

## 摘 要

继声音、图像、视频之后,三维数字几何处理已经成为新形式的数字媒体技术。其中三维模型的分割和形状描述,已经成为数字几何处理的热点,是参数化、纹理映射、几何变形等数字几何处理工作的关键技术。作为新形式的媒体检索技术方向,基于认知心理学原理的、面向有意义局部显著特征分割的三维感知形状描述标准 P3DS,已经被写入了 MPEG-7。

本文首先对目前国际国内的三维模型分割研究进展、及其在各个方面的应用情况进行了综述,并围绕三维模型的分割和形状描述展开了研究工作。本文的主要贡献如下:

1) 提出一个用主曲线描述三维模型形状特征的新方法。三维模型投影为三次的空间光滑主曲线后,原来分布不均匀的、无序的数据集合在一维流形空间得到了有序化。通过对曲线弧长的均匀分割采样,比较曲线的空间位置和姿态等形状特征来实现对应的三维模型检索。使用三维模型的主曲线作为形状描述,克服了多分辨率、局部形变、噪声等因素。实验证明该形状描述相对几何变换是稳定的。

2) 提出使用 KS 主曲线算法,对人体尺寸测量工作中产生的带噪声扫描线数据进行融合、并利用曲率过零点对特征标记点进行分割和位置估计。同时依据人体骨架树,提出了变量化模糊分区的优化策略,大幅度提高了局部特征区域搜索的效率。

3) 给出一个基于 CSR 数据存储格式的三维网格模型上的最短路径算法,并利用中间计算结果,降低了 Dijkstra 算法的复杂度,提高了计算速度。该工作将用于三维网格模型在测地距离意义下的聚类分割。

4) 提出采用聚类分析方法,对三维点云模型进行分割。本文指出,对于分布呈现类内团聚状三维点云模型,K 均值聚类分割可以得到较好的结果。与三维网格模型的 K 均值聚类分割、点云模型的谱系聚类分割的实验结果比较证实了这一点。

**关键词:** 数字几何处理, 多媒体信息检索, MPEG-7, 三维模型, 形状描述, 三维检索, 三维模型分割, 有意义分割, 局部显著性特征, 骨架提取, 主曲线, 聚类分析, 最短路径, 压缩存储。

## Abstract

Multimedia has seen three waves so far: sound, images, and video. We are presently witnessing the arrival of the fourth wave of digital multimedia: Geometry and Digital Geometry Processing.

3D model segmentation and shape description has become the most active research hotpot of Digital Geometric Process, and the key problem of parameterization, texture mapping, geometry morph etc. As a new framework of multimedia retrieval, based on local salient feature oriented segmentation, P3DS (Perceptual 3D Shape) has been accepted by MPEG-7, which is based on the theory of psychology, psychology physics and human vision. This thesis, in both the theoretical perspective and the practical perspective, probes into 3D model segmentation and shape description. A survey was given to summarize 3D mesh model segmentation techniques, including latest achievements, classification and application in this field.

The main contributions of this thesis are summarized as follows:

- 1) Proposed a novel method using principal curve to describe the shape feature of 3D models. After projecting the mesh into a spatial smooth cubic curve – principal curve, equally segmenting and sampling along the length of curve was implemented to get an ordered and uniform distribution of dataset. And then we matched the shape feature of one dimension manifold instead of that of 3D meshes, to overcome the difficulties of multi-resolution, local morph, and noise etc. Experiments prove that this shape descriptor is invariant under translation, rotation and scaling. Some existent problems and prospects of this technique were also discussed.

- 2) Proposed a novel method using KS pincipal curve to merge unregistered, noisy data set of Human Body Scan and Measurement. And the crossing zero of curvature was used to segment and estimate the target feature points from the KS principal curve. An optimization scheme named variable fuzzy partition was also presented to improve the searching for local feature area.

- 3) A novel implementation of Dijkstra algorithm based on CSR data structure of 3D mesh model with sparse matrix adjacency was presented too. The intermediate result was reused to save the computing resource and improve the speed. This algorithm provided a geodesic distance for the cluster segmentation of 3D mesh model.

4) Proposed a method to segment mesh and points cloud of 3D models using Cluster Analysis. When being segmented by K-means clustering algorithm, points cloud dataset with conglomeration feature presents a better segmentation. This is supported by the comparison with the results of hierachical clustering segementation of point cloud model and K-Means clustering segementation of mesh model.

**Keywords:** Digital Geometry Processing, Multimedia Retrieval, MPEG-7, 3D Model, Shape Descriptor, 3D Retrieval, 3D Model Segmentation, Meaningful Segmentation, Local Salient feature, Skeleton Extraction, Principal Curve, Cluster Analysis, Shortest Path, Compressed Storage.

## 独创性声明

本人声明所呈交的论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。就我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

签名: 冯晓鹏 日期: 2005.4.1

## 关于论文使用授权的说明

中国科学院计算技术研究所有权保留送交论文的复印件，允许论文被查阅和借阅；并可以公布论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其它复制手段保存该论文。

签名: 冯晓鹏 导师签名: 李强 日期: 2005.4.1

## 第 1 章 绪论

### 1.1 第四代数字媒体

随着计算速度、存储能力和网络带宽的飞速发展，一切都在应验着摩尔定律。

迄今为止，多媒体技术的发展，也经历了三次浪潮：70 年代的数字声音、80 年代的数字图像，90 年代的数字视频（如图 1.1）。

随着近年来三维激光扫描仪的广泛使用，三维 CAD 造型、医学图像、地质勘探计算可视化研究的高速发展，以及影视娱乐、网络游戏的新需求，第四代数字多媒体——数字几何的时代已经到来[Schröder 2001]。

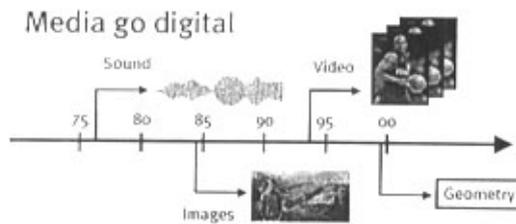


Fig. 1.1 The branches of digital media

图 1.1 数字媒体的分支

声音被定义为一维时间直线上的函数；图像被定义为二维平面上的函数；甚至视频也被定义为三维空间内的函数：一维是时间，另外两维是空间。它们都可以在欧氏空间内，进行规则的、有序的时间或者空间采样，从而转换为二进制数据。Fourier 分析和 Fourier 变换，以及后期的 FFT、多尺度的小波分析等，都是非常有效的处理工具。典型的信号处理工具一般有去噪声、压缩、传输、增强、检测、分析、编辑等等。一个非常成功的例证，就是从便携式 CD 播放器、到数码音乐合成器、最后数字手机的应用领域扩展。网络带宽和计算能力的提高，使得数字音乐、数字图像、数字视频遍及网络和个人计算机[Kobbelt 2001]。

作为一种新形式的媒体，数字几何的出现带来了一次新的技术革命：三维数字几何处理。不久的将来，任何一台连接在网络上的普通个人计算机，都将能够进行“数字几何处理”（DGP, Digital Geometry Processing）和应用。

到那个时候，对数字几何的去噪声、压缩、传输、分析、编辑、检索等等处理工作，都将是轻而易举的事情。

第四代数字媒体的出现，带来了一种崭新的、真实感的三维视觉享受。随着数字几何处理技术的发展，对于美国 Pixal 公司近年推出的《Toy Story》、《Finding Nemo》、《The Incredibles》，梦工场推出的《Shrek》等等精心制作的三维动画电影，人们将司空见惯，甚至可以有类似的自由创作。

## 1.2 数字几何处理

数字几何的诞生，首先直接得益于计算机视觉和激光技术的发展。激光扫描仪出现后，三维模型可以从手工模型上直接获得。这些多边形面片组成的三维模型，在图形显示、快速原型制造、有限元分析等方面有着显著的优势，常被用来在计算机辅助几何造型、计算机图形学三维动画、以及地理信息系统等工作中，表示对复杂曲面模型的逼近。

从大规模的点云模型重建离散的三维模型、然后进行加工处理，已经成为目前三维建模的主流方式。三维造型摆脱了繁琐枯燥的传统工艺的同时，对三维模型的处理方法也提出了新的需求。对数字几何处理的研究工作在国内国际快速展开。

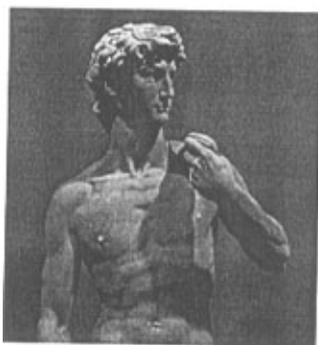


Fig. 1.2 David of the Digital Michelangelo Project in Stanford

图 1.2 Stanford 大学数字米开朗基罗计划的大卫

一个典型的例证，就是美国 Stanford 大学的数字米开朗基罗计划[Levoy 2000]通过三维扫描设备和三维重建系统，完成了大型雕塑的数字化。其中大卫雕塑就有 20 亿三角面片（如图 1.2）。

而三维地形网格的数据量则更加巨大。除了数据海量的特点外，这种二维流形数据具有无法在规则参数域上表示、拓扑结构复杂、分布无序、不均匀等其他特征。

现有的数字信号处理技术，只能处理空间分布均匀的简单数组、规则有序的数据流。比如：对于定义在球面上的数据，我们可以将其投影到有限平面上，然后再均匀采样并使用 Fourier 变换。然而，无论是什么样的映射，都不可能避免

奇异的结果和无法控制的人工算法痕迹。更不用说那些比球面复杂得多的、非欧理论中的曲线、曲面、以及更一般形式的流形。寻找新的分析工具已经成为数字几何处理的重要研究内容。如：扫描点云数据的网格融合、曲面重建、光顺去噪、网格模型的表示以及转换、简化、细分、求交、连续拼接、交互编辑、参数化、纹理映射、几何变形、压缩与传输，有意义分割、形状特征提取、形状描述及检索等，成为近年来三维造型技术的研究热点[Kobbelt 2001][Schröder 2001]。

一个重要的数字几何处理技术发展标志是 1998 年的 SIGGRAPH 图形学大会。那次会议上有十篇有关曲面造型的论文，除了一篇是介绍几何体的变形方法以外，其余九篇均是关于曲面离散造型的算法、或者在离散型曲面上精确求值、及进行参数化的工作 (<http://www.siggraph.org/s98>)。

另外一个重要的标志，是 1998 年荣获奥斯卡大奖的短篇动画电影、著名的美国 Pixar 公司选送的作品“Gerl’s Game”。该片描述了一个名叫 Gerl 的老头，在公园里与自己对弈，千方百计想取胜的诙谐故事（如图 1.3）。动画中人物、景色以及国际象棋子的造型细致生动，传达出精美的视觉效果[DeRose 1998]。



Fig.1.3 Gerl's Game

图 1.3 Gerl 的游戏

SIGGRAPH'98 大会上,该动画片的曲面设计者,T. DeRose 报告了应用 Catmull 和 Clark 在 1978 年所创立的、基于四边形的网格细分方法,产生 C-C 细分的离散曲面的造型方法[Catmull 1978]。同时, T. DeRose 发明了构造光滑变半径轮廓线及合成物的技术,提出了在服饰模型中碰撞检测新的有效算法,构造了关于细分曲面的光滑因子场方法。凭借这些数学和软件技术,他形象逼真地表现了 Gerl 老头的头壳、手指和衣服(包括茄克衫、裤子、领带和鞋等)。这些都是传统的 NURBS 连续曲面造型所不易做到的。基于三角形的 Loop 细分曲面[Loop 1987]、蝶形细分曲面[Dyn 1990]也得到当今图形工作者的重视。

T. DeRose 同时指出, NURBS 尽管早已被国际标准化组织作为定义工业产品数据交换的 STEP 标准, 在工业造型和动画制作中得到了广泛的应用, 但仍然存在着局限性。单一的 NURBS 曲面与其他参数曲面一样, 仅限于表示在拓扑上等价于一张纸、一张圆柱面或一张圆环面的曲面, 不能表示任意拓扑结构的曲面。为了表达更复杂的形状, 如人的头、手或服饰, 我们必须进行一次新的技术革命。

当然, 普通的造型方法, 例如 NURBS 修剪, 也可以用来对付复杂光滑曲面。目前已有的商用系统, 如 Alias-Wavefront、SoftImage 等可以作到这一点。但首先修剪是昂贵的, 而且有数值误差; 其次, 难以保持曲面接缝处的光滑, 即使是近似光滑也会因为模型的运动而非常困难。细分曲面有潜力克服以上两个困难, 它无须修剪, 活动模型的平滑度被自动地保证。与此同时, 基于物理模型的、基于偏微分方程 (PDE) 的、基于散乱点的、基于小波的曲线曲面的造型方法也在快速发展中。以流体力学平面定常理想不可压缩无旋流动为背景, 基于流函数概念的流曲线曲面造型方法, 由于理论和流函数的建立尚不完善, 故目前仍处于探索阶段 [Kobbelt 2001] [Schröder 2001]。

此后 SIGGRAPH 系列会议, 以及其他国际权威会议和期刊表明, 数字几何处理研究工作已经成为内图形学研究的热点 ([www.siggraph.org](http://www.siggraph.org))。

### 1.3 三维模型的形状描述及检索

在当前数字几何处理研究飞速发展、三维模型的快速普及应用的形势下, 如何重用、管理现有的网格模型、如何根据新的设计目标修改现有网格模型, 即三维模型的分割和检索, 已经成为一个重要研究课题 [Johan 2004] [Chen 2003]。

这主要是因为: 三维模型扫描设备使物体模型的获取变得可行和容易; 众多的 3D 建模软件和工具, 使三维模型的设计变得简便; 互联网技术的发展使三维模型被广泛传播; 设计思路由“构造三维模型”转换为“快速寻找并应用”现有模型; 工业设计、虚拟现实、数字人、3D 游戏、影视动画等领域的广泛应用 [Dey 2003]。

因此, 对目前现有的、数以兆计的三维模型, 以及每天大量产生的三维模型, 进行依据形状特征的管理和检索成为了国内外的研究热点课题。三维模型检索是指, 在一个给定的三维模型数据库中, 如 VRML 或其它, 检索出与一个特定的物体在指定相似度内一致的所有其它物体。描述三维模型形状信息的向量, 称为三维模型形状特征描述子。

三维模型形状特征描述子一般具备易用性, 即形状描述子的存储需求和计算需求应该足够低; 覆盖性, 描述子能够概括一个较宽范围内的形状, 保证没有遗

失；唯一性，旋转、平移、多尺度等变换意义下，描述子与形状之间应该存在一一对应的关系；稳定性，形状较小的改变，反应在描述子的变化上应该是同尺度的改变。

#### 1.4 基于分割的三维模型形状描述及检索

基于分割的三维模型形状描述及检索的思想，来源与认知心理学的基本原理。心理学[Biederman 1987]、心理物理学[Biederman 1995]表明，人类对形状的认识，部分地基于分割。复杂物体往往被看作是简单的基本元素或组件的组合，其中局部显著的形状特征，以较高的优势屏蔽了其他非显著特征。而显著特征的获得，首先必须进行分割。三维模型形状分割描述，是指在三维模型形状描述问题中，例如在检索之前，首先根据三维模型某种几何特征（如某等高线或者测地线等）对其进行分割，然后分别计算分割后的模型子块的形状特征。

在应该需求方面，基于分割的三维模型形状描述及检索问题，来源于如下几个方面：

首先，随着Internet的广泛使用，在网络数据库中检索具有某种局部形状特征的三维模型，成为了一个新的需求。类似地，在工厂二维、三维CAD设计得到的模型库中，也同样存在着形状类似的、而不仅仅是文字索引类似的检索需求[Johan 2004]。

其次，逆向工程概念的推广，使得从整体模型中分割提取零部件成为新的设计路线。从工厂整体3D激光扫描点云的大规模数据中，恢复厂房、设备部件、组件、零件的独立网格模型，从而快速地恢复工厂的CAD模型的应用也有分割检索的需求。

第三，在影视动画制作过程中，对实体模型激光扫描后得到的网格模型，往往也需要在后期进行局部加工，如变形处理、“移花接木，张冠李戴”等特效模型编辑。而局部变形或者编辑的前提是网格模型的分割。

第四，地形网格中，建筑、车辆等局部模型的分割提取识别等等。

更多的需求不再一一罗列。2003年7月，我们于课题组内部独立提出了“基于分割的三维模型形状描述”的研究思路，其目标是充分发掘、利用三维模型局部特征的视觉显著性，并依据局部显著特征进行三维模型检索。

在稍后的调查研究工作中，发现[Zuckerberger 2002][Dey 2003]公开发表了他们使用同样思路的研究工作。

2004年，多媒体信息检索国际标准MPEG-7，在给出角度径向变换、曲率尺度

空间、形状谱、视图描述等三维模型形状描述符之后，给出了感知三维形状描述子(P3DS, Perceptual 3D Shape) [Kim 2004][Bober 2001], 这个思路与我们的设想不谋而合。

MPEG-7前三维形状描述子Shape3D有如下两个缺陷：一是只能表达局部集合形状、而丢失了空间整体信息；二是相似性匹配时只考虑能够精确对应的特征、而不考虑邻近的形状信息[Manjunath 2002]。为了克服上述缺陷，P3DS描述子基于人类视觉识别符合分割表达的假设，认为三维模型是由若干有体积的、闭合的、无孔的网格流形曲面组成；首先对三维模型进行分割，建立分块的属性关系图(ARG, Attributed Relational Graph)，保留分块模型之间的拓扑关联信息，然后采用图匹配的算法[Rubner 2000]衡量模型相似度。每个P3DS描述子含有体积、方差、凸性等三个节点属性，以及中心、变换两个边属性，需要582bits的存储空间。显然，三维模型检索的效率取决于模型分割表示的有效性，三维模型分割是检索成功与否的关键所在。

同时我们还发现，目前对三维模型分割的研究尚不成熟，多数工作存在过分割、不能得到有意义的分割结果、分割结果不便于参数化、算法局限于面向特定的应用、面向具有特定形状的模式等等缺陷[Shamir 2004]。

总之，三维模型的分割工作有着巨大的其应用需求、认知科学的理论依据，同时目前的研究工作尚为成熟。基于分割的三维模型形状描述和检索标准列入MPEG-7，标志着巨大的产业前景。

本文是在上述背景下，展开了三维模型分割的研究工作，基于分割结果描述三维模型的形状特征，据此进行检索等应用。形状特征分割提取的最终研究目标是：通过提取三维模型底层的基础形状信息，建立结构和语义等高层的形状描述，并展开应用。

## 1.5 本文所做的主要工作

本文围绕三维模型的形状分割，对国际国内三维模型的分割算法和应用的研究进展做了综述，并简要介绍了主曲线理论、三维检索、以及聚类分析的研究应用情况。除此之外，本文主要完成了如下几个方面的工作：

### 1.5.1 一个新的形状描述子

在第四章，我们给处理一个新的三维模型形状描述子。先投影三维模型为三次的空间光滑主曲线，将三维模型分布不均匀的、无序的数据集合，在一维流形空间均匀分割、沿弧长有序化。通过比较主曲线的空间位置和姿态等形状特征，实现了对三维模型检索。主曲线作为三维模型的形状描述，克服了多分辨率、局

部形变、噪声等因素。

### 1.5.2 数字人体表面的融合与分割

在第五章，提出了基于 KS 主曲线的扫描数据拟合。对商业激光扫描系统输出的、配准效果极差的三维人体表面模型，进行基于 KS 主曲线算法的融合；依据主曲线的曲率过零点对特征标记点进行分割和位置估计。同时依据人体骨架树，提出了变量化模糊分区的优化策略，大幅度提高了局部特征区域搜索的效率。

### 1.5.3 用于网格分割的最短路径算法

在第六章，实现了基于 CSR 存储结构的三维网格模型上、快速的测地线计算。在 Dijkstra 算法的基础上，针对三维网格模型拓扑信息复杂、数据存储空间浪费严重、距离矩阵存储需求巨大、运算速度慢等问题，给出了新的最短路径算法。该工作将用于第七章的三维网格模型测地距离意义下的聚类分割。

### 1.5.4 点云模型的聚类分割

在第七章，提出了采用聚类分析方法，对三维点云模型进行分割。我们指出 K 均值聚类对分布呈现类内团聚状三维点云模型，可以得到近似有意义的分割结果。并完成了与三维网格模型的 K 均值聚类分割、点云模型的谱系聚类分割的实验结果比较。

在最后一章里，我们将对所完成的工作进行总结，并对将来可能的研究方向进行了讨论。

## 第 2 章 三维模型分割与检索

### 2.1 三维模型分割概述

在[Mangan 1999][Wu 1997]等研究工作之后,三维模型分割问题逐渐成为热点研究课题之一。三维模型分割,是指根据一定的几何及拓扑特征,将封闭的三维网格多面体、或者可定向的二维流形,依据其表面几何、拓扑特征,分解为一组数目有限、各自具有简单形状意义的、且各自连通的三维模型子块的工作。

对三维模型分割研究影响巨大的早期背景研究工作有两个方面。

一个背景是计算几何的凸分割。其目的是把非凸的多面体分解为较小的凸多面体,以提高图形学绘制和渲染的效率。该工作已经有了广泛的研究,多数算法难以实现和调试。实际应用往往不去分割多面体,而是分割它的边界——多边形网格。多面体网格边界的分割算法容易实现、复杂形体的计算量往往是线性的[Chazelle 1992][Chazelle 1994][Chazelle 1997][Tutte 1960]。

另外一个计算机视觉中的深度图像分割,其处理的深度图像往往具有很简单的行列拓扑结构,而不是任意的,故此其分割算法相对简单[Hoove 1996]。多数网格分割方法都是从图像分割出发,将图像分割算法推广得三维网格空间。如分水岭算法、K 均值算法、模糊聚类方法、区域增长算法、Mean-Shift 算法以及水平集算法等等。除此之外,基于高斯曲率平均曲率、方向性测地曲率的、Reeb 图、Shock 图[Sebastian 2004]、基本体素、扫描骨架等基础信息的形状特征表示和抽取的算法也有文献发表[Shamir 2003][Shamir 2004]。

近年来有意义(Meaningful)网格分割的定义被提出。上述提到的多数算法对三维模型的分割结果并不是有意义的。

这里给出三维模型分割的定义。设  $S$  是具有  $n$  个顶点的三维多边形网格模型。 $S_1, S_2, \dots, S_k$  是  $S$  的一个分割,每个  $S_i$  称为  $S$  的一个子块,当且仅当:

I.  $\forall i, 1 \leq i \leq k, S_i \subset S$ ;

II.  $\forall i, S_i$  是连通的;

III.  $\forall i, j, i \neq j, 1 \leq i, j \leq k, S_i$  和  $S_j$  没有公共的面片,即它们的交集只能是顶点或边;

$$IV. \bigcup_{i=1}^k S_i = S$$

## 2.2 基于认知心理学的分割原理

长颈鹿、天鹅、孔雀、大雁、鸵鸟、朱鹮、丹顶鹤...，在这图 2.1 的几幅图片中，你看见了什么？

一个细长、弯曲的特征？这是一个显著的特征，是视觉捕捉到的第一个形状特征，这个特征在识别中，以很高的优势屏蔽了其它特征，最终使我们快速地确定图像的主体是什么。

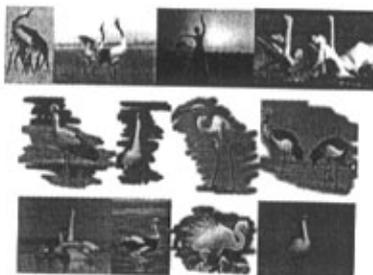


图 2.1 视觉的显著形状信息

心理学[Biederman 1987]、心理物理学[Biederman 1995]的研究表明，人类对形状的识别部分地基于分割，复杂物体往往被看作是简单的基本元素或组件的组合。比如我们的直觉习惯于把汽车分割为一个方盒子与若干圆形的轱辘、把桌子视作一个圆盘与若干方柱，卡通画倾向于把人体表示为若干椭圆或者一个椭圆及若干直线段等等。在人的视觉里，鸵鸟拥有一个引人注目的细长弯曲的颈、一个庞大的主体（躯干）和两个不是很显著的下肢。其中显著的特征，在视觉识别中，使得图像的主体以很高的优势屏蔽了其它不显著的特征。

同时，根据人类视觉理论中最小化法则(Minima Rule)的定义[Hoffman 1984]，人类对物体的认知过程中，倾向于把最小的负主曲率线定义为组成要素的边界线，据此，将物体分割为几个组成要素。正曲率曲面，如球面，它所对应的是具有确定面积的有限表面的情况。具有负曲率的表面，可以用马鞍面为例（如图 2.2，具有负曲率的马鞍面  $z = x^2 - y^2$ ）。



图 2.2 具有负曲率的马鞍面

基于上述心理学、心理物理学以及人类视觉理论的原则,很多文献给出了按三维模型网格曲面的最小负曲率边界将物体分割。由此得到的分割结果称为“有意义的”分割,分割得到的子块必须具有和它所在应用相关的相对尺寸和组织结构[Page 2003][Katz2003][Dey 2003]。

同时,有意义三维模型分割的提出,使得从点云、三维模型的网格曲面、以及体素等数据提取组件的研究,与CAD逆向工程紧密结合起来。图 2.3 说明,三维模型的分割质量对纹理映射、曲面片参数化、动画变形制作等很多方面的应用,都有很大的影响。



Fig. 2.3 Examples of mesh segmentation

图 2.3 网格曲面模型分割示例

需要注意的是,由于不同的曲率计算方法存在着精度上的差异,对应的有意义分割结果也存在着差异。同时不直接计算网格曲面曲率,而是用网格曲面上测地距离、角度距离的相对尺度,来衡量网格曲面的弯曲伸展情况,这些三维模型分割工作也得到了异曲同工的效果。

诸多应用研究工作表明[Chen 1992][Cass 1998][Loncaric 1998][Sclaroff 1995][Weiss 2001],三维模型基于“显著性”形状特征的分割,是物体识别、分类、匹配和跟踪的基本问题。三维模型的意义分割对于显著占优特征的表示和提取、多尺度的存储和传输、以及分布式局部处理都是十分有意义的。三维模型的局部几何拓扑显著性,也是对三维模型进行检索的一种有效的索引[Dey2003]。

基于视觉识别原理、国内国际的研究基础、以及三维模型检索的需求,我们于 2003 年 9 月提出“基于分割的三维模型形状描述”思想。并提出了以离散细分测地线、和通过模型最凹处曲率线技术结合,实现有意义分割的基本思路[孙晓鹏 李华 2005a][孙晓鹏 李华 2005b][孙晓鹏 李华 2005c]。

我们发现当时唯一公开发表的、面向三维模型检索的分割研究工作[Zuckerberger 2002];后发现[Dey 2003]的工作也给出了同样的结论;对于这两个工作的详细介绍见后。2004 年,多媒体信息处理国际标准 MPEG-7 定义了基于分割的三维形状感知描述[Kim 2004]。这些已有的工作,都证实了我们的思路是可行的。由于上述研究工作尚不完善,深入的研究是必要的。

### 2.3 分割在数字几何处理中的意义

在由点云重建三维模型网格曲面、网格简化、几何压缩、交互编辑、纹理映射、几何变形、网格细分、动画对应关系建立、局部区域参数化、以及逆向工程中的样条曲面重建等数字几何研究工作中，三维模型分割的需求已经被广泛地提出了、并得到深入、实用的研究。

三维模型分割显然是在一定意义上的网格简化，比如将曲率变化剧烈的区域作为分割边界，从而将曲率变化平缓的区域各自分割开来，就是基于曲率阈值的一种网格简化方法。网格曲面分割的结果数目应该在去除过分割后被限制在指定的范围内，是有限的。

在交互网格编辑（Copy、Cut、Paste、Tag）工作中，我们往往是针对某个特定区域进行处理。如何将此区域提取，并在编辑处理后与其周边邻接区域融合，显然也是网格分割支持的工作内容。

在影视动画制作过程中，动作对象的运动控制、表面的运动变化、以及从一个对象几何变形为另一个对象的特技处理，如果使用了基于分割的网格曲面局部区域预处理（比如建立动画区域对应关系），显然在动画精细度、视觉效果、计算速度和复杂度上有很好的效果（会节省存储，如果不得不导致速度有所下降的话）。

显然三维模型的分割会加速光追踪、着色、绘制、求交、碰撞检测的层次包围盒的计算等工作，并提高精度。

三维模型的分割显然会因其局部性而降低纹理映射、纹理贴图、网格参数化的扭曲效果。同样对点云的分割将使得逆向工程中的样条曲面重建、拟合高阶模型到多面体网格变得容易得多。

[Bischoff 2002a]和[Alface 2003]分别给出了三维模型分割在几何压缩和传输中的应用。我们同样有理由相信在不久的将来，基于三维模型模型分割的“分布式网格水印”会是更加健壮的。

### 2.4 国内外研究现状分析

三维模型分割的数据对象目前存在着三种：多面体的分割、网格曲面的分割、点云的分割。

计算几何里对多面体分割已经有了广泛的研究，一般情况下希望多面体被分割为凸的实体，因为凸的实体更方便于表达、操作和绘制。多数已有的算法难以实现、难以调试。真实的应用情况经常不必分割多面体，而是希望分割它的边界

——多边形网格。尽管没有多面体分割算法通用，边界分割算法有以下几个方面的优势：容易实现、复杂形体输出的计算量往往是线性的。

早期的曲面网格分割算法多为手工分割或者半自动分割，近两年出现了基于自动分割的应用工作；针对网格模型的规则性来看，又可将分割算法可分为规则网格分割算法、半规则网格分割算法和任意拓扑结构网格分割算法；针对层次结构信息的使用情况可分为：使用、未使用。

近年来对点云的分割工作较为少见[Trucco 1995]。显然在对高噪音的点云进行简化、三角剖分、转化为曲面网格后，再进行分割，其分割精度和所需要的工作量要大大优于直接对点云的分割。其原因是点云格式的数据距离实际应用较远。但是，由于网格曲面模型拓扑信息的不完整、错误或者不一致等维护问题的原因，[Yu 2001][Xiao 2003a][Xiao 2003b]等展开了对人体扫描点云的分割工作。

较早的三维模型分割工作可以追溯到[Vincent 1991]，该工作将图像处理中的分水岭方法推广到任意拓扑连接的 3D 网格曲面的分割问题上。按时间顺序，下一个较有影响的工作是[Falciديو 1992]，该工作按照曲率相近的原则，把网格曲面分割为凹面片、凸面片、马鞍面片和平面片。[Maillot 1993]将三角片按法向分组，实现了自动分割。

[Hebert 1995]等人给出基于二次拟合曲面片的曲率估计方法，并把区域增长法修改推广应用到任意拓扑连接的网格曲面分割问题。[Krishnamurthy 1996]和[Pedersen 1995]在其动画的变形制作过程中，给出了用户交互的分割的方法。[Wu 1997]模拟电场在网格曲面上的分布，给出了基于物理的分割方法。[Lee 1998]和[Guskov 2000]给出了几个对应于简化模型的多分辨率方法。[Tan 1999]等基于顶点的简化模型，建立用于碰撞检测的、更紧致于网格曲面分割子块的层次体包围盒。

[Mangan 1999]使用分水岭方法实现网格分割，并较好地解决了过分割问题。[Pulla 2001a] [Pulla 2001b]等改进了 Mangan 的曲率估计工作。[Gregory 1999]提出一个动画设计中的交互应用，根据用户选择的特征点将网格曲面分割为变形对应片。[Ross 2000]在逆向工程应用中，在网格曲面上定义了面向曲率信号的数学形态学开闭操作，从而得到去噪后的特征区域骨架，并实现网格分割。

