \mu_0 \omega_{pm}^2 H_y \\ \frac{\partial J_z}{\partial t} - \gamma_e J_z &= \varepsilon_0 \omega_{pe}^2 E_z\end{aligned}$$

下面, 我们需要对各场量进行空间上的离散化, 以将方程(3.4.15)完全转化为差分方程。对于三维情况, 电场和磁场分量仍然按普通的 FDTD 网格, 而把 J 和 K 的各方向上的分量全部设置在单元格的中间。对于二维情况, 具体的差分方程如下所示:

$$\begin{aligned}H_x^{n+1/2}(i, j + \frac{1}{2}) &= CP(m) \cdot H_x^{n-1/2}(i, j + \frac{1}{2}) - CQ(m) \cdot K_x^{n-1/2}(i, j + \frac{1}{2}) \\ &\quad - CQ(m) \cdot \frac{E_z^n(i+1, j) - E_z^n(i, j)}{\Delta y} \\ H_y^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j) &= CP(m) \cdot H_y^{n-1/2}(i + \frac{1}{2}, j) - CQ(m) \cdot K_y^{n-1/2}(i + \frac{1}{2}, j) \\ &\quad + CQ(m) \cdot \frac{E_z^n(i+1, j) - E_z^n(i, j)}{\Delta x} \\ E_z^{n+1}(i, j) &= CA(m) \cdot E_z^n(i, j) - CB(m) \cdot J_z^n(i, j) \\ &\quad - CB(m) \left[\frac{H_y^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j) - H_y^{n+1/2}(i - \frac{1}{2}, j)}{\Delta x} \right. \\ &\quad \left. - \frac{H_x^{n+1/2}(i, j + \frac{1}{2}) - H_x^{n+1/2}(i, j - \frac{1}{2})}{\Delta y} \right]\end{aligned}\tag{3.4.16}$$

$$\begin{aligned}CA(m) &= \frac{1 - \sigma_e(m)\Delta t / 2\varepsilon(m)}{1 + \sigma_e(m)\Delta t / 2\varepsilon(m)} \\ CB(m) &= \frac{\Delta t / \varepsilon(m)}{1 + \sigma_e(m)\Delta t / 2\varepsilon(m)} \\ CP(m) &= \frac{1 - \sigma_m(m)\Delta t / 2\mu(m)}{1 + \sigma_m(m)\Delta t / 2\mu(m)} \\ CQ(m) &= \frac{\Delta t / \mu(m)}{1 + \sigma_m(m)\Delta t / 2\mu(m)}\end{aligned}\tag{3.4.17}$$

$$\begin{aligned}
 K_x^{n-1/2}(i, j + \frac{1}{2}) &= \frac{2 - \Delta t \gamma_m}{2 + \Delta t \gamma_m} K_x^{n-3/2}(i, j + \frac{1}{2}) \\
 &\quad + \frac{2\mu_0 \Delta t \omega_{pm}^2}{2 + \Delta t \gamma_m} K_x^{n-3/2}(i, j + \frac{1}{2}) \\
 K_y^{n-1/2}(i + \frac{1}{2}, j) &= \frac{2 - \Delta t \gamma_m}{2 + \Delta t \gamma_m} K_y^{n-3/2}(i + \frac{1}{2}, j) \\
 &\quad + \frac{2\mu_0 \Delta t \omega_{pm}^2}{2 + \Delta t \gamma_m} K_y^{n-3/2}(i + \frac{1}{2}, j) \\
 J_z^n(i, j) &= \frac{2 - \Delta t \gamma_e}{2 + \Delta t \gamma_e} J_z^{n-1}(i, j) + \frac{2\varepsilon_0 \Delta t \omega_{pe}^2}{2 + \Delta t \gamma_e} E_z^{n-1}(i, j)
 \end{aligned} \tag{3.4.18}$$

我们可以看到, 通过引入 Drude 模型, 我们避免了直接定义 $\varepsilon < 0$ 和 $\mu < 0$ 时, 迭代差分方程所出现的不稳定状况。同样 TE 电磁波的时域差分方程可以由对偶定律得到, 形式如下:

$$\begin{aligned}
 E_x^{n+1}(i + \frac{1}{2}, j) &= CA(m) \cdot E_x^n(i + \frac{1}{2}, j) - CB(m) \cdot J_x^n(i + \frac{1}{2}, j) \\
 &\quad + CB(m) \frac{H_z^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - H_z^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2})}{\Delta y} \\
 E_y^{n+1}(i, j + \frac{1}{2}) &= CA(m) \cdot E_y^n(i, j + \frac{1}{2}) - CB(m) \cdot J_y^n(i, j + \frac{1}{2}) \\
 &\quad - CB(m) \frac{H_z^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - H_z^{n+1/2}(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})}{\Delta x} \\
 H_z^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) &= CP(m) \cdot H_z^{n-1/2}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - CQ(m) \cdot K_z^{n-1/2}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) \\
 &\quad - CQ(m) \cdot \left[\frac{E_y^n(i + 1, j + \frac{1}{2}) - E_y^n(i + \frac{1}{2}, j - 1)}{\Delta x} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{E_x^n(i + \frac{1}{2}, j + 1) - E_x^n(i + \frac{1}{2}, j)}{\Delta y} \right]
 \end{aligned} \tag{3.4.19}$$

上式中 $CA(m)$ 、 $CB(m)$ 和 $CP(m)$ 、 $CQ(m)$ 与上面相同 J_x 、 J_y 和 K_z 的表达如下所示:

$$\begin{aligned}
 J_x^n(i+\frac{1}{2}, j) &= \frac{2-\Delta t\gamma_e}{2+\Delta t\gamma_e} J_x^{n-1}(i+\frac{1}{2}, j) + \frac{2\varepsilon_0\Delta t\omega_{pe}^2}{2+\Delta t\gamma_e} E_x^{n-1}(i+\frac{1}{2}, j) \\
 J_y^n(i, j+\frac{1}{2}) &= \frac{2-\Delta t\gamma_e}{2+\Delta t\gamma_e} J_y^{n-1}(i, j+\frac{1}{2}) + \frac{2\varepsilon_0\Delta t\omega_{pe}^2}{2+\Delta t\gamma_e} E_y^{n-1}(i, j+\frac{1}{2}) \\
 K_z^{n-1/2}(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}) &= \frac{2-\Delta t\gamma_m}{2+\Delta t\gamma_m} K_z^{n-3/2}(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}) \\
 &\quad + \frac{2\mu_0\Delta t\omega_{pm}^2}{2+\Delta t\gamma_m} H_z^{n-3/2}(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2})
 \end{aligned} \tag{3.4.20}$$

3.4.2 吸收边界条件

时域有限差分法是在计算机的数据存储空间对电磁波的传播过程在时间上进行数字模拟，由于计算机容量限制，FDTD 计算只能在有限区域进行，FDTD 网格将在某处被截断。FDTD 差分方程是中心差商的，也需要特别的适合于截断边界网格点计算的计算公式。因此必须采用一种截断边界网格点的特殊计算方法，能够保证边界场的计算精度，还能大大消除非物理因素引起的入射到截断边界的反射，使有限网格空间能够模拟电磁波在无限空间中的传播，并且允许计算网格空间的边界能更接近辐射源或散射体表面。这种算法就是吸收边界条 (Absorbing Boundary Conditions, ABCs)。

关于 ABCs 的研究一直是 FDTD 最活跃，也是最重要的研究领域。目前，比较常用的吸收边界条件分两类：一类是在边界求解不反射的微分方程而导出，以 Lindman, Mur, Liao, Bayliss-Turkel 吸收边界条件为代表。另一类是在截断边界设置一层假想的可以吸收入射波的衰减材料而导出的方法，称为完美匹配层 (Perfect Matched Layer, PML)。PML 由 Berenger 提出^[52-54]，是比较精确的吸收边界条件。它的主要思想是：在关心的计算区域外部引入一个新区域 (PML 区域)，在内外两个区域，电磁场满足不同形式的麦克斯韦方程，从而使得从内部向外传播的电磁波通过 PML 层时被充分吸收 (反射波充分小)，从而可以更好地模拟计算区域内的电磁场。具体思路就是通过在 FDTD 区域截断边界设置一种特殊的介质层，该层介质的波阻抗与相邻介质的波阻抗完全匹配，入射波将无反射地穿过分解面而进入 PML，当满足 $\frac{\sigma_e}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_m}{\mu_0}$ ，介质的波阻抗与真空的波阻

