

论文题目：阵列感应测井的井眼校正研究

专 业：测试计量技术及仪器

硕 士 生：唐 俊(签名) 唐 俊

指导教师：仵 杰(签名) 仵 杰

### 摘 要

阵列感应测井是目前最重的电阻率测井方法之一，国内正在研究 MIT 阵列感应测井仪器。MIT 中，有四个短线圈距离的子阵列，受井眼影响十分严重，导致信号合成处理产生错误的结果，因此井眼校正是 MIT 阵列感应测井测量信号处理的重要组成部分。本文分三部分研究了 MIT 阵列感应测井的井眼校正方法和偏心导电圆环对测井仪器的影响。

第一部分首先建立井眼校正物理数学模型，然后运用偏心几何因子理论和有限元法分析不同井眼参数（井径、偏心、泥浆电导率和地层电导率）时的井眼模型响应。分析指出在泥浆电导率与地层电导率小于  $1\text{S/m}$  时，偏心几何因子计算仪器响应的误差不大，但井眼电导率与地层电导率高时偏心几何因子计算仪器响应会出现错误结果，必须使用有限元计算方法。最后在建立井眼模型数据库基础上，研究了井眼模型响应的快速计算方法，开发出了相应的计算软件。

第二部分详细研究井眼模型参数反演理论。运用 Marquardt 法实现井眼模型参数反演算法，设计实现了井眼校正软件。几种典型模型的井眼校正测试表明 Marquardt 法能解决迭代方程的奇异性和病态问题，基于 Marquardt 法的井眼模型参数反演和井眼校正程序能有效消除测井数据中的井眼影响。

第三部分数值计算分析了偏心导电圆环对测井仪器的影响，计算结果对仪器调试和刻度以及测井时井眼周围高导电介质的侵入影响解释具有指导意义。

本文研究内容将为阵列感应测井仪器 MIT 的井眼校正处理以及仪器刻度提供理论依据，其思路方法可用于其它阵列感应测井仪器。

关键词：井眼校正；阵列感应测井；反演；偏心几何因子；Marquardt 法

论文类型：应用研究

**Subject :** A Study on Borehole Correction of Array Induction Logging

**Specialty:** Technology & Instruments of Test and Measurement

**Name :** Tang Jun (signature) Tang Jun

**Instructor:** Wu Jie (signature) Wu Jie

### ABSTRACT

The array induction logging is an important resistivity measurement tool at time being. Our country is studying a kind of array induction logging tool (MIT). In MIT, the four short sub-arrays are influenced by borehole seriously. It makes the next signal process wrong result. Therefore, borehole correction is an important part of array induction logging signal process. In the thesis, the borehole correction method and the effect of offset conductive loop on tool response are studied.

In the first part, the mathematic and physic model of borehole correction are built at beginning. Then, the responses of borehole model in the different borehole parameter (borehole radius, eccentric ratio, mud conductivity and formation conductivity) are analyzed using the eccentric geometric factor theory and FEM. The results show that the error of eccentric geometric factor is small when mud conductivity and formation conductivity are less than 1S/m. Other case, the error will become great, FEM is necessary. Finally, based on borehole correction data base, the method of fast computing the response of borehole model is studied, and its computation software is developed.

The second part shows in detail that the inversion theory of the borehole parameters (borehole radius, eccentric ratio, mud conductivity and formation conductivity). In the inversion, the Marquardt method is used, and borehole correction algorithm is designed. The several typical model demonstrate that the Marquardt method can solve the question about singularity or morbidity of iteration equation, and borehole correction program based Marquardt method can effectively remove borehole influence on logging data.

In the third part, the influence characteristic of the array induction signal generated by an eccentric conductive ring is studied. Its numeric calculation results have the leading meaning to instrument testing, calibration and explanation for the invasion influence by high conducting mud around well while logging.

The above conclusions will provide the theory support for the borehole correction and instrument calibration of MIT. The way also can be used to other array induction logging tool.

**Keywords:** Borehole Correction, Array Induction Logging, Inversion,

**Eccentric Geometric Factor, Marquardt Method**

**Thesis:** Application

## 学位论文创新性声明

本人声明所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢中所罗列的内容以外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果；也不包含为获得西安石油大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中做了明确的说明并表示了谢意。

申请学位论文与资料若有不实之处，本人承担一切相关责任。

论文作者签名：唐俊

日期：2006年5月18日

## 学位论文使用授权的说明

本人完全了解西安石油大学有关保留和使用学位论文的规定，即：研究生在校攻读学位期间论文工作的知识产权单位属西安石油大学。学校享有以任何方法发表、复制、公开阅览、借阅以及申请专利等权利。本人离校后发表或使用学位论文或与该论文直接相关的学术论文或成果时，署名单位仍然为西安石油大学。

论文作者签名：唐俊

日期：2006年5月18日

导师签名：仵杰

日期：2006年5月18日

## 第一章 绪论

石油钻井和油气开采生产要了解油气储集层的信息<sup>[1]</sup>。测井是获得储层资料的重要手段之一。通过不同的测井方法可以获取岩石骨架和孔隙流体的各种物理性质,如岩性、孔隙度、泥质含量、水和油气的饱和度、油气类型等<sup>[2]</sup>。

遗憾的是,上面这些岩石物理参数没有一个可以直接测量,而只能从地层其他参数的测量结果间接得到。目前的测量技术可以测量诸如岩石的电阻率、体积密度、自然电位、自然放射线等物理参数。这样,测井分析家通过测井解释就能把这些可测量的参数转换成所希望得到的岩石物理参数,如孔隙度、渗透率、饱和度、储量、岩石性质等。

对储层评价来说,地层含烃饱和度是一个重要指标,地层电阻率是推断地层含烃饱和度的一个重要物理量<sup>[3]</sup>。电法测井就是应用电磁理论来测量地层电阻率的方法,常用的电法测井主要有普通电阻率测井、侧向测井、电磁波传播电阻率测井和阵列感应测井。本文所涉及的测井方法是阵列感应测井。

### 1.1 阵列感应测井的发展情况

感应测井诞生于 50 年代初,它是为了解决淡水和油基泥浆井中的电阻率测量而提出的。早期的石油勘探主要是探明厚油层的储量,对测井精度要求低,不必考虑仪器的分辨率和井眼附近的影响,传统双感应测井提供的深、中两条电阻率曲线已足够估计地层电阻率以及地层解释评价<sup>[4][5]</sup>。随着石油工业的发展,在油田开发早期未被充分重视的一些薄油储层现在已成为急待开发的重要资源,薄油储层的确定日益重要。这使得测井的重要性逐渐增强,测井分析家希望测井提供地层的丰富信息<sup>[6]</sup>,以便精确评价地下油气储藏<sup>[7]</sup>。通常具有高电阻率的多孔高渗透性地层通常意味着碳氢化合物的存在,而具有低电阻率的多孔高渗透性地层通常意味着饱和水的存在<sup>[8]</sup>。然而井眼周围的区域能被井眼中的泥浆所侵入以至于呈现出与原来地层不同的电阻率<sup>[9]</sup>。为了解复杂的侵入剖面、精确求出地层真电阻率以及分析油气可动性(即产油能力的揭示)则需要进行薄层分析<sup>[10][11]</sup>。而双感应测井仪器在实际测井应用中的问题日益暴露出来,分辨率低,不能进行薄层分析,受井眼、侵入、围岩、趋肤效应<sup>[12][13]</sup>等环境影响严重<sup>[14][15]</sup>,不能提供准确的地层真电阻率。这些固有缺点使得双感应测井仪器不能满足测井发展的需要。

二十世纪九十年代出现的阵列感应测井,由于分辨率高、侵入反映明显、探测深度深、测量信息丰富等优点,逐渐替换分辨率低的传统双感应测井,目前有 4 种阵列感应

测井仪器, 分别是 BPB 公司的阵列感应测井仪器 AIS—Array Induction Sonde, Schlumberger 测井公司的阵列成像测井仪器 AIT—Array Induction Imager Tool, Baker Atlas 测井公司的高分辨率感应测井仪器 HDIL High Definition Induction Log 和 Halliburton 测井公司的高分辨率阵列测井仪器 HRAI—High Resolution Array Induction Tool。国内塔里木油田、辽河油田等单位均引入了斯仑贝谢、阿特拉斯等设计生产的阵列感应测井仪器<sup>[16]</sup>。

阵列感应测井的目的是通过在纵向不同位置处布置线圈系来测量裸眼井中各个深度处井壁周围地层的电阻率。

阵列感应测井方法的基本原理可以用双线圈系感应测井来说明<sup>[17]</sup>。相隔一定距离的发射圈和接收线圈缠绕在同一个绝缘芯棒上, 发射线圈通以等幅、稳频的交变电流, 当线圈系统在井中运行时, 由于线圈系周围的地层在变化, 因而接收线圈接收到的信号也是变化的。严格的感应测井理论是建立在电磁场 Maxwell 方程组的基础上的, 但仍可用 Faraday 电磁感应原理来求解和分析。

发射线圈中的交变电流是使周围地层激发交变磁场的源。因而以井(绝缘芯棒)为轴心的无数多个地层单元环中就会生成电动势, 在电导率不为零的单元地层环中就产生感应电流, 感应电流的大小与地层单元环的电导率成正比。这些流有感应电流的单元环与电流线圈相似, 会产生交变电磁场, 这种感应电流产生的电磁场, 常被称为二次场。二次场在接收线圈中生成感应电动势, 由于感应电动势的大小反映地层电导率的大小, 因而可以通过测量接收线圈中的感应电动势间接测量地层电导率。

发射线圈中交变电流源激发的电磁波在导电的地层媒质和井眼内的泥浆中传播, 接收线圈中的接收信号与发射线圈中的激励信号相比较振幅和相位会发生变化。不同纵向距离排列的接收线圈用于探测不同径向深度的地层信息, 短距离线圈组测量到的信号幅度衰减和相位偏移是受径向深度浅的地层侵入带的影响, 而长距离线圈组测量到的信号幅度衰减和相位偏移是受径向深度较深的未侵入地层的影响<sup>[18]</sup>。为了获取地层较深径向深度的信息, 最长子阵列间距超过 2 米, 同时为了得到较高纵向分辨率, 最短子阵列间距为 0.1524m。由于高纵向分辨率必然给短阵列带来强烈的井眼干扰, 在标准 0.2m 直径井眼, 最短子阵列的井眼影响达 30%, 如果不进行井眼校正, 后面的信号合成处理将产生错误的结果, 这就给井眼校正方法留下广阔的研究空间。因此井眼校正是阵列感应测井测量信号处理的重要组成部分。

目前国内已研制出了自己的阵列感应测井仪器 MIT, 大量的测试发现, 由于井眼校

正未做或所做的校正有问题,使得最终处理曲线经常出现乱序,极大影响了该仪器的产业化及推向市场<sup>[19]</sup>。本文针对国内阵列感应仪器存在的井眼校正问题进行相关的讨论,并做了一系列的研究。

## 1.2 阵列感应测井井眼校正发展现状

从 20 世纪 90 年代阵列感应测井成熟应用以来,针对阵列感应测井技术的特点,相应的井眼校正技术应运而生,且随着测井要求的不断提高,井眼校正技术也不断向前发展<sup>[20]</sup>。最早的井眼校正是针对双感应测井仪器的,文献<sup>[17]</sup>介绍了常规的几何因子井眼校正理论。

该书指出由于井眼较小,在井眼范围内趋肤效应可以忽略,因此可以根据几何因子理论进行井眼影响的校正。根据几何因子理论,井眼信号为

$$\sigma_d = \sigma_m G_d = \frac{G_d}{R_m} \quad (1-1)$$

其中  $\sigma_m$  和  $R_m$  是泥浆的电导率和电阻率,  $G_d$  是井的几何因子。理论上,根据井径  $d$  从径向积分几何因子曲线上查得  $G_d$ , 从而计算出井眼信号,实现井眼校正。但是这样做的误差较大。这是因为与井径及其变化范围相比,线圈尺寸已经不可忽略,而径向积分几何因子曲线是忽略线圈大小并将线圈视为点状的情况下得到的。其次径向积分几何因子曲线是仪器位于井眼轴心情况下计算出来的,而实际测井时仪器是偏心的。为了正确地进行井眼校正,最好用绝缘筒内装盐水模拟井眼进行实验测量,得到视电导率并按公式 (1-1) 计算出几何因子,最后做出  $G_d$  与  $d$  的关系曲线。但实际井径往往大于或小于标准井径,因此从理论上讲,当实际井径大于标准井径时,在按实际井径扣除井眼信号后,还应补上缺失地层部分  $\Delta\sigma[\Delta\sigma = \sigma(G_d - G_{d0}), d_0$  是标准井径]。传统双感应测井中利用几何因子或井眼校正图版进行井眼校正。

国外的井眼校正方法,最早见于图版解释资料<sup>[21]</sup>,采用的方法与上面的相似。1978 年, Gianzero 分析了双感应测井中探头偏心的影响<sup>[22]</sup>。首先考虑仪器居中情形,将井眼模型等效为圆柱状的孔洞和仪器探头,圆柱状孔洞与圆柱状芯棒同轴。实际上,在大多数情况下,圆柱状芯棒偏离圆柱状孔洞的轴心。当偏心无法忽略时,必须考虑偏心的影响。Gianzero 在论文中分析了有偏心时井眼数学模型,认为感应测井响应是地层电导率  $\sigma_f$ 、泥浆电导率  $\sigma_m$ 、井径  $r$  和偏心距  $d$  的函数,即  $g = f(\sigma_f, \sigma_m, r, d)$ 。他研

究发现  $g$  的表达式含有  $\sigma_m(1 - \frac{\sigma_i}{\sigma_m})^n$  ( $n=0,1,2$ ) 项,如果将  $g = f(\sigma_i, \sigma_m, r, d)$  以多项式展

开, 则  $\sigma_m(1 - \frac{\sigma_i}{\sigma_m})^n$  是最好的基函数。最后他还得出另一个结论: 感应测井中的趋肤

效应和偏心影响带来的误差是相互独立的, 在对偏心的井眼校正时可以不考虑趋肤效应, 这样大大简化了井眼校正的数学模型<sup>[23]</sup>。

1991 年, Grove 和 Minerbo 提出了阵列感应的井眼校正的算法——自适应井眼校正<sup>[24]</sup>。采用了 Gianzero 的结论, 实现了阵列感应测井的自适应井眼校正。Atlas 的阵列感应测井仪器 HDIL 采用了自适应井眼方法, 但其没有公开具体的校正算法<sup>[25]</sup>。

Halliburton 公司 2002 年出版的内部资料里谈到关于其阵列感应测井仪器 HRAI-X 的井眼校正, 它采用基于几何因子的井眼校正方法, 分析了不同偏心和井径时的井眼几何因子。由于阵列感应测井仪 HRAI 的最短子阵列长度为 18 英寸, 井眼影响均较小, 井眼影响的非线性不明显, 这种校正方法是可行的。但本文研究的 MIT 线圈距离最小的为 6 英寸, 井眼影响已经很大, 如果使用这种校正方法则会产生较大误差, 因此其思路仅可作为参考。2005 年 Halliburton 公司申请了利用井眼几何因子进行井眼校正的专利<sup>[26]</sup>。

目前阵列感应测井井眼校正方法主要研究内容有以下几个方面。

#### (1) 自适应井眼校正的反演算法

1991 年 Grove 和 Minerbo 提出自适应井眼校正到目前反演算法已经有了相当的进展, 当时 Grove 和 Minerbo 认为在同一个深度短阵列可以被用来确定平均地层电导率  $\bar{\sigma}_i$ , 其他井眼参数 ( $\sigma_m, r, d$ ) 要么是外部测量得到, 要么是随着优化算法计算  $\bar{\sigma}_i$  时得到。为了校正外部测量值和不规则井眼形状带来的不准确性同时也为了对阵列感应测量进行最恰当的井眼校正, 自适应井眼校正程序先确定 ( $\sigma_m, r, d$ ) 的初始值, 再基于计算时间的考虑确定一个合适的泥浆电导率  $\sigma_m$  的校正迭代步长和方向, 自适应井眼校正程序计算出适当的校正量并应用在实际测量值上。这个过程对每个测量值都重复进行直到所有的测量点都被校正以消除井眼影响。

#### (2) 拟合函数的选取

Gianzero 在其论文中研究了感应线圈在圆柱状井眼里的响应情况。他得出结论, 线

圈响应表达式均含有  $\sigma_m(1 - \frac{\sigma_l}{\sigma_m})^n$  ( $n=0,1,2$ ), 也就是说如果用  $\sigma_m(1 - \frac{\sigma_l}{\sigma_m})^n$  做为基函数将

线圈响应函数进行展开, 则在展开阶数相同情况下精度最高。G.P.Grove 和 G.N.Minorbo 之后的研究得到响应函数的完整表达式如下:

$$R_{\text{model}}(\sigma_m, \sigma_l, r, d) = (\sigma_m - \sigma_l) [c_0(\sigma_l, r, d) + c_1(\sigma_l, r, d)w + c_2(\sigma_l, r, d)w^2 + c_3(\sigma_l, r, d)w^3 + c_4(\sigma_l, r, d)w^4 + c_5(\sigma_l, r, d)\sigma_m + c_6(\sigma_l, r, d)\sigma_m^2 + c_7(\sigma_l, r, d)\sigma_m^3 + c_8(\sigma_l, r, d)\sigma_l + c_9(\sigma_l, r, d)\log(\sigma_l)] \quad (1-2)$$

其中,  $w = \frac{\sigma_m - \sigma_l}{\sigma_l + \sigma_m}$ , 系数  $c_i$  可由最小二乘拟合确定。

函数表达式中出现的对数项是因为在确定系数  $c_i$  时要解一个方程  $A\bar{x} = \bar{b}$ , 而  $A$  不一定满秩, 为了使  $A$  满秩特地增加了对数项。虽然这种表达方式精确了很多, 但是由于计算复杂, 仍然有待改进。

### (3) 校正质量评估

Baker Atlas 的 Zhou 等人在研究了阵列感应测井 HDIL 中的 10 英寸分辨率匹配中问题之后, 提出了数据处理中的质量评估问题<sup>[27]</sup>。理论上, 当无测量误差时, 多个不同探测深度曲线之间存在某种函数关系。实际测井中, 由于测量误差存在, 使测井曲线出现不合理变化, 即测井曲线质量变差。如果能得到各子阵列间的变化函数, 那么可以消除测井曲线中的误差。关键是确定各子阵列间的函数关系。井眼校正也存在同样的问题。为了方便使用, 实际采用了含井眼参数的多项式拟合测量信号影响, 通过最小二乘方法最小化测量值与模型响应值之间的误差。由仪器的测量误差预先确定各子阵列间的函数关系的变化范围。实际实现中不断选择地层参数, 重构测量, 直至模型响应与实际测量满足一定的误差。

国内在阵列感应测井 MIT 中曾经研究过自适应井眼校正方法, 但是其实际使用效果不好, 尤其是仪器偏心情况, 目前还没有关于自适应井眼校正的公开资料发表。

## 1.3 本文的主要研究工作

本文主要内容是设计完成井眼校正算法, 在此期间还在井眼校正理论基础之上完成了其它工作, 主要是进行了偏置导电环对阵列感应测井响应的影响分析。

### (1) 井眼影响计算方法研究

运用不同方法研究居中和偏心状态时测井响应特性。先进行偏心几何因子理论研



究, 推导偏心几何因子计算公式。再运用有限元方法计算居中和偏心状态测井仪器的响应信号, 分析这两种方法计算结果的差异, 并给出两种方法应用的条件、局限性及各自的优缺点。

### (2) 计算井眼影响数据库

针对实际测井环境条件, 先确定出井眼模型参数井径、偏心、泥浆电阻率、地层电阻率的变化范围, 由各自参数的变化范围确定需要计算的参数数值。再计算对应不同偏心、井径、泥浆电阻率、地层电阻率情况下的测井响应, 并由此建立测井响应数据库。

### (3) 测量信号井眼校正研究

确定拟合方法, 选定的原则是计算方便快捷且计算的结果符合一定的精度要求。确定拟合方法后还要对拟合的效果进行精度分析, 如果拟合计算精度不合要求还须对测井响应数据库进行调整, 在某些参数变化区域中如果测井响应变化剧烈, 则需要增加计算的点数。最终将确定的拟合函数结合测井响应数据库以实现井眼模型正演响应的快速计算。用于正演响应快速计算的程序有两套, 一套程序计算居中状态下仪器的响应, 一套程序计算偏心状态下的响应。

确定正演的算法后, 所要进行的工作是自适应井眼校正反演方法研究。完成井眼校正反演程序的编制工作后, 用单点的正演响应数据对反演程序进行测试, 以确定反演程序中预置变量的取值, 保证程序能进行切实有效可靠的反演。

用实际测井数据测试井眼校正反演程序的有效性, 针对校正结果出现的问题做出客观分析, 并对算法中不合理的部分进行修正, 确保校正结果符合井眼校正要求。

### (4) 偏置导电环对阵列感应测井响应的影响分析

分析偏置导电环的对阵列感应测井响应的影响, 这需要应用偏心状态时测井响应特性的相关结论。并进一步研究考虑推迟效应和不考虑推迟效应两种情况下偏置导电环影响规律的差异, 分析偏置导电环在不同位置、半径、电阻情况下的影响特点, 并以此对刻度和测井出现的异常现象做出定性解释。

## 第二章 井眼响应计算方法

感应测井仪器理论研究的完善是感应测井仪器发展的前提,其内容包括两方面:一方面是以精确电磁理论为基础的数值计算,用于解释和分析感应测井仪器对各种地层的响应和异常现象;另一方面是建立在近似电磁理论基础上的几何因子理论,是井场实时信号处理和仪器设计的理论基础。井眼校正理论也将从这两方面展开。

## 2.1 测井模型的确定

在进行井眼校正理论研究之前,首先要确定井眼校正理论分析的对象,即如何描述井眼状态。在石油钻井和油气开采生产中,井眼中仪器所能探测到的地层的状态是非常复杂的。通常将地层视为水平层状结构,简便起见,不考虑井斜,井眼垂直于地层。为防止井眼塌陷井眼中充满了泥浆,由于泥浆侵入,径向上井眼与原状地层之间有侵入地

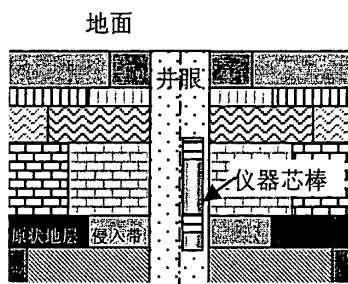


图 2-1 井眼垂直剖面图

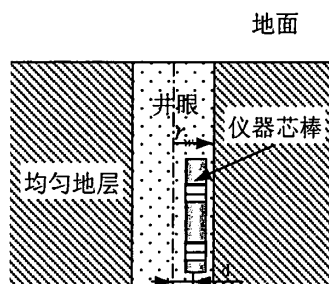


图 2-2 简化井眼模型

层,各层地层的岩石物理性质不同导致侵入深度也不尽相同。综上所述,井眼模型是相对井眼轴心对称的。测井时,仪器芯棒被放置在井眼中,芯棒上绕有多个线圈距离不等的线圈系,一般情况下芯棒与井眼不同轴,即芯棒上线圈系处于偏心状态,为了方便,先从居中状态下仪器响应的分析开始。实际测井模型的垂直剖面图如图 2-1。不同地层的岩石物理电性质是不一样的,也即各层的地层电导率是不一样的。而相对于各层地层电导率的变化,井眼半径和泥浆电导率变化相对较为缓慢。如果沿地层垂直方向进行感应探测,测井曲线必然是变化的。井眼校正的目的是将测井信号中来自井眼部分的信号消除掉,并使得校正后的测井数据只反映地层的信息。以上模型虽然对实际井眼进行了一些理想近似,但要进行井眼状态分析图 2-1 所示的井眼模型仍然过于复杂,而不能突出井眼校正问题中的主要矛盾,即简单快速有效地确定井眼的状态信息并据此计算来自井眼的测井信号。因此图 2-1 所示的井眼模型还要进一步的简化。

为达到简化模型的目的,井眼外非均匀地层可被视为等效的均匀地层,其电导率为

$\sigma_f$ 。其它模型参数分别有井眼中泥浆的电导率为  $\sigma_m$ ，井眼半径为  $r_w$ ，偏心距为  $d$ 。本文用来描述偏心的参量是偏心率  $ecc = d/(r_w - r_{man})$ ，其中  $r_{man}$  为仪器芯棒半径，仪器确定后， $r_{man}$  是已知的。经过等效，地层变化的电导率信息就可以用均匀的等效地层电导率来代替，大大降低了模型的复杂性。简化后用于井眼校正的井眼模型如图 2-2 中所示。当仪器芯棒居中时仪器响应  $\sigma_a$  是  $r_w$ 、 $\sigma_m$  和  $\sigma_f$  的函数，如式 (2-1)。当仪器芯棒偏心时仪器响应  $\sigma_a$  是  $r_w$ 、 $ecc$ 、 $\sigma_m$  和  $\sigma_f$  的函数，如式 (2-2)。

$$\sigma_a = F(r_w, \sigma_m, \sigma_f) \quad (2-1)$$

$$\sigma_a = F(r_w, ecc, \sigma_m, \sigma_f) \quad (2-2)$$

经过以上的模型简化，可以将井眼对仪器测井响应的影响的主要因素归结为三个参数，即泥浆电导率  $\sigma_m$ 、井眼半径  $r_w$ 、偏心率  $ecc$ 。

## 2.2 MIT 阵列感应测井仪器简介

本文研究的阵列感应测井仪器是 MIT 阵列感应测井仪器，所以先要介绍 MIT 的整体结构和响应特性。

MIT 是典型的由三线圈系子阵列组成的阵列感应测井仪，其线圈系结构如图 2-3 所示。在一根仪器棒上两侧布置 8 个子阵列，序号从小到大按线圈距离从短到长进行排列，子阵列 1 的线圈距最短，子阵列 8 的线圈距最长。8 个子阵列共用 1 个发射线圈 T。每



图 2-3 MIT 线圈系结构

个子阵列由 2 个接收线圈组成，离发射线圈较远匝数较多的是主接收线圈 R，离发射线圈较近匝数较少缠绕方向相反的是辅助接收线圈 B，接收线圈 R 和辅助线圈 B 串联在一起，通过改变辅助线圈 B 的匝数和间距可以屏蔽掉较强的直耦信号。

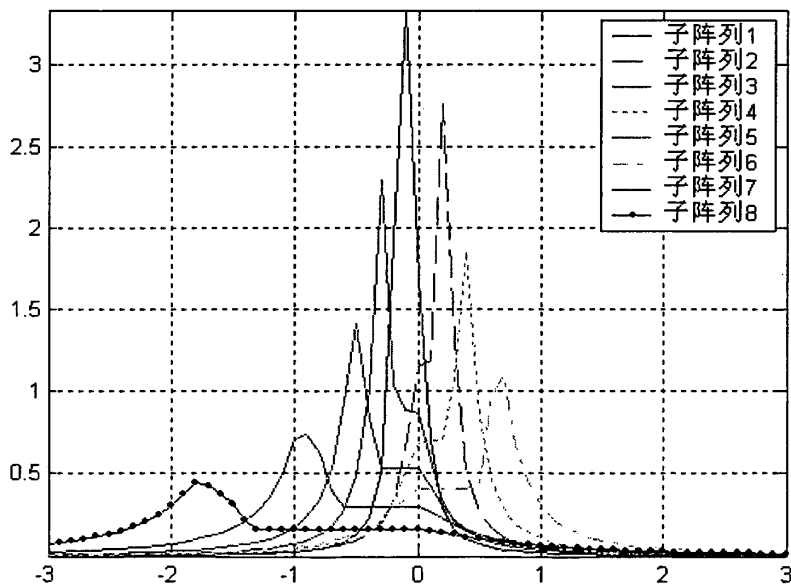
MIT 的工作频率有三种，分别是 26.325kHz(低频 L)、52.65kHz(中频 M)和 105.3kHz(高频 H)。但是 MIT 各子阵列产生的响应信号并没有全部用到这三种频率，其响应信号的序号定义及工作频率如表 2-1 所示。

表 2-1 MIT 信号定义

信号序号	子阵列	工作频率
1	1	H
2	2	H
3	3	H
4	3	M
5	4	H
6	4	M
7	5	M
8	5	L
9	6	M
10	6	L
11	7	M
12	7	L
13	8	M
14	8	L

实际测井数据中既有实部信号又有虚部信号，因此由表中定义可知，MIT 最终生成  $2 \times 14 = 28$  个信号。

MIT 仪器响应特性可以用纵向微分几何因子  $g_{VGF}$ 、径向微分几何因子  $g_{RGF}$  和径向积分几何因子  $g_{IRGF}$  描述，如图 2-4、图 2-5 和图 2-6。