[Yu 2001]的视觉系统自动将几何场景点云分割为独特的、用于纹理映射和绘制的网格曲面片二叉树。[Li 2001]为了碰撞检测，给出了基于边收缩得到描述几何和拓扑特征的骨架树，然后进行空间扫描自动分割。[Sander 2001]使用

区域增长法,按照分割结果趋平、紧凑的原则分割、合并分割子块。所有这些方法都是为了使分割的结果便于参数化,即只能产生凸的分割子块。由此产生边界不连续的效果,给下一步构造纹理图的工作带来了困难。[Werghi 2002]在识别 3D 人体扫描模型的姿态的工作中,根据人体局部形状索引进行三维模型的分割。[Bischoff 2002b]和[Alface 2003]分别给出了网格曲面分割子块光谱在几何压缩和传输中的应用。纹理映射研究中[Levy 2002]计算 SOD (Second Order Differences),即法向量的夹角,并指定一个阈值,对尖锐边滤波;对保留下来的边应用特征增长算法;最后使用多源 Dijkstra 算法扩张分割子块。

[Praun 2003]对零亏格的网格曲面进行球面参数化后,在避免曲面折叠和过度变形的前提下,首先将网格曲面投影到球面上;然后根据需要把球面投影到正多面体上(如正六、八、十二、二十面体等)得到与多面体各面对应的网格模型分割;最后将多面体剖切平展为平面区域以进行参数化(如图 2.4)。显然可以将该工作的第一步和第二步理解为一个网格模型分割的过程。但这种分割工作没有任何视觉意义,不能得到有意义分割结果,同样不适用于对多亏格网格模型的检索。

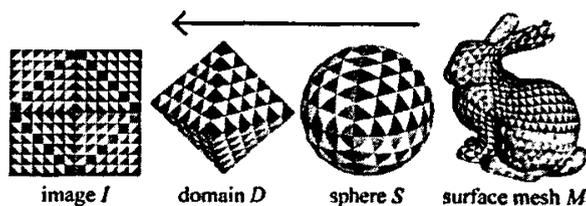


Fig. 2.4 Spherical Parametrization

图 2.4 球面参数化

以上是国内外早期的部分研究工作,2003 年后的研究工作将在 2.5 节和 2.6 节里做详细说明。

## 2.5 三维模型分割的应用情况

### 2.5.1 三维模型检索中的分割

在三维 VRML 数据库中寻找一个与给定物体相似模型的应用需求,随着 WWW 的发展正变得越来越广泛,比如:计算生物学、CAD、电子商务等等。因为相似的物体有着相似的分割,于是分割结构可以用于匹配算法。

[Biederman 1995]证明,视觉系统总是倾向于将复杂的物体在适当的凹度上分割为若干区域。同时[Hoffman 1997]证明,视觉心理学中物体局部显著性是一种有效的索引。因而利用物体的结构分割结果进行检索从理论上是可行的。

[Zuckerberger 2002] [Dey 2003]的工作介绍了两种网格曲面模型分割算法, 及其分割后的网格模型在检索、变形和简化三个方面的应用。

以前分割算法的主要应用是碰撞检测、绘制, 它们都极大地得益于分割子块的凸性。[Zuckerberger 2002]从本质上不再得益于分割结果的凸性、而是得益于分割本身(即分割的结果不再要求是凸的)。更明确地说, 它的工作原理是: 对于给定的物体, 分割后得到的分割子块以及它们之间的关系已经决定了物体的特点, 并描绘了它与众不同的特征(如曲面的第一基本量和第二基本量, 主曲率、高斯曲率、平均曲率、法曲率、测地曲率的分布等等)。

多面体凸分割是一个 NP-完备问题[Chazelle 1997], 即找不到该问题在多项式时间限界下的精确算法, 转而放松求解条件, 寻求特殊情况下的解、或在大多数情况下能快速运算的算法[周培德 1998]。对此, [Zuckerberger 2002]介绍的贪婪 Flooding 算法得到较好的网格模型凸分割结果。由图像分割推广而来的分水岭算法则没有将网格模型分割为凸的分割子块, 但是与其图像处理的工作相比较而言, 其可以使用的信息则更为方便, 如没有反射和阴影、不闭合、投影等问题。

[Zuckerberger 2002]首先对 Flooding Convex 算法和分水岭算法对多面体的网格表面分割的优缺点进行分析, 然后给出了面向三维模型检索、三维模型动画和网格曲面简化应用。该文在 388 个 VRML 模型的数据库上, 给出了自己的检索算法, 并得到了好的结果。

Flooding Convex 提到了从多边形网格曲面的对偶图一个结点出发, 在不违背预定义性质(如凸性)的前提下, 尽可能长地深度优先搜索、或者广度优先搜索遍历对偶图, 沿途收集面片的增量策略。一旦在不违背凸性的前提下不能继续前进, 即返回并开始一个新的分割子块的构建。在后处理时, 对分割子块进行面积意义上升序排列, 每个较小的分割子块与其面积最大的邻接分割子块合并。同时, 忽略、或者删除小的分割子块也是一种可选且可行的后处理方法。但此后其分割结果不再一定是凸的。

分水岭算法将对象分割为聚水盆地。其主要问题是, 作为高度函数的顶点曲率估计方法, 依赖于顶点的度数(或邻接面片的数目), 即分割结果除了依赖于几何信息外, 还受到了拓扑信息的干扰。并且该算法对深度数据的分割效果显然好于对 VRML 模型。故其定义高度函数的曲率估计方法尚需要进一步改进。

[Zuckerberger 2002]的检索思想是将三维网格分割为数目不多的有意义的分割子块。然后评价每一个分割子块的形状, 确定分割子块之间的关系。每一个

分割子块都表示为一张属性图。与文档的关键字索引一样,当我们在数据库里寻找与给定三维模型形状相似的模型时,我们只要去搜索相似的属性图就可以了。

该工作的基本思想如下:

关联一张属性图与一个三维模型的过程分为三步:第一步,网格曲面按照上述两种分割算法分割;第二步,每一个分割子块视作一个基本形状;第三步,确定分割子块之间的有意义关系,构造一个表示网格曲面模型的属性图。

这里有两个问题:如何确定基本形状以及如何尽量使分割的结果与基本形状相似?如何定义分割子块之间的有意义关系、并构造属性图?

该文确定了四种基本形状:球面、柱面、锥面、平面。对于一个给定的分割子块,通过对其采样、求解一个非线性最小二乘拟合问题、比较拟合误差,具有最小拟合误差的形状被确定为分割子块的基本形状。

对于如何定义分割子块之间的有意义关系、并构造属性图的问题,该文没有详细介绍。一旦分割子块之间的邻接关系确定,一个影响结果的重要问题是确定邻接分割子块的相对尺度。为了比较两个网格模型,需要比较它们的属性图,我们这里将属性图的比较与图的同构联系起来,这是一个困难的问题,但不是一个NP完备问题[Schoning 1988]。

分割后的子块的数目不能太多也是一个需要注意的重要问题。对于小的分割子块,除了将其与邻接的大分割子块合并外,更简单的办法是忽略和删除,这样做的依据同样来自[Biederman 1995]的心理物理学。

该工作在检索工作上给出了第一个尝试。但从其计算复杂度看,该文需要预先定义四个二次曲面作为基本形状,并对每个分割子块作二次曲面拟合,然后将每个分割子块归结为四个基本形状之一,计算量大,且二次基本形状粗糙,如果没有足够的冗余其精确性必然较差;而分割子块属性图的比较采用了图同构的匹配,计算量较大,且是一个很困难的问题。从其实验结果看,有意义分割显然做的还不够,出现飞机、灯座等模型被检索为与猫相似的结构;区分坐、立不同的人体模型效果显然也很差等。尤其是实现方法的介绍相当粗略,可重复性极差。

### 2.5.2 几何压缩传输中的分割

健壮的网络模型压缩传输方法,必须保证即使部分几何信息丢失,剩下的部分至少能够得到一个逼近原始物体的重构,即,逼近的质量下降梯度,要大大滞后于信息丢失梯度。

无论是层次结构的、或者是渐进表示的三维多边形网格模型，它的缺陷是：严格的拓扑信息一致性要求。即使在传输中丢失了 1% 的网格数据，也将导致无法从 99% 的剩余信息里重建网格曲面的任何一部分。其原因是顶点和面片之间的交叉引用。对此，可以考虑在表示网格曲面时，引入高度的冗余信息。类似的做法在健壮的信息传输中可以看到：即使在传输中丢失一定额度的数据，接受方仍然可以重构大部分的几何信息。

解决健壮传输的关键是将几何体分割为相互独立的大块信息，如单个点，这样接受方可以在不依赖相关索引信息的情况下，重构流形的邻域关系。为了避免在接受方从点云重构曲面的算法变得复杂，早期的健壮传输方法总假设至少整体拓扑信息可以无损地传送。一旦知道了粗糙的形状信息，接受方可以插入一些附加点生成逼近网格。

[Bischoff 2002a] [Bischoff 2002b] 三维模型分割工作中，每个椭球互相独立地定义自己的几何信息。由于椭球的互相重叠，冗余信息由此产生。因此如果只有很少的椭球丢失，网格曲面的拓扑信息和整体形状不会产生变化。冗余信息不会使存储需求增加，因为每个椭球和网格曲面中每个顶点一样，只需要 9 个存储纯量。其传送过程如下：首先种子点采样生成椭球集合；传送优化选择的椭球子集；接受方抽取等值面重构逼近网格；以陆续到来的原始网格顶点替换临时网格顶点。

[Taubin 1996] 首先在几何压缩处理中，提出光谱压缩。其工作在三维网格模型按如下方式应用傅立叶变换：由任意拓扑结构的网络顶点邻接矩阵，及其顶点的价数，得到网格 Laplacian 矩阵的定义及由其特征向量构成的  $R^n$  空间的正交基底，相对应的特征值即为频率。三维网格顶点的坐标向量在该空间的投影即为该网格模型的几何光谱。网格表面较为光顺的区域即为低频信号。

[Karni 2000] 将三维网格模型的分割子块光谱推广到传输问题上。如果直接使用三维网格模型的拓扑信息来定义光谱，会产生伪频率信息。而且对于大规模的网格，由于在网格顶点数目多于 1,000 时，Laplacian 矩阵特征向量的计算几乎难以进行。因此该工作在最小交互前提下，将三维网格模型分割为有限数目的分割子块。该方法有微小的压缩损失，且在分割子块边界出现人工算法痕迹。

[Alface 2003] 提出了光谱表示交叠方法：扩张分割子块，使分割子块之间产生交叠。具体方法是：把被分割在其他邻接分割子块中的、但与该分割子块邻接的三角片的顶点，按旋转方向加入到该分割子块中，从而由于分割子块重叠搭接产生冗余信息。称这种分割子块扩展冗余处理的光谱变换为交叠的正交变换。

该方法在三维模型的几何压缩和传输应用中，明显地改进了[Karni 2000]的工作。

对于大规模的网格，分割的应用能够降低传输的复杂性。良好的网格分割、而且建立分片独立的基函数，将使得三维模型光谱压缩效果更为理想。

### 2.5.3 纹理映射中的分割

如果网格曲面的离散化是足够精细的，比如细分网格，那么直接对顶点进行纹理绘制就足够了。但是事实往往不是这样。这时，三维模型的网格曲面就需要被分割为一组与圆盘同胚的、便于进行参数化的分割子块。纹理映射的工作分为了三步：第一步对三维模型进行分割；第二步对每片非折叠的分割子块进行参数化；第三步将分割子块在纹理空间里拼接起来。

面向纹理应用的分割算法满足两个要求：第一，大多数分割子块的不连续边界都应该限制在不会导致纹理出现人工算法痕迹的容许范围内；第二，分割子块应该与圆盘同胚、而且必须不引入太大的变形就能进行参数化。

[Sander 2001]的工作使用贪婪的分割子块合并算法（区域增长法）对网格模型进行分割。

首先，网格模型的每一个面片都被看作是独立的分割子块。

然后，每个分割子块与其邻域接分割子块两两组对，根据计算量将它们排入合并运算队列。合并计算量的估计有两种方法：分割子块与最佳拟合平面之间的均方距离，即连续曲面积分[Garland 2001]；或简单地定义为周长的平方。

在最小合并计算量的前提下，循环执行分割子块对的合并操作，并更新其他待合并分割子块的计算量。当计算量超出用户指定的阈值时，停止合并操作。合并运算在如下情况下不得执行：所得到的新分割子块的角点（至少3个分割子块的共同顶点）少于3个；所得到的新分割子块与其邻接分割子块之间的边界多于一个连接对象（如孤立顶点和一个路径）；所得到的新分割子块不再与圆盘同胚。

由于该工作是基于半边折叠的渐进网格算法（PM, Progressive Mesh）[Hoppe 1996]进行的，所以网格分割后得到的新顶点集 $V''$ 包含于原始网络的顶点集 $V^0$ 。对于分割子块边界锯齿的问题，该文的优化目标是分割子块之间的边界尽可能地逼近于角点之间的直线段，最终将网格边界拉伸为不与其他分割子块相交的最短路径。

从结果看，很难认为这种分割方法达到了有意义的效果。因此不能直接支持基于分割的三维形状描述。[Katz 2003]和[Levy 2002]对此工作做了改进。

[Levy 2002]根据纹理贴图的需要,提出了将网格模型分割为具有自然形状的、与圆盘同胚的分割子块,对每片没有折叠的分割子块参数化,填充上纹理,最后分割子块在纹理空间组装的新算法。

该算法可以产生尺寸较大的、在几何实体意义上的分割。比如,分割结果基本上对应着人或者动物的生理器官特征。同时分割子块的数目大为减少、以及由于边界不连续导致的人工算法痕迹大为降低。而且,大尺寸分割子块能促进三维绘制。

由于法向量对绘制结果的影响,高曲率区域会导致光照效果的急剧变化。相对光照的变化,纹理的人工算法痕迹往往被忽略。据此,为了最小化人工算法痕迹,在设计分割算法时,该文故意避免在平展区域内产生分割子块边界。即,希望尽量获得尺寸较大的、边界位于高曲率区域内的分割子块。

对于面向纹理应用的分割结果必须与圆盘同胚的要求,该文的方法能够自动寻找对应于网格模型高曲率区域的特征曲线,并增长分割子块使它们在特征曲线上相交。最后,检验结果的有效性(没有三角片翻转、边界可以外展;最大化最小角度、或最小化最大面积和纹理面积比),根据需要细分分割子块。该文的曲面以半边数据结构组织。

首先,探测特征。计算尖锐标准(二阶差分 SOD,即法向量夹角[Hubeli 2001]),也可以使用其它的标准。选择阈值 $\tau$ ,由此一定比例的边被过滤掉。算法只保留 5%的检测边;对于保留下的边,生成特征曲线。在生成特征曲线的工作中,该探测算法试图预测最佳路径,并过滤由于噪声而导致的小特征,避免过分割。通过磨尖检测特征的邻域来避免在高曲率区域产生大量的特征。

然后,一旦尖锐特征被检测到,分割子块即可以产生。该算法是一个贪婪算法,它从种子点集出发,同时扩展所有的分割子块。类似于多源的 Dijkstra 算法[Eck 1995]和计算机视觉中的区域增长范例。因为希望分割子块边界在同样的特征上相遇,该文对多源算法修改如下:

选择种子点集。从边界开始扩展前沿,特征曲线由原算法得到,在每个三角形片上计算特征距离。然后,种子放置在特征距离函数的局部最大值;对于没有任何特征的封闭曲面,扩展从三角面片图的某直径两极开始,如[Lazarus 1999];多源算法扩展使用负特征距离作为优先级函数,而不是种子距离;如果分割子块在一个较小的距离 $d < \epsilon$ 相遇,则合并两个分割子块。取 $\epsilon < \maxdist / 4$ ,这里 $\maxdist$ 表示特征距离的全局最大值。

分割子块的增长算法使用如下数据:特征距离存放在每一个三角形片 $F$ 中,

以  $dist(F)$  表示。对于每一个分割子块， $\max\_dist(C)$  表示  $C$  的所有三角形片到特征的最大距离。

该算法可以检测到圆柱形状，如[Lazarus 1999]。实验中，两种外形特别需要区分：通过面积周长比发现的“指状”末端，其对应的分割子块图有相似短袜的形状，在参数化时必须从种子点，沿最速下降路径切开；而对于没有末端的一般“圆柱”，则无需任何加工就可以得到很好的边界。

#### 2.5.4 动画与几何变形中的分割

在动画制作中经常需要对给定的模型进行一致性分割，然后对每一对分割一致的分割子块进行对应变形。这样的好处有：第一，对于给定模型的拓扑结构不需要进行更多的假设，每一个三维面片模型都是可用的；第二，因为相似的物体有着相似的分割，动画序列保持了模型与众不同的总体特征。相似模型的正确处理十分重要，因为视觉系统对物体的相似特征是敏感的。多数的自动对应算法得到的模型之间相似性精度较低。而由终端用户细心地指定对应关系的效率太低。

[Krishnamurthy 1996] 试图从高密度、非规则、任意拓扑结构的多边形网格，构造以张量积 B 样条曲面片表示的动画模型。为建立动画位移映射，他们以手工交互指定边界的方式完成网格模型的分割。

首先用户在多边形网格的二维投影空间通过鼠标交互选择一个顶点序列，然后程序自动地将顶点序列关联到网格上与之最近的顶点上，例如图 2.5(a)。对于序列中前后两个顶点  $v_1, v_2$ ，计算在网格曲面上连接它们的直线段投影，如图 2.5(b) 粗线所示，计算两个顶点之间的最短路径。下一步如图 2.5(c) 虚线所示，对该路径在面片内部进行重新采样、光滑。拟合穿插面片的直线段序列得到分割子块在顶点  $v_1, v_2$  之间的边界曲线。图 2.5 右侧为最终的分割结果。

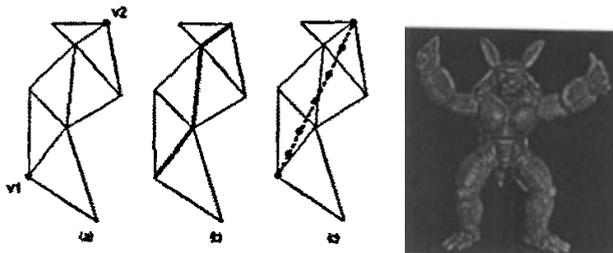


Fig. 2.5 Interactive segmentation in animation

图 2.5 动画制作中的交互分割

考虑到计算量和维护复杂性，该文没有使用一般的多边形网格上的离散测地线[Mitchell 1987]，而是通过对图 2.5 (c) 中的点进行双三次 B 样条曲面拟合[Rogers 1989]，并光滑、采样，得到被成为穿过面片内部的边界曲线。尽管如

此, 计算量的付出依然是非常昂贵的。

[Gregory 1999]的工作首先用户两个输入的多面体曲面上, 交互选择多面体顶点, 作为一个对应链的端点。对应链上其他顶点通过计算曲面上端点之间的最短路径上的顶点确定, 特征分割子块即定义为由这些顶点和边构成的多面体表面网格的连通子图。然后, 基于这些特征分割子块, 算法将每一个多面体的网格曲面分割为相同数目的变形分割子块, 每个分割子块都与圆盘同胚。最后在变形分割子块之间建立映射、重构、局部加细完成对应关系的建立; 最后插值实现两个多面体之间的变形。

[Shlafman 2002]针对动画制作中, 手工在目标对象之间建立变形区域对应时, 以往全局投影算法不能产生精细的对应区域、输入网格必须是零亏格、或者是二维流形的, 且不能自动产生有意义分割子块的缺陷, 该文提出新的网格模型分割方法和新的柱状分割子块投影算法, 降低了工作量、提高了精度。

分割过程的关键在于确认给定的两个面片是否属于同一个分割子块。Shlafman 方法基于长度和角度两种意义下的距离, 给出了如下的两个邻接面片  $F_1, F_2$  之间的距离定义:

$$Dist(F_1, F_2) = (1 - \delta)(1 - \cos^2(\alpha)) + \delta \cdot Phy\_Dist(F_1, F_2)$$

其中第一部分为邻接面片  $F_1, F_2$  之间的角度距离; 第二部分为它们的重心到公共边中点的距离之和。而两个非邻接面片  $F_1, F_2$  之间的距离定义为:

$$Dist(F_1, F_2) = \min_{F_3 \neq F_1, F_2} (Dist(F_1, F_3) + Dist(F_3, F_2))$$

与以往的算法不同的是, 算法的主要思想是通过迭代, 局部优化面片的归属来改进某些全局函数, 而不是一旦确定一个面片归属于一个分割子块就不再改变, 因此它属于非层次的聚类算法。该算法主要分为四步。

第一步: 预处理。计算所有邻接面片之间的距离; 翻转没有正确定向的面片的法向量方向; 确定非连通网格的数目, 显然最终分割子块的数目应该大于等于这个数。

第二步: 选择分割子块的初始代表。首先每个分割子块都指定一个面片为它的代表。理论上, 可以随机地选择分割子块代表, 但是实际中有很多理由要求必须仔细选择分割子块的代表。第一, 最初的代表选择必须保证算法收敛于一个局部最小值; 第二, 好的代表初始化意味着在很少的几次后, 迭代就会收敛。选择的目的是最大化代表之间的距离, 最小化面片重心与其所在分割子块的重心之间的距离。

初始时为模型中每一个独立的网格指定一个代表。如果用户要求的分割子块数目小于或者等于代表的数目，初始化分割子块代表的工作结束。否则对网格模型进一步分割。对于每个分割子块代表，计算其到所有面片的最小距离。添加一个新的分割子块代表，使在同一个连通网格内的所有代表之间的平均距离最大，同时分割子块代表之间的距离要大于预先指定的  $\varepsilon - dist$ 。如此反复，一个一个地添加新的分割子块代表，直至达到用户指定的数目。

第三步：确定分割。对于每一个面片，计算它与所在连通网格内的所有分割子块代表之间的距离，重新指定每一个面片到与之距离最近的分割子块中去。从而产生一个分割。

第四步：重新选举分割子块代表。对下面的函数进行目标最小优化：

$$F = \sum_p \sum_{f \in patch(p)} Dist_{fp}$$

其中  $Dist_{fp}$  为分割子块代表  $p$  到它的面片  $f$  的最短距离。这样，上式表示所有分割子块中，其面片到该分割子块代表最短距离之和，是一个全局优化问题。为了使问题收敛，需要重新选举分割子块代表  $p_{new}$ ，满足  $\min_p \sum_f Dist_{fp_{new}}$ 。实际中，重心和分割子块重心最近的面片被指定为新的分割子块代表，可以得到快速的、理想的分割结果。分割子块代表的任何变化都将重新回到第三步开始新的循环。实验结果如图 2.6。

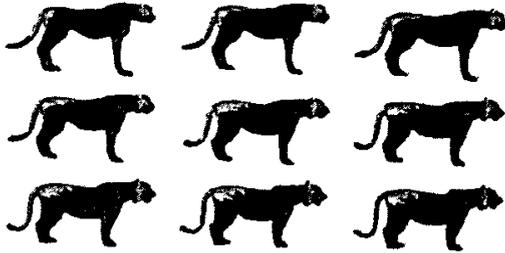


Fig. 2.6 Segmentation in metamorphosis

图 2.6 变形中的分割

Shlafman 方法的结果表明，基于分割的变形显然对于保持模型的特征有着重要的意义。局部投影算法能够产生精细的动画生成对应区域，且能自动产生有意义的分割子块。由于最终分割子块的数目可以由用户预先指定，从而避免了过分割，且适用于动画制作的需求。算法通过迭代，局部优化面片的归属来改进某些全局函数。

### 2.5.5 模型简化中的分割

给定一个有  $n$  个面片的网格模型，我们可以生成一个保持原始模型特征的、

具有较少面片的、具有较大简化/变形比的新模型。基本思想是增加一个预处理过程,先按模型显著特征将其分割为若干分割子块,然后在每个分割子块内应用简化算法,由此保持了模型的显著特征。

简化过程中,使用网格模型分割作为预处理,可以指导简化算法保留特征边、特征尖锐以及其他精细的细节。

[Garland 2001]基于顶点收缩的简化,提出一种基于层次关系的面片分簇算法。其目标是为求交、碰撞检测、绘制、曲面简化等针对非常复杂的、计算量非常大的网格,或者稠密点云的应用提供层次关系树,以提高计算速度。

其他文献提出了以一个随机选定的面片为面片簇的种子,每次添加一个面片,直到所得到的面片簇超出了平坦度阈值,由此得到面片簇的方法。本文方法的不同之处是它基于面片对的,其优点是在合并的过程中产生了簇的层次结构二叉树,而不是一个静态的分割;同时避免了指定种子面片。

由于对于面片对的收缩,是在网格的对偶图上,以顶点对收缩的形式进行的,原始网格的几何信息、拓扑信息没有任何变化。算法要求输入网格为三角网,这样保证了其对偶图的每个结点的度数至多为3。但是随着收缩的进行,对偶图网格结点的阶数会发生变化。

首先,对偶图中的每个面片作为一个簇,开始收缩最小代价边的两个顶点;在 $i$ 次收缩后,我们得到一个彼此不相交、内部连通的曲面网格分割 $N_i = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ ;对偶图的迭代收缩过程产生了一个面片簇序列,随着迭代的进行,该序列中的面片簇数目逐渐减少,直到为每一个连通的网格输出一个面片簇。迭代的过程产生了一个二叉树层次结构,其叶子为面片,每层的结点分别表示对应面片对的收缩的中间结果,根结点张成整个独立的、连通的网格(如果模型由多个独立网格组成,最终它的层次结构为森林)。

该文给出了在求交、碰撞检测、曲面简化、多分辨率辐射度方面的应用。显然这些应用的共同特点是在曲面累积性质、而不是曲面的精确几何信息。这显然表明算法不适用于曲面网络的精确检索应用。如果将分割后的网格信息简化下来,可以考虑作为一种低精度的、快速的检索信息使用。

#### 2.5.6 CAD 逆向工程中的分割

三维模型的逆向工程在近年来成为一个新的研究热点,它表明了传统CAD造型技术提出了融合网格模型方法的愿望。

从多幅深度图像重建CAD模型的工作是一个逆向工程。这个过程中需要对点

云、深度图像等数据进行特征抽取和分割，要求相应算法必须能够保证一定的精度。分割后的网格模型应该具有较好的、适用于参数化的外形和轮廓，以便于使用传统的 CAD 方法进行处理（如图 2.7）。

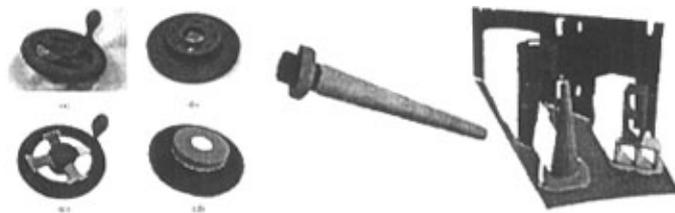


Fig. 2.7 Segmentation in reconstruction of points cloud in factory

图 2.7 工厂扫描点云重建中的分割

已有的、感兴趣的模型有时并不适合于特定的应用，这样修正、编辑现有的三维模型也是一个非常重要的工作。通过对三维模型的分割，可以实现对它的结构进行分区修正、粘贴（图 2.8）。

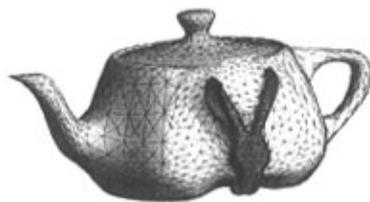


Fig. 2.8 Segmentation in mesh editing

图 2.8 三维模型分割在模型编辑中的应用

## 2.6 基于不同原理的三维模型分割算法

### 2.6.1 基于分水岭方法的分割

[Vincent 1991] 首先将图像处理中的分水岭方法，推广到任意拓扑连接的三维模型网格曲面的分割问题上。

但是最有影响的工作是 [Mangan 1999]。该工作要求输入的是三角网格曲面，以及任何一种可以用来计算每个顶点曲率的附加信息，如曲面法向量等。并针对体数据和网格数据，给出两种曲率计算方法；但是分水岭算法本身和曲率的类型无关。

算法首先计算每个顶点的曲率（或者其他高度函数）；寻找每个局部最小值，并赋予标志。每一个最小值都作为网格曲面的初始分割。然后，开始自下而上或者自上而下地合并分水岭高度低于指定阈值的区域。有时平坦的部分也会得到错误的分割，后处理解决过分割。分割为若干简单的、无明确意义的平面或柱面。

属于非有意义的分割。[Pulla 2001a][Pulla 2001b]的硕士工作从曲率估计的角度对 Mangan 的工作做出了改进。

设  $V$  为网格模型的顶点集, 对于每个  $v_i \in V$ , 都有一个邻域  $N_i \subset V$ 。标志从一个顶点向邻域内具有较低高度值的顶点移动, 直到标志到达了预先定义的极小值点。该算法分为如下步骤:

首先, 计算每个顶点的曲率(或者其他高度函数); 寻找每个局部最小值, 并赋予标志; 具有局部极小值顶点的曲率小于它邻域内的任何一个顶点的曲率。每一个最小值都作为网格曲面的初始分割。网格曲面中的平坦区域归类为极小/极大值平坦区或者高地平坦区两种。其中极小值平坦区的处理与局部极小值一致; 极大值平坦区的处理与高地平坦区的处理一致。

然后, 开始自下而上或者自上而下地使用分水岭算法。该文的做法是自上而下。考虑一个标志, 循环下降, 直至遇到标志区域或者极小值点。让其他没有标志的顶点做类似的下降, 直至遇到标志区域。

最后, 合并分水岭高度低于指定阈值的区域。如果区域高度低于阈值, 则与邻接的其他同样低于阈值的区域合并; 如果区域高度高于阈值, 则选择邻接的、高度差最小的区域合并。

[Rettmann 2000][Rettmann 2002]等结合测地距离, 并针对分水岭算法的过分割给出一个后处理, 实现了 MRI 脑皮层网格曲面的分割。并提供了针对分割子块的交互查询。[Marty 2002]以曲率作为分水岭算法的高度函数, 给出了有意义的分割结果。

[Page 2003]给出的 FMW (Fast Marching Watersheds) 算法同样只分割三角网格。依据最小值规则, 作者试图得到不同于以往的网格模型高层描述。其主要贡献为: 创建了一个健壮的、对三角网格模型进行分割的贪婪分水岭法; 使用局部主曲率定义了一个方向性的、遵循最小值规则的高度图; 应用形态学操作, 改进了分水岭算法的初始标识集(如图 2.9)。

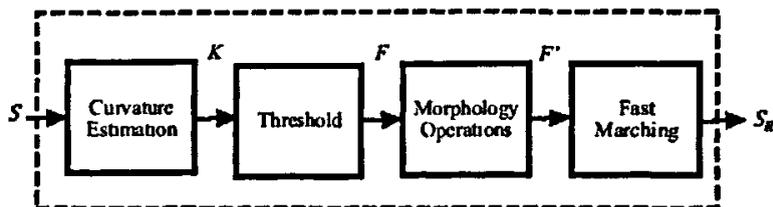


Fig. 2.9 Procedure of FMW algorithm

图 2.9 FMW 算法流程

Minima Rule 为人类感知如何将一个物体分割为几个要素部分定义了一个框架。该框架沿着负最小曲率定义要素边界。基于这个框架, [Wu 1997] 在网格曲面模型的表面模拟电荷密度分布, 寻找电荷分布的消失点(曲面凹点), 给出了有意义分割, 但是他们的算法和曲率估计并没有真正遵循 Minima Rule, 因为他们没有真正地计算曲率, 而是用了伪曲率。