抗相等，即平面波垂直通过该介质与空气的交界面时不会产生反射，这就是匹配

层所要满足的条件。并且由于 PML 为有耗介质，进入 PML 层的透射波将迅速衰减，即使 PML 为有限厚度，对于入射波仍有很好的吸收效果。

1996年，Gedney从理论上提出了用单轴各向异性材料实现完全匹配层以吸收外向电磁波，并且证明了它与Berenger的完全匹配层在数学上是等效的^[55]。与Berenger的电磁分量分裂技术相比，Gedney的完全匹配层是基于麦克斯韦方程的，更便于理解和高效数值实现，而且Gedney完全匹配层不仅能够吸收传播模，也能同时吸收凋落模，这是原始Berenger完全匹配层难以完成的。

3.5 SPPs 的传输仿真结果

我们来计算一下在金属银表面的亚波长孔径的传输。利用孔径周围一系列的圆环产生的SPPs主要是为了增强传输。此结构如图3.6所示，是在300nm厚的金属银板上通过蚀刻得到。中央为半径150nm贯穿银板的孔，四个圆环分别蚀刻于银板的上下两个表面，厚度为60nm。

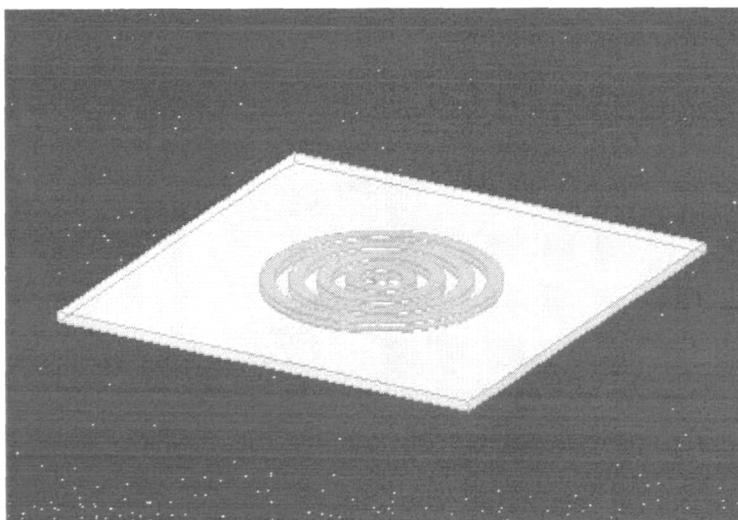


图3.6 金属银孔径结构

在 400—1000nm 的宽带 Total Field Scattered Field (TFSF)激励源自下而上的入射作用下，不同的角度入射得到如下的图形：

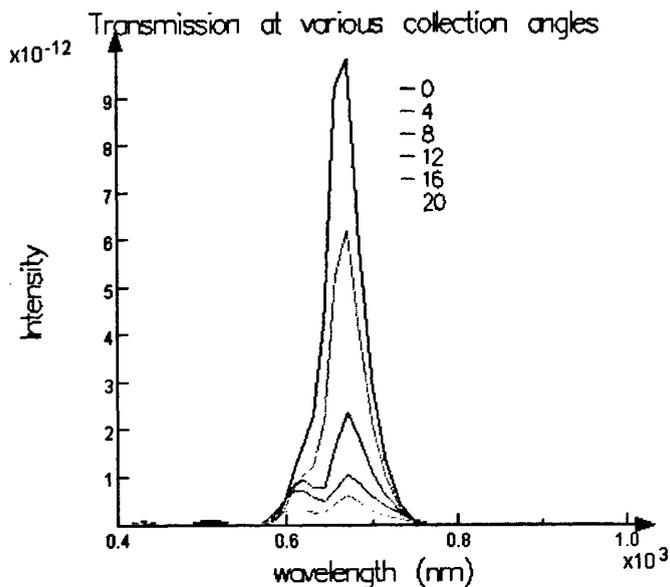


图3.7 不同入射角度的传输强度

随着入射角度的增大,传输的强度也越来越低,而且集中在在 600nm 到 750nm 的波长范围内。若去掉可以产生等离激元的圆环,在同样的条件下则可以产生如下的图形:

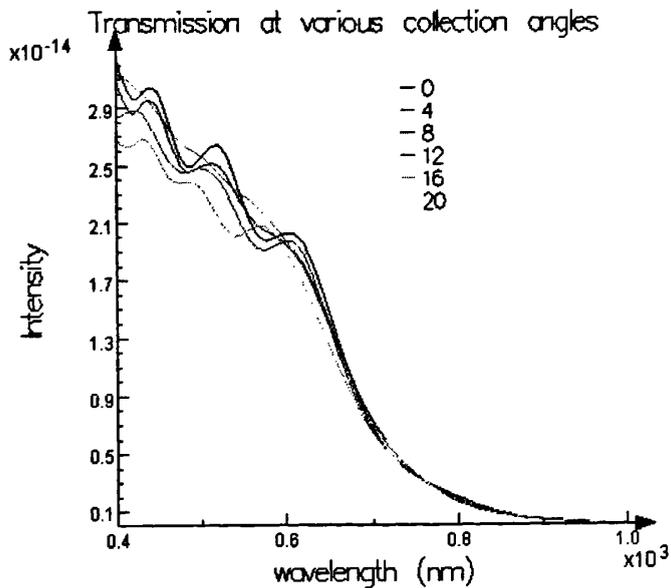


图3.8 没有圆环时不同入射角度的传输强度

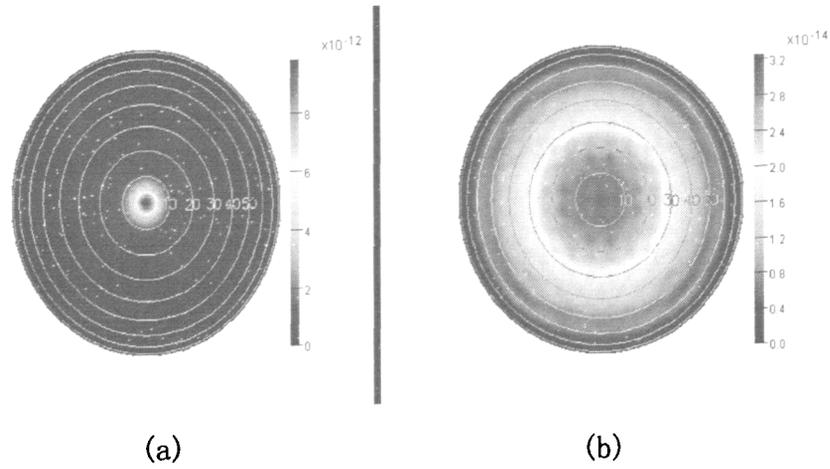


图 3.9 远场图

(a)为有圆环的远场投影 (b)为没有圆环的远场投影

由此可以看出，传输的峰值在 660nm 时，有圆环时为 $1e-11$ ，没有圆环为 $1.5e-14$ ，通过圆环产生的表面等离子激元增强了两个量级的传输。而且以上的远场图也表明了此效应，有圆环的时候在表面等离子激元的作用下强度高，且十分集中。