图 2-4 纵向微分几何因子  $g_{VGF}$

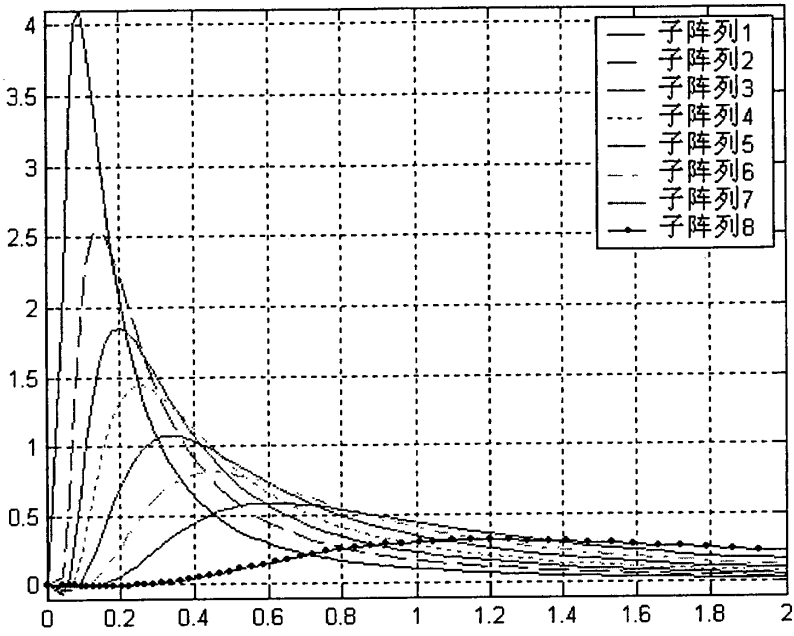


图 2-5 径向微分几何因子  $g_{RGF}$

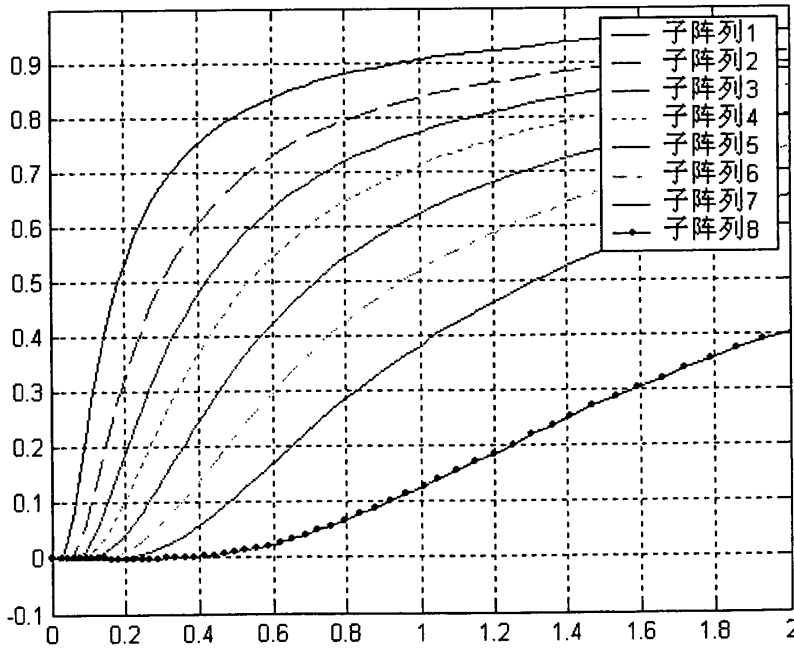


图 2-6 径向积分几何因子  $g_{IRGF}$

由图 2-4、图 2-5 和图 2-6 可知, MIT 纵向微分几何因子  $g_{VGF}$  是不对称的, 当 MIT 沿纵向移动时, 对测井响应信号的解释很困难, 必须进行信号处理, 只有经过信号处理后测井数据才易于测井解释<sup>[28]</sup>。而从径向微分几何因子  $g_{RGF}$  和径向积分几何因子  $g_{IRGF}$  的图形变化看出, MIT 各子阵列受井眼影响程度不尽相同, 长阵列的探测深度较深, 受井眼影响较小, 而短阵列的探测深度较浅, 受井眼影响较大。表 2-2 显示了标准井眼 (0.1m) 和大井眼 (0.254m) 情况下各子阵列响应信号中井眼部分所占比例。

表 2-2 MIT 子阵列井眼影响

	标准井眼 (0.1m)	大井眼 (0.254m)
子阵列 1	24.5%	62.0%
子阵列 2	7.8%	42.7%
子阵列 3	2.3%	28.3%
子阵列 4	0.6%	18.1%
子阵列 5	0.0%	9.1%
子阵列 6	-0.1%	3.6%
子阵列 7	-0.1%	0.9%
子阵列 8	0.0%	-0.1%

如表所示, 前 4 个较短的子阵列的响应包含较多来自井眼的信号。在大井眼情况下, 子阵列 1 响应信号中井眼影响所占贡献高达 62%。如果不做井眼校正, 其测井曲线很难显示出地层信息的变化。同时也因为前 4 个较短的子阵列受井眼影响较大, 所以井眼模型的响应输出就选择这 4 个对井眼影响敏感的子阵列。

从井眼模型参数数量看, 如果是居中情况, 模型参数有 3 个, 则 4 个响应肯定能确定 3 个模型参数。如果是偏心情况, 模型参数有 4 个, 则 4 个响应刚好能确定 4 个模型参数。因此将前 4 个子阵列的响应作为井眼模型的响应是合理的必要的。

### 2.3 偏心几何因子理论

在偏心状态下, MIT 阵列感应测井仪器在地层中响应情况可以用偏心几何因子理论进行描述。

如图 2-7, 发射线圈 T 在与井眼同轴的地层介质环 E 中产生交变电流 J, 井眼介质电导率为  $\sigma$ , T 为发射线圈, R 为接收线圈,  $z_T$  和  $z_R$  为相应的纵坐标,  $a_T$  和  $a_R$  是发射和接收线圈的半径。

图 2-8 为图 2-7 在垂直井轴的平面上的投影。导电介质环的空间位置为  $(z_E, \rho_E)$ , 半径为  $\rho_E$ 。  $d\vec{l}_T$ 、 $d\vec{l}_R$ 、 $d\vec{l}_E$  分别为发射线圈、接收线圈和导电环上的 3 个线微元,  $\phi_T$ 、

$\phi_R$ 、 $\alpha$  是对应的方位坐标； $R_T$  和  $R_R$  分别是  $d\vec{l}_T$  和  $d\vec{l}_R$  到  $d\vec{l}_E$  的距离。

根据毕奥-沙伐定律可以推导得出 E 和 R 上感应电动势的计算公式，虽然毕奥-沙伐定律是从静磁场环境得到的，但是它依然适用于时谐场的计算。

发射线圈通以交变电流，电流强度为  $I_T$ ，通过电磁感应在导电介质环上将产生感应电动势  $\varepsilon_{TE}$  和感应电流  $I_{TE}$ 。

$$\varepsilon_{TE} = -\frac{d\phi_{TE}}{dt} = -i\omega\phi_{TE} \quad (2-3)$$

$$I_{TE} = \frac{\varepsilon_{TE}}{Z_E} = \varepsilon_{TE} Y_E \quad (2-4)$$

式 (2-3) 和式 (2-4) 中， $\phi_{TE}$  为发射线圈在介质环上产生的磁链， $Z_E$  为介质环的阻抗， $Y_E$  为介质环的导纳。而  $\phi_{TE}$  可以通过矢量势  $\vec{A}$  来计算<sup>[29]</sup>，如式 (2-5)：

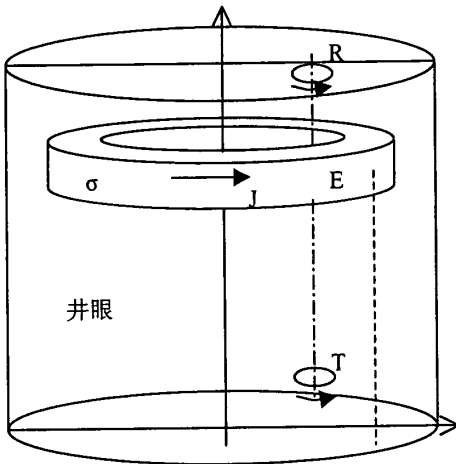


图 2-7 井眼模型

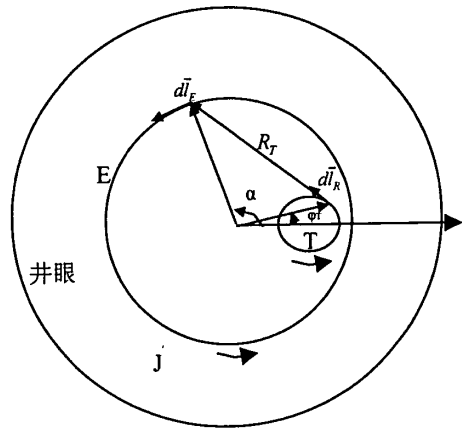


图 2-8 井眼模型平面投影

$$\begin{aligned} \phi_{TE} &= \int_{S_E} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_{S_E} \nabla \times \vec{A} \cdot d\vec{s} = \oint_E \vec{A} \cdot d\vec{l} = \oint_E \left( \frac{\mu}{4\pi} \oint_T \frac{I_T d\vec{l}_T}{R_{TE}} \right) \cdot d\vec{l} = \frac{\mu}{4\pi} \oint_E \oint_T \frac{I_T d\vec{l}_T \cdot d\vec{l}}{R_{TE}} \\ &= \frac{\mu}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{I_T (a_T d\varphi_T) (\rho_E d\alpha) \cos(\varphi_T - \alpha)}{R_{TE}} = \frac{\mu I_T}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_T \rho_E \cos(\varphi_T - \alpha)}{R_{TE}} d\varphi_T d\alpha \end{aligned} \quad (2-5)$$

将式 (2-5) 代入式 (2-3) 和式 (2-4) 即可得到  $\varepsilon_{TE}$  和  $I_{TE}$ 。在介质环上的感应电流

$I_E$  同理可以在接收线圈 R 上产生感应电动势  $\varepsilon_{ER}$ ，和推导式 (2-3)、式 (2-5) 的过程类

似可得式 (2-6)、式 (2-7)。

$$\varepsilon_{ER} = -\frac{d\phi_{ER}}{dt} = -i\omega\phi_{ER} \quad (2-6)$$

$$\phi_{ER} = \frac{\mu I_E}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_R \rho_E \cos(\varphi_R - \alpha)}{R_{ER}} d\varphi_R d\alpha \quad (2-7)$$

联立式 (2-1) 至式 (2-7)，最终可以得到发射线圈经导电环在接收线圈上产生的电压  $\varepsilon_{TER}$  的计算公式如下：

$$\begin{aligned} \varepsilon_{TER} &= -\frac{\mu^2 \omega^2 I_T Y_E}{16\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(a_T d\varphi_T)(\rho_E d\alpha) \cos(\varphi_T - \alpha)}{R_{TE}} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(a_R d\varphi_R)(\rho_E d\alpha) \cos(\varphi_R - \alpha)}{R_{ER}} \\ &= -\frac{\mu^2 \omega^2 I_T Y_E}{16\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_T \rho_E \cos(\varphi_T - \alpha)}{R_{TE}} d\varphi_T d\alpha \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_R \rho_E \cos(\varphi_R - \alpha)}{R_{ER}} d\varphi_R d\alpha \end{aligned} \quad (2-8)$$

$\varepsilon_{TER}$  也即二维平面  $(z, \rho)$  里微元  $d\rho dz$  在接收线圈上产生的电压。当考虑整个均匀地层对接收线圈上电压信号的贡献，则有

$$\varepsilon_R = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \varepsilon_{TER} d\rho dz \quad (2-9)$$

式中  $\varepsilon_R$  是整个地层在接收线圈上产生的电压。

又双线圈系的偏心几何因子  $g_{ecc\_TR}$  与接收线圈上电压信号  $\varepsilon_R$  有如下关系

$$\varepsilon_R = K_{TR} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \sigma g_{ecc\_TR}(\rho, z) d\rho dz \quad (2-10)$$

式中  $\sigma$  是地层电导率， $K_{TR}$  是双线圈系的仪器常数，且

$$K_{TR} = -\frac{\pi \mu^2 \omega^2 a_T^2 a_R^2 I_T}{4L_{TR}} \quad (2-11)$$

式中  $L_{TR}$  为发射线圈与接收线圈之间的距离。

MIT 中  $a_T = a_R = a$ ，再将式 (2-11) 代入式 (2-10) 并与式 (2-9) 对照可知

$$g_{ecc\_TR} = \frac{\rho_E L_{TR}}{8\pi^4 a^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos(\varphi_T - \alpha)}{R_{TE}} d\varphi_T d\alpha \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos(\varphi_R - \alpha)}{R_{ER}} d\varphi_R d\alpha \quad (2-12)$$

将双线圈系的偏心几何因子  $g_{ecc\_TR}$  加权组合即可得到多线圈系的偏心几何因子

$g_{ecc}$ ：



$$g_{ecc} = \frac{\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N \frac{N_{Ti} N_{Rj}}{L_{ij}} g_{ecc\_TR}(i, j)}{\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N \frac{N_{Ti} N_{Rj}}{L_{ij}}} \quad (2-13)$$

在感应测井中，直接测量到的信号是电压信号  $\varepsilon_R$ ，即感生电动势。为了方便，常使用测量电导率来表示测量信号，即视电导率  $\sigma_a$ 。计算出  $g_{ecc}$  后，将不同径向部分的二维几何因子的积分与相应地层电导率相乘，最后将各部分乘积相加即可计算出仪器响应信号  $\sigma_a$ 。

## 2.4 有限元计算模型

为了精确计算在各种不同井眼条件下阵列感应测井仪器的响应，本文采用有限元素法 FEM，有关有限元法计算测井响应，国外已经有公开资料发表<sup>[30]</sup>，以下做简略叙述。

根据时变电磁场的 Maxwell 方程组可以推导出感应测井交变电磁场磁矢量位  $A$  的在柱坐标系下的表达式：

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) \right) + \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial \varphi^2} + k^2(\sigma) A_\varphi = -\mu J_T \quad (2-14)$$

边界条件：

$$A_r = A_\varphi = 0 \quad |z| = \infty, r = \infty, r = 0$$

式中  $k^2 = i\omega\mu\sigma$ ， $k$  为传播常数， $\omega$  为仪器工作角频率， $\sigma$  为地层电导率， $A$  为地层电导率  $\sigma$  下对应的磁矢量位， $\mu$  为磁导率(H/m)， $J_T$  为发射线圈的电流密度。

求解上述边值问题时，一个最大问题是在发射线圈内部电流密度非常大，而在全空间其它范围内电流密度又很小，它们之间反差太大，这对计算很不利。为避免发射线圈附近太强的电磁场信号，采用引入背景电导率的方法来解决不同区域之间电流密度反差过大的问题，即利用需要计算的地层电导率对应电磁场的磁矢表达式与背景电导率对应电磁场的磁矢表达式相减，就可以消去方程右边原来的电流密度项，以与背景电导率对应的磁矢量位项成为新的电流密度项，它将集中在发射线圈内过强的电流密度变为整个空间分布，其变化比较平缓。式 (2-14) 即可变为

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A') \right) + \frac{\partial^2 A'}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A'}{\partial \varphi^2} + k^2(\sigma) A' = -[k^2(\sigma) - k^2(\sigma_0)] A_0 \quad (2-15)$$

并且具有与式 (2-14) 相同的边界条件。

式中  $A' = A_\varphi - A_0$ ,  $A_0$  为背景电导率对应电磁场的磁矢。

方程 (2-15) 所示的边值问题根据变分原理等价于下列变分问题<sup>[31]</sup>:

$$\delta F(A_\varphi) = 0$$

$$A_\varphi = 0 \quad \text{在边界上}$$

$$F(A_\varphi) = \frac{1}{2} \iiint_V \left( r \left( \frac{\partial A'}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial A'}{\partial \varphi} \right)^2 + r \left( \frac{\partial A'}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{r} A'^2 + k^2(\sigma) r A'^2 \right) dv \quad (2-16)$$

$$+ [k^2(\sigma) - k^2(\sigma_0)] \iiint_V r A' A_0 dv$$

之后对求解区域按  $r$  方向、 $\varphi$  方向和  $z$  方向进行网格划分, 整个区域可划分为若干长方体 (元素)。在每个元素中用便于求解的基函数代入到变分公式 (2-16), 最终可以得到有限元方程。求出有限元方程的解后便可以得到空间任何位置上的磁矢, 然后很容易计算出接收线圈上接收的电动势, 再利用刻度方法即可获得仪器测量的视电导率。

## 2.5 偏心几何因子计算结果和有限元法计算结果的比较

如何计算在井眼中处于偏心状态的仪器响应, 目前讨论了两种方法, 即偏心几何因子法和有限元法。但是偏心几何因子法由于在推导过程中做了近似, 比如没有考虑地层中各导电介质环之间的相互影响, 计算感生电动势时没有考虑电磁波传播的推迟效应, 计算二维几何因子纵向积分时积分限不可能从负无穷大到正无穷大等等。而有限元法虽然在求解子空间中将待求目标函数线性化了, 但是只要将求解空间合理划分, 有限元法的计算结果是足够精确的。把这些因素综合考虑起来, 有限元法的计算结果的精度要高于几何因子法的计算结果。下面以偏心状态仪器的响应为例, 比较这两种方法计算的偏差。

在 4 个变量 (井径  $r_w$ , 井眼泥浆电导率  $\sigma_m$ , 地层电导率  $\sigma_f$ , 偏心率  $ecc$ ) 的定义域中取若干点

$$\{r_w(i), \sigma_m(j), \sigma_f(k), ecc(s)\} \quad i=1,2,\dots,N_r, \quad j=1,2,\dots,N_m, \quad k=1,2,\dots,N_f, \quad s=1,2,\dots,N_e$$

$N_r$  是参数  $r_w$  测试的点数,  $N_m$  是参数  $\sigma_m$  测试的点数,  $N_f$  是参数  $\sigma_f$  测试的点数,  $N_e$  是参数  $ecc$  测试的点数。分别用偏心几何因子法计算出仪器的响应  $\sigma_{a\_geo}$  和用有限元

法计算出仪器的响应  $\sigma_{a\_fem}$ ，以  $\sigma_{a\_fem}$  为真值，计算  $\sigma_{a\_geo}$  在各点上相对误差。

以受井眼影响较大的子阵列 1 为例，井径选 0.0762m 和 0.254m，偏心率选 0.1 和 0.9 做对比，如图 2-9，图中坐标轴泥浆电导率和地层电导率上的刻度数值是 10 的对数。

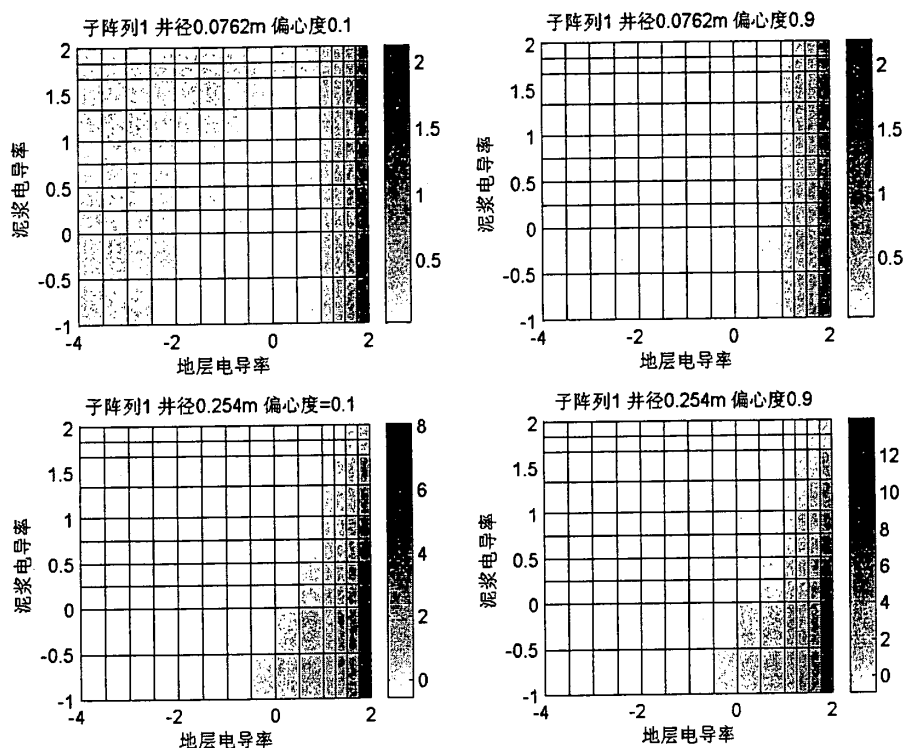


图 2-9 偏心几何因子计算仪器响应的相对误差

从图中显示的相对误差变化规律可以看出，使用偏心几何因子法，影响计算结果精度的主要是地层电导率，地层电导率大则计算结果的精度大大降低，甚至是错误的结果。这是由于几何因子法没有考虑介质涡流环之间的影响以及推迟效应的影响，当地层电导率大的时候测井仪器的非线性将变的非常严重。

## 2.6 井眼模型响应数据库

确定有限元法计算响应之后需要考虑的问题是如何确定模型参数的取值范围以及在各参数取值范围内选择计算哪些点的响应。

对于参数井径  $r_w$ ，目前石油钻井中  $r_w$  正常取值范围是 3 英寸——10 英寸，换算成公制是 0.0762m——0.254m。

对于偏心率  $ecc$ ，由于扶正器的存在，一般偏心不会非常严重，保守考虑取值范围

是 0.0—0.9。

对于泥浆电导率  $\sigma_m$ ，取值范围是 0.1S/m—100S/m，目前所用泥浆的电导率均包括在内。

对于地层电导率  $\sigma_f$ ，取值范围是 0.001S/m—100S/m，测井工作中所碰到各类地层的电导率均包括在内。

考虑到有限元的计算时间较长，因此计算点的总数不应过多。参数  $\sigma_m$  和  $\sigma_f$  的变化范围大，所以这两个参数基本按对数线性间隔取值，但在电导率较大的情况下，由于趋肤效应，仪器响应非线性严重，因此在电导率较大的区域内，计算点相对较多。各参数具体取值如表 2-3。

表 2-3 模型参数取值

模型参数	参 数 取 值									
$r_w$ (m)	0.0762	0.1016	0.127	0.1524	0.1778	0.2032	0.2286	0.254		
$ecc$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$\sigma_m$ (S/m)	0.1000	0.3162	1.0000	1.7783	3.1623	5.6234	10.0000			
	21.5443	46.4159	68.1292	100.0000						
$\sigma_f$ (S/m)	1.000e-4	3.1623e-4	1.000e-3	3.1623e-3	1.000e-2	3.1623e-2	1.000e-1			
	3.1623e-1	1.000	3.1623	10.000	17.7828	31.623	56.2341	100.000		

根据表 2-3 可以计算出各点对应的响应，并以此生成响应数据库。

## 2.7 井眼模型响应的快速计算

在实际测井过程中为了实时进行井眼校正，这就要求在各种测井环境下都能快速得到一定精度的响应结果，有限元方法虽然精度上能够达到要求，但其计算速度过于缓慢，实际上是无法应用的。而偏心几何因子方法虽然计算公式简便，但在高导电介质中计算精度太差以至无法反映实际仪器的响应特性。

为了实时快速并且较为精确地计算测井响应，实际上是先用有限元法精确计算出各参数定义域中指定若干点所对应的仪器响应，即响应数据库，再应用插值的方法计算其它任意点处的仪器响应。在数值计算理论中插值方法有很多种<sup>[32]</sup>，比如拉格朗日插值法、牛顿插值法、分段低次插值法和样条函数插值法。考虑到计算速度和精度要求，插值方法选用分段低次插值法拟合正演响应函数。

仪器处于居中状态下,  $\sigma_a$  为 3 参数函数:

$$\sigma_a(r_w, \sigma_m, \sigma_f) = a_0 + a_1 r_w + a_2 \sigma_m + a_3 \sigma_f + a_4 r_w \sigma_m + a_5 r_w \sigma_f + a_6 \sigma_m \sigma_f + a_7 r_w \sigma_m \sigma_f \quad (2-17)$$

上述表达式的待定系数可以通过正演模型计算出的函数值来确定。

对于仪器处于偏心状态, 井眼环境影响参数还包括仪器在井眼中的偏心率  $ecc$ , 共有 4 个变量, 类似地可以给出 4 参数函数表达式:

$$\begin{aligned} \sigma_a(r_w, \sigma_m, \sigma_f, ecc) = & a_0 + a_1 r_w + a_2 \sigma_m + a_3 \sigma_f + a_4 ecc + a_5 r_w \sigma_m + a_6 r_w \sigma_f + a_7 r_w ecc \\ & + a_8 \sigma_m \sigma_f + a_9 \sigma_m ecc + a_{10} \sigma_f ecc + a_{11} r_w \sigma_m \sigma_f + a_{12} r_w \sigma_m ecc + a_{13} r_w ecc \sigma_f \\ & + a_{14} ecc \sigma_m \sigma_f + a_{15} r_w \sigma_m \sigma_f ecc \end{aligned} \quad (2-18)$$

现以仪器处于居中的情况为例, 要求计算模拟参数  $r_w = x_w, \sigma_m = x_m, \sigma_f = x_f$  情况下井眼信号  $\sigma_a(x_w, x_m, x_f)$ , 其步骤如下:

(1) 由正演模型确定参数值表和函数值表

$$\begin{aligned} r_w(i), \sigma_m(j), \sigma_f(k) \quad & i=1,2,\dots,N_r, \quad j=1,2,\dots,N_m, \quad k=1,2,\dots,N_f \\ \sigma_a(r_w(i), \sigma_m(j), \sigma_f(k)) \quad & i=1,2,\dots,N_r, \quad j=1,2,\dots,N_m, \quad k=1,2,\dots,N_f \end{aligned} \quad (2-19)$$

理论上  $R$  表示的是井眼复信号, 而实际上虚部没有使用, 故  $R$  存放的是井眼复信号的实部

(2) 从参数值表中确定包含拟合点 (即模拟数据点  $x_w, x_m, x_f$ ) 的最小区域

$$\begin{aligned} r_0 \leq x_w < r_1, m_0 \leq x_m < m_1, f_0 \leq x_f < f_1 \\ r_0 = r_w(i_0), r_1 = r_w(i_1), 1 \leq i_0 < i_1 \leq N_r \\ m_0 = \sigma_m(j_0), m_1 = \sigma_m(j_1), 1 \leq j_0 < j_1 \leq N_m \\ f_0 = \sigma_f(k_0), f_1 = \sigma_f(k_1), 1 \leq k_0 < k_1 \leq N_f \end{aligned} \quad (2-20)$$

同时将最小区间端点函数值做以下标记

$$\begin{aligned} \sigma_a(r_w(i), \sigma_m(j), \sigma_f(k)) &= \sigma_a(i, j, k) \\ \sigma_a(i_0, j_0, k_0) &= \sigma_{a_0}, \sigma_a(i_1, j_0, k_0) = \sigma_{a_1} \\ \sigma_a(i_0, j_1, k_0) &= \sigma_{a_2}, \sigma_a(i_1, j_1, k_0) = \sigma_{a_3} \\ \sigma_a(i_0, j_0, k_1) &= \sigma_{a_4}, \sigma_a(i_1, j_0, k_1) = \sigma_{a_5} \\ \sigma_a(i_0, j_1, k_1) &= \sigma_{a_6}, \sigma_a(i_1, j_1, k_1) = \sigma_{a_7} \end{aligned} \quad (2-21)$$

(3) 解线性方程组求解多项式系数  $a_i (i=0, \dots, 7)$

将正演函数值表中提供的 8 个点  $\sigma_{a_i} (i=0, \dots, 7)$  代入多项式 (2-17), 便可得到一个 8 阶的线性方程组, 其未知数为  $a_i (i=0, \dots, 7)$ , 把方程组记为

$$AX = b \quad (2-22)$$

$$X = (a_0, \dots, a_7)^T, b = (\sigma_{a0}, \dots, \sigma_{a7})^T$$

方程组的行列式  $\det(A) = \pm(r_1 - r_0)^4(m_1 - m_0)^4(f_1 - f_0)^4 \neq 0$ ，因而方程组 (2-22) 的解存在且唯一，将解  $X = (a_0, \dots, a_7)^T$  与  $r_w = x_w, \sigma_m = x_m, \sigma_f = x_f$  代入多项式 (2-17)，即可求出井眼信号  $\sigma_a(x_w, x_m, x_f)$  的近似值。

实际上多项式 (2-17) 关于变量  $r_w, \sigma_m, \sigma_f$  具有拟线性性质，因此可以不用求解方程组 (2-22) 也能利用线性插值公式求出  $\sigma_a(x_w, x_m, x_f)$  的近似值，从而避免了解方程组的运算量。计算流程如下：

$$A_1 = (x_w - r_0)/(r_1 - r_0)$$

$$A_2 = (x_m - m_0)/(m_1 - m_0)$$

$$A_3 = (x_f - f_0)/(f_1 - f_0)$$

$$S_1 = A_1 * (\sigma_{a1} - \sigma_{a0}) + \sigma_{a0}$$

$$S_2 = A_1 * (\sigma_{a3} - \sigma_{a2}) + \sigma_{a2}$$

$$S = A_2 * (S_2 - S_1) + S_1$$

$$T_1 = A_1 * (\sigma_{a5} - \sigma_{a4}) + \sigma_{a4}$$

$$T_2 = A_1 * (\sigma_{a7} - \sigma_{a6}) + \sigma_{a6}$$

$$T = A_2 * (T_2 - T_1) + T_1$$

$$X = A_3 * (T - S) + S \quad (2-23)$$

最后，任意点处的仪器响应可由 (2-23) 获得。

当仪器处于偏心的状态时，与居中的状态相比较，井眼响应函数的参数多了一个变量偏心率  $ecc$ ，其系数通过解方程组求得的方法与居中时的类似，不再赘述。下面主要简述运用线性插值公式的方法计算偏心状态时的仪器响应。

要求计算的模拟参数为  $r_w = x_w, \sigma_m = x_m, \sigma_f = x_f, ecc = x_e$ ，包含模拟数据点  $(x_w, x_m, x_f, x_e)$  最小区间端点函数值做以下标记

$$\begin{aligned}
& \sigma_a(r_w(i), \sigma_m(j), \sigma_f(k), ecc) = \sigma_a(i, j, k, l) \\
& \sigma_a(i_0, j_0, k_0, l_0) = \sigma_{a0}, \sigma_a(i_1, j_0, k_0, l_0) = \sigma_{a1} \\
& \sigma_a(i_0, j_1, k_0, l_0) = \sigma_{a2}, \sigma_a(i_1, j_1, k_0, l_0) = \sigma_{a3} \\
& \sigma_a(i_0, j_0, k_1, l_0) = \sigma_{a4}, \sigma_a(i_1, j_0, k_1, l_0) = \sigma_{a5} \\
& \sigma_a(i_0, j_1, k_1, l_0) = \sigma_{a6}, \sigma_a(i_1, j_1, k_1, l_0) = \sigma_{a7} \\
& \sigma_a(i_0, j_0, k_0, l_1) = \sigma_{a8}, \sigma_a(i_1, j_0, k_0, l_1) = \sigma_{a9} \\
& \sigma_a(i_0, j_1, k_0, l_1) = \sigma_{a10}, \sigma_a(i_1, j_1, k_0, l_1) = \sigma_{a11} \\
& \sigma_a(i_0, j_0, k_1, l_1) = \sigma_{a12}, \sigma_a(i_1, j_0, k_1, l_1) = \sigma_{a13} \\
& \sigma_a(i_0, j_1, k_1, l_1) = \sigma_{a14}, \sigma_a(i_1, j_1, k_1, l_1) = \sigma_{a15}
\end{aligned} \tag{2-24}$$