[Page 2003] 的算法在三维模型  $S$  上的每一个顶点计算主方向和主曲率; 然后根据指定的曲率最小阈值, 使用贪婪(Hill Climbing 登山法, 理由是简单可行, 不需要合并操作)的分水岭算法, 分割出由最小曲率等高线确定的区域, 如图 2.10(a); 将形态学的开闭操作应用于网格模型每个顶点的  $k$ -ring 碟状邻域, 闭操作会连接空洞, 而开操作会消除峡部。至此在  $S$  上创建了分水岭方法需要的标识集  $F'$ , 如图 2.10(b)。最后, 依据某顶点与其邻接顶点之间的方向, 由欧拉公式和已知主曲率, 计算该顶点在该方向上的法曲率, 从而得到在该方向上、该顶点与邻接顶点之间的方向曲率高度图, 作为方向梯度, 使用分水岭方法对该顶点所在的标识区域做增长操作, 直至得到最后的分割结果  $S_R$ , 如图 2.10(c)。

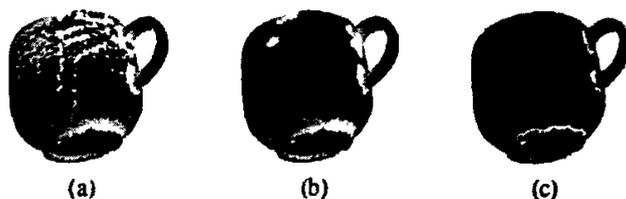


Fig. 2.11 Segmentation of cup with FMW

图 2.11 FMW 对杯子网格模型的分割实例

FMW 的基本思想得自 [Kimmel 1998] 用来计算测地线的 Fast Marching Methods。不同的是, FMW 算法使用局部主曲率, 来计算分水岭需要的局部高度图。该算法一个缺点是在 Minima Rule 边界没有明显给出的时候, 它不能对网格模型进行分割。该缺陷来自于 Minima Rule 理论本身的不明确。在改进高度函数的定义后, 可以得到有意义的分割效果。

## 2.6.2 基于曲率信息的分割

[Zhang 2002] 工作的主要贡献在于通过对三角网每个顶点的高斯曲率估计, 寻找具有最小负曲率的点构成的边界, 据此把复杂物体分割为若干有意义的、有功能的、要素零件, 而不是分割为若干简单的、无明确意义的平面或柱面(如 [Mangan 1999])。

算法要求输入两个参数: 高斯曲率阈值和组成每个要素零件的点的最小数

目。模型的分辨率是影响算法性能的另一个重要因素。

首先，使用邻域顶点位置、邻接三角形张角、邻接三角形面积等信息，计算每个顶点的高斯曲率。最终分割中只是使用了曲率符号。

$$K(p) = \frac{3(2\pi - \sum_{i=1}^N \theta_i)}{\sum_{i=1}^N A_i} \delta^2(p - p_i)$$

第二步，基于确定最终边界。把每个高斯曲率大于阈值的顶点标识为边界点（-1），把剩下的顶点标识为种子点（0）。阈值的选择将影响后面区域增长的性能，因此需要根据具体的物体及其网格分辨率来地确定。

第三步，删除孤立点。称一个周围都是种子点的边界点、或者一个周围都是边界点的种子点为孤立顶点，它们的标识改变为与其周围的点标识一致，从而消除孤立点。

第四步，对每个种子点执行迭代的区域增长法。通过把种子点邻域内的其他具有相同标识的点加进来，种子点所在的区域逐步增大，直至区域的完全被边界点包围；在同一个区域内的点给予同一个标号，表示它们属于同一个要素零件。

最后，对于没有被标识的顶点，按照它的曲率符号，和到邻域顶点的最小距离，把它们归到已经分割出来的某个主要素零件中去；删除顶点数目小于指定阈值的零件。

[Trucco 1995]针对雷诺汽车部件（ $190 \times 100 \times 80 \text{mm}^3$ ），通过估计平均曲率和高斯曲率的符号，从扫描数据重构三维模型，并分割为曲面片。根据不同的曲率选择对产生碎片、去除噪声、生成曲面的光滑度和精确度等各方面的影响给出了评价。该工作提示：曲率估计方法对噪音十分敏感，为了得到稳定的曲率估计，额外的光顺预处理工作是必须的。但是由此会导致较小特征的扭曲变形。由该文我们得知，使用精确的主曲率、法曲率，或者测地曲率估计，是决定分割效果的根本因素。

另外，多数基于分水岭算法的分割工作，其高度函数都是以曲率信息为基础的。

### 2.6.3 基于体素分解的分割

[Bischoff 2002a]的工作基于上述思想，使用一个互相重叠的椭球集合，来逼近被多边形网格包围的体空间。每个椭球互相独立地定义自己的几何信息。由于椭球的互相重叠，冗余信息由此产生。因此如果只有很少的椭球丢失，网格曲面的拓扑信息和整体形状不会产生变化。冗余信息的使用不会使存储需求有很大

的增加,因为每个椭球的定义,和三角网格中每个顶点的需求一样,只需要9个纯量。

对于一个健壮的传输,必须保证即使部分几何信息丢失,剩下的部分至少能够得到一个逼近原始物体的重构,即,逼近质量的下降梯度,要大大滞后于信息丢失梯度。

基本的思想是:把几何形状分割为表示其粗糙外形的若干椭球的集合。附加一个独立的网格顶点的采样集合,表示物体的细节。生成的椭球完全填充了物体的内部,采样点就是原始的网格顶点。健壮的传送过程如下:

首先,令物体原始网格的每一顶点都是种子点。或者为了以减少冗余,在物体原始网格顶点集上随机采样选择种子点。每个种子点作为球面上的一个顶点,沿该点的网格法向做球面扩展,直至与网格上另外一个顶点相交;然后沿此两点的垂直方向将球面扩张为最大椭球,直至与第三个网顶点相交;最后沿此三点平面的法向(即该三点所在平面的法向)扩张,直至与第四个网格顶点相近;由此得到一个椭球。

第二步,对生成的椭球集合进行优化选择。体积最大的椭球首先被选中;以后每一次都将选出对累计体积贡献最大的椭球;如果由若干体积累计贡献相近的椭球同时出现的情况发生,则具有最小半径较小的椭球被选出;为了简化体积累计贡献的计算,对椭球体素化,然后按完全包含在椭球内体素的数目对椭球进行堆排序;最后发送方传送选出的椭球集合。每个椭球的位置包含网格的采样顶点信息,全部椭球的集合包含网格的拓扑信息。接受方得到包含基本几何和拓扑信息的椭球集合后,使用 Marching Cubes 算法[Lorenson 1987]或者 Shrink-Wrapping 算法[Kobbelt 1999]抽取 0 等值面。显然即使部分椭球丢失,工作依然可以继续;因为椭球是互相重叠的,抽取等值面不影响它们的拓扑关系;而且,如果是充分重叠的,丢失少部分椭球不会影响重要形状信息的重构。

第三步,在生成能很好逼近原始物体的初始网格后,开始将采样点(即原始网格顶点)插入 0 等值面网格(具体插入方法见[Bischoff 2002b])。为了提高最终重构结果的质量,由 Marching Cubes 法生成的、临时的、0 等值面网格顶点在网格原始顶点陆续到来后,最终被删除,因为它们毕竟不是物体的原始顶点。

如果从椭球集合中得到某种统计信息,比如椭球半径的平均偏差或者标准偏差,以及它们的比率,由于它在不同的形状修改中都保持不变,可以用来作为一种检索鉴别的标识。

#### 2.6.4 基于聚类分析的分割

目前基于聚类方法的三维模型分割的工作主要有[Garland 2001]（见 2.5.5 小节）、[Shlafman 2002]（见 2.5.4 小节）和[Katz 2003]等。

[Katz 2003]提出了一个新的、面向纹理问题的网格模型有意义模糊聚类的谱系聚类分割算法。该算法是基于层次结构的；可以对任意拓扑连接的或无拓扑连接的、可定向的网格进行处理；避免了过分割和边界锯齿。考虑测地距离和凸性，为了产生有意义的分割，分割边界通过凹度最深的区域。分割结果适用于压缩和纹理映射。

$S$  为可定向的网格曲面模型，它不必是三角剖分的，也不必是闭的，或者是 2 维流形。但是非流形的网格可能会产生意外的结果。

算法处理由粗到精。谱系树的根表示整个网格模型  $S$ ，谱系树的每个结点与网格模型的一个分割子块关联。在每个结点，算法首先确定需要进一步分割为更精细分割子块的数目，然后执行一个  $k$ -way 分割。如果输入的网格模型  $S$  由多个独立网格构成，则分别对每个网格进行同样的操作。为了得到模糊分割子块，算法不强调每个面片必须属于特定的分割子块。该文部分分割结果如图 2.11。

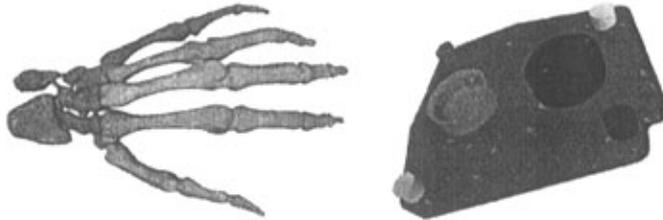


Fig. 2.11 Decompositions of various objects with hierarchical fuzzy clustering

图 2.11 谱系模糊聚类算法的分割实例

该算法首先，计算网格模型  $S$  中每一对面片间的距离。

设邻接面片  $f_i, f_j$  重心之间的测地距离为  $Geod(f_i, f_j)$  [Cormen 2001]，其全部测地距离的平均表示为  $avg(Geod)$ ；

设邻接面片  $f_i, f_j$  的角距离为  $Ang\_Dist(\alpha_y) = \eta(1 - \cos(\alpha_y))$ ，其全部角距离的平均表示为  $avg(Ang\_Dist)$ ；则网格模型  $S$  对偶图的每个弧的权重表示为：

$$Weight(dual(f_i), dual(f_j)) = \delta \cdot \frac{Geod(f_i, f_j)}{avg(Geod)} + (1 - \delta) \cdot \frac{Ang\_Dist(\alpha_y)}{avg(Ang\_Dist)}$$

则  $Dist(f_i, f_m)$  表示任意一对面片  $f_i, f_m$  距离，它定义为在对偶图中，对应对偶顶

点间的最短距离。对于分属于不相邻的两个网格的面片，它们之间的距离设为无穷大。

第二步，指定距离最大的两个面片为初始分割子块，分别计算其他面片属于这两个分割子块的可能性概率。设  $REP_A$  和  $REP_B$  分别表示两个初始分割子块，对于每一个面片  $f_i$ ，它与两个分割子块之间的距离分别为  $a_{f_i} = Dist(f_i, REP_A)$ ， $b_{f_i} = Dist(f_i, REP_B)$ ，则面片  $f_i$  属于分割子块  $REP_B$  的概率为  $P_B(f_i) = \frac{a_{f_i}}{a_{f_i} + b_{f_i}}$ ，面片  $f_i$  属于分割子块  $REP_A$  的概率为  $P_A(f_i) = 1 - P_B(f_i)$ 。根据两个概率的大小，算法初步指定面片的归属。

第三步，通过迭代提高可能性概率的精度，从而得到一个模糊分割。设  $p$  面片为分割子块的代表， $f$  为一个面片，将网格模型  $S$  中其他面片划分到某一分割子块的方法是对如下最小化问题进行优化：

$$F = \sum_p \sum_f probability(f \in patch(p)) \cdot Dist(f, p)$$

则，得到模糊分割的过程为①计算每个面片属于分割的概率  $P_B(f_i)$ ；②通过最小化上式，重新计算分割子块代表集  $REP_A$  和  $REP_B$ （公式略）；③如果新的代表集与原代表集不同，则以新的代表集进行迭代计算①②③。

如果对于各个分割子块来说，某面片的归属概率基本相近，则认为该面片的归属是模糊的，在重新定义  $a_{f_i}, b_{f_i}$  后，将该面片划归模糊分割子块，留待进一步处理。至此得到的分割是有意义的。

最后，将模糊分割子块中的面片分别划归其他分割子块，从而构造分割子块之间的精确边界，得到最终的分割结果。首先构造网格模型  $S$  的对偶图  $G = (V, E)$ ，以及对应于分割子块  $A, B$  的顶点集  $V_A, V_B$ ，目标是把顶点集  $V$  分割为  $V_A, V_B$ ，使得  $V_A, V_B$  之间有如下意义的最小优化：

$$weight(Cut(V_A, V_B)) = \sum_{u \in V_A, v \in V_B} \omega(u, v)$$

即试图让分割边界通过具有较小权重意义（两面角、弧长）下的弧。

对于大规模网格模型的分割，可以首先在简化模型上进行，然后将模糊分割子块借助于体素化方法，投影到原始网格模型上，最后在不同的尺度下计算分割子块之间的精确边界。

[Garland 2001][Shlafman 2002]和[Katz 2003]的工作，都要求三角网格是

具有正确的拓扑连接关系,对于一般的、仅用于现实目的的退化三维模型并不适用。本文将在第七章,使用聚类分析方法,对一般三维模型进行分割,能够处理悬挂边、面片等问题,而不再要求正确的拓扑信息。

### 2.6.5 基于拓扑结构图的分割

基于几何以及拓扑信息的轴线结构(如骨架)形状描述子已经得到了广泛的研究,它们可以从离散的体数据、以及边界表示数据(网格模型)中抽取出来。对于后者,目前还没有什么算法能得到精确、有效的结果。

基于拓扑信息的形状特征描述主要有水平集法[Lazarus 1999]和基于拓扑持续性的方法[Edelsbrunner 2000]、Shock图[Sebastian 2004]、Reeb图[Hilaga 2001]和中轴线[Leymarie 2001]等。

[Lazarus 1999]的工作给出从多面体顶点数据集提取轴线结构,在关键点处分割网格的水平集方法,如图 2.12。这种轴线结构与定义在网格模型顶点集上的纯量函数关联,称之为水平集图表(LSDs, Level Set Diagrams),它能够为用户提供整体外形和拓扑信息。该文针对三角剖分的多面体 $P$ ,使用最短路径距离作为水平集函数 $d_i$ ,树 $T_i(P)$ 记录LSDs的结构。水平集法具有较高的计算速度和健壮的计算精度。基于拓扑持续性的方法结合代数学,能更准确地计算形状特征,但是没有解决分割问题。

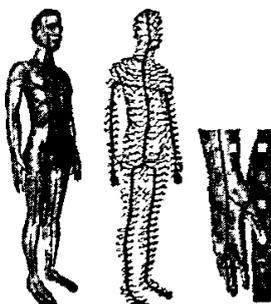


Fig.2.12 Man model and the Level Set Diagram

图2.12 人体网格模型及其LSD

该文提出了一种从多面体数据构造一维轴结构的范例。这种结构与定义在多面体顶点集上的纯量函数关联,称为水平集图表(LSDs),它能够为用户提供多面体的整体外形和拓扑信息。

该工作针对三角剖分的多面体,使用任意顶点与初始定义的源点之间的最短路径距离作为水平集函数,基于Dijkstra算法构造记录LSDs的结构树,其根结点、内部结点和叶子分别表示源点、水平集函数的鞍点和局部最大值点。该工作可以推广到非三角网格模型。

[Li 2001] 基于 PM 算法 [Hoppe 1996] 的边收缩和空间扫掠，给出了一个有效的、自动的多边形网格分割框架。该工作同样基于人类视觉的基本原理，试图将三维物体分割为有视觉意义和物理意义的组件。他们认为三维物体最显著的特征是几何特征与拓扑特征，由此，定义了几何函数为扫掠面（扫掠路径上一点上垂直与法向的平面）的周长或者面积的函数；定义拓扑函数为相邻两个扫掠面拓扑差异的符号函数。并定义了基于微分几何和拓扑函数的关键点。如图 2.13。

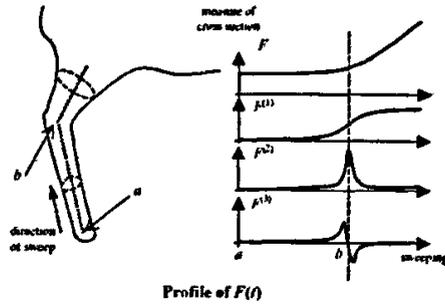


Fig. 2.13 Critical point of sweep plane

图 2.13 扫掠平面的关键点

首先，基于渐进网格(c)算法 [Hoppe 1996]，将每条边按照其删除误差函数排序，具有最小函数值的边收缩到边中点，删除其关联的三角形面片；如果某边没有关联任何三角形面片则指定为骨架边，保持其顶点不变；循环上述过程，得到一个新的、通过抽取给定多边形网格曲面骨架的方法。其次，加入虚拟边连接那些脱节的骨架边；称这些虚拟边以及原有的骨架边组成的树为骨架树，即为扫掠路径。扫掠路径为分段线条。然后，定义骨架树中分支面积（扫掠面周长函数在扫掠结点之间的积分）；分支面积较小的首先扫掠，以保证小的、但是重要的分割子块被首先抽取出来，以免被其他较大的分割子块合并。最后，沿扫掠路径计算网格的几何、拓扑函数的函数值。一旦发现几何函数、拓扑函数的关键点，抽取两个关键点之间的网格曲面得到一个新的分割子块。整个过程无需用户干涉。

[Xiao 2003a] 的工作基于人体三维扫描点云的离散 Reeb 图，给出了三维人体扫描模型一个拓扑分割方法：通过探测离散 Reeb 图的关键点，抽取表示身体各部分的拓扑分支，进而进行分割。[Sebastian 2004] 基于 Shock 图也实现三维模型的形状识别。

## 2.7 三维模型分割小结

从目前国内外研究及应用来看，尽管对三维模型分割已经进行了大量的、面向不同应用问题的研究，但是还没有一种适合所有应用的分割算法。绝大多数算

法都是针对具体应用问题提出的。

同样基于三维模型分割,借鉴网络分布式水印的思想,可以建立更为健壮的、分布于三维模型各分割子块上的数字水印[Praun 1999][Ohbuchi 1998]。

3D-GIS 系统中识别地形网格模型的工作,将极大地得益于局部地物网格的分割,同样也将促进精确规划探测器行走路线、预测地物碰撞。

三维模型的局部有意义形状特征分割与识别、以及基于语义的分割识别工作的进一步研究,与人工智能学科的结合,是对未来 VR 研究工作的一个期望。

近年来对网格参数化、以结合传统的参数曲面技术进行造型和编辑的工作较为多见。但多数工作依然要依赖于手工进行网格分割。而如何对任意网格进行自动剖切、自动四边界分割仍然是这项工作中的关键问题。

另外,三维人脸识别的典型方法主要是利用深度图象处理技术,对面貌曲面进行凹凸区域的分割、正侧面轮廓边缘的提取,分析人脸曲面网格的曲率等几何特征,进而完成识别。其中,人脸主要的三维拓扑结构不受表情的影响。基于三维拓扑结构的人脸曲面网格分割,是三维人脸识别的关键技术[Terzopoulos 2004]。

一个极其重要而且急需解决的问题是:三维模型分割缺乏一个系统的评价准则。由于分割的方法和目标、分割应用的领域不同,目前还没有一个有效的三维模型分割评价标准,多数工作就致力于进一步提高分割质量,甚至算法复杂度也较少考虑。近年来,基于心理学和视觉理论的有意义的分割已经成为了分割方法的重要原则,由此提出的过分割处理、分割子块边界的位置是否位于凹度最深区域、是否光滑成为广泛采样的衡量方法。即使如此,对于有意义的分割也没有给出一个准确的定量的分析评价标准。毫无疑问,研究对分割的评价,正是为了更好地研究三维模型的分割本身。分割评价是为了改进和提高现有算法的性能,改善分割质量和指导新算法研究的重要手段。有效的评价方案和客观的评价准则或者测度,是分割评价研究的重要目标。

显然,三维模型分割是数字几何处理的关键性工作。在本文后续章节里,将提出均匀分割有序化三维模型数据集合的整体主曲线的新方法,并提取三维模型形状描述子,用于三维检索工作;提出基于分段主曲线的数字人体表面模型融合新方法,并依据曲线曲率分布,分割三维人体扫描数据的局部特征标记点;最后提出使用聚类分析的方法,对三维点云模型进行分割,对于具有内部团聚状分布的三维模型,得到了近似有意义的分割结果,并与三维网格模型分割方法进行对比。

## 2.8 三维模型检索概述

三维模型的海量存在、与日俱增、广泛传播等特点,都对其管理工作提出了新的任务。如何像文字图像音视频等媒体检索那样,从大量的、随机的、拓扑任意的、多分辨率的、空间姿态各异的、材质纹理不同、形状分布随机的三维模型中,快速判断模型的有效性、准确分类模型、完全地搜索出相似的模型,即三维模型检索(3D Model Retrieval),已经成为三维模型管理的基本问题。MPEG-7与检索相关的媒体数据,除包括二维媒体外,还新增加了对三维模型及三维场景等虚拟媒体信息[Kim 2004]。

[Paquet 1998]最早开始三维模型检索的研究。之后,Princeton大学、CMU、华盛顿大学、布朗大学以及NEC美国研究院、HP以色列海法研究院、IBM日本东京研究院、德国Leipzig大学,国内中国科学院、北京大学、浙江大学、台湾大学等著名院校和研究机构都已展开了三维模型检索技术的研究,提出了许多新的三维模型形状描述技术,并开发了一些实验系统。但多数工作是基于文本、图像特征的检索。[普建涛 2004][崔晨昉 2004][杨育彬 2004][郑伯川 2004]。

三维模型只包含几何属性(顶点坐标、法向矢量)、拓扑连接、以及表面属性(颜色、纹理等)等底层信息,没有高层的语义描述,因此特征提取是三维模型检索的首要问题。

形状描述是三维模型检索中最基本的工作。基于形状特征表示,使三维模型的存储、识别、加工和管理变得更加容易。形状特征描述子(Shape Descriptor)首先应该是惟一的、几何不变的(平移、旋转、缩放等不变)、拓扑不变的(对细分、简化、编辑、几何压缩、光顺和加噪声、几何变形、多尺度变换等几何处理是健壮的),同时应该易于计算、存储需求低、便于比较。描述子能够概括一个较宽范围内的形状。较小的形状改变,反应在描述子的变化上应该是同尺度的改变[Johan 2004][Saup 2001]。模型的多样化表示,如体素表示法、多边形网格表示、点集合表示等,使得形状特征提取工作更为艰难。

除此之外,三维模型检索还包括相似性度量、模型类别指定、人机界面、检索结果评价等几个方面。人机界面应该能够允许多种检索条件的组合,如文字、二维图像、三维模型等等。检索性能包括对查全率、查准率、检索速度等指标的综合评价。

## 2.9 三维模型检索的形状描述技术

到目前为止,三维模型检索尚处于起步阶段。专用模型(如蛋白质分子结构[Chen 2002])检索已经有了成熟的应用系统,通用模型检索进展甚微。多数系统

只用于算法验证,没有投入商业运行。检索系统一般是Web方式,人机界面简单,使用不便。下面从基于统计特征方法、基于几何图方法、基于图像检索方法等角度,介绍已有的形状描述技术。

### 2.9.1 基于统计特征的形状描述技术

由于三维模型参数化问题的复杂性和模型的拓扑任意性,许多二维图像处理方法(如傅里叶变换)不能直接推广到三维。同时,很多三维模型只是考虑视觉效果,在几何和拓扑定义上是退化的,如Utah大学的teapot是无底的,Stanford大学的Bunny底部有洞。提取任意三维模型的几何形状特征存在着极大的困难。

在此情况下,模型的矩、统计分布等统计特征是首先的考虑。[Elad 2001]在欧氏距离意义下,比较长度有限的几何形状矩向量的相近程度,将与目标模型形状相近的若干模型依次排列出来。用户交互指定哪些与目标模型更相似、哪些与目标模型不相似。对于被选择的模型,其权值在下一轮检索中将得到提高;而被剔除的模型,其权值将下降,从而建立一个相似性指导向量。该工作使用了最高7阶矩。但是高阶矩计算存在着不稳定性。

[Yamany 2002]使用网格曲面的曲率信息,给出了基于曲面信号图的比较和配准。[Osada 2002]形状分布法给出了三维模型表面任意两点间的欧氏距离、三个顶点间的夹角、质心至表面任意顶点间的距离、任意三点间的面积、任意四点间的体积等概率分布曲线。对平移、旋转、缩放等几何变换具有不变性,对小的扰动具有较好的健壮性。

[Ankerst 1999a][Ankerst 1999b][Kastenmuller 1998]对三维蛋白质模型进行规则分割,提取分布情况作为形状特征描述符。例如,计算网状分割后,蛋白质分子在各个分割区域内的顶点直方图。这种特征描述只具有平移不变性和缩放不变性,对小的边界扰动是健壮的。

3DSSD(3DShape SpectrumDescriptor)方法[Zaharia 2001a]使用三维模型顶点上的主曲率分布直方图建立形状描述。这种描述对几何变换是不变的,而且能够对显著性特征,如凹凸性、辙线、脊点、鞍点等进行精确描述。缺点是拓扑敏感,需要拓扑规范化预处理。而这样的预处理包括拓扑惟一性、网格规则采样、网格定向,退化网格处理等复杂操作。但因为实验效果较好被MPEG-7采用。

尽管参数化、拓扑任意、模型退化等问题的存在,仍然有一些工作尝试着使用二维图像的各种变换(如傅里叶变换、Hough变换),或各阶矩对三维模型进行形状描述。

[Dietmar 2001]对三维模型进行球面参数化,在经纬方向上均匀采样,计算

球面傅里叶系数作为形状特征描述子。该工作对多分辨率、小的表面扰动是健壮的。参数化过程中,存在不同顶点映射到球面上同一点的情况,形状描述具有歧义性。

在模型质量分布均匀的假设下,[Ohbuchi 2002]计算模型相对三个 PCA 主轴的惯量矩和模型表面顶点对三个主轴的距离分布。该算法简单,能够处理退化的模型。对于具有旋转对称特征的模型效果更好,但对其他模型实验结果并不理想。

基于 Hough 变换,[Zaharia 2001b]给出了对拓扑变换不敏感的、全局的特征描述子 O3DHTD (Optimal 3DHough Transform Descriptor)。该工作将三角网格模型对偶图的顶点集合,映射到某参数空间,建立基于 Hough 变换的参数化形状描述。该形状描述对几何变换不健壮,所以在规范化预处理中,对 PCA 引起的 48 种新坐标系都进行了考虑。优化处理使得形状特征提取的计算量较大。

### 2.9.2 基于拓扑结构图的形状描述技术

骨架、中轴线等结构图(Graph)是一种网格模型提取快速、描述直观的形状特征。除了中心线之外,经常使用的骨架图还有 Reeb 图、Shock 图[Siddiqi 1999][Sebastian 2004]等。

[Amenta 2001a][Amenta 2001b]等在模型的三维 Voronoi 图上,计算出模型的全局特征骨架(Power Crust)。Voronoi 图的计算和存储需求都非常大。算法面向体素模型,有孔洞的网格模型需要进行预处理。并且模型边界处较小的噪声会导致密集的 Voronoi 图,影响对模型特征的精确描述。故其实用性较低。

[Sundar 2003][Gagvani 1999]同样面向体素模型。首先以模型的局部中心点作为骨架节点,以瘦化参数控制节点的密度;建立有向非循环骨架图,作为形状特征描述,可以进行全局和局部匹配。瘦化参数的选取影响到骨架提取的质量,但原文没有给出参数选取的理论依据。对噪声异常敏感。计算量很大。

[Siddiqi 1999][Shinagawa 1999][Hilaga 2001]定义三维模型的连续标量函数,建立了多分辨率三维模型的 Reeb 图,并进行形状匹配。不同分辨率的节点在 Reeb 图中具有父子关系,节点之间的连接关系即拓扑信息。匹配由粗到精进行,以提高速度。算法适用于全局和局部匹配;适当选择的连续函数保证了 Reeb 图的平移和旋转不变性;对简化、细分、重构等网格拓扑变换是健壮的;对几何变形、噪声不敏感。可以处理体素模型。

### 2.9.3 基于图像比较的形状描述技术

相对而言,基于内容的图像检索技术较为成熟。将三维模型转化成二维图像,借助于二维图像检索技术,进行三维模型检索是常用的方法。[Loffler 2000]

是较早的工作。

[Min 2002]提取三维模型的正视、侧视和俯视三个方向的轮廓图；对每个二维轮廓图进行距离计算，找到最小包围圆；将圆等分为固定数目的圆环，计算圆环的三角级数；根据旋转不改变频率的振幅，计算每个圆环的特征向量；最后以圆环的特征向量集合作为三维模型的二维形状特征。相似度计算和检索方法采用与球面调和函数相似的方法。

[Chen 2003]的光场描述方法则基于侧面影像的视觉相似比较。基于正十二面体的20个顶点，对称计算了10个光场下的100张投影图(每个光场下10张)。连续自动旋转寻找两个模型的一致方向。每张图提取35个Zernike矩和10个傅里叶系数作为特征向量。以 $L_1$ 距离度量两个特征向量的相似度。最后将10张图相似度之和，作为两个模型的相似度。实际比较时，使用了“反复迭代-早跳出”方法。部分图及系数先匹配，排除具有明显差异的模型；然后再增加部分图和系数，在前次匹配结果中再行检索，直到所有图和系数都匹配完毕。这种方法能尽早排除不相关的模型，缩小检索范围，提高速度。测试表明该方法优于[Kazhdan 2003b]基于球面调和函数的旋转不变描述子、形状分布和多视图描述，速度较快，稳定性较好。

## 2.10 三维模型检索小结

3D模型检索是近几年兴起的一个新的研究领域，目前仍然处于起步阶段。从国内来说，这方面的研究工作还很少见。今后的研究方向主要集中在下面三个方面：

### (1) 检索技术

目前多数的检索技术没有实现理想的检索效果，距应用需求还相差很远。现在的检索技术还主要考虑单个模型之间的比较，今后可能会有更高更复杂的要求，例如，从城市模型里检索出建筑，从战场模型中检索出车辆等。这就要求单个模型同更复杂的海量数据模型实现局部匹配和检索。现在的检索技术主要使用模型的形状和拓扑结构特征，没有使用表面粗糙程度、光滑程度、曲率、颜色、纹理等其他特征。所以今后的检索技术应该考虑这些需求。

### (2) 检索界面

界面必须容易操作。从现在的4种检索方式来看，手工绘制2D草图或者3D模型等方式，提高了对用户表达需求的难度。使用3D模型示例进行检索虽然容易操作，但用户可能会没有合适的示例，从系统中选择模型再进行检索又包含了人工查询，则增加了检索时间。因此，更加友好、智能、人性化的检索界面和检索方式是研究的另一个重点。例如，提供基于语义的检索方式，用户只需要提供一些

语义描述，系统就能检索出满足语义要求的模型。

### (3) 检索技术的应用

三维模型检索技术已经有几种不同的应用，[Chen 2002]开发了自动寻找相同结构的蛋白质模型检索系统，帮助生物学家确定蛋白质的功能。[Suzuki 2001]的基于Web的三维检索系统，专门为制作基于三维模型的电子学习软件提供支持。但是还必须进一步地更广泛地开发应用领域，一个最直接的愿望就是三维模型检索的商业化搜索引擎。三维CAD模型数据库的管理，也是三维模型检索的重要应用领域，其中必然涉及将三维模型检索技术，同三维建模工具软件结合起来，提高模型设计速度的问题，这里包含三维模型的分割问题。

如本章第二节所指明，基于心理学、心理物理学等原理的显著性形状特征，是人类对物体形状认知中占优的倾向。2004年，MPEG-7已经列入基于分割的声音、图像、视频、三维模型等多媒体信息形状描述标准 P3DS。

而基于分割的三维检索已经成为一个新的研究热点，但目前仍没有高效的、成熟的、可以用于商业搜索引擎的研究成果。本文将对三维模型的分割、三维模型的形状描述等工作展开研究。