第四章 表面等离子激元波导与其产生的负折射现象

4.1 表面等离子激元波导简介

4.1.1 SPPs 波导简介

表面等离子激元波导主要有以下几种结构：金属纳米带结构^[56]，金属纳米颗粒结构^[57]，金属 V 型槽结构^[58]和折射率约束的波导^[59]，如图所示。

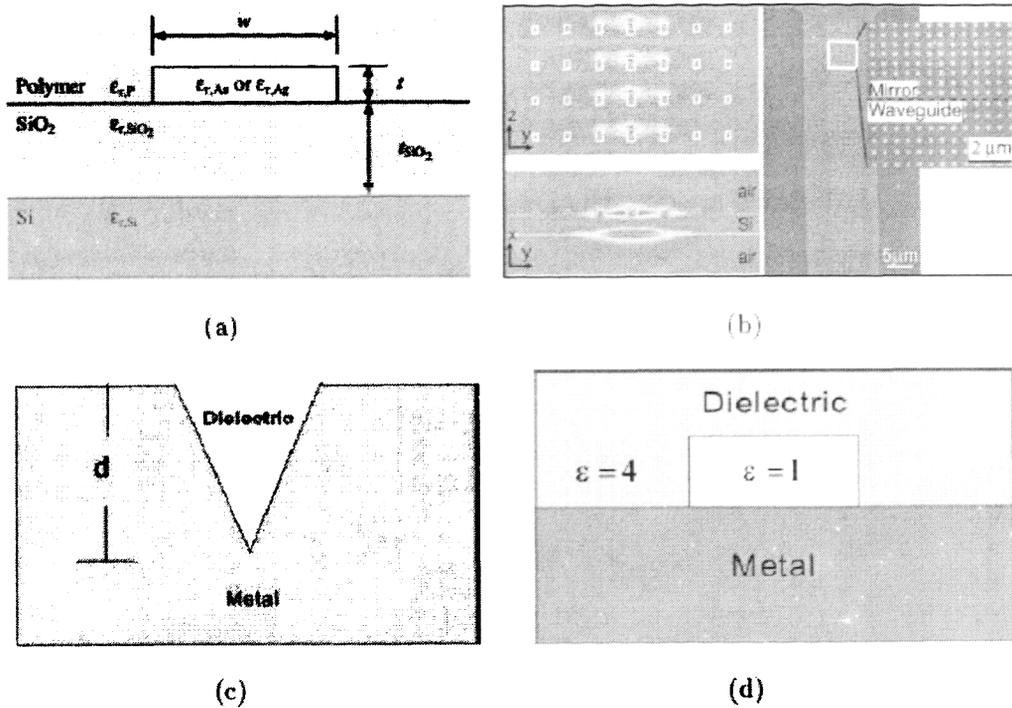


图 4.1 各种结构的表面等离子激元波导

(a) 金属纳米带波导 (b) 金属纳米颗粒波导

(c) 金属 V 型槽波导 (d) 折射率约束波导

金属纳米带结构的波导是最简单的一种波导，一般金属带的厚度是几十纳米，宽度约为 $1\ \mu\text{m}$ ，这样可以把光局限在 $1\ \mu\text{m}$ 的宽度内。金属纳米颗粒的波导可以减小金属的热损耗，因为金属的面积减小了。当颗粒之间的距离远小于波长时，表面等离子激元可以有效的从一个颗粒耦合到另一个颗粒，从而形成波导，然而，它对光线的约束不是很强，横向尺寸有几微米。金属 V 型槽结构波导能产生

比较强的约束，但损耗大，传输距离短。折射率约束的波导是根据金属—介质结构的色散特性，把光局限在低折射率的介质中传播，这种结构具有模式尺寸小，群速度小，带宽很宽等优点。

4.1.2 SPPs 色散关系分析

单层的金属/介电质(MD)结构是最简单的结构，如图所示：

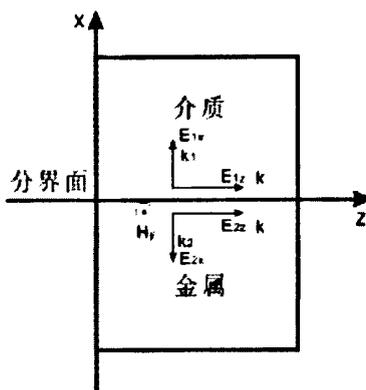


图4.2 MD结构示意图

在无限大的金属与介电质表面所产生的表面等离子激元是 TM 模式。在介质中，横向电场强度可以表示为：

$$E_{1x} = Ae^{-k_1 x'}(kz - \omega t) \quad (4.1.1)$$

在没有自由电荷的条件下，根据高斯散度定理：

$$\nabla \cdot D = \epsilon \nabla \cdot E = 0 \quad (4.1.2)$$

因为电场只有 x, z 分量：

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad (4.1.3)$$

由此得到介质中切向电场 E_{1z} 的表达式：

$$E_{1z} = \frac{k_1}{ik} E_{1x} = \frac{k_1}{ik} Ae^{-k_1 x'}(kz - \omega t) \quad (4.1.4)$$

同理可得金属中电场的表示形式：

$$\begin{aligned}
 E_{2x} &= A e^{-k_2 x'} e^{i(kz - \omega t)} \\
 E_{2z} &= \frac{k_2}{ik} E_{2x} = \frac{k_2}{ik} A e^{-k_2 x'} e^{i(kz - \omega t)}
 \end{aligned}
 \tag{4.1.5}$$

因为 E_{1x} 和 E_{2x} 只有相对幅度有意义，所以规定 E_{2x} 的幅度为 1，又根据边界条件：

$$E_{1z} |_{x=0} = E_{2z} |_{x=0}, D_{1z} |_{x=0} = D_{2z} |_{x=0}
 \tag{4.1.6}$$

可以得到：

$$A = \frac{\epsilon_m}{\epsilon_d} = \frac{k_2}{k_1}
 \tag{4.1.7}$$

由

$$k^2 \equiv k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\epsilon \omega^2}{c^2}
 \tag{4.1.8}$$

可得：

$$\begin{aligned}
 k_1^2 + k^2 &= \epsilon_d \frac{\omega^2}{c^2} \\
 k_2^2 + k^2 &= \epsilon_m \frac{\omega^2}{c^2}
 \end{aligned}
 \tag{4.1.9}$$

从而得到表面等离子激元的色散关系式：

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon_m \cdot \epsilon_d}{\epsilon_m + \epsilon_d}}
 \tag{4.1.10}$$

若不考虑金属的损耗，则对于 Drude 金属来说，有：

$$\epsilon_m = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}
 \tag{4.1.11}$$

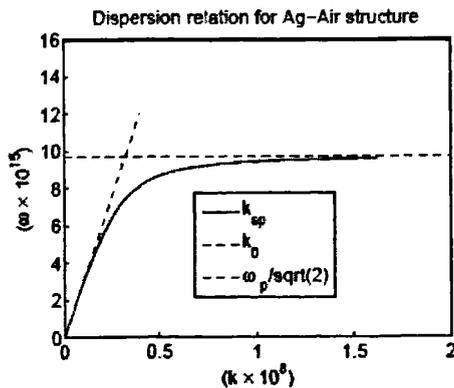


图4.3 银/空气结构的色散关系

4.2 纳米金属线结构的负折射分析与仿真

4.2.1 纳米金属线阵列的负等效介电系数

对于一维纳米金属线阵列，其等效介电系数 $\epsilon_{eff} = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2 - \omega_0^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + j\Gamma\omega} \right)$ [60],

其中 ω_p 为金属线阵列的等效等离子体频率，可近似 $\omega_p = \sqrt{2\pi / (\ln(a/r)\mu_0\epsilon_0)}$
 ω_0 为金属导体线周期阵列的谐振频率， Γ 表示自由电子间的碰撞引起的阻尼常数，可近似为 $\Gamma = \epsilon_0 a^2 \omega_p^2 / \pi r^2 \sigma$ ，其中 σ 为导线的电导率， a 为金属阵列的周期， r 为导体线的半径，当电磁波的频率大于金属导线周期阵列的谐振频率时，金属导线周期阵列结构的等效介电系数为负值。并且只有波矢量垂至于金属导线方向，电场平行于金属导线方向，且电磁波波长远远大于阵列周期时，上述模型才成立。我们建立如下的模型：

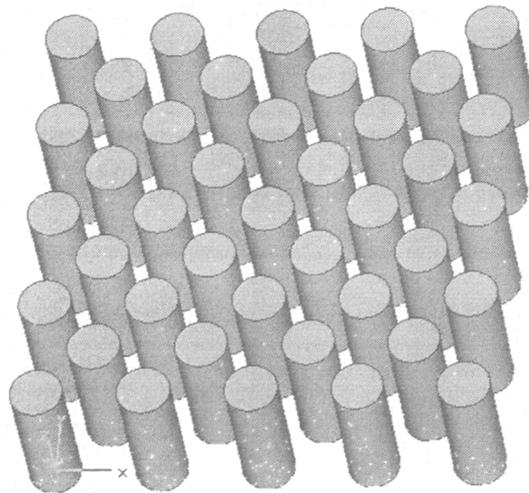


图4.4金属线阵列结构

其中 $a = 80nm$ ， $r = 20nm$ ，采用的金属为金，给结构加信号源，可以得到结构的反射与传输情况，如图所示：

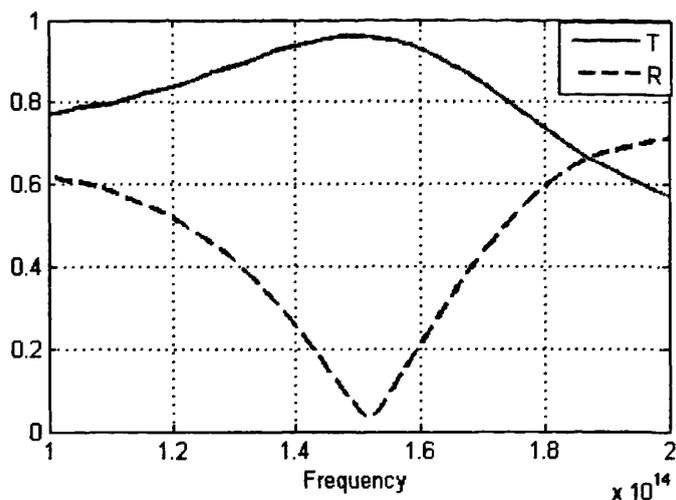


图4.5金属线阵列结构的反射与传输

利用纳米金属线产生表面等离激元有两个方面的原因会降低结构的传输率。首先是吸收损耗，这主要是局域化的等离子体共振引起的欧姆热效应，另一个原因就是阻抗匹配，其中阻抗 z 可以表示为 $z^2 = (z' + iz'') = \mu\epsilon^{-1}$ ，我们需要在两种介质的边界上实现阻抗匹配来消除反射。如果在负折射材料与空气之间的边界上有 $z' \rightarrow 1$ ， $z'' \rightarrow 0$ ，即可以判定为阻抗匹配。通过计算，可以得到归一化阻抗随频率的变化曲线，如图 4.6 所示：