线性插值公式的计算流程如下:

$$A_1 = (x_w - r_0)/(r_1 - r_0)$$

$$A_2 = (x_m - m_0)/(m_1 - m_0)$$

$$A_3 = (x_f - f_0)/(f_1 - f_0)$$

$$A_4 = (x_e - e_0)/(e_1 - e_0)$$

$$S_1 = A_1 * (\sigma_{a1} - \sigma_{a0}) + \sigma_{a0}$$

$$S_2 = A_1 * (\sigma_{a3} - \sigma_{a2}) + \sigma_{a2}$$

$$S = A_2 * (S_2 - S_1) + S_1$$

$$T_1 = A_1 * (\sigma_{a5} - \sigma_{a4}) + \sigma_{a4}$$

$$T_2 = A_1 * (\sigma_{a7} - \sigma_{a6}) + \sigma_{a6}$$

$$T = A_2 * (T_2 - T_1) + T_1$$

$$U_1 = A_3 * (T - S) + S$$

$$S_1 = A_1 * (\sigma_{a9} - \sigma_{a8}) + \sigma_{a8}$$

$$S_2 = A_1 * (\sigma_{a11} - \sigma_{a10}) + \sigma_{a10}$$

$$S = A_2 * (S_2 - S_1) + S_1$$

$$T_1 = A_1 * (\sigma_{a13} - \sigma_{a12}) + \sigma_{a12}$$

$$T_2 = A_1 * (\sigma_{a15} - \sigma_{a14}) + \sigma_{a14}$$

$$T = A_2 * (T_2 - T_1) + T_1$$

$$U_2 = A_3 * (T - S) + S$$

$$X = A_4 * (U_2 - U_1) + U_1 \tag{2-25}$$

考虑到参数泥浆电导率和地层电导率的取值变化范围较大, 因此代入公式 (2-25) 里进行运算的  $x_m$ 、 $x_f$  均为相关参数的对数。

## 2.8 井眼模型测井响应快速计算方法的误差分析

用有限元法可以计算出模型参数空间里指定的有限个点的函数响应值,这些指定点的函数响应值是精确的。而其它任意点处的函数响应值只能通过拟合函数计算得到,插值得到的函数响应值 $\sigma_{a_{fit}}$ 究竟与有限元法计算的结果 $\sigma_{a_{fem}}$ 相差多少,是否满足井眼模型正演响应的精度要求,要用实验数据来验证。

以仪器处于居中状态为例,在参数模型空间中取指定点以外的若干点,分别用拟合函数和有限元法计算其的函数响应值。将有限元法计算的结果 $\sigma_{a_{fem}}$ 作为真值,求出拟合函数计算结果 $\sigma_{a_{fit}}$ 的相对误差。图 2-10、图 2-11、图 2-12 显示的是子阵列 2 响应 $\sigma_{a_{fit}}$ 的相对误差,图 2-13、图 2-14、图 2-15 显示的是子阵列 2 的响应 $\sigma_{a_{fit}}$ ,因为 $\sigma_{a_{fit}}$ 取值有正有负且变化范围大,故 $\sigma_{a_{fit}}$ 先取绝对值后对数化。图 2-10 和图 2-13 是井径为 0.1651m 时的分析结果,图 2-11 和图 2-14 是地层电导率为 0.1155S/m 时的分析结果,图 2-12 和图 2-15 是泥浆电导率为 3.8311S/m 时的分析结果。图中泥浆电导率和地层电导率的坐标轴上标注的是 10 的对数。

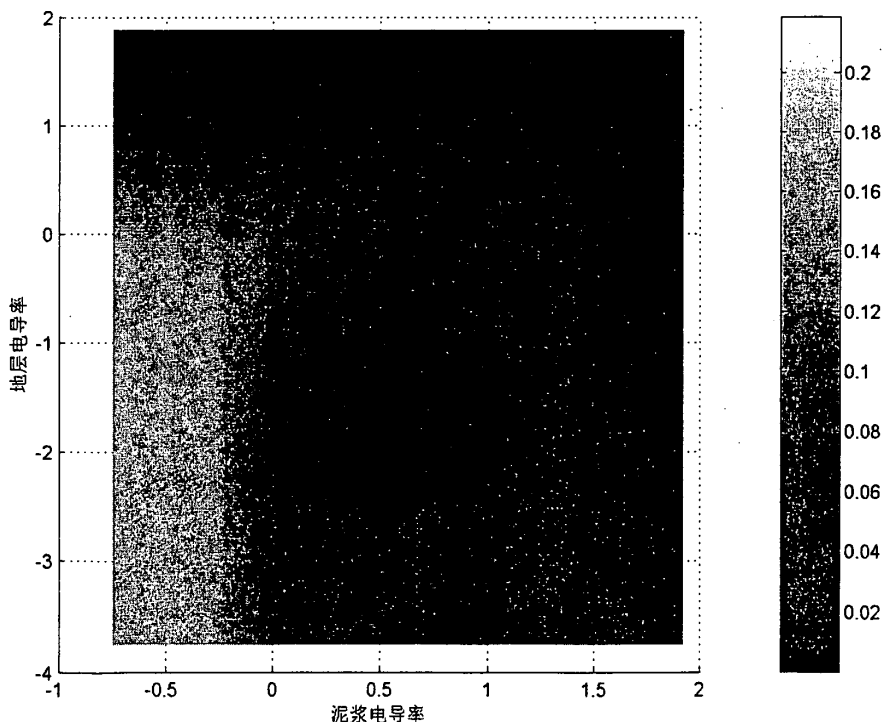


图 2-10 井径为 0.1651m 时 $\sigma_{a_{fit}}$ 的相对误差



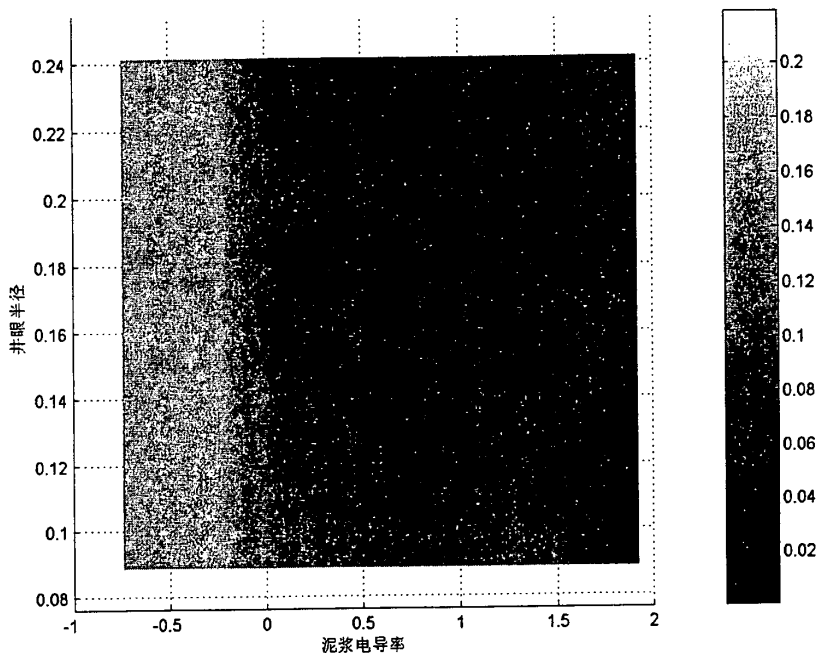


图 2-11 地层电导率为 0.1155S/m 时  $\sigma_{a_{fm}}$  的相对误差

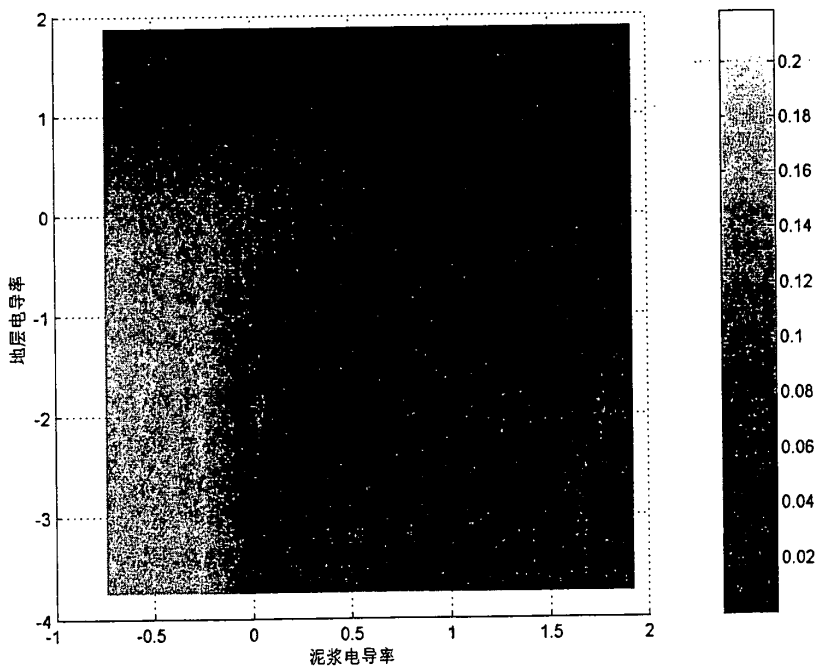


图 2-12 泥浆电导率为 3.8311S/m 时  $\sigma_{a_{fm}}$  的相对误差

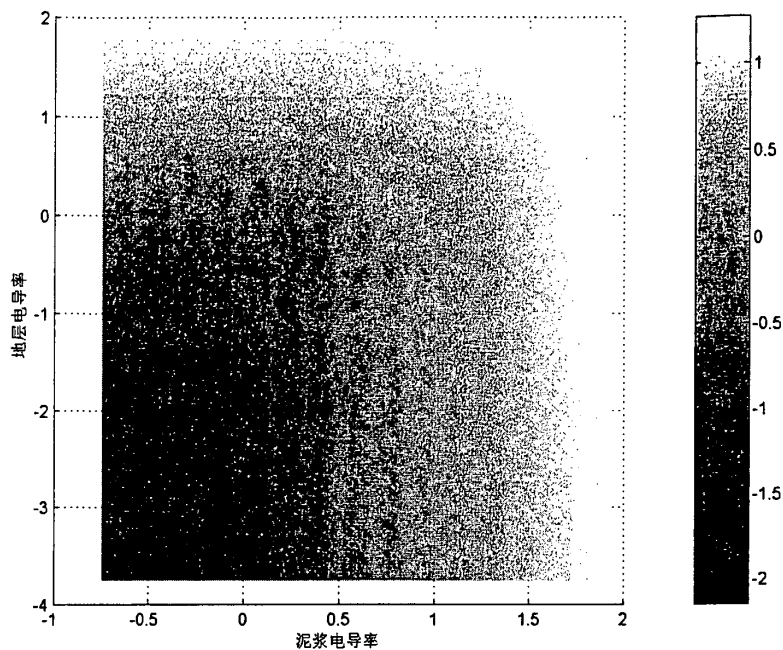


图 2-13 井径为 0.1651m 时的响应  $\sigma_{a\_fit}$

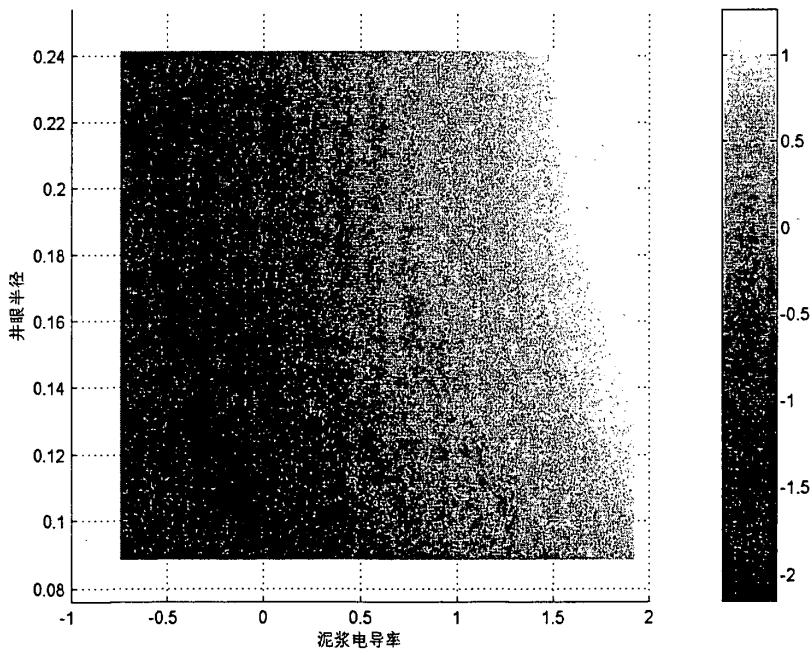


图 2-14 地层电导率为 0.1155S/m 时响应  $\sigma_{a\_fit}$

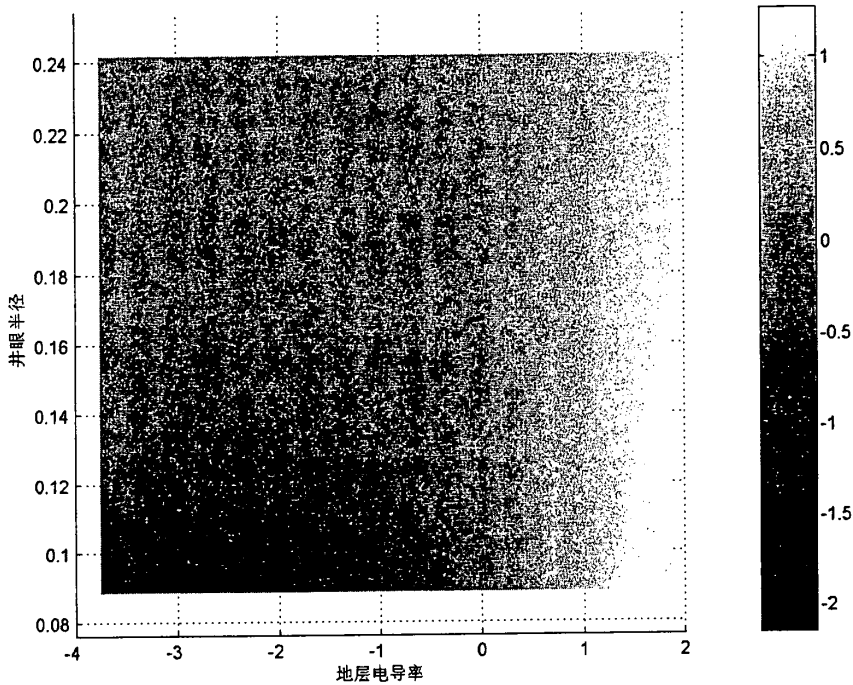


图 2-15 泥浆电导率为 3.8311S/m 时响应  $\sigma_{a_{fit}}$

从图 2-10 至图 2-15 看出，泥浆电导率和地层电导率较大 ( $>1.0\text{S/m}$ ) 的区域  $\sigma_{a_{fit}}$  的相对误差基本不超过 10%。而泥浆电导率和地层电导率较小 ( $<1.0\text{S/m}$ ) 的区域  $\sigma_{a_{fit}}$  的相对误差较大，有些点的相对误差达到 20%，这是由于这些区域内函数响应值都较小，在绝对误差同数量级的情况下相对误差较大。当响应较小时，有限元法的计算结果本身就有一定误差，因此 20% 的拟合误差是符合要求的。

总体上看所有测试点的相对误差都没有超过 20%，大多数区域点的相对误差基本在 10% 以内，拟合精度是满足井眼正演响应计算的要求的。

### 第三章 井眼校正反演理论

反演问题是相对于正演问题而言的。正演是指已知物理模型，根据刻画其特性的数学方程来求得模型的响应，而反演恰恰相反，从已知模型的响应反推物理模型的各个参数。

井眼校正反演是一个典型的非线性问题。关于非线性反演方法有很多<sup>[33]</sup>，比如梯度法、牛顿法、共轭梯度法、蒙特卡洛法、模拟退火法、遗传算法和人工神经网络算法。

梯度法是一种古老的反演方法，虽然它全局收敛性较好，但是其收敛速度较慢。而牛顿法虽然收敛速度很快，但是其迭代公式里需要计算二阶的海森矩阵及其逆矩阵，计算量很大，而且迭代初值选择不当就无法收敛。针对梯度法和牛顿法的优缺点，共轭梯度法被提出来了，之后很多科学家又对此做了进一步的改进，比如 FR 共轭梯度法。如果公式选用得当，共轭梯度法是比较容易搜索到目标函数的极小点的。

蒙特卡洛法则从另一个角度对反演问题求解，它在模型空间中随机搜索，实质上是一种“赌博法”。它可用于解决高次非线性、多参数、具有多个局部极小值的非线性反演问题。模拟退火法是模拟物质退火的物理过程，即统计试验的组合优化过程。其反演的基本思路是将待反演的模型参数看作是融化物体的一个分子。将目标函数看作是融化物体的能量函数。通过缓慢地减小模拟温度  $T$ ，进行迭代反演，使目标函数最终达到最小。要求得一个合适的温度下降率，唯一的办法就是通过实验。模拟退火法是模拟物质的退火过程，而遗传算法则是模拟生物进化的自然选择和遗传过程。遗传算法最早是由 John Holland 于 1975 年提出来的一种非线性反演法。它既不是仅依赖于目标函数梯度的一类非启发式反演法；又不是在模型空间进行完全、彻底的随机搜索的传统的蒙特卡洛法。和模拟退火法一样，它是一种在模型空间进行启发式搜索的非线性反演法。人工神经网络算法在地球物理学中的应用日趋广泛。但成功的事例多数还只是限于模式识别、判断决策、组合优化等方面。神经网络在反演中的潜力刚刚显示出来。

将非线性问题线性化，使非线性反演问题简化为线性反演问题，是当今解决非线性反演问题的一个重要途径和方法。本文研究的井眼模型反演问题中，模型参数不多，模型较为简单，可以线性化转换成线性反演问题。线性反演问题目前研究的都比较成熟，其中 Marquardt 法也即阻尼最小二乘法应用较为广泛。井眼模型反演算法采用的就是 Marquardt 法。

### 3.1 井眼校正反演理论推导

井眼校正反演算法的实质是根据给定的测井数据确定合理的井眼理论模型参数。模型反演问题的一般提法是：要求用一个具有  $m$  个参数的正演模型去拟合  $n$  个测井数据值，其数学表达式为

$$\bar{D} = \bar{F}(\bar{S}, \bar{P}) \quad \bar{D} \in R^n, \bar{P} \in R^m, \bar{S} \in R^k \quad (3-1)$$

式中  $\bar{D} = [d_1, d_2, \dots, d_n]$  表示  $n$  维测井数据向量；

$\bar{F} = [f_1, f_2, \dots, f_n]$  表示  $n$  维模型响应函数向量；

$\bar{P} = [p_1, p_2, \dots, p_m]$  表示待反演的  $m$  维模型参数向量；

$\bar{S} = [s_1, s_2, \dots, s_k]$  表示正演模型  $k$  维其它模型参数。

居中情况时，式 (3-1) 中的  $m = 3$ 。偏心情况时，式 (3-1) 中的  $m = 4$ 。

简便起见，先考虑居中情况，如果要考虑偏心因素，则在模型参数中加入偏心率  $ecc$  即可，其理论推导和数值计算公式与居中时相比并无本质区别。

式 (3-1) 是一组非线性方程组，若根据经验给出模型参数的初始猜测

$$\bar{P}_0^T = (p_{10}, p_{20}, \dots, p_{m0}) \quad (3-2)$$

则可以用泰勒级数把式 (3-1) 右边展开为线性化的形式（略去二阶以上项）

$$\bar{D} = \bar{F}(\bar{P}_0) + J\Delta\bar{P} = \bar{Y}_0 + J\Delta\bar{P} \quad (3-3)$$

式中  $\bar{Y}_0 = [y_{10}, y_{20}, \dots, y_{m0}] = \bar{F}(p_{10}, p_{20}, \dots, p_{m0})$  为正演模型预测数据；

$\Delta\bar{P} = (\Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_m)$  为待反演参数增量<sup>[34]</sup>；

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial p_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial p_m} \end{bmatrix} \text{ 为 Jacobi 矩阵。}$$

将式 (3-3) 进一步改写为

$$\bar{E} = \bar{D} - \bar{Y}_0 = J\Delta\bar{P} \quad (3-4)$$

式中  $\bar{E} = [d_1 - y_{10}, d_2 - y_{20}, \dots, d_m - y_{m0}]^T$  为测井值与预测值之差。

式(3-4)是关于待反演参数修正步长 $\Delta P$ 的 $n \times m$ 阶线性方程组。令 $\bar{E}_k = \bar{D} - \bar{Y}_k$ ,  $J = J_k$ ,  $\Delta \bar{P}_{k+1} = \bar{P}_{k+1} - \bar{P}_k$ , 则式(3-4)转换成迭代公式

$$\bar{E}_k = J_k \Delta \bar{P}_{k+1} \quad (3-5)$$

在响应数据的个数大于等于模型参数的个数的情况下( $n \geq m$ ), 解方程组(3-5)最简单最常用的方法就是最小方差法。设 $\phi$ 为 $\bar{E}_k$ 与 $J_k \Delta \bar{P}_{k+1}$ 之误差向量, 则方差(即目标函数)为:

$$\Phi = \phi^T \phi = (\bar{E}_k - J_k \Delta \bar{P}_{k+1})^T (\bar{E}_k - J_k \Delta \bar{P}_{k+1}) \quad (3-6)$$

将式(3-6)展开得:

$$\Phi = \bar{E}_k^T \bar{E}_k - \Delta \bar{P}_{k+1}^T J_k^T \bar{E}_k - \bar{E}_k^T J_k \Delta \bar{P}_{k+1} - \Delta \bar{P}_{k+1}^T J_k^T J_k \Delta \bar{P}_{k+1} \quad (3-7)$$

最小方差解必须满足:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \Delta \bar{P}_{k+1}} = -J_k^T \bar{E}_k + J_k^T J_k \Delta \bar{P}_{k+1} = 0 \quad (3-8)$$

所以

$$\Delta \bar{P}_{k+1} = (J_k^T J_k)^{-1} J_k^T \bar{E}_k \quad (3-9)$$

由于存在理论模型简化造成的误差、正演响应的数值计算误差以及测井数据中不可避免的测量误差<sup>[35]</sup>, 当这些误差作为 Jacobi 矩阵的扰动参与运算时, Jacobi 矩阵的条件数直接影响到数值解的可靠性。

存在扰动的情况下, 式(3-5)实际为

$$\bar{E}_k + \delta \bar{E}_k = (J_k + \delta J_k)(\Delta \bar{P}_{k+1} + \delta \Delta \bar{P}_{k+1}) \quad (3-10)$$

式中 $\delta J_k$ 是 $J_k$ 的扰动;

$\delta \bar{E}_k$ 是 $\bar{E}_k$ 的扰动。

由于 $\delta J_k$ 、 $\delta \bar{E}_k$ 的存在, 当用式(3-10)计算参数迭代步长 $\Delta \bar{P}_{k+1}$ 时则存在扰动 $\delta \Delta \bar{P}_{k+1}$ 。

根据逆矩阵摄动理论, 当 $\delta J_k \neq 0$ ,  $\delta \bar{E}_k \neq 0$ , 且满足条件(3-11)

$$\|J_k^+ \delta J_k\| \leq \|J_k^+\| \|\delta J_k\| \leq 1 \quad (3-11)$$

式中 $J_k^+$ 为 $J_k$ 的广义逆矩阵, 有

$$\frac{\|\delta\Delta\bar{P}_{k+1}\|}{\|\Delta P_{k+1}\|} \leq M \text{cond}(J_k) \left( \frac{\|\delta J_k\|}{\|J_k\|} + \frac{\|\delta\bar{E}\|}{\|\bar{E}\|} \right) \quad (3-12)$$

式中  $M = \frac{1}{1 - \|\delta J_k\| \|J_k^+\|}$  是一个大于 1 的正数;

$\text{cond}(J_k) = \|J_k\| \|J_k^+\|$  是  $J_k$  的条件数, 其值与所取的矩阵范数有关, 常用的范数是  $\|\cdot\|_p, p=1, 2, \infty$ 。

式 (3-12) 表明在某种范数的衡量尺度下,  $\Delta\bar{P}_k$  的相对误差  $\frac{\|\delta\Delta\bar{P}_k\|}{\|\Delta\bar{P}_k\|}$  小于  $\bar{E}$  与  $J_k$  的相

对误差和的  $\text{cond}(J_k)$  倍。显然条件数  $\text{cond}(J_k)$  越小, 扰动误差对解的影响越小。反之若条件数  $\text{cond}(J_k)$  很大,  $J_k$  很接近奇异, 扰动误差对解的影响则非常大。此时计算出的迭代步长一般是较大的数值, 这个结果通常是不可靠的, 如将其代入式 (3-5) 则导致迭代发散。

针对因条件数大而迭代步长计算结果较大的问题, 可对式 (3-6) 进行修正。为保证迭代收敛, 在式 (3-6) 误差函数中加入由 2 范数定义的  $\Phi' = \|\Delta\bar{P}_{k+1}\| = \Delta\bar{P}_{k+1}^T \Delta\bar{P}_{k+1} = \min$  的误差项, 即

$$\Phi = (\bar{E}_k - J_k \Delta\bar{P}_{k+1})^T (\bar{E}_k - J_k \Delta\bar{P}_{k+1}) + \varepsilon^2 \Delta\bar{P}_{k+1}^T \Delta\bar{P}_{k+1} \quad (3-13)$$

式中  $\varepsilon^2$  为阻尼因子或加权因子, 所以 Marquardt 法又称阻尼最小二乘法。 $\varepsilon^2$  决定预测误差项  $(\bar{E}_k - J_k \Delta\bar{P}_{k+1})^T (\bar{E}_k - J_k \Delta\bar{P}_{k+1})$  和模型参数增量的 2 范数长度项  $\Delta\bar{P}_{k+1}^T \Delta\bar{P}_{k+1}$  在极小化目标函数  $\Phi$  里各自之相对重要性。如果  $\varepsilon^2$  足够大, 则模型参数增量的 2 范数长度在极小化过程中起着主要作用; 如果  $\varepsilon^2$  为 0, 则极小化的是方差部分。

式 (3-13) 的解为:

$$\Delta\bar{P}_{k+1} = [J_k^T J_k + \varepsilon^2 I]^{-1} J_k^T \bar{E}_k \quad (3-14)$$

根据  $J_k$  的奇异值分解,  $J_k$  可以分解为:

$$J_k = U \Lambda V^T \quad (3-15)$$

式中  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$   $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r \geq 0$ ,  $\Lambda$  是  $J_k$  的奇异值 (也即  $J_k^T J_k$  特征值的平方根) 构成的对角线矩阵,  $r$  是  $J_k$  的秩;  $U$  是  $n \times n$  阶正交矩阵;  $V$  是  $m \times m$  阶正交矩阵。

式 (3-9) 中  $J_k^T J_k$  可以写成

$$J_k^T J_k = (U\Lambda V^T)^T U\Lambda V^T = V\Lambda^2 V^T = V \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_r^2 \end{bmatrix} V^T \quad (3-16)$$

式 (3-14) 中  $J_k^T J_k + \varepsilon^2 I$  可以写成

$$J_k^T J_k + \varepsilon^2 I = V \begin{bmatrix} \lambda_1^2 + \varepsilon^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_r^2 + \varepsilon^2 \end{bmatrix} V^T = V\Lambda^2 V^T \quad (3-17)$$

对于井眼校正这类地球物理反演问题而言,  $J_k$  多半是接近奇异的,  $J_k$  的最大奇异值与最小奇异值的比值相当大, 也即条件数相当大。对比式 (3-16) 和式 (3-17), 由于对角线矩阵  $\Lambda^2$  是  $\Lambda$  的各对角线元素上加了一个正数  $\varepsilon^2$ , 从而极大地改善了系数矩阵  $J_k^T J_k + \varepsilon^2 I$  相对于  $J_k^T J_k$  而言的求逆条件, 此时的条件数为:

$$\text{cond}(J_k^T J_k + \varepsilon^2 I) = \frac{\lambda_{\max}^2 + \varepsilon^2}{\lambda_{\min}^2 + \varepsilon^2} < \frac{\lambda_{\max}^2}{\lambda_{\min}^2} = \text{cond}(J_k^T J_k) \quad (3-18)$$

从式 (3-18) 角度上看, 阻尼最小二乘法的实质是将  $J_k$  的较小奇异值加大从而减弱了  $J_k$  的奇异性<sup>[36]</sup>。

当  $J_k$  接近奇异时, 采用阻尼最小二乘法能够较好保证迭代的收敛性, 但是选取阻尼因子  $\varepsilon^2$  是一个十分重要同时又比较困难的问题。本文反演算法中, 阻尼因子  $\varepsilon^2$  的选择思想是从阻尼最小二乘法的原理出发, 限制  $J_k$  的最大奇异值与最小奇异值比值不超过  $N$  (通常根据实际计算经验  $N = 1000$ ), 即  $\varepsilon^2$  取  $J_k$  最大奇异值的 0.001 倍。这样就保证  $J_k$  的最大奇异值与最小奇异值相差不至于太大, 从而改善方程组 (3-9) 的奇异性 and 病态性。



### 3.2 反演方法的测试

下面通过一组数据图说明阻尼最小二乘法的应用必要性。

反演模型一：给定测试模型参数分别是井眼半径  $r_w=0.15\text{m}$ 、井眼泥浆电导率  $\sigma_m=1.2\text{S/m}$ 、地层电导率  $\sigma_f=0.1\text{S/m}$ ，由正演响应函数计算的 4 个响应分别是  $R_1=0.5046\text{ S/m}$ 、 $R_2=0.2990\text{ S/m}$ 、 $R_3=0.1888\text{ S/m}$ 、 $R_4=0.1342\text{ S/m}$ ，初值分别是  $r_w=0.14\text{m}$ 、 $\sigma_m=0.8\text{S/m}$ 、 $\sigma_f=0.05\text{S/m}$ ，即  $\bar{x}_0=(0.14\ 0.8\ 0.05)^T$ ，将响应和初值分别代入式 (3-9) 和式 (3-10) 进行反演推算。迭代结束条件是所有响应相对误差小于 1% 或迭代次数大于 30。

式 (3-9) 运算的结果如图 3-1。

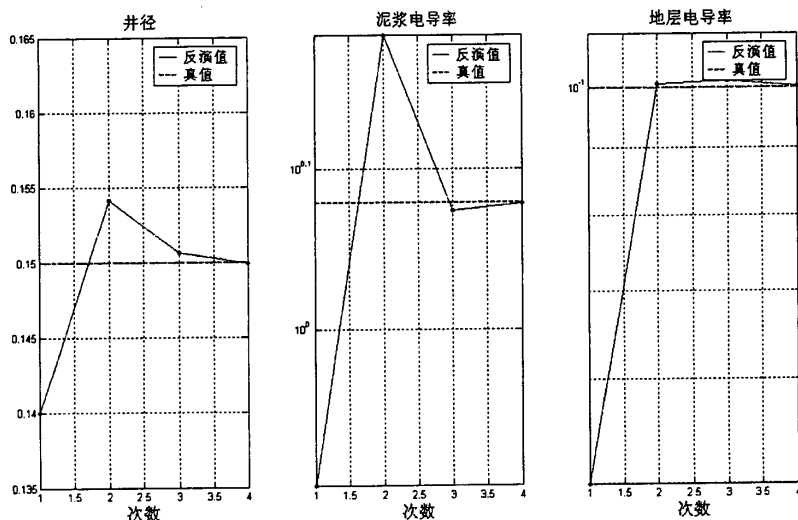


图 3-1 无阻尼因子模型参数迭代情况 (反演模型一)