## 第3章 主曲线—有序的形状描述

### 3.1 主曲线与形状描述

三维模型的数据集合包含两个方面的信息：几何信息和拓扑信息。无论是哪个方面的信息，其数据分布都存在着无序性和不均匀性。正是这种无序性和不均匀性，导致数字几何处理无法使用传统的数字媒体处理工具，进而也导致三维模型的形状描述与检索工作的困难。

本章从三维模型粗配准工作的线性主成分分析 PCA (Principal Component Analysis) 出发，基于对微分流形的研究，发现三维模型数据集合的主曲线，是一种很好的模型骨架描述工具[Kégl 2002]。同时，使用三维模型的主曲线作为三维模型检索的形状描述，可以将三维无序的、不均匀的数据分布，降维至有序的、可以均匀采样分割的一维流形，从而得到一种新的三维模型的形状描述方法，并用于检索。

故此，在本章将对数据集合的主曲线分析进行介绍。

在第四章中，使用三维模型的整体主曲线方法，提取模型的形状特征，给出了一个新的、基于均匀分割主曲线的形状描述子，并用于三维模型的形状描述和三维模型检索。

在第五章中，基于中国数字人项目背景，对数字人体表面模型、以及人体尺寸测量工作中产生的三维扫描数据，使用分段 KS 主曲线方法进行扫描数据融合与重建，并实现局部标记特征点的分割提取。

### 3.2 线性主成分分析与主曲线

#### 3.2.1 PCA 与主曲线的比较

Spearman 在 1904 年提出的主成分分析简单易用，是一种重要的统计分析工具[Spearman 1904]。它通过降维，把包含多个相关向量的数据集合，重新简化组合为一组新的、相互无关的组合向量。而线性主成分分析，是将数据集合投影到一个矢量，使数据集合到投影矢量的均方差最大。因此称这个矢量为数据集合的第一主成分。

它有如下几个优点：其一，可以用一个矢量来描述数据集合，以降低信息的描述长度；其二，第一以及依次主成分的计算，可以转化为求解数据集合的自相

关矩阵特征值方程；其三，由于第一与依次主成分矢量正交，与主成分矢量平行的所有矢量，均具有与主成分相同的性质。

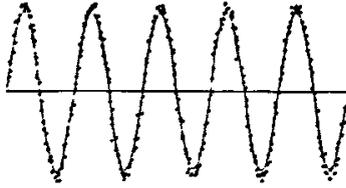


Fig. 3.1 The 1<sup>st</sup> Principal component of sin with noise

图 3.1 带噪声正弦函数的第一主成分

如图 3.1 所示，带噪声的正弦函数第一主成分是一条水平的直线，显然无法描述正弦函数的形状信息。由于信息描述长度，与信息保持性之间的矛盾，较短的信息描述是以信息损失为代价的。因此，尽管线性主成分分析的本质是在均方差意义下的统计平均，具有较短的信息描述长度，但信息损失严重。对于某些问题，例如，对原始语音信号的分析，这种损失导致线性主成分分析的失效。

1983 年，Stanford 大学统计系 Trevor Hastie 的技术报告提出了主曲线主曲面的定义(Principal Curves and Surfaces) [Hastie 1984] [Hastie 1988]。主曲线试图寻找一种几何上直观、理论上完备、算法上可行的方法，来描述数据集合的内在结构。



Fig. 3.2 Principal curve of noisy data

图 3.2 噪声数据的主曲线



Fig. 3.3 Principal curve of HB scan

图 3.3 人体扫描数据的主曲线

第一主成分是对数据集的一维线性最优描述。主曲线是第一主成分的非线性推广，它寻找通过数据分布的“中间”并满足“自相合”的光滑一维曲线（如图 3.2，图 3.3），理论上，主曲线是嵌入高维空间的非欧氏低维流形，是流形的一维形式 [Hastie 1984] [Hastie 1988]。主曲线不是计算数据集的中心线，而是希望得到数据集的骨架。中心线的计算是线性的，作为骨架的主曲线计算是非线性的。

### 3.2.2 从 PCA 到主曲线

主成分分析的目标函数是一个矢量，可以转换为自相关矩阵的特征值求解。主曲线继承了主成分分析的基本思想。它对数据集的归纳不是直线，而是曲线，甚至曲面。这是求解一个函数族中满足给定目标函数的最优问题。

从几何意义理解, 如果数据分布满足高斯分布, 则特征向量表示数据分布的方向, 特征值表示分布的大小, 第一主成分线等价地表示数据分布的“中间”直线, 第一和第二主成分线构成的平面等价地表示数据分布的“中间”平面。显然, 线性主成分满足高斯分布的主要特征[Hastie 1984][Hastie 1988]。

线性主成分分析基于下式定义:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{A}\lambda_i + \mathbf{e}_i \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{x}_i$  为  $d$  维数据点;  $\lambda_i$  是生成数据分布的  $m$  维隐变量, 可理解为数据的内在分布变量, 在主曲线(曲面)理论中称为投影指标(Projection Index);  $\mathbf{A}$  为  $d \times m$  维矩阵, 描述数据集与内在分布变量  $\lambda_i$  之间的线性关系;  $\mathbf{e}_i$  是独立同分布的噪声, 与  $\lambda_i$  无关。

主成分分析根据上述目标, 从数据集  $\mathbf{X}, \mathbf{x} \in \mathbf{X}$  中求出式(1)中的  $m$  维隐变量  $\lambda_i$ 。

如果数据集的分布不满足高斯分布, 则线性主成分分析一般不能获得真实反映数据集分布的描述。这是提出主曲线的根本原因。

式(1)的一般形式为:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{f}(\lambda_i) + \mathbf{e}_i \quad (2)$$

其中  $\mathbf{f}$  表示在投影指标与数据集之间有  $m$  个参数的  $d$  维矢量函数, 描述与内在分布变量的非线性关系。式(1)是式(2)的特例。目标是, 求出式(2)的数据分布, 使得均方差最大, 即使得式(3)最小的  $\mathbf{f}(\lambda_i)$

$$R = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{x}_i - \mathbf{f}(\lambda_i)\|^2 \quad (3)$$

其中  $n$  为数据集的大小。

线性主成分分析是在式(3)意义下, 求出  $\mathbf{A}$  中具有最大  $\lambda_i$  的矢量。在  $m=1$  时, 令  $\mathbf{A} = \mathbf{a}$ 。对任意  $\mathbf{a}$ ,  $\lambda_i$  可由  $\mathbf{x}_i$  投影至  $\mathbf{a}$  上的值表示。展开式(3)可得:

$$R = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{x}_i - \mathbf{a}\lambda_i\|^2 = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{x}_i - \mathbf{a}\mathbf{a}'\mathbf{x}_i\|^2 = \text{tr}\mathbf{X}\mathbf{X}' - \mathbf{a}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{a} \quad (4)$$

其中  $\mathbf{X}\mathbf{X}'$  是数据集的自相关矩阵。式(4)的标准解是  $\mathbf{X}\mathbf{X}'$  的最大特征矢量。

式(4)最大特征矢量可解的条件是, 矩阵  $\mathbf{A}$  是可逆的。类似在式(2)情况下, 如果  $\mathbf{f}$  不具备式(1)的线性关系, 就意味着矩阵  $\mathbf{A}$  不一定可逆, 从而难以从矢量

集中求出特征向量和特征值，不能获得最优解。

为从函数簇中求解，必须重新研究数据集中距离  $f$  最近的数据点的性质。与主成分分析类似，要推出主曲线的表示形式，需要考虑数据点到曲线的距离函数的静态特性，其本质是数据点到曲线的均方差。

首先考虑主曲线为直线情况。

令  $f$  是直线，距离函数为  $D(f) = E[(\mathbf{X} - f)^T(\mathbf{X} - f)]$ 。可以证明，使得  $D(f)$  最大的  $f$  满足数据集的特征值方程，即特征值方程的解。

考虑一般情况，对于式(2)，在变分意义下，主曲线是距离函数的临界值。具体地说，令  $f$  是主曲线， $g$  是定义在紧集意义下曲线簇  $G$  中的任意曲线。与线性分析相同，在  $f$  上考虑扰动因子  $\varepsilon$ ，令  $f_\varepsilon = f(\lambda) + \varepsilon g(\lambda)$ ，且曲线  $f_\varepsilon$  与主曲线  $f$  的端点位置相同。可以定义数据点至  $f_\varepsilon$  的距离函数为

$$D^2(h, f_\varepsilon) = E_h \left\| \mathbf{X} - f_\varepsilon(\lambda_{f_\varepsilon}(\mathbf{X})) \right\|^2 \quad (5)$$

其中  $\lambda_{f_\varepsilon}$  表示数据集至  $f_\varepsilon$  最近点的投影指标， $E_h$  为分布密度等于  $h$  时数据分布的期望。可以证明， $f$  是式(5)距离函数的临界值，如果

$$\left. \frac{dD^2(h, f_\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = 0, \quad \forall g \in G \quad \frac{dD^2(h, f_\varepsilon)}{d\varepsilon} \quad (6)$$

求解式(6)等价于求解数据集的自相关矩阵特征值方程。同时得出了协方差矩阵的其他特征矢量也满足距离函数的临界特性。Hastie 证明  $f$  是使得  $D^2(h, f_\varepsilon)$  取最大值、最小值或鞍点的曲线。

至此可知，主曲线与主成分的目标函数（距离函数）是相同的；获得在目标函数下曲线的约束条件也是类似的；约束形式也可以理解为数据集的自相关矩阵的特征值方程。

但不同点是，主成分的曲线形式已知为直线，其自相关矩阵容易获得；主曲线的曲线形式未知，则不能获得这个矩阵。因此，尽管在推导满足式(5)的曲线条件时，无需考虑曲线的形式，但在求解特征值方程时，必须已知基于特定曲线数据集的自相关矩阵。

这就是问题的困难所在：一方面曲线的形式是被求的对象，另一方面使用特征值方程的方法时又必须已知曲线形式。那么，必然要从局部意义来得到全局最优。这正是主曲线思想的原始动机。答案是采用流形这个数学工具。主曲线的本

质是嵌入欧氏空间的一维流形。

Hastie 将主曲线的距离函数的求导转为积分问题，给出了上确界和下确界，并证明了在曲线连续条件下两个的界满足收敛性，最终得出了自相合的特性，验证了主曲线是距离函数的临界值。

### 3.3 主曲线的流形描述

主曲线是在一定限制条件下，给定数据集合的函数表示，它需要满足数据集合对曲线的对偶特性的限制。从数据集合中计算主曲线，就是从一个曲线集合中，选择一个满足某种优化目标与限制条件的曲线。

主曲线本质上是嵌入欧氏空间的一维流形，因此，采用流形描述可使问题更一般化，可使问题能自然地高维流形推广。

令  $D$  为数据域， $F$  为函数集，对于每个  $f \in F, f: D \rightarrow R^d$ ，称  $f$  的值域为由  $f$  生成的流形  $M_f$ ，即

$$M_f = f(D) = \{f(\mathbf{x}) : \mathbf{x} \in D\} \quad (7)$$

在  $F$  中全部函数所生成的所有流形的集合定义为  $M: M = \{M_f : f \in F\}$ 。

流形的距离函数定义为数据集合  $X$  和  $M$  之间的期望距离，即  $\Delta(M) = E[\Delta(X, M)]$ 。

定义一维曲线为：在  $d$  维欧氏空间的一维曲线是一个连续函数  $f: \Lambda \rightarrow R^d, \Lambda = [a, b]$  是实线上的闭区间。曲线  $f$  可看成是一个单变量  $\lambda$  的  $d$  维函数， $f(\lambda) = (f_1(\lambda), f_2(\lambda), \dots, f_d(\lambda))$ ，其中  $(f_1(\lambda), f_2(\lambda), \dots, f_d(\lambda))$  为坐标函数， $\lambda$  描述了沿曲线的序结构。如果坐标函数是光滑的，则  $f$  也是光滑的。要求  $f$  变换至具有单调性的曲线，并使主曲线拓扑结构保持不变。

在计算主曲线时，需要考虑数据点到曲线的距离。

令  $f(\lambda) = (f_1(\lambda), f_2(\lambda), \dots, f_d(\lambda))$  为在参数  $\lambda \in R$  上的  $R^d$  维曲线。对任意  $X \in R^d$ ，令  $\lambda_f(\mathbf{x})$  表示  $\mathbf{x}$  和  $f(\lambda)$  之间的最小正交距离时的投影指标。 $\lambda_f(\mathbf{x})$  定义为

$$\lambda_f(\mathbf{x}) = \sup \left\{ \lambda : \|\mathbf{x} - f(\lambda)\| = \inf_{\tau} \|\mathbf{x} - f(\tau)\| \right\} \quad (8)$$

该定义表明，当样本点在曲线上获得多个相等的最小距离投影点时，取投影指标最大的那个，从而解决数据点到曲线上的投影不唯一、或曲线上的投影点对

应了多个数据点的情况，保证  $\lambda_1(\mathbf{x})$  的连续。

主曲线的投影指标隐含了序的性质，而序的特点利用了曲线的弧长作为参数来体现。即，主曲线是依弧长参数化的曲线。

是否对任意数据分布都存在Hastie意义下的主曲线，需要从理论上进行分析。例如，对于椭圆形分布，主曲线等同于第一主成分线。对于球形对偶分布，任意通过均值向量的直线均是主曲线。如果数据分布是从含噪声的模型生成，那么既使是对数据分布的无偏估计，主曲线也是函数模型的有偏估计 [Hastie 1984] [Hastie 1988]。Hastie 在其论文中没有给出针对数据分布的主曲线存在性的严格证明。

### 3.4 主曲线理论研究进展

#### 3.4.1 主曲线的发展历程

Hastie 和 Stuetzle [Hastie 1984] 提出了 HS 主曲线/曲面的概念，试图求出一个曲线，使得这个曲线是给定数据集合一定意义下的对偶。他要求这个曲线通过数据分布的“中间”，以更加真实地反映数据的形态，即曲线是数据集合的“骨架”，数据集合是这个曲线的“云”。在概率分布上，量化为满足自相合(Self-consistence)的曲线。所谓自相合是指曲线上的每一点，是投影至该点的数据点的条件均值。

Hastie 证明了曲线和曲面上的投影指标是随机变量，发现主曲线有类似于主成分的特点，即它们都是距离函数的临界点。Hastie 对主曲线的存在性及距离特征进行了分析，并给出了已知概率分布下和未知分布下主曲线的实际算法。在计算上，Hastie 强调非参数方法，即，不事先给定曲线类型，而是从曲线族中选择满足自相合的具有中间性的曲线。为了方便处理，HS 主曲线假设是连续可微，且光滑。这个假设导致有偏 [Tibshirani 1992]、低效、无存在性证明、不唯一、收敛性等一系列问题的深入研究。

[Banfield 1992] 的改进工作，解决了闭合主曲线由于曲率过大、估计偏差对实际的主曲线产生明显影响的问题。然而，BR 主曲线方法也引入了数值不稳定性，在实际中可能产生光滑但不正确的主曲线]。

[Duchamp 1996a] [Duchamp 1996b] 考察了 HS 主曲线的整体微分特性，对主曲线的第一变分和第二变分、及自相合与曲率的关系作了分析，指出在曲率不为零前提下，平面上的主曲线是到数据的期望平方距离的鞍点，而不是局部最小。同时也阐明了主曲线不唯一的原因。Duchamp 的研究得出了一个负面的结论，认为使得通过数据的“中间”仅具有定性的意义，缺乏足够的完备性理论支持，难以推广。

[Kégl 1999][Kégl 2000]引入了长度约束,第一个证明了只要数据分布存在有限二阶矩,则  $K$  主曲线唯一存在。同时给出了  $K$  主曲线收敛性证明及收敛率,提出了相应的多边形线算法来寻找  $K$  主曲线。

[Morales 1998]从微分流形角度研究了几何数据拟合问题,指出主曲线是流形拟合中的特例,并定义了流形意义下的主嵌入(Principal Embeddings),文中引入了调和能量(Harmonic Energy)作为正则项来实现主嵌入的局部最小。[Smola 1999]指出大多数无监督学习(如主曲线)可看成是量化问题:即服从某种约束下的期望量化误差最小化,因而允许采用监督学习中的量化误差最小说论下的正则化来解无监督学习问题。Smola 提出了寻找具有多种正则项的正则主流形(Regularized Principal Manifolds, RPM),并证明了其与 Kégl 的基于长度约束的主曲线的等价性,导出了一致收敛界,同时给出了覆盖数的界,使可以对某种正则项算子获得近最优学习率。1999年[Delicado 2001]考察了线性主成分的其他特性,给出主定向点概念及基于定向点的  $D$  主曲线定义。作者认为数据分布的第一主成分线通过条件均值且正交于具有最小化条件总方差的超平面,这种特性容易推广到非线性结构的数据集上。在不同点上重复这种搜索,许多类似条件均值的点将被找到,这些点称为主定向点。当一维曲线通过这些特定点集时,称之为定向点的主曲线。由总方差的推广可递归地定义高阶连续主曲线。[Chang 1998][Chang2001]结合生成拓扑映射 GTM[Bishop 1998],定义概率主曲线(PPC, Probabilistic Principal Curves)及概率主曲面(PPS, Probabilistic Principal Surfaces),它与上述各种方法的不同之处在于,其假定了数据是在低维空间上按某一分布生成的,通过某个映射关系在数据空间生成相应的拓扑结构。概率主曲线和概率主曲面的目的是寻找嵌入高维数据空间的低维流形。这一方法保持了 HS 主曲线的自相合特点,同时采用参数模型将主曲线延伸到较高维主流形[张 2003]。

[Verbeek 2000] [Verbeek 2001]的  $KS$  主曲线首先采用局部主成分方法生成  $K$  条线段,然后光滑连接线段形成主曲线,其缺陷是不能向高维推广。

显然,主曲线研究进展依然存在着理论上的困难。但是在特定的约束下,可以生成具有不同性质的主曲线。

### 3.4.2 HS-BR 主曲线

定义:具有连续概率密度  $h(x)$  的数据分布  $x$ ,其主曲线是流形  $M$  中满足自相合的一维流形。主曲线  $f \in M$  是自相合的,如果

$$E\{X | \lambda, (X) = \lambda\} = f(\lambda), \quad \forall \lambda \in \Lambda, \quad (9)$$

其中  $\Lambda_j$  是实线上的闭区间,  $\lambda$  是投影指标,  $E(\cdot)$  为数据分布的期望[Hastie 1984]。

实际应用中, 主曲线上的每个点, 是所有投影至该点邻域内的数据点集的条件期望, 而不是严格自相合的。假定数据分布是紧的、曲线可微、非闭且不与自身相交, 则上述定义给出的主曲线保证了投影指标与数据集上的点一一对应, 不存在模糊点, 并保证投影指标的连续性和曲线的光滑性。两个邻近点在主曲线上的投影也是邻近的, 从而数据分布的拓扑结构在主曲线上保持不变。可用任意光滑曲线来逼近 HS 主曲线。

主曲线距离函数为

$$D^2(f) = E \left\| \mathbf{X} - f(\lambda_j(\mathbf{X})) \right\|^2$$

其局部最小等价于寻找曲线  $f$  和  $\lambda$  使得距离函数  $D^2(f, \lambda)$  最小。  $f$  不变时,  $\lambda$  按最近邻原则选取可使距离函数  $D^2(f, \lambda)$  减小; 同理  $\lambda$  不变时, 按自相合特性求取  $f$  可使距离函数  $D^2(f, \lambda)$  减小。

在已知数据分布情况下, Hastie 算法每一步检查生成的曲线是否满足自相合特性, 如果不满足则继续迭代, 直到收敛。在数据分布未知、要求严格自相合、主曲线上每个投影点最多对应一个数据点的情况下, 在迭代过程中, 数据点按其投影指标重新以升序排列, 并且自相合条件变为对所有投影指标  $\lambda_j$  邻域内的数据点距离差的加权平均。算法的复杂度为  $O(n^2)$ , 易于实现。

在向高维主曲面推广的问题上, HS 主曲线也没有给出一般性的方法。并非所有曲面(如单侧定向的 Mobius 带)都能实现全局的定义、或通过增加约束来隐性地降维。在一维有全局意义的主曲线弧长参数化, 向曲面推广时, 参数空间的面积单位与曲面上面积单位却难以形成全局对应, 必须引入局部参数化。微分流形是研究全局性质的局部等价性一种好方法, 但理论上缺乏实质性的突破。

### 3.4.3 KS 主曲线

[Verbeek 2001] [Verbeek 2000] 给出的 KS 主曲线算法, 采用局部主成分方法来形成  $K$  条线段, 并依据光滑性来连接形成主曲线。这一方法缺陷是不能向高维推广。在非交叉情况下, 其目标函数中忽略曲率惩罚。

Verbeek 等人提出的 KS 主曲线, 在局部主成分分析的意义, 给出了数据集的局部线性拟合。首先推广  $K$ -means 聚类算法, 在数据集中找出较好的  $K$ -lines。定义直线  $\mathbf{s} = \{s(t) | t \in \mathbf{R}\}$ , 这里  $s(t) = \mathbf{c} + \mathbf{u}t$ 。点  $\mathbf{x}$  到该直线的距离定义为

$d(x, s) = \inf_{t \in \mathbb{R}} \|s(t) - x\|$ 。令  $X_n$  是在  $\mathbb{R}^d$  上的  $n$  个采样。定义数据集合的有限概率加权 Voronoi 区域分割为  $V_1, \dots, V_k$ ，其中  $V_i = \{x \in X_n \mid i = \arg \min_j d(x, s_j)\}$ 。因此  $V_i$  包含所有距第  $i$  条直线最近的点。与  $K$ -means 类似，算法的目标是寻找  $K$ -lines 集合  $s_1, \dots, s_k$ ，使得所有点距其最近直线的全平方距离最小，即

$$\sum_{i=1}^k \sum_{x \in V_i} d(x, s_i)^2 \quad (10)$$

算法随机初始化  $K$ -lines 的定位和方向，在确定  $V_1, \dots, V_k$  后，以局部第一主成分的均值为中心、向两端延长各  $3\delta/2$  得到一个线段。用这些线段取代  $K$ -lines，然后迭代直至收敛。由于在多数情况下不能预先确定会使用多少条线段，所以初始化  $K$ -lines 的数目为 1，然后在迭代中插入一个长度为零的线段在点  $x_i$ ，令  $V_{i+1}$  为使式 (11) 减量最大的零长度线分割。最后得到的 KS 主曲线，是由局部第一主成分线段的端点序列构成的一个优化的、拟合的 Hamiltonian 路。

由于数据集合的 Voronoi 区域分割使用了概率权值，算法对噪声不敏感。在拓扑结构上，KS 主曲线解决了拓扑自交、封闭的问题，但是对分支结构没有给出答案。该不能向高维推广。在非交叉情况下，其目标函数中忽略曲率惩罚。

### 3.5 主曲线应用领域

由于主曲线主曲面在理论上包含大量的、复杂的数学原理，还存在着许多没有解决的课题，直至目前，它在计算机图形图像、可视化等领域的应用依然受到了局限。但其中蕴含的广泛应用前景，已引起国内外计算机科学家的关注。



Fig. 3.4 Stanford Linear Collider project

图 3.4 斯坦福线性对撞机

例如，如图 3.4 的斯坦福线性电子对撞机 [Hastie 1984] [Hastie 1988]、卫星图像上冰流和冰原轮廓的辨识 [Banfield 1992]、构造字符模板的“主图”及手写体的骨架化上 [Kégl 1999] [Kégl 2000] [Kégl 2002]、地震区域的层次聚类分析、海量语音数据处理 [Reinhard 1998] [Reinhard 1999]、定量群落生态学中多种群冗余数据的低维描述 [Death 1999]、医疗数据可听化 [Hermann 2000]、工厂过程控制 [Dong 1995] [Wilson 1999] 等应用领域的数据集特征提取实践上，取

得了经典性的成功。

### 3.6 小结

主曲线理论本质上是非线性的，因此更能精确描述数据集。但理论上目前仍然存在着很多需要进一步研究的问题。作为一种非线性的数据约简方法，主曲线的应用面极为广泛。

主曲线理论采用 EM (Expectation-Maximum) 算法拟合数据的“中间”。但 EM 算法[Dempster 1977]其最显著的缺陷是慢收敛性，可能的原因是没有给出好的初值。Hastie 认为第一主成分线是好的初值，寻找更好的初值是值得研究的问题。从统计学习理论、最小描述长度、贝叶斯信息准则等角度，去研究主曲线存在性也是一问题。主曲线思想建立在连续型、随机的投影指标变量上。而实际应用中多数数据是连续与离散变量的混合，甚至完全是离散型变量。将连续意义的主曲线理论应用到离散或混合型的数据变量处理上，也是一个研究的方向。主曲线是在均方差欧氏距离意义上，通过迭代来逼近的，是可导的。但点到曲线的投影距离的平方，会使得实际距离产生畸变。寻找新的目标函数，如将数据间的距离用内积来描述。也是值得考虑的问题。在显式地为数据指定一个设定的模型情况下，[Chang 2001]得到了二维概率主曲面。但由于向高维推广存在一系列的难题，目前这一领域的研究基本上还局限于一维主曲线。

主曲线理论体现了微分流形的思想，即寻找嵌入高维数据空间的非欧氏低维流形，描述数据分布的“中间”性。理论避开了微分流形的数学复杂性，直接在欧氏空间上建立了等价的计算模型。在自相合、无参数、无偏、有效性、存在性、唯一性等问题上，主曲线理论仍然需要更加深入的研究。

基于上述分析，我们认为三维模型的主曲线，可以作为一种新的骨架曲线，用于描述三维形状。并将在第四章，对三维模型进行主曲线骨架提取，然后在主曲线骨架上，沿弧长方向均匀分割采样，将分布不均匀、无序的三维模型，投影到流形曲线上，提取流形曲线的曲率、挠率、空间位置等形状信息作为三维模型的形状描述子，最后在 Princeton 大学的三维模型数据库上进行了三维模型检索实验，实验结果较为理想。

使用三维模型带有分支、交叉、闭合等复杂拓扑特征的主曲线骨架，作为三维模型的形状描述子，显然能更精确地描述三维模型的形状信息。目前我们正在紧张进行着这方面的研究工作。

## 第 4 章 基于主曲线分割的三维形状描述

### 4.1 引言

不均匀性和无序性,是三维模型空间顶点和面片分布的特点,也是导致其检索困难的主要原因。已有检索工作多数考虑了多分辨率、局部形变、噪声、空间位置和姿态等因素。针对不均匀性和无序性的特征,很多算法选择了统计分析作为特征提取和检索的工具。

本章的研究目标是通过建立对无序分布三维模型的主曲线,来获得在一维流形上的有序形状特征采样[Seung 2000]。将分布不均匀的问题转换为一维流形上有序的、均匀分割采样的问题。由此多分辨率、局部形变、噪声、空间位置和姿态等因素,在光顺的一维流形空间里,只剩下空间位置和姿态两个因素。

首先计算三维模型弧长参数化的光顺主曲线,将三维模型投影到一个有限长度的三维空间三次样条曲线;然后对主曲线沿弧长方向均匀分割采样,提取一维形状特征;最后使用 ICP 对模型形状采样描述进行比较,从而实现三维模型的匹配和检索。本文给出的形状描述子是旋转和平移不变的。通过 PCA 对三维模型进行预处理可以得到健壮的缩放不变性。

### 4.2 归一化预处理

#### 4.2.1 主成分分析-PCA

PCA 方法在统计分析工作中有着广泛的应用,它在均方差最小的意义下将数据集投影到一个矢量,即第一主成分。用它来描述数据集特征,降低了信息描述长度。求解数据自相关矩阵的特征向量,即可得到正交的各主成分矢量。

PCA 主要缺点表现在较短的信息描述长度与较差信息保持性之间的矛盾。从而使得它在某些问题上的应用,如语音信号处理工作上失效。只有当数据集满足高斯分布时,PCA 特征矢量才能够有效地描述分布的方向、特征值描述分布的大小。但三维模型的顶点空间分布在一般情况下,是不满足高斯分布的。在处理这样的数据集时,和主曲线相比,PCA 仅仅以主方向矢量来描述模型形状,显然是不真实的、也不能够给出更局部的细节描述。PCA 常用做三维模型的初始归一化处理。

网格模型归一化处理过程中,空间位置配准通过将模型重心对齐来实现,旋

转配准通过旋转对齐模型三个主轴来实现, 缩放比例则通过将模型在三个主轴方向上的最大尺寸变比为单位长度来实现[Vranic 2001]。为此, 我们需要计算模型的重心、三个主轴方向。我们使用模型各阶的矩信息以及 PCA 来实现三维模型规范化。

图像处理、自适应控制、信号分析等领域的数据压缩和代数特征抽取研究工作, 多是依赖于正常正交分解的思想[Liang 2002a] [Liang 2002b]。实现正常正交分解的方法有多种, 常用的有 PCA、KLD (Karhunen-Loève Decomposition) 和 SVD (Singular Value Decomposition) [Chatterjee 2000] [Kunisch 1999] [Holmes 1996]。其中[Liang 2002a]给出了这三种正常正交分解 (POD, Proper Orthogonal Decomposition) 方法的等价性研究。

#### 4.2.2 三维模型的 PCA 归一化预处理

与三维模型有关的 PCA 理论如下:

假设在三维模型顶点向量分布  $D$  中的一个随机向量  $\mathbf{x} \in R^3$ , 分布  $D$  协方差矩阵为  $\mathbf{C}$ 。 $\{\Phi_i | i=1, \dots, n\}$  表示  $\mathbf{C}$  的特征向量,  $\{\lambda_i | i=1, \dots, n\}$  表示与特征向量为对应的  $\mathbf{C}$  的特征值, 其中  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$ 。矩阵  $\Phi$  称为  $D$  的主成分分析, 或者 KL 变换。在三维模型顶点向量分布  $D$  有限已知的情况下, PCA 可以通过奇异值分解 SVD 来计算。[Press 1987]

设三维模型顶点向量分布  $D = \{(x_i, y_i, z_i) | i=1, \dots, n\}$ , 其  $(p, q, r)$ -th 阶矩可以近似地定义为:

$$m_{pqr} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^p y_i^q z_i^r$$

其中一阶矩  $m_{100}, m_{010}, m_{001}$  构成了网格模型的重心。网格模型所有的顶点做如下的平移变换, 可以实现重心于原点  $(0, 0, 0)$  的对齐, 解决空间位置的平移不变问题:

$$(x_i, y_i, z_i) = (x_i - m_{100}, y_i - m_{010}, z_i - m_{001}) \quad i=1, 2, \dots, n \quad (12)$$

二阶矩  $m_{200}, m_{020}, m_{002}, m_{110}, m_{101}, m_{011}$  构成了网格模型的旋转和比例变换信息。在平移网格模型到原点后, 将二阶矩组成协方差矩阵:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{200} & m_{110} & m_{101} \\ m_{110} & m_{020} & m_{011} \\ m_{101} & m_{011} & m_{002} \end{bmatrix}$$

对上述矩阵做 SVD 分解, 得到  $\mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{U}^T = \text{SVD}(\mathbf{M})$ , 其中矩阵  $\mathbf{U}$  表示对于每个

坐标轴的旋转变换，用作解除旋转不变问题。对(10)式得到的顶点做如下运算，可以将模型的三个主轴分别与坐标轴对齐：

$$(x_i, y_i, z_i) = U(x_i, y_i, z_i) \quad (13)$$

对角矩阵 $\Delta$ 表示对应在每个坐标轴方向上的比例变换。由于排序 $\Delta(1,1)$ 使得具有最大值，所以(10)式得到的所有顶点进行如下运算，可以使其在坐标轴方向上的最大尺寸单位化：

$$(x_i, y_i, z_i) = \frac{(x_i, y_i, z_i)}{\Delta(1,1)} \quad (14)$$

由于PCA只使用了三维模型的顶点信息，而没有考虑模型的面片尺寸，不足以精确描述三维模型的形状信息，检索中的查准率极低。[Chen 2003]的工作说明，即使形状相似的三个杯子，其PCA主轴方向也会有很大的差异，其查全率也不是很理想。因此必需进一步提取网格模型的形状信息。为克服上述问题[Paquet 2000b]在对偶图上进行PCA处理，[Heczko 2001]则使用了顶点加权的PCA方法，取得较好的结果。拓扑PCA[Pujol 2001]也是值得考虑的思路。