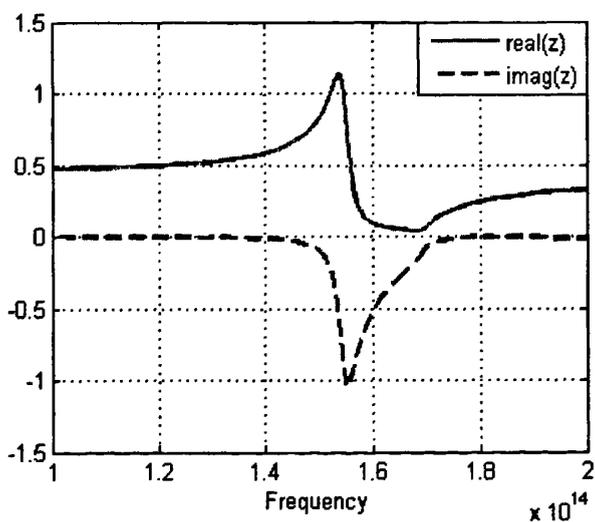


图 4.6 金属线阵列结构阻抗

在 150THz, 归一化阻抗 z 的实部趋向于 1, 虚部趋向于 0, 很好的实现了阻抗的匹配, 因此在此频率, 有最小的反射和最大的传输, 而且介电系数出现了负值。

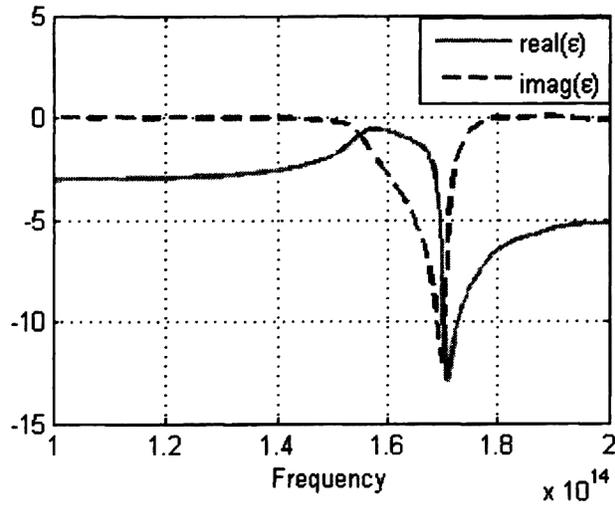


图4.7金属线阵列结构的介电系数

4.2.2 纳米金属对线的负折射现象

纳米金属对线在电磁波的作用下可以产生负折射的效应。两个金属柱分开的距离远小于波长, 而且横截面的尺寸也应该远小于波长与金属柱的长度。

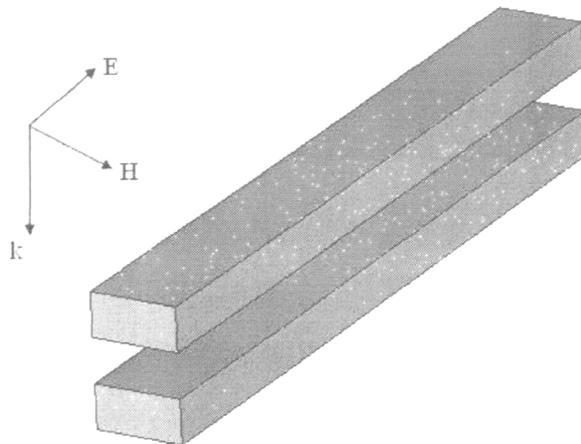


图4.8 纳米金属对线结构示意图

两个金属柱将会在其平行的电场作用下产生平行的感应电流。若电场的波

长大于电对称的耦合金属柱的双极性本征谐振波长时，感应电流与电场的相位为同相，反之为异相。磁场的方向垂至于金属柱的长度方向，这样会在两个金属柱中分别产生的电流平行相反。磁场响应表现为抗磁性或顺磁性取决于磁场的波长小于或大于电对称的耦合金属柱的双极性本征波长的情况。电场与磁场在相同的频率发生等离子体谐振。金属柱内反向平行的电流与两个金属柱两端的位移电流形成了电流环路，也就是电感，而两端的空隙则形成两个电容器，这样就产生了 LC 谐振环。在 TM 极化时，此种结构可以产生负折射。建立如下的模型，在折射率 $n=1.45$ 的衬底上放置 Au 柱，两层 Au 被折射率为 $n=1.534$ 的介质层隔离开来。

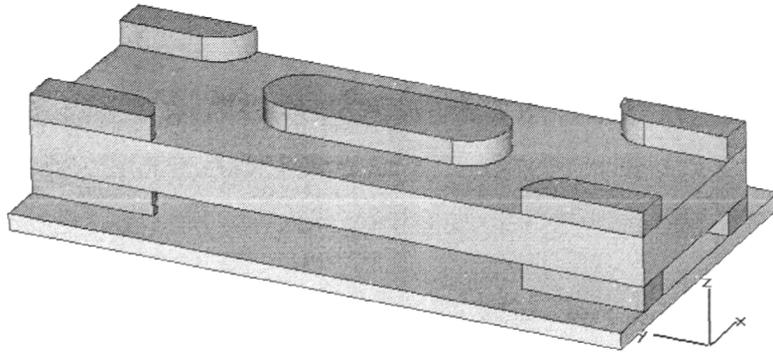


图4.9 纳米金属对线结构模型图

在电磁波的作用下，得到反射传输与阻抗的情况：

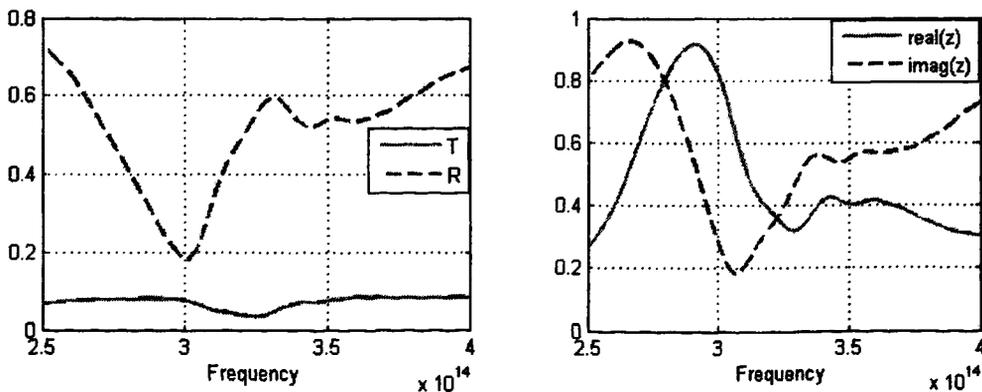


图4.10 纳米金属对线结构的反射、传输与阻抗

在 300THz 时，有最小的反射，也实现了较理想的阻抗匹配，在此谐振频率

的附近，介电系数与磁导率的实部均出现了负值。

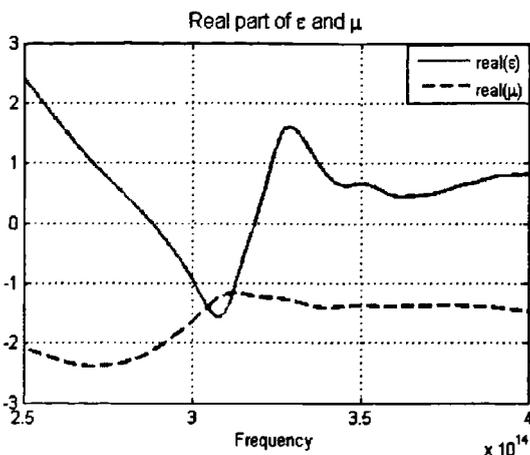


图4.11介电系数与磁导率的实部

对于纳米金属对线结构，介电系数与磁导率的谐振频率通常是分开的，要想使二者的谐振频率相同就需要合理选择结构的参数，例如更改介质层的厚度等来实现。

4.3 金属/介质/金属结构的负折射现象

MDM 结构是由两层金属之间夹着一层纳米量级的介质构成的，如下图所示：

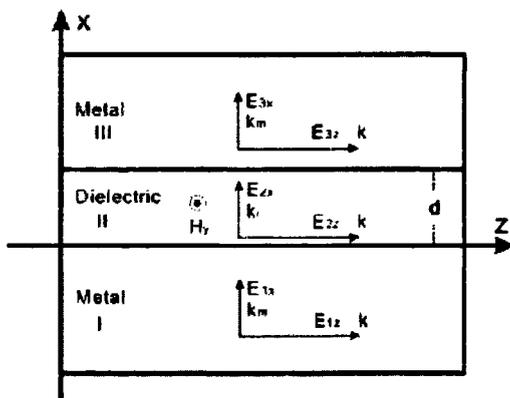


图4.12 MDM结构示意图

此结构可用于表面等离子激元波导,而且这样的平面结构制作工艺要比其他的结构简单的多,所以引起了人们的注意。由于电场强度 E 从介质表面到介质内部都是指数衰减的,所以,在图的三个区域中, E_x 分量的表达式如下所示:

$$\begin{aligned} E_{1x} &= e^{k_m x + i(kz - \omega t)} \\ E_{2x} &= B_1 e^{k_i x + i(kz - \omega t)} + B_2 e^{-k_i x + i(kz - \omega t)} \\ E_{3x} &= C e^{-k_m x + i(kz - \omega t)} \end{aligned} \quad (4.3.1)$$

由高斯定理,可以得到:

$$\begin{aligned} E_{1z} &= \frac{ik_m}{k} e^{k_m x + i(kz - \omega t)} \\ E_{2z} &= \frac{ik_i}{k} [B_1 e^{k_i x + i(kz - \omega t)} + B_2 e^{-k_i x + i(kz - \omega t)}] \\ E_{3z} &= \frac{ik_m}{k} C e^{-k_m x + i(kz - \omega t)} \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

代入边界条件:

$$\begin{aligned} E_{1z} &= E_{2z} \Big|_{x=0}, E_{2z} = E_{3z} \Big|_{x=d} \\ D_{1x} &= D_{2x} \Big|_{x=0}, D_{1x} = D_{2x} \Big|_{x=d} \end{aligned} \quad (4.3.3)$$

得到:

$$\begin{aligned} k_m &= k_i (B_1 + B_2) \\ k_m C e^{-k_m d} &= -k_i (B_1 e^{k_i d} - B_2 e^{-k_i d}) \\ \varepsilon_m &= \varepsilon_i (B_1 + B_2) \\ \varepsilon_m C e^{-k_m d} &= \varepsilon_i (B_1 e^{k_i d} - B_2 e^{-k_i d}) \end{aligned} \quad (4.3.4)$$

整理化简得:

$$e^{-k_d} = \frac{\varepsilon_m k_i + \varepsilon_i k_m}{\varepsilon_m k_i - \varepsilon_i k_m} \quad (4.3.5)$$

k_m, k_i, k, ω 之间有如下关系式:

$$\begin{aligned} k_m^2 &= k^2 - \frac{\varepsilon_m \omega^2}{c^2} \\ k_i^2 &= k^2 - \frac{\varepsilon_i \omega^2}{c^2} \end{aligned} \quad (4.3.6)$$

所以式子 (4.3.5) 为 MDM 结构的色散关系,这是一个关于 k 和 ω 的复合函数,可以用数值方法求解。对于金属,介电常数可以用如下的 Drude 模型表示:

$$\varepsilon_m = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (4.3.7)$$

我们对具体的结构进行分析,是采用了磁场垂直于电磁波传播方向的 TM 极化模式。对于单一的金属-介质界面,表面等离子激元存在的频率范围低于 $\omega_{sp\ air} = \omega_p / \sqrt{2}$, 而在 MDM 结构的介质区域中有三个频带模式。在 $k_z \rightarrow \infty$ 时,前两个频带趋向于 $\omega_{spdie} = \omega_p / \sqrt{1 + \varepsilon_d}$, 其中, ε_d 是介质的介电系数。对于第二个频带,在 $k_z = 0$ 时,频率依赖于介质层的厚度,当 $d < \frac{\lambda_p}{4} \cdot \frac{\sqrt{1 + \varepsilon_d}}{\varepsilon_d}$ ($\lambda_p = 2\pi c / \omega_p$) 时,频率大于 ω_{spdie} 的值,频带得到了一个负的斜率和负的群速度。对于 MDM 结构,负群速度与模式的负能量流动有关。Poynting 矢量总是在通过金属-介质的界面时改变符号,位移场在界面上是正常连续的,金属区域的介电系数就出现了负值,结果使金属内的 Poynting 矢量与相速度相反。正确的选择介质层的厚度,MDM 结构就可以利用表面等离子激元的传播作为平板透镜。

我们来对 MDM 结构的传输进行仿真,建立如下图的同质的 MDM 结构模型:

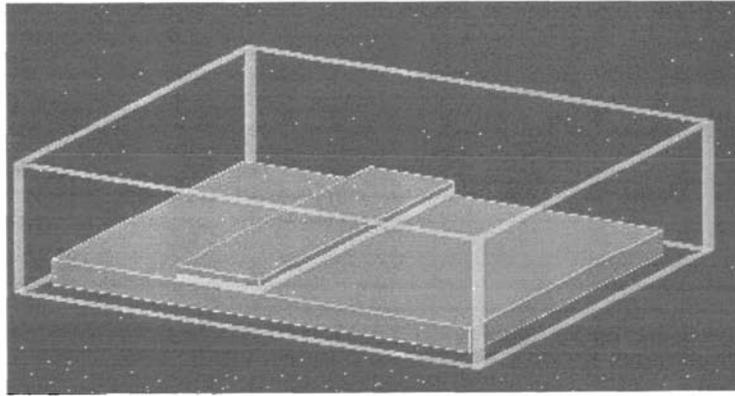


图 4.13 MDM 结构模型图

在金属银板上加介电系数为 4 厚度为 30nm 的电介质,其上再加相同厚度的银薄层,介质上下的银采用 Drude 模型, $\varepsilon_\infty = 8.926$, $\omega_p = 17.5929e15Hz$, $\nu_c = 0.3085e15Hz$, 底层银尺寸为 1000nm×800nm,在频率为 900T 的激励源作用下,得到 Hz 场分量在 xy 平面的分布情况:

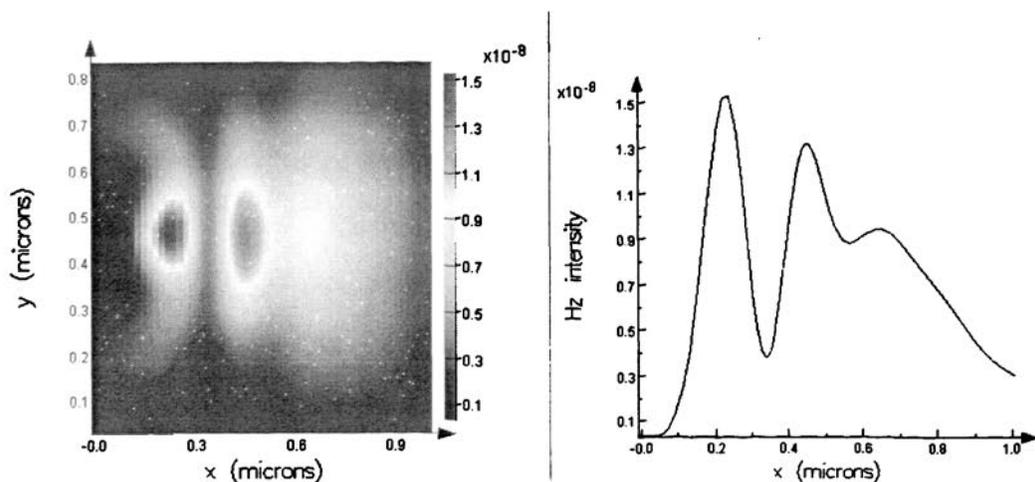


图4.14 MDM结构的场分布

可以看出，在结构内部和结构外部分别产生了激励源的像,右图为在 $y=450\text{nm}$ 的平面上，Hz 强度随 x 轴变化的图像。由于金属的吸收会产生欧姆热效应，所以强度振幅会随着传播而逐渐减小。在 x 平面内，仍然可以看到表面等离激元的存在，而此时能量集中在上下两层金属之间，图中所示的为 E_z 分量：