式 (3-10) 运算的结果如图 3-2。

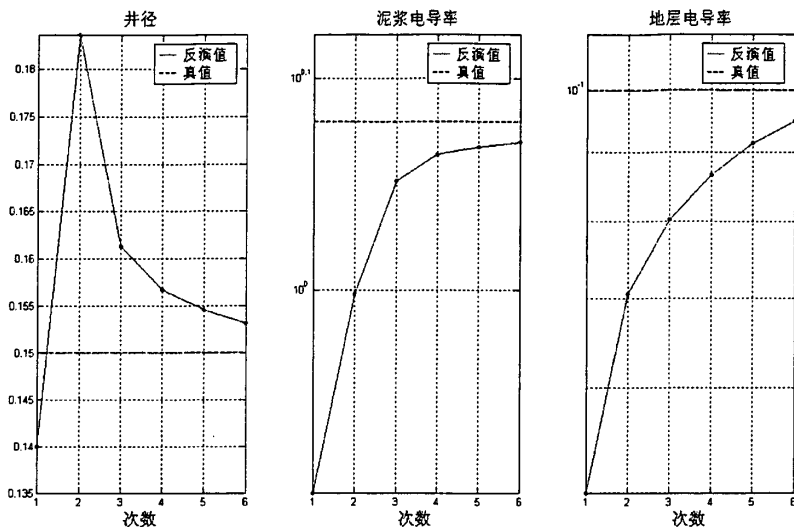


图 3-2 阻尼因子模型参数迭代情况 (反演模型一)

比较图 3-1 和图 3-2 的迭代次数可以看出在给定条件相同的情况下不带阻尼因子公式迭代收敛速度比带阻尼因子公式迭代收敛速度快。

反演模型二：初值分别为  $r_w=0.18\text{m}$ 、 $\sigma_m=0.01\text{S/m}$ 、 $\sigma_f=0.006\text{S/m}$ ，即  $\bar{x}_0 = (0.18 \ 0.01 \ 0.006)^T$ ，其它条件与反演模型一相比较不做任何改变。

将响应和初值分别代入式 (3-9) 和式 (3-10) 进行反演推算。

式 (3-9) 运算的结果如图 3-3。

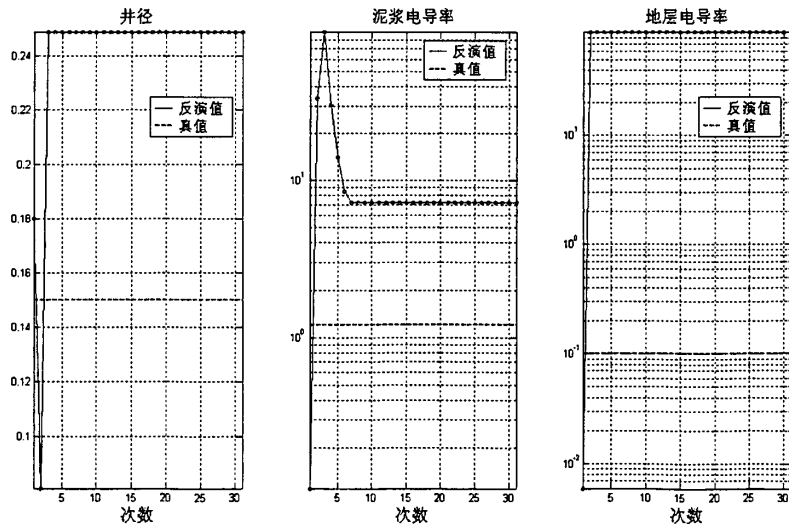


图 3-3 无阻尼因子模型参数迭代情况 (反演模型二)

式(3-10)运算的结果如图3-4。

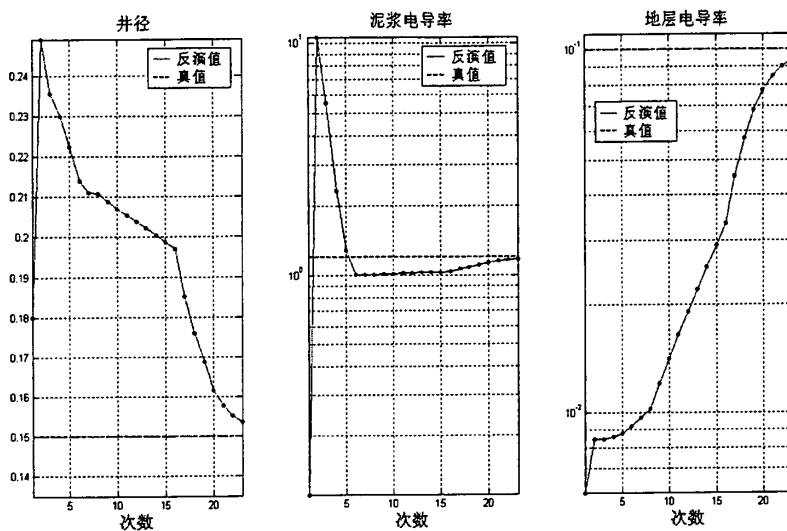


图 3-4 阻尼因子模型参数迭代情况（反演模型二）

比较图 3-3 和图 3-4 的结果可以看出在反演模型二的不带阻尼因子公式迭代已不再收敛，而带阻尼因子公式迭代收敛速度虽然不快，但仍然保证了收敛性。

反演模型二与反演模型一的设定参数相比，只是初值发生了改变。和反演模型一相对，反演模型二的初值与理论真值相差较多。这说明用带阻尼因子的公式进行反演对初值的选择并不敏感，而用不带阻尼因子的公式进行反演，虽然初值选取合适时收敛速度较快，但其收敛性易受初值变化的影响，如果初值选取不合适，则迭代无法收敛。实际测井数据处理中，对初值的估计往往与目标模型的参数相差较大，因此阻尼最小二乘法具有更好的实用性。

### 3.3 反演问题的对数化处理

求解的地层模型含有井眼和地层，各区域的电导率变化范围可高达 5~6 个数量级，若不做处理就按前述的迭代流程进行迭代，结果会很不稳定。因此，有必要改变这些量的表达方式。一种可行的处理方法是将变化梯度大的数据和参数用对数来表示。

式(2-1)和式(2-2)中对数化的参数是地层电导率  $\sigma_f$  和泥浆电导率  $\sigma_m$ 。则式(3-5)中 Jacobi 矩阵各元素要做相应变化，以居中时响应函数为例。

未做对数化处理时

$$J_k = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial F_1}{\partial r_w} \right|_k & \left. \frac{\partial F_1}{\partial \sigma_m} \right|_k & \left. \frac{\partial F_1}{\partial \sigma_f} \right|_k \\ \left. \frac{\partial F_2}{\partial r_w} \right|_k & \left. \frac{\partial F_2}{\partial \sigma_m} \right|_k & \left. \frac{\partial F_2}{\partial \sigma_f} \right|_k \\ \left. \frac{\partial F_3}{\partial r_w} \right|_k & \left. \frac{\partial F_3}{\partial \sigma_m} \right|_k & \left. \frac{\partial F_3}{\partial \sigma_f} \right|_k \\ \left. \frac{\partial F_4}{\partial r_w} \right|_k & \left. \frac{\partial F_4}{\partial \sigma_m} \right|_k & \left. \frac{\partial F_4}{\partial \sigma_f} \right|_k \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

式中  $\left. \frac{\partial F_1}{\partial r_w} \right|_k$  表示在  $k$  点处的  $\frac{\partial F_1}{\partial r_w}$ 。

$$\bar{E}_k = [d_1 - y_{1k}, d_2 - y_{2k}, d_3 - y_{3k}, d_4 - y_{4k}]^T \quad (3-20)$$

$$\Delta \bar{P}_{k+1} = [r_{wk+1} - r_{wk}, \sigma_{mk+1} - \sigma_{mk}, \sigma_{fk+1} - \sigma_{fk}]^T \quad (3-21)$$

做对数化处理后，记变换后的式 (3-5) 为

$$\bar{E}_k^* = J_k^* \Delta \bar{P}_{k+1}^* \quad (3-22)$$

$$J_k^* = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial F_1}{\partial r_w^*} \right|_k & \left. \frac{\partial F_1}{\partial \sigma_m^*} \right|_k & \left. \frac{\partial F_1}{\partial \sigma_f^*} \right|_k \\ \left. \frac{\partial F_2}{\partial r_w^*} \right|_k & \left. \frac{\partial F_2}{\partial \sigma_m^*} \right|_k & \left. \frac{\partial F_2}{\partial \sigma_f^*} \right|_k \\ \left. \frac{\partial F_3}{\partial r_w^*} \right|_k & \left. \frac{\partial F_3}{\partial \sigma_m^*} \right|_k & \left. \frac{\partial F_3}{\partial \sigma_f^*} \right|_k \\ \left. \frac{\partial F_4}{\partial r_w^*} \right|_k & \left. \frac{\partial F_4}{\partial \sigma_m^*} \right|_k & \left. \frac{\partial F_4}{\partial \sigma_f^*} \right|_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial F_1}{\partial r_w} \right|_k & \left. \frac{\partial F_1}{\partial \log \sigma_m} \right|_k & \left. \frac{\partial F_1}{\partial \log \sigma_f} \right|_k \\ \left. \frac{\partial F_2}{\partial r_w} \right|_k & \left. \frac{\partial F_2}{\partial \log \sigma_m} \right|_k & \left. \frac{\partial F_2}{\partial \log \sigma_f} \right|_k \\ \left. \frac{\partial F_3}{\partial r_w} \right|_k & \left. \frac{\partial F_3}{\partial \log \sigma_m} \right|_k & \left. \frac{\partial F_3}{\partial \log \sigma_f} \right|_k \\ \left. \frac{\partial F_4}{\partial r_w} \right|_k & \left. \frac{\partial F_4}{\partial \log \sigma_m} \right|_k & \left. \frac{\partial F_4}{\partial \log \sigma_f} \right|_k \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial F_1}{\partial r_w} \right|_k & \left. \frac{\partial F_1 \ln 10}{\partial \sigma_m} \right|_k & \left. \frac{\partial F_1 \ln 10}{\partial \sigma_f} \right|_k \\ \left. \frac{\partial F_2}{\partial r_w} \right|_k & \left. \frac{\partial F_2 \ln 10}{\partial \sigma_m} \right|_k & \left. \frac{\partial F_2 \ln 10}{\partial \sigma_f} \right|_k \\ \left. \frac{\partial F_3}{\partial r_w} \right|_k & \left. \frac{\partial F_3 \ln 10}{\partial \sigma_m} \right|_k & \left. \frac{\partial F_3 \ln 10}{\partial \sigma_f} \right|_k \\ \left. \frac{\partial F_4}{\partial r_w} \right|_k & \left. \frac{\partial F_4 \ln 10}{\partial \sigma_m} \right|_k & \left. \frac{\partial F_4 \ln 10}{\partial \sigma_f} \right|_k \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

$$\bar{E}_k = [d_1 - y_{1k}, d_2 - y_{2k}, d_3 - y_{3k}, d_4 - y_{4k}]^T \quad (3-24)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{P}_{k+1} &= [r_{wk+1} - r_{wk} \quad \log \sigma_{mk+1} - \log \sigma_{mk} \quad \log \sigma_{fk+1} - \log \sigma_{fk}]^T \\ &= [r_{wk+1} - r_{wk} \quad \log(\sigma_{mk+1} / \sigma_{mk}) \quad \log(\sigma_{fk+1} / \sigma_{fk})]^T \end{aligned} \quad (3-25)$$

从式 (3-22) 解出  $\Delta \bar{P}_{k+1}$  后, 可得第  $k+1$  次的迭代结果

$$\begin{aligned} r_{wk+1} &= r_{wk} + \Delta r_{wk} \\ \sigma_{mk+1} &= \sigma_{mk} 10^{\Delta \sigma_{mk}} \\ \sigma_{fk+1} &= \sigma_{fk} 10^{\Delta \sigma_{fk}} \end{aligned} \quad (3-26)$$

### 3.4 均匀介质的感应测井理论

井眼校正的最终目的是得到无井眼影响的测井数据, 无井眼影响的测井环境实质就是测井仪器的周围介质是均匀的, 因此必须研究推导均匀介质的感应测井理论公式。

MIT 的子阵列是三线圈系感应测井, 其均匀地层感应测井模型如图 3-5 所示, 并做如下假设:

三线圈系位于均匀、各向同性、时不变的地层, 磁导率, 电导率, 介电常数均为常数, 地层绕轴 (即井轴) 旋转对称。

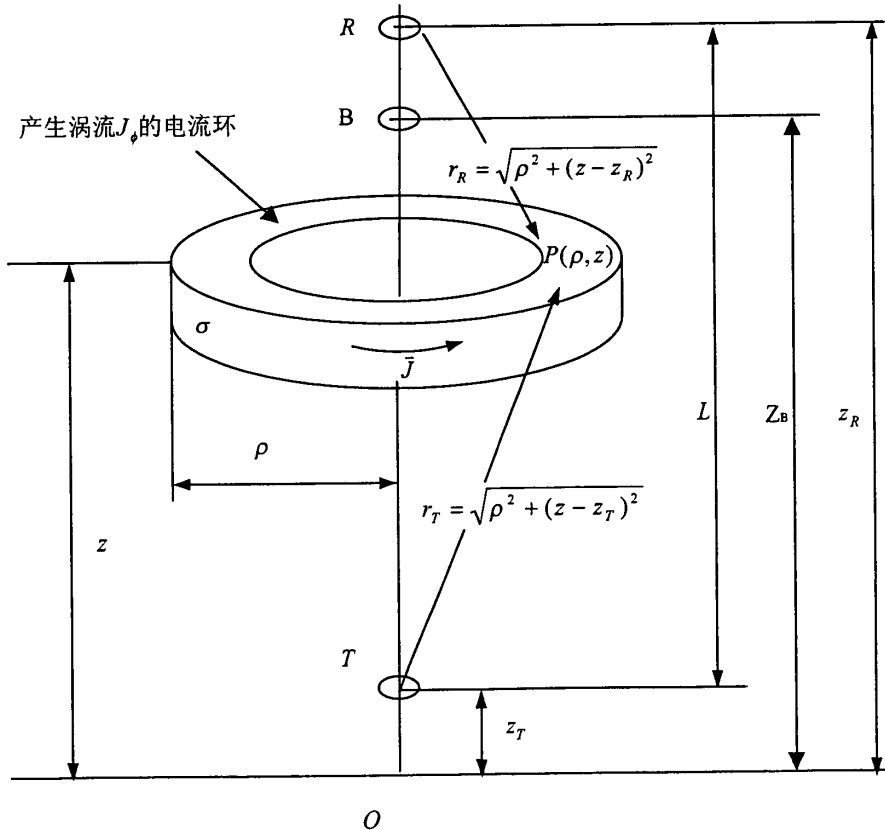


图 3-5 三线圈系感应测井示意图

图中，T、B 和 R 分别为发射线圈、屏蔽线圈和接收线圈，匝数为  $N_T$ 、 $N_B$  和  $N_R$ ；线圈半径均为  $a$ ；L 为发射线圈和接收线圈之间的间距；线圈的工作频率为  $f$ ， $\omega$  是电流变化的角频率；发射线圈中的交变电流  $I = I_T e^{-i\omega t}$ ， $I_T$  是电流强度。

由 R 和 T 组成的双线圈系产生的感生电动势为

$$V_{RT} \approx \frac{i\omega\mu I_T A_T N_T A_R N_R}{2\pi L_{RT}^3} (1 - ikL_{RT}) e^{ikL_{RT}} \quad (3-27)$$

式中， $A_R = \pi a_R^2$  是接收线圈面积， $A_T = \pi a_T^2$  是发射线圈面积。

将电压信号转换成视电导率，即

$$\sigma_{a\_RT} = \frac{-2i}{\omega\mu L_{RT}^2} [(1 - ikL_{RT}) e^{ikL_{RT}} - 1] \quad (3-28)$$

上式是视电导率的复数形式。由于视电导率是复数，它也称复视电导率。实际应用中把复视电导率实部直接当作视电导率，而把复视电导率虚部作为无用信号弃之不用。三线圈系视电导率  $\sigma_a$  计算公式如下：

$$\sigma_a = \frac{\frac{N_T N_R}{L_{RT}} \cdot \sigma_{a\_RT} + \frac{N_T N_B}{L_{BT}} \cdot \sigma_{a\_BT}}{\frac{N_T N_R}{L_{RT}} + \frac{N_T N_B}{L_{BT}}} \quad (3-29)$$

图 3-6 和图 3-7 显示了 MIT 的 8 个子阵列视电导率实部和虚部与真电导率的关系，工作频率是 26.325kHz，其中接收与发射线圈距离随子阵列序号从 1 到 8 依次增大。

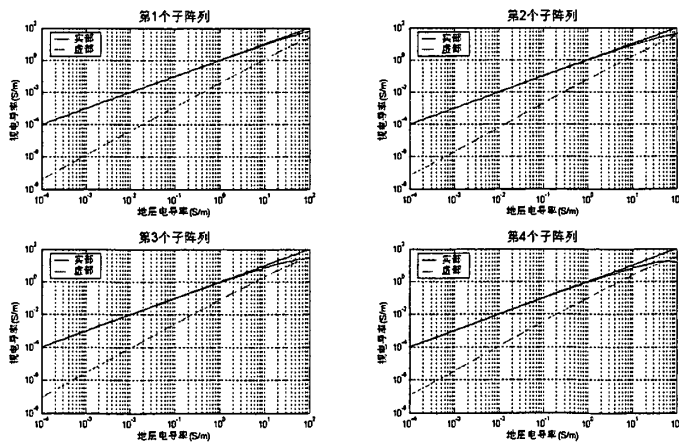


图 3-6 MIT 第 1-4 个子阵列的视电导率实部和虚部

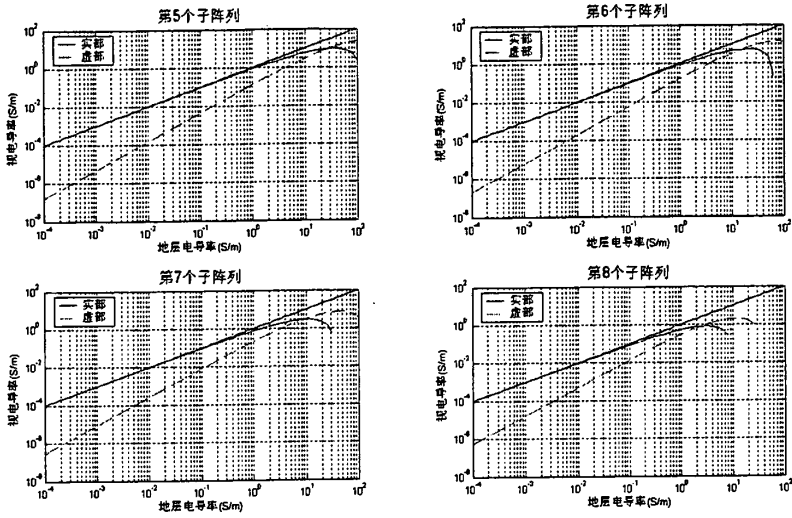


图 3-7 MIT 第 5-8 个子阵列的视电导率实部和虚部

从图 3-6 和图 3-7 可以看出，真电导率很大时视电导率实部小于真电导率，且线圈距离越大两者之间的差别越明显，说明 MIT 在均匀介质中的测量信号是包含趋肤效应影响的，即进行了井眼校正后的数据还要进行趋肤效应校正。另外，由于实际测井数据、模型理论计算数据都包含有趋肤效应影响，进行井眼校正的过程可不用考虑趋肤效应校正。

### 3.5 测井数据的井眼校正

井眼校正的目的是对有井眼影响的测井数据进行处理，进而得到无井眼影响的测井数据。根据测井数据  $\bar{D}$  反演出井眼模型各参数的数值解后，无论测井仪器是居中还是偏心，都可以确定地层电导率  $\sigma_{f\_inv}$ ，而均匀地层的感应测井响应  $\bar{\sigma}_{aho}(\sigma_{f\_inv})$  可由式 (3-29) 计算出来，井眼模型的数值解  $\bar{\sigma}_{ath}(r_{w\_inv}, \sigma_{m\_inv}, \sigma_{f\_inv})$  由正演响应函数计算，校正量  $\bar{C}(r_{w\_inv}, \sigma_{m\_inv}, \sigma_{f\_inv})$  则由式 (3-30) 确定：

$$\bar{C}(r_{w\_inv}, \sigma_{m\_inv}, \sigma_{f\_inv}) = \bar{\sigma}_{aho}(\sigma_{f\_inv}) - \bar{\sigma}_{ath}(r_{w\_inv}, \sigma_{m\_inv}, \sigma_{f\_inv}) \quad (3-30)$$

将校正量  $\bar{C}(r_{w\_inv}, \sigma_{m\_inv}, \sigma_{f\_inv})$  加在有井眼影响的测井数据  $\bar{D}$  上，便得到井眼校正过的数据  $\bar{D}_c$ ，即完成对有井眼影响的测井数据的井眼校正。

$$\bar{D}_c = \bar{D} + \bar{C}(r_{w\_inv}, \sigma_{m\_inv}, \sigma_{f\_inv}) \quad (3-31)$$

反演算法中初值选择也是一个非常重要的一个步骤。根据几何因子理论，子阵列 8

的响应信号大部分来自与井眼相距较远的地层，因此地层电导率 $\sigma_f$ 的初值可以取子阵列 8 的响应值。子阵列 1 的响应信号有相当部分来自井眼中的泥浆，因此泥浆电导率 $\sigma_m$ 的初值可以取子阵列 1 的测量值。实际测井中，井径和泥浆电导率都由相关仪器测量得到，且测量值与真值较为接近。

### 3.5.1 无侵地层测井数据的井眼校正

为分析井眼校正算法的有效性，先研究简单的三层地层模型，仪器居中，有井眼，无侵入影响，目的地层以上地层等效为均匀的上围岩，其电导率为 $\sigma_u$ ，目的地层以下地层等效为均匀的下围岩，其电导率为 $\sigma_d$ ，目的地层的电导率为 $\sigma_f$ ，井眼中泥浆电导率为 $\sigma_m$ ，如图 3-8。因为已知地层模型参数的测井数据无法从试验测量中得到，所以本文中有井眼影响无侵地层的测井数据是通过模式匹配法计算得到的，并以此作为检验井眼校正算法的测试数据。

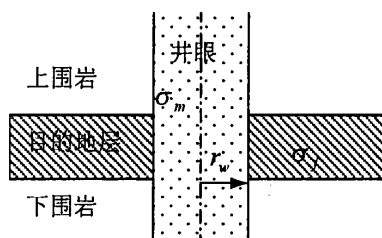


图 3-8 三层无侵入地层模型

地层模型一：给定测试模型参数分别是井眼半径 $r_w=0.1\text{m}$ ，泥浆电导率 $\sigma_m=1\text{S/m}$ ，目的地层电导率 $\sigma_f=0.05\text{S/m}$ ，上围岩电导率 $\sigma_u=0.2\text{S/m}$ ，下围岩电导率 $\sigma_d=0.2\text{S/m}$ ，层厚 $h=3\text{m}$ 。

迭代结束条件是所有响应相对误差小于 1%或迭代次数大于 15。

反演结果相关图形如下：



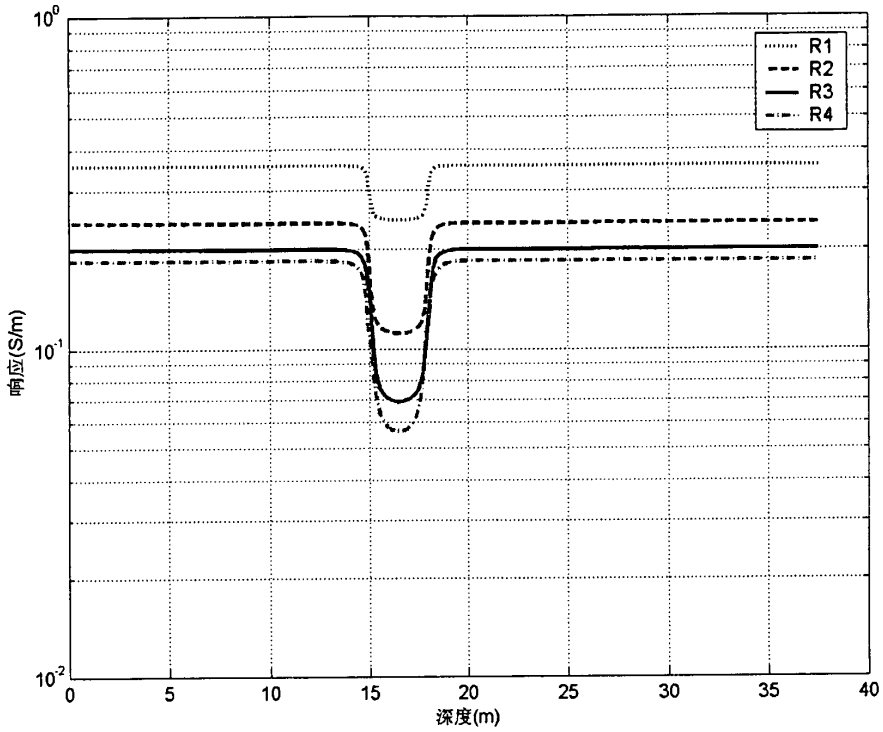


图 3-9 待校正原始测井数据

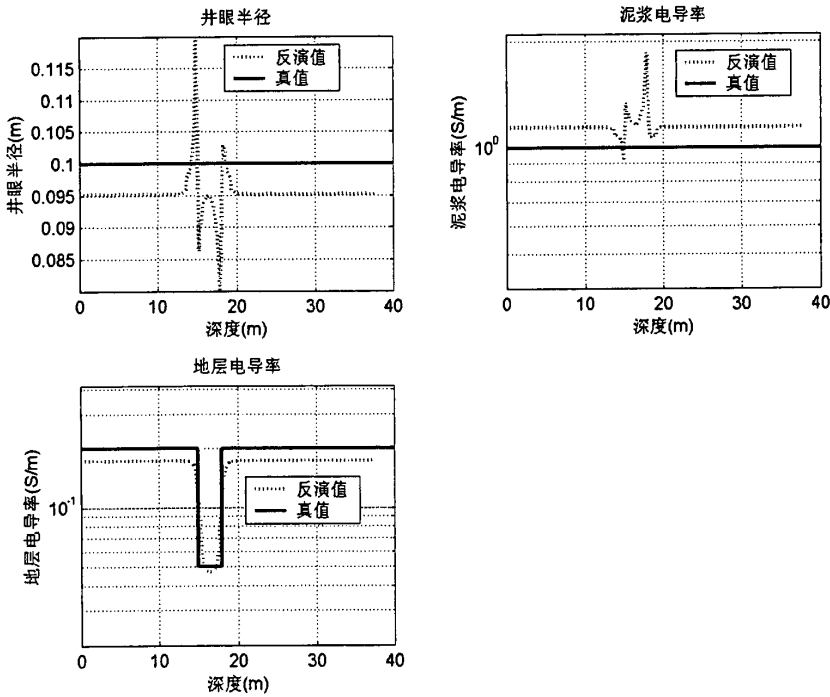


图 3-10 模型参数反演图形

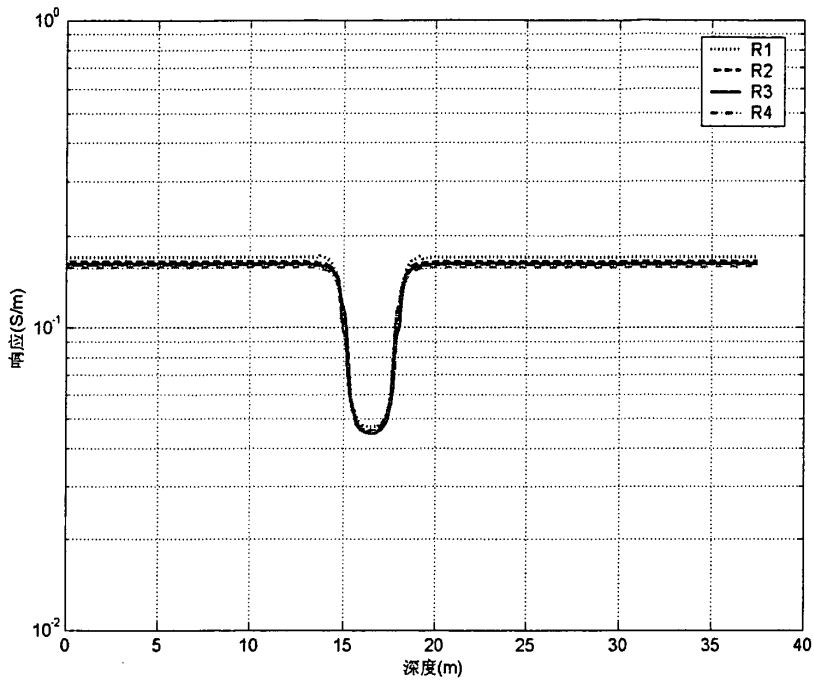


图 3-11 校正后测井数据图形

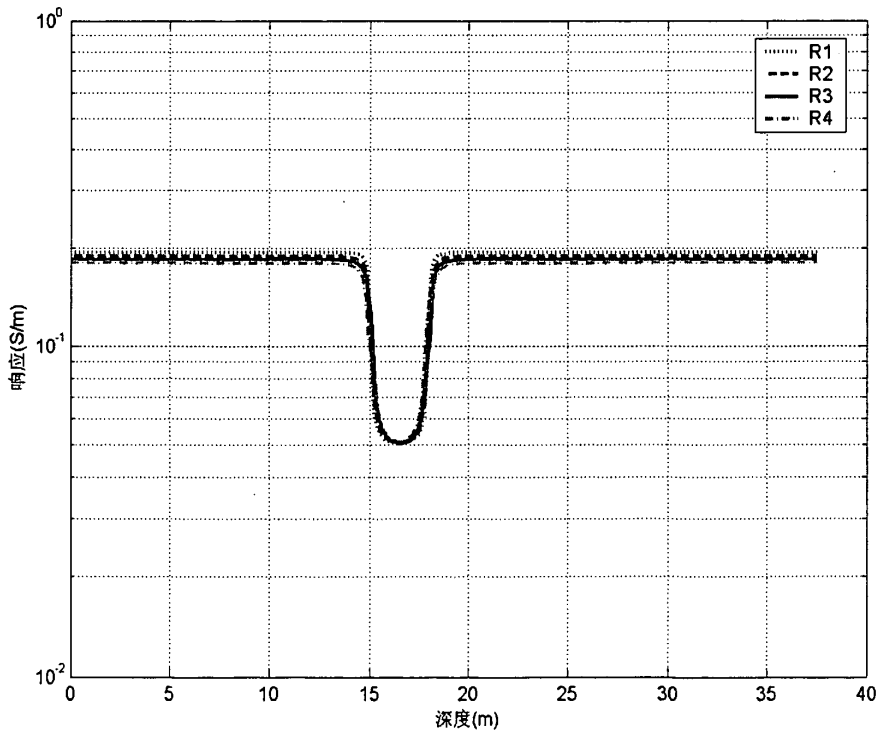


图 3-12 无井眼影响的测井数据图形

图 3-12 显示的是由模式匹配法计算得到的无井眼影响的测井数据, 无井眼影响的测井数据是用来对校正结果的, 如果校正结果与无井眼影响的测井数据接近则认为校正质量满意。