### 4.3 三维模型的主曲线

主曲线方法基于PCA，求解一个目标最优的函数，得到对数据集的非线性归纳，即拟合结果是曲线或者曲面。曲线或者曲面从数据的“中间”光滑地通过，是对数据集的光滑线性平均，使得数据点集合到曲线的正交距离最小。因此主曲线可以更精细地描述真实数据。PCA只是主曲线的一个特例。

主曲线的主要应用包括：数据可视化和压缩；对数据集降维，后进行特征抽取等等。通过向主曲线投影，可以在一维曲线流形上，获取数据集沿弧长参数方向的序关系。

#### 4.3.1 三维模型的HS-BR主曲线

[Hastie 1984]在一定对偶意义下，定义了一个能真实反映给定数据集合形态的HS主曲线。它是数据集合点云分布的骨架，在概率分布上，曲线上的每一点是投影至该点（或其邻域）的数据点的条件均值。Hastie证明了主曲线类似于主成分，为距离函数的临界点，并对主曲线的存在性及距离特征进行了分析，给出了针对已知概率分布和未知分布情况下主曲线的生成算法。[Banfield 1992]提出的BR主曲线，解决了闭HS主曲线由于曲率过大导致估计明显偏差的问题。但BR主曲线也引入了数值计算的不稳定性，产生光滑但不正确的主曲线。[Kegl 1997]引入了有长度约束的主曲线，证明了主曲线的存在性和唯一性，认为只要

数据分布存在有限二阶矩, 则K主曲线一定存在。显然对于任意给定三维模型, 若其顶点序列为  $\{x_i, y_i, z_i\}_{i=1}^N$ , 则它的  $(p, q, r)$ -th 阶矩为:

$$m_{pqr} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^p y_i^q z_i^r$$

对于非退化的三维模型, 由于顶点分布在有限的三维空间内, 它形状分布存在有限的二阶矩。所以, 对于位于有限闭区间内给定的三维模型顶点序列, 它的K主曲线一定存在。

根据以上研究工作可以得知, 定义在三维有限空间内的模型由于它的点云分布存在有限的二阶矩, 所以它的主曲线是存在的、且是唯一的。同时由于主曲线计算过程中采用了弧长参数化, 便于提取基于弧长的自然特征。而弧长特征与模型的空间位置、姿态无关, 正好满足模型形状描述子的平移、旋转不变性。在以PCA方法对模型进行归一化预处理后, 基于模型主曲线特征的形状描述子显然是适用于三维模型形状描述和检索工作。以主曲线的形状特征, 作为三维模型检索的几何形状描述, 这在国际国内的研究工作中还没有见到。本章基于已知数据集分布的HS主曲线算法, 提取投影到主曲线上的形状特征信息, 定义了模型描述子。

考察一个存在有限二阶矩的三维模型顶点集合  $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_d)$ ,  $d=3$ 。令  $f(t) = (f_1(t), \dots, f_d(t))$  是  $\mathbf{R}^d$  空间、以弧长  $t \in \mathbf{R}$  参数化的三次光顺样条曲线, 其形式为:

$$\mathbf{x} = f(t) + e \quad (15)$$

其中  $e$  独立同分布噪声, 与  $t$  无关。模型数据集  $\mathbf{x}$  与曲线  $f(t)$  的距离函数定义为:

$$D^2(\mathbf{x}) = E \|\mathbf{x} - f(t_i(\mathbf{x}))\|^2 \quad (16)$$

使得求解(2)式的局部最小值, 等价于求解  $f(t)$  和  $t_i(\mathbf{x})$ , 使得  $D^2(\mathbf{x}) = E \|\mathbf{x} - f(t)\|^2$  最小。显然固定其中一个变量, 可以按照最近邻原则和自相合特性进行迭代, 使(2)式地一步一步地减小, 直到满足  $|D^2(\mathbf{x}) - D^2_{i+1}(\mathbf{x})| < \varepsilon$ 。

同时, 对于任意的  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^d$ , 当它在曲线  $f(t)$  有多个相等的最小距离投影时, 记投影指标  $t_i(\mathbf{x})$  为使得  $\mathbf{x}$  和  $f(t)$  之间的距离最小的那个最大参数值  $t$ , 即

$$t_i(\mathbf{x}) = \sup \{t : \|\mathbf{x} - f(t)\| = \inf_r \|\mathbf{x} - f(r)\|\}$$

也就是说, 取弧长参数最大的投影点作为投影指标。从而保证了数据集  $\mathbf{x}$  上的点  $\mathbf{x}$  在曲线  $f(t)$  上的投影是唯一的。

本文选用的算法,使得生成曲线  $f$  没有自交、长度有限、且自相合(即  $f(t) = E(x|t, x=t)$ ), 所以光滑曲线  $f(t)$  即为数据集  $x$  的主曲线。

#### 4.3.2 三维模型的 HS-BR 主曲线性质

由于曲线取自身弧长为参数, 主曲线的投影指标  $t_f(x)$  含有序特征。则, 可微的三次主曲线从与投影指标对应的参数区间  $t_1$  到  $t_2$  的弧长为:

$$l = \int_{t_1}^{t_2} \|f'(t)\| dt$$

在  $t_i$  处正切于曲线的速度向量表示为:

$$f'(t_i) = \left( \frac{df_1}{dt}(t_i), \frac{df_2}{dt}(t_i), \dots, \frac{df_d}{dt}(t_i) \right)$$

如果  $f'(t_i)$  为单位切向量, 即  $\|f'(t_i)\| = 1$ , 此时主曲线为具有单位速度的参数曲线。则弧长  $l = t_{i_2} - t_{i_1}$ 。此时, 在有限闭区间上的曲线长度可以定义:

$$l(f, t_1, t_2) = \sup \sum_{i=1}^n \|f(t_i) - f(t_{i-1})\|$$

在  $t_i$  处曲线的加速度向量  $f''(t_i)$  表示为:

$$f''(t_i) = \left( \frac{d^2 f_1}{dt^2}(t_i), \frac{d^2 f_2}{dt^2}(t_i), \dots, \frac{d^2 f_d}{dt^2}(t_i) \right)$$

对单位速度参数曲线来说, 即为正交于正切向量的单位法向量。  $f''(t_i) / \|f''(t_i)\|$  称为在  $t_i$  处的曲线的主法向量。它度量了正切向量转向处的速率和方向, 并定义了参数曲线的曲率。最简单定义曲率的方法是构造一个与曲线有相同加速度的圆, 在该点处曲线的曲率半径定义为圆的半径, 曲线在  $t_i$  处的曲率中心定义为该圆的中心。易得:

$$r_c(t_i) = \frac{1}{\|f''(t_i)\|}$$

由空间曲线基本定理, 我们知道空间曲线的弧长、曲率和挠率都是固有运动的不变量(如旋转变换和平移变换,  $\det A = 1$ 。缩放变换不是固有运动)。除了空间位置之外, 一条空间曲线通常由曲率、挠率两个内蕴方程唯一地确定, 两者都是弧长的局部定义函数, 只描述一小段曲线的几何性质。

本文工作假设任意两个模型主曲线的弧长参数方向存在一致性, 可以直接比较形状信息。否则我们考虑从相反的方向沿弧长以参数  $t = 1-s$ , 对主曲线重新参数化。

由于缩放变换不是固有运动,本文在计算主曲线之前,使用PCA方法,对三维模型进行预处理:平移模型重心到原点解决空间位置差异;旋转模型使其三个PCA主方向对准坐标轴,近似地解决空间方位问题;缩放模型,使其坐标轴方向的最大尺寸归一化,解决比例缩放问题。

#### 4.4 三维模型形状信息的曲线描述

在得到弧长参数化的三次光顺样条主曲线后,我们沿着弧长方向将主曲线分割为若干等距区间,计算各分割点处的空间坐标位置作为形状信息采样。主曲线弧长方向上的均匀分割,需要使用对应的一阶、二阶导函数。由于主曲线为三次样条曲线,它以弧长为参数插值于各个投影点,故问题转化为三弯矩法、或三转角法估计三次插值样条曲线上任意点的各阶导函数问题[朱心雄 2000]。

由于本文算法得到的主曲线不闭合,所以本文选择自由端点条件,即主曲线起点和终点的二阶导数为0。今后将考虑建立具有复杂拓扑的主曲线,并使用周期端点条件。

根据三次样条函数的定义,当 $t \in [t_i, t_{i+1}]$ ,  $i=0,1,\dots,N-1$ ,它是一条有 $N$ 个节点的三次多项式,所以 $f'(t)$ 是曲线空间坐标和参数区间的线性函数; $f(t)$ 是曲线空间坐标和参数区间的二次函数。规定主曲线约束为自由端点条件。对于序列 $i=0,1,\dots,N-1$ ,记:

$$\begin{aligned} h_i &= t_{i+1} - t_i \\ \lambda_i &= \frac{h_i}{h_{i-1} + h_i} \\ \mu_i &= \frac{h_{i-1}}{h_{i-1} + h_i} \end{aligned}$$

令 $c_i = 3\mu_i \frac{f(t_{i+1}) - f(t_i)}{h_i} + 3\lambda_i \frac{f(t_i) - f(t_{i-1})}{h_{i-1}}$ 。补充自由端点条件, $f'(t_0) = f'(t_N) = 0$ ,得到两个补充方程 $c_0 = 3 \frac{f(t_1) - f(t_0)}{h_0}$ ,  $c_N = 3 \frac{f(t_N) - f(t_{N-1})}{h_{N-1}}$ ,记 $\mu_0 = 1, \lambda_N = 1$ 。于是求解下面的方程组,可以得到各投影点上的一阶导函数关系式:

$$\lambda_i m_{i-1} + 2m_i + \mu_i m_{i+1} = c_i, i=1,2,\dots,N-1$$

同理,令 $d_i = \frac{6}{h_{i-1} + h_i} \left[ \frac{f(t_{i+1}) - f(t_i)}{h_i} - \frac{f(t_i) - f(t_{i-1})}{h_{i-1}} \right]$ 补充自由端点条件 $f'(t_0) = f'(t_N) = 0$ ,

则求解下面的方程组可以得到主曲线上各投影点上的二阶导函数关系式:

$$\mu_i M_{i-1} + 2M_i + \lambda_i M_{i+1} = d_i, i=1,2,\dots,N-1$$

其中 $m_i = f'(t_i)$ ,  $M_i = f''(t_i)$ 分别为节点上的一阶、二阶导数。追赶法求解上述方程

组，可以求得自由端点条件各参数节点处的一至三阶导函数：

$$\begin{aligned} f'(t_i) &= m_i \\ f''(t_i) &= \frac{6}{h_i^2}(f(t_{i+1}) - f(t_i)) - \frac{2}{h_i}(2m_i + m_{i+1}) \\ f'''(t_i) &= \frac{12}{h_i^3}(f(t_i) - f(t_{i+1})) + \frac{6}{h_i^2}(m_i + m_{i+1}) \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned} f(t_i) &= -\frac{f(t_i)}{h_i} + \frac{f(t_{i+1})}{h_i} - \frac{h_i}{3}M_i - \frac{h_i}{6}M_{i+1} \\ f'(t_i) &= M_i \\ f''(t_i) &= \frac{M_{i+1} - M_i}{h_i} \end{aligned}$$

其中， $i=0,1,\dots,N-1$ 。对于节点向量出现重复的情况，本文忽略对应顶点对曲线形状的影响，只在区间密度上予以考虑。至此主曲线任意点的空间坐标位置  $P_i(s)$ 、以及一至三阶导函数可以计算。进而可以计算出沿弧长均匀分割的  $N$  个采样点的带权曲率  $\kappa_i(s)$  和挠率  $\tau_i(s)$ ，从而构成该分割区间上的带权形状描述采样三元组：

$$O_i = (P_i(s), \kappa_i(s), \tau_i(s)), i=1, \dots, N$$

其中： $\tau_i(s) = \beta \cdot \frac{1}{\kappa_i^2}(f''(t_i), f(t_i) \times f'(t_i))$ ， $\kappa_i(s) = \alpha \cdot |f'(t_i)|$ ， $\alpha, \beta$  为权。至此得到一个由所有等距分割采样点形状描述三元组构成的形状描述向量，定义它为基于主曲线方法的模型形状描述子，即：

$$O = \{O_0, O_1, \dots, O_{N-1}\}$$

考虑三维模型在各种应用处理中，经常会被局部或者整体地进行简化或细分，从而得到分辨率不同、但是外形依然相似的新模型。故此，外形相似、分辨率不同的模型顶点集，将各自在外形相似的主曲线上生成数目不等的投影点。这样在以弧长进行参数化的主曲线上，不同模型的同一段弧长分割区间内，将落入数目不等的投影点。因此我们定义等距区间采样系数为投影点的疏密分布概率：

$$\omega_i = \frac{\text{采样区间投影点数目 } v_i}{\text{网格模型总的顶点数目 } V}$$

#### 4.5 相似度计算和形状匹配

三维模型的相似性度量方法多数是由图像相似度量方法推广过来的。目前三维模型检索工作中有很多的距离计算方法。一般情况下 Euclidean 距离度量时易产生变形、失真，所以常用 Hausdorff 距离来比较两个不同尺寸的点集之间的距离，以解决噪声和局部遮挡问题。但本文对曲线形状信息均匀分割采样，所以选

择前者。

自由曲线匹配算法可以分为两类：一为曲率极值法。但是很难精确定位，特别是面对的是光滑曲线时。曲线的微小变化都会改变大量的曲率极值以及它们在曲线上的位置。同时曲率对噪声是敏感的。另外一类方法转换曲线为一个局部的、旋转和平移不变的特征（如曲率和挠率），从而将曲线匹配问题转化为一维的数值匹配问题。这种算法比前一种更为健壮。由于按弧长采样去获得点集，但弧长对噪声是敏感的，所以这种算法对噪声也是敏感的[Besl 1992][Zhang 1994]。

本文三维模型主曲线是光滑的三次样条曲线。弧长、曲率和挠率受噪声的影响很小。但局部几何位置的微小变化，对曲率挠率则产生较大的变化。

对于主从三维模型两条光滑的三次样条主曲线，本文使用 ICP 方法[Zhang 1994]，对主模型的主曲线分割采样获得的主带权形状描述  $O^*$  和从模型的主曲线分割采样获得的从带权形状描述  $O^*$  进行全局最优的刚性配准，其目标函数为：

$$\min F(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-1} \omega_i \|\mathbf{R}\mathbf{O}_i^* + \mathbf{t} - \mathbf{O}_i^*\|^2$$

其中  $N$  为采样点集大小， $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{t}$  分别为满足上述最优目标函数的从集  $O^*$  到主集  $O^*$  的旋转变换矩阵、平移变换向量。记

$$d(O^*, O^*) = \min F(\mathbf{R}, \mathbf{t})$$

于是以  $d(O^*, O^*)$  作为衡量主从两个模型之间的相似度。显然距离  $d(O^*, O^*)$  越小，描述子的差别就越小，两个物体之间的相似程度就越高。

#### 4.6 实验结果分析

我们在 Princeton 大学三维模型数据库上，随机选择了花草鱼鸟、器皿、刀枪、桌椅等 14 类共 240 个模型进行了实验。其中四足兽 12 个、人体模型 60 个、椅子模型 36 个、花草模型 20 个、客机模型 33 个、坦克和汽车模型 25 个。

全部 240 数据的主曲线拟合、特征提取工作在 Intel Pentium III 733 MHz 处理器，1GB 内存的计算环境里用时 5 小时 30 分钟，得到 77.2M 的拟合曲线数据集，平均 4.27 分钟/M。对于全部 240 个特征向量的全匹配运算，即全部 240X240 个特征向量的两两匹配运算用时 2 小时 03 分，平均单次匹配用时 0.128 秒。

部分模型的主曲线如图 4.1 所示，显然它们的形状体现出三维模型形状的相似性。其中图 4.1 第一行的第 1 至第 4 图片为顶点数目分别为 35947、8171、1889 和 453 等不同分辨率的 Bunny 模型主曲线。该实验结果表明，算法对噪声、分辨

率模型的匹配是稳定的。第一行第 5 张图片为旋转以后得到的 Bunny 模型，除位置和角度外，其外形与其他四张图片基本一致，说明了该算法对旋转变换是稳定的。

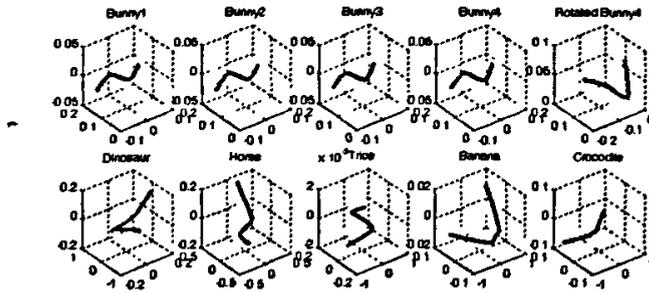


Fig.4.1. Views of Principal Curvature

图 4.1 主曲线的空间视图

图 4.2 为四个不同分辨率的 Bunny 模型主曲线的正视图，最右端的图片为四个不同分辨率的 Bunny 模型主曲线叠加后的比对效果。这些实验的数据结果在表 4.1 中给出。其中旋转前后的 Bunny 模型相似度数量级为  $1.0e-009$ ，而没有旋转但分辨率不同的模型之间的相似度数量级为  $1.0e-007$ 。显然，旋转变换没有影响到模型的相似程度衡量。



Fig.4.2. Principal Curve of Bunny of Different Resolutions

图 4.2 不同分辨率 Bunny 的生成主曲线

Bunny1	Bunny2	Bunny3	Bunny4	Bunny5	Horse	Crocodile	Dinosaur	Delphin	Banana	Female	
Bunny1	0	3.3482e-007	2.0542e-007	9.9476e-007	9.8972e-007	0.0410	0.0008	0.0079	0.0080	0.0015	0.0005
Bunny2		0	4.2569e-007	1.7482e-006	1.7277e-006	0.0409	0.0008	0.0077	0.0086	0.0013	0.0003
Bunny3			0	4.1325e-007	4.0215e-007	0.0411	0.0009	0.0080	0.0089	0.0016	0.0006
Bunny4				0	1.8358e-009	0.0412	0.0010	0.0081	0.0090	0.0018	0.0007
Bunny5					0	0.0412	0.0010	0.0080	0.0080	0.0018	0.0007
Horse						0	0.0061	0.0060	0.0079	0.0048	0.0048
Crocodile							0	0.0061	0.0081	0.0012	1.2228e-004
Dinosaur								0	0.0097	0.0025	0.0014
Delphin									0	0.0021	0.0074
Banana										0	0.0061
Female											0

Table 4.1. Distance matrices for similarity measures

表 4.1 模型匹配距离矩阵

部分模型检索结果在图 4.3 中给出。图中按照相似程度降序的方式，给出了前 8 个结果。其中第一列为检索目标，在检索实验中，它们均被检索出来并排列在第一位。排列在第二位的模型可以说明该方法的查准情况。实验表明，部分模

型的形状匹配结果出现鸟类误检索出四足兽的情况（如图 4.3 第二行），多数情况下查准情况比较理想。

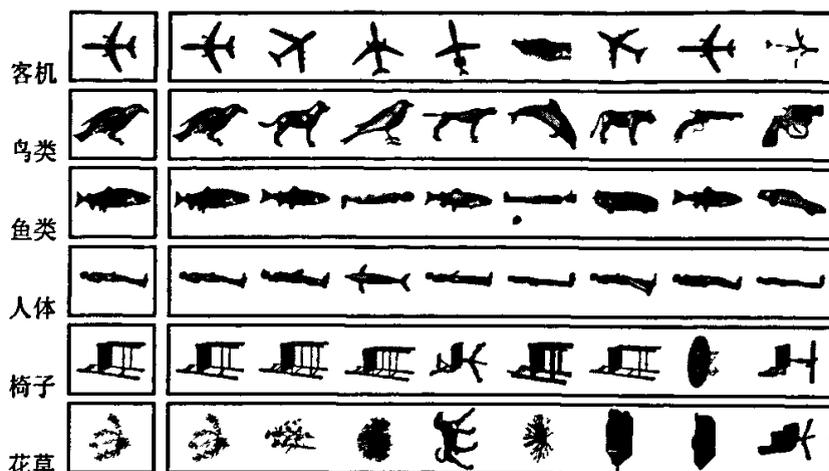


Fig. 4.3 Results of the search experiment, target on left and results on right

图4.3 部分检索实验结果，左列为检索目标，右列为前八个检索结果

图 4.4 左图为其中 58 个模型的相似距离矩阵，所有 240 个模型的相似距离矩阵如图 4.4 右图所示。图中高相似度表示为黑点，低相似度表示为白色的点。图 4.4 显示，部分客机模型、身材较长的四足兽与直立人体模型的分辩较为模糊，但是从图 4.3 给出的人体检索、客机检索结果看，虽然两类模型相似度很高，但是排列在前几位的模型仍然比较理想。

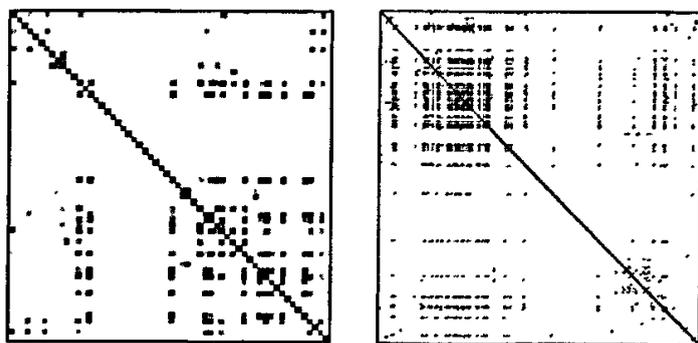


Fig. 4.4. Similarity matrix of 5 categories 58 models (left) and 14 categories 240 models (right)

图 4.4 模型相似度矩阵，左图使用了 5 类共 58 个模型，右图使用了 14 类共 240 个模型

图 4.4 的右图模型分布自上至下、自左至右，分别是鸟类模型 5 个、鱼类模型 11 个、四足兽类模型 12 个、人体模型 60 个、手的模型 7 个、器皿模型 6 个、枪的模型 13 个、椅子模型 36 个、桌子模型 12 个、花草模型 20 个、飞机模型 33 个、坦克和汽车模型 25 个。图中可见，靠上靠左的位置处 11 个鱼类模型、左上角处大块区域的 60 个人体模型在有明显的聚类分布，右下角的 33 飞机模型和 25 坦克汽车模型形成了明显的聚类分布。同时，左下方和右上方显著的水平

和垂直分布表明, 鱼类、人体模型、及飞机模型的类间距离较小, 分辨较为模糊。但是从图 4.3 给出的鱼类、人体和飞机检索结果看, 虽然三类模型相似度很高, 但是排列在前几位的模型仍然比较理想。

#### 4.7 小结

本章工作提出了使用主曲线作为三维模型的骨架, 来描述其形状特征, 定义。由主曲线理论可知, 三维模型的数据分布存在有限二阶矩, 故其主曲线是唯一存在的。将空间分布不均匀的三维模型形状描述问题, 转换为有序的、沿具有不变性的曲线弧长均匀分割采样的一维流形形状描述问题, 可以得到稳定的形状特征描述。在对模型进行 PCA 预处理后, 使用 ICP 比较主曲线, 基本消除缩放对主曲线几何位置、以及曲率和挠率信息的影响。类似的工作, 也可以在对主曲线弧长归一化后再进行均匀分割采样, 将得到效率更高的算法。

目前, 该工作尚存在如下几个方面需要进一步考虑的问题:

首先, 由于主曲线属于非线性拟合技术, 在形状描述精度得到提高的同时, 其缺陷是计算量略大。目前来看, 对于一般三维模型来说, 每兆数据(如, 一个 16049 顶点、31432 面片、0 体三维模型)的离线特征提取时间约为 4.2 分钟。如何提高计算效率, 是下一步必须考虑的问题。

其次, 噪声带来的影响是使得顶点被投影到主曲线上采样区间的不同位置、甚至是不同的采样区间, 从而给该描述子的精度带来影响。模型局部不均匀简化或者细分会对等距区间采样系数产生影响, 从而导致主曲线计算的差别。与 [Sundar 2003]的工作相比, 由于本文使用的三维模型骨架为三次的光顺曲线, 拓扑结构简单, 所以本文工作对多分辨率、局部形变等噪声因素干扰更为健壮。且本文描述子的生成速度更快。

第三, 由于三维模型的整体主曲线结构简单, 信息丢失较多, 该工作的查全问题还值得进一步深入研究。今后的工作将考虑建立结构性广义主曲线, 以更加精确地描述三维模型骨架的分支、交叉、闭合等特征。同时对于主曲线上的一些拓扑不变、不很稳定的曲率、挠率信息, 将考虑以新的形式给出不变量。空间曲线的圆度、凹度、细长度、离心率、代数矩等信息也是值得尝试的形状描述方法。同时更好的模型匹配方法也是下一步的研究目标。

使用主曲面方法表示和提取三维模型的形状, 也是一种可以考虑的方法 [Chang 2000][Chang 1999][Faugeras 1983], 但是其检索效率有待于考察。

## 第5章 数字人表面数据的融合与分割

### 5.1 概述

中国数字化虚拟人的研究计划中,除了要求建立人体各个层次的生理、物理和运动数字模型之外,也将提供一个静态的几何模型,为分析计算和仿真模拟提供一个基础数据平台。这样一个静态的几何模型的建立工程中,大规模的点云数据融合,以及曲线曲面网格模型重建工作,是本章研究的背景之一。

同时,各种人体三维扫描的商业系统中,由于系统配准问题导致的带噪声扫描数据融合,也是本章研究的背景之一。

三维扫描技术的成熟,使得对人体尺寸的精确测量和快速计算成为可能。目前,通过三维扫描方法建立的人体尺寸测量数据集合,广泛地在人体形态、服装设计、多媒体动画制作、雕塑及文物复制等领域。与传统人体测量方法相比,三维扫描技术具有速度快、免接触、精度高、自动化程度高等特点。

基于普查的目的,人体尺寸测量要求商业扫描系统提供多种扫描姿势下数十个标记点的准确空间坐标,并提供可自动去除身体上所粘贴标记点的功能。针对这种需求,常用的方法是在被测人体表面指定的特征位置,粘附上一个直径10mm,高度20mm的圆柱状物,称为特征点标记。粘附面上,圆柱的中心对应着需要测量特征点的位置。在人体扫描数据中的对应位置,将产生一个局部凸起。如何分割提取定位特征点标记、并计算相关的测量项目,是主要考虑的问题。

由此数十个特征点标记衍生的测量项目多达一百多个。如:眼外角、眉间、左右耳屏、左右肩峰等特征点定位;颈侧腋后弧长、眉间顶颈弧长、腋后肘长等各体表曲线长度;最大体宽、头冠状围等各部分躯干宽度、围度和厚度;以及腕围、腕关节围、食指近位宽等到手部尺寸数据。基于上述人体三维扫描数据,国际上已经展开了在人体测量学[Jones 1997][Paquet 2000a]、服装设计[Pargas 1997][Protopsaltou 2002][Cordier 2003]、虚拟人体动画[Starck 2003]、系列相关标准制订等领域的广泛研究工作。

### 5.2 噪声数据处理的相关工作

人体尺寸测量计划工作中,原始的扫描数据集合往往无法直接使用,因为它们是无序的,而且往往包含很多错误。

比如遮挡导致的细缝和大量空洞、多摄像机采集带来的多层结构（如图 5.1 所示）配准噪声等等。对三维人体扫描系统的输出数据进行滤波、拟合、去除身体上所粘贴的特征标记物、多层网格的结构融合、填充修补网格拓扑、特征计算、特征提取成为必需的研究工作。图 5.1. a-5.1. d 给出了由于系统配准不佳，产生的人体扫描腰侧第一点断层面的错误输出。自左至右，图 5.1. a 为扫描断层全图，图 5.1. b-5.1. d 是与图 5.1. a 中三个矩形区域依次对应的放大细节，它们分别为：左臂局部噪声细节放大、腰侧第一点的尖锐特征点标记区域放大、以及右臂局部噪声细节放大。

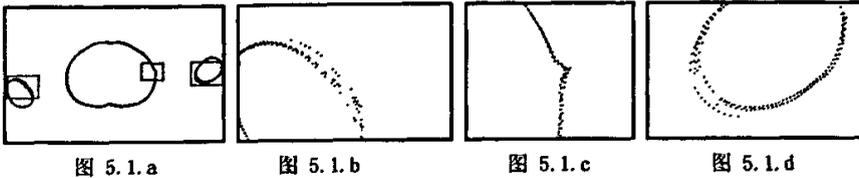


图 5.1. a

图 5.1. b

图 5.1. c

图 5.1. d

Fig. 5.1. Data of WHB scan and zoom of detail

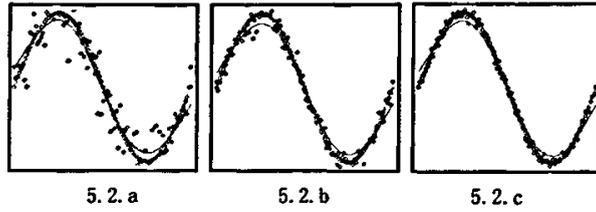
图 5.1 三维人体扫描的水平数据及其局部噪声细节放大

平滑噪声数据的光顺拟合方法有很多种。实验表明， $\alpha$ -B 样条和最小二乘法、HS 和 BR 主曲线对上述数据集合拟合的结果，均导致图 5.1. c 中特征点标记的细节丢失，都不能解决我们的问题。

齐东旭教授在 1975 提出了盈亏修正的思想并多次应用[齐东旭 1974]。这与 C. de Boor 为回答一位导弹发射场数据拟合科学家的问题在 1979 年所作的一次报告不谋而合。1991 年前者简略地发表了他与后者共同探讨的研究结果[齐东旭 1991]。2003 年文献[蔺宏伟 2003]基于盈亏修正的思想，给出了迭代非均匀 B 样条拟合给定点集。他们的工作都在保持 B 样条原有形式的插值和拟合的同时，避免了反求控制点，得到了精度不同的拟合曲线曲面。但三者都要求给定的点集是有序的，这与本文数据集合的特征不符。

我们针对配准效果不佳的三维人体扫描数据，基于 KS 主曲线方法实现了特征区域的曲线拟合，并通过曲率估计方法来定位标记特征点，最后去除标记凸起。同时采用了特征区域分割的优化策略，大大加速了人体扫描数据的特征搜索。

基于线性主成分分析，主曲线求解数据集最优的非线性归纳，拟合结果不再是直线，而是曲线或者曲面，因此能够更精确描述真实数据。这样的曲线或者曲面从数据的“中间”光滑地通过，是对数据集合的光滑线性平均，使得数据点集合到曲线的正交距离最小。



5.2.a                      5.2.b                      5.2.c  
Fig. 5.2. Principal curve of sin with noise

图 5.2 具有噪声的正弦曲线及其主曲线逼近

图 5.2 带噪声的正弦信号的实验结果。图 5.2. a—5.2. c 粗线为原始正弦信号，圆圈为带有 20%、10%、5% 的正弦噪声信号，细线表示的 HS-BR 主曲线拟合点很好地逼近原始信号。但是实验表明，HS-BR 主曲线将本章工作要求提取的局部特征标记作为局部噪声而过滤掉。本章选用的 KS 主曲线则满足了我们的工作要求。