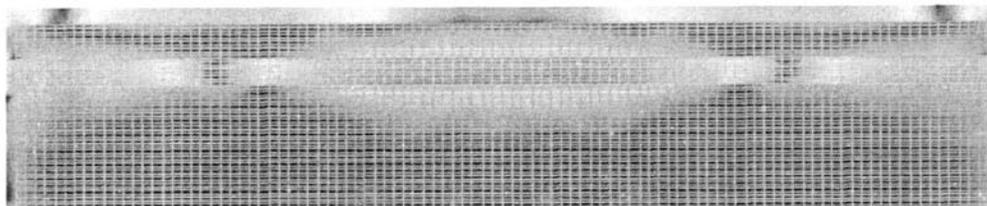


图 4.15 x 平面内的的 E_z 场分布

结构的反射与传输情况如下图所示：

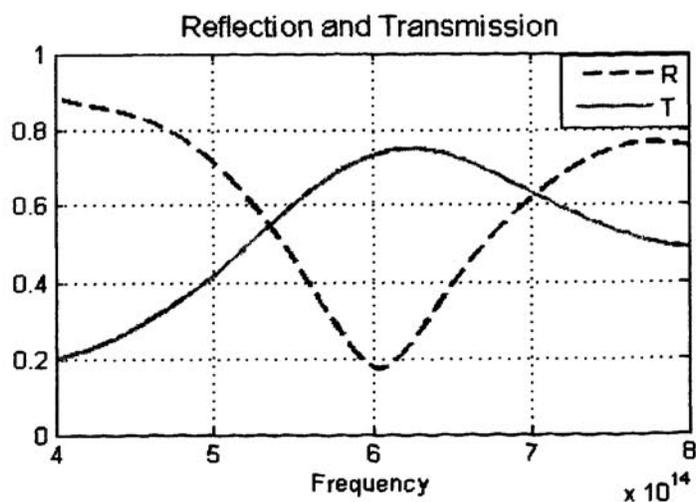


图 4.16 MDM 结构的反射与传输

通过反射与传输情况，我们可以得到结构的介电系数与磁导率：

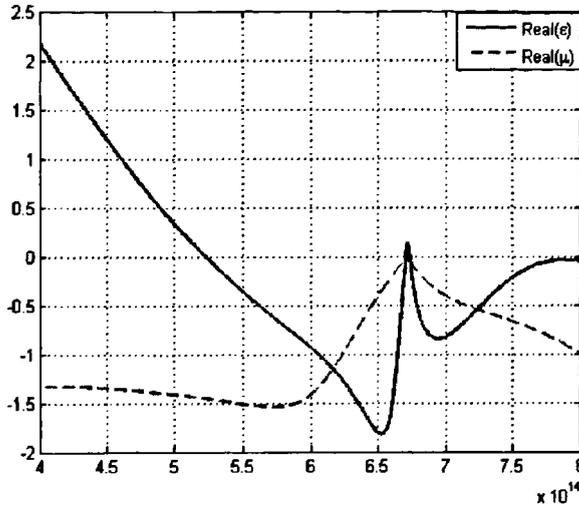


图4.17 MDM结构的介电系数与磁导率实部

由图可以看出，在大于 525THz 的频段，结构中出现了介电系数与磁导率的实部同时为负值的情况，由此可以判断此种结构可以作为复折射率材料。若将上层的银换成金，则构成异质的 MDM 结构，同样的条件下可以得到结构的反射与传输，反射的最小点的频率发生了偏移。

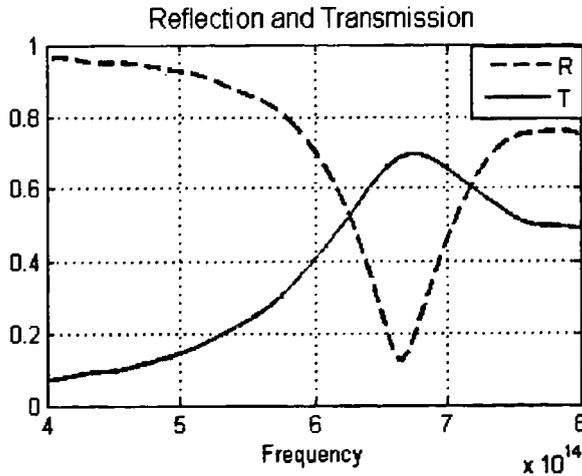


图4.18 异质MDM结构的反射与传输

在反射的最小位置，仍然有较好的阻抗匹配，阻抗的实部 $z' \rightarrow 1$ ，而虚部 $z'' \rightarrow 0$ 。

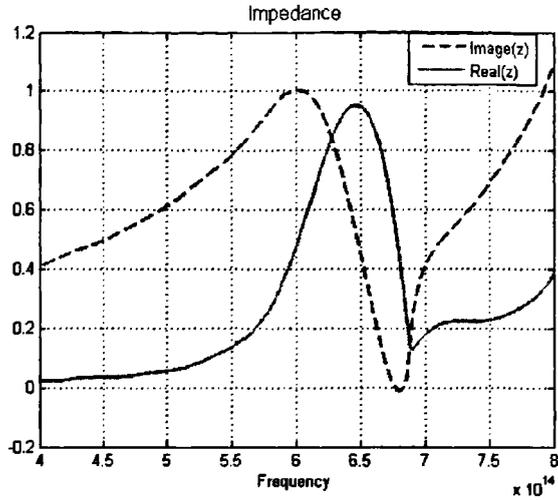


图4.19 异质MDM结构阻抗

在谐振点附近，介电系数与磁导率均出现了负值的情况。

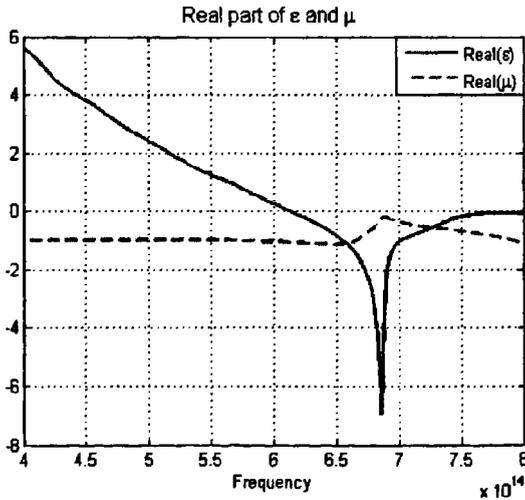


图4.20 异质MDM结构的介电系数与磁导率

多层的 MDM 就构成了纳米金属阵列波导。我们来看一个可以通过耦合产生表面等离子激元的二维的金属波导，对此进行电磁场分析。波导结构如图所示：

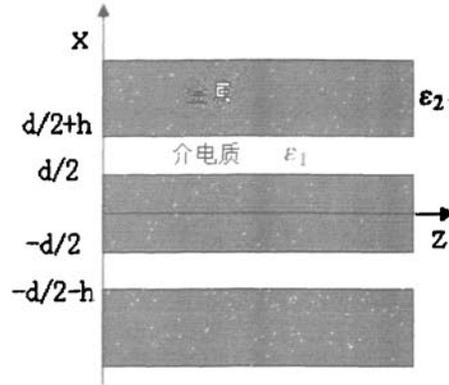


图4.21 纳米金属阵列波导结构示意图

其中 d 为金属层的厚度, h 为介电质层的厚度, ε_1 , ε_2 分别代表介电质与金属的相对介电系数。SPPs 模的横向磁场分量 H_y , 可以由如下的式子来表示:

$$H_y = \begin{cases} A_0 e^{-p(x-h-d/2)} & x > h+d/2 \\ B_0 e^{k(x-h-d/2)} + C_0 e^{-k(x-d/2)} & d/2 < x < d/2+h \\ D_0 e^{p(x-d/2)} + E_0 e^{-p(x+d/2)} & -d/2 < x < d/2 \\ F_0 e^{k(x+d/2)} + G_0 e^{-k(x+h+d/2)} & -d/2-h < x < -d/2 \\ H_0 e^{p(x+h+d/2)} & x < -d/2-h \end{cases} \quad (4.3.8)$$

其中 $k = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \varepsilon_1}$ 和 $p = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \varepsilon_2}$ 分别是 SPPs 在介电质 (ε_1) 与金属 (ε_2) 中沿 x 轴的横向传播常数, β 与 k_0 则是 SPPs 在沿 z 轴方向与光在真空中的传播常数。

A_0 , B_0 , C_0 , D_0 , E_0 , F_0 , G_0 , H_0 分别是 SPPs 在不同的界面的模式振幅。

根据边界条件, H_y 必须在界面上连续, 可得:

$$\begin{aligned} A_0 &= B_0 + C_0 e^{-kh} \\ B_0 e^{-kh} + C_0 &= D_0 + E_0 e^{-pd} \\ E_0 + D_0 e^{-pd} &= G_0 e^{-kh} + F_0 \\ F_0 e^{-kh} + G_0 &= H_0 \end{aligned} \quad (4.3.9)$$