图 3-11 是校正后测井数据图形, 和图 3-12 对比可以看出校正效果基本满意。

图 3-10 是测试模型参数的反演值变化图形。由图 3-10 可以看出, 反演值与真值比较仍有不理想的地方, 特别是地层交界处的参数反演值变化出现较大波动, 井眼半径  $r_{w\_inv}$  和泥浆电导率  $\sigma_{m\_inv}$  两个参数比较明显, 而地层电导率  $\sigma_{f\_inv}$  与真值相比较变化平缓。

之所以出现这样的问题是因为井眼理论模型过于简单, 模型将井眼外的整个地层等效为均匀介质地层, 但是实际测试模型的地层在纵向上有变化。如果地层纵向上变化较为缓慢, 则实际情况与井眼模型的假设前提较为接近, 反演的结果也将更接近真值。这可以从图 3-10 的反演情况看出, 地层交界处以外反演的模型参数没有任何波动。如果地层纵向上变化较为剧烈则实际情况与井眼模型的假设前提相差较远, 反演的结果将较大偏离真值。从图 3-10 的反演情况看出, 地层交界处的反演的模型参数有较大波动。

根据以上分析, 当地层电导率在纵向上变化时, 用简单的三参数井眼模型等效描述实际地层会带来一定误差。地层电导率纵向变化剧烈则校正的结果会差一些, 变化缓慢则校正的结果会好一些。

为了减缓参数反演的波动, 采用的解决方法是反演前先对测井原始数据进行低通滤波, 再进行反演校正。因为井眼影响主要是由井眼半径  $r_w$  和泥浆电导率  $\sigma_m$  两个参数的确定。一般情况下纵向方向上  $r_w$  和  $\sigma_m$  是缓慢变化的参数, 缓变的井眼影响相当于缓变的低频信号, 也可看作缓变的系统误差, 而地层电导率  $\sigma_f$  在纵向方向上是一个变化相对较快的参数。相对于缓变的井眼信号, 变化较快的地层信号可被认为是高频信号。

井眼校正的实质就是如何确定缓变的井眼影响, 并将其作为系统误差消除掉。在准确确定井眼影响之前, 可以用低通滤波方法先将变化相对较快的地层信号滤除掉, 保留相对变化较慢的地层信号。低通滤波后地层信号在仪器响应范围内变化缓慢, 接近均匀地层, 此时再进行反演, 则反演的结果更加准确。但是实际地层在纵向上总会有变化, 而井眼模型将变化的地层简单等效为均匀地层, 这样的等效是不可能与实际情况相吻合的, 因而也不可能从反演结果中重新构造出理想的无井眼测井数据, 从而实现理想的井

眼校正。所以上述方法只能在一定程度上近似地解决问题。

采用低通滤波方法之后需要考虑的问题是带宽的选取，即截止频率如何确定。根据前面已经讨论过的指导思想，低通滤波的目的是将 4 个短子阵列响应的高频信号滤掉。那么信号变化多快才能被视为高频信号？这里只要信号在 4 个短子阵列响应范围内的变化超过一个周期可被视为是高频的。经过低通滤波，可以保证测井信号在 4 个短子阵列响应范围内变化较为平缓。

能够衡量子阵列响应范围的重要参数是接收与发射线圈距  $L_{TR}$ ， $L_{TR}$  越大子阵列响应范围就越大，在纵向上子阵列的信号主要来自在其两倍  $L_{TR}$  范围内，而 4 个短子阵列中线圈距离最长的是 0.375m，保守取为 0.4m。如果在 0.8m 以内变化一个周期的正弦信号能被完全滤掉，就认为信号已经较为平滑，可以进行后续的反演。井眼校正程序中采用 N 点平滑滤波器，N 由式 (3-32) 确定：

$$N = \frac{L_{TR} \times 2}{Step} \quad (3-32)$$

式中， $Step$  为测井数据间隔，MIT 的测井数据间隔为 0.075m，代入数据计算并取整后  $N = 11$ 。

还是以地层模型一的测井数据为例，其它参数设定不变，校正程序增加了低通滤波预处理，相关图形如下：

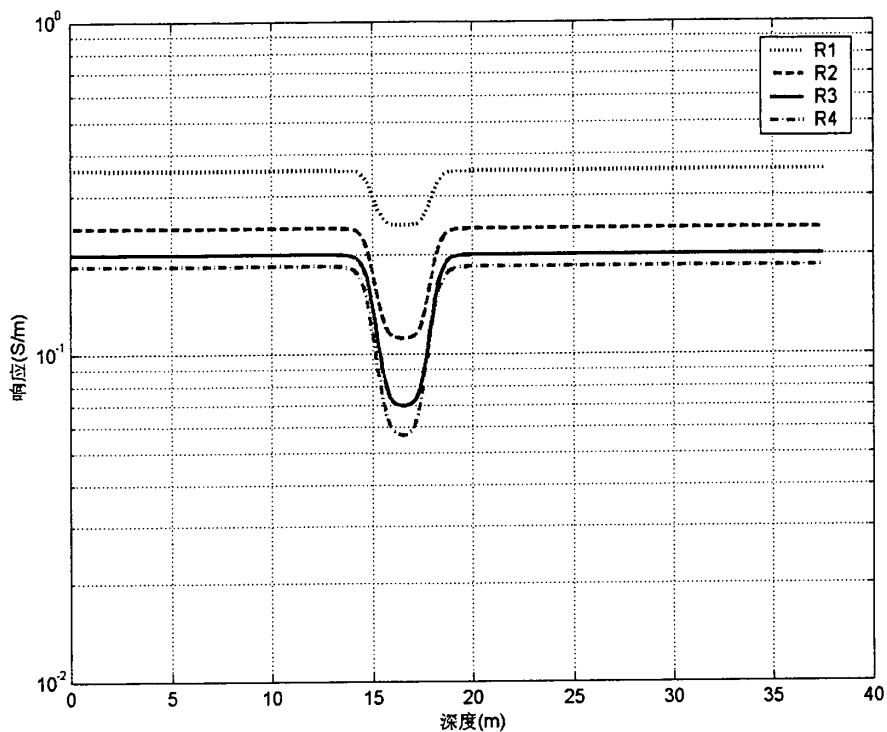


图 3-13 低通滤波后测井数据图形

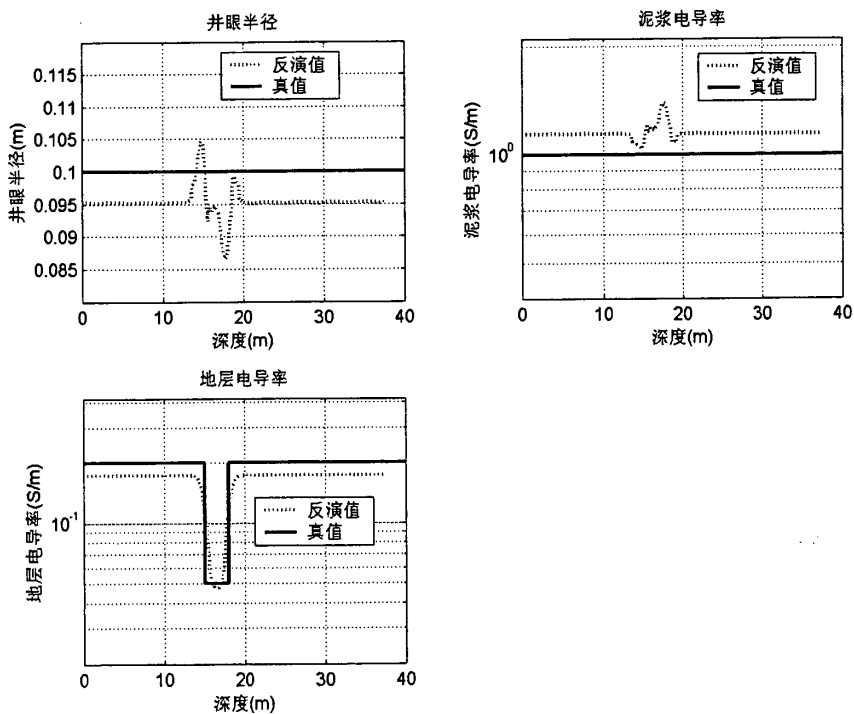


图 3-14 低通滤波后模型参数反演图形

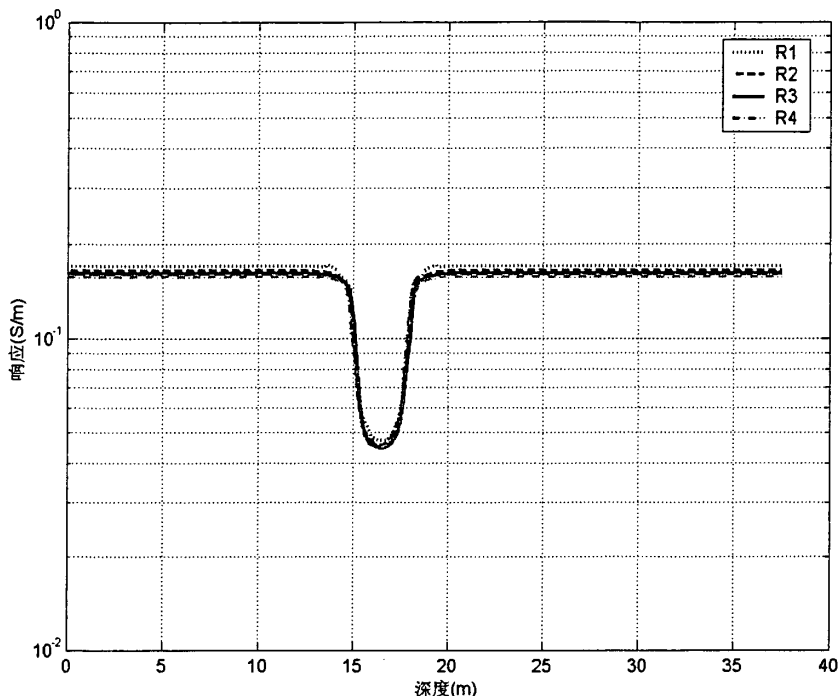


图 3-15 加低通滤波的井眼校正图形

从图 3-14 可以看出, 测井数据先进行低通滤波预处理, 再进行反演, 最后得到的模型参数的波动幅度已经小了很多。井眼半径反演参数  $r_{w\_inv}$  与均值  $\bar{r}_{w\_inv}$  的最大差值  $\max\{|r_{w\_inv} - \bar{r}_{w\_inv}|\}$  减小了 61%, 泥浆电导率反演参数  $\sigma_{m\_inv}$  与均值  $\bar{\sigma}_{m\_inv}$  的最大差值  $\max\{|\sigma_{m\_inv} - \bar{\sigma}_{m\_inv}|\}$  减小了 70%。这说明低通滤波预处理对于减小反演参数异常波动是起作用的。

但是从图形变化情况看,  $r_{w\_inv}$  和  $\sigma_{m\_inv}$  在地层交界处的波动虽然减弱不少, 但没有完全消除。如果加强低通滤波的平滑效果, 反演参数的波动仍然存在。这说明低通滤波预处理只能减弱测井数据剧烈变化带给反演模型参数的异常影响。本质上看反演参数波动现象是由于三参数模型不能精确描述实际地层变化而产生的, 故在测井数据剧烈变化的情况下仅通过低通滤波是不能完全消除反演参数的异常波动。

如果将  $r_{w\_inv}$ 、 $\sigma_{m\_inv}$  和  $\sigma_{f\_inv}$  视为系统输出, 而将测试模型的  $r_w$ 、 $\sigma_m$  和  $\sigma_f$  视为系统输入, 从  $r_{w\_inv}$ 、 $\sigma_{m\_inv}$  和  $\sigma_{f\_inv}$  的变化规律可以看出, 这种因地层阶跃变化而产生的波动作为高阶系统的阶跃响应, 如此整个井眼校正程序被等效成一个高阶系统, 那么反

演结果的异常响应可被认为是系统响应特性还不够好。从这个角度出发可将改善反演响应的问题转换成对高阶系统的校正问题，相关讨论在后续的研究工作中展开，本文将不做进一步讨论。

为了考察井眼校正程序对不同地层层厚的测井数据的校正效果，还要用不同层厚的测井数据对井眼校正程序进行测试。这些地层模型除层厚改变外其它参数设定不变。

反演结果相关图形如下：

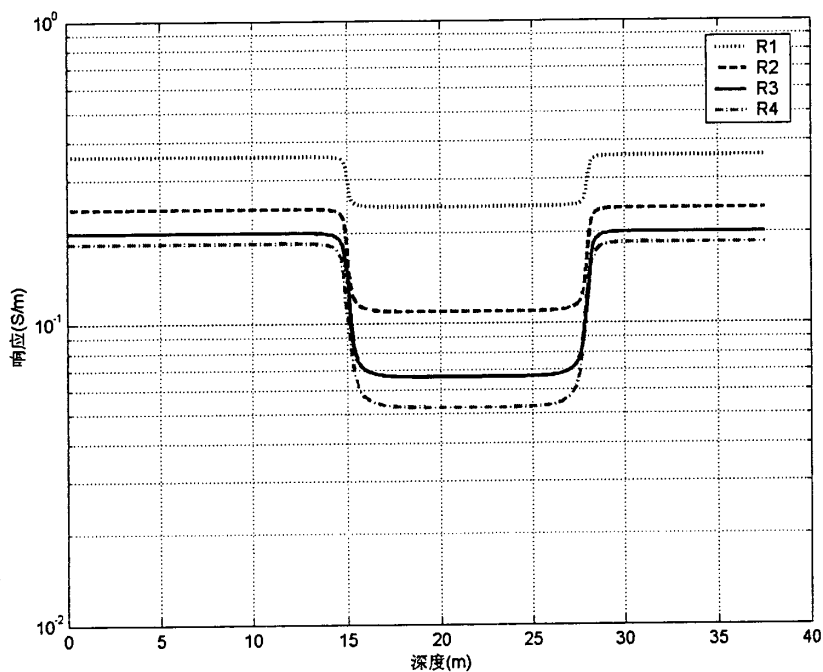


图 3-16 层厚 13m 的测井数据图形

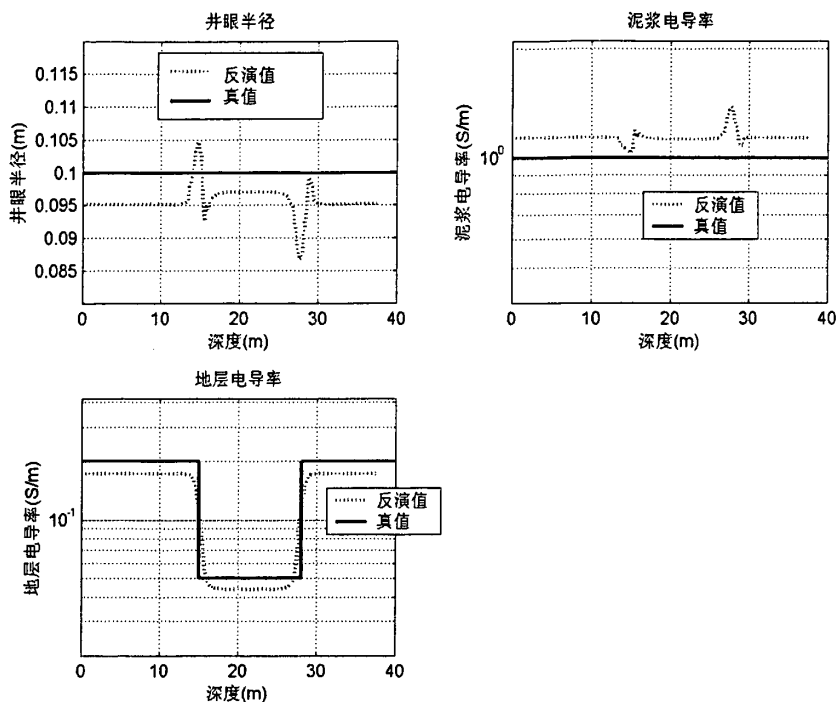


图 3-17 层厚 13m 的模型参数反演图形

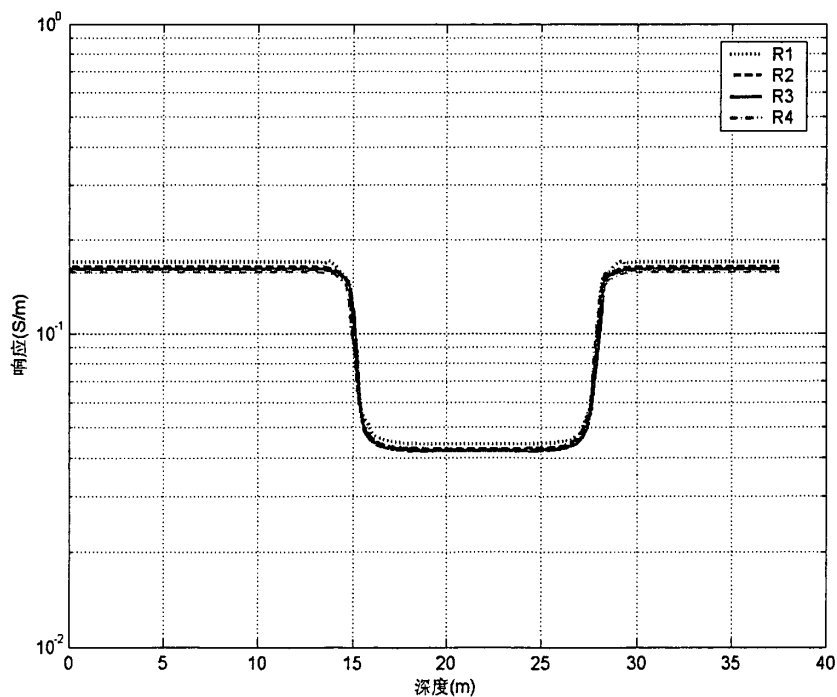


图 3-18 层厚 13m 的井眼校正图形



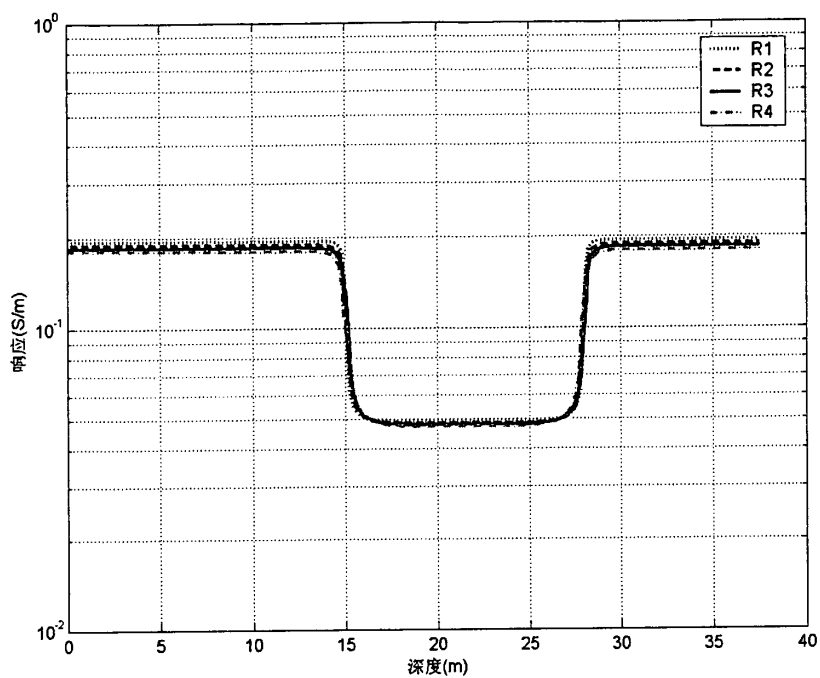


图 3-19 层厚 13m 的无井眼影响的测井数据图形

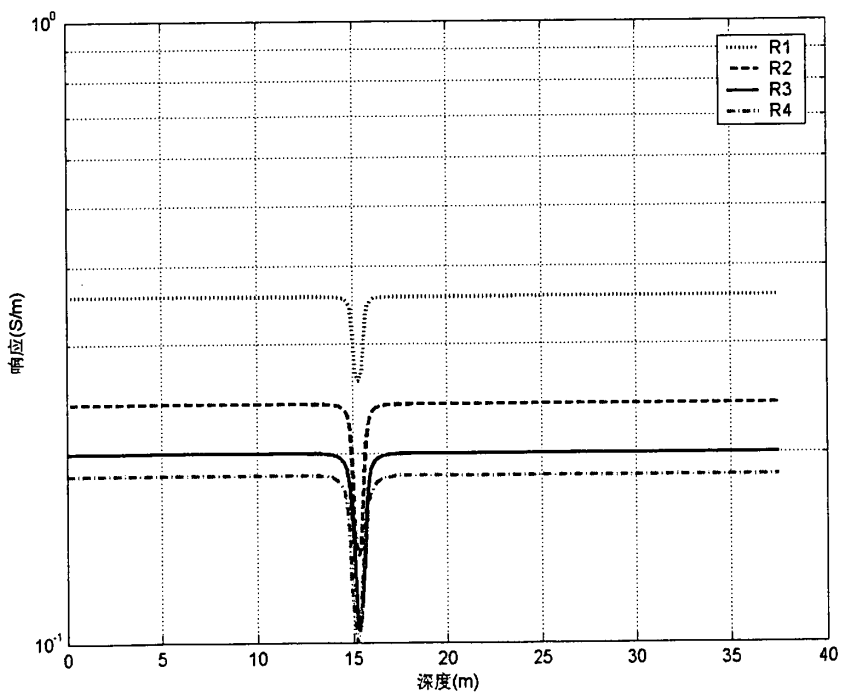


图 3-20 层厚 0.6m 的测井数据图形

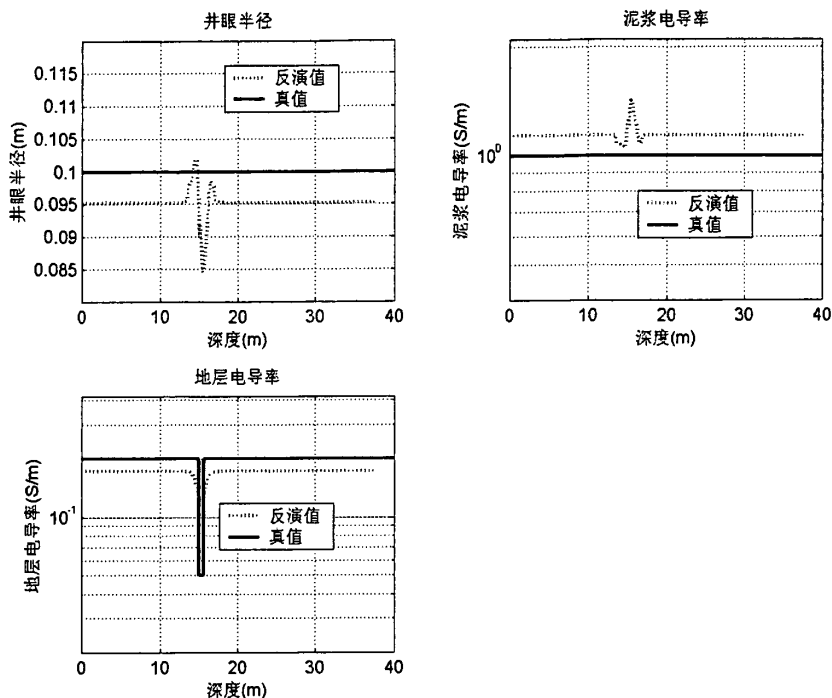


图 3-21 层厚 0.6m 的模型参数反演图形

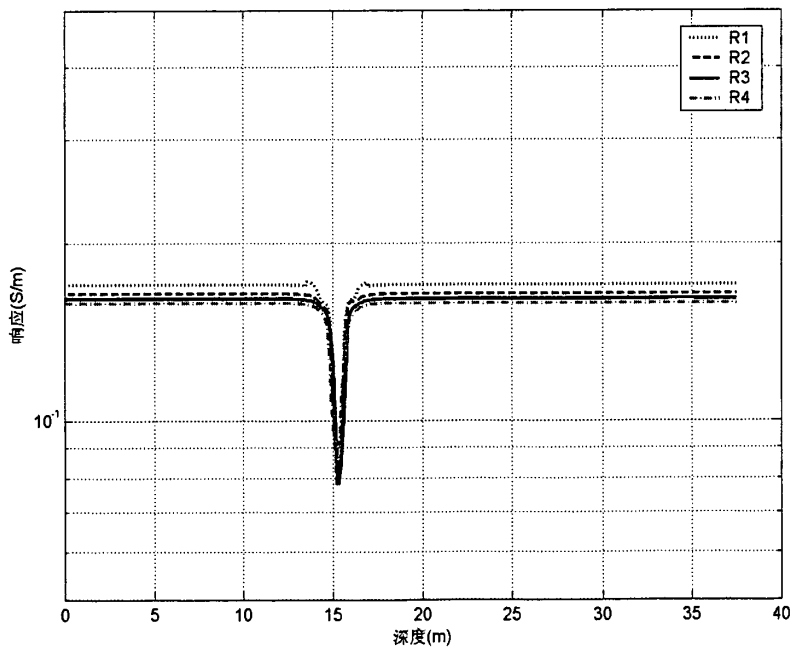


图 3-22 层厚 0.6m 的井眼校正图形

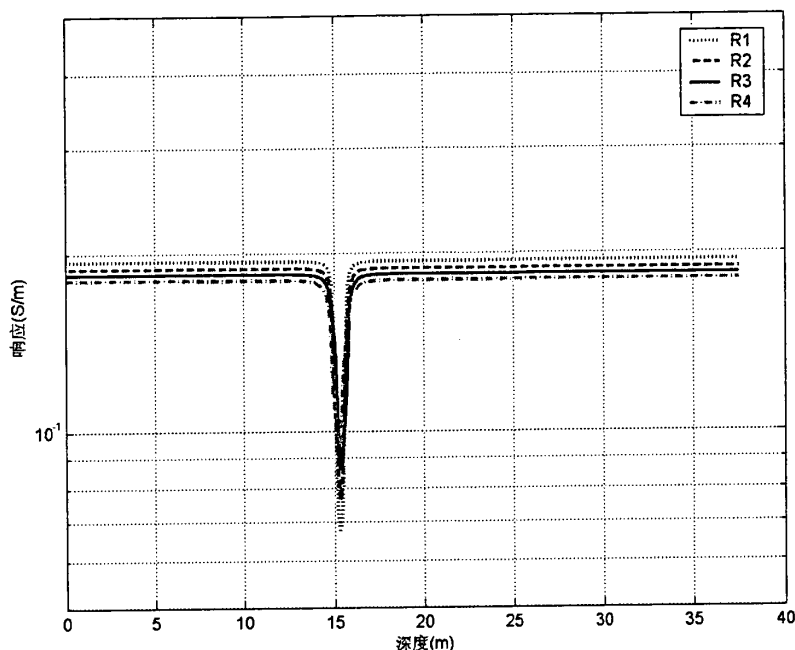


图 3-23 层厚 0.6m 的无井眼影响的测井数据图形

从图 3-16 至图 3-23 可以看出，井眼校正程序基本上均能对厚层和薄层的测井数据进行较好的井眼校正，其校正后测井数据基本消除了井眼影响。其中厚层反演的模型参数较好反映了实际井眼状态。但是由于围岩的影响，薄层反演的模型参数基本无法反映实际井眼状态，只能反演成理论井眼状态的等效模型参数，且校正后测井曲线无法显示围岩效应。因此对薄层进行反演时，反演出来的井眼模型参数要慎重分析。

### 3.5.2 有侵地层测井数据的井眼校正

测井仪器探测的井眼都是有侵入情况发生的，有侵地层的简单模型如图 3-24，目的地层因侵入影响在径向分成两个部分：侵入带和原状地层，其中侵入带的半径为  $r_{x0}$ ，侵入带的电导率为  $\sigma_{x0}$ ，原状地层的电导率为  $\sigma_1$ ，其它参数与无侵地层参数定义一致。有侵地层测试模型的测井数据也是通过模式匹配法计算得到的。

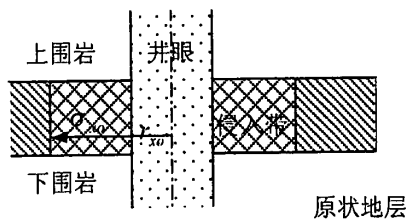


图 3-24 三层有侵入地层模型

地层模型三：给定模型参数分别是井眼半径  $r_w=0.1\text{m}$ ，泥浆电导率  $\sigma_m=1\text{S/m}$ ，目的地层电导率  $\sigma_i=0.05\text{S/m}$ ，侵入带电导率  $\sigma_{x0}=0.125\text{S/m}$ ，侵入半径  $r_{x0}=0.3\text{m}$ ，上围岩电导率  $\sigma_u=0.2\text{S/m}$ ，下围岩电导率  $\sigma_d=0.2\text{S/m}$ ，层厚  $h=3\text{m}$ 。