根据上述已有研究工作可以得知，定义在有限空间内的三维人体扫描数据，由于任意层面测量点集的分布存在有限二阶矩，所以它的主曲线唯一存在。

目前，主曲线在二维空间做图像处理 and 识别的工作已经有了很多成功的先例。在各种应用领域数据集的特征提取工作中，被用来抽取数据集的低维特征、获取数据的序关系，取得了经典性的成功。

本章对三维空间的人体尺寸测量工作中，人体扫描数据的平面数据信息进行处理。

### 5.3 测量点集的非线性拟合

#### 5.3.1 基于 K-means 的 KS 主曲线拟合

如在本文 4.6 节介绍，[Verbeek 2001][Verbeek 2000] 给出的 KS 主曲线算法，采用局部主成分方法来形成 K 条线段，并依据光滑性来连接形成主曲线。KS 主曲线算法首先推广 K 均值聚类，在三维模型在数据集中分割出较好的 K 条直线段。然后定义数据集合的有限概率加权 Voronoi 区域分割为  $v_1, \dots, v_k$ ，使得  $v_i$  包含距第  $i$  条直线段最近的所有点。最后 K 条直线段分解为集合  $s_1, \dots, s_k$ ，使得所有点距其最近直线段的全平方距离最小，即

$$\sum_{i=1}^k \sum_{x \in v_i} d(x, s_i)^2 \quad (17)$$

多数情况下不能预先确定线段数目，故初始化线段数目为 1，然后在迭代中不断插入一个长度为零的线段。最后得到的 KS 主曲线，是由局部第一主成分线段的端点序列构成的一个优化的、拟合的 Hamiltonian 路。算法对噪声不敏感。拓扑上解决了自交、封闭。

我们期望使用若干条 KS 主曲线，来拟合人体尺寸测量中、单根水平扫描线上的测量点数据集。由于暂时不要求重建人体外表闭合的三维网格，而只是期望分割出局部特征点标记所在区域；同时由于使用了模糊分区策略，所以本文没有讨论闭合主曲线。

### 5.3.2 定义在测量点集上的 KS 主曲线

根据 KS 主曲线算法，我们可以计算出曲线上与原始数据集相对应的密集的采样点，或者根据实际需要，指定采样密度。

由于 KS 主曲线没有显式地提供弧长参数，所以本文以累积弦长参数化，代替以弧长为参数的自然参数化。实验证明，主曲线精度没有因此明显降低，但是算法的运算速度得到了大幅度的提高。

本文定义人体尺寸测量中的三维顶点集合，为  $d=3$  维的、二阶矩有限的随机向量集合  $\mathbf{x}_n=(x_1, \dots, x_d)$ ，其主曲线定义如下。

令  $\mathbf{r}(t)=(f_1(t), \dots, f_d(t))$  是  $\mathbb{R}^d$  空间、以累积弦长  $t \in \mathbb{R}$  参数化的三次光滑样条曲线，其形式为： $\mathbf{x}=\mathbf{r}(t)+\mathbf{e}$ 。其中  $\mathbf{e}$  独立同分布噪声，与  $t$  无关。 $\mathbf{x}$  与曲线  $\mathbf{r}(t)$  的距离函数定义为：

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \inf_{t \in \mathbb{R}} \|\mathbf{r}(t) - \mathbf{x}\|$$

由于 KS 算法生成的曲线  $\mathbf{r}$  是自相合（即  $\mathbf{r}(t) = E(\mathbf{x} | t_r(\mathbf{x}) = t)$ ），且没有自交、长度有限，故光滑曲线  $\mathbf{r}(t)$  即为数据集  $\mathbf{x}$  的主曲线。

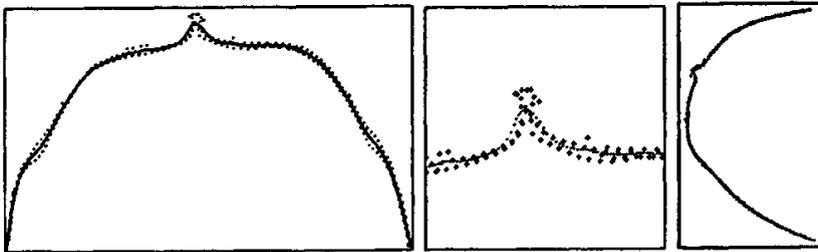


Fig. 5.3. Principal curve fitting of HB Scans line with noise

图 5.3 带有噪声的扫描线及其主曲线拟合结果

图 5.3 是本文使用 KS 算法，对眉间点、腰侧第二点扫描数据集进行拟合的结果。图中我们看到，拟合曲线在扫描点集中间穿过，达到了很好的拟合效果。同时在特征点标记凸起的附近，我们看到，拟合曲线能很好地描述了局部细节，同时对噪声干扰表现出非常低的敏感性。

#### 5.4 拟和曲线上任意点的曲率估计

目前,分割工作中的曲率估计方法可以分为三类:曲面拟合法、直接曲率法和曲线拟合法。曲面拟合法较为健壮,对噪声不敏感,但是计算量最大;直接曲率法对噪声比较敏感,但计算量最小;曲线拟合法能够方便地计算方向性曲率,多数已有工作均提供高斯曲率、平均曲率以及主曲率和主方向的计算方法。曲线拟合法计算量适中,且精度较高,是多数情况下的选择。另外,投票法计算曲率也是一种新的、较为成功的尝试。

由于主曲线是光顺的,故 $r(t)$ 在任意参数位置 $t$ 处,存在曲线的二阶导函数,可以计算曲线上任意一点的曲率,并据此对局部特征点标记区域进行分割计算。

主曲线拟合后的扫描线已经提供累积弦长逼近弧长参数化;且本文的扫描线之间互相平行,故本文以光顺的三次样条曲线表示单根主曲线。对主曲线的曲率计算,转化为对光顺的三次样条曲线求取二阶导函数,再计算弧长方向的曲率。由于主曲线为三次样条曲线,它以弧长为参数插值于各个投影点,可以使用三弯矩法,估计三次插值样条曲线上任意点的各阶导函数[Poliakoff 1999]。

由于目标是计算局部特征点标记区域的曲率,故选择自由端点条件,即主曲线起点和终点的二阶导数为0。对于节点向量出现重复的情况,通过排序,忽略对应顶点对曲线形状的影响。至此主曲线任意点处的二阶导函数可以计算,进而计算出曲线上任意点的曲率为:

$$\kappa(t) = |r''(t)|.$$

由于测量方法不能保证被扫描人体面部方向对准正前方,故曲率水平坐标轴与测量点水平坐标轴之间存在偏转。此处选择偏转效果较小的眉间点作为近似叠加说明。

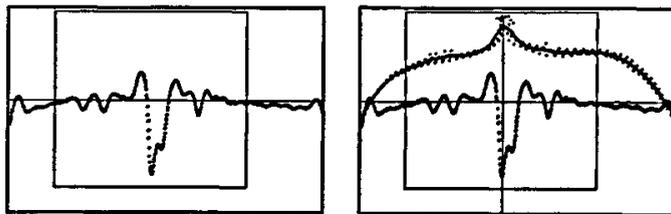


Fig. 5.4. Curvature of principal curve (Left) and compare to HB Scans line (Right)

图 5.4 主曲线曲率图(左图)及曲率与扫描线数据的近似叠加比较(右图)

图 5.4 中的矩形框给出了眉间点所在扫描线变量化模糊分区。图 5.4 左图为变量化模糊分区内,主曲线的曲率计算结果。图 5.4 右图为曲率计算与对应的原始扫描线、主曲线的近似叠加比较。该图说明,在特征点标记附近,曲率取得局部极小值,且曲率局部极小值两侧一定物理距离 $\pm \epsilon$ 范围内,存在若干曲率过零

点。

本文数据处理范围均限定在包含目标测量点的模糊分区内。

### 5.5 基于骨架树的变量化模糊分区搜索策略

人体尺寸测量的一个典型数据集包含 407,003 个测量点，需要 14.02M 的数据存储空间。但系统任务只是从中定位几十个特征点标记的空间坐标位置。因此在考虑算法准确性的同时，也必须考虑算法的高效性。

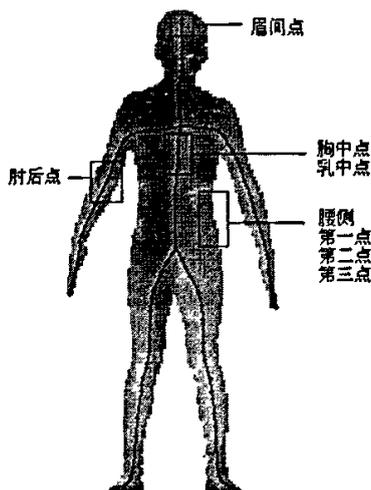


Fig. 5.5. Skeleton Tree of HB Scans  
图 5.5 人体骨架树

根据扫描人体的整体尺寸和结构，我们提出基于人体骨架树，对特征点标记区域的相对位置进行快速的变量化模糊搜索。如图 5.5 所示。

首先，根据 1986 年-1987 年间中国标准化研究院组织的第一次全国人体测量数据，以及由此制定的人体尺寸国家标准，计算 22 个特征点与人体身高、体厚、体宽的相对统计比例。

然后，按这三个统计比例系数，针对每个测量个体，计算 22 个特征点相对身高、体厚、体宽的统计位置。

最后，以每个特征点统计位置为中心，计算出一个包含特征点标记的立体子空间。

对于不同位置的特征标记点，其子空间尺寸不同。如胸中点与乳中点的立体子空间合并；腰侧第一、第二、第三点的立体子空间合并；肘后点、眉间点的独立立体子空间则相对较小。

在此子空间内对测量点进行曲率特征的分割提取，最终返回该区域内的所有

的特征点标记的准确位置。当在此子空间内没有发现明显的曲率峰值时,算法报警,作为后备措施,手工交互方式启动,指定该立体子空间所作位置。目前的实验数据尚未发生报警情况。

这样就只需要对几十个特征点标记所在的模糊区域进行高效局部搜索,而不是对数以十万计的全部测量点进行低效搜索和运算。

## 5.6 实验结果分析

### 5.6.1 特征点标记位置的估计

对扫描数据的抽样实验证明,在特征点标记处曲率取局部极小值。由于模糊分区策略的局部性,估计目标特征点的曲率为立体子空间内、该扫描线上的最小值。同时,由于扫描间距和标记物之间的相对尺寸,在标记点附近只有4~5条扫描线上具有有效的特征曲率分布。实验证明,给定一个曲率域值,即可以在模糊分区内准确找到这几条曲线(如图5.6所示)。

同样由于扫描间距和标记物之间的相对尺寸,有效的特征曲率分割点,应该分布在有效扫描线上,曲率极小值两侧一定物理距离 $\pm\varepsilon$ 内的分割区间上。至此,可以得到目标特征点在该扫描线上的初步估计位置。

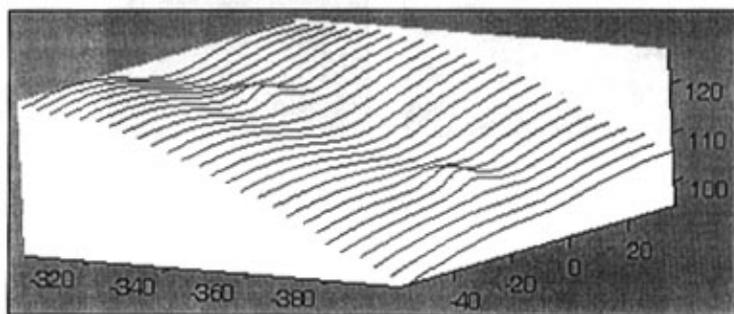


Fig. 5.6. Fitting curve of HB scans line near feature points

图 5.6 标记特征点附近的扫描数据的KS拟和曲线

由于在实际测量中,不能保证被测对象准确面对正前方,故特征点标记的空间位置不在曲率局部最小值向主曲线的正投影点上。同时测量中,特征点标记的尺寸跨越了若干扫描线,故其估计位置的最终确定,应该是连续若干条扫描线上对特征点标记位置估计的综合。

### 5.6.2 模糊分区及分割区间的提取

胸中点、乳间中点模糊分区内有效扫描线如图5.7所示。左图为原始带噪声扫描测量点数据集合;中图为使用KS主曲线,对模糊分区内的扫描线进行非线性拟和结果;右图为拟和曲线上,由曲率极小值两侧的过零点对,构成的分割区

间边界。

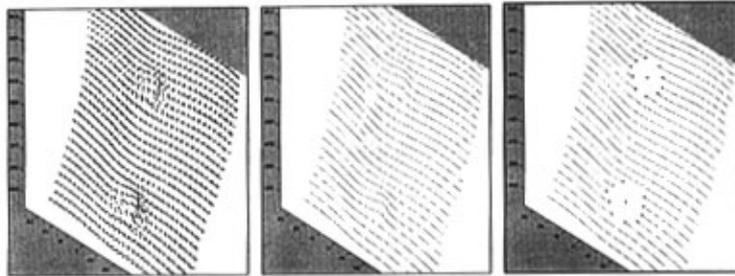


Fig.5.7. Fuzzy partition (Left), fitting curve (Middle) and segmentation (Right)

图 5.7 模糊分区内的扫描测量点（左）、KS拟和曲线（中）、及曲率分割结果（右）

图 5.8 为肘点（左图）附近以及胸中点（右图）扫描测量点，以及拟和分割后的特征点标记区域渲染效果。对左图的红色集中区域内、以及右图的两个蓝色集中区域内进行三角片细分，然后计算面积加权的重心，最终得到对应特征点标记的位置估计（图 5.7 右图）。

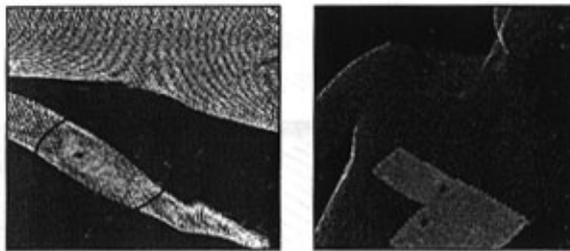


Fig.5.8. Render image of elbow point (Left) and chest points (Right)

图 5.8 肘点（左）、胸中点（右）的目标特征区域渲染

## 5.7 小结

本文针对人体尺寸测量数据集合进行以扫描线为单位，进行非线性拟合，在去噪声的同时，得到了精确的局部特征点标记区域计算。为了使计算满足实时测量的要求，部分工作没有得到理论最优的结果。

在下一步对依据人体扫描数据进行外形整体建模时，我们将考虑建立具有周期边界条件的闭合主曲线。未来的工作还将考虑基于特征点标记附近的局部点云或网格，进行局部坐标系内解析曲面的拟合来消除局部噪声的影响。通过精确计算曲面的二阶导函数，得到特征点标记区域的高斯曲率/平均曲率或者主曲率的精确估计，进而更加精确地定位特征点标记。当然这种算法的代价是较大的运算量。也可以考虑采用五点式曲线拟合来进行曲率估计，以较小的运算量得到较高的健壮性，和更为平滑的曲线曲率。

推广主曲线描述到主曲面描述同样是本文的一种考虑，但必须突破 KS 主曲线理论上固有的缺陷，有一定的难度。

对于中国数字人的人体表面数据融合重建，除了采用 Marching Cube 方法外，同样可以考虑建立水平集，对每个水平集内的噪声数据按本章介绍的方式进行融合。

## 第 6 章 三维网格分割的最短路径算法

### 6.1 概述

寻找任意两个顶点间的最短路径,是三维网格模型的基本计算问题,也是目前网格模型有意义的分割、机器视觉、模式识别等热点研究工作必须面对的基础问题。

文献[Dijkstra 1959][周培德 2000][Cormen 2001]给出了一般网络图上最短路径的经典算法,如Dijkstra和Floyd算法等,都是基于邻接矩阵。但是在三维模型上直接使用这些算法将产生存储的巨大浪费和邻接关系检索的低效率。已有的三维模型最短路径算法,可以分为精确算法和逼近算法两类[Sharir 1986][Chen 1990][Kanai 2001][Lanthier 1997][Polthier 1998]。但无论是那种算法,在这些研究工作中,网格模型的数据组织方式将直接影响到最短路径的计算效率。

本章基于网格模型邻接关系的CSR (Compressed Storage Format) 数据结构,实现了保留中间计算结果的Dijkstra算法,提高了邻接关系检索速度,节省存储空间。本章工作为第七章聚类分割三维网格模型的工作,提供了在模型的网格表面定义测地距离,基于测地距离进行聚类的前期准备。

### 6.2 三维网格模型的存储

#### 6.2.1 网格邻接关系的存储结构

对于具有 $n$ 个顶点的三维模型中,任意顶点的度数都远远小于顶点数目 $n$ 。由此生成的 $n \times n$ 邻接矩阵必然是稀疏对称矩阵。以Stanford Bunny模型为例,原始扫描模型有362,272个顶点,重构后的三维模型顶点数为35,947,每个顶点的邻接边数目不超过10。但其邻接矩阵维数达 $35947 \times 35947$ 。用这样的方式来组织该模型,显然是不合适的,其存储空间的浪费是巨大的。

邻接矩阵、邻接表、邻接多重边表和半边数据结构是描述网络图邻接关系的一般选择。

邻接表将邻接矩阵的每行改为单链表存储,具有 $n$ 个顶点三维模型,可以用 $n$ 个单链表构成的链表数组存放。每个单链表链接一个顶点发出的所有边结点,链表长度即为对应的顶点的度数。这样的存储结构中,三维模型同一条边在邻接表



从  $v\_adj[i]$  开始, 到  $v\_adj[i+1]$  结束, 但不含  $v\_adj[i+1]$ 。即, 从边数组元素  $e\_adjcy[v\_adj[i]]$  开始, 到边数组元素  $e\_adjcy[v\_adj[i+1]-1]$ 。每个顶点的邻接列表连续存放在数组  $e\_adjcy$  中, 由数组  $v\_adj$  指定邻接列表的起始和终止位置。

数组  $v\_adj[n+1]$  和  $e\_adjcy[2m]$  提供了三维模型的拓扑信息。数组  $v\_wgt[n*ncnt]$  和数组  $e\_adjwgt[2m]$  提供了三维模型的权值信息。

顶点权值存放在数组  $v\_wgt[n*ncnt]$  内, 其中  $ncnt$  为每个顶点关联的权值个数。第  $i$  个顶点的权值存放在  $v\_wgt[i*ncnt]$  开始的连续  $ncnt$  个数组元素内。如果每个顶点只有一个权值的话, 数组  $v\_wgt$  就只有  $n$  个元素, 数组元素  $v\_wgt[i]$  存放的就是第  $i$  个顶点的权值。

边权值存放在数组  $e\_adjwgt[2m]$  中。每条边的权值与其邻接关系数组  $e\_adjcy[2m]$  对应, 也存储两次以便于索引。

## 6.3 最短路径算法

### 6.3.1 Dijkstra 算法

设图  $G$  中最接近于起始点  $s$  的  $m$  个结点, 以及从起始点  $s$  到这些结点中每一个结点的最短路径。对始点  $s$  和这  $m$  个结点着色。最接近  $s$  的第  $m+1$  个结点可以按照如下方法求得 [Dijkstra 1959] [周培德 2000]:

对于每个没有着色的结点  $t$ , 考虑所有已经着色的  $m$  个结点  $x$ , 把弧  $(x, t)$  接在从  $s$  到  $x$  的最短路径后面, 这样得到从  $s$  到  $t$  的  $m$  条不同的路。从这  $m$  条路中选择最短的路, 就是从  $s$  到  $t$  的最短路径。

即对每个没有着色的结点  $t$ , 定义

$$d(t) = \min \{d(x), d(x) + a(x, t)\}$$

$d(t)$  为从起始点  $s$  到  $t$  的最短路径的长度, 路径上的顶点已经着色。  $a(x, t)$  表示弧的长度。对于所有未着色的结点, 如果  $d(t) = \infty$  则算法终止。因为它表示从起始点  $s$  到任意未着色结点  $t$  都没有路。假设图  $G$  有  $n$  个顶点, 则至多有  $\binom{n}{2}$  条边, 此时 Dijkstra 算法的时间复杂度为  $O(n^3)$ 。如果注意到每次循环中不必重新检验这些边, 则时间复杂度为  $O(n^2)$ 。

本文定义图  $G$  为由三维模型顶点及其邻接关系构成的无向图。

### 6.3.2 三维网格模型的最短路径算法

对于  $n$  边的三维模型, 最短路径的逼近算法精度较低。他们一般都是首先细分三维模型, 然后构造细分网格带权图, 最后求解带权图中任意两点的最短路径。Lanthier 等[Lanthier 1997]在原始边上插入新结点, 然后在由原始顶点和新结点构成的新网格模型上, 使用 Dijkstra 算法获得最短路径, 该算法的复杂度为  $O(n \log n)$ 。Kanai 等首先在网格模型的原始边上插入数目不等的 Steiner 细分点[Kanai 2001], 连接三角片的顶点与对边上的细分点, 得到衍生边; 然后对新的网格带权图中应用 Dijkstra 算法求最短路径; 迭代这一过程, 直到满足终止条件。该算法的缺陷是, 第一次插入 Steiner 细分点的工作要在整个网格模型进行; 且下一次迭代使用的网格带权图是上一次迭代的子图, 对于某些路径上的顶点, 有可能出现不收敛的情况。

精确计算最短路径在时间和空间上耗费很高的代价, Sharir 等[Sharir 1986]算法时间复杂性为  $O(n^3 \log n)$ ; Chen 等[Chen 1990]根据连续 Dijkstra 算法的时间复杂性为  $O(n^2 \log n)$ , 但只能处理凸多边形网格。Kanai 等[Kanai 2001]对其进行扩展, 得到了可以处理凹多边形网格的、效率最高的最短路径精确算法。

上述工作均只是在理论上讨论了算法的复杂度, 没有给出算法实现上的数据组织结构问题。但显然不同的数据组织方式, 会产生算法不同的应用复杂度。

### 6.4 具有 CSR 邻接关系存储的 Dijkstra 算法

基于 CSR 存储结构的网格模型最短路径算法描述如下[孙晓鹏, 李华 2005d]。假设已知具有  $n$  个顶点三维模型上起始顶点 source 到顶点 destination, 求它们之间的最短路径长度, 并返回最短路径上的顶点序列。

算法以动态数组 dist[n] 存储从源点到其他顶点的最短路径长度; 以动态数组 tag[n] 标记从源点出发到该顶点的最短路径是否已经计算完毕; 动态数组 path[n] 存储从源点出发到到该顶点的最短路径上的上一个顶点, 依次检索该数组可以找到最短路径上的其他所有顶点。这些动态数组将在最短路径计算完毕后, 释放其使用的存储空间。

以 source 表示路径的源点; destination 表示路径的终点; s2t 表示从源点出发、寻找终点的当前顶点。

第一步: 初始化

数组 dist 的每个元素都初始化为机器的最大值;

数组 path 的每个元素都初始化为源点;

数组tag的每个元素都初始化为0，表示该顶点还没有计算最短路径；

初始化变量  $s2t = source$ ；  $dist[s2t] = 0$ ；  $tag[s2t] = 1$ ；

第二步：

对于网格模型中的每个不是当前顶点s2t、且tag[i]为0顶点i：

如果顶点i不是s2t的直接邻域，则

$$dist[i] = \min(dist[i], (dist[s2t] + 机器最大值));$$

如果顶点i是s2t的直接邻域，则

$$dist[i] = \min( dist[i], (dist[s2t] + e\_adjwgt[j] ) ),$$

其中j为顶点s2t和顶点i邻接的边的序号；

如果  $dist[i] > (dist[s2t] + e\_adjwgt[j])$ ，则  $path[i] = s2t$ ；

第三步：

求数组dist[i]的最小值，记数组最小值顶点的序号为index；

标记数组元素  $tag[index] = 1$ ；  $s2t = index$ ；

从结点source到结点s2t的最短路径计算完毕；

第四步：

如果  $s2t \neq destination$ ，

则以index顶点为新的当前顶点，回到第二步，

开始计算新的循环计算其他顶点的最短路径；

否则算法结束。

$dist[destination]$ 即为从源点 source 到终点 destination 的最短路径长度；最短路径上终点 destination 的前一个顶点序号存储在  $path[destination]$ ，依次检索数组 path 可以得到路径上的其他顶点。

## 6.5 实验结果分析和小结

由于三维模型的顶点数目和面片数目往往数以万计，在这种情况下，如果使用邻接矩阵，将导致存储空间的巨大浪费。实验过程中，在对面片数目为 2600、顶点数目为 1282、文件大小仅为 73K 的网格模型计算时，即发生了内存不足，不可计算的情况。但是 Princeton 三维模型库中多数都要远远大于这个规模。

我们使用本文算法和经典 Dijkstra 算法, 对 Princeton 三维模型库的若干网格模型, 进行了所有顶点间的最短路径计算, 在 Intel Pentium III 733 MHz 处理器, 1GB 内存的计算环境的实验结果如表 6.1 所示。

模型名称	顶点数	面片数	最短路径数	本文字节数	Dijkstra 字节数	本文(s)	Dijkstra(s)	Floyd(s)
m1609	154	304	304 × 304	304 × 20	304 × 304 × 4	5	267	2
m1599	250	496	496 × 496	496 × 20	496 × 496 × 4	49	1747	7
m1613	282	560	560 × 560	560 × 20	560 × 560 × 4	78	2416	7
m1603	314	624	624 × 624	624 × 20	624 × 624 × 4	91	3948	10
m1614	390	776	776 × 776	776 × 20	776 × 776 × 4	241	9821	12
m0095	956	1908	1908 × 1908	1908 × 20	1908 × 1908 × 4	3774	> 20hours	432

表 6.1 本文算法和其他算法使用的存储空间和时间对比

本文由于使用 CSR 存储结构, 表示的网格模型特别稀疏邻接关系, 本文算法所需要的存储空间远远地低于经典 Dijkstra 算法。虽然 Floyd 算法的速度上优于本文算法, 但是 Floyd 算法和 Dijkstra 算法都是基于邻接矩阵的, 需要的存储空间一致, 对于多数网格模型, 它们都将产生内存不足的情况。(见表 6.1 “本文字节”和“Dijkstra 字节”的对比)。同时, 由于 CSR 存储结构没有使用指针链表, 避免了邻接关系的检索和维护繁杂的工作。

由于本文算法在计算每个顶点出发的所有 Dijkstra 路径时, 保留了中间计算结果, 从而大幅度提高了计算效率, 使时间复杂度由  $O(n^3)$  降低到  $O(n^2)$ 。(见表 6.1 “本文(s)”和“Dijkstra(s)”的对比)。

下一步, 我们将针对最短路径在局部特征区域分割上的应用, 实现网格模型对偶图上的最短路径计算, 从而得到更有视觉意义的网格模型显著性特征分割提取。

## 第 7 章 三维模型的聚类分割

### 7.1 聚类分析概述

聚类分析 (Cluster Analysis) 是一种多元统计分析方法, 它按照“物以类聚”的原则, 对数据进行分类。其基本原理是: 考察  $m$  个数据点, 在  $m$  维空间内, 定义点与点之间某种性质的亲疏距离; 设  $m$  个数据点组成  $n$  类 ( $n \leq m$ ), 然后将具有最小距离的两类合为一类, 并重新计算类与类之间的距离; 迭代, 直到任意两类之间的距离大于指定的域值, 或者类的个数小于指定的数目。

从基本策略看, 聚类方法可以分为: 根据相似性域值和最小距离原则的简单聚类方法、按最小距离原则不断进行两类合并的方法、以及依据准则函数动态聚类的方法三种。第一种方法中, 聚类代表 (类心) 一旦选定, 就不再改变。第一种和第二种方法中, 特征矢量一旦被划分到某一类后, 也不再变化。这两个特点导致聚类结果往往不太理想。第三种方法动态聚类则不同。本章使用的谱系聚类法和 K 均值聚类方法, 分别属于其中的第二种和第三种。

国际上对三维模型进行聚类分割的工作有: 基于网格模型的谱系聚类方法 [Garland 2001]、K 均值聚类方法 [Shlafman 2002] 和 K 均值模糊聚类方法 [Katz 2003] 等。这些工作要求三维模型网格定义是正确无误的、且要求模型具有拓扑显著的分支等特点。

但上述三者的工作对于一般三维模型并不适用。其原因是, 目前多数的现有模型都是面向显示效果的, 其几何数据不满足欧拉公式  $V - E + F = 2$ 、以及欧拉扩展公式, 即为退化的三维模型。模型拓扑信息存在着空洞或者细缝、或悬挂边/面、或孤立顶点/边/面片。这些问题的存在, 导致网格模型的分割算法复杂度较高。同时, 计算网格模型上的任意两点间的测地距离是一项耗时的工作。同时距离矩阵的存储需求也是巨大的。

本章首先介绍聚类分析的基本原理。然后在此基础上, 使用谱系聚类和 K 均值聚类方法, 对三维点云模型分别进行聚类分割。并与网格模型聚类结果进行分析比较。

本章实验证明, 对具有类内团聚特征三维点云模型的 K 均值聚类分割, 能够避免产生大量的、相对尺寸较小的分割片, 即不会产生过分割, 同时可以产生近似有意义的分割结果。本章工作对锯齿状边界没有做进一步的处理。

### 7.1.1 数据预处理

聚类前, 一般需要对数据集合进行预处理。类分析中的数据变换处理包括: 中心化变换、规格化变换、标准化变换和对数变换等。

中心化变换先求出数据集合的样本平均值, 再用原始数据减去该平均值, 就得到中心化后的数据集合。

规格化变换先找出数据集合中的最大值和最小值, 两者之差称为极差; 数据集合的每一个原始数据减去最小值, 再除以极差, 就得到规格化数据。

这两种变换在三维模型的归一化处理中, 表现为平移三维模型到重心、缩放三维模型到单位空间。详见第四章的 PCA 预处理。

标准化变换和对数变换在三维模型的聚类分割中, 暂时没有使用。

### 7.1.2 相似性度量

数据亲疏程度的数量指标有两种: 距离、相似系数。性质越相近的数据, 它们之间的距离越小, 相似系数越接近于 1(或-1)。聚类时, 它们将归为一类。

距离的选择比较复杂。初次聚类时, 往往使用不同的距离进行对比实验, 以进行选择。常用的距离测度有: 明科夫斯基距离、欧式距离(二阶明科夫斯基度量)、绝对值距离(又称马哈拉诺比斯度量、街坊距离、或网格度量, 这是一阶明科夫斯基度量)、切比雪夫距离、马氏距离、Camberra距离(Lance距离、Willims距离)等。其中欧式距离、绝对值距离、切比雪夫距离是明科夫斯基距离在  $m=2, 1, \infty$  的特殊情况; 马氏距离对非奇异线性变换是不变的, 这说明它不受特征量纲选择的影响, 并且平移不变, 马氏距离对特征的相关性也做了考虑; Camberra距离能克服量纲引起的问题, 但不能解决分量间的相关性。实际中欧氏距离使用较多, 其定义如下:

$$d_{ij}(2) = \left[ \sum_{k=1}^m |x_{ik} - x_{jk}|^2 \right]^{1/2} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

相似系数只考虑两矢量的方向是否相近, 而忽略其长度差异。相似系数定义如下: 设  $C_{ij}$  表示变量  $y_i$  与  $y_j$  间的相似系数, 则  $C_{ij}$  应满足如下关系:

$$(1) C_{ij} = \pm 1 \Leftrightarrow y_i = \alpha y_j \quad (\alpha \neq 0, \alpha \text{ 为常数})$$

$$(2) |C_{ij}| \leq 1 \quad \text{对于 } \forall i, j$$

$$(3) C_{ij} = C_{ji} \quad \text{对于 } \forall i, j$$

$|C_{ij}|$  越接近于 1, 表示  $y_i$  与  $y_j$  的关系越密切,  $|C_{ij}|$  越接近于零, 则  $y_i$  与  $y_j$  的