同理, 可以得到另一个 E_z 分量的表达式, 然后同 H_y 分量比较, 得到 SPPs 的色散关系式:

$$\frac{1-b}{1+b} = \pm e^{dp} \quad (4.3.10)$$

其中：

$$b = \frac{[\varepsilon_2 k + \varepsilon_1 p - (\varepsilon_2 k - \varepsilon_1 p)e^{-2kh}] \varepsilon_2 k}{[\varepsilon_2 k + \varepsilon_1 p - (\varepsilon_2 k - \varepsilon_1 p)e^{-2kh}] \varepsilon_1 p} \quad (4.3.11)$$

为了进行进一步模拟，我们建立了如下图所示的是三维模型：

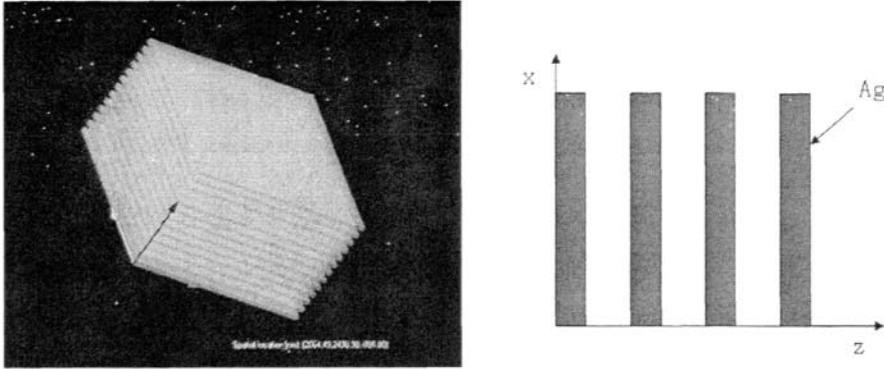


图4.22 纳米金属阵列波导结构模型

在真空中有一系列银平板，尺寸为 $1\mu\text{m} \times 1\mu\text{m}$ ，银厚度为 20nm ，每两层之间的距离是 30nm ，银用 Drude 模型，采用的 FDTD 网格是 $10\text{nm} \times 10\text{nm} \times 5\text{nm}$ ，在中心频率为 500THz 的电磁波作用下，通过计算，可以得到如下的电场强度与磁场强度在 $z=335\text{nm}$ 平面的传播情况：

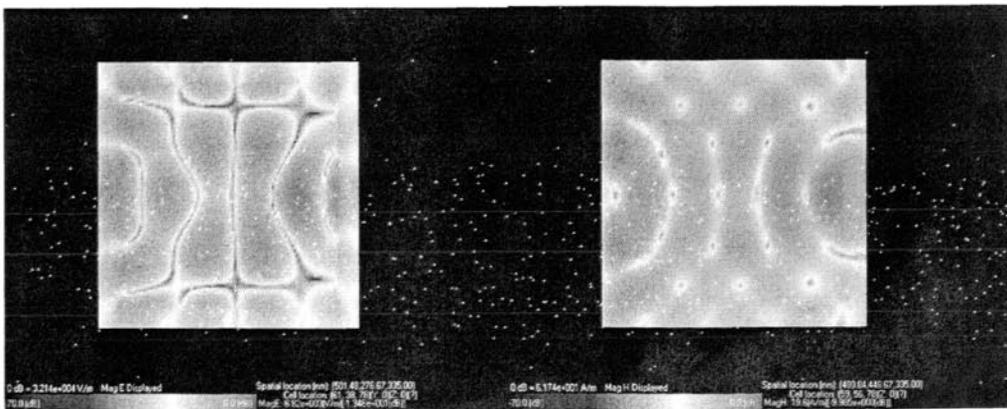


图 4.23 纳米金属阵列波导结构仿真结果

可以看到，通过 SPPs 的耦合作用，在波导的另一侧，出现了激励源的像，由此，这种结构可以出现平板成像的效应，由前面的条件判断，可以得知此为负折射现象。

第五章 结论

本文首先介绍了负折射材料的概念,研究历史,以及相关的研究背景和制备此种新型材料的重要价值。目前的有成功开展的实验验证都是在微波波段进行的。由于在纳米尺度上的加工技术和光的耦合及探测技术的限制,还没有进行到可见光的范围。由于表面等离子激元可以突破衍射极限,将光的传播局限在很小的范围,甚至可以小于光的波长,因此可以将光器件的尺寸缩小至纳米的范围之内,利用表面等离子激元波导,就可以产生在光波段的负折射现象。因此在本文第三章对表面等离子激元进行了阐述,介绍了表面等离子激元的相关概念,以及应用,同时介绍了本文采用的数值分析方法 FDTD 与仿真采用的金属模型,通过引入色散模型,避免了仿真程序在迭代过程中由于直接定义介电常数与磁导率为负值而出现的不稳定现象,实现了 FDTD 法对负折射材料的计算。第四章为本文重点,通过仿真分析了表面等离子激元的传播情况与特性,由此利用其传输特性,可以构建在亚波长产生负折射的结构,并对金属线阵列,金属对线结构,MDM 结构进行了理论分析与模拟仿真,通过合理的设置可以出现负折射现象,可作为潜在的负折射材料。特别是 MDM 结构,由于采用金属材料的平板设计,此种负折射材料的制作相对简单,而且尺寸小,达到了纳米量级,甚至结构的尺寸可以小于波长,这是像光子晶体等结构所不能达到的,因此可以更好的发挥负折射材料的特殊作用。特别是可以用于光波段,可以使光器件的尺寸进一步减小,使负折射现象得以在光频段实现。

自从负折射率材料这种概念得到人们的重视以来,关于负折射的研究就得到突飞猛进的发展,而且不断向各个领域渗透。可以说,目前负折射率材料这一概念已经不仅仅只折射率为负的材料本身,它代表的是一大类可能存在但被人们忽略的物质,因此对已有电磁理论重新检验以使之适应电磁参数可能取负值仍然是目前研究的一个热点和方向,同时,由于越来越多的负折射率材料相关的新的特性被发现,关于它的应用的研究也越来越得到人们的重视。同时制备实际的负折射率材料也是目前学术界的一个非常重要的研究内容。由于时间和条件所限,我们只通过理论分析和数

值模拟讨论了利用表面等离激元产生负折射的情况，没有能够进行实验。若综合了负折射与表面等离激元这两大新兴领域的新型材料能够进行产业化生产，对于光电集成、光子集成、光通讯领域将会产生深远的影响。

参考文献

- [1] Veselago VG. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]Sov. Phys. Usp, 1968, 10(509-14)
- [2] Pendry JB. Negative Refraction Makes a Perfect Lens [J]Physical Review Letters, 2000, 85(18): 3966-9
- [3] Pendry JB, Holden AJ, DJ Robbins, and WJ Stewart, "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena" [J]IEEE Trans. Microwave Theory Tech, 1999, 47(2075-84)
- [4] Grbic A, Eleftheriades GV. Dispersion analysis of a microstrip-based negative refractive index periodic structure [J]Microwave and Wireless Components Letters, IEEE [see also IEEE Microwave and Guided Wave Letters], 2003, 13(4): 155-7
- [5] Hu X, Shen Y, Liu X, et al. Superlensing effect in liquid surface waves [J]Physical Review E, 2004, 69(3): 30201
- [6] Zhang X, Liu Z. Negative refraction of acoustic waves in two-dimensional phononic crystals [J]Applied Physics Letters, 2004, 85(341)
- [7] Yang S, Page JH, Liu Z, et al. Focusing of Sound in a 3D Phononic Crystal [J]Physical Review Letters, 2004, 93(2): 24301
- [8] Imamura K, Tamura S. Negative refraction of phonons and acoustic lensing effect of a crystalline slab [J]Physical Review B, 2004, 70(17): 174308
- [9] Li J, Chan CT. Double-negative acoustic metamaterial [J]Physical Review E, 2004, 70(5): 55602
- [10] Kosaka H, Kawashima T, Tomita A, et al. Superprism phenomena in photonic crystals [J]Physical Review B, 1998, 58(16): 10096-9
- [11] Notomi M. Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals: Refractionlike behavior in the vicinity of the photonic band gap [J]Physical Review B, 2000, 62(16): 10696-705
- [12] Barnes WL, Dereux A, Ebbesen TW. Surface plasmon subwavelength optics