迭代结束条件是所有响应相对误差小于 1%或迭代次数大于 15。

相关图形如下：

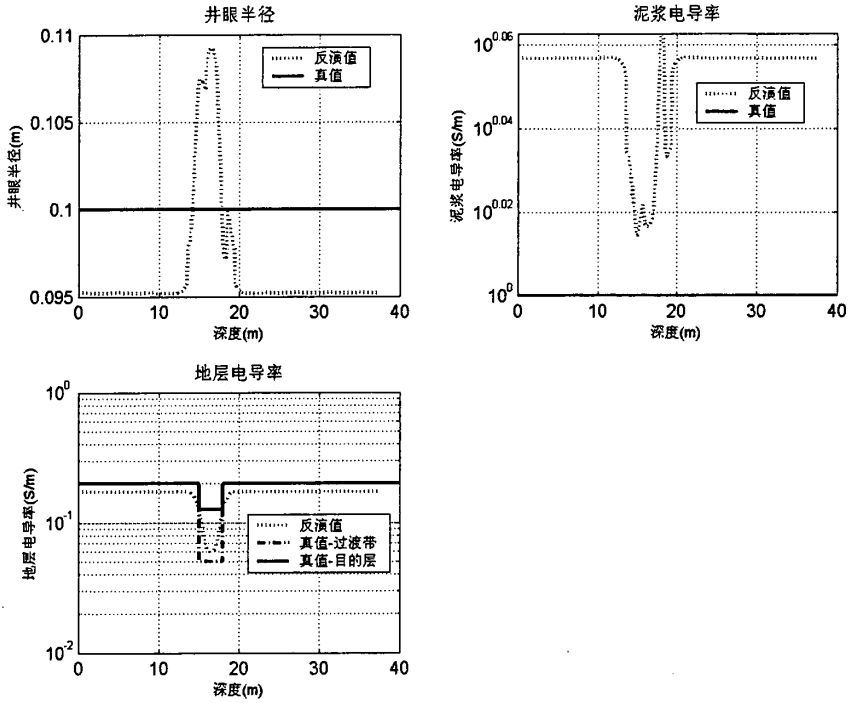


图 3-25 有侵地层模型参数的反演结果

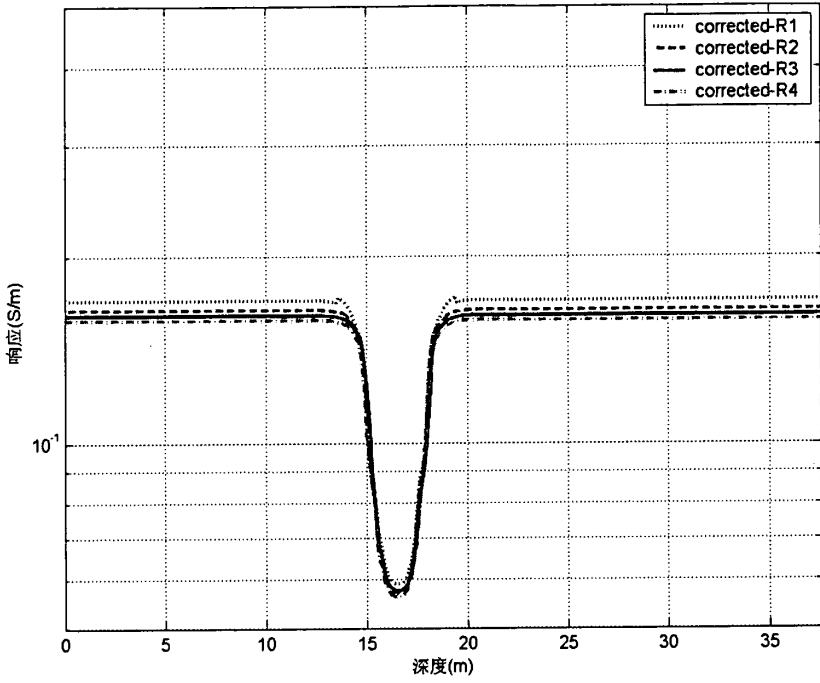


图 3-26 有侵地层井眼校正结果

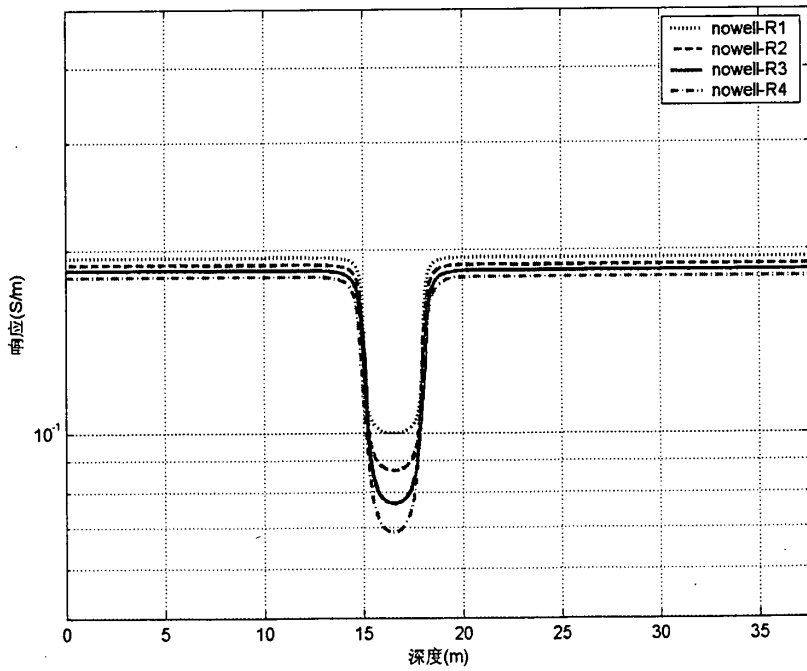


图 3-27 有侵地层无井眼测井数据

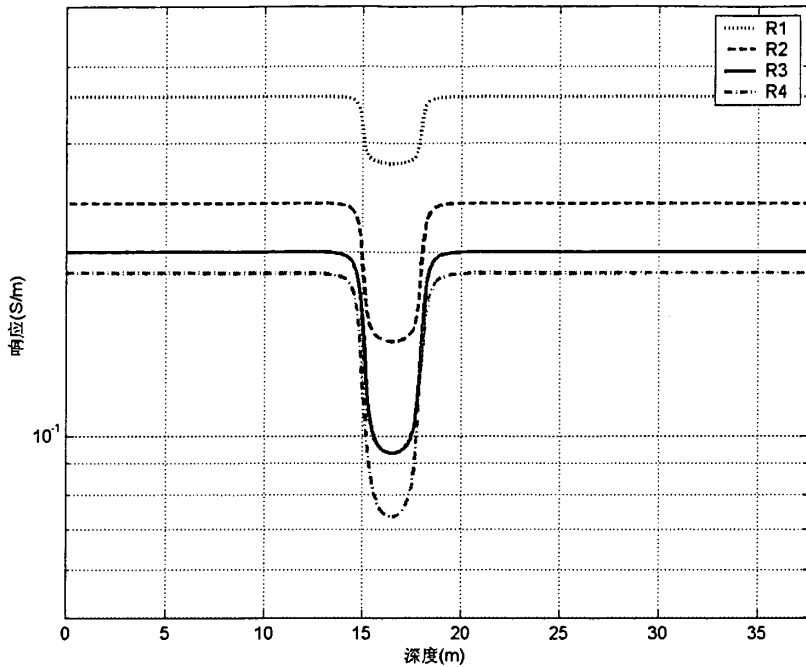


图 3-28 有侵地层未校正的原始测井数据

由图 3-25、图 3-26、图 3-27 可以看出，使用三参数同时反演的井眼校正程序处理有侵地层测井数据会出现问题。首先在目的地层处反演的模型参数与理论真值相比有较大偏差。各测量点处理论真值  $r_w$  和  $\sigma_m$  是没有改变的，按理想校正的目标来看，反演的模型参数  $r_{w\_inv}$  和  $\sigma_{m\_inv}$  除在地层交界处时的波动外，目的地层处的  $r_{w\_inv}$  和  $\sigma_{m\_inv}$  应该回归到围岩处时的反演数值附近。但实际校正结果显示目的地层处的  $r_{w\_inv}$  和  $\sigma_{m\_inv}$  并没有回归到围岩处时的反演数值附近。其次，在目的地层处校正响应曲线之间的次序关系没有反映侵入情况，各条测井曲线靠的非常近。

对有侵地层数据的校正结果可做如下分析。从井眼模型各参数的确定上看  $r_w$ 、 $\sigma_m$  和  $\sigma_f$  之间都存在相互依赖相互影响的关系。比如，井径  $r_w$  的大小决定了在多大范围内的地层可以等效成地层电导率  $\sigma_f$ ，反过来井径  $r_w$  也取决于  $\sigma_f$ ，这就表明  $r_w$  和  $\sigma_f$  是相互关联的。而三参数井眼模型的一个重要假设条件是将井眼外的地层视为均匀介质。如果井眼外的地层在径向上不是均匀的，则模型中的地层电导率  $\sigma_f$  将被视为等效值。由于

各参数之间的相互关联性，另外两个模型参数 $r_w$ 和 $\sigma_m$ 的反演结果也是等效值。

有侵地层与无侵地层相比较，测试模型的目的地层在径向上电导率发生了变化。在地层模型三中目的地层分成三个部分：井眼部分、侵入带部分和原状地层。如果用三参数井眼模型对有侵地层进行等效描述，那么三参数井眼模型的反演参数 $\sigma_{f\_inv}$ 将会受有侵地层模型中泥浆电导率 $\sigma_m$ 、原状地层电导率 $\sigma_i$ 、侵入带电导率 $\sigma_{xo}$ 三者的影响，而不仅仅是后两者的等效值。由于三参数井眼模型中各反演参数的相互影响，进而反演参数 $r_{w\_inv}$ 和 $\sigma_{m\_inv}$ 也会受 $\sigma_m$ 、 $\sigma_i$ 和 $\sigma_{xo}$ 的影响，反演迭代结束后三参数井眼模型的参数 $r_{w\_inv}$ 、 $\sigma_{m\_inv}$ 和 $\sigma_{f\_inv}$ 都收敛到各自的等效值。如果测试数据不取特殊值，那么显然井眼模型参数 $r_{w\_inv}$ 和 $\sigma_{m\_inv}$ 的收敛值都不会等于测试模型里各自对应的理论真值。也就是说 $r_w$ 和 $\sigma_m$ 的反演等效值要受侵入的影响，偏离各自的理论模型真值。

在三个参数同时反演的条件下，如果将三参数描述的井眼模型作为最终校正目标，那么校正程序会将测井数据中部分侵入带的信号视做井眼信号予以消除，所以校正结果显示所有曲线都尽可能靠近在一起，不仅井眼影响没有，而且侵入影响也同样没有。

在图 3-26 中能够看到这种过校正现象。经过井眼校正后，目的地层处的响应曲线和围岩地层处的响应曲线一样，都较为重合，这说明井眼校正程序将侵入影响作为井眼影响一并校正掉了。与此对比的是，图 3-27 中无井眼影响的响应曲线在目的地层处仍然是相互分离的，这表明理想的校正结果中侵入影响仍然存在，侵入影响的保留对于测井曲线的解释有重要的作用。很显然，对于有侵地层的测井数据，采用三参数同时反演，井眼校正的结果是不符合要求的。

通过以上分析可以知道，三参数同时反演的问题在于，校正算法无法区分井眼部分和径向侵入部分。一旦地层存在径向侵入，井径、泥浆电导率和地层电导率反演的结果必然受径向各地层的影响，最终收敛的等效值一般来说也不会是通常所期待的模型参数值，自然校正结果也就很不理想。

解决这个问题的办法就是要加入先验信息，在迭代过程中不让反演参数无约束地进行修正，使其按一定约束条件向某个合理的方向进行。加入先验信息最简单的方法就是在计算正演响应时代入某些参数的真实数值，只反演某些事先无法确定的参数，也即减少反演空间的维数。这对于反演的速度的提高也是有好处的。在实际工程应用中，这种

方法也具有可行性。比如泥浆电导率和井径都可以在测井的同时通过测量仪器获取，这些外部测量得到的数据的精度通常是符合测井数据预处理的精度要求。

以只反演地层电导率为例，即采用一参数反演的井眼校正算法。

输入相同的模型参数值，模式匹配法与有限元法计算的响应结果一般是有差异的，因此从相同的响应数值中反演出来的模型参数值也必然有差异，两种方法反演的结果可以互相视为等效模型参数值。所以两个不需要反演的模型参数井径和泥浆电导率取模式匹配法的等效值，即  $r_w=0.096509\text{m}$ ， $\sigma_m=1.1399\text{S/m}$ 。将两参数的等效值代入正演响应函数后再对地层模型三的测井数据进行井眼校正。校正结果如图 3-29。

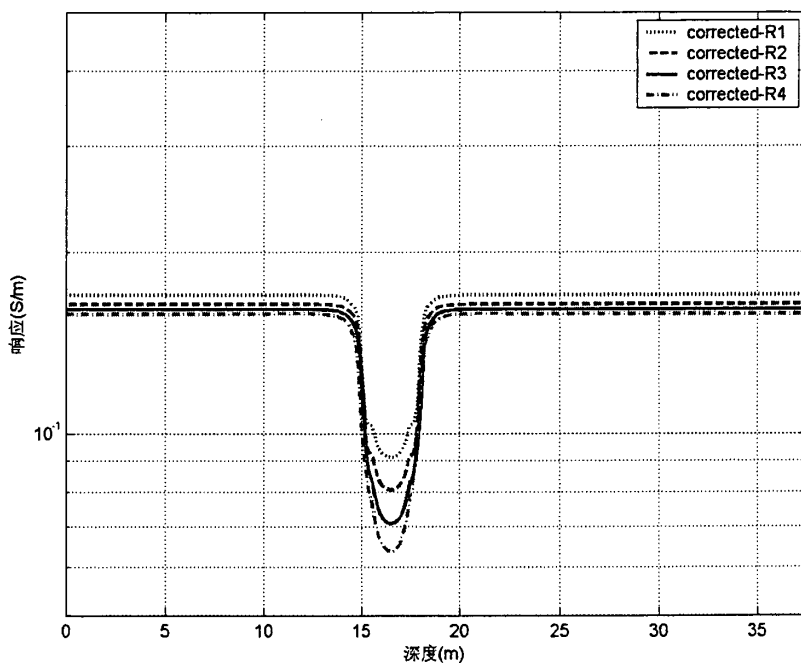


图 3-29 使用一参数反演的井眼校正结果

由图 3-29 可以看出，目的地层各测井曲线保持了分离，表明侵入情况经过井眼校正后仍然保留下来，与无井眼测井数据相比较曲线的次序也是正确的。围岩层的校正情况也很理想，各测井曲线的井眼影响基本被消除了。因此一参数反演的井眼校正程序能对地层模型三的测井数据进行满意的井眼校正处理。

地层模型三是典型的浅深度侵入地层，侵入类型为低侵，即侵入带电阻率  $R_{xo}$  小于原状地层电阻率  $R_t$ 。为全面验证一参数反演的井眼校正算法，还需要用不同侵入深度以及不同侵入类型的地层测井数据对其进行井眼校正测试。下面是各种类型地层测井



数据的井眼校正情况。

地层模型四（浅深度侵入，高侵，即侵入带电阻率  $R_{xo}$  大于原状地层电阻率  $R_t$ ）：  
 给定模型参数分别是井眼半径  $r_w=0.1\text{m}$ ，泥浆电导率  $\sigma_m=10\text{S/m}$ ，目的地层电导率  $\sigma_l=0.1\text{S/m}$ ，侵入带电导率  $\sigma_{xo}=1\text{S/m}$ ，侵入半径  $r_{xo}=0.3\text{m}$ ，上围岩电导率  $\sigma_u=0.01\text{S/m}$ ，下围岩电导率  $\sigma_d=0.01\text{S/m}$ ，层厚  $h=3\text{m}$ 。井眼校正结果如图 3-30 至图 3-r (c)。

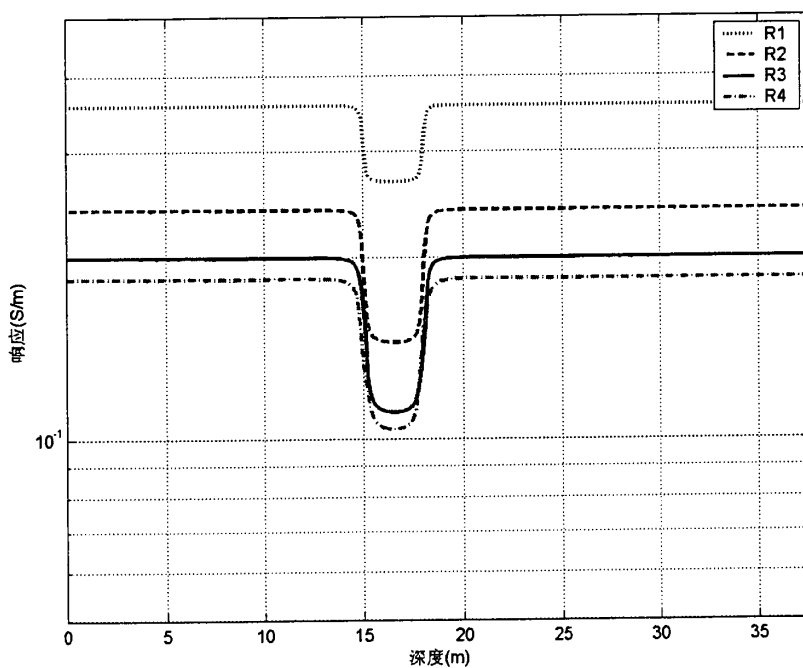


图 3-30 浅深度侵入，高侵地层的原始测井曲线

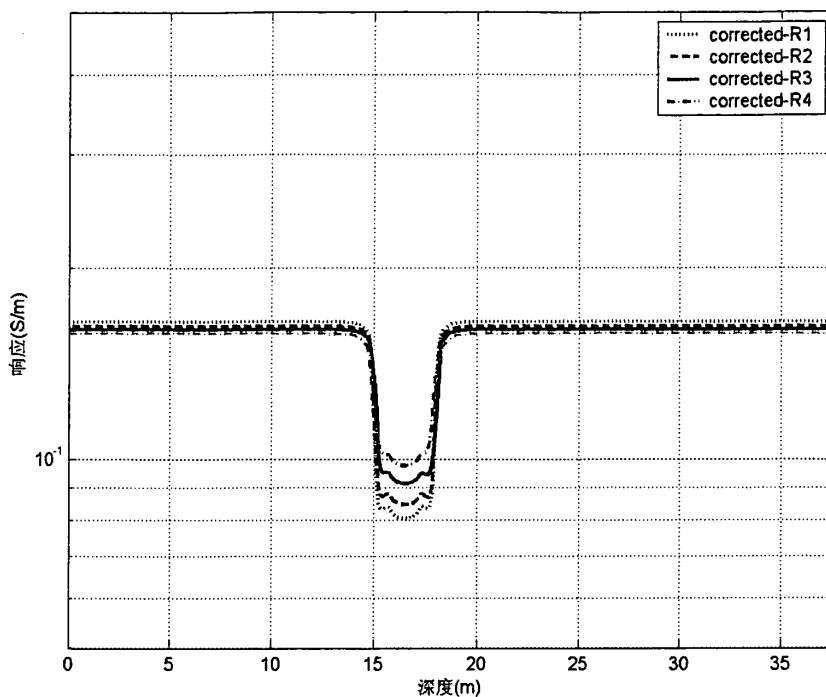


图 3-31 浅深度侵入，高侵地层的井眼校正后测井曲线

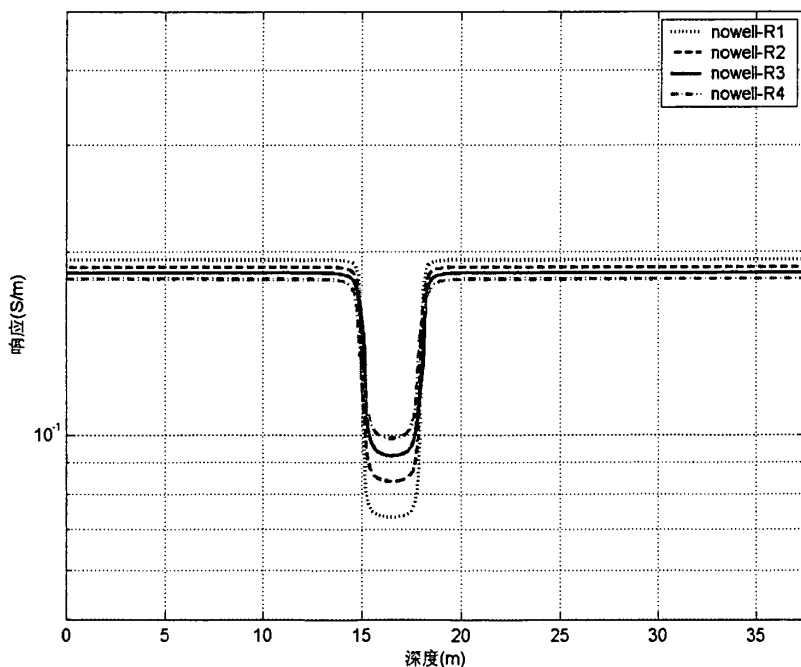


图 3-32 浅深度侵入，高侵地层的无井眼测井曲线

由图 3-30 至图 3-32 可以看出，与无井眼测井数据相比较，在围岩处校正效果是很理想的，井眼影响基本都被消除了，各测井曲线之间的次序也都正确。校正后曲线在目

的地层处的校正效果基本理想，曲线次序是正确的，但是测井曲线略微有波动。从数值上看校正量还有一定误差，主要表现在围岩处校正量偏大，目的地层处较长阵列的校正量偏小。由于井眼校正只是测井信号的预处理，图 3-31 中校正后测井数据的校正精度是符合井眼校正处理要求的。

地层模型四（中深度侵入，低侵）：给定模型参数分别是井眼半径 $r_w=0.1\text{m}$ ，泥浆电导率 $\sigma_m=10\text{S/m}$ ，目的地层电导率 $\sigma_f=1\text{S/m}$ ，侵入带电导率 $\sigma_{xo}=0.1\text{S/m}$ ，侵入半径 $r_{xo}=0.5\text{m}$ ，上围岩电导率 $\sigma_u=0.01\text{S/m}$ ，下围岩电导率 $\sigma_d=0.01\text{S/m}$ ，层厚 $h=3\text{m}$ 。井眼校正结果如图 3-33 至图 3-35。

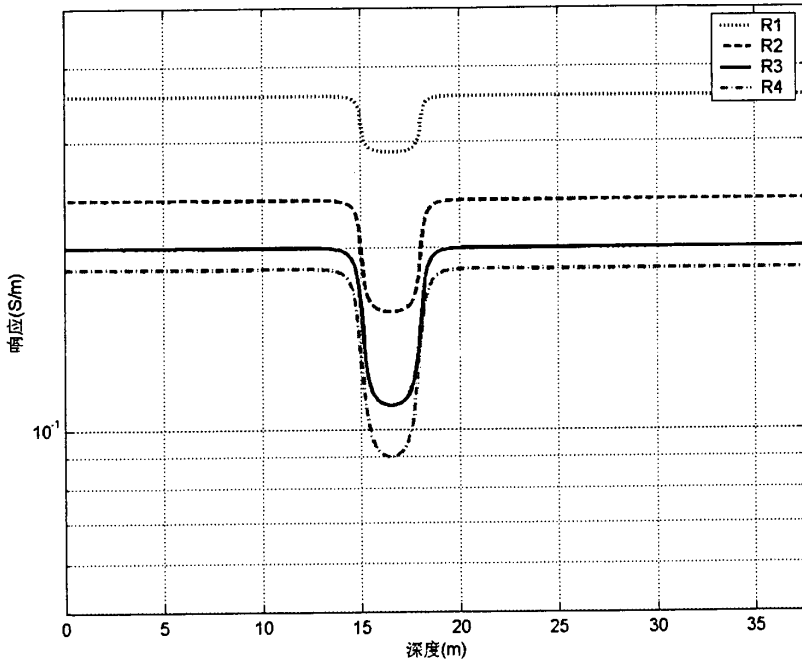


图 3-33 中深度侵入，低侵地层的原始测井曲线

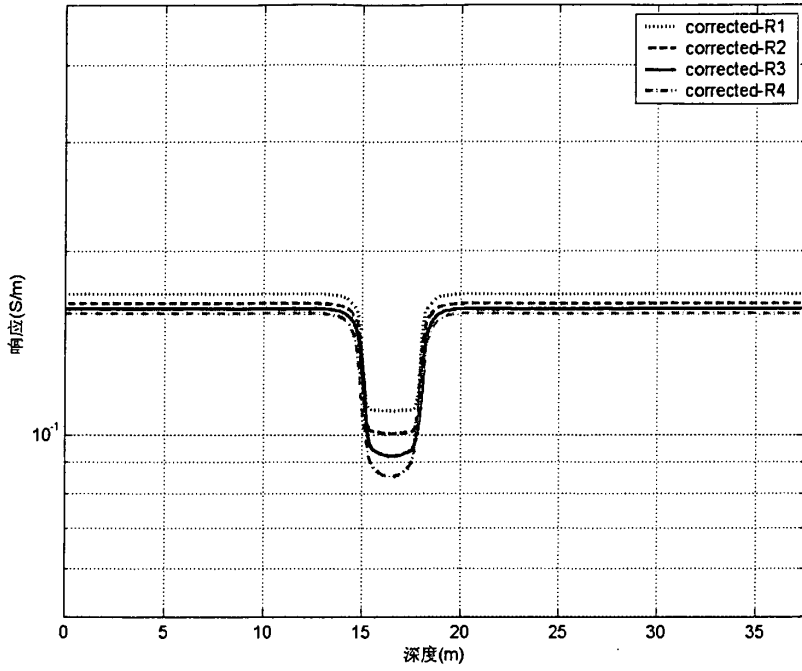


图 3-34 中深度侵入，低侵地层的井眼校正后测井曲线

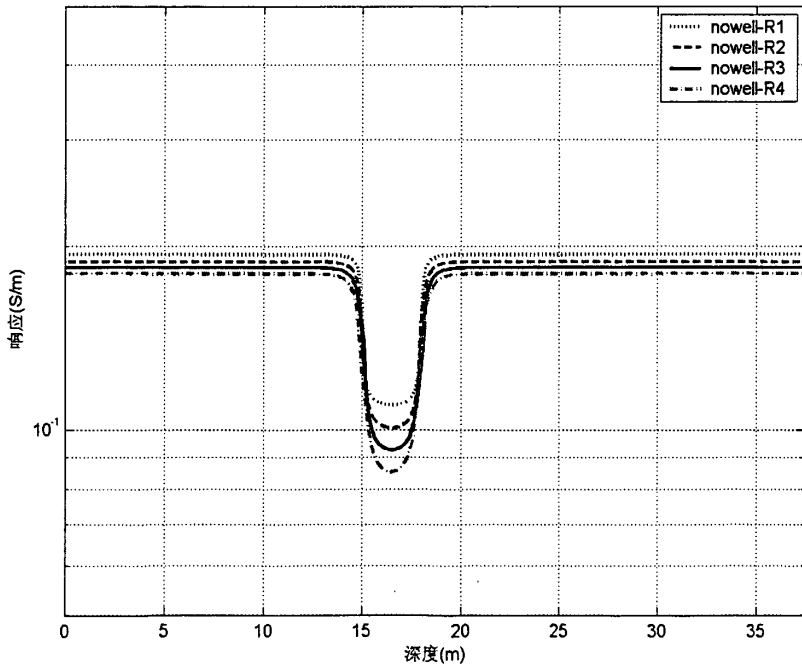


图 3-35 中深度侵入，低侵地层的无井眼测井曲线

由图 3-33 至图 3-35 可以看出, 在目的地层处的校正测井曲线保持了分离, 与无井眼测井数据相比较曲线的次序基本符合侵入情况, 围岩层的校正情况也很理想, 因此一参数反演对于地层模型四的测井数据的井眼校正是理想的。

地层模型五 (中深度侵入, 高侵): 给定模型参数分别是井眼半径  $r_w=0.1\text{m}$ , 泥浆电导率  $\sigma_m=10\text{S/m}$ , 目的地层电导率  $\sigma_f=1\text{S/m}$ , 侵入带电导率  $\sigma_{x_0}=0.1\text{S/m}$ , 侵入半径  $r_{x_0}=0.5\text{m}$ , 上围岩电导率  $\sigma_u=0.01\text{S/m}$ , 下围岩电导率  $\sigma_d=0.01\text{S/m}$ , 层厚  $h=3\text{m}$ 。井眼校正结果如图 3-36 至图 3-38。