关系越疏远。常用的相似系数有角度相似系数（矢量夹角余弦）、相关系数（数据中心化后的矢量夹角余弦）、指数相似系数等。角度相似系数对于坐标系的旋转和尺度缩放是不变的，因为矢量的长度已经规格化，但是对于一般的线性变换和坐标系平移不具有不变性。相关系数对于坐标系的平移、旋转和尺度缩放是不变的。指数相似系数不受量纲的影响。

本章聚类实验中，选择使用了三维点云模型的欧氏距离、三维网格模型的测地距离（网格模型表面的最短路径长度）作为并类时衡量三维模型数据分布亲疏程度的准则。选择使用了相关系数作为相似性系数。

### 7.1.3 类的定义和类间距离

集合中任意两个矢量之间的距离小于给定域值时，称该集合对该域值组成一类。把聚类间距离最短者合并称为并类。设第一次并类时，两类之间的距离为  $D_1$ ；第二次合并时，两类之间的距离为  $D_2$ ，依此类推。如果满足  $D_1 \leq D_2 \leq \dots$ ，则称并类距离具有单调性。常用的并类方法有如下几种。

**最短距离法：**把两个类之间的距离定义为一个类的所有元素，与另一个类的所有元素之间距离的最小者。两类合并后，它与其它类的距离是所有距离最小者，因此使距离空间很快收缩。**最长距离法：**把两个类之间的距离定义为一个类的所有元素，与另一个类的所有元素之间的距离最大者，但并类的标准仍采用它与其它类的最小距离。两类合并后，它与其它类的距离是所有距离最大者，因此使距离空间很快扩张。**中间距离法：**1966年Gower提出的方法。当两类  $G_p$  与  $G_q$  合并成新类  $G_r$  时，任一类  $G_i$  与新类  $G_r$  的距离以下列公式计算：

$$D_r = \sqrt{\frac{1}{2}D_p^2 + \frac{1}{2}D_q^2 - \frac{1}{4}D_w^2}$$

但其谱系图难以跟踪，使得这个方法几乎不被人们采用。**重心距离法：**定义单个元素的重心就是它本身，两个类的重心就是两点联线的中点。与前三种方法不同的是：每次并类都要重新计算新类的重心，以及各类与新类的距离。**类平均距离法 (Group-average)：**又称为均连法 (average linking)，使用较为普遍。该法两类之间的距离定义为两类元素两两之间平方距离总和的平均。**离差平方和法：**如果类分得合理，则同类元素之间离差平方和应当较小，类与类之间的离差平方和应当较大。离差平方和法实际应用比较广泛，分类效果要好。但要求类间距离必须为欧式距离[孙即祥 2002]。

本章工作简单地使用最短距离法进行三维模型点云和面片并类。

1969年，Wishart提出了类间距离的通用公式[Wishart 1969]。设类  $C_p$  和  $C_q$

之间的类间距为  $D_{pq}$ ，类  $C_r$  由子类  $C_p, C_q$  合并而成 ( $C_r = C_p \cup C_q$ )。则类间距离的通式可表示成：

$$D_{rk} = \alpha_p D_{pk} + \alpha_q D_{qk} + \beta D_{pq} + \gamma |D_{pk} - D_{qk}|$$

上式各项系数  $\alpha_p, \alpha_q, \beta, \gamma$  取不同的值，便可得到不同的类间距的递推公式，如表 7-1 所示：

类间距定义	$\alpha_p$	$\alpha_q$	$\beta$	$\gamma$
最短距离法	1/2	1/2	0	-1/2
最长距离法	1/2	1/2	0	1/2
中间距离法	1/2	1/2	-1/4	0
质心距离法	$n_p / (n_p + n_q)$	$n_q / (n_p + n_q)$	$-\alpha_p \alpha_q$	0
平均距离法	$n_p / (n_p + n_q)$	$n_q / (n_p + n_q)$	0	0
离差平方和法	$(n_k + n_p) / (n_k + n_i)$	$(n_k + n_q) / (n_k + n_i)$	$-n_k / (n_k + n_i)$	0

Table 7.1 Definition of distance between clusters

表 7.1 不同类间距定义

## 7.2 三维模型的谱系聚类分割

由于三维模型网格往往是退化的，而且网格模型上定义精确的距离涉及离散测地距离和两面角等问题，计算量大，算法复杂，故我们首先尝试了对点云模型进行谱系聚类分割。

实验过程如下：

我们设，对于任意待分类的三维点云模型，其面片重心位置的矢量集合为  $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N\}$ ， $G_i^k$  表示第  $k$  次合并时的第  $i$  类。首先视  $N$  个面片重心位置矢量各自成为一类，即， $G_i^0 = \{\mathbf{x}_i\}, i=1, 2, \dots, N$ ；使用平均距离法，我们生成了对称的各类之间的欧氏矩阵  $D^k = [D_{ij}]_{m \times m}$ ，其中  $m$  为当前的类的数目；假设距离矩阵最小元素为  $D_{ij}$ ，它是类  $G_i^k$  和  $G_j^k$  之间的距离，将这两个类合并；产生新的聚类  $G_1^{k+1}, G_2^{k+1}, \dots, G_{m-1}^{k+1}$ ；重复上述过程，直到类的数目等于 1。如果某次循环中，具有最小类间距离的类对多于一个，则这些类对同时合并。

聚类算法一般将类间距离域值、或者预定的类的数目作为循环终止条件。对于一般三维模型来说，其聚类数目不会超过 10，在我们的实验中，我们指定 8 为循环终止条件。

由于类间距离定义不同，聚类过程和结果不同。最近距离法、最远距离法、

平均距离法、离差平方和法等定义类间距离，都具有单调不减性。重心法定义类间距离则没有这个性质[Murtagh 1985][Gordon 1999]。故此，在实验中，我们选择了平均距离法定义类间距离。

谱系聚类的特点是聚类过程中，类心不断地发生变化；但是特征矢量一旦划分到同一聚类中，就不会再分开。聚类过程可以表示成为一个树图。我们最后按照谱系聚类的树图，按 1 个类到  $N$  个类进行谱系分解，得到指定类数的分割结果（Princeton 三维点云模型分割如图 7.1）。

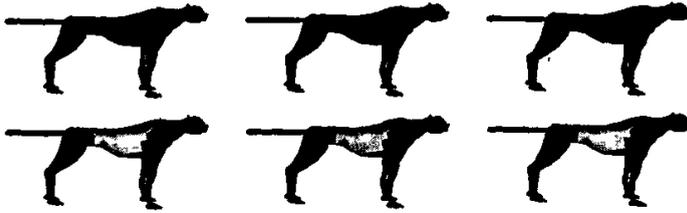


Fig. 7.1. Hierarchical clustering segmentation of points cloud model

图 7.1 点云模型的谱系聚类分割

### 7.3 三维模型的 K 均值聚类分割

我们对三维网格模型和三维点云模型同时进行了 K 均值聚类分割。由于多数三维网格模型是退化的，其拓扑信息不完整，且计算网格模型表面的测地线的对时间和内存需求较高[孙晓鹏, 李华 2005d]，实验中使用的模型数目较少。

我们设待分类的三维模型面片重心位置矢量集为  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ ， $G_i^k$  表示第  $k$  次合并时的第  $i$  类。聚类的最终数目  $K$  是事先取定的，对于一般三维模型来说，其聚类数目不会超过 10，在我们的实验中，我们指定 8 类为循环终止条件。对 Princeton 大学的模型分割结果如图 7.2。

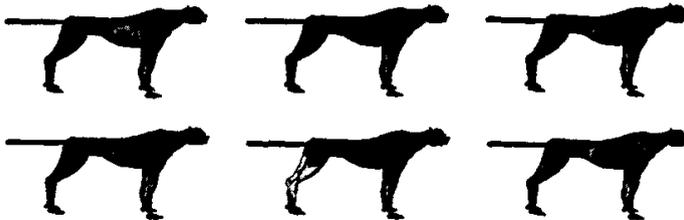


Fig. 7.2. K-means clustering segmentation of points cloud model

图 7.2 点云模型的 K 均值聚类分割

三维模型的 K 均值聚类过程如下：

首先，从待分类的特征矢量集合（三维模型面片重心坐标）中，选定  $K$  个特征矢量  $z_1^0, z_2^0, \dots, z_K^0$  作为初始聚类中心。按照最小距离原则，将各个特征矢量

分划到  $K$  类中的某一类，即如果特征矢量  $\mathbf{x}_i$  和类  $G_j^k$  的中心  $\mathbf{z}_j^k$  的距离  $d_{ij}^k = \min_j [d_{ij}^k]$ ,  $i=1,2,\dots,N$ , 则在新的聚类结果中, 判  $\mathbf{x}_i \in G_j^{k+1}$ 。重新计算新的聚类类心, 新的类心是  $K$  个类中所有特征矢量的平均。如果新的类心与上一次聚类的类心一致, 或者聚类数目大于 8, 则聚类结束。

由于  $K$  均值聚类方法[Hartigan 1979]属于动态聚类, 它是在确定的类数和选定初始聚类中心为前提下, 使各特征矢量到其判属的类别中心距离平方和最小的最佳聚类。聚类结果受到确定的类数和初始类心的影响, 其结果只是局部最优的, 实验表明, 与谱系聚类方法相比,  $K$  均值聚类简单快速。多数三维点云模型的聚类分割结果尚令人满意 (如图 7.3)。我们的实验没有直接使用准则函数  $J = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K \|\mathbf{x}_i - \mathbf{z}_j\|^2$ , 而是使用  $d_{ij}^k = \min_j [d_{ij}^k]$  作为类间距离, 使得准则函数收敛。

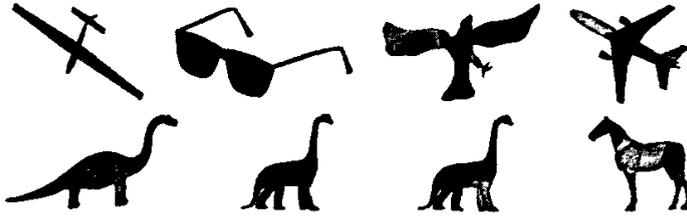


Fig. 7.3. K-means clustering meaningful segmentation of models

图 7.3 有意义的  $K$  均值聚类分割

准则函数  $J$  是随着  $K$  的增加而单调减少的。聚类数目  $K$  增加过程中, 分布密集的点云可能会被再次分开。此时  $J$  虽然减小, 但速度变缓,  $J-K$  曲线的曲率出现了最大值, 取此时聚类数目  $K$  的值为最优的类数 (如图 7.4)。在曲率变化没有显著点的情况下, 合理的聚类数目只能利用先验知识来确定。

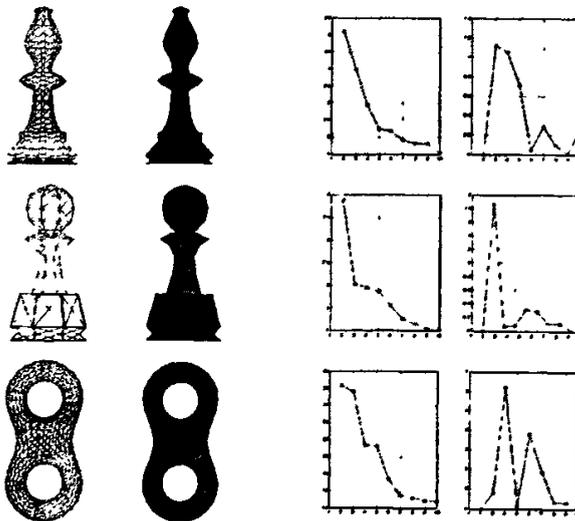


Fig. 7.4. Determining the number of paths

图 7.4 最优聚类分割数目的确定

图 7.4 是对三维网格模型的 K 均值聚类分割结果。其中一对面片间的距离定义方法相同[Katz 2003], 即

$$D_{ij} = \delta \cdot \frac{Geod(f_i, f_j)}{avg(Geod)} + (1 - \delta) \cdot \frac{Ang\_Dist(\alpha)}{avg(Ang\_Dist)}$$

表示为任意一对面片  $f_i, f_j$  之间的平均角度距离和面片中心到公共边中点的测地距离。对于分属于不相邻的两个网格的面片, 它们之间的距离设为无穷大。参数  $\sigma$  取值决定分割结果的边界细节是否会出现锯齿, 本章对锯齿边界没有进行进一步处理。

### 7.4 实验结果分析

我们对部分三维模型, 同时进行了面片重心点云的 K 均值聚类分割、面片重心点云的谱系聚类分割、对偶网格的 K 均值聚类分割。

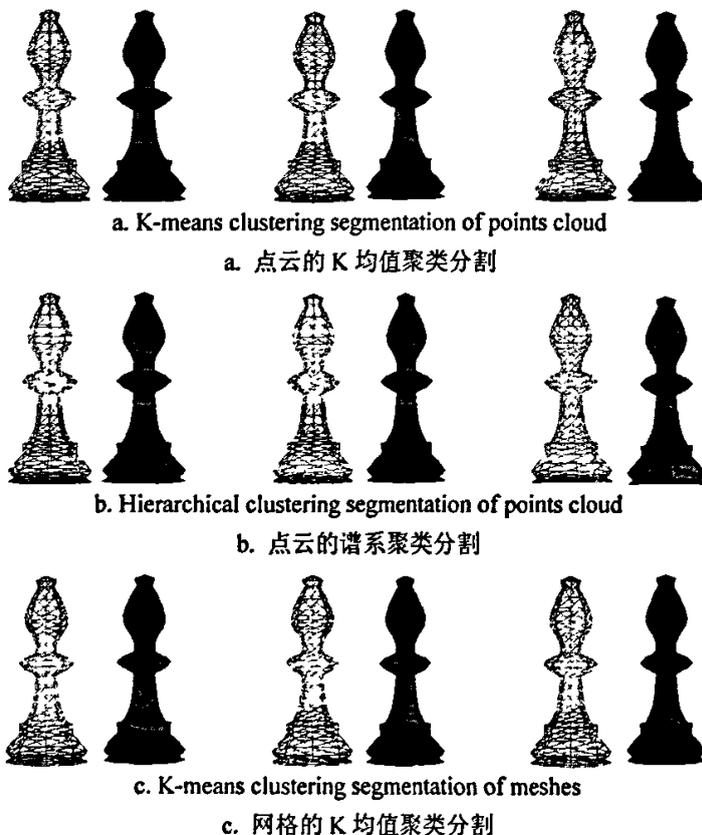


Fig.7.5 Segmentations of three different methods

图 7.5 二种不同分割的对比

其中, 面片重心点云的 K 均值聚类分割效果最好, 在最佳类数分割时, 得到了近似有意义的结果 (如图 7.5. a 前两列); 面片重心点云的谱系聚类分割结果次之; (如图 7.5. b); 对偶网格的 K 均值聚类分割的效果最差, 其原因是在网

格模型上类心的初始化、以及沿着模型表面拓扑结构计算测地距离时,产生的偏离(如图7.5.c)。图7.5第3、4列、第5、6列分别为最佳类数(3类)分割后,继续增加类数到4类、5类的分割结果,它们同样表明,与后两种方法相比,对点云的K均值聚类分割效果仍然是最好的。

## 7.5 小结

本章基于聚类分析,完成了对三维点云模型谱系聚类分割、三维点云模型的K均值聚类分割、以及三维网格模型的K均值聚类分割工作。

实验结果表明,由于动态改变类心和特征矢量的分类的特点,对于具有团聚状分布的三维点云模型,K均值聚类分割结果比较理想,并得到了近似有意义的分割。

由于基于点云模型进行分割,回避了基于拓扑连接关系的最短路径算法,计算速度远远地优于基于网格模型的谱系聚类方法[Garland 2001]、K均值聚类方法[Shlafman 2002]和K均值模糊聚类方法[Katz 2003]等工作。同时基于点云模型的分割,可以对任意退化、或者非退化三维模型进行处理。

另外,我们的工作在如下几个方面,还存在着需要进一步考虑的问题:

目前类心的初始化方法,只是满足了最小距离最大化的原则,但还不能明确代表视觉上的拓扑结构。如何计算并使用具有拓扑结构特征的类心初始化聚类,是下一步首先需要考虑的问题。

其次,K均值聚类中,由于只使用一个聚类中心点作为一个类的代表(类心)。当类的分布呈现球状或者近似球状时,算法尚能得到较好的结果。但当特征矢量的各分量为方差不等的正态分布时,这样往往不能充分反映分布的结构。基于类核函数、马氏距离的改进K均值算法是一个较好的选择。

第三,能更精确描述模型拓扑结构和几何形状类间距离,也是需要考虑的问题。目前使用的距离计算方法,只是网格模型的角距离和重心距离、点云模型的欧氏距离。今后将尝试使用其他距离测度,或者提出新的、面向网格模型的距离测度方法。

第四,分割的初衷,是希望能够得到较为有意义的分割,进而提取分割片的主曲线骨架,生成带有拓扑信息的骨架树,用做三维模型检索中的形状描述。实验发现,对于现有的分割结果,直接计算主曲线骨架得到的结果并不理想。其原因是,初始化主曲线为数据集合的第一主成分线。在聚类分割之后,局部分割片的第一主成分不再与整体第一主成分的走向一致,局部分割片的主曲线骨架与整体骨架失去了关联。故,无法将分割结果用作三维模型形状描述的骨架。

最后，结合模型整体骨架，引导局部分割片选择走向最接近整体骨架的第二或者第三主成分，作为骨架曲线计算的依据，进而得到三维模型拓扑信息、几何形状的新的描述，是我们的最终目标。

## 第 8 章 总结与展望

### 8.1 论文工作总结

随着计算速度、网络带宽、存储能力的快速发展,第四代多媒体一三维模型的广泛应用指日可待。面向局部特征形状的三维模型分割和重用,有着重要的理论意义和实用价值。本文以三维模型分割为研究重点,对三维模型的局部特征提取和形状描述展开了研究。

本文主要研究工作和贡献如下:

1. 对目前国际国内的三维模型分割技术和应用情况进行了综述,指出了分割工作下一步的研究重点和发展方向。
2. 基于非线性主成分分析理论,计算三维模型的骨架曲线,并提取其形状描述,用于三维模型的形状比较工作。实验结果给出了距离矩阵,表明该工作的速度、效率都是比较理想的。该方法对部分模型的形状描述具有聚类效果。
3. 针对人体尺寸测量的工作,对三维人体扫描获得的噪声数据,进行了保留局部特征的非线性拟合,准确提取了局部特征标记;并提出使用扫描数据骨架树,进行基于统计的模糊分区搜索策略,大幅度提高局部特征的检索和分割提取效率。
4. 针对三维网格模型的分割过程中,Dijkstra 算法对网格结点邻接关系的存储需求问题,提出了采用 CSR 存储结构的最短路径算法,并利用 Dijkstra 算法的中间结果,提高了计算速度。该工作应用于网格模型的 K 均值聚类分割。
5. 基于聚类分析,完成了基于 K 均值聚类的三维模型面片重心的点云分割,得到近似有意义的分割结果。同时完成了对三维网格模型的 K 均值聚类分割,以及三维模型面片重心点云的谱系聚类分割。

### 8.2 未来的工作

目前的三维模型形状描述工作,主要是抽取模型的低层特征,在低层特征空

间检验两个模型之间的相似度。如何建立智能的检索界面,自动提取三维模型有意义的几何形状和拓扑结构,实现基于语义的检索,是值得研究的问题。这将涉及人工智能、计算机视觉、模式识别等相关领域的知识。

从复杂模型中检索出有意义的简单模型,是一个更为先进、复杂的研究问题,这将涉及到三维模型的分割提取。例如,从地形网格中检索出房屋、汽车等。面向形状和拓扑信息以外的其他特征,如粗糙程度、光滑程度、颜色、纹理等信息的检索也是一个值得考虑的复杂问题。

我们最终的研究目标是,寻找快速有效的三维网格模型分割方法,依据三维模型的拓扑信息,完成对三维网格模型的有意义分割;并在此基础上,实现对三维网格模型的局部形状描述,提取局部形状,用于局部分割块的检索和重用。

局部形状的提取和分割,是逆向工程中的重要基础工作,也是海量地形网格数据中,目标检测和匹配的核心问题。

目前,我们的研究工作存在着如下几个方面的困难,同时也是我们下一步深入研究的目标:

1. 三维网格模型的有效性普遍较低,针对网格缝隙、空洞、悬挂点、边面等退化问题,算法的健壮性是首先需要解决的问题;
2. 三维网格模型的拓扑结构复杂,在内存不足的情况下,如何实现快速的任意点对、面片对之间的测地距离计算,也必须考虑;
3. 三维网格模型拓扑结构的提取工作,已经有了很多成果,如 Reeb 图、Shock 图等,但是面向检索的三维空间高速、精确、有意义的拓扑提取工作仍然需要深入的研究;
4. 有意义的三维网格模型分割、和有意义的三维网格模型形状描述工作,是最具有挑战性的课题,模式识别和人工智能理论技术的引入是下一步研究的必然。
5. 由于分割的方法和目标、分割应用的领域不同,目前还没有一个有效的三维模型分割评价标准,多数工作就致力于进一步提高分割质量。但是,研究对分割的评价,正是为了更好地研究三维模型的分割本身。分割评价是为了改进和提高现有算法的性能,改善分割质量和指导新算法研究的重要手段。有效的评价方案和客观的评价准则或者测度,是分割评价

研究的重要目标。

## 参考文献

- [Alface 2003] P. R. Alface, F. Cayre, B. Macq, *et al.* Lapped spectral decomposition for 3D triangle mesh compression [A]. International Conference on Image Processing 2003, Barcelona, Spain, 2003. 781-784
- [Amenta 2001a] N. Amenta, S. Choi, R. K. Kolluri. The power crust [A]. In: Proceedings of the 6th ACM Symposium on Solid Modeling, Ann Arbor, Michigan, 2001. 249~260
- [Amenta 2001b] N. Amenta, S. Choi, R. K. Kolluri. The power crust, union of balls, and the medial axis transform [J]. Computational Geometry: Theory and Applications, 2001, 19(2/3): 127~153
- [Ankerst 1999a] G. Ankerst, Kastenmuller, H. Kriegel, *et al.* Nearest neighbor classification in 3D protein databases [A]. In: Proceedings of the 7th International Conference on Intelligent Systems for Molecular Biology(ISMB'99), Heidelberg, 1999. 34~43
- [Ankerst 1999b] M. Ankerst, G. Kastenmuller, H-P. Kriegel, *et al.* 3D shape histogram for similarity search and classification in spatial databases [A]. In: Proceedings of the 6th International Symposium on Spatial Databases(SSD'99), HongKong, 1999. 207~228
- [Banfield 1992] J. D. Banfield, A. E. Raftery. Ice floe identification in satellite images using mathematical morphology and clustering about principal curves [J]. Journal of the American Statistical Association, 1992, 87(417), 7-16.
- [Bernhard 1998] Bernhard Schölkopf, Alexander Smola, and Klaus-Robert Müller. Nonlinear component analysis as a kernel eigenvalue problem. Neural Computation, 1998, 10(5):1229~1319
- [Besl 1992] P. J. Besl, N. D. McKay. A method for registration of 3-d shapes [J]. IEEE Trans. Pat. Anal. and Mach. Intel. 1992, 14(2): 239-256.
- [Biederman 1987] I. Biederman. Recognition-by Components: A Theory of Human Image Understanding [J]. Psychological Review, 1987, 94(2): 115-147
- [Biederman 1995] H. Biederman. Visual Object Recognition. In An Invitation to Cognitive Science, Visual Cognition. S. Kosslyn, D. Osherson, Eds. MIT Press, 1995, 2: 121-65
- [Bischoff 2002a] S. Bischoff, L. Kobbelt. Ellipsoid decomposition of 3D-models [A]. In Cortelazzo, G. M. and Guerra, C. editors, Proceedings International Symposium on 3D Data Processing, Visualization, and Transmission[C]. Italy: Padova, 2002. 480-488
- [Bischoff 2002b] S. Bischoff, L. Kobbelt: Towards robust broadcasting of geometry data [J]. Computers & Graphics, 2002, 26(5): 665-675.
- [Bishop 1998] C. Bishop, M. Sevensen, C. Williams. GTM: The generative topographic mapping. Neural Computation, 1998, 10(1): 215 ~ 234
- [Bober 2001] M. Bober, MPEG-7 Visual Shape Descriptor, IEEE Trans on Circuits and Systems for Video Technology, 2001, 11(6): 716-719
- [Cass 1998] T. A. Cass. Robust Affine Structure Matching for 3D Object Recognition [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1998, 20(11): 1265-1274
- [Catmull 1978] E. Catmull and J. Clark. Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes. Computer Aided Design, 10(6):350-355, 1978.

- [Chang 1998] K. Chang and J. Ghosh. Principal curve classifier - a nonlinear approach to pattern classification. IEEE International Joint Conference on Neural Networks 1998, 695-700.
- [Chang 1999] K. Chang and J. Ghosh. Probabilistic principal surfaces. IEEE International Joint Conference on Neural Networks 1999, 251-256.
- [Chang 2000] K. Chang and J. Ghosh. Three-dimensional model-based object recognition and pose estimation using probabilistic principal surfaces. SPIE Applications of Artificial Neural Networks in Image Processing V 2000, 3962: 192-203.
- [Chang 2001] K. Chang and J. Ghosh. A unified model for probabilistic principal surfaces. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2001, 23(1): 22-41.
- [Chatterjee 2000] A. Chatterjee. An introduction to the proper orthogonal decomposition. Current Science, 2000, 78 (7) :808~817
- [Chazelle 1992] B. Chazelle, L. Palios. Decomposing the boundary of a nonconvex polyhedron. In SWAT, 1992, 364-375.
- [Chazelle 1994] B. Chazelle, L. Palios. Decomposition algorithms in geometry. In Algebraic Geometry and its Applications, Springer-Verlag, C. C. Bajaj, Ed., Ed., 419-447, 1994.
- [Chazelle 1997] B. Chazelle, D.P. Dobkin, N. Shouraboura, A. Tal. Strategies for Polyhedral Surface Decomposition: An Experimental Study [J]. Computational Geometry: Theory and Applications, 1997, 7(4-5): 327-342
- [Chen 1990] J. Chen, Y. Han. Shortest path on the polyhedron [A]. In: Proceedings of the 6th ACM Symposium on Computer Geometry, Berkley, California, 1990, 360~369.
- [Chen 1992] Y. Chen and G. Medioni. Object Modeling by Registration of Multiple Range Images [J]. Image and Vision Computing 1992, 10(3):145-155
- [Chen 2002] S-C. Chen, T. Chen. Retrieval of 3D protein structure [A]. In: Proceedings of International Conference on Information Processing(ICIP 2002), Rochester, NY, 2002. 34~43
- [Chen 2003] D. Chen, X. Tian, Y. Shen, and M. Ouhyoung. On visual similarity based 3D model retrieval. EUROGRAPHICS 2003, 22(3):223~232, 2003
- [Cordier 2003] F. Cordier, H. Seo, N. Magnenat-Thalmann. Made-to-Measure Technologies for an Online Clothing Store [J]. Computer Graphics and Applications, 2003, 23(1/2): 38-48
- [Cormen 2001] T. Cormen, C. Leiserson, R. Rivest, and C. Stein, Introduction to Algorithms, 2nd ed [M]. Cambridge, MA: MIT Press, 2001. 558-562
- [De'ath 1999] G. De'ath. Principal curves: a new technique for indirect and direct gradient analysis. Ecology 1999, 80(7): 2237-2253.
- [Delicado 2001] P. Delicado. Another look at principal curves and surfaces. Journal of Multivariate Analysis 2001, 77(1): 84-116.
- [Dempster 1977] A. Dempster, N. Laird, D. Rubin. Maximum likelihood from incomplete data via EM algorithm. Journal of the Royal Statistical Society(Series B), 1977, 39(1): 1-38
- [DeRose 1998] T. DeRose, M. Kass, T. Truong. Subdivision surfaces in character animation. Proceedings of SIGGRAPH 98, 85-94, July 1998.
- [Dey 2003] T.K. Dey, J.Giesen, and S.Goswami. Shape segmentation and matching with flow discretization [A]. In Proceedings of 8th International Workshop on Algorithms and Data Structures (WADS), Springer Lecture Notes in Computer in Computer Science, Ottawa, 2003. 25-36.