- [J]NATURE, 2003, 424(824-30)
- [13] Rachford FJ, Smith DL, Loschialpo PF, et al. Calculations and measurements of wire and/or split-ring negative index media [J]Physical Review E, 2002, 66(3): 36613
- [14] Grbic A, Eleftheriades GV. Experimental verification of backward-wave radiation from a negative refractive index metamaterial [J]Journal of Applied Physics, 2002, 92(5930)
- [15] t Hooft GW. Comment on “Negative Refraction Makes a Perfect Lens” [J]Physical Review Letters, 2001, 87(24): 249701
- [16] Williams JM. Some Problems with Negative Refraction [J]Physical Review Letters, 2001, 87(24): 249703
- [17] Garcia N, Nieto-Vesperinas M. Left-Handed Materials Do Not Make a Perfect Lens [J]Physical Review Letters, 2002, 88(20): 207403
- [18] Pendry J. Pendry Replies [J]Physical Review Letters, 2001, 87(24): 249702
- [19] Ye Z. Optical transmission and reflection of perfect lenses by left handed materials [J]Physical Review B, 2003, 67(19): 193106
- [20] Webb KJ, Yang M, Ward DW, et al. Metrics for negative-refractive-index materials [J]Physical Review E, 2004, 70(3): 35602
- [21] Melville DOS, Blaikie RJ, Wolf CR. Submicron imaging with a planar silver lens [J]Applied Physics Letters, 2004, 84(4403)
- [22] Zhang X. Image resolution depending on slab thickness and object distance in a two-dimensional photonic-crystal-based superlens [J]Physical Review B, 2004, 70(19): 195110
- [23] Pendry JB, Ramakrishna SA. Refining the perfect lens [J]Physica B: Physics of Condensed Matter, 2003, 338(1-4): 329-32
- [24] Cubukcu E, Aydin K, Ozbay E, et al. Subwavelength Resolution in a Two-Dimensional Photonic-Crystal-Based Superlens [J]Physical Review Letters, 2003, 91(20): 207401
- [25] Gralak B, Enoch S, Tayeb G. Anomalous refractive properties of photonic

- crystals [J]Journal of the Optical Society of America A, 2000, 17(6): 1012-20
- [26] Chien HT, Tang HT, Kuo CH, et al. Directed diffraction without negative refraction [J]Physical Review B, 2004, 70(11): 113101
- [27] Parimi PV, Lu WT, Vodo P, et al. Negative Refraction and Left-Handed Electromagnetism in Microwave Photonic Crystals [J]Physical Review Letters, 2004, 92(12): 127401
- [28] Hu X, Chan CT. Photonic crystals with silver nanowires as a near-infrared superlens [J]Applied Physics Letters, 2004, 85(1520)
- [29] Luo C, Johnson S, Joannopoulos J, et al. Negative refraction without negative index in metallic photonic crystals [J]Optics Express, 2003, 11(7): 746-54
- [30] Zhang X. Tunable non-near-field focus and imaging of an unpolarized electromagnetic wave [J]Physical Review B, 2005, 71(23): 235103
- [31] Eleftheriades GV, Iyer AK, Kremer PC. Planar negative refractive index media using periodically LC loaded transmission lines [J]Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, 2002, 50(12): 2702-12
- [32] Siddiqui OF, Mojahedi M, Eleftheriades GV. Periodically loaded transmission line with effective negative refractive index and negative group velocity [J]Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, 2003, 51(10): 2619-25
- [33] Liu L, Caloz C, Chang CC, et al. Forward coupling phenomena between artificial left-handed transmission lines [J]Journal of Applied Physics, 2002, 92(5560)
- [34] Grbic A, Eleftheriades GV. Overcoming the Diffraction Limit with a Planar Left-Handed Transmission-Line Lens [J]Physical Review Letters, 2004, 92(11): 117403
- [35] Raether H. Surface plasmons on smooth and rough surfaces and on gratings 1988,
- [36] 顾本源. 表面等离子体亚波长光学原理和新型效应 [J]物理, 2007, 04
- [37] Ebbesen TW, Lezec HJ, Ghaemi HF, et al. sub-wavelengthhole arrays [J]NATURE, 1998, 391(667)
- [38] Lezec HJ, Degiron A, Devaux E, et al. Beaming Light from a Subwavelength Aperture. 2002:820-2.

- [39] Thio T, Pellerin KM, Linke RA, et al. Enhanced light transmission through a single subwavelength aperture [J]Optics Letters, 2001, 26(24): 1972-4
- [40] Caglayan H, Bulu I, Ozbay E. Extraordinary grating-coupled microwave transmission through a subwavelength annular aperture [J]Optics Express, 2005, 13(5): 1666-71
- [41] Fang N, Lee H, Sun C, et al. Sub-Diffraction-Limited Optical Imaging with a Silver Superlens. American Association for the Advancement of Science, 2005:534-7.
- [42] Okamoto K, Niki I, Scherer A, et al. Surface plasmon enhanced spontaneous emission rate of InGaV GaN quantum wells probed by time-resolved photoluminescence spectroscopy [J]Applied Physics Letters, 2005, 87(071102)
- [43] Yee KS. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media [J]IEEE Trans. Antennas Propagat, 1966, 14(3): 302-7
- [44] Gai H, Wang J, Tian Q. Modified Debye model parameters of metals applicable for broadband calculations [J]Applied Optics, 2007, 46(12): 2229-33
- [45] Correia D, Jin JM. 3 D-FDTD-PML analysis of left-handed metamaterials [J]Microwave and Optical Technology Letters, 2004, 40(3): 201-5
- [46] Ziolkowski RW, Heyman E. Wave propagation in media having negative permittivity and permeability [J]Physical Review E, 2001, 64(5): 56625
- [47] Ziolkowski RW. Superluminal transmission of information through an electromagnetic metamaterial [J]Physical Review E, 2001, 63(4): 46604
- [48] Winton SC, Kosmas P, Rappaport CM. FDTD simulation of TE and TM plane waves at nonzero incidence in arbitrary Layered media [J]Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, 2005, 53(5): 1721-8
- [49] Inen MK, Maslovski SI. Wave propagation, refraction, and focusing phenomena in lorentzian double-negative materials: A theoretical and numerical study [J]Microwave and optical technology letters(Print), 2003, 37(1): 4-7
- [50] Feise MW, Kivshar YS. Sub-wavelength imaging with a left-handed material flat

- lens [J]Physics Letters A, 2005, 334(4): 326-30
- [51] Kunz KS, Luebbers RJ. The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics: CRC Press, 1993.
- [52] Berenger JP. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. Accepted for publication in J. of Comp. Physics, 1994.
- [53] Berenger JP. Three-dimensional perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves [J]Journal of Computational Physics, 1996, 127(2): 363-79
- [54] Berenger JP. Perfectly matched layer for the FDTD solution of wave-structureinteraction problems [J]Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, 1996, 44(1): 110-7
- [55] Gedney SD. An anisotropic perfectly matched layer-absorbing medium for the truncation of FDTD lattices [J]Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, 1996, 44(12): 1630-9
- [56] Berini P, Charbonneau R, Lahoud N, et al. Characterization of long-range surface-plasmon-polariton waveguides [J]Journal of Applied Physics, 2005, 98(043109)
- [57] Maier SA, Friedman MD, Barclay PE, et al. Experimental demonstration of fiber-accessible metal nanoparticle plasmon waveguides for planar energy guiding and sensing [J]Applied Physics Letters, 2005, 86(071103)
- [58] Bozhevolnyi SI, Volkov VS, Devaux E, et al. Channel Plasmon-Polariton Guiding by Subwavelength Metal Grooves [J]Physical Review Letters, 2005, 95(4): 46802
- [59] Karalis A, Lidorikis E, Ibanescu M, et al. Surface-Plasmon-Assisted Guiding of Broadband Slow and Subwavelength Light in Air [J]Physical Review Letters, 2005, 95(6): 63901
- [60] Pendry JB, Holden AJ, Robbins DJ, et al. Low frequency plasmons in thin-wire structures [J]J. Phys.: Condens. Matter, 1998, 10(22): 4785-809

致 谢

衷心感谢我的导师孔凡敏老师，在我攻读硕士学位的三年时间里，孔老师给了我很大的指导与帮助。他严谨的治学态度，孜孜以求，锲而不舍的学术精神，饱满的工作热情深深的感染了我，从他身上看到了可以真正称为为人师表的学者风范。在学习中，孔老师对我悉心指导，严加督促，使我学到了丰富的理论知识与经验，得到了很多启发，这些都是以后工作学习中宝贵的财富。在生活上孔老师也给了我热情的关怀与帮助。

衷心感谢李康老师，他做事认真，学术知识丰富，工作生活态度积极乐观，不论在学术还是工作以及生活方面都给了我很大的启迪，对于以后如何把握人生方向也从李老师这里得到了很多启示。

感谢我的同学们王彦东，杜刘革，李高倩，李美娟……在平日的学习中大家一起探讨交流，使我学到了很多知识。感谢付勇师兄，在我写论文期间给予我无私的帮助。

感谢我的亲人与朋友一直以来对我的关怀与支持，使我能够安心的学习与工作。

李 林