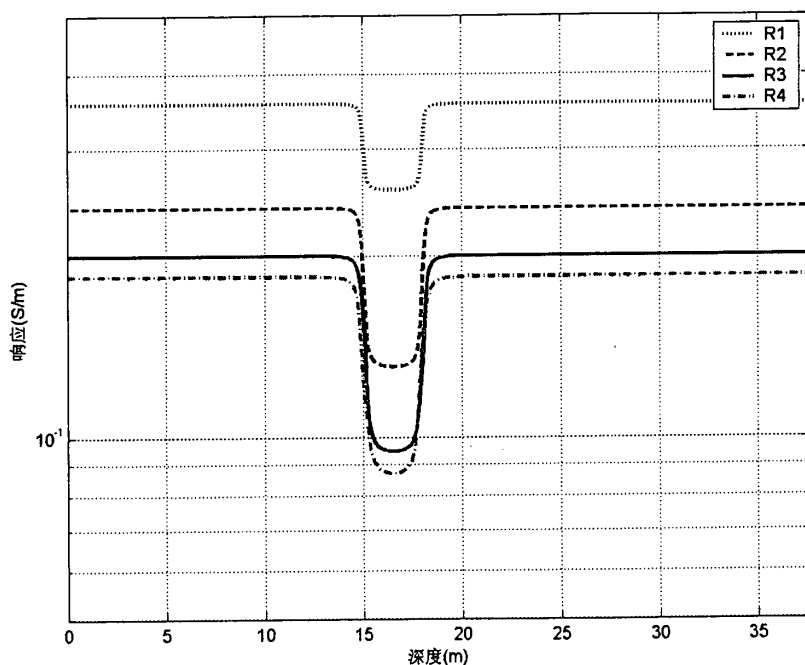


图 3-36 中深度侵入, 高侵地层的原始测井曲线

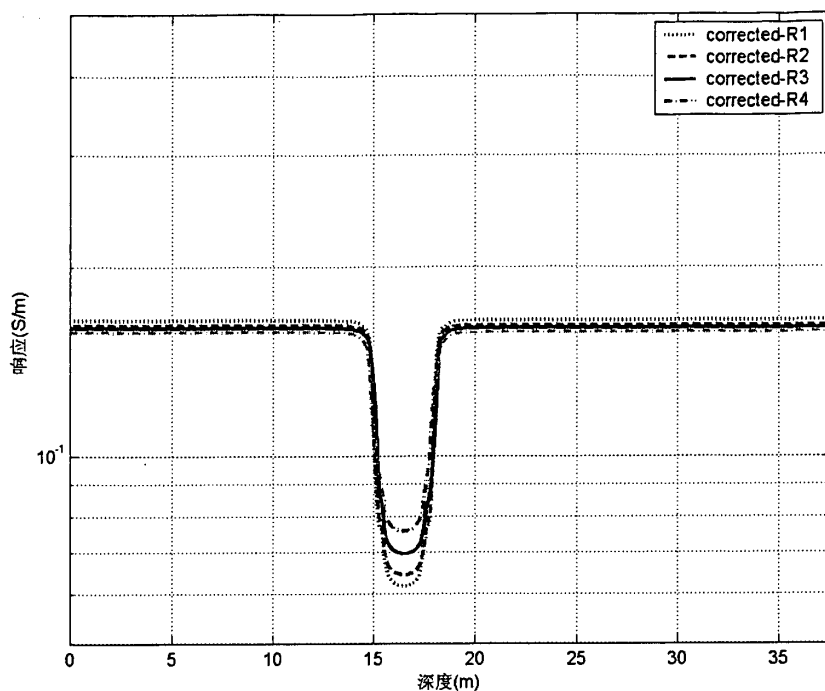


图 3-37 中深度侵入，高侵地层的井眼校正后测井曲线

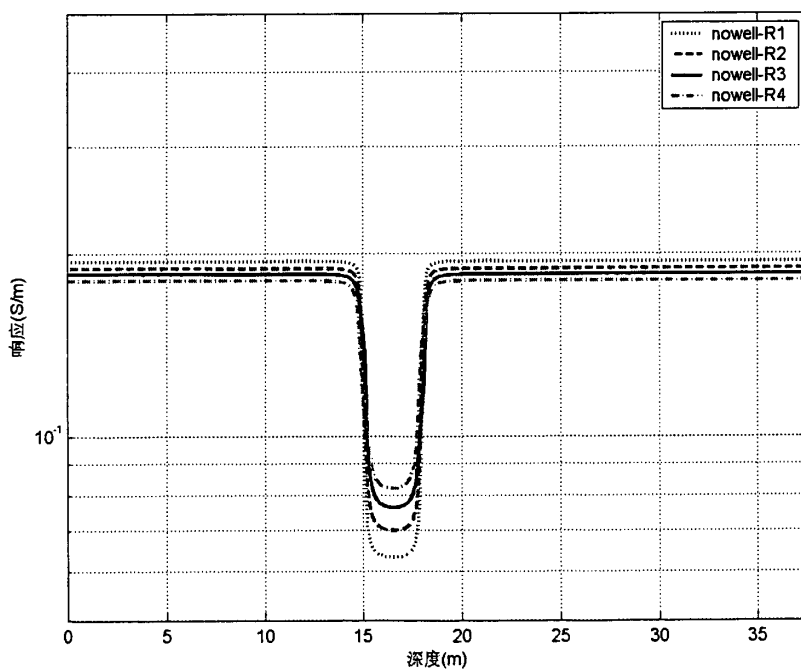


图 3-38 中深度侵入，高侵地层的无井眼测井曲线

由图 3-36 至图 3-38 可以看出，与无井眼测井数据相比较，在围岩处校正效果是很理想的，井眼影响基本都被消除了，各测井曲线之间的次序也都正确。校正后曲线在目

的地层处的校正效果基本理想，曲线次序是正确的，但是测井曲线在地层交界处与无井眼测井曲线有一定偏差。从数值上看校正量还有一定偏差，主要表现在围岩处校正量偏大，目的地层处各阵列的校正量与理想校正量之间也有偏差。整体上看，校正结果是符合井眼校正处理要求的。

地层模型六（深深度侵入，低侵）：给定模型参数分别是井眼半径 $r_w=0.1\text{m}$ ，泥浆电导率 $\sigma_m=10\text{S/m}$ ，目的地层电导率 $\sigma_i=0.1\text{S/m}$ ，侵入带电导率 $\sigma_{xo}=1\text{S/m}$ ，侵入半径 $r_{xo}=1.0\text{m}$ ，上围岩电导率 $\sigma_u=0.01\text{S/m}$ ，下围岩电导率 $\sigma_d=0.01\text{S/m}$ ，层厚 $h=3\text{m}$ 。井眼校正结果如图 3-39 至图 3-41。

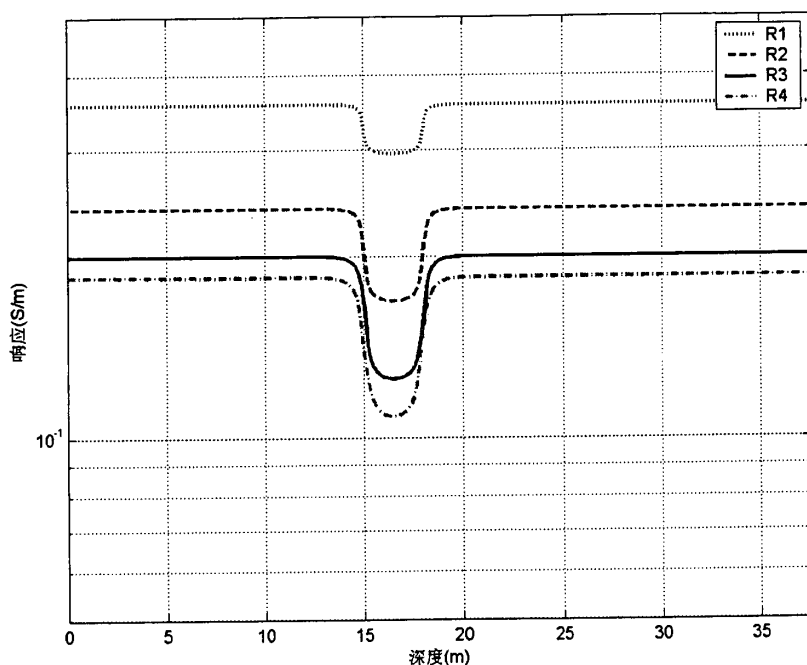


图 3-39 深深度侵入，低侵地层的原始测井曲线

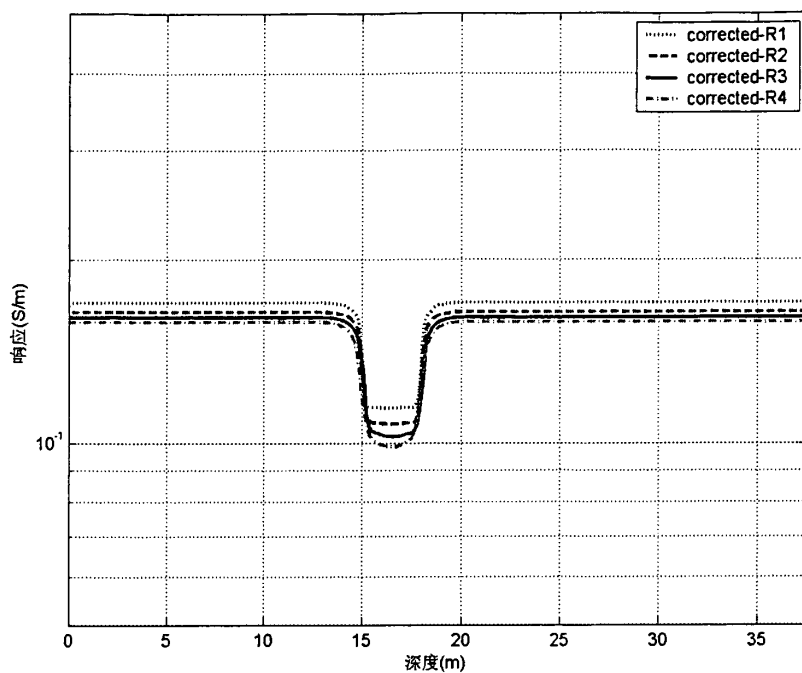


图 3-40 深深度侵入，低侵地层的井眼校正后测井曲线

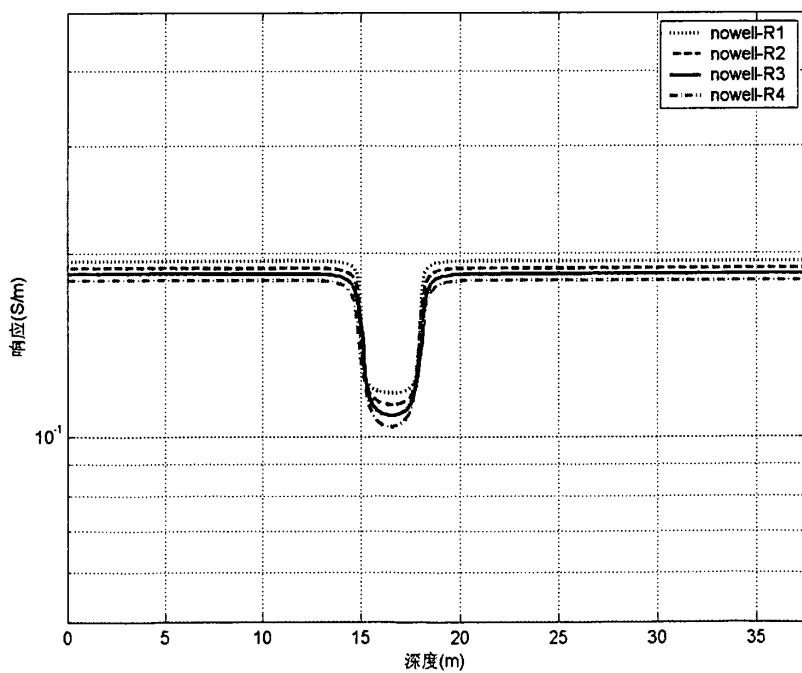


图 3-41 深深度侵入，低侵地层的无井眼测井曲线



由图 3-39 至图 3-41 可以看出，在目的地层处的校正测井曲线保持了分离，与无井眼测井数据相比较，曲线的次序符合侵入情况，围岩层的校正情况也很理想，因此一参数反演对于地层模型六的测井数据的井眼校正是理想的。

地层模型七（深深度侵入，高侵）：给定模型参数分别是井眼半径  $r_w=0.1\text{m}$ ，泥浆电导率  $\sigma_m=10\text{S/m}$ ，目的地层电导率  $\sigma_l=1\text{S/m}$ ，侵入带电导率  $\sigma_{x_0}=0.1\text{S/m}$ ，侵入半径  $r_{x_0}=1.0\text{m}$ ，上围岩电导率  $\sigma_u=0.01\text{S/m}$ ，下围岩电导率  $\sigma_d=0.01\text{S/m}$ ，层厚  $h=3\text{m}$ 。井眼校正结果如图 3-42 至图 3-44。

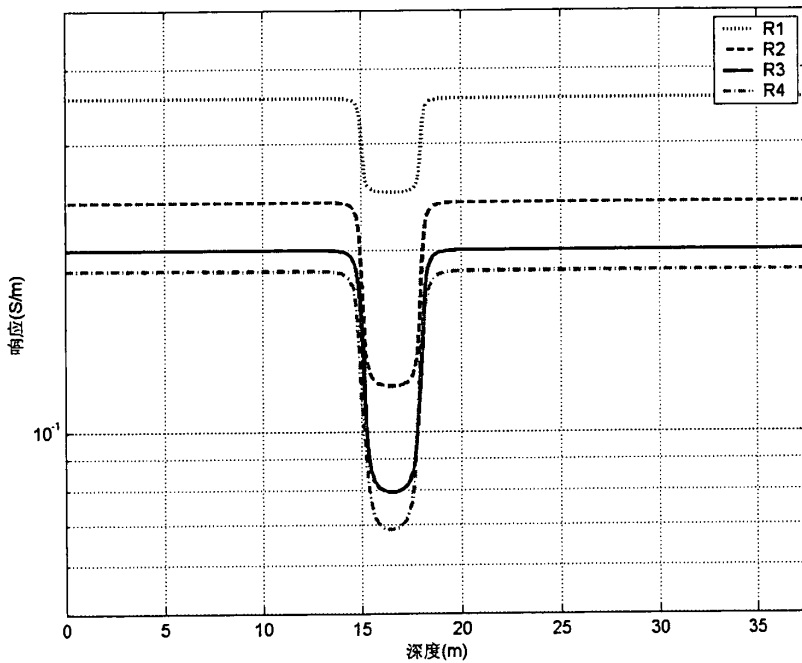


图 3-42 深深度侵入，高侵地层的原始测井曲线

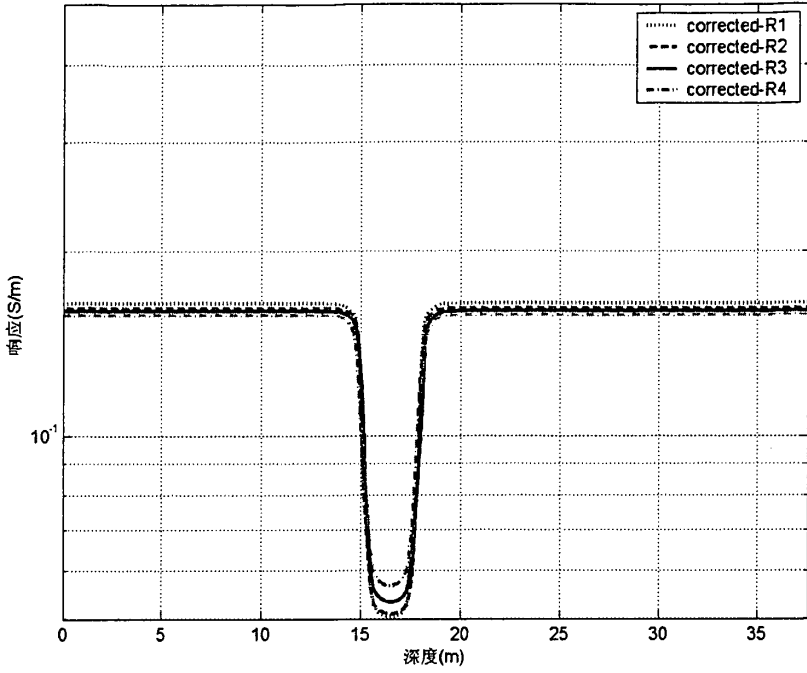


图 3-43 深深度侵入，高侵地层的井眼校正后测井曲线

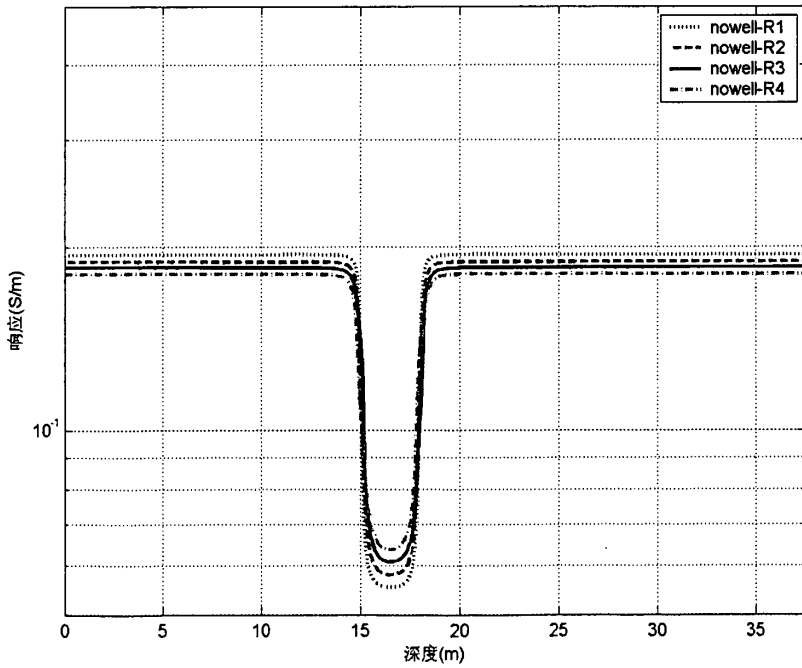


图 3-44 深深度侵入，高侵地层的无井眼测井曲线

由图 3-42 至图 3-44 可以看出，与无井眼测井数据相比较，在围岩处校正效果是很

理想的，井眼影响基本都被消除了，各测井曲线之间的次序也都正确。校正后曲线在目的地层处的校正效果基本理想，曲线次序是正确的，但是测井曲线分离程度不够，彼此之间靠的太近，侵入影响显示的不明显。从数值上看校正量也有一定偏差，主要表现在围岩处校正量偏大，目的地层处各阵列的校正量偏大。整体上看，校正结果是比较理想的。

从以上 6 种类型地层的校正情况看，校正理想的是低侵类型地层，无论在围岩处还是在目的地层处，测井曲线的井眼影响基本都被消除了，各测井曲线之间的次序也都正确。而高侵地层的井眼校正出现了一些问题，主要表现在校正量有一定偏差。

原因是井眼部分的对高侵地层和低侵地层影响程度不同。实际反演中由于井径和泥浆电导率取值不可能绝对准确，井眼中部分泥浆可能被划归为侵入带，也可能部分侵入带被划归为井眼中的泥浆。

一般情况下，泥浆相对地层是高导电性的。对于低侵地层，侵入带与泥浆在电导率上对比相对较小，因此模型参数取值导致的划分偏差对反演结果的影响就相对较小。但是对于高侵地层，侵入带与泥浆在电导率上对比相对较大，因此模型参数取值导致的划分偏差对反演结果的影响也就相对较大。

实际工程应用中，校正量应根据地层侵入类型做相应调整。

## 第四章 阵列感应测井仪受偏置导电环影响的分析

在完成阵列感应测井井眼校正工作的基础上,还进行了偏置导电环影响阵列感应测井仪的分析,这部分工作的成果主要应用于仪器刻度以及一些测井响应异常解释。

在感应测井仪器测试中,刻度对感应测井仪器测量地层信号具有重要的作用,它建立了地层电导率与测量电压之间的转换尺度。当刻度环与仪器同心时,刻度环的大小和位置变化对测量信号的影响可用二维几何因子描述,刻度环阻抗在测量线圈中产生的电压等效于均匀空间电导率产生的电压信号,这就是刻度环刻度的理论基础。但是,在室内刻度调试时,当刻度环偏置于仪器附近,不管闭合还是未闭合,常常观测到测量信号发生变化,尤其是虚分量,变化较大。人们期望知道导电刻度环和周围导电介质是如何影响测量信号的?另一方面,仪器下井测量时,当井眼周围有非旋转对称的铁磁矿或高导电媒质,测量信号会产生异常响应。

### 4.1 不考虑推迟效应的数学模型

应用电磁理论分析导电圆环对阵列感应测井仪器测量信号的影响时,推迟效应考虑与否对结果会有一定的影响。为了对比,先不考虑电磁波传播的时间推迟效应,做以下分析。

#### 4.1.1 无推迟效应的理论公式推导

取 MIT 的一个子阵列,如图 4-1 所示。T 为发射线圈, R 和 B 分别为接收线圈和屏蔽线圈。仪器周围用的导电介质等效于具有阻抗的偏心导电环 E。图 4-1 中选用圆柱坐标系, T、R 和 B 的圆心位于纵轴上,  $z_T$ 、 $z_R$  和  $z_B$  为相应的纵坐标,  $a_T$ 、 $a_R$  和  $a_B$  是各线圈的半径。导电环的空间位置为  $(z_E, \rho_E)$ , 半径为  $a_E$ 。

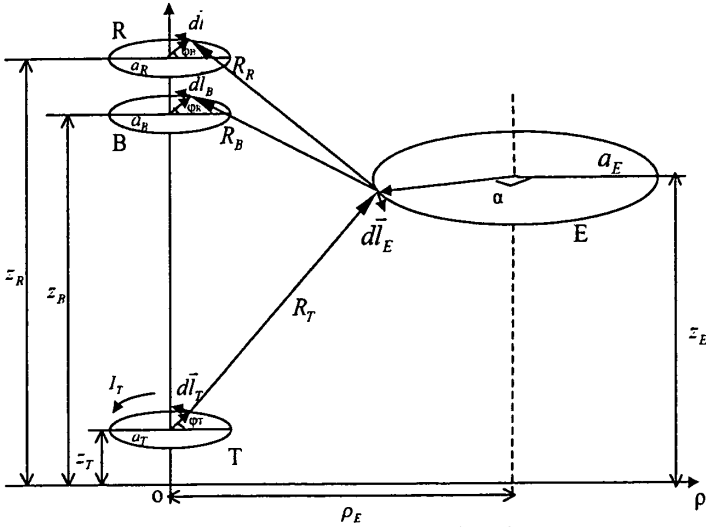


图 4-1 三线圈子阵列刻度测量示意图

$d\vec{l}_T$ 、 $d\vec{l}_R$ 、 $d\vec{l}_B$ 、 $d\vec{l}_E$ 、分别为发射线圈、接收线圈、屏蔽线圈和导电环上的 4 个线微元， $\phi_T$ 、 $\phi_R$ 、 $\phi_B$ 、 $\alpha$  是对应的方位坐标； $R_T$ 、 $R_R$  和  $R_B$  分别是  $d\vec{l}_T$ 、 $d\vec{l}_R$  和  $d\vec{l}_B$  到  $d\vec{l}_E$  的距离。

根据时变场中的毕奥-沙伐定律，当不考虑时间推迟效应时，可以推导出接收线圈中的感应电动势  $\varepsilon$  的计算公式为：

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_R + \varepsilon_B & (4-1) \\ &= -\frac{\mu^2 \omega^2 N_T N_R I_T}{16 \pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_T a_E \cos(\varphi_T - \alpha)}{R_{TE}} d\varphi_T d\alpha \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_R a_E \cos(\varphi_R - \alpha)}{R_{ER}} d\varphi_R d\alpha Y_E \\ &\quad - \frac{\mu^2 \omega^2 N_T N_B I_T}{16 \pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_T a_E \cos(\varphi_T - \alpha)}{R_{TE}} d\varphi_T d\alpha \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_B a_E \cos(\varphi_B - \alpha)}{R_{EB}} d\varphi_B d\alpha Y_E \end{aligned}$$

式 (4-1) 中， $\varepsilon_R$  为 R 上感应电动势， $\varepsilon_B$  为 B 上感应电动势， $\omega$  为交变电流的角频率， $N_T$ 、 $N_R$  和分别为发射、接收和屏蔽线圈的匝数， $Y_E$  为导电环 E 的导纳。

由式 (4-1) 的积分表达式知，当两重积分后，感应电动势  $\varepsilon$  是关于导电环参数  $a_E$ 、 $Y_E$ 、 $(z_E, \rho_E)$  与线圈系参数  $\omega$ 、 $I_T$ 、 $N_T$ 、 $N_R$ 、 $N_B$ 、 $a_T$ 、 $z_T$ 、 $z_R$  和  $z_B$  的函数。导电环的导纳  $Y_E$  对应的阻抗为

$$Z_E = R_E + iX_E \quad (4-2)$$

其中  $R_E$ 、 $X_E$  分别是等效导电环的电阻和电抗，反映了周围导电介质的导电特性。

已知线圈系参数和导电环尺寸，则式 (4-1) 可简化为：

$$\varepsilon = \varepsilon(z_E, \rho_E) \quad (4-3)$$

此时, 测量电压仅是导电环位置  $\varepsilon(z_E, \rho_E)$  的函数, 通过计算式 (4-1) 可以分析空间不同位置导电环对测量信号的影响。

现在对式 (4-1) 进行的进一步分析。令

$$H = -\frac{\mu^2 \omega^2 N_T N_R I_T}{16\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_T a_E \cos(\varphi_T - \alpha)}{R_{TE}} d\varphi_T d\alpha \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_R a_E \cos(\varphi_R - \alpha)}{R_{ER}} d\varphi_R d\alpha \quad (4-4)$$

$$- \frac{\mu^2 \omega^2 N_T N_B I_T}{16\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_T a_E \cos(\varphi_T - \alpha)}{R_{TE}} d\varphi_T d\alpha \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_B a_E \cos(\varphi_B - \alpha)}{R_{EB}} d\varphi_B d\alpha$$

$$\varepsilon = Y, \quad Y_E = X$$

则式 (4-1) 可以化为

$$Y = HX \quad \text{或} \quad H = \frac{Y}{X} \quad (4-5)$$

式 (4-5) 是一个典型的系统传递函数的公式。传递函数表示仪器测量系统特性, 输入信号 (圆环的导纳  $Y_E$ ) 通过仪器系统变换为系统输出 (测量电压信号  $\varepsilon$ )。从式 (4-4) 知, 系统传递函数是实函数, 如果令  $Y = a + iMa$ ,  $X = b + iNb$ , 则

$$M = \frac{\text{imag}(Y)}{\text{real}(Y)} = \frac{HNb}{Hb} = N \quad (4-6)$$

式 (4-6) 说明不考虑推迟效应时, 系统传递函数不改变导电环输入阻抗的虚部与实部比值, 或者说仪器测量信号的相位等于导电环阻抗的相位, 这对仪器相位调试具有指导作用。

#### 4.1.2 无推迟效应的数值计算结果分析

(1) 导电环位置变化对测量信号影响。首先取导电环半径为 250mm, 导电环截面半径为 3mm, 工作频率  $f = 26.325$  kHz, 根据理论公式计算出来的阻抗为  $Z_e = 0.00097466 + 0.24695i \Omega$ 。导电环中心纵向变化范围为 -1m~3m, 径向变化范围为 0m~1m。计算分析 8 种三线圈系子阵列的测量电压信号变化, 图 4-2 中给出了其中两个子阵列。为了比较, 图 4-3 给出了子阵列 3 的二维几何因子图形。从图 4-2 和图 4-3 知:

(a) 当导电环分别沿纵向和径向远离仪器线圈时, 对仪器响应信号的影响趋于 0;

(b) 电压函数图形上出现正峰和负峰。对比仪器线圈的位置可以知, 峰值位置与线圈位置一一对应。两个正峰分别对应于发射和主接收线圈, 负峰对应于屏蔽线圈。峰值的大小与线圈匝数、主接收线圈和屏蔽线圈的位置有关;

(c) 当导电环阻抗为复数时, 仪器响应的实部信号相对于虚部信号的变化规律是线性的, 虚部与实部比为常数, 等于阻抗导纳的虚部与实部比, 此时为 253。这是由于系统传递函数为实函数, 它不影响输入信号的实复特性。对于铜这种良导体, 在交变电场中, 电抗大于电阻, 因此它通过线圈系系统使接收信号虚部增加较大, 这就解释了仪器调试时导电刻度环使虚部信号变化较大的原因。

(d) 居中的导电环与一侧放置的导电环对接收信号的影响是不一样的, 如图 4-2 和图 4-3。可以看出, 居中时导电环的影响主要集中在发射与接收线圈之间, 峰值开始时在接收位置最大, 随径向深度增大逐渐向发射与接收的中点偏移。这种情况下, 响应信号反映了空间不同位置对测量信号的贡献大小。由于屏蔽线圈的聚焦作用(反方向缠绕), 使得双线圈系象火山口似的几何因子图形发生改变, 屏蔽线圈附近出现最大的负峰, 接收线圈处出现最大的正峰。一侧放置时, 最大信号也在三个线圈位置处, 实部信号在发射线圈附近出现较明显的峰值, 随径向深度增大, 峰值几乎沿垂直井轴方向移动, 这种情况是由于一侧放置时系统传递函数发生改变而造成的。

(2) 导电环半径变化对测量信号影响。取不同导电环半径, 计算分析接收电压大小。结果表明, 当导电环阻抗不变时, 接收电压的变化趋势一样, 仍然出现三个峰值。但是峰值大小发生了改变, 其中发射线圈附近的峰值改变较为明显, 半径越小峰值越小。

(3) 导电环电阻变化对测量信号影响。在实际测井中, 在井眼附近导电介质是变化的, 例如, 井周围的铁磁矿和高导电泥浆侵入, 对仪器的接收信号有不同的影响。针对这种情况, 进一步分析导电环阻抗变化对测量信号的影响。

只考虑圆环的电阻的变化, 其范围为  $0.001\Omega\text{m}\sim 1000\Omega\text{m}$ 。设径向位置固定在  $0.5\text{m}$ , 沿纵向移动, 计算 4 个子阵列的响应信号, 结果如图 4-4 (a) 所示。因电阻率变化范围比较大, 用对数刻度画出, 如图 4-4 (b) 所示。由图 4-4 可以知仪器响应的一些特征。

(a) 电阻率不同的介质对仪器响应的影响是不同的, 电阻率小(电导率大), 则介质对仪器响应影响大, 反之则很小, 这与感应测井对导电性介质最敏感是一致的。这说明井下导电泥浆沿径向方向井洞或裂缝侵入会对测量信号产生较大影响, 从而造成测井异常, 尤其短阵列。

(b) 从对数坐标图 4-4 (b) 可以看出不同电阻  $R$  的圆环在纵向和径向上移动时对仪器的响应的变化规律是一样的, 只是不同曲线之间有纵向的偏移量。电阻小的曲线在上面, 其响应的值较大, 电阻大的曲线在下面, 其响应的值较小。其原因是测量信号与刻度环的导纳成正比, 与阻抗成反比, 在对数坐标下, 反比是线性的。