- [Dietmar 2001] D. Saupe, D. Vranic. 3D model retrieval with spherical harmonics and moments [A]. In: Proceedings of the DAGM 2001, Munich, Germany, 2001. 392~397
- [Dijkstra 1959] E. W. Dijkstra. A note on two problems in connection with graphs [J]. Numerical Mathematics, 1959(1): 269-271.
- [Dong 1995] D. Dong and T. J. McAvoy. Nonlinear principal component analysis - based on principal curves and neural networks. Computers Chem. Engineering. 1995, 20(1): 65-78.
- [Duchamp 1996a] T. Duchamp and W. Stuetzle. Extremal properties of principal curves in the plane. Annals of Statistics. 1996, 24(4): 1511-1520.
- [Duchamp 1996b] T. Duchamp and W. Stuetzle. Geometric properties of principal curves in the plane. Robust statistics, data analysis, and computer intensive methods: in honor of Peter Huber's 60th birthday. New York : Springer Press , 1996 , 109: 135-152
- [Dyn 1990] N. Dyn, D. Leven, J. Gregory. A butterfly subdivision scheme for surface interpolation with tension control. ACM Transactions on Graphics, 1990, 9(2):160-169..
- [Eck 1995] M. Eck, T. DeRose, T. Duchamp, H. Hoppe, M. Lounsbery, and W. Stuetzle. Multiresolution analysis of arbitrary meshes. In SIGGRAPH 95 Conf. Proc., pages 173-C182. Addison Wesley, 1995.
- [Edelsbrunner 2000] H. Edelsbrunner, D. Letscher and A. Zomorodian. Topological persistence and simplification. Proceedings of the 41st Annual Symposium on Foundations of Computer Science. Redondo Beach, California, 2000. 454-463
- [Ekambaram 2003] A. Ekambaram, E. Montagne. An Alternative Compressed Storage Format for Sparse Matrices [A]. In: ISICIS 2003. 196-203
- [Elad 2001] M. Elad, A. Tal, and S. Ar. Content Based Retrieval of VRML Objects - An Iterative and Interactive Approach. Proc. of 6th Eurographics Workshop on Multimedia, 97-108, Manchester UK, Sept. 2001.
- [Falcidieno 1992] B. Falcidieno, M. Spagnuolo. Polyhedral surface decomposition based on curvature analysis [A]. In Kunii, T. L. and Shinagawa, Y., editors, Modern Geometric Computing for Visualization(C). Springer-Verlag, 1992. 57-72
- [Faugeras 1983] D. Faugeras and M. Hebert. A 3-D Recognition and Positioning Algorithm Using Geometric Matching between Primitive Surfaces. Proc. Eighth Int'l Joint Conf. Artificial Intelligence, pp. 996-1,002, 1983.
- [Funkhouser 2003] T. Funkhouser, P. Min, M. Kazhdan, J. Chen, A. Halderman, D. Dobkin and D. Jacobs. A Search Engine for 3D Models [J]. ACM Transactions on Graphics, 22(1):83-105, Jan. 2003.
- [Gagvani 1999] N. Gagvani. Parameter controlled volume thinning [J]. Graphical Models and Image Processing. 1999, 61(3): 149~164
- [Garland 1997] M. Garland, P. Heckbert. Surface simplification using quadric error metrics. In Proceedings of SIGGRAPH 1997, 209-C216. 1997.
- [Garland 2001] M. Garland, A. Willmott, P. Heckbert. Hierarchical face clustering on polygonal surfaces [A]. In Proceedings of ACM Symposium on Interactive 3D Graphics, Research Triangle Park, North Carolina, 2001. 49-58.
- [Gordon 1999] A. D. Gordon, Classification. Second Edition. London: Chapman and Hall/CRC, 1999
- [Gregory 1999] A. Gregory, A. State, M. Lin, D. Manocha, M. Livingston. Interactive surface decomposition for polyhedral morphing [J]. The Visual Computer, 1999, 15(9): 453-470

- [Guskov 2000] I. Guskov, K. Vidimce, W. Sweldens, and P. Schroder. Normal meshes [A]. In: Computer Graphics Proceedings. Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, New Orleans, Louisiana. 2000. 95-102
- [Hartigan 1979] J. Hartigan, M. Wong. A K-means clustering algorithm. Applied Statistics, 1979, 28: 100-108
- [Hastie 1984] T. Hastie. Principal curves and surfaces. Laboratory for Computational Statistics, Stanford University, Department of Statistics: Technical Report 1, 1984
- [Hastie 1988] T. Hastie and W. Stuetzle. Principal curves [J]. Journal of the American Statistical Association, 1988, 84(406), 502-516.
- [Hebert 1995] M. Hebert, R. Homan, A. Johnson, J. Osborn. Sensor-based interior modeling [A]. In: Proceedings of the American Nuclear Society Sixth Topical Meeting on Robotics and Remote Systems, Monterey, Calif, 1995. 731-737
- [Heczko 2001] M. Heczko, D. Keim, D. Saupe, D. Vranic. A method for similarity search of 3d objects. In : Proceedings of German Database Conference (BTW) , Oldenburg , Germany , 2001, 384-401
- [Hermann 2000] T. Hermann, P. Meinicke, and H. Ritter, Principal curve sonification, In: Proceedings of International Conference on Auditory Display, Atlanta, USA, 2000. 81-86
- [Hilaga 2001] M. Hilaga, Y. Shinagawa, T. Komura and T. Kunni. Topology matching for fully automatic similarity estimation of 3D shapes [A]. In: Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, Los Angeles, California. 2001. 203-212
- [Hoffman 1984] D. D. Hoffman and W. A. Richards. Parts of recognition [J]. Cognition, 1984, 18(1): 65-96
- [Hoffman 1997] D.D. Hoffman, M. Singh. Saliency of visual parts [J]. Cognition, 1997.63(1), 29-78.
- [Holmes 1996] P. Holmes, J. Lumley, G. Berkooz. Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry. Cambridge : Cambridge University Press , 1996
- [Hoover 1996] A. Hoover, G. Jean-Baptiste, X. Jiang. An experimental comparison of range image segmentation algorithms [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1996, 18(7): 673-689
- [Hoppe 1996] H. Hoppe. Progressive meshes [A]. In: Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, New Orleans, Louisiana, 1996. 99-108.
- [Hubeli 2001] A. Hubeli and M. Gross. Multiresolution features extraction from unstructured meshes. In Proc. of IEEE Visualization Conf., 2001.
- [Johan 2004] W. Johan, Tangelder, C. Remco, Veltkamp. A Survey of Content Based 3D Shape Retrieval Methods [J]. Proceedings of the Shape Modeling International 2004 (SMI'04). 145-156.
- [Jones 1997] P.R.M. Jones, M. Rioux, Three dimensional surface anthropometry: applications to human body [J]. Optics and Lasers in Engineering, Vol. 28, No. 2, pp.89- 117, 1997.
- [Kanai 2001] T. Kanai, H. Suzuki. Approximate shortest path on a polyhedral surface and its applications [J]. Computer-Aided Design, 2001, 33(11): 801~811.
- [Karni 2000] Z. Karni, C. Gotsman, Spectral compression of mesh geometry [A]. In: Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, New Orleans, Louisiana. 2000. 279-286

- [Kastenmuller 1998] G. Kastenmuller, H. Kriegel, T. Seidl. *et al.* Similarity search in 3D protein databases [A]. In: Proceedings of German Conference on Bioinformatics (GCB'98), Cologne, 1998. 72~74
- [Katz 2003] Sagi Katz and Ayellet Tal. Hierarchical Mesh Decomposition Using Fuzzy Clustering and Cuts [J]. ACM Transactions on Graphics. 2003, 22(3): 954-961
- [Kazhdan 2003a] M. Kazhdan, B. Chazelle, D. Dobkin, A. Finkelstein, T. Funkhouser. A reflective symmetry descriptor. European Conference on Computer Vision (ECCV). 642-656. 2003.
- [Kazhdan 2003b] Michael Kazhdan, Thomas Funkhouser, and Szymon Rusinkiewicz. Rotation Invariant Spherical Harmonic Representation of 3DShape Descriptors. EUROGRAPHICS 2003.
- [Kégl 1999] Kégl B, Krzyzak A et al. A polygonal line algorithm for constructing principal curves. In : Proceedings of Neural Information Processing Systems , Denver Colorado , USA , 1999. 501~507
- [Kégl 2000] Kégl B, Krzyzak A et al Learning and design of principal curves. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence , 2000 ,22( 3) : 281~297
- [Kégl 2002] B. Kégl, A. Krzyzak. Piecewise linear skeletonization using principal curves. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2002, 24(1): 59-74.
- [Kim 2004] D. Kim, I. Park, I. Yun, S. Lee. A New MPEG-7 Standard: Percputual 3D Shape Descriptor, Lecture Notes in Computer Science, 2004, 3332:238-245
- [Kimmel 1998] R. Kimmel and J. A. Seething. Computing geodesic paths on manifolds. Proc. Natl. Acad. Sic. USA, 95(15):8431-C8435 (electronic), 1998.
- [Kobbelt 1999] L.Kobbelt, J.Vorsatz, U.Labsik, H.-P.Seidel. *A Shrink Wrapping Approach to Remeshing Polygonal Surfaces*. Computer Graphics Forum, 1999, 18(3):199-130
- [Kobbelt 2001] L. Kobbelt, G. Taubin, Geometric signal procession on large polygonal meshes. [A].In: Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, Course Notes, ACM SIGGRAPH, Los Angeles, California, 2001.
- [Krishnamurthy 1996] V. Krishnamurthy and M. Levoy. Fitting smooth surfaces to dense polygon meshes [A]. In: Computer Graphics Proceedings , Annual Conference Series , ACM SIGGRAPH, New Orleans, Louisiana, 1996. 313~324
- [Kunisch 1999] K. Kunisch, S. Volkwein. Control of the Burgers equation by a reduced-order approach using proper orthogonal decomposition. Journal of Optimization Theory and Applications ,1999 , 102 (2) : 345~371
- [Lanthier 1997] M. Lanthier, A. Maheshwari, J. Stack. Approximating weighted shortest paths on polyhedral surfaces [A]. In: Proceedings of the 13th ACM Symposium on Computer Geometry, Nice, France, 1997. 272~283.
- [Lazarus 1999] F. Lazarus and A. Verroust. Level set diagrams of polyhedral objects [A]. Fifth Symposium on Solid Modeling and Applications, New York, NY, USA, 1999. 130-140
- [Lee 1998] Aaron WF Lee, Wim Sweldens, Peter Schröder, Lawrence Cowsar, David Dobkin. . MAPS: Multiresolution adaptive parameterization of surfaces [A]. In: Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRzPH, Orlando, Florida, 1998. 95~104
- [Levoy 2000] M. Levoy, K. Pulli, B. Curless, etc., The Digital Michelangelo Project: 3D Scanning of Large Statues, Proc. SIGGRAPH 2000, pp.131-144.

- [Levy 2002] B. Levy, S. Petitjean, N. Ray, and J. Maillot. Least squares conformal maps for automatic texture atlas generation [A]. In: *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, San Antonio, Texas, 2002*. 362~371
- [Leymarie 2001] F. Leymarie and B. Kimia. The Shock Scaffold for Representing 3D Shape [A]. *Proceedings of the 4th International Workshop on Visual Form, Capri, Italy, 2001*. 216-228
- [Li 2001] X. Li, T. Woon, T. Tan, Z. Huang. Decomposing polygon meshes for interactive applications [A]. In *Proceedings of the ACM Symposium on Interactive 3D Graphics, Research Triangle Park, North Carolina, 2001*. 35-42
- [Liang 2002a] Y. C. Liang, W. Z. Lin, H.P. Lee, et al. Proper orthogonal decomposition and its application — Part I: Theory. *Journal of Sound and Vibration* ,2002, 252(3) : 527-544
- [Liang 2002b] Y. C. Liang, W. Z. Lin, H.P. Lee, et al. Proper orthogonal decomposition and its application — Part II: Model reduction for MEMS dynamical analysis. *Journal of Sound and Vibration* , 2002, 256 (3) :515-532
- [Löffler 2000] Jobst Löffler. Content-based retrieval of 3D models in distributed web databases by visual shape information [A]. In: *IEEE International Conference on Information Visualization, London,UK, 2000*. 82-87
- [Loop 1987] C. Loop. Smooth subdivision surfaces based on triangles. Master's thesis, Department of Mathematics, University of Utah, August 1987.
- [Loncaric 1998] S. Loncaric. A survey of shape analysis techniques [J]. *Pattern Recognition*, 1998, 31(8): 983-1001
- [Lorensen 1987] W.E.Lorensen, H.E.Cline. Marching Cubes: a high resolution 3D surface reconstruction algorithm [A]. In: *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, 163-169*
- [Maillot 1993] J. Maillot, H. Yahia, and A. Verroust. Interactive texture mapping [A]. In: *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, Anaheim, California, 1993*. 27-34
- [Mangan 1999] A. Mangan, R. Whitaker. Partitioning 3D surface meshes using watershed segmentation [J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 1999, 5(4): 308-321
- [Manjunath 2002] B. Manjunath, P. Salembier, T. Sikora, *Introduction to MPEG-7*. John Wiley & Sons (2002)
- [Marty 2002] Kathleen Marty. Segmentation of a Human Brain Cortical Surface Mesh Using Watersheds[R]. Madison: University of Wisconsin, CS766 Final Project, 2002.
- [Min 2002] P. Min, J. Chen, T. Funkhouser. A 2D sketch interface for a 3D model search engine [A]. In: *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH 2002 Technical Sketch, San Antonio, Texas, 2002*
- [Mitchell 1987] J.S.B. Mitchell, D.M. Mount and C.H. Papadimitriou. The Discrete Geodesic Problem. *SIAM J. Computing*, 1987,16: 647-667.
- [Montagne 2004] E. Montagne, A. Ekambaram. An optimal storage format for sparse matrices [J]. *Inf. Process. Lett*, 2004, 90(2): 87-92
- [Morales 1998] M. Morales. Geometric data fitting [Ph D dissertation]. University of Washington , 1998
- [Murtagh 1985] F. Murtagh. *Multidimensional Clustering Algorithms*. In *COMPSTAT Lectures 4*. Wuerzburg: Physica-Verlag. 1985

- [Ohbuchi 1998] R. Ohbuchi, H. Masuda and M. Aono, Watermarking Three-Dimensional Polygonal Models Through Geometric and Topological Modifications [J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1998, 16(4): 551-560.
- [Ohbuchi 2002] R. Ohbuchi, T. Otagiri, M. Ibato, et al. Shape-similarity search of three-dimensional models using parameterized statistics [A]. In: *Proceedings of the Pacific Graphics*, Beijing, 2002. 265-273
- [Osada 2002] R. Osada, T. Funkhouser, B. Chazelle and D. Dobkin. Shape Distributions. *ACM Transactions on Graphics*, 2002, 21(4): 807-832.
- [Page 2003] D. L. Page, A. F. Koschan, and M. A. Abidi. Perception-based 3D Triangle Mesh Segmentation Using Fast Marching Watersheds [A]. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Madison, 2003. 27-32
- [Paquet 1998] E. Paquet and M. Rioux. A Content Based Search Engine for VRML Databases, *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1998.
- [Paquet 2000a] E. Paquet, K.M Robinette, M. Rioux. Management of three-dimensional and anthropometric databases: Alexandria and Cleopatra [J]. *J. Electronic Imaging*, 2000, 9: 421-431.
- [Paquet 2000b] E. Paquet, A. Murching, T. Naveen, A. Tabatabai, M. Roux. Description of shape information for 2d and 3d objects. *Signal Processing : Image Communication* , 2000 ,16 (1/2) :103~122
- [Pargas 1997] R.P. Pargas, N.J. Staples, J.S. Davis. Automatic measurement extraction for apparel from a three-dimensional body scans [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 1997, 28(2):157-172.
- [Pedersen 1995] H. Pedersen. Decorating implicit surfaces [A]. In: *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, Los Angeles, California, 1995*. 291-300
- [Poliakoff 1999] J. F. Poliakoff, Y. K. Wong, P. D. Thomas. An automated curve fairing algorithm for cubic B-spline curves [J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 1999, 102(1): 73-85.
- [Polthier 1998] K. Polthier and M. Schmies. Straightest geodesics on polyhedral surfaces. In H.C. Hege and K. Polthier, editors, *Mathematical Visualization*. Springer Verlag, 1998.
- [Praun 1999] E. Praun, H. Hoppe, A. Finkelstein. Robust Mesh Watermarking [A]. In: *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, Los Angeles, California, 1999*. 49-56.
- [Praun 2003] E. Praun, H. Hoppe. Spherical Parameterization and Remeshing [A]. In: *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, San Diego, California, 2003*. 340-349
- [Press 1987] W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling, B. Flannery. *Numerical Recipes*. Cambridge University Press. 1987.
- [Protopsaltou 2002] D. Protopsaltou et al. A body and Garment Creation Method for an Internet-Based Virtual Fitting Room [M]. *Advances in Modeling, Animation and Rendering*, J. Vince and R.Earnshaw eds, 2002, pp.105-122, Springer-Verlag.
- [Pujol 2001] A. Pujol, J. Vitrià, F. Lumbreras, J. Villanueva: Topological principal component analysis for face encoding and recognition. *Pattern Recognition Letters* 2001, 22(6/7): 769-776
- [Pulla 2001a] S. Pulla. Curvature based segmentation for 3-dimensional meshes [D]. Master's thesis. Arizona State University, Tempe, AZ. 2001.

- [Pulla 2001b] S. Pulla, A. Razdan, G. Farin. Improved Curvature Estimation for Watershed Segmentation of 3-Dimensional Meshes[R]. Arizona State University, Tempe, AZ. 2001.
- [Reinhard 1998] K. Reinhard, M. Niranjan. Subspace models for speech transitions using principal curves. *Proceedings of Institute of Acoustics*, 1998, 20(6):53~60
- [Reinhard 1999] K. Reinhard, M. Niranjan. Parametric subspace modeling of speech transitions. *Speech Communication*, 1999, 27(1):19~42
- [Rettmann 2000] M. E. Rettmann, X. Han, J. L. Prince. Watersheds on the cortical surface for automated sulcal segmentation [A]. In *IEEE Workshop on Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis*, Hilton Head Island, South Carolina, 2000. 20-27
- [Rettmann 2002] M. E. Rettmann, X. Han, J. L. Prince. Automated sulcal segmentation using watersheds on the cortical surface [J]. *Neuro Image*, 2002, 15(2):329-344.
- [Rogers 1989] D. F. Rogers and N. G. Fog. Constrained b-spline curve and surface fitting. *Computer Aided Geometric Design*, 21:641-648, December 1989.
- [Rossi 2000] C. Rossi, L. Kobbelt, H. P. Seidel. Extraction of feature lines on triangulated surfaces using morphological operators [A]. In *Proceedings of the AAAI Symposium on Smart Graphics*, Stanford University, California, 2000. 71-75
- [Rubner 2000] Y. Rubner, C. Tomasi, L. Guibas. The earthmover's distance as a metric for image retrieval. *International Journal of Computer Vision* 2000, 40:9-121
- [Sander 2001] P. Sander, J. Snyder, S. Gortler, and H. Hoppe. Texture mapping progressive meshes [A]. In: *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH*, Los Angeles, California, 2001. 409-416
- [Saup 2001] D. Saup and DV Vranic. 3Dmodel retrieval with spherical harmonics and moments. In *Proceedings of the DAGM 2001*, pages 392-397, 2001.
- [Schoning 1988] U. Schoning. Graph isomorphism is in the low hierarchy, *Journal of Computer and System Sciences*, 37:312-323, 1988.
- [Schröder 2001] Peter Schröder, Wim Sweldens, *Digital Geometry Processing* [A]. In: *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series; Course Notes, ACM SIGGRAPH*, Los Angeles, California, 2001.
- [Sclaroff 1995] S. Sclaroff and A. P. Pentland. Modal Matching for Correspondence and Recognition [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1995, 17(6): 545-561
- [Sebastian 2004] T. B. Sebastian, P. N. Klein, B. B. Kimia. Recognition of Shapes by Editing Their Shock Graphs. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 26(5): 550-571 (2004)
- [Seung 2000] H. Seung, D. Daniel. The manifold ways of perception. *Science*, 2000, 12: 2268-2269
- [Shamir 2003] A. Shamir. Feature-Space Analysis of Unstructured Meshes [A]. *Proceedings IEEE Visualization*, Seattle, Washington, 2003. 185-192
- [Shamir 2004] A. Shamir: A Formulation of Boundary Mesh Segmentation. *3DPVT 2004*: 82-89.
- [Sharir 1986] M. Sharir, A. Schorr. On shortest path in polyhedral spaces [J]. *SIAM Journal on Computing*, 1986, 15(1): 193-215.
- [Shinagawa 1999] Y. Shinagawa and TL Kunii. Constructing a reeb graph automatically from cross section [J]. *IEEE Computer Graphics & Applications*, 1999, 11(6): 44-51
- [Shlafman 2002] S. Shlafman, A. Tal, and S. Katz. Metamorphosis of polyhedral surfaces using decomposition [A]. *Annual Conference of the European Association for Computer Graphics*. Saarbrücken, 2002. 219-228

- [Siddiqi 1999] K. Siddiqi, A. Shokoufandeh, S. Dickinson *et al.* Shock graphs and shape matching [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1999, 35(1): 13-32.
- [Smola 1999] Smola A J, Mika S *et al.* Regularized principal manifolds. In : *Proceedings of Computational Learning Theory : 4th European Conference* , New York : Springer , 1999 ,1572 : 251-256
- [Spearman 1904] C. Spearman. General Intelligence: Objectively determined and measured. *American Journal of Psychology*, 1904, 15, 201-292.
- [Standford 2000] D. Stanford, A. Raftery. Stanford D., Raftery AE Principal curve clustering with noise. *IEEE Transactions on Pattern. Analysis and Machine Intelligence* , 2000, 22(6): 601-609
- [Starck 2002] J. Starck *et al.* Animated statues [J]. *Journal of Machine Vision Applications*, 2002.
- [Sundar 2003] H. Sundar, D. Silver, S. Gagvani, *et al.* Skeleton based shape matching and retrieval [A]. In: *Proceedings of the Shape Modelling and Applications Conference (SMI)*, Seoul, 2003. 290~308
- [Tan 1999] T. S. Tan, C. K. Chong, K. L. Low. Computing bounding volume hierarchy using simplified models [A]. In *Proceedings of the ACM Symposium on Interactive 3D Graphics*, Atlanta, Georgia, 1999. 63-69
- [Taubin 1996] G. Taubin, T. Zhang, G. Golub. Optimal surface smoothing as filter design[R]. IBM Technical Report RC-20404, 1996
- [Terzopoulos 2004] D. Terzopoulos, Y. Lee, M. Vasilescu. Model-Based and Image-Based Methods for Facial Image Synthesis, Analysis and Recognition. *FGR 2004*: 3-10.
- [Tibshirani 1992] R. Tibshirani. Principal curves revisited. *Statistics and Computation* ,1992 ,2 : 183~190
- [Trucco 1995] E. Trucco and R.B. Fisher. Experiments in Curvature- Based Segmentation of Range Data. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1995, 17(2): 177-182
- [Tutte 1960] W. Tutte. Convex representation of graphs. In *Proc. London Math. Soc.*, volume 10, 1960.
- [Verbeek 2000] Verbeek J J, Vlassis N, Kr. se B. A k-segments algorithm for finding Principal Curves. *Computer Science of Institute* , University of Amsterdam : Technical Report IAS2UVA20021. ,2000
- [Verbeek 2001] J. J. Verbeek, N. Vlassis, and B. Kröse. A soft k-segments algorithm for principal curves. In *Proc. Int. Conf. on Artificial Neural Networks*, pages 450-456, Vienna, Austria, August 2001.
- [Vincent 1991] L. Vincent, P. Soille. Watersheds in digital spaces: an efficient algorithm based on immersion simulations [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1991, 13(6):583-598
- [Vranic 2001] D. Vranic, D. Saupe, J. Richter. Tools for 3D-object retrieval: Karhunen-Loeve transform and spherical harmonics. In: *Proceedings of IEEE Workshop on Multimedia Signal Processing*, Cannes, France, 2001, 293-29
- [Vranic 2002] D. V. Vranic and D. Saupe. Description of 3D-Shape using a Complex Function on the Sphere. *Proc. of IEEE International Conference on Multimedia and Expo (ICME)*, 177-180, Lausanne, Switzerland, Aug. 2002.
- [Weiss 2001] I. Weiss and M. Ray. Model-based recognition of 3D object from single vision. *IEEE Trans. PAMI*, 2001, 23(2): 116-128

- [Werghi 2002] N. Werghi, Y. Xiao. Posture recognition and segmentation from 3D human body scans [A]. In Cortelazzo, G. M. and Guerra, C. editors, Proceedings International Symposium on 3D Data Processing, Visualization, and Transmission[C]. Italy: Padova, 2002. 636-639
- [Wishart 1969] D. Wishart. An algorithm for hierarchical classifications. *Biometrics*, 1969, 25:165-170.
- [Wilson 1999] D J H. Wilson, G W. Irwin. Light body G. RBF principal manifolds for process monitoring. *IEEE Transactions of Neural Networks*, 1999, 10(6): 1424~1434
- [Wu 1993] Z. Wu and R. Leahy. An optional graph theoretic approach to data clustering: Theory and its application to image segmentation. *PAMI*, 1993, 11: 1101-C1113. 1993.
- [Wu 1997] K. Wu and M. D. Levine. 3D part segmentation using simulated electrical charge distributions [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, 19(11):1223-1235
- [Xiao 2003a] Y. Xiao, P. Siebert, N. Werghi. A discrete Reeb graph approach for the segmentation of human body scans [A]. The 4th International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling. The Banff Centre Banff, Alberta, Canada. 2003. 378-385
- [Xiao 2003b] Y. Xiao, N. Werghi, P. Siebert. A topological approach for segmenting human body shape [A]. *Computer Analysis of Images and Patterns*, Groningen, The Netherlands, 2002. 82-88
- [Yamada 2001] A. Yamada, M. Pickering, S. Jeannin, L. Cieplinski, J. Ohm, M. Kim. MPEG-7 visual part of experimentation model version 9. 0. MPEG Video Group, Pisa, Italy: Technical Report ISO/MPEG N3914, 2001
- [Yamany 2002] S. M. Yamany and A. A. Farag. Surfacing Signatures: An Orientation Independent Free-Form Surface Representation Scheme for the Purpose of Objects Registration and Matching. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(8):1105-1120, Aug. 2002.
- [Yu 2001] Y. Yu, A. Ferencz, J. Malik. Extracting objects from range and radiance images [J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2001, 7(4): 351-364
- [Zaharia 2001a] T. Zaharia, F. Preteux. 3D shape-based retrieval within the MPEG-7 framework [A]. In: *Proceedings of SPIE Conference On Nonlinear Image Processing and Pattern Analysis XII*, San Jose, 2001. 4304: 133-145
- [Zaharia 2001b] T. Zaharia, F. Preteux. Hough transform-based 3D meshes retrieval [A]. In: *Proceedings of SPIE Conference on Vision Geometry*, San Diego, 2001, 4476: 175-185
- [Zhang 1994] Z. Y. Zhang. Iterative point matching for registration of free-form curves and surfaces [J]. *Int. J. of Computer Vision*, 1994, 13(2): 119-15. Oct. 1994.
- [Zhang 2002] Y. Zhang, JK Paik, A. Koschan, *et al.* A Simple and Efficient Algorithm for Part Decomposition of 3-d Triangulated Models Based on Curvature Analysis [A]. *International Conference on Image Processing*, Rochester, NY, USA, September 2002. 273-276
- [Zuckerberger 2002] E. Zuckerberger, A. Tal, and S. Shlafman. Polyhedral surface decomposition with applications [J]. *Computers & Graphics*, 2002, 26(5): 733-743.
- [崔晨昶 2004] 崔晨昶, 石教英. 二维模型检索中的特征提取技术综述[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2004, 16(7): 882-889
- [蒯宏伟 2003] 蒯宏伟, 丁国瑾, 董辰世. 用迭代非均匀 B-spline 曲线(曲面)拟合给定点集[J]. *中国科学 E 辑*, 2003, 33(10):912-923
- [肖建涛 2004] 肖建涛. 三维模型检索关键技术研究[博士后报告]. 北京: 北京大学, 2004

- [齐东旭 1974] 齐东旭, 田自贤, 张玉心, 冯家斌. 曲线拟合的数值磨光方法[J]. 数学学报, 1974, 18(3):173-184
- [齐东旭 1991] 齐东旭. 关于计算机辅助几何造型中数学方法的若干注记[J]. 北方工业大学学报, 1991, 3(1):1-8
- [孙即祥 2002] 孙即祥. 现代模式识别[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2002. 13-45
- [孙晓鹏 2005a] 孙晓鹏, 李华. 三维模型的分割及应用技术综述[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 已录用
- [孙晓鹏 2005b] 孙晓鹏, 李华. 均匀分割主曲线的三维形状描述[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 已录用
- [孙晓鹏 2005c] 孙晓鹏, 李华. 人体尺寸测量数据的局部特征提取方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 已录用
- [孙晓鹏 2005d] 孙晓鹏, 李华. 基于 CSR 存储的三维网格最短路径算法[J]. 计算机工程与应用, 已录用
- [杨育彬 2004] 杨育彬, 林琚, 朱庆. 基于内容的三维模型检索综述[J]. 计算机学报, 2004, 27(10): 1297-1310
- [张军平 2003] 张军平, 王珏. 主曲线研究综述[J]. 计算机学报, 2003, 26(2): 129-146
- [郑伯川 2004] 郑伯川, 彭维, 张引, 叶修梓, 张三元. 3D 模型检索技术综述[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2004, 16(7): 873-881
- [周培德 2000] 周培德. 计算几何—算法分析与设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 广西科学技术出版社, 2000. 193-196
- [朱心雄 2000] 朱心雄. 自由曲线曲面造型技术[M]. 北京: 科学出版社, 2000. 32-44

## 攻读博士学位期间发表论文目录

1. 孙晓鹏, 李华. 三维模型的分割及应用技术综述. 计算机辅助设计与图形学学报, 已录用

X. Sun, H. Li. A Survey of 3D Mesh Model Segmentation and Application, *accepted by Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics.*

2. 孙晓鹏, 李华. 均匀分割主曲线的三维形状描述. 计算机辅助设计与图形学学报, 已录用

X. Sun, H. Li. 3D Shape Descriptor with Principal Curve Equally Segmented, *accepted by Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics.*

3. 孙晓鹏, 李华. 人体尺寸测量数据的局部特征提取方法. 计算机辅助设计与图形学学报, 已录用

X. Sun, H. Li. Local Feature Extraction for Human Body Scan Data, *accepted by Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics.*

4. 孙晓鹏, 李华. 基于 CSR 存储的三维网格最短路径算法. 计算机工程与应用, 已录用

X. Sun, H. Li. A Dijkstra Algorithm Based-on Compressed Storage Format of 3D Mesh, *accepted by Computer Engineering and Application.*

5. 王少荣, 贾富仓, 孙晓鹏等. 数字人切片数据的硬件加速体绘制, 计算机辅助设计与图形学学报, 已录用

S. Wang, F. Jia, X. Sun, etc. A Hardware-Accelerated Volume Rendering Algorithm Based on Digital Human Slice Images, *accepted by Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics.*

6. S. Xiang, ..., X. Sun. Auto Detection Surface Cracks in Corn Grains, *CAD/Graphics'2003, 384-385*

## 攻读博士学位期间参加的科研项目

1. 国家重点基础研究发展计划（973）项目“数学机械化及其在信息技术中的应用—数学机械化及其在几何建模中的应用”（G2004CB318000），2004-2009
2. 国家重点基础研究发展计划（973）项目“数学机械化与自动推理平台—计算机图形学与计算机视觉中的数学机械化方法”（G1998030600），1998-2003
3. 国家高技术研究发展计划（863）重点项目“数字化虚拟中国人数据集构建与海量数据库系统”（2002AA231021），2003-2005
4. 国家高技术研究发展计划（863）重点项目“数字化虚拟人的若干关键技术”（2001AA231031），2001-2003
5. 中国科学院知识创新工程前沿研究项目“数字化人体技术”（20006160）（20016190），2000-2002
6. 国家科技攻关计划奥运科技专项“数字化三维人体运动的计算机仿真”（2001BA904B08），2002-2004

## 致 谢

本文得以完成，首先要感谢导师李华研究员。在计算所的三年里，无论是学业还是生活上，都得到了李老师的精心指导和热情帮助。李老师渊博的学识、对科技前沿的敏锐见解、严谨求实的治学态度、平易近人宽厚大度的修养，都将使我终身受益。

感谢实验室的刘慎权研究员、林宗楷研究员、张俊助理研究员。他们对我的论文开题和研究工作提出了很中肯的意见。

感谢唐荣锡教授、北京大学查洪彬教授、中国科学院自动化所卢汉清研究员、北京交通大学袁保宗教授、北京工业大学张鸿宾教授在百忙中阅读我的论文、并提出宝贵意见！感谢中国科学院软件研究所吴恩华研究员、澳门科技大学齐东旭教授、清华大学胡事民教授、浙江大学叶修祥教授、美国纽约州立大学石溪分校秦洪副教授、远在北卡的王拉柱博士、以及其他各位图形图像领域的等前辈和学长，我曾经得到过他们在工作和学习上的悉心教诲，他们卓越的研究工作使我增长了很多知识，开阔了视野。感谢中国标准研究院提供人体扫描数据集。感谢很多国内外研究人员，他们给我提供了文献，对提出的问题给予热情的解答。

感谢课题组的所有成员：王少荣、贾富仓、刘晖、陈睿、向世明、刘国翌、赵国英、刘丽艳、李宗民、崔丽、刘玉杰、李振波、刁麓弘、王勇睿、邓宇、徐东、谢水生。实验室浓厚的学习气氛、热烈的学术讨论启迪了我的思路，明白了很多书本上学不到的东西。他（她）们也在日常生活中提供了很多帮助。

感谢《计算机辅助设计与图形学学报》编辑部的王美珍老师、王倩老师、计算所研究生部的靳晓明老师、李琳老师、宋守礼老师、张晓辉老师、周世佳老师的关心和帮助！

感谢我的老师、我的父母和爱人。他们的爱、理解和关怀是无法用言语表达的。感谢我的儿子，离开他到北京求学那天，他刚好2岁4个月。三年里，我给予他的欢乐和幸福，远不及他带给我的那么多。

感谢计算所我年轻朋友们，三年里他（她）们无私的陪伴，使我忘记了求学之艰难，对未来总是充满着希望。向三年来给予各种帮助的人们致以诚挚的谢意。

最后，谨向百忙中抽出宝贵时间审阅拙作的各位专家学者再次致谢！

2005年3月  
北京 中关村

## 作者简介

- 2002-09 — 2005-07  
中国科学院计算技术研究所  
中国科学院智能信息处理重点实验室  
计算机应用技术专业 工学博士
- 1996-03 — 2002-08  
鞍山科技大学  
电信学院计算机系党支部书记  
电信学院计算机系副主任、副教授  
计算机系计算机软件教研室副主任  
计算机系 计算机应用教研室副主任
- 1993-09 — 1996-03  
鞍山科技大学  
计算机系计算机应用技术专业 工学硕士
- 1987-09 — 1991-07  
哈尔滨船舶工程学院  
数学力学系应用数学专业 理学学士