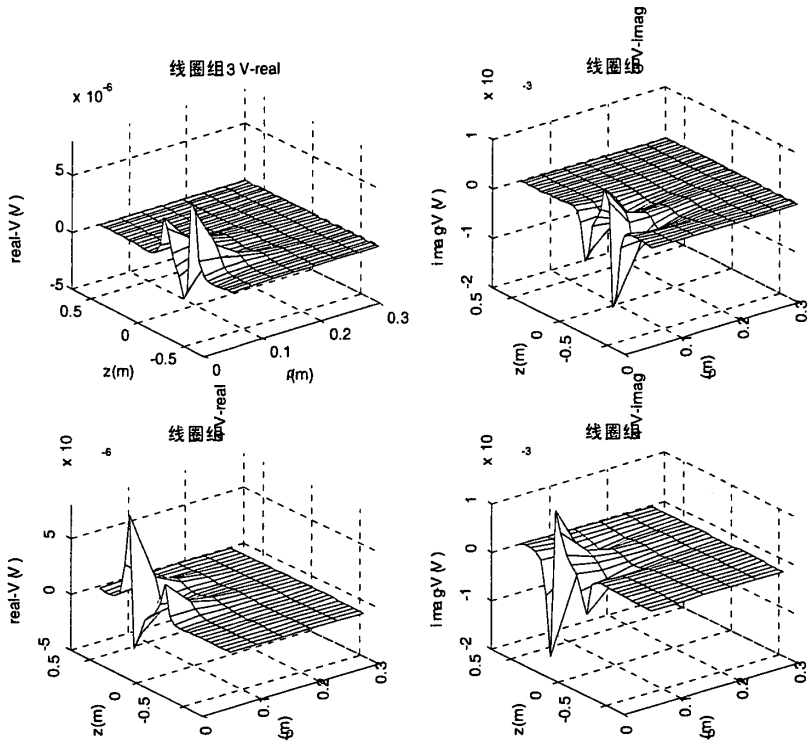


图 4-2 导电环一侧放置时线圈组 3、4 响应信号的实部和虚部

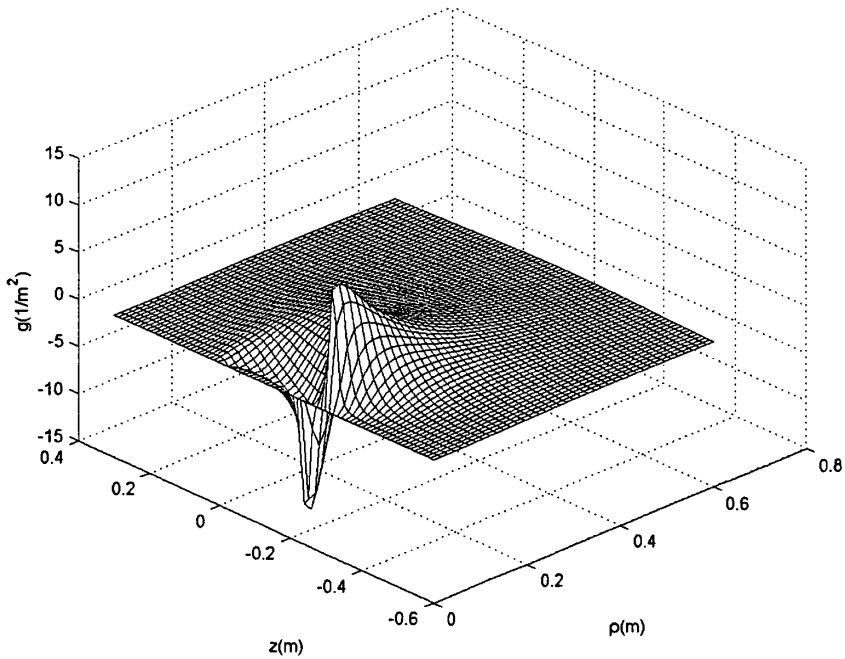
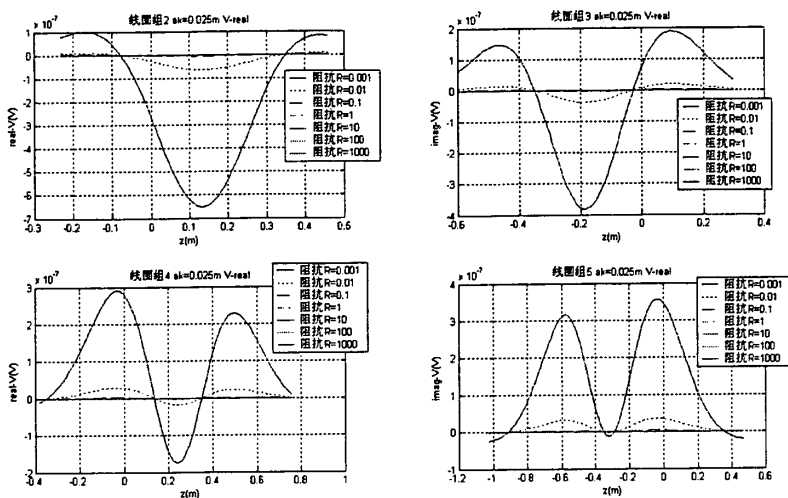
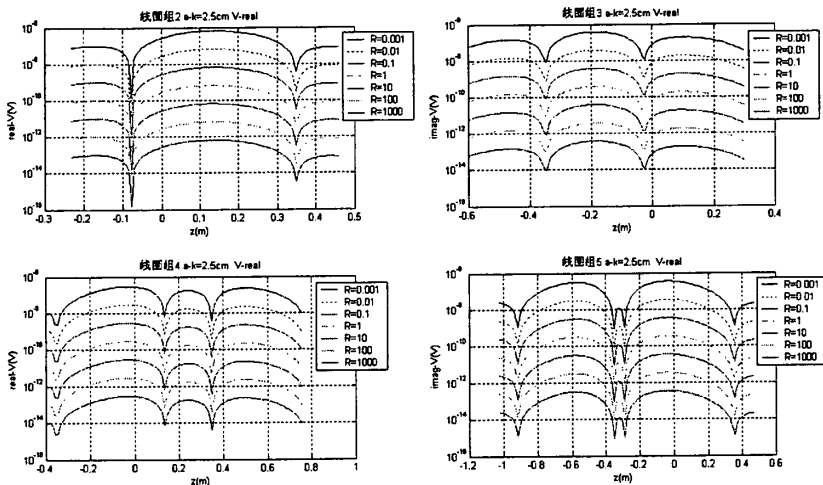


图 4-3 导电环居中时线圈组 3 的响应信号 (二维几何因子)





(a) 线性刻度



(b) 对数刻度

图 4-4 圆环径向位置固定纵向移动时仪器响应

## 4.2 考虑推迟效应的数学模型

### 4.2.1 有推迟效应的理论公式推导

考虑到电磁波传播的推迟效应影响，接收线圈感应电动势  $\varepsilon$  的式 (4-1) 可修正为

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_R + \varepsilon_B \\ &= -\frac{\mu^2 \omega^2 N_T N_R I_T}{16\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_T a_E \cos(\varphi_T - \alpha) e^{ikR_T}}{r_{TE}} d\varphi_T d\alpha \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_R a_E \cos(\varphi_R - \alpha) e^{ikR_R}}{r_{ER}} d\varphi_R d\alpha Y_E \\ &\quad - \frac{\mu^2 \omega^2 N_T N_B I_T}{16\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_T a_E \cos(\varphi_T - \alpha) e^{ikR_T}}{r_{TE}} d\varphi_T d\alpha \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_B a_E \cos(\varphi_B - \alpha) e^{ikR_B}}{r_{EB}} d\varphi_B d\alpha Y_E \end{aligned} \quad (4-7)$$

式中指数项  $e^{ikr}$  体现了电磁波传播的时间推迟效应。式 (4-4) 所示的传递函数也相应地修正为

$$H = -\frac{\mu^2 \omega^2 N_T N_R I_T}{16\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_T a_E \cos(\varphi_T - \alpha) e^{ikR_{TE}}}{r_{TE}} d\varphi_T d\alpha \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_R a_E \cos(\varphi_R - \alpha) e^{ikR_{ER}}}{r_{ER}} d\varphi_R d\alpha \quad (4-8)$$

$$-\frac{\mu^2 \omega^2 N_T N_B I_T}{16\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_T a_E \cos(\varphi_T - \alpha) e^{ikR_{TE}}}{r_{TE}} d\varphi_T d\alpha \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a_B a_E \cos(\varphi_B - \alpha) e^{ikR_{EB}}}{r_{EB}} d\varphi_B d\alpha$$

很显然，当不考虑电磁波传播的时间推迟效应，也即忽略被积函数中的指数项  $e^{ikr}$  时，如式 (4-4) 所示， $H$  是实函数，输出信号（测量电压信号）的相位仅由刻度环阻抗确定。当考虑电磁波传播的时间推迟效应时， $H$  是复函数。令  $\varepsilon = \varepsilon_R + i\varepsilon_X$ ，

$H = H_R + iH_X$ ，与  $Y_E = 1/Z_E$  一起代入式 (4-5)，实部与虚部分离，得

$$\varepsilon_R = \frac{H_R R_E + H_X X_E}{R_E^2 + X_E^2} \quad (4-9)$$

$$\varepsilon_X = \frac{-H_R X_E + H_X R_E}{R_E^2 + X_E^2} \quad (4-10)$$

式 (4-9) 和 (4-10) 说明测量信号实部和虚部与仪器系统传递函数和导电环的阻抗是复杂的函数关系。当阻抗为纯电阻时，测量电压实部仅与传递函数的实部有关，而测量电压虚部并不为零，与传递函数的虚部有关，产生相移误差。当导电环为纯电抗时，实部和虚部信号分别反映传递函数的虚部和实部特性，且虚部信号与电抗差一负号。当导电环为一般的阻抗时，信号实部和虚部均包含了传递函数的实部和虚部，不再仅由传递函数实部或虚部确定，信号体现传递函数的实部还是虚部，则视两者的相对大小而定。

### 4.2.2 有推迟效应的数值计算结果分析

(1) 导电环位置变化对测量信号影响。当未串接刻度电阻时，刻度试验中的闭合铜制圆环在交变电场中的电抗远大于电阻，我们首先分析这种情况下，仪器系统传递函数和测量电压信号的变化特点。取导电环半径为 100mm，导电环截面半径为 3mm，工作频率  $f = 26.325 \text{ kHz}$ ，根据理论公式计算出来的阻抗为  $Z_E = 0.0003899 + 0.0797327i \Omega$ ， $X_E/R_E \approx 205$ 。导电环偏置，其中心纵向变化范围为 -1m~3m，径向变化范围为 0m~1m。计算分析阵列感应测井仪器的 8 种三线圈系子阵列的系统传递函数和测量电压信号变化。图 4.2-1 中给出了其中两个子阵列（短间距阵列和长间距阵列）的系统传递函数，图 4.2-2 中是对应的测量电压信号。图 4.2-1 和图 4.2-2 显示以下一些特点。

(a) 当线圈间距小时, 系统传递函数的实部幅值远大于虚部, 随线圈间距增加, 实部幅度下降, 虚部幅度增加, 幅值的差距逐渐缩小。实部幅度下降主要是由于线圈间距增加信号减小, 而虚部幅度的增加却是由于推迟效应随线圈间距增加而增大的原因。图 4-5 中, (a)和(b)是第三个子阵列, 线圈间距为 0.381m, 系统传递函数的实部幅值比虚部大 4 个数量级。(c)和(d)是第七个子阵列, 线圈间距为 0.9906m, 系统传递函数的实部幅值与虚部的比减少为 3 个数量级。

(b) 系统传递函数的实部图形沿纵向出现 3 个明显的尖峰, 两个正峰和一个负峰。对比仪器线圈的位置可以知, 峰值位置与线圈位置一一对应。两个正峰分别对应于发射和主接收线圈, 负峰对应于屏蔽线圈。对于短线圈间距, 实部信号大, 3 个尖峰很清楚 (图 4-5a); 虚部信号小, 由于短阵列本身受推迟效应较小, 故虚部信号接近噪声, 3 个尖峰不十分清楚 (图 4-5b)。

(c) 沿径向, 系统传递函数的峰值快速下降, 峰值位置有些变化, 不同线圈间距, 由于推迟效应, 变化不一样。

(d) 电压函数图形与传递函数的关系符合式 (4-9) 和式 (4-10) 描述的规律。对于短子阵列 3, 式 (4-9) 的实部中, 虽然电抗是电阻的 205 倍, 但是, 由于传递函数的实部是虚部的 4 个数量级, 分子中的第一项仍远大于第二项, 因此, 实部信号主要由实部传递函数确定, 图 4-6(a)与图 4-5(a)形状完全一样。式 (4-10) 的虚部中, 分子中的第一项远大于第二项, 虚部信号由实部传递函数确定; 图 4-6(b)与图 4-5(a)相比, 除反相外, 形状完全一样。此外, 由于导电环电抗比电阻大的多, 虚部信号式 (4-10) 也比实部信号式 (4-9) 大的多, 在图 4-5 中虚部(a)比实部(b)大约 3 个数量级。对于长子阵列 7, 由于推迟效应增加, 传递函数的实部下降, 虚部上升, 传递函数虚部乘以电抗与传递函数实部乘以电阻处于一个数量级。因此信号实部在发射线圈处的峰值依然明显没有减弱, 分析式 (4-9) 知道这个峰值是由传递函数虚部带来的。信号虚部的变化情况分析同短阵列, 幅值上仍比实部大得多。导电环电抗比电阻大时, 图 4-6 同样解释了仪器调试时导电圆环使虚部信号变化较大以及测量信号虚部存在负号差的原因。

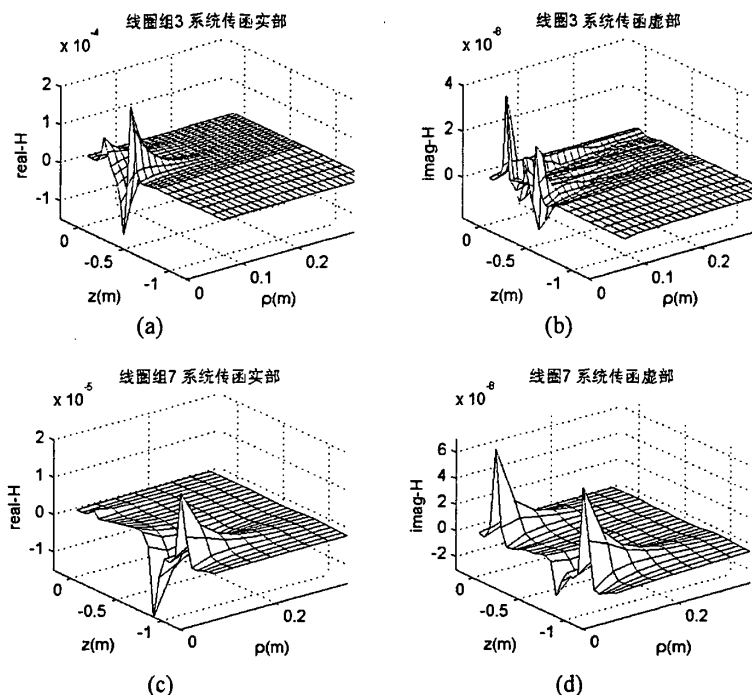


图 4-5 导电环偏置时线圈组 3、7 系统传递函数的实部和虚部

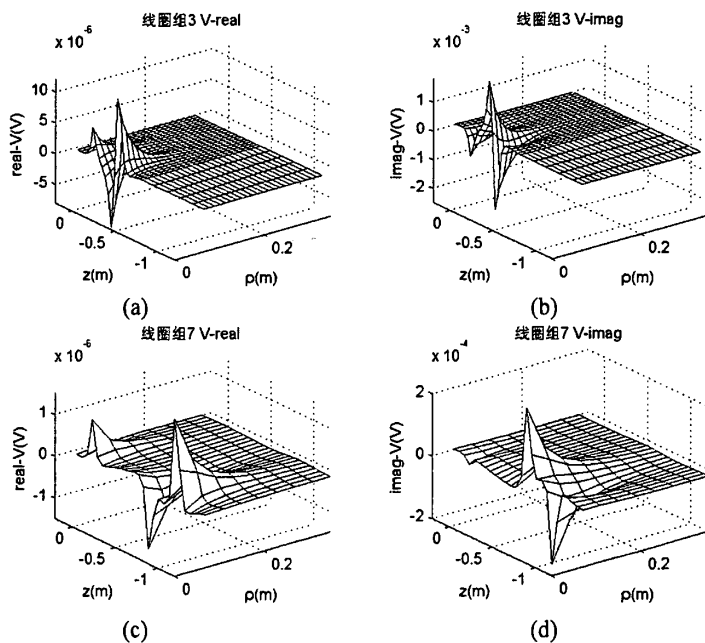


图 4-6 导电环偏置时线圈组 3、7 响应信号的实部和虚部

(2) 导电环半径变化对测量信号影响。取不同导电环半径，计算分析传递函数和测量电压变化特点。结果表明，传递函数实部在线圈位置仍然出现三个峰值，但是峰值大小发生了改变，半径越小峰值越小。传递函数虚部变化关系与实部类似，只是在屏蔽

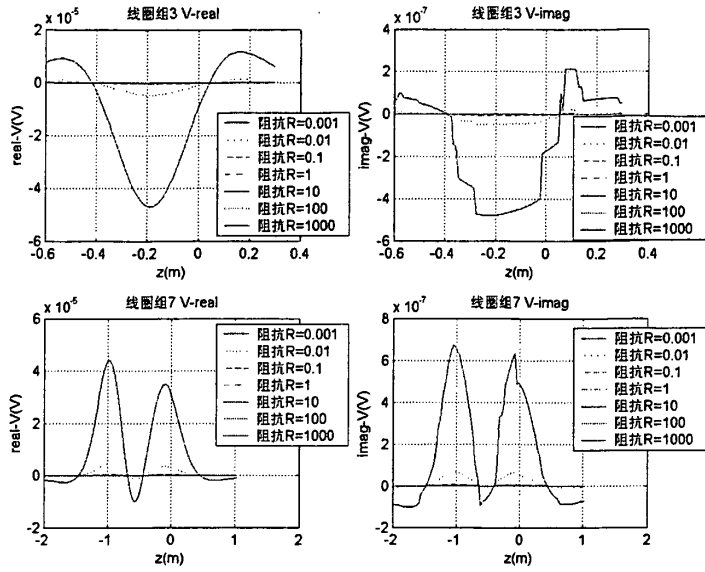
线圈处的负峰不明显。测量电压的实部和虚部在线圈处也出现三个峰值，但由于半径越大导纳越小，且幅度超过传递函数的变化关系，故半径越大测量电压实部和虚部峰值越小。

(3) 导电环电阻变化对测量信号影响。只考虑等效圆环电阻的变化，其范围为  $0.001\Omega\text{m}\sim 1000\Omega\text{m}$ ，进一步分析导电环电阻变化对测量信号的影响。设径向位置固定在  $0.5\text{m}$ ，沿纵向移动，计算阵列感应测井 8 个子阵列的响应信号，图 4-7 响应信号对应于图 4-6 显示的两个子阵列，因电阻率变化范围比较大，除给出了线性刻度图形外，还给出了取绝对值后在对数刻度下显示的图形。由图 4-7 可知仪器响应的一些特征。

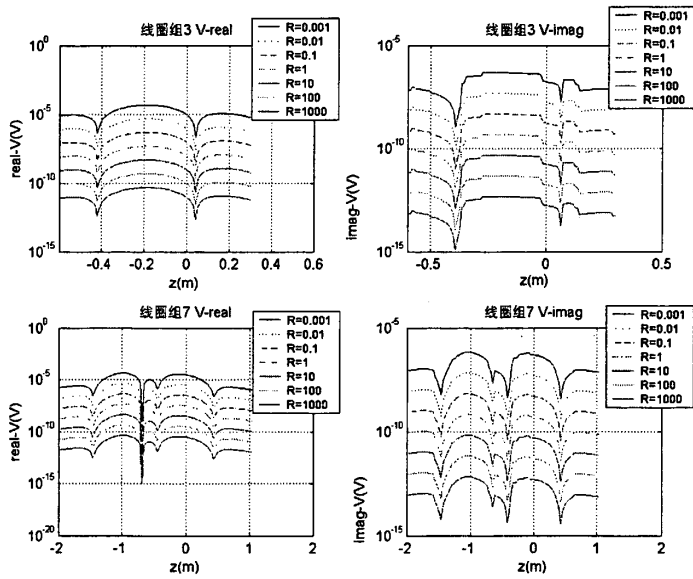
(a) 正如对式 (4-9) 和式 (4-10) 的分析，对于纯电阻，测量信号的实部和虚部变化规律实际上反映的是传递函数的实部和虚部特性。从图可以看出，在  $0.5\text{m}$  处，虚部变化较不规则，这是由于传递函数虚部很小（见图 4-5b），比实部小 4 个数量级，数值积分不精确产生的，但仍能分辨出在线圈位置附近有峰值出现。实部峰值则较为明显，幅值比虚部的大得多，从图 4-5a 中也可看到这一点。

(b) 从式 (4-9) 和式 (4-10) 知，纯电阻时，测量信号的实部和虚部均与纯电阻成反比，因此，电阻变化不影响响应形状，只改变幅值大小，在对数刻度下，反比是线性关系，图 4-7b 清楚地反映了这种线性关系。

纯电阻率时，测量信号的实部和虚部特性分别由传递函数的实部和虚部确定，均与电阻成反比，说明电阻率小（电导率大），对仪器响应影响大，反之则很小，这与感应测井对导电性介质最敏感是一致的。这也解释了井下导电泥浆沿径向方向井洞或裂缝侵入会对测量信号产生较大影响，从而造成测井异常，尤其是短子阵列。



(a) 线性刻度



(b) 对数刻度

图 4-7 圆环径向位置固定纵向移动时仪器响应

## 结 论

本文主要研究内容是阵列感应测井仪器的井眼校正和偏置导电环对阵列感应测井仪器响应信号的影响分析，下面将所得结论归纳如下：

1、应用有限元法计算了井眼模型正演响应，建立正演响应数据库，并确定正演响应快速计算方法。经过测试，正演响应快速计算方法的计算精度符合正演响应要求，同时计算速度与有限元法相比大大提高了。

2、推导建立了偏心几何因子计算 MIT 测井响应的公式，并分析计算结果的精度。在泥浆电导率与地层电导率小于  $1\text{S/m}$  时，偏心几何因子计算的结果接近有限元法计算的结果。但在泥浆电导率与地层电导率大于  $1\text{S/m}$  的情况下，偏心几何因子计算的结果会出现错误结果。如果对正演响应的精度要求高，则应该采用有限元法计算响应结果。如果对正演响应的精度要求不高，在地层电导率不大的情况下，也可用偏心几何因子法近似计算仪器响应。

3、研究了阻尼最小二乘法在反演问题中的应用，编制了井眼校正程序。选用阻尼最小二乘法使得反演对初值的选择要求大大降低。

4、确定了阻尼因子选择规则。阻尼因子选择标准是限制  $J$  的条件数在一定数值范围内，具体数值范围由实际计算经验确定。在目前已测试的模拟数据中，反演算法能按精度要求收敛。

5、应用三参数反演的井眼校正程序对无侵类型地层测井数据进行了校正。结果表明，无侵地层的井眼校正是很理想的。即使井眼影响十分严重，经过校正程序处理后测井信号的井眼影响基本都被消除了，校正后测井曲线次序也都正确。

6、应用一参数反演的井眼校正程序对有侵类型地层测井数据进行了校正。对于低侵地层，测井数据的校正结果良好，井眼影响基本被消除掉，测井曲线之间的次序也都正确。对于高侵类型地层，测井数据的校正结果整体较为满意，但目的地层处测井曲线的校正量有一定偏差。这主要是因为高侵地层反演结果相对低侵地层更容易受模型参数变化的影响。

7、分析研究了导电环偏置对测井仪器的影响。

(1)导电环偏置测井仪器附近时，其对测井响应的影响规律较为复杂，不同于居中时的情况。圆环纵向位置变化时，阵列感应测井仪器响应信号出现了多个峰值，峰值出现在线圈附近。由此可知当仪器测量地层时，如果仪器周围存在局部导电地层（如高导

电泥浆、铁磁矿等)时,接收线信号将出现异常响应。

(2)当不考虑电磁波传播的推迟效应时,一侧放置导电环的响应函数是实函数,其将导电环信号线性变换为测量信号。测量信号的实部与虚部的比值等于导电环电阻实部与虚部的比值,这一结论为仪器刻度时检验电子线路对实部和虚部的线性放大特性提供了理论依据。

(3)当考虑推迟效应影响时,感应测井仪器系统传递函数为复函数,推迟效应主要体现在长子阵列,随线圈间距增加,传递函数的实部下降,虚部增加。复传递函数使测量信号与传递函数和导电环阻抗的关系变得复杂。

(4)如果导电环是纯电阻,测量信号的实部和虚部由传递函数的实部和虚部确定,推迟效应使刻度信号产生相移。如果导电环是纯电抗,传递函数实部和虚部分别影响测量信号的负虚部和实部,从而使测量信号的虚部比实部大的多。当导电环阻抗的电阻和电抗均不为零时,传递函数和导电环阻抗的实部与虚部同时影响测量信号的实部与虚部,都会使测量信号产生相移。

(5)固定径向位置,纯电阻的导电环电阻变化与接收电压信号成反比。电阻率小,测量信号大,反之则小,这解释了井下导电泥浆沿径向方向的井洞或裂缝侵入对测量信号产生较大影响的原因。



## 致 谢

首先要感谢我的导师仵杰教授。在我攻读硕士期间，仵老师渊博的知识、敏锐深刻的洞察力、锐意进取的开拓精神和严谨的治学作风让我受益匪浅。他为我创造了良好的学习环境和大量实践的机会，使我一方面顺利地完成硕士阶段的学业和科研任务，同时个人综合能力也有了很大的提高。在研究生学习结束之际，谨对导师多年的辛勤培养和关心表示衷心的感谢，并向他致以深深的敬意。仵老师对待科研孜孜不倦、一丝不苟的态度时刻影响着我，将使我终身受益匪浅。

其次，感谢所有给予我支持和鼓励的同学，感谢他们在我遇到困难时给予了热情的帮助。

最后，我要感谢我的家人。他们一直给我精神上的鼓励、物质上的支持、学习上的帮助和督促，用言辞无法表达我对他们的感激之情。他们的关怀和鼓励，是我前进的最大动力。

## 参考文献

- [1] 中国石油天然气总公司勘探局.测井新技术与油气层评价进展[M].石油工业出版社.1998年.
- [2] 张建华,刘振华,仵杰编著.电法测井原理与应用[M].西北大学出版社.2002年.
- [3] 欧阳健等编著.石油测井解释与储层描述[M].石油工业出版社.1994年.
- [4] 仵杰,龚厚生,陈草堂.双感应测井趋肤效应校正和刻度系数计算研究[J].测井技术.2001年04期.
- [5] 张业荣,聂在平,漆兰芬.地层电导率非线性反演方法——双感应测井数据反演[J].测井技术.1998年03期.
- [6] 高效曾.阵列感应成像测井响应的探讨[J].测井技术.1996年04期.
- [7] 陈永武.储集层与油气分布[M].石油工业出版社.1995年.
- [8] 李明.岩性地层油气藏地球物理勘探技术与应用[M].石油工业出版社.2005年.
- [9] (俄)Л·И·奥尔洛.油气储集层的岩石物理研究[M].石油工业出版社.1992年.
- [10] 高效曾.阵列感应成像测井的质量监测.石油仪器[J].1997年02期.
- [11] 张中庆,张庚骥,储昭坦,谢树棋.用阵列感应测井曲线重建二维电阻率剖面[J].测井技术.1997年02期.
- [12] 郭爱煌,魏世新,薛忍霞,弓佩章.视电阻率测井曲线环境影响的校正[J].中国煤田地质.1996年02期.
- [13] 张焕平,李曙光.感应测井趋肤效应校正新方法[J].山西师范大学学报(自然科学版).2003年02期.
- [14] 高杰,刘迪军.电测井视电导率定义的统一性及感应测井的趋肤效应校正[J].测井技术.2001年05期.
- [15] 刘福平.利用积分方程法计算双侧向测井仪的井眼校正曲线[J].地球物理学报.1997年06期.
- [16] 邱辉丽.阵列感应测井在辽河油田海上勘探中的应用[J].海洋石油.2005年01期.
- [17] 田子立,孙以睿,刘桂兰编著.感应测井理论与应用[M].石油工业出版社,1984年.
- [18] 国庆忠.利用阵列感应测井资料反演地层径向电导率[J].测井技术.2003年03期.
- [19] 魏宝君,张庚骥.含金属心棒阵列感应测井仪器的井眼校正[J].石油大学学报(自然科学版).1999年03期.

- [20] John R.Lovell, Member , IEEE, and Weng Cho Chew, senior member ,IEEE. Effect of tool eccentricity on some electrical well-logging tools[J]. IEEE transaction on geoscience and remote sensing,vol.28.NO.1,January 1990.
- [21] James R.Wait, Fellow, IEEE. General formulation of the induction logging problem for concentric layers about the borehole[J]. IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing.vol.GE-22,NO.1..January 1984.
- [22] S.Gianzero and Y.Lin Gearhart Industries, Inc., Austin, Texas. The effect of standoff on the response of induction-logging tools[C]. SPWLA 26<sup>th</sup> annual logging symposium, June 17-20,1985.
- [23] Stanley C.Gianzero, member, IEEE. Effect of sonde eccentricity on responses of conventional induction-logging tools[J]. IEEE Transaction On Geoscience Electronics, VOL. GE-16, NO.4, October 1978.
- [24] G.P.Grove and G.N.Minerbo Schlumberger. An adaptive borehole correction scheme for array induction tools[C]. SPWLA 32<sup>nd</sup> Annual Logging Symposium June 16-19,1991.
- [25] Gerald N. Minerbo, Missouri City,Tex; John W. Miles, Ithaca, N. Y. Borehole Correction System For An Array Induction Well-logging Apparatus[P]. US: 5041975 .Aug.20,1991.
- [26] Jiaqi Xiao,Houston,TX(US).System And Method For Correcting Induction Logging Device Measurement By Alternately Estimating Geometry And Conductivity Parameters [P]. US: US2005/0256644 A1.Nov.17,2005.
- [27] Zhiqiang Zhou, Ingo M. Geldmacher, and Bill H.Corley, Baker Atlas. Stabilizing the shallow(10-Inch) resolution matched curve of the high-definition induction log and evaluation quality control for array induction logs[C]. SPWLA 44<sup>th</sup> Annual Logging Symposium, June 22-25,2003.
- [28] 仵杰, 程建华, 陈睿.感应测井信号处理及应用研究[J].西安石油学院学报(自然科学版).2003年02期.
- [29] 林为干, 符果行, 邬琳若, 刘仁厚著.电磁场理论[M].人民邮电出版社, 1996年.
- [30] Minerbo, G. N.Numerical Solution of Maxwell's Equation in Three Dimensions at Low Frequencies[C].Presented at the Fourth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, Toronto, Canada, October, 22-24, 1990, to be published in IEEE Transactions on Magnetics, September 1991.

- [31] 金建铭著.电磁场有限元方法[M].西安电子科技大学出版社.1998年.
- [32] 袁亚湘, 孙文瑜著.最优化理论和方法[M].科学出版社.1997年.
- [33] 王家映编著.地球物理反演理论[M].高等教育出版社.1998年.
- [34] 程云鹏编著.矩阵论[M].西北工业大学出版社.1999年.
- [35] 邓建中, 刘之行编著.计算方法[M].西安交通大学.2001年.
- [36] 阮百尧, 葛为中.奇异值分解法与阻尼最小二乘法的对比[J].物探化探计算技术.1997年2月第1期.

## 攻读学位期间所发表的论文和获奖

1、项目《阵列感应合成方法研究》获西安石油大学优秀科技成果一等奖，第 4 完成人，2004 年 12 月；

2、项目《阵列感应测井信号合成技术》获陕西省高等学校科学技术二等奖，第 4 完成人，2005 年 6 月；

3、论文《阵列感应偏心几何因子及其推迟效应研究》在《石油仪器》2006 年第 2 期上发表，第 1 作者；

4、论文《圆环对 MIT 测量信号影响的分析研究》在《测井技术》2006 年第 3 期上发表，第 1 作